

ІНСТИТУТ ГІДРОМЕХАНІКИ
НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ

Кваліфікаційна наукова
праця на правах рукопису

Загуменний Ярослав Вікторович

УДК 532.517: 532.526.3

ДИСЕРТАЦІЯ

**Задачі керування структурою нестационарних течій
та інтегральними характеристиками обтічних тіл**

01.02.05 - механіка рідини, газу та плазми

Фізико-математичні науки

Подається на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних наук

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело

_____ Я. В. Загуменний

Науковий консультант:

Воропаєв Геннадій Олександрович,
член-кор. НАН України, д.ф.-м.н., проф.,
заст. дир. з наук. роботи ІГМ НАНУ

Київ – 2020

АНОТАЦІЯ

Загуменний Я. В. Задачі керування структурою нестационарних течій та інтегральними характеристиками обтічних тіл. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису. Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальністю 01.02.05 «Механіка рідини, газу та плазми» – Інститут гідромеханіки НАН України, Київ, 2020.

Дисертаційну роботу присвячено дослідженню закономірностей хвиле- та вихроутворення як навколо нерухомих обтічних тіл, так і таких, що здійснюють нестационарні рухи в однорідній і стратифікованій в'язкій рідині. У роботі вивчаються процеси взаємодії різномасштабних структурних елементів течій у примежових шарах та у супутньому сліді за обтічними тілами, визначається взаємозв'язок структури течій з локальними та інтегральними гідродинамічними характеристиками обтічних тіл. Дані дослідження мають суттєву фундаментальну цінність, оскільки є безпосередньо пов'язаними з вивченням нестационарних процесів зародження й розвитку турбулентності – гостро актуальної фундаментальної проблеми, що й досі залишається невирішеною. Практично цінну частину дисертаційної роботи присвячено розробці ряду методик керування нестационарною структурою течій та інтегральними характеристиками обтічних тіл з метою зменшення опору тертя і тиску. Одна з розроблених методик ґрунтується на новостворених алгоритмах чисельного розв'язання задач обтікання твердих тіл, що здійснюють нестационарні коливання у потоці рідини за наперед заданим аналітичним законом руху як єдиного цілого. Зокрема, розглядається випадок керування потоком за рахунок здійснення активних обертально-коливальних рухів тіла у площині обтікання. У рамках другого підходу певна частина поверхні тіла може залишатися нерухомою або здійснювати рух із деякою фазовою затримкою відносно загального закону руху тіла. У частинному випадку цього підходу фазова затримка обертально-коливального руху певної хвостової

частини обтічного крилового профілю може бути функцією поздовжньої координати, тобто реалізується модель махаючого хвостового плавника гідробіонта. Третю методику розроблено на основі чисельного моделювання зв'язаних задач механіки в'язкої нестисливої рідини і в'язкопружного твердого тіла на основі реалізації жорстко зв'язаного послідовного ітераційного алгоритму на кожному часовому кроці. Такий підхід дав можливість розв'язати задачу обтікання жорсткого крилового профілю з в'язкопружним хвостовиком, що може бути як деформівним тілом, пасивно реагуючим на збурення потоку, так і здійснювати додаткові коливні рухи, ініційовані нестационарним рухом локального жорсткого елемента всередині деформівного тіла. Всі описані методики реалізовано на основі прямого чисельного моделювання тривимірних нестационарних рівнянь Нав'є-Стокса та рівнянь руху в'язкопружного середовища з використанням методів динамічних розрахункових сіток в рамках метода скінченного об'єму на базі оригінальних програмних кодів власної розробки відкритого пакету OpenFOAM. Чисельні розрахунки проведено на багатоядерних персональних комп'ютерах, кластерному суперкомп'ютері Інституту кібернетики НАН України та інших доступних зарубіжних кластерах.

Високий інтерес світової наукової спільноти до задач керування течіями з метою зниження опору та рівня пульсацій тиску на обтічних тілах обумовлений в першу чергу гостро нагальною потребою економії енергетичних ресурсів при русі транспортних засобів у водному і повітряному середовищі або транспортуванні рідких та газоподібних речовин через трубопроводи. Велике практичне значення для авіа- і кораблебудування, магістральних газо-, нафто- та водопроводів робить розробку методів керування примежовим шаром і відривними течіями на обтічних тілах одним із найпріоритетніших завдань прикладної аеро- і гідродинаміки. Для керування течіями було розроблено різноманітні методи вихрового або локального впливу, що дозволяють ефективно керувати обтіканням, а також вібраційні методи придушення збурень за рахунок штучної генерації протифазної хвилі до власних збурень

поток. Зокрема, в Інституті гідромеханіки НАН України й по сьогоднішній день тривають теоретичні й експериментальні дослідження впливу шкіри гідробіонтів та особливостей коливного руху їхніх тіл на структуру і динаміку потоку з метою розробки ефективних методів керування примежовим шаром та відривними течіями. Проте, організм гідробіонта є надскладною системою зі сформованими протягом довготривалої біологічної еволюції особливими пристосувальними функціями, що дозволили розвинути найбільш ефективні способи пересування у водному середовищі. Тому теоретичні дослідження умов виникнення інтенсивної пропульсивної сили на нестационарно рухомому обтічному тілі, що відповідає здатності гідробіонтів досягати великих швидкостей плавання, мають носити комплексний характер із врахуванням складної будови тіла і особливостей коливного руху гідробіонтів. У зв'язку з цим виникає необхідність якомога точніше оцінити вплив активних коливних рухів обтічної поверхні на потік рідини, а також особливості взаємодії пасивно деформівної поверхні тіла гідробіонта зі збуреннями набігаючого потоку, що можливо реалізувати шляхом розв'язання зв'язаної нестационарної задачі механіки рідини і деформівного твердого (в'язкопружного) тіла з використанням методів динамічних розрахункових сіток.

У дисертаційній роботі досліджуються закономірності формування і розвитку власних збурень примежового шару вниз за потоком на плоскій поверхні, що локально деформується у формі біжучої хвилі фіксованої амплітуди, частоти і фазової швидкості. Джерело локальних вимушених плоских хвильових збурень на обтічній поверхні генерує відповідні плоскі збурення примежового шару, які по мірі розвитку вниз за потоком досить швидко спотворюються, трансформуючись у характерні Λ -структури і поздовжньо орієнтовані вихрові утворення. Детерміновані тривимірні утворення по мірі подальшого розвитку вниз за потоком втрачають чіткість своїх форм і поступово руйнуються, що призводить до втрати початкового детермінованого характеру збурень і хаотизації течії вниз за потоком.

Визначено параметри біжучої хвилі на обтічній поверхні, при яких якнайдовше зберігається детермінована вихрова структура течії вниз за потоком, що відповідає ефекту затягування процесу ламінарно-турбулентного переходу в примежовому шарі. Показано, що найбільш виражена детермінована структура власних збурень примежового шару формується при умові відповідності параметрів вимушеного локального хвильового збурення на обтічній поверхні довжині та фазовій швидкості плоскої хвилі нестійкості Толлміна-Шліхтинга. Дослідження сприйняття примежовим шаром вимушеного плоского хвильового збурення на протяжній частині обтічної поверхні показали, що при довжині хвилі вимушеного збурення меншій довжини хвилі Толлміна-Шліхтинга картина течії в примежовому шарі зберігає плоску хвильову структуру практично вздовж усієї довжини деформівної частини обтічної поверхні, а власні збурення в сліді за нею досить швидко загасають вниз за потоком. При довжині біжучої хвилі на обтічній поверхні рівній або більшій довжини хвилі Толлміна-Шліхтинга плоска структура власних збурень зберігається лише в пристінній області примежового шару, тоді як над плоскими пристінним структурами формується другий рівень плоских збурень, які швидко спотворюються по мірі розвитку вниз за потоком, трансформуючись у характерні Λ -структури і поздовжньо орієнтовані вихрові утворення. Розподіли напруження зсуву на обтічній поверхні при різних параметрах вимушеного збурення містять локальні області як збільшення, так і зменшення його величини відносно відповідних значень на незбуреній обтічній поверхні. Разом з тим, за рахунок суттєвого збільшення області детермінованих збурень примежового шару, що відповідає значному відтягуванню вниз за потоком зони зародження турбулентності, спостерігається інтегральний ефект зниження опору тертя на обтічній поверхні. Виявлено, що за рахунок генерації хвильових збурень з параметрами хвилі Толлміна-Шліхтинга довжину зони переходу можна подовжити у кілька разів відповідно до довжини зони збурювання.

У роботі досліджено структуру і динаміку течії в'язкої нестисливої рідини навколо нерухомих крилових профілів трьох серій НАСА під різними кутами атаки, а також коливних крилових профілів для різних значень частоти і амплітуди коливань. Вивчено можливості керування відривом та гідродинамічними характеристиками крилового профілю, що здійснює обертово-коливальні рухи в потоці в'язкої нестисливої рідини. Визначено умови приєднання відривної течії і виникнення пропульсивної сили на коливному криловому профілі для випадку високочастотних низькоамплітудних коливань, що відповідає режиму підтримання швидкісного руху гідробіонтів. Виявлено, що режим, при якому відбувається приєднання відривної течії із встановленням структури супутнього сліду з параметрами вимушених коливань та виникненням пропульсивної сили крила визначається умовою, що зв'язує швидкість набігаючого потоку, частоту вимушених коливань та максимальне вертикальне відхилення крила: $St_h = 2f \cdot L_0 \cdot \sin \alpha / U_0 > 0.12$. Найбільший пропульсивний ефект коливного крила з гнучким хвостовиком спостерігається при фазовій затримці краю хвостового елемента відносно загального закону коливання крила рівній $\pi/2$ і максимальній амплітуді його коливань. Проте, насправді амплітуда коливань і фазова затримка гнучкого хвостового елемента залежить від пружних властивостей його матеріалу, тому для визначення реальної нестационарної поведінки гнучкої частини профілю необхідно проведення чисельних розрахунків зв'язаної задачі механіки рідини і деформівного твердого тіла.

У роботі приведено результати розрахунків обтікання крилового профіля з жорстко закріпленим з одного боку гнучким хвостовим елементом з в'язкопружного матеріалу, який може здійснювати пасивні коливання під дією збурень потоку. Показано, що деформівний елемент здійснює коливання з частотою зриву вихрових структур з поверхні обтічного крилового профілю, як результат реагування кінцевої частини хвостовика на компактні зони від'ємного тиску, що відповідають областям локалізації вихрових структур. На

випадок, коли в'язкопружний хвостовик жорсткого крилового профілю приводиться у нестационарний рух вимушеними коливаннями внутрішньо розміщеного локального елемента, показано, що нестационарна поведінка в'язкопружного елемента залежить від частоти його вимушених коливань і розвитку власних супутніх вихрових структур профілю, а також швидкості розповсюдження зсувної пружної хвилі деформівного матеріалу. Співвідношення між пружними характеристиками, довжиною деформівної частини обтічного тіла і частотою його локального вимушеного збудження, при якому зсув фаз між вимушеними та вільними коливаннями деформівного елемента дорівнює $\pi/2$, визначається необхідною умовою проходження щонайменше 25 відстаней, рівних довжині хвостовика, зсувною пружною хвилею за період вимушених коливань профілю.

У дисертаційній роботі досліджено структуру і динаміку течій навколо перешкод з урахуванням ефектів стратифікації та дифузії у широкому діапазоні чисел Рейнольдса і Фруда на основі розробленого алгоритму чисельного розв'язання системи диференціальних рівнянь механіки неперервно стратифікованої рідини, що складається з рівнянь Нав'є-Стокса в наближенні Бусінеска, дифузії стратифікуючої компоненти, нерозривності і лінеаризованого рівняння стану. Представлено класифікацію режимів, що включають надповільний, повзучий, хвильовий, вихровий і нестационарний вихровий режими, а також основних структурних елементів стратифікованих течій: хвиль, вихорів та лігаментів – високоградієнтних тонкоструктурних прошарків, оболонок, ниток, в'язок тощо. Приведено результати чисельного моделювання течій, індукованих дифузією, що формуються на нерухомих непроникних перешкодах в результаті переривання дифузійного потоку стратифікуючої компоненти. Структура течій, індукованих дифузією на похилій пластині, представляє собою складну систему циркуляційних комірок, що виникають як наслідок формування висхідного і низхідного потоків вздовж сторін похилої пластини та переривання потоків на її кромках. З початком руху

перешкоди картина течії суттєво змінюється: починають утворюватися випереджаючі збурення, внутрішні приєднані хвилі та супутній слід. Показано трансформацію структури стратифікованої течії із збільшенням швидкості руху і кута нахилу перешкоди, а також при зменшенні частоти плавучості аж до нульового значення, що відповідає випадку однорідної рідини. У роботі представлено результати розрахунків стратифікованих течій навколо похилої пластини в режимі генерації супутніх вихрових структур. Приведено графічні ілюстрації полів стратифікованої течії, які показують, що при малих кутах нахилу пластини вихори генеруються на її передній кромці, дрейфують вниз за потоком вздовж її сторін та взаємодіють з вихровою доріжкою, генерованою задньою кромкою пластини. Із збільшенням кута нахилу пластини нестационарна вихрова картина стратифікованої течії суттєво ускладнюється внаслідок інтенсифікації взаємодії вихрових структур, генерованих кромками пластини, що супроводжується процесами їх структурної трансформації, а саме дроблення, злиття, розшарування, та утворенням нових крупномасштабних та тонкоструктурних вихрових елементів течії. У роботі приведено порівняння розрахованих картин стратифікованих течій з тіньовими зображеннями лабораторної візуалізації, які показують досить гарну узгодженість результатів, як у надповільному і хвильовому, так і в нестационарному вихровому режимах. Визначено, що в режимі малих швидкостей руху тіла домінуючою компонентою інтегрального опору є хвильова складова, величина якої зростає із збільшенням частоти плавучості рідини і вертикального масштабу перешкоди, тоді як у режимі інтенсивної генерації супутніх вихрових структур інтегральний опір перешкоди спадає із збільшеннями частоти плавучості рідини внаслідок руйнівного впливу стратифікації на вихрові утворення з відповідним зменшенням вихрової компоненти повного опору, яка є домінуючою для даного режиму течії.

Ключові слова: керування течіями, примежовий шар, обтікання тіла, вихрові структури, стратифікована течія, внутрішні хвилі.

Зміст дисертації відображено в наступних наукових публікаціях:

Публікації у вітчизняних наукових фахових виданнях:

1. Воропаев Г. А., Загуменный Я. В. Численное моделирование взаимодействия локальных возмущений пограничного слоя с деформирующейся поверхностью. *Вісник Донецького Університету, Сер. А: Природничі науки*. 2009. Вип. 1. С. 154–165 (здобувачу належить участь у постановці задачі, розробка чисельного моделювання, проведення чисельних розрахунків, аналіз та обговорення чисельних результатів).
2. Чашечкин Ю. Д., Бардаков Р. Н., Загуменный Я. В. Расчет и визуализация тонкой структуры полей двумерных присоединенных внутренних волн. *Морський гідрофізичний журнал*. 2010. N 6. С. 3–15 (здобувачу належить участь у проведенні чисельної візуалізації аналітичного розв'язку задачі генерації внутрішніх хвиль, аналіз та обговорення результатів).
3. Загуменный Я. В., Чашечкин Ю. Д. Течения непрерывно стратифицированной жидкости, индуцированные прерыванием диффузионного переноса неподвижной пластиной. *Морський гідрофізичний журнал*. 2012. N 5. С. 3–23 (здобувачу належить участь у постановці задачі, проведення чисельного моделювання і розрахунків, аналіз лабораторних і чисельних даних).
4. Воропаев Г. А., Димитриева Н. Ф., Загуменный Я. В. Структура турбулентного пограничного слоя при совместном использовании деформирующейся поверхности и полимерных добавок слабой концентрации. *Прикладна гідромеханіка*. 2013. Т. 15, N 2. С. 3–12 (здобувачу належить участь у постановці задачі, проведення розрахунків, обговорення та аналіз результатів).
5. Загуменный Я. В., Чашечкин Ю. Д. Индуцированное диффузией течение на клине. *Доповіді НАН України*. 2013. N 3. С. 31–39 (здобувачу належить участь у постановці задачі, проведення чисельного моделювання і розрахунків, аналіз чисельних результатів).

6. Загуменний Я. В. Динамика и структура стратифицированного течения около горизонтальной пластины. *Доп. НАН України*. 2014. № 7. С. 60–67.
7. Zagumennyi Ia. V. Modeling of molecular diffusion in non-homogeneous media. *Naukovi Visti NTUU KPI*. 2017. N 2. P. 65–73.
8. Воропаев Г. А., Загуменний Я. В. Численное моделирование обтекания нестационарно движущихся тел. *Комп'ютерна математика*. 2018. N 2. С. 13–20 (здобувачу належить участь у постановці задачі, розробка чисельного моделювання, проведення чисельних розрахунків, аналіз та обговорення отриманих чисельних результатів).
9. Воропаев Г. А., Загуменний Я. В. Управление динамическими характеристиками обтекаемого колеблющегося крыла. *Вісник НТУ «ХПИ». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях*. 2019. N 8 (1333). С. 87–93 (здобувачу належить участь у постановці задачі, чисельне моделювання і розрахунки, аналіз та обговорення результатів).
10. Voropaev G. A., Zagumennyi Ia. V. Boundary layer perturbations generated by locally deformable surface. *International Journal of Fluid Mechanics Research*. 2019. V. 46, N 4. P. 325–335 (здобувачу належить участь у постановці задачі, проведення чисельного моделювання і розрахунків, аналіз та обговорення результатів).

Публікації у періодичних наукових виданнях, внесених до міжнародних наукометричних баз даних SCOPUS та Web of Science:

11. Yurchenko N., Rosumnyuk N., Zagumennyi Ya. Numerical simulation of near-wall turbulence structure affected by MW-generated point plasma discharges. *AIAA Paper*. 2008. N 2008-1440 (**SCOPUS**) (здобувачу належить розробка чисельного моделювання, проведення розрахунків, аналіз та обговорення отриманих результатів).
12. Voropaev G. A., Zagumennyi Ia. V. Wave and vortex structure of transitional boundary layer over deformable surface. *Physica Scripta*. 2010. T 142. 014010

- (**SCOPUS**) (здобувачу належить участь у постановці задачі, проведення чисельного моделювання і розрахунків, аналіз та обговорення чисельних результатів).
13. Chashechkin Yu. D., Zagumennyi Ia. V. Structure of diffusion-induced flow on an inclined plate. *Doklady Physics*. 2012. Vol. 57, N 5. P. 210–216 (**SCOPUS**) (здобувачу належить участь у постановці задачі, проведення чисельного моделювання і розрахунків, аналіз, обговорення та співставлення експериментальних і чисельних даних).
 14. Zagumennyi Ia. V., Chashechkin Yu. D. The structure of convective flows driven by density variations in a continuously stratified fluid. *Physica Scripta*. 2013. T 155. 014034 (**SCOPUS**) (здобувачу належить проведення чисельного моделювання і розрахунків, аналіз, обговорення та співставлення експериментальних і чисельних даних).
 15. Chashechkin Yu. D., Zagumennyi Ia. V. Fine structure of unsteady diffusion-induced flow over a fixed plate. *Fluid Dynamics*. 2013. Vol. 48, N 3. P. 374–388 (**SCOPUS**) (здобувачу належить участь у постановці задачі, проведення чисельного моделювання і розрахунків, аналіз, обговорення та співставлення експериментальних і чисельних даних).
 16. Chashechkin Yu. D., Zagumennyi Ia. V. Non-equilibrium processes in non-homogeneous fluids under the action of external forces. *Physica Scripta*. 2013. T 155. 014010 (**SCOPUS**) (здобувачу належить проведення чисельного моделювання і розрахунків, аналіз, обговорення та співставлення експериментальних і чисельних даних).
 17. Zagumennyi Ia. V., Bardakov R. N. Ground effect in hydrodynamics of a strip in a stratified fluid. *Procedia IUTAM*. 2013. V. 8. P. 248–256 (**SCOPUS**) (здобувачу належить чисельне моделювання, розрахунки, аналіз та обговорення результатів).
 18. Chashechkin Yu. D., Zagumennyi Ia. V. The structure of convective flows driven by density variations in a continuously stratified fluid. *Procedia IUTAM*.

2013. V. 8. P. 257–266 (**SCOPUS**) (здобувачу належить проведення чисельного моделювання і розрахунків, аналіз, обговорення та співставлення лабораторних і чисельних результатів).
19. Chashechkin Yu. D., Zagumennyi Ia. V. Structure of the pressure field on a plate in the transient flow regime. *Doklady Physics*. 2015. Vol. 60, N 7. P. 299–304 (**SCOPUS**) (здобувачу належить участь у постановці задачі, проведення чисельного моделювання і розрахунків, аналіз та співставлення лабораторних і чисельних даних).
 20. Chashechkin Yu. D., Zagumennyi Ia. V. 2D fluid flow around a plate: consistent analytical, numerical and laboratory investigations. *Proc. Topical Problems of Fluid Mechanics 2016*, Prague, 2016, P. 29–36 (**WoS**) (здобувачу належить, проведення чисельних розрахунків, аналіз та співставлення експериментальних і чисельних результатів).
 21. Chashechkin Yu. D., Zagumennyi Ia. V. Pattern of unsteady vortex flow around plate under a zero angle of attack. *Fluid Dynamics*. 2016. Vol. 51, N 3. P. 53–70 (**SCOPUS**) (здобувачу належить участь у постановці задачі, проведення чисельного моделювання і розрахунків, аналіз та співставлення експериментальних і чисельних даних).
 22. Zagumennyi Ia. V., Dimitrieva N. F. Diffusion induced flow on a wedge-shaped obstacle. *Physica Scripta*. 2016. V. 91, N 8. 084002 (**SCOPUS**) (здобувачу належить проведення чисельних розрахунків, аналіз та співставлення лабораторних і чисельних даних).
 23. Chashechkin Yu. D., Zagumennyi Ia. V., Dimitrieva N. F. Dynamics of formation and fine structure of flow pattern around obstacles in laboratory and computational experiment. *Communications in Computer and Information Science*. 2016. V. 687. P. 41–56 (**SCOPUS**) (здобувачу належить участь у постановці задачі, чисельне моделювання і розрахунки, аналіз та співставлення експериментальних і чисельних даних).

24. Chashechkin Yu. D., Zagumennyi Ia. V. Stratified flow fine structure around a sloping plate. *Proc. Topical Problems of Fluid Mechanics*, 2017, Prague, P. 87–94 (**WoS**) (здобувачу належить проведення чисельного моделювання і розрахунків, аналіз, обговорення та співставлення експериментальних і чисельних результатів).
25. Chashechkin Yu. D., Zagumennyi Ia. V. Features of flows past a horizontal plate in stratified and homogeneous media. *WSEAS Transactions on Fluid Mechanics*. 2017. V. 12. P. 33–42 (**SCOPUS**) (здобувачу належить участь у постановці задачі, проведення чисельного моделювання і розрахунків, співставлення експериментальних і чисельних даних).
26. Chashechkin Yu. D., Zagumennyi Ia. V., Dimitrieva N. F. Unsteady vortex dynamics past a uniformly moving tilted plate. *Proc. Topical Problems of Fluid Mechanics*, 2018, Prague, P. 47–56 (**WoS**) (здобувачу належить, проведення чисельного моделювання і розрахунків, аналіз та співставлення експериментальних і чисельних результатів).
27. Chashechkin Yu. D., Zagumennyi Ia. V. Formation of waves, vortices and ligaments in 2D stratified flows around obstacles. *Physica Scripta*. 2019. V. 94, N 5. 054003 (**SCOPUS**) (здобувачу належить участь у постановці задачі, проведення чисельного моделювання, аналіз, обговорення та співставлення експериментальних і чисельних даних).
28. Chashechkin Yu. D., Zagumennyi Ia. V. Numerical analysis of flows of stratified and homogeneous fluids near horizontal and inclined plates. *Fluid Dynamics*. 2019. Vol. 54, Suppl. 7. P. S59–S70 (**SCOPUS**) (здобувачу належить, проведення чисельного моделювання, аналіз, обговорення та співставлення експериментальних і чисельних даних).
29. Chashechkin Yu. D., Zagumennyi Ia. V. The 2D flow around tilted plate. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Natural Sciences*. 2019. N 4. P. 73–88 (**SCOPUS**) (здобувачу належить проведення чисельного

модельовання і розрахунків, аналіз, обговорення та співставлення експериментальних і чисельних даних).

30. Chashechkin Yu. D., Zagumennyi Ia. V. Visualization of stratified flows around a vertical plate: laboratory experiment and numerical simulation. *International Journal of Computational Methods and Experimental Measurements*. 2020. V. 8, N 2. P. 148–161 (**SCOPUS**) (здобувачу належить участь у постановці задачі, проведення чисельних розрахунків, аналіз та співставлення експериментальних і чисельних даних).

Інші публікації та матеріали конференцій:

31. Chashechkin Yu. D., Bardakov R. N., Zagumennyi Ia. V. Flow generated by uniformly moving strip in a continuously stratified fluid. Proc. Topical Problems of Fluid Mechanics, 2010, Prague, Czech Republic, P. 25–27.
32. Загуменний Я. В. Волновая структура течений неоднородной жидкости около наклонной пластины. Праці акустичного симпозіуму «Консонанс-2011». Київ. 2011. С. 129–134.
33. Chashechkin Yu. D., Bardakov R. N., Zagumennyi Ia. V. Stratified flow around a strip: analytical, numerical and laboratory studies. Proc. Topical Problems of Fluid Mechanics, 2012, Prague, Czech Republic. P. 21–22.
34. Zagumennyi Ia. V., Bardakov R. N. Hydrodynamics of the moving plate in an inhomogeneous fluid. Selected Papers Int. Conf. “Fluxes and structures in fluids: Physics of geospheres”. Moscow: MAKSPress. 2012. P. 9–12.
35. Bardakov R. N., Zagumennyi Ia. V. Analytical and numerical calculations of the flow pattern around a moving plate in a stratified fluid. Selected Papers Int. Conf. “Fluxes and structures in fluids”. Moscow: MAKSPress. 2012. P. 163–167.
36. Zagumennyi Ia. V. The features of diffusion-driven flow fine structure around a thin sloping plate. Selected Papers Int. Conf. “Fluxes and structures in fluids: Physics of geospheres”. Moscow: MAKSPress. 2012. P. 158–163.

37. Чашечкин Ю. Д., Загуменный Я. В. Расчет течений непрерывно стратифицированной жидкости с использованием открытых вычислительных пакетов на базе технологической платформы UniHUB. *Труды ИСП РАН*. 2013. Т. 24. С. 87–106.
38. Чашечкин Ю. Д., Загуменный Я. В., Дмитриева Н. Ф. Расчет и визуализация волновых процессов в неоднородных средах. Праці акустичного симпозіуму «Консонанс-2013», Київ, 2013. С. 101–107.
39. Zagumennyi Ia. V. HPC calculations of inhomogeneous fluid flows using open source packages. Proc. Int. Conf. "Cluster Computations", Lviv, 2013. P. 240–247.
40. Zagumennyi Ia. V., Dimitrieva N. F. Parallel computations of stratified flows using continuum mechanics web-laboratory. Proc. Int. Conf. "High Performance Computing", Kyiv, 2013. P. 107–113.
41. Zagumennyi Ia. V. Ground effects on a horizontal plate in a stratified environment. Selected Papers Int. Conf. "Fluxes and structures in fluids". Moscow: MAKSPress. 2014. P. 242–249.
42. Zagumennyi Ia. V., Dimitrieva N. F. Calculation of admixture transport around a horizontal plate in a continuously stratified fluid. Selected Papers Int. Conf. "Fluxes and structures in fluids". Moscow: MAKSPress. 2014. P. 61–68.
43. Загуменный Я. В., Дмитриева Н. Ф. Численное моделирование стратифицированных течений с использованием OpenFOAM. *Труды ИСП РАН*. 2014. Т. 26, Вып. 5. С. 187–200.
44. Чашечкин Ю. Д., Загуменный Я. В. Гидродинамика горизонтальной полосы. *Проблемы эволюции открытых систем*. 2015. Т. 2, Вып. 18. С. 25–50.
45. Voropaev G. A., Zagumennyi Ia. V. Boundary layer perturbations generated by locally deformable surface. Proc. 7th International Conference on Vortex Flows and Vortex Models, 19–22 September 2016, Rostock, Germany, P. 91–94.

46. Voropaev G. A., Zagumennyi Ia. V., Shkvar Ye.A. Vortex formation on an oscillating wing. Proc. 8-th Int. Conf. on Vortex Flows Dynamics, 2018, Xi'an, China, P. 25.
47. Voropaev G. A., Zagumennyi Ia. V. Numerical simulation of flows around unsteady moving bodies. Proc. Int. Conf. High Performance Comput., 2018, Kyiv, P. 179–182.
48. Voropaev G. A., Zagumennyi Ia. V. Boundary layer structure control by actuating local surface oscillations. Proc. European Drag Reduction and Flow Control Meeting, 26–29 March 2019, Bad Herrenalb, Germany, P. 55–56.
49. Voropaev G. A., Zagumennyi Ia. V. Study of flow patterns past an unsteady moving solid for biological and technical applications. Proc. Final AMMODIT Conference “Mathematics for Life Sciences”, 18–22 March 2019, Kyiv, Ukraine, P. 55–56.
50. Zagumennyi Ia. V. Flow vortex structure control past a body by changing its shape and angular position. Proc. Topical Problems of Fluid Mechanics, 2019, Prague, Czech Republic, P. 235–240.
51. Воропаев Г. А., Загуменный Я. В. Структура нестационарного пограничного слоя на деформирующейся поверхности. Праці Міжнародної науково-технічної конференції «Гідроаеромеханіка в інженерній практиці», 27-30 травня 2019, С. 110–114.
52. Загуменный Я. В. Зв'язані методи розв'язання рівнянь механіки рідини і деформівного твердого тіла в задачах гідропружності та біоніки. Матеріали XVI науково-технічної конф. «Інноваційні технології», 2019, Київ. С. 331–335.
53. Chashechkin Yu. D., Zagumennyi Ia. V. Natural unsteadiness of the flow pattern around a plate in numerical simulation and laboratory modeling. Proc. Topical Problems of Fluid Mechanics, 2020, Prague. P. 11–18.

ANNOTATION

Zagumennyi Ya. V. Control problems of unsteady flow structure and integral characteristics of bodies. – Qualifying scientific work on the rights of manuscripts. Thesis for the doctor's degree in physical and mathematical sciences in specialty 01.02.05 "Mechanics of fluid, gas and plasma" – Institute of Hydromechanics of the National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv, 2020.

The thesis is devoted to study of the regularities of wave and vortex formation around motionless and unsteady moving bodies in homogeneous and stratified viscous fluids. The work deals with the processes of interaction of large-scale structural elements in boundary layer and wake flows around bodies, and determines relations between flow structure and local and integral hydrodynamic characteristics of bodies. These studies are of fundamental value since being directly related to the study of unsteady processes of emergence and development of turbulence, a topical fundamental problem still remaining unresolved. A practically valuable part of the thesis is devoted to the development of a number of techniques for control of unsteady flow structure and integral characteristics of bodies with the purpose of drag and pressure reduction. One of the methods developed is based on newly created algorithms for numerical simulation of flows around bodies which perform unsteady oscillations as a whole in the free stream according to a predefined analytical law of motion. In the second approach, a portion of the body surface may remain motionless or move with some phase delay relative to a general law of body motion. In a particular case of this approach, phase delay relative to a rotational-oscillatory motion of a certain portion of the wing tail can be a function of longitudinal coordinate, which implements mathematical model for the waving tail fin of a hydrobion. The third technique is based on a numerical simulation of the coupled problems of fluid-structure interaction based on a rigidly coupled sequential iteration procedure performed at each time step. This approach enables solving the problem of flow around a rigid wing profile with a viscoelastic tail, which can either be passively

deformable body, responsive to flow perturbations, or perform additional oscillatory motions, initiated by the oscillations of the rigid part. All the described methods are implemented on the basis of direct numerical simulation of 3D unsteady equations for incompressible viscous fluid and viscoelastic solid medium using dynamic mesh techniques based on the finite volume method and original program codes of the OpenFOAM utility with open source. The numerical computations were performed on multicore personal computers, the supercomputer of the Institute of Cybernetics of the NASU and other available foreign cluster systems.

The high attention of the world scientific community to the problems of flow control for drag and pressure fluctuation reduction on a body surface is firstly due to the urgent need to save energy resources for vehicles moving in water and air environment or transportation of liquid or gas substances in pipelines. A great practical importance for aviation and shipbuilding, main gas, oil and water pipelines makes the development of boundary layer and separation flow control methods one of the most important tasks for applied aerohydrodynamics. Various methods of vortex or local impact have been developed for efficient flow control, as well as vibration techniques for perturbation suppression by artificial generation of anti-phase waves to the eigen flow structures. In particular, in the Institute of Hydromechanics of the NAS of Ukraine, theoretical and experimental studies on the influence of hydrobionts' skin and features of oscillatory movement of their bodies on the flow structure and dynamics are still ongoing in order to improve or develop effective boundary layer and separation flow control methods. However, the hydrobiont's body is a complex system with a number of special adaptive functions which have been formed during the long-term biological evolution having enabled to develop the most effective ways of movement in the water environment. Therefore, theoretical studies on conditions of intense propulsive force generation on an unsteady moving body, as an analogue to the ability to achieving high speeds of swimming by hydrobionts, should be complex due to the complicated features of oscillatory motion and structure of the body of hydrobionts. In this regard, there is a

need to evaluate as accurately as possible the effects of an actively oscillating surface on the fluid flow, in particular, the features of interaction between deformable hydrobion's body and the incoming flow perturbations that can be implemented by solving a conjugate unsteady problem of fluid-structure interaction using dynamic computational mesh techniques.

The thesis describes in details the regularities of formation and development downstream of eigen perturbations of the boundary layer on a flat surface, which is locally deformed in the form of a travelling wave with fixed amplitude, frequency and phase velocity. The local source of forced 2D wave perturbations on the surface generates the respective 2D boundary layer perturbations, which, as developing downstream, distorts rather fast, transforming into typical Λ -structures and longitudinally oriented vortex elements. The 2D deterministic structures, as developing downstream, lose the clarity of their forms and gradually collapse leading to the loss of the initial deterministic nature of perturbations and, finally, to flow chaotization downstream. The traveling wave parameters are determined, which generate the longest deterministic vortex flow structure downstream and, respectively, result in the greatest effect of laminar-turbulent transition delay in the boundary layer. It is shown the most pronounced deterministic structure of the boundary layer perturbations is formed under the condition of consistency of the parameters of the local forced wave surface perturbation and the 2D Tollmien-Schlichting instability wave. Study of the boundary layer perception to a 2D wave perturbation forced over a certain part of the surface shows that, in case when the forced perturbation wavelength is smaller the Tolmin-Schlichting wavelength, the boundary layer flow pattern preserves the 2D wave structure over the whole length of the deformable surface. When the traveling wavelength is equal to or greater than that of the Tolmin-Schlichting, the 2D perturbation structure is preserved only in the near-wall region of the boundary layer, whereas above the near-wall structures, a second level of 2D perturbations is formed, which rapidly evolve into typical Λ -structures and longitudinally oriented vortex elements. The shear stress distributions on the

surface for different values of the forced perturbation parameters contain local areas of both increase and decrease of its magnitude relative to the respective values on the unperturbed surface. However, due to a significant increase in the boundary layer perturbation region with the deterministic structure, which corresponds to a significant delay downstream of the turbulent regime, an essential integral effect of drag reduction is observed.

In the thesis, the structure and dynamics of viscous incompressible fluid flow around a fixed wing profile is studied for various NACA series and different angles of attack, as well as around an oscillating one for different values of oscillation frequencies and amplitudes. Capabilities of separation and integral characteristics control on the wing profile, which performs rotational-oscillatory motions in the free stream of viscous incompressible fluid, are studied. The conditions for deattachment of the separated flow and the the propulsive force generation on the oscillatory wing profile are determined for the case of high-frequency low-amplitude oscillations, which corresponds to the mode of maintaining the high-speed motion of hydrobionts. It is shown that at values of Strouhal number defined by the maximal vertical deviation of the profile, $St_h = 2f \cdot L_0 \cdot \sin\alpha / U_0 > 0.12$, the wing starts to operate in the propulsive mode which is amplified with a growth of frequency and angular amplitude of the rotational oscillations. The greatest propulsive effect of the oscillating wing with a flexible tail is observed when the phase shift of the tail edge relative to the general law of wing oscillations is equal to $\pi/2$ and the amplitude of its oscillations is maximal in the considered range. However, in reality, the amplitude of oscillations and phase shift of the flexible tail element depends on material elastic properties, so in order to reveal the real unsteady behavior of the flexible part of the profile the numerical computation of a coupled problem of fluid-structure interaction is required.

The thesis presents computation results of the flow around a wing profile with a flexible element made of a viscoelastic material and rigidly fixed from one end to the wing, which can passively oscillate under the action of flow perturbations and

forced oscillations of the rigid part. It is shown the deformable element oscillates with the frequency of vortex formation on the wing surface, as a result of the deformable tail response to compact zones of negative pressure corresponding to the localizations of the vortex elements. In the case when unsteady motion of the viscoelastic tail is driven by forced oscillations of the rigid wing section, unsteady behavior of the viscoelastic element depends on the shear wave propagation speed within the deformable material, as well as on the forced and eigen oscillation frequencies. The $\pi/2$ -phase shift between the forced and free oscillations of the deformable tail is implemented under the condition, $25Lf < C_\mu$, which means that shear wave in the viscoelastic material must pass more than 25 distances equal to the wing tail length for the forced oscillation period, i.e. the eigen oscillation frequency of the wing tail must be 25 times greater than the forced one.

In the thesis, the structure and dynamics of flows around obstacles are studied taking into account the stratification and diffusion effects in a wide range of Reynolds and Froude numbers based on the developed algorithm for numerical solution of the differential equations for continuously stratified fluid mechanics, including Navier-Stokes in the Boussinesq approximation, diffusion of a stratifying component, continuity and linearized state equation. A classification of flow regimes including extra-slow, creeping, wave, vortex and unsteady vortex ones, is given, as well as the basic structural elements of stratified flow, such as waves, vortices, and ligaments – high-gradient thin-layered structures, shells, fibers. The numerical simulation results on diffusion-induced flows are presented, which are formed on fixed impenetrable obstacles as a result of interruption of the diffusion flux of the stratifying component. The diffusion-induced flow structure on an inclined plate consists of a complex system of circulating cells which arise as a result of the formation of ascending and descending flows along the both sides of the inclined plate and interruption of these flows at the plate edges. As the obstacle starts to move, the flow pattern changes significantly: upstream perturbations, internal attached waves and wake vortex flow start to form. The transformations of the stratified flow structure are shown with

increase in values of speed and angle of attack of the moving obstacle, as well as decrease in the buoyancy frequency down to zero that corresponds to the homogeneous fluid case. The computation results of stratified flows around the inclined plate in the vortex mode are presented, which demonstrate that at small angles of attack vortices are generated at the plate leading edge, drift downstream along its sides, and interact with the vortex street generated by the plate trailing edge. As the angle of attack of the plate increases, the unsteady vortex pattern of the stratified flow is significantly complicated due to intensification of the mutual interaction of the vortex structures generated by the plate edges, accompanied by the processes of their structural transformation – splitting, fusion, lamination, and formation of new large-scale and fine-structure vortex flow elements. The calculated patterns of stratified flows are compared with the schlieren images of laboratory visualization, which show a fairly good agreement for all the flow regimes considered, including extra-slow diffusion induced, wave and unsteady vortex ones. The integral characteristics of the plate are analysed for different buoyancy frequencies, velocities and angular positions, which enabled to determine the contribution of wave, vortex, viscous and form drag components to its total value. In the mode of low velocities of the plate movement, the wave drag turns to be a dominant drag component proportional to the vertical scale of the plate and fluid buoyancy frequency. With an increase of the velocity and the vertical scale of the obstacle the vortex drag component appears, which tends to decrease with increasing buoyancy frequency as a result of destructive effects of the stratification on the vortex structure.

Keywords: flow control, boundary layer, flow around a body, vortex structures, stratified flow, internal waves.

The content of the thesis is represented in 53 scientific publications.

ЗМІСТ

ВСТУП	29
РОЗДІЛ 1. ФОРМУВАННЯ НАПРЯМКІВ КЕРУВАННЯ	
ІНТЕГРАЛЬНИМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ ОБТІЧНИХ ТІЛ	59
1.1. Перехідний примежовий шар на поверхні добре обтічного тіла.....	59
1.2. Відривні течії на погано обтічних тілах.....	64
1.3. Активні і пасивні методи керування течіями.....	72
1.4. Керування примежовим шаром за допомогою деформівних поверхонь.....	79
1.5. Генерація сили тяги нестационарними рухами обтічного тіла.....	85
1.6. Висновки до розділу 1.....	90
РОЗДІЛ 2. МОДЕЛЮВАННЯ НЕСТАЦІОНАРНИХ ПРОЦЕСІВ	
ОБТІКАННЯ ДЕФОРМІВНИХ ТІЛ	93
2.1. Математичні моделі механіки суцільних середовищ.....	94
2.1.1. Системи диференціальних рівнянь механіки рідини.....	94
2.1.2. Рівняння руху в'язкопружного деформівного тіла.....	98
2.1.3. Граничні умови на обмежуючих поверхнях та границях розділу середовищ.....	100
2.2. Методи чисельного моделювання.....	102

2.2.1. Обґрунтування вибору застосованих чисельних методів.....	103
2.2.2. Алгоритм розрахунку методом скінченних різниць.....	109
2.2.3. Чисельне розв'язання задач методом скінченного об'єму.....	112
2.2.4. Метод розрахунку зв'язаних задач обтікання деформівних тіл.....	119
2.3. Проведення обчислень у відкритому пакеті OpenFOAM.....	124
2.3.1. Організація етапів чисельного моделювання.....	126
2.3.2. Дискретизація розрахункової області та граничних умов.....	130
2.3.3. Побудова власних вирішувачів та бібліотек динамічних сіток.....	133
2.4. Візуалізація вихрової структури дво- і тривимірних течій.....	139
2.5. Верифікація та тестування чисельних моделей.....	143
2.6. Висновки до розділу 2.....	148

РОЗДІЛ 3. РОЗВИТОК ВЛАСНИХ ЗБУРЕНЬ НА ДЕФОРМІВНІЙ

ОБТІЧНІЙ ПОВЕРХНІ

151

3.1. Структура потоку на гладкій і статично деформованій поверхнях.....	152
3.2. Двовимірна задача розвитку збурень потоку на деформівній поверхні.....	154
3.2.1. Випадок знесених граничних умов на незбурену границю.....	156
3.2.2. Розрахунки з урахуванням змінності форми обтічної поверхні.....	159
3.2.3. Порівняння результатів розрахунків у двох постановках.....	162
3.3. Тривимірна структура течії на локально деформівній поверхні.....	163
3.4. Обтічна поверхня з протяжною активно деформівною областю.....	169
3.5. Висновки до розділу 3.....	175

РОЗДІЛ 4. КОЛИВНЕ КРИЛО У ПОТОЦІ РІДИНИ **177**

4.1. Особливості формування примежових шарів і супутнього сліду на нерухомих крилових профілях.....	178
4.2. Структура і динаміка течії в'язкої нестисливої рідини на коливному крилі.....	184
4.3. Обтікання коливного крила з гнучкою хвостовою частиною.....	193
4.4. Інтегральні характеристики коливного крила.....	197
4.5. Висновки до розділу 4.....	201

РОЗДІЛ 5. НЕСТАЦІОНАРНІ ЗВ'ЯЗАНІ ЗАДАЧІ ОБТІКАННЯ ДЕФОРМІВНИХ ТІЛ **203**

5.1. В'язкопружні конструкції в технічних системах.....	203
5.2. Поперечне обтікання пружної балки потоком в'язкої рідини.....	207
5.3. Структура і динаміка течії на жорсткому крилі з пасивно деформівною хвостовою частиною.....	211
5.4. Обтікання нерухомого крила з активно коливним в'язкопружним хвостовиком.....	219
5.5. Висновки до розділу 5.....	223

РОЗДІЛ 6. НЕСТАЦІОНАРНІ ТЕЧІЇ НЕПЕРЕРВНО

СТРАТИФІКОВАНОЇ РІДИНИ

225

6.1. Математичні моделі стратифікованих течій.....	226
6.2. Тіньова лабораторна візуалізація.....	231
6.3. Класифікація за типами рідин, структурних елементів і режимів стратифікованих течій.....	234
6.4. Теоретичний аналіз течій, індукованих дифузією на топографії.....	239
6.5. Аналітичний розв'язок задачі генерації полів внутрішніх хвиль при русі полоси вздовж похилої траєкторії.....	241
6.6. Висновки до розділу 6.....	244

РОЗДІЛ 7. НАДПОВІЛЬНИЙ І ХВИЛЬОВИЙ РЕЖИМИ

СТРАТИФІКОВАНИХ ТЕЧІЙ

247

7.1. Течії, індуковані дифузією на непроникній перешкоді.....	248
7.2. Розрахунок полів внутрішніх хвиль при русі похилої пластини у стратифікованому середовищі.....	263
7.3. Структура стратифікованої течії навколо вертикальної пластини.....	270
7.4. Порівняння чисельних результатів з аналітичними розв'язками і картинами тіньової візуалізації.....	279
7.5. Висновки до розділу 7.....	288

РОЗДІЛ 8. ВИХРОВИЙ РЕЖИМ СТРАТИФІКОВАНИХ ТЕЧІЙ	291
8.1. Структура і динаміка течії навколо горизонтальної пластини в нестационарному вихровому режимі.....	292
8.2. Нестационарні особливості формування вихрової структури стратифікованої течії навколо похилої пластини	311
8.3. Вплив геометричних модифікацій горизонтальної пластини на структуру і динаміку вихроутворення.....	320
8.4. Порівняння чисельних результатів з експериментальними даними.....	329
8.5. Висновки до розділу 8.....	335
ВИСНОВКИ	337
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	342
ДОДАТОК	371

ВСТУП

Можливість зниження опору тертя і рівня пульсацій тиску має велике практичне значення для авіа- і кораблебудування при конструюванні економічних та швидкохідних морських і повітряних суден з фіксованою енергетикою, а також магістральних газо-, нафто- та водопроводів. Основними складовими повного опору транспортного засобу, на подолання якого витрачається до 90 % споживаного палива, є опори: тертя, індуктивний, хвильовий, обумовлений інтерференцією і викликаний нерівностями поверхні. У крейсерському режимі руху транспортного засобу внесок перших двох складових доходять до 70 %, тому стає очевидним, що проблема зниження аерогідродинамічного опору тіл при русі в рідкому і повітряному середовищах є актуальною в сучасній аерогідромеханіці і являє собою великий резерв економії енергоресурсів, продовжуючи залишатися однією з основних задач прикладної аеро- і гідродинаміки.

Очевидно, що більшість конструкторських ідей для створення різних технічних пристроїв були запозичені в тій чи іншій мірі у живої природи: нові принципи польоту і плавання, безколісного руху, побудови різних маніпуляторів і т.п. розроблялися на основі вивчення руху птахів, комах, морських тварин, будови їх шкіри, м'язів, суглобів, кісток. У процесі довготривалої біологічної еволюції пристосувальницькі функції організму тварин постійно вдосконалювалися, стимулювалися і підтримувалися боротьбою за виживання, що дозволяло їм існувати в складних умовах і ефективно пересуватися в неперервно мінливому зовнішньому середовищі. На основі вивчення будови організму тварин і особливостей їх руху в повітряному і водному середовищах було запропоновано ряд конструкторських розробок і методів керування потоком, які дозволили значно збільшити швидкість руху водних суден і літальних апаратів.

Для керування перехідними процесами було розроблено різноманітні методи вихрового або локального впливу, що дозволяють ефективно керувати

обтіканням, а також вібраційні методи придушення збурень за рахунок штучної генерації хвилі в протифазі до існуючого збурення. Найбільший розвиток на даний час отримали активні методи керування, однак і пасивні методи не втратили свого значення, оскільки їх використання не вимагає вкладу енергії для досягнення ефекту зменшення опору. Найбільш поширеними методами керування течіями на сьогоднішній день є руйнівники великих вихорів (LEBU), вдув-відсмоктування, мікромеханічні системи, ріблети, а також податливі покриття, активно коливні структуровані поверхні тощо. Кожен із методів керування реалізує певні фізичні механізми впливу на структуру течії, зокрема, зменшення поздовжнього імпульсу поблизу стінки (реалізація несприятливого градієнта тиску); зміна граничних умов на обтічній поверхні (ріблети, податливі пружні покриття); поглинання енергії турбулентних пульсацій (в'язко-пружні покриття); зміна граничних умов всередині примежового шару (вдув-відсмоктування, LEBU); придушення турбулентних пульсацій швидкості і тиску (МЕМС-датчики).

Велика кількість робіт по стійкості ламінарно-турбулентного перехідних процесів у примежовому шарі при обтіканні тіл потоком рідини або газу, що є важливими як з позиції фундаментального описання проблеми турбулентності, так і практичних застосувань з метою зниження опору транспортних засобів, з'явилася в 60-х роках минулого століття, коли дослідження гідромеханіки і біології було об'єднано у новий науковий напрямок – гідробіоніку. Експериментальні й теоретичні дослідження в рамках даної науки було зосереджено, головним чином, на вивченні структури шкіри гідробіонтів і особливостей руху їх тіла, зокрема, хвостової частини і плавників з метою створення ефективних транспортних засобів, що використовують деформівні поверхні і коливні крила в якості робочих елементів.

Історія методу керування потоком на основі деформівних поверхонь починається з експериментальної роботи Крамера, в якій було отримано суттєве зменшення опору тіла обертання з в'язкопружним покриттям, який моделює

шкіру дельфіна, у порівнянні з опором твердого тіла тієї ж форми, що обтікається турбулентним потоком. Цими результатами Крамер запропонував пояснити парадокс Грея, який стверджував, що дельфін нездатен плавати з такими швидкостями за енергетичними можливостями, не володіючи певним механізмом, що знижує опір тіл до ламінарного режиму обтікання. Перші теоретичні та експериментальні дослідження було присвячено переважно задачам стійкості ламінарного потоку на деформівній поверхні, які показали здатність коливної обтічної поверхні як прискорювати перехідні процеси в турбулентний режим, що може призводити до значного збільшення опору тіла, так і затягувати ламінарно-турбулентний перехід, а також запобігати ранньому відриву потоку, що може досягатися при певних умовах взаємодії вимушених і власних збурень примежового шару. Пізніше була вивчена здатність пружнодемпфуючих покриттів змінювати характеристики потоку при турбулентному режимі обтікання, зокрема, досліджено можливість в'язкопружних покриттів поглинати енергію турбулентних пульсацій. Хоча всі ці роботи й не дали однозначної відповіді на питання, якими мають бути пружні й демпфуючі характеристики покриття для отримання стійкого ефекту зниження опору, проте одностайно показали, що секрети здатності гідробіонтів ефективно керувати структурою і динамікою течій далеко не розкриті і дана проблема потребує більш детального аналізу. Один із найбільш перспективних напрямків теоретичного аналізу даної проблеми є чисельне розв'язання зв'язаної задачі механіки рідини і деформівного твердого тіла, що може пролити світло на особливості нестационарної взаємодії збуреного потоку рідини з обтічним в'язкопружним покриттям і більш адекватно оцінити вплив пружних і демпфуючих властивостей покриття на структуру і динаміку течії.

Інтерес до вивчення фізичних механізмів, що лежать в основі генерації підйомної сили і тяги при русі аеро- і гідробіонтів, стимулювали велике число наукових робіт по дослідженню динамічних характеристик обтічного коливного пружного крила. Махаюче крило є одним з головних природних

рушіїв, що дозволяє досягати високої швидкості руху при досить малих витратах біологічного палива. Наприклад, птахи під час міграційного перельоту над океаном долають без відпочинку величезні відстані з малою втратою своєї маси, а риба-меч може рухатися зі швидкістю до 130 км/год. Інтерес до дослідження особливостей польоту аеробіонтів і плавання гідробіонтів з великими швидкостями виник давно, проте просунутися в розумінні механізму утворення сили тяги вдалося лише в ХХ ст., коли була створена, як лінійна, так і нелінійна теорії крила в нестационарному потоці. Виявлені особливості вихроутворення на поверхні махаючого крила в порівнянні з вихровою структурою течії на нерухомому профілі і в сліді за ним, дозволило не тільки пояснити механізм утворення пропульсивної сили гідробіонтами, а й сформулювати задачу пошуку оптимальних законів руху тіл у водному і повітряному середовищах для їх безвідривного обтікання.

Створення ефективних і раціональних методів керування течіями і динамічними характеристиками обтічних тіл є неможливим без детального теоретичного та експериментального дослідження структури і динаміки течій навколо обтічних тіл. Так, методи керування течією в примежовому шарі на добре обтічній поверхні в режимі ламінарно-турбулентного переходу передбачають наявність вихідної інформації про структуру власних збурень у примежовому шарі і закономірності їх конвективної стійкості. Розробка методів керування відривними течіями на погано обтічних тілах вимагає додаткової інформації про нестационарні особливості зародження та розвитку відривних зон і структури супутньої течії в сліді за обтічним тілом при зміні базових параметрів задачі, зокрема, форми і кутового положення обтічного тіла, якості його поверхні, властивостей оточуючого середовища, зовнішніх динамічних і збурюючих впливів і т.п. З практичної точки зору такі дослідження дозволяють оцінити потенційну ефективність керування власними збуреннями за допомогою того чи іншого методу керування і виявити фізичні механізми утворення тяги та підйомної сили. З іншого боку вивчення структури і

динаміки течій при обтіканні перешкод в широкому діапазоні чисел Рейнольдса, особливо в режимі ламінарно-турбулентного переходу, дозволяє просунути в розумінні процесів зародження і розвитку явища турбулентності – гострої фундаментальної проблеми, яка й по сьогоднішній день залишається відкритою і вкрай актуальною.

В рамках усталеного традиційного уявлення примежовий шар на добре обтічній поверхні в режимі ламінарно-турбулентного переходу являє собою складну систему еволюціонуючих когерентних вихрових структур, розвиток яких вниз за потоком уздовж обтічної поверхні проходить через ряд окремих перехідних етапів. На першій стадії перехідного процесу формуються плоскі хвилі нестійкості Толлміна-Шліхтинга, які згодом деформуються в обох напрямках – як уздовж, так і поперек набігаючого потоку, що поступово призводить до утворення характерних тривимірних Λ -структур. Далі відбувається відрив або складання головних ділянок цих структур і злиття слідує одна за одною їх поздовжніх бічних частин – утворення вихрової системи із взаємно-протилежним обертанням сусідніх поздовжніх вихорів. Потім слідує заключний етап перехідного процесу в турбулентний режим, коли істотно змінюється форма та інтенсивність вихрових структур – відбувається перехід від прямолінійної до звивистої траєкторії їх руху з подальшим зривом периферичних звивистих частин. На основі досліджень законів розвитку когерентних вихрових структур в примежовому шарі було запропоновано гіпотезу про те, що при відповідному керуванні цими структурами можна впливати на кінематичні параметри примежового шару. При цьому необхідно забезпечити вплив тільки на збурений рух, тобто не на весь примежовий шар, а на його малу область, де сформовано ядро когерентних вихрових структур, а також на область примежового шару, де відбувається основний обмін компонентів енергії.

В літературі також приділяється велику увагу дослідженням структури і динаміки відривних течій рідини і газу, які, як правило, проводяться для

випадків погано обтічних тіл досить простої форми, таких як похила пластина, циліндр, сфера, призматичне тіло і т.п. Такі дослідження мають суттєву фундаментальну і прикладну цінність, зокрема, для розрахунку опору тертя елементів корпусів транспортних засобів, кораблів, підводних човнів тощо. На поверхні погано обтічних тіл внаслідок переважання позитивного градієнту тиску над силами тертя відбувається відрив потоку – одне з найбільш складних і важливих аерогідродинамічних явищ, яке призводить до втрати кінетичної енергії і погіршення динамічних характеристик обтічного тіла. Наприклад, у сліді за обтічним циліндром, починаючи з певних чисел Рейнольдса, внаслідок зриву потоку виникають два симетричних вихори, поздовжній розмір яких з ростом швидкості потоку поступово збільшується. Далі один з вихорів починає швидко збільшуватися в розмірах, і відбувається його відрив від поверхні циліндра і подальший рух вниз за потоком. По черзі відриваючись то з одного, то з іншого боку циліндра, вихори розповсюджуються вниз за потоком і утворюють доріжку Кармана, яка в тій чи іншій мірі властива всім погано обтічним тілам, наприклад, в сліді за похилою пластиною. Як правило, відрив потоку з поверхні тіла призводить до зменшення несучої здатності і збільшення його лобового опору, а також погіршення моментних характеристик, проте, керуючи ними, можна створити необхідні сили і моменти, тим самим покращити гідродинамічні характеристики обтічного тіла. Для кожного типу відривної течії вибір ефективних засобів впливу вимагає не тільки розуміння структури течії, але й її поведінки під впливом зовнішніх збурень, що дозволяє вивчити можливості керування відривом потоку шляхом обертання, коливання, а також внесення різних тіл в область сліду. Тому дослідження структури і динаміки течій навколо погано обтічних тіл представляють собою окрему фундаментальну цінність, зокрема, з урахуванням впливу зовнішніх динамічних і збурюючих факторів, а також неоднорідності середовища. При цьому, у випадках тіл досить простої форми, таких як пластина, циліндр, клин і т.п., існує добра нагода верифікації новостворюваних обчислювальних моделей

шляхом порівняння отриманих результатів з існуючою великою кількістю експериментальних, аналітичних та чисельних даних.

У природніх умовах структура і динаміка течій також залежать від реальних властивостей рідин, оскільки їх густина в навколишньому середовищі і промислових пристроях не є постійною внаслідок неоднорідності розподілів концентрації розчинених речовин, зважених часток, газових бульбашок, температури, стисливості середовища і впливів зовнішніх нестаціонарних факторів, що під дією сили плавучості призводить до формування стійкої стратифікації з величиною періоду плавучості, що варіюється в діапазоні від декількох секунд у лабораторних умовах і до десяти хвилин в атмосфері і гідросфері Землі. Хоча варіації густини, як правило, невеликі, але вони можуть якісно змінювати характер течій рідини, структури вихорів, розподілу сил і моментів. З варіаціями густини рідини також пов'язано ряд ефектів, відсутніх в однорідній рідині, зокрема, існування специфічних видів хвиль і тонкої структури середовища.

Дослідження течій рідини з урахуванням ефектів стратифікації і дифузії розчинених речовин – невід'ємних властивостей навколишніх середовищ, містить великий фундаментальний інтерес і практичну цінність. В реальних умовах навколишнього середовища течії рідин формуються і розвиваються під впливом неперервно мінливих зовнішніх динамічних факторів і внутрішніх властивостей середовища, що має неминучий вплив на тонкоструктурні компоненти течій. У зв'язку з цим, фундаментальні проблеми виникнення й розвитку турбулентності вимагають комплексних досліджень течій з урахуванням важливих невід'ємних властивостей середовища і впливу зовнішніх факторів, зокрема, ефектів стратифікації і дифузії.

Малі варіації густини, що присутні в рідинах, дозволяють візуалізувати стратифіковані течії за допомогою тіньових інструментів без внесення додаткових барвників або твердих частинок, які, як правило, змінюють реологічні властивості досліджуваної рідини і впливають на тонку структуру

течій. Найбільш яскраві і барвисті картини тіньової візуалізації стратифікованих течій навколо перешкод в лабораторних умовах отримано, зазвичай, при досить великих значеннях частоти плавучості, що має не так багато аналогів у природних системах, проте використання критерію подібності Фруда дозволяє екстраполювати дані результати на природні умови. Результати лабораторної візуалізації течій дозволяють проводити тестування та валідацію чисельних моделей шляхом якісного та кількісного порівняння розрахованих і лабораторних даних, а також використовувати результати порівняння для розробки й удосконалення методик чисельного моделювання течій з додатковим контролем точності обчислень.

Більшість практично цінних задач не може бути розв'язано за допомогою аналітичних підходів у загальному вигляді, а лише для деяких окремих випадків при ряді строгих припущеннях. Тому дослідження обтікання нестационарно рухомих тіл, що проведено у даній роботі, зокрема, з урахуванням ефектів стратифікації і дифузії, базуються саме на використанні чисельних підходів. Теоретичні дослідження фізичних явищ і процесів з широким застосуванням інформаційних технологій і обчислювальних методів дозволяють проводити дослідження складних взаємопов'язаних процесів в рамках обчислювального експерименту. Проте, навіть у сучасних умовах інформаційного прогресу чисельне моделювання розглядуваних задач обтікання нестационарно рухомих тіл є досить складною проблемою, оскільки вимагає реалізації методів динамічних розрахункових сіток, побудови складних зв'язаних алгоритмів розрахунку течій рідини і руху деформівного твердого тіла, високої просторово-часової дискретизації розрахункової області, а також досить потужних обчислювальних ресурсів.

Існує ряд підходів до чисельного моделювання течій рідини, які мають свої певні переваги й недоліки. Один з найбільш відомих підходів до моделювання турбулентних течій ґрунтується на розв'язанні рівнянь Нав'є-Стокса, локально усереднених за часом на основі гіпотези Рейнольдса (RANS-метод), для

замикання яких використовуються різні алгебраїчні або диференціальні моделі турбулентної в'язкості, що містять ряд емпіричних констант. Перевага даного підходу полягає у можливості проводити розрахунки турбулентних течій при великих числах Рейнольдса, а основними недоліками даного підходу є певна довільність у виборі констант моделі, значеннями яких доводиться варіювати в кожному конкретному випадку, а також істотне згладжування вихрової структури течій внаслідок використання процедур осереднення фізичних змінних. Тому використання такого підходу в перехідному режимі течії, коли важливо простежити просторово-часову еволюцію тонкої структури вихрової течії, є небажаним.

Останнім часом для розрахунку турбулентних течій активно використовується LES-метод – моделювання великих вихорів, ідея якого полягає у проведенні розрахунку тривимірного нестационарного крупномасштабної турбулентної течії з використанням процедури просторового фільтрування, яка виділяє великі вихрові структури, а вплив вихорів менших масштабів, ніж розміри комірок розрахункової сітки, замінюється емпіричними моделями.

Одним із пріоритетних на сьогоднішній день напрямків розрахунку течій є пряме чисельне моделювання (DNS-метод), яке ґрунтується на чисельному розв'язанні рівнянь Нав'є-Стокса без використання будь-яких моделей турбулентності. Складність прямого чисельного моделювання обумовлена перш за все тим, що для отримання достовірного результату такий підхід вимагає розрахування всіх крупно- і дрібномасштабних структурних елементів нестационарних течій, для чого необхідна висока просторово-часова дискретизація задачі і використання ефективних чисельних схем підвищеного порядку точності. З метою економії обчислювальних ресурсів при прямому чисельному моделюванні часто використовують статичне локальне подрібнення сітки в певних частинах розрахункової області, де передбачається концентрація найбільших збурень потоку, або динамічне локальне подрібнення

розрахункової сітки в процесі обчислень на основі наперед заданих критеріїв та алгоритмів. Застосування процедур динамічного локального подрібнення сітки поряд з використанням високопродуктивних обчислювальних систем робить метод прямого чисельного моделювання менш витратним за часом з явними перевагами над методами RANS і LES щодо розрахунків перехідних і відривних течій рідини. Крім високої просторової роздільної здатності розрахункової області метод прямого чисельного моделювання вимагає використання ефективних чисельних схем не нижче другого порядку точності, як за часом, так і в просторі.

У багатьох випадках застосування центрально-різницевої схеми для апроксимації конвективних членів призводить до нестійкості і появи нефізичних осциляцій розв'язку, тому для досягнення стійкості процедури дискретизації було запропоновано клас різницевих схем, що ґрунтуються на різницях проти потоку, а також різні види гібридних і змішаних схем, що використовують перемикачі між центральними та протипотоковими різницями або схемами більш високого порядку. Проте всі перераховані вище схеми або сильно жертвують точністю, або не гарантують монотонності розв'язку. Тому був розроблений новий клас чисельних схем підвищеного порядку апроксимації на основі принципу незростання повної варіації розв'язку, або TVD-схеми, основними перевагами якої є високий порядок точності, відсутність нефізичних осциляцій на розривах і виконання умови неспадання ентропії. Для гарного розрахунку досліджуваного фізичного процесу в часі інерційні члени рівнянь Нав'є-Стокса дискретизуються на основі неявної трьохточкової несиметричної схеми другого порядку з різницями назад.

Нелінійність рівняння збереження імпульсу являє собою ще одну проблему при чисельному моделюванні, оскільки використання вирішувачів для нелінійних систем рівнянь є досить складною і витратною процедурою. Тому перевагу, як правило, віддається застосуванню різних процедур лінеаризації, коли конвективний член трактується як перенос швидкості

потокотом і розраховується за вже відомими значеннями на попередньому кроці за часотом. Потім для уточнення значень швидкості використовується ітераційна процедура, яка повторюється необхідну кількість разів.

Одна з основних проблем при чисельному розв'язанні рівнянь Нав'є-Стокса для нестисливої рідини полягає в слабкому узгодженні полів швидкості і тиску, що вирішується, як правило, введенням гіпотези штучної стисливості, або методу розрахунку рівняння для тиску. Ідея останнього класу методів полягає в тому, щоб сформулювати рівняння Пуассона для корекції тиску, а потім обчислювати нові значення полів тиску і швидкості доти, поки не буде отримано поле швидкості, що задовільняє умові нестисливості. У цей клас методів входять MAC метод, алгоритм SIMPLE, включаючи його удосконалення – SIMPLER і SIMPLEC, а також алгоритми PISO і PIMPLE (гібридна PISO-SIMPLE процедура), що представляють собою стійкі, добре збіжні алгоритми для розрахунку нестационарних задач, зокрема, з використанням динамічних розрахункових сіток.

Важливим аспектом чисельного моделювання розглядуваного класу задач обтікання нестационарно рухомих тіл є побудова бібліотек динамічних та адаптивних розрахункових сіток, що дозволяють враховувати нестационарний рух границь розрахункової області і раціонально керувати локальним згущенням розрахункової сітки в динамічному (автоматичному або «ручному») режимі. Найбільш популярний метод побудови динамічних сіток для випадку відносно невеликих обертових деформацій границі полягає у чисельному розв'язанні рівняння Лапласа для компонент переміщення вузлів сітки в залежності від заданого нестационарного закону руху границі, що дає можливість отримувати ортогональну сітку по всій розрахунковій області на кожному часовому кроці. Адаптивні розрахункові сітки забезпечують локальне подрібнення сітки, або статично – безпосередньо перед проведенням обчислень в певних областях, де передбачається концентрація найбільших збурень потоку, або динамічно – в процесі виконання розрахунків на основі певних наперед

заданих критеріїв та алгоритмів. Розробка економних і раціональних алгоритмів реалізації методів динамічних і адаптивних сіток при чисельному розв'язанні конкретних практичних задач є найбільш актуальною саме при використанні прямого чисельного моделювання, яке на сьогоднішній день є найбільш перспективним підходом, враховуючи стрімкий розвиток комп'ютерних технологій, але, разом з тим, гостро потребуючим створення нових алгоритмів оптимізації розрахунків.

Особливо важливим досягненням у чисельному моделюванні стала розробка методів розрахунку нестационарних зв'язаних задач механіки рідини і деформівного твердого тіла, які мають дуже широке поле практичних застосувань, зокрема в гідробіоніці, гідропружності, авіа- та кораблебудуванні, де зростає кількість випадків застосування різноманітних конструкцій з гнучкими робочими елементами внаслідок виявлення ряду їх переваг над відповідними жорсткими аналогами. Такі підходи мають високу перспективу розвитку в умовах зростаючої швидкості та точності високопродуктивних обчислень. Проте, багато питань чисельного моделювання зв'язаних задач залишається невирішеними або недопрацьованими, зокрема, нерозвинутість монолітного підходу, що найкраще відповідає фізичній природі модельованого явища, оскільки дозволяє безпосередньо отримувати узгоджений розв'язок; досить погана збіжність ітераційних процедур задовільнення кінематичних і динамічних граничних умов на границі контакту середовищ у розділеному підході, що суттєво сповільнює швидкість розрахунків; відсутність єдиного чисельного методу, який би був однаково ефективний, як для розв'язання задач механіки рідини, так і деформівного твердого тіла, та багато інших недоліків.

Таким чином, розробка методів керування течіями та інтегральними характеристиками обтічних тіл є надзвичайно актуальною і практично цінною задачею, ідеї вирішення якої можуть лежати в площині дослідження механізмів утворення пропульсивної і підйомної сили гідро- та аеробіонтами. Розглядувані в даній дисертаційній роботі нестационарні задачі керування ламінарно-

турбулентним переходом за допомогою локально деформівної обтічної поверхні та відривними течіями на криловому профілі шляхом ініціювання його коливних рухів, що розв'язуються на основі методів прямого чисельного моделювання з використанням високопродуктивних обчислень, дають можливість просунутись у розумінні фундаментальних процесів зародження і розвитку турбулентності, а також вивчити механізми і сформулювати умови зниження опору тертя на поверхні добре обтічних тіл та виникнення пропульсивної сили на коливних тілах.

Обґрунтування вибору і актуальність теми. У зв'язку з нагальною потребою економії енергетичних ресурсів на сьогоднішній день дуже гостро стоять задачі керування течіями з метою зниження опору та рівня пульсацій тиску при русі транспортних засобів у водних і повітряних середовищах, вирішення яких має велике практичне значення для авіа- і кораблебудування, а також для магістральних газо-, нафто- та водопроводів при транспортуванні рідких та газоподібних речовин. До 70 % споживаного палива транспортні засоби витрачають на подолання в'язкого та індуктивного опору, тому розробка методів керування примежовим шаром і відривними течіями на обтічних тілах залишається однією з основних задач прикладної аеро- і гідродинаміки.

Для керування течіями було розроблено різноманітні методи вихрового або локального впливу, що дозволяють ефективно керувати обтіканням, а також вібраційні методи придушення збурень за рахунок штучної генерації протифазної хвилі до власних збурень потоку, серед яких найбільш розповсюдженими є методи LEBU, MEMS, вдув-всмоктування, ріблети, податливі та коливні поверхні. Зокрема, в Інституті гідромеханіки НАН України по сьогоднішній день тривають теоретичні розроблення методів керування примежовим шаром та відривними течіями, а також експериментальні дослідження структури шкіри гідробіонтів та особливостей коливного руху їхніх тіл. Було дано практичні рекомендації щодо параметрів обтічних в'язкопружних покриттів, що забезпечують зниження опору тертя та

інтенсивності турбулентних пульсацій у примежовому шарі, а також варіанти конструкторських розробок транспортних засобів з деформівною поверхнею і коливним крилом в якості робочих елементів, що забезпечують виникнення пропульсивної сили на обтічному тілі при здійсненні ним вимушених коливних рухів. Проте, організм гідробіонта є надскладною системою зі сформованими протягом довготривалої біологічної еволюції пристосувальними функціями, що дозволили розвинути найбільш ефективні способи плавання, тому теоретичні дослідження умов виникнення найбільш інтенсивної пропульсивної сили на обтічному тілі, що відповідає здатності гідробіонтів досягати великих швидкостей пересування у водному середовищі, мають носити комплексний характер із врахуванням складної будови тіла і особливостей коливного руху гідробіонтів. У зв'язку з цим виникає необхідність якомога точніше оцінити вплив активних коливних рухів обтічної поверхні на потік рідини, а також особливості взаємодії пасивно деформівної поверхні тіла гідробіонта зі збуреннями набігаючого потоку, що можливо реалізувати шляхом розв'язання спряженої нестационарної задачі механіки рідини і деформівного твердого (в'язкопружного) тіла.

Дослідження умов виникнення і розвитку вихрових утворень у примежових шарах на добре обтічних поверхнях та у супутньому сліді за погано обтічними тілами є важливими не тільки з практичної точки зору з метою оцінки потенційної ефективності керування течіями з використанням того чи іншого методу керування, а й з позиції фундаментальних досліджень нестационарних процесів зародження й розвитку турбулентності – гостро актуальної проблеми, що досі залишається невирішеною. Тому на сьогоднішній день продовжують активно проводитись фундаментальні як теоретичні, так і експериментальні дослідження просторово-часової еволюції структури власних вихрових збурень у примежовому шарі на обтічній поверхні в режимі ламінарно-турбулентного переходу з використанням високороздільних методів чисельного моделювання і новітніх засобів лабораторної візуалізації течій. Не

менш актуальними залишаються фундаментальні дослідження процесів формування відривних течій та розвитку їх структури вниз за потоком у супутньому сліді за погано обтічними тілами, при чому найбільшої уваги приділяється саме вивченню відривних течій на обтічних тілах найпростішої форми – циліндру, похилої пластини, клину тощо.

Новий напрямок фундаментальних досліджень обтікання тіл пов'язаний з вивченням ефектів стратифікації та дифузії, вплив яких проявляється навіть у початково нерухомій рідині без внесення додаткових механічних збурень як результат переривання молекулярного потоку речовини на нерухомій непроникній перешкоді. Хоча варіації густини у стратифікованих середовищах, як правило, невеликі, але вони можуть істотно змінювати характер течій рідини, структури вихорів, розподілу сил і моментів за рахунок прояву ряду ефектів, відсутніх в однорідній рідині, зокрема специфічних видів хвиль і тонкої структури середовища. Лабораторні досліди показують, що тонкоструктурні елементи течій, індукованих дифузією на нерухомій перешкоді, не зникають з початком її руху, а ускладнюються і тоншають, трансформуючись у високоградієнтні прошарки, що повільно еволюціонують і розділяють внутрішні хвилі та вихровий слід. З практичної точки зору наявність малих варіацій густини у стратифікованих рідинах дозволяє візуалізовувати тонку структуру течій навколо перешкод за допомогою тіньових приладів, які реєструють варіації освітленості лінійно пропорційні горизонтальній компоненті градієнту густини для водного розчину кухонної солі, що зазвичай використовується для створення стійкої неперервної стратифікації.

Більшість практично цінних задач можливо розв'язувати у загальному вигляді та без суттєвих спрощень лише з використанням різноманітних методів чисельного моделювання, які з появою і розвитком кластерних систем та технологій паралельного програмування починають грати все більш важливу роль у прикладних та фундаментальних дослідженнях. Для розрахунку течій

рідин у перехідному ламінарно-турбулентному режимі найбільш доцільним підходом є використання методів прямого чисельного моделювання, які при умові застосування високоточних чисельних схем і високої роздільної здатності розрахункової сітки дозволяють найбільш адекватно описувати нестационарні тонкоструктурні процеси розвитку власних збурень у відривних течіях і примежових шарах без використання додаткових конститутивних моделей турбулентності. Розробка методів прискорення швидкості та оптимізації алгоритмів високопродуктивних обчислень на основі прямого чисельного моделювання з високим ступенем дискретизації розрахункової області і використанням динамічних адаптивних сіток мають велику перспективу подальшого розвитку і широкого застосування в розв'язанні практично цінних задачах аеро- і гідродинаміки. Особливо важливим нещодавнім досягненням у чисельному моделюванні стала розробка методів розрахунку нестационарних зв'язаних задач механіки рідини і деформівного твердого тіла, які мають дуже широке поле практичних застосувань і високу перспективу розвитку в умовах зростаючої швидкості й точності високопродуктивних обчислень.

Актуальність роботи полягає у необхідності досліджень процесів розвитку власних збурень у примежових шарах та вихроутворення в сліді за обтічними тілами, а також розробки нових та модернізації вже існуючих методів керування течіями, зокрема на основі результатів чисельного моделювання зв'язаних задач механіки рідини і деформівного твердого тіла.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Робота виконана відповідно до плану науково-дослідних робіт Інституту гідромеханіки НАН України, а також в рамках наукових програм, бюджетних тем і фундаментальних досліджень: бюджетна тема відділу гідробіоніки та керування примежовим шаром «Керування характеристиками примежового шару та відривом системою розподілених генераторів вихорів» (номер державної реєстрації 0115U002829); спільний науковий проект НАН України – РФФД «Нелінійні поверхневі хвилі у в'язкій неоднорідній рідині» (проект №

18-01-12); науково-дослідна робота «Моделювання керування динамічною структурою хвильових та вихрових полів у пристінних турбулентних течіях при їх взаємодії з обтічною поверхнею, що деформується, шляхом зміни динамічних і геометричних характеристик цієї поверхні» (номер державної реєстрації 0112U000292); бюджетна комплексна тема «Гідродинаміка та тепло-масообмін багатofазних пристінних течій» (номер державної реєстрації 0117U000498).

Мета дисертаційної роботи. Вивчення умов виникнення і розвитку вихрових утворень у примежовому шарі та супутньому сліді за обтічними тілами, взаємодії різномасштабних структур і їх вплив на локальні та інтегральні гідродинамічні характеристики тіл у залежності від чисел Рейнольдса і Фруда. Розробка методів керування цими процесами для зменшення опору тертя і тиску.

Завдання дослідження, які вирішені в процесі виконання роботи.

– Побудовано алгоритми чисельного розв’язання задач обтікання тіл довільної форми, що здійснюють нестационарний рух за заданим законом у потоці однорідної і стратифікованої рідин, з використанням методів скінченного об’єму та скінчених різниць на базі оригінальних програмних кодів власної розробки з використанням розроблених бібліотек динамічних розрахункових сіток в рамках обчислювального пакету OpenFOAM.

– Виконано чисельне моделювання спряженої задачі обтікання твердого тіла із жорстко приєднаним до нього елементом в’язкопружного матеріалу потоком в’язкої нестисливої рідини, що ґрунтується на застосуванні на кожному часовому кроці ітераційної процедури послідовного розв’язання нестационарних рівнянь механіки рідини і деформівного твердого тіла у повній Лагранжевій постановці в рамках метода скінченного об’єму.

– Проведено детальний параметричний аналіз задачі обтікання локально деформівної поверхні, що коливається за законом біжучої хвилі фіксованої довжини, фазової швидкості та амплітуди, який дозволив виявити

взаємозв'язок параметрів генерованої хвилі із структурою примежового шару, що формується на обтічній поверхні.

– Досліджено структуру течії та гідродинамічні характеристики крилового профілю, що здійснює обертально-коливальні рухи у потоці в'язкої нестисливої рідини, в залежності від амплітуди і частоти вимушених коливань, а також характеру руху додаткового хвостового елемента, який може бути як абсолютно жорстким і виконувати активні коливання з певною фазовою затримкою відносно загального закону вимушеного руху, так і в'язкопружним з можливістю пасивного деформування під дією збурень потоку.

– Проведено серії чисельних розрахунків течій неперервно стратифікованих та однорідних рідин навколо перешкод в залежності від їх форми, розмірів та положення у широкому діапазоні чисел Рейнольдса і Фруда; оцінено вплив ефектів стратифікації та дифузії на структуру і динаміку течій, що формуються навколо обтічних перешкод; проаналізовано особливості нестационарного формування течій при імпульсному старті перешкоди у товщі неперервно стратифікованої рідини.

– Виконано якісне та кількісне порівняння розрахованих полів стратифікованих течій з картинами лабораторної тіньової візуалізації, що отриманими у неперервно стратифікованому басейні; на основі аналізу результатів чисельного і лабораторного моделювання проведено класифікацію режимів і структурних елементів стратифікованих течій навколо перешкод; проаналізовано вплив ефектів стратифікації на структуру вихрової течій у сліді за перешкодою шляхом порівняння розрахованих картин течії однорідної рідини з відповідними лабораторними тіньовими зображеннями, отриманими методом густинних міток.

Об'єктом дослідження є течії в'язкої нестисливої рідини в примежових шарах та сліді за нестационарно рухомими тілами.

Предмет дослідження – взаємозв'язок хвильової та вихрової структури течій з інтегральними характеристиками обтічних тіл, процеси хвиле- та вихроутворення навколо нестационарно рухомих тіл.

Наукова новизна отриманих результатів:

- Розроблено методику керування нестационарною структурою течій та інтегральними характеристик обтічних тіл на основі нових алгоритмів прямого чисельного розв'язання задач обтікання тіл, що здійснюють нестационарні рухи за заданим законом у потоці рідини.

- Вперше побудовано алгоритм чисельного розв'язання спряжених задач механіки в'язкої нестисливої рідини і в'язкопружного твердого тіла на основі жорстко зв'язаного послідовного ітераційного алгоритму з використанням метода скінченного об'єму на базі оригінальних програмних кодів власної розробки відкритого пакету OpenFOAM, коли для моделювання в'язкопружного матеріалу використовується гіпотеза залежності миттєвого значення тензора напружень від усієї передісторії зміни компонент тензора деформацій.

- На основі розробленого алгоритму чисельного моделювання течій неперервно стратифікованої рідини вперше виконано високороздільні і високоточні розрахунки стратифікованих течій навколо перешкод різної форми в широкому діапазоні чисел Рейнольдса і Фруда, починаючи з надповільних течій, індукованих дифузиею на нерухомій непроникній перешкоді, й аж до нестационарного вихрового режиму течії, що відповідає перехідним значенням числа Рейнольдса; проведено порівняння розрахованих полів стратифікованої течії з відповідними тіньовими зображеннями, отриманими з використанням комплексу унікального обладнання для моделювання гідродинамічних процесів в оточуючому середовищі.

- Встановлено взаємозв'язок вихрової структури течії в примежовому шарі з гідродинамічними характеристиками обтічної поверхні з локальним джерелом збурення у формі біжучої хвилі заданої амплітуди, частоти і фазової

швидкості; визначено параметри біжучої хвилі на обтічній поверхні, при яких якнайдовше зберігається детермінована вихрова структура течії вниз за потоком, що відповідає ефекту затягування переходу течії в примежовому шарі в розвинений турбулентний режим.

– Визначено умови приєднання відривної течії і виникнення пропульсивної сили на коливному криловому профілі, що здійснює вимушені обертально-коливні рухи в потоці в'язкої нестисливої рідини, для випадків низькочастотних високоамплітудних і високочастотних низькоамплітудних коливань, що відповідають умовам імпульсного розгону та підтримання швидкісного режиму руху гідробіонти.

– Вперше побудовано чисельну модель обтікання крилового профілю з гнучким хвостовиком, який може здійснювати вимушені коливання із певною заданою фазовою затримкою відносно загального закону руху крила або бути пасивно деформівним тілом з в'язкопружного матеріалу, що здійснює рухи під дією збурень потоку і впливом коливань жорсткої частини крилового профілю.

– Визначено співвідношення між пружними характеристиками, довжиною і частотою локального збудження в'язкопружного хвостовика крилового профілю, при якому зсув фаз між вимушеними та вільними коливаннями деформівного елемента дорівнює $\pi/2$, що відповідає найбільшому пропульсивному ефекту крила.

На захист виносяться такі положення дисертаційного дослідження:

– Методика керування нестационарною структурою течій та інтегральними характеристиками обтічних тіл на основі нових алгоритмів чисельного розв'язання задач обтікання тіл, що здійснюють нестационарні рухи за заданим законом у потоці рідини, на основі прямого чисельного моделювання тривимірних нестационарних рівнянь Нав'є-Стокса з використанням методів динамічних розрахункових сіток на базі метода скінченного об'єму і оригінальних програмних кодів власної розробки відкритого пакету OpenFOAM.

– Методологія тривимірного чисельного моделювання спряжених задач механіки в'язкої нестисливої рідини і в'язкопружного твердого тіла у повній Лагранжевій постановці на базі метода скінченного об'єму і оригінальних програмних кодів власної розробки відкритого пакету OpenFOAM.

– Чисельні алгоритми розрахунку течій стратифікованої та однорідної рідин навколо тіл, що здійснюють довільні нестационарні рухи в потоці рідини; бібліотеки динамічних розрахункових сіток власної розробки в рамках обчислювального пакету OpenFOAM.

– Встановлені фізичні закономірності формування нестационарного примежового шару та вихрової структури течії в сліді за обтічним коливним крилом з гнучкою хвостовою частиною.

– Результати багатопараметричних чисельних розрахунків структури і динаміки стратифікованих течій навколо перешкод, узгоджені з лабораторними даними високороздільної тіньової візуалізації.

– Встановлений взаємозв'язок вихрової структури течії в примежовому шарі з гідродинамічними характеристиками обтічної поверхні з локальним джерелом збурення у формі біжучої хвилі фіксованої амплітуди, частоти і фазової швидкості.

– Визначене співвідношення між пружними характеристиками, довжиною і частотою локального збудження в'язкопружного хвостовика крилового профілю, при якому зсув фаз між вимушеними та вільними коливаннями деформівного елементу дорівнює $\pi/2$.

Достовірність наукових положень дисертації забезпечується: використанням фундаментальних законів механіки рідин, коректною постановкою граничних та початкових умов, задовільним узгодженням між собою числових і аналітичних даних, отриманих в роботі, а також відповідністю отриманих результатів відомим теоретичним і експериментальним даним інших авторів. Достовірність результатів чисельного моделювання поставлених задач з використанням методу

скінченних об'ємів контролюється шляхом аналізу практичної збіжності і перевірки умов стійкості чисельного розв'язку.

Наукове і практичне значення роботи полягає у сформованому комплексному уявленні про фізичні явища, які відбуваються у примежових шарах на етапі ламінарно-турбулентного переходу та у сліді за обтічними тілами, що здійснюють періодичні нестационарні рухи у потоці в'язкої нестисливої рідини. Отримані результати узгодженого чисельного, лабораторного та аналітичного моделювання течій дають змогу оцінити вплив зовнішніх динамічних факторів і неоднорідності середовища, зокрема ефектів стратифікації та дифузії рідини, на структуру і динаміку течій, що формуються навколо рухомих або нерухомих перешкод. Запропоновані підходи керування течіями та відповідні практичні рекомендації можуть бути використані при проектуванні корпусів технічних пристроїв, над- і підводних транспортних та пересувних засобів з метою зниження опору і рівня пульсацій тиску в авіа- та кораблебудуванні, конструюванні магістральних газо-, нафто- та водопроводів.

Методами досліджень дисертаційної роботи є чисельні методи механіки рідини і деформівних в'язко-пружних тіл, які реалізовано в C++-програмах власної розробки розрахункового пакету OpenFOAM на основі методу скінченних об'ємів, а також у власних Fortran-програмах з використанням методу скінченних різниць. Розрахунки задач проведено у паралельному режимі з використанням методів декомпозиції розрахункової області та технології MPI на багатоядерних персональних комп'ютерах та кластерних системах.

Результати чисельних розрахункових досліджень порівнювались з результатами візуалізації течій за допомогою високороздільного тіньового приладу ИАБ-458 на стенді ЛПБ УІУ «ГФК ИПМех РАН», а також з експериментальними дослідженнями, виконаними у лабораторії відділу ГБ та КПШ Інституту гідромеханіки НАН України.

Особистий внесок здобувача.

Основні результати досліджень були отримані автором самостійно. За результатами дисертаційної роботи опубліковано 18 наукових робіт без співавторів. У роботах, опублікованих у співавторстві, постановка завдання виконана спільно; здобувачеві належить розробка алгоритмів і програм розрахунку поставлених задач, удосконалення стандартних вирішувачів, утиліт та бібліотек динамічних розрахункових сіток відкритого пакету OpenFOAM, проведення чисельних експериментів, верифікація та тестування розроблених чисельних моделей, порівняння отриманих результатів з даними експериментів і розрахунками інших авторів, аналіз отриманих результатів. Науковому консультанту і співавтору певної кількості робіт Воропаєву Г.А. належить спільна розробка методів курування течіями з використанням деформівних поверхонь, математична постановка розглядуваних задач, вибір методів дослідження та обговорення отриманих результатів. Основному співавтору інших робіт Чашечкіну Ю.Д. належать ідеї математичного моделювання та основна частина експериментальних даних тіньової візуалізації стратифікованих течій.

Апробація результатів дисертації. Основні положення і результати дисертаційної роботи доповідалися автором або співавторами і обговорювалися на наступних міжнародних конференціях та симпозіумах:

- Fluxes and Structures in Fluids: Physics of Geospheres. June 24–27, 2009. Moscow, Russia; September 27–30, 2011. Vladivostok, Russia; June 25–28, 2013. Saint-Petersburg, Russia; June 23–26, 2015. Kaliningrad, Russia; August 8–14, 2018. Vladivostok, Russia;
- Topical Problems of Fluid Mechanics. February 10–12, 2010; February 15–17, 2012, Prague; February 10–12, 2016; 15–17 February, 2017; 21–23 February, 2018; 20–22 February, 2019; 19–21 February, 2020. Prague, Czech Republic;
- Approximation Methods for Molecular Modelling and Diagnosis Tools. January 26–30, 2017; 18–22 March 2019. Kyiv;

- Vortex Flows and Vortex Models. 19–22 September 2016. Rostock, Germany; 15–18 October 2018. Xi'an, China;
- General Assembly of European Geosciences Union. May 02–07, 2010; 03–08 April, 2011. Vienna, Austria;
- Turbulent Mixing and Beyond. 27 July – 7 August, 2009; August 21–28, 2011; August 04–09, 2014; 14–18 August, 2017. Trieste, Italy;
- Advanced Polymer Science and Turbulent Drag Reduction. March 10–20, 2008. Trieste, Italy;
- 46th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit. 07–10 January, 2008. Reno, USA;
- Dynamical System Modelling and Stability Investigation. 25–27 May, 2011; 22–24 May, 2019. Kyiv;
- Акустичний симпозіум “Консонанс”. 27–29 вересня, 2011; 01–02 жовтня 2013. Київ;
- Компютерна гідромеханіка, 30 вересня – 1 жовтня, 2008; 29–30 вересня, 2010; 1–2 жовтня, 30 вересня – 1 жовтня 2014; 29–30 вересня, 2016; 26–27 вересня, 2018. Київ;
- Інноваційні технології. 20–21 листопада, 2019. Київ;
- Методи дискретних особливостей у задачах математичної фізики. 24–27 червня, 2019. Одеса;
- Гідроаеромеханіки в інженерній практиці. НТТУ «КПІ» 27–30 травня, 2019 Київ;
- European Drag Reduction and Flow Control Meeting. ERCOFTAC. 02–04 September. 2010. Kyiv; March 26–29, 2019. Bad Herrenalb, Germany;
- High Performance Computing. HPC-UA. October 07–11, 2013. October 22–23, 2018. Kyiv;
- Cluster Computations. CC'13. June 03–05, 2013. Lviv;
- Обчислювальна і прикладна математика. 10–11 вересня, 2012. Київ;

- Cloud Computing: Education, Investigations, Developments. December 6–7, 2012; December 5–6, 2013; December 4–5, 2014. Moscow, Russia;
- Waves and Vortices in Complex Media. November 30 – December 2, 2010; December 3–5, 2012; November 26–29, 2013; November 25–28, 2014; June 21–13 2015; November 30 – December 2, 2016; December 7–9, 2017; December 5–7, 2018; December 3–5, 2019. Moscow, Russia;
- Russian Supercomputing Days. September 26–27, 2016. Moscow, Russia;
- IUTAM Symposium 12–3 = GA.10-08 “Waves in Fluids: Effects of Non-linearity, Rotation, Stratification and Dissipation”. June 18–22, 2012. Moscow, Russia;
- Colloquium Euromech 531 ”Vortices and waves: Identifications and Mutual Influences”. June 21–24, 2011. Moscow, Russia;
- Marine Measurements in Geophysics and Hydrophysics. September 22–26, 2011; June 23–26, 2015; August 11–14, 2018. Vladivostok, Russia;
- Республіканський семінар з гідромеханіки під керівництвом академіка НАН України В.Т.Грінченка. Інститут гідромеханіки НАН України. 23.01.2020. Київ.

Публікації. За результатами досліджень опубліковано загалом 118 наукових робіт, з яких 33 статті у фахових вітчизняних та зарубіжних виданнях, 85 робіт у збірниках праць та тез міжнародних конференцій, 18 наукових робіт без співавторства, 20 статей опубліковано у наукових виданнях, індексованих у міжнародних наукометричних базах Scopus або Web of Science.

Структура й обсяг дисертаційної роботи. Дисертація складається зі вступу, восьми розділів, висновків та списку використаних джерел з 330 найменувань. Робота включає 312 сторінок основного тексту, 118 рисунків, 3 таблиці, усього 380 сторінок.

Автор висловлює щирю вдячність науковому консультантові доктору фізико-математичних наук, професору, член-кореспонденту НАН України Генадію Олександровичу Воропаєву за постійну увагу до роботи, обговорення

результатів розрахунків та корисні дискусії, а також доктору фізико-математичних наук, професору Юлію Димитровичу Чашечкіну за суттєву допомогу у постановці досліджуваних задач, інтерпретації отриманих результатів та надання лабораторних даних по тіньовій візуалізації стратифікованих течій для порівняння з результатами розрахунків.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У **вступі** розкрито сутність і стан наукової проблеми, обґрунтовано важливість і актуальність теми дисертації, викладено мету роботи і сформульовано основні положення, які виносяться на захист, аргументовано наукову новизну і практичну цінність отриманих результатів.

У **першому розділі** здійснено детальний аналіз проблематики керування течіями. Коротко представлено загальні відомості про існуючі активні і пасивні методи керування течіями та гідродинамічними характеристиками обтічних тіл, а також детально розкрито проблематику керування потоком за допомогою деформівних та коливних поверхонь з метою затягування ламінарно-турбулентного переходу та запобігання відриву течій, що є ключовим для даної дисертаційної роботи. Вказується, що вибір найбільш ефективного способу керування потоком залежить в першу чергу від форми обтічного тіла і особливостей структури та динаміки течій, як в примежовому шарі, що формується на поверхні, так і в супутньому сліді за обтічним тілом. Приведено важливі дані фундаментальних досліджень примежового шару на добре обтічній поверхні і структури відривних течій на погано обтічних тілах найпростішої форми, таких як циліндр та похила пластину. Сформульовано розроблені у дисертаційній роботі методики чисельної реалізації задач обтікання нестационарно рухомих тіл, що представляють собою комплекс розрахункових програм, які дають можливість обґрунтовувати методи керування течіями за допомогою деформівних та коливних поверхонь.

Другий розділ присвячено математичному та чисельному моделюванню розглянутих задач. Представлено системи диференціальних рівнянь механіки рідини і деформівного твердого тіла з відповідними початковими та граничними умовами, що моделюють досліджувані фізичні процеси, і чисельні методи їх розв'язання. Детально описано стадії чисельного моделювання в обчислювальному пакеті OpenFOAM, в рамках якого розроблено додаткові програмні коди, необхідні для чисельної реалізації поставлених задач на базі метода скінченних об'ємів. Приведено результати тестування та верифікації чисельних моделей і проведено огляд методів візуалізації результатів чисельного моделювання та обґрунтовано вибір методів візуалізації, використаних у даній роботі.

У **третьому розділі** наведено результати дво- і тривимірної чисельного моделювання обтікання плоскої локально деформівної поверхні. Показано взаємозв'язок вихрової структури течії в примежовому шарі з гідродинамічними характеристиками обтічної поверхні з локальним джерелом збурення у формі біжучої хвилі заданої амплітуди, частоти і фазової швидкості. Визначено параметри біжучої хвилі на обтічній поверхні, при яких якнайдовше зберігається детермінована вихрова структура течії вниз за потоком, що відповідає ефекту затягування процесу ламінарно-турбулентного переходу в примежовому шарі.

Четвертий розділ присвячено задачі керування відривом та гідродинамічними характеристиками крилового профілю, що здійснює обертально-коливні рухи в потоці в'язкої нестисливої рідини. У першому підрозділі розглянуто обтікання нерухомого профілю під різними кутами атаки, а у наступних – коливного крила при різних значеннях частоти і амплітуди коливань. Викладено умови приєднання відривної течії і виникнення пропульсивної сили на коливному криловому профілі для випадків низькочастотних високоамплітудних і високочастотних низькоамплітудних

коливань, що відповідає умовам імпульсного розгону та підтримання швидкісного режиму руху гідробіонтів.

П'ятий розділ присвячено зв'язаним задачам механіки в'язкої нестисливої рідини і в'язкопружного твердого тіла у повній Лагранжевій постановці. В якості верифікації розробленого чисельного підходу розв'язано задачу поперечного обтікання жорстко закріпленої пружної балки і виконано порівняння отриманих результатів з формулами прогину балки під дією розподіленого навантаження. Приведено результати розрахунків обтікання крилового профіля з жорстко закріпленим додатковим хвостовим елементом з в'язкопружного матеріалу, який може здійснювати пасивні коливання під дією збурень потоку. Показано, що деформівний елемент здійснює коливання з частотою зриву вихрових структур з поверхні обтічного крилового профілю, як результат реагування кінцевої частини хвостовика на компактні зони від'ємного тиску, що відповідають областям локалізації вихрових структур. Представлено результати розрахунків обтікання крила з в'язкопружним хвостовиком, що приводиться у вимушений коливний рух внутрішнім локальним жорстким елементом, які показали слабе реагування в'язкопружного матеріалу на супутні вихори і деформування хвостовика переважно локальними вимушеними коливаннями.

У **шостому розділі** представлено методи математичного і лабораторного моделювання течій неперервно стратифікованої рідини навколо непроникних для розчинених речовин перешкод вибраної форми. Математичні моделі стратифікованих течій ґрунтуються на системі диференціальних рівнянь механіки неоднорідних рідин, а експериментальні дослідження з візуалізації стратифікованих течій навколо перешкод виконано за допомогою високороздільних тіньових приладів. Величини параметрів та умови чисельного і лабораторного досліджень було узгоджено між собою, що дозволило провести взаємодоповнююче комплексне вивчення структури й динаміки стратифікованих течій на перешкодах вибраної форми з можливістю

додаткового контролю адекватності розробленої чисельної моделі шляхом якісного та кількісного порівняння розрахованих і тіньових картин течій. Представлено асимптотичні розв'язки стаціонарних і нестаціонарних задач формування течій, індукованих дифузією на похилій непроникній площині, а також точний розв'язок лінеаризованої задачі генерації полів внутрішніх хвиль ковзанням полоси вздовж похилої площини, які використовуються у дисертаційній роботі для попереднього аналізу структурних компонентів стратифікованих течій, обґрунтування вибору вихідної системи диференціальних рівнянь та верифікації розробленого методу чисельного моделювання. Виділено характерні режими течій відповідно до введеної класифікації: надповільний, повзучий, хвильовий, вихровий та нестаціонарно вихровий режими течій; структурні компоненти: хвилі, вихори та високоградієнтні тонкоструктурні елементи; типи рідин: сильно та слабо стратифіковані, що є типовими для лабораторних умов і природних систем, відповідно; потенційно та актуально однорідні, що відповідають випадку «ідеально чистого» середовища, коли варіації густини приймаються гранично малими або взагалі нехтуються із припущенням її незмінності.

Сьомий розділ присвячено фундаментальним дослідженням нестаціонарних процесів формування і розвитку течій неперервно стратифікованої й однорідної рідин навколо непроникних перешкод, зокрема, похилої пластини, циліндру, диску та клиновидного тіла, що можуть бути як нерухомими, так і рухатися рівномірно й прямолінійно з малими швидкостями. Побудовано спостережувані в експерименті поля компонент градієнту густини, а також швидкості, тиску, завихреності, швидкості дисипації енергії та ін.; визначено масштаби й інтенсивність характерних структурних елементів течій в залежності від величин визначальних параметрів задачі; вивчено нестаціонарні процеси формування течій, індукованих дифузією на перешкодах, та полів внутрішніх хвиль; розраховано сили і моменти, що діють на поверхню обтічних перешкод; проведено систематичні якісні та кількісні

порівняння результатів розрахунку стратифікованих течій навколо перешкод із відповідними лабораторними даними тіньової візуалізації. Структура течій, індукованих дифузиею на похилій пластині, представляє собою складну систему циркуляційних комірок, що виникають як наслідок формування висхідного і низхідного потоків вздовж сторін похилої пластини та переривання потоків на її кромках. З початком руху перешкоди картина течії суттєво змінюється: починають утворюватися випереджаючі збурення, внутрішні приєднані хвилі та супутній слід. Показано трансформацію структури стратифікованої течії зі збільшенням швидкості руху і кута нахилу перешкоди, а також при зменшенні частоти плавучості аж до нульового значення, що відповідає випадку однорідної рідини.

У **восьмому розділі** представлено результати розрахунків стратифікованих течій навколо похилої пластини в режимі генерації супутніх вихрових структур. Приведено графічні ілюстрації полів стратифікованої течії, які показують, що при малих кутах нахилу пластини вихори генеруються на її передній кромці, дрейфують вниз за потоком вздовж її сторін та взаємодіють з вихровою доріжкою, генерованою задньою кромкою пластини. Із збільшенням кута нахилу пластини нестационарна вихрова картина стратифікованої течії суттєво ускладнюється внаслідок інтенсифікації взаємодії вихрових структур, генерованих кромками пластини, що супроводжується процесами їх структурної трансформації, а саме дроблення, злиття, розшарування, та утворенням нових крупномасштабних та тонкоструктурних вихрових елементів течії. В режимі інтенсивної генерації супутніх вихрових структур значення інтегральних характеристик пластини спадають із збільшеннями частоти плавучості рідини, що пояснюється руйнівним впливом стратифікації на вихрові структури з відповідним зменшенням вихрової компоненти повного опору, яка є домінуючою для даного режиму течії. Наведено порівняння розрахованих картин стратифікованих течій з тіньовими зображеннями лабораторної візуалізації, які показують досить непогану узгодженість.

РОЗДІЛ 1

ФОРМУВАННЯ НАПРЯМКІВ КЕРУВАННЯ

ІНТЕГРАЛЬНИМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ ОБТІЧНИХ ТІЛ

Керування процесами обтікання різних тіл потоком рідини або газу має важливе значення як з позиції фундаментальних досліджень механіки рідини і газу, так і для вирішення таких прикладних задач, як транспортування рідин і газів через трубопроводи, підвищення швидкості руху суден без додаткового збільшення потужностей, зниження енерговитрат при здійсненні технологічних процесів у різних галузях промисловості.

Вибір найбільш ефективного способу керування потоком залежить в першу чергу від форми тіла (добре чи погано обтічне) та особливостей нестационарної структури течії, як у примежовому шарі на поверхні обтічного тіла, так і у супутньому сліді за ним. Активні і пасивні методи керування, побудовані на генерації збурень подібних власним збуренням примежового шару на добре обтічній поверхні, передбачають повну або майже повну інформацію про структуру власних збурень у примежовому шарі і закономірності їх конвективної стійкості. Тому фундаментальні дослідження зародження і розвитку власних збурень у примежовому шарі дають теоретичну базу для розробки методів керування примежовим шаром з метою збільшення довжини ламінарної області.

1.1. Перехідний примежовий шар на поверхні добре обтічних тіл

Процес переходу ламінарного примежового шару в турбулентний в реальних умовах руху тіл в рідкому середовищі визначається великою кількістю параметрів, але базовими є: число Рейнольдса, градієнт тиску (як в поздовжньому, так і нормальному по відношенню до обтічної поверхні напрямках), якість обтічної поверхні і структура набігаючого потоку. Залежно від комбінації цих параметрів і їх величин змінюються сценарії переходу, від

плоского (стійкість хвилі Толлміна-Шліхтинга) до тривимірного (стійкість різних тривимірних структур), що й обумовлює існування різних методів керування процесом переходу [111, 129, 166, 173, 239, 275].

Нестійкість примежового шару по відношенню до біжучих у напрямку потоку хвилях, згодом названих хвилями Толлміна-Шліхтинга, була першим виявленим типом гідродинамічної нестійкості, можливість наростання яких у примежовому шарі була передбачена Релеєм ще у XIX столітті [267] в результаті вивчення стійкості примежового шару без урахування в'язкості. Основи теорії гідродинамічної нестійкості, яка враховує в'язкість, були закладені в роботі Гейзенберга [193], а нейтральна крива хвиль нестійкості на плоскій пластині вперше отримана Толлміном [287], а їх інкремент наростання обчислені Шліхтінгом [277]. Експериментальне підтвердження існування хвиль нестійкості було отримано значно пізніше в експериментах Шубауера і Скрамстеда [265], де було отримано осцилограми пульсацій швидкості в примежовому шарі на пластині з чітко помітними періодичними у часі збуреннями і визначено форму нейтральної кривої, яка задовільно збіглася з прогнозами лінійної теорії стійкості [100].

Теоретичним вивченням процесів переходу ламінарного течії до турбулентності при великих числах Рейнольдса займається класична теорія гідродинамічної нестійкості [17, 18, 108]. В рамках даної теорії в залежності від конкретних умов може реалізовуватися два принципово різні сценарії розвитку збурень у примежовому шарі. У першому з них відбувається експоненціальне зростання періодичних в просторі і часі збурень, при цьому перехід до турбулентності може бути викликаний як завгодно малими початковими збуреннями. Другий сценарій ламінарно-турбулентного переходу, який було названо алгебраїчною нестійкістю і який реалізується тільки при наявності в потоці пульсацій цілком конкретної амплітуди, пов'язаний з початковим наростанням збурень у зсувній течії, які згодом загасають завдяки дії в'язкості. Незалежно від сценарію процес ламінарно-турбулентного переходу в

примежовому шарі можна умовно розділити на три етапи: сприйнятливість, коли пульсації зовнішнього потоку або вібрації поверхні генерують в примежовому шарі характерні для нього нестійкі або алгебраїчно зростаючі збурення; лінійна стадія переходу, коли відбувається наростання нестійких збурень у примежовому шарі, яке через малість їх амплітуди описується лінеаризованими рівняннями Нав'є-Стокса; нелінійна стадія переходу, що виникає при досягненні амплітуди первинних збурень деякого порогового значення, що призводить до прояву різних нелінійних ефектів і повного руйнування ламінарного режиму течії. Дослідження заключної нелінійної стадії переходу є досить цікавим з точки зору розуміння фундаментальних механізмів виникнення турбулентності, але не настільки важливим для передбачення положення ламінарно-турбулентного переходу через малий розмір нелінійної області. Проте, знання величини порогової амплітуди для кожного виду первинних збурень є вкрай необхідним, тому що вона, поряд із їх початковою величиною, визначає довжину лінійної ділянки розвитку збурень і протяжність ламінарної області. Із сказаного випливає, що для знаходження положення переходу в примежовому шарі потрібно розв'язання трьох задач: проблеми сприйнятливості, опису лінійного розвитку первинних збурень і визначення їх порогової амплітуди, при якій починається вторинна нестійкість. Вирішення цих задач також дає теоретичну базу для розробки методів керування примежовим шаром з метою збільшення довжини ламінарної області [100].

Нові удосконалені експериментальні методи візуалізації потоку, інструментальні засоби і аналізуюча апаратура повністю спростовали ще зовсім недавнє уявлення про перехідну і турбулентну течію як про «дрібномасштабне» вихрове середовище, яке перебуває в стані повного хаосу, показавши певну ступінь організованості в турбулентних течіях. Були відкриті нові види вихорів – організовані когерентні структури, які, як з'ясувалося, не існують окремо один від одного, а активно взаємодіють, обмінюються енергією, створюють пульсації швидкості і тиску, температури і маси [139, 203, 269]. Нові методи

візуалізації потоку і вимірювань за допомогою великого різновиду датчиків, розміщених як на поверхні обтічного тіла, так і всередині примежового шару, дозволили детально прослідкувати процеси формування і взаємодії когерентних вихрових структур, а також класифікувати їх на різні види і навіть створити ряд моделей турбулентності [217, 218, 228].

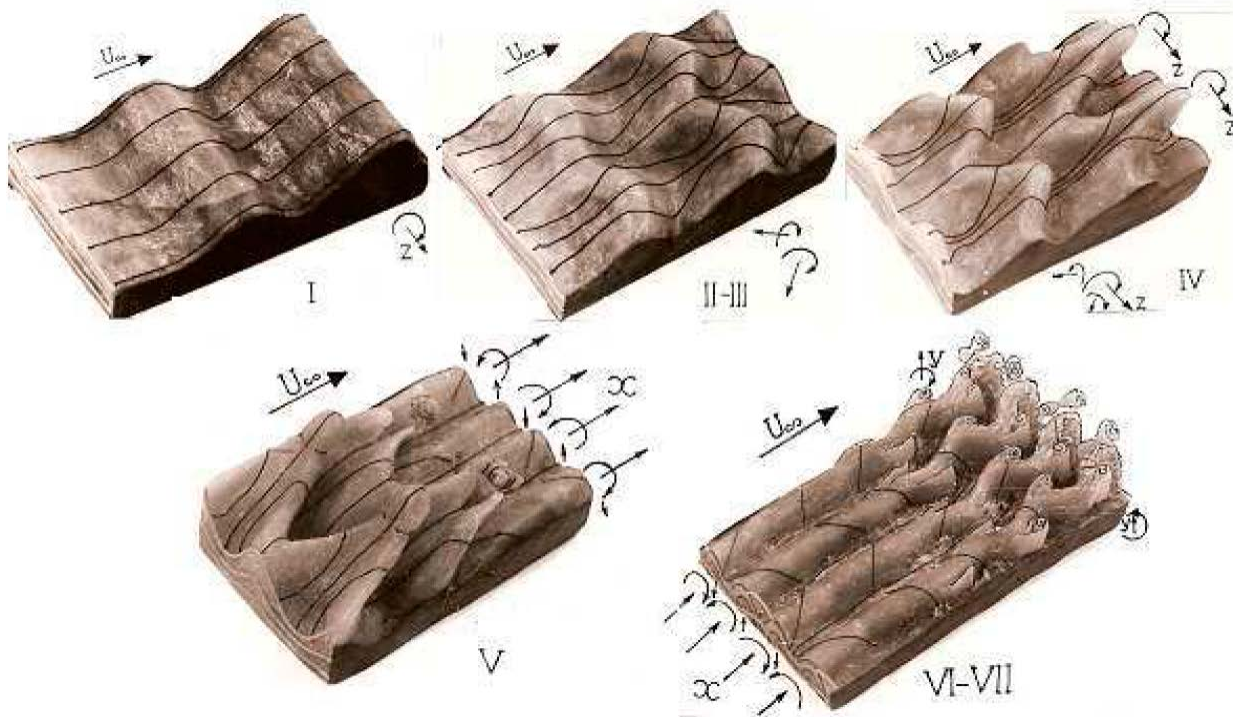


Рис. 1.1. Макет розвитку збуреного руху на окремих етапах переходу ламінарного примежового шару в турбулентний [6].

В роботах [6, 124, 125, 138, 306] було показано, що примежовий шар на добре обтічній поверхні в режимі ламінарно-турбулентного переходу являє собою складну систему еволюціонуючих когерентних вихрових структур, розвиток яких вниз за потоком уздовж обтічної поверхні можна умовно розділити на наступні етапи (Рис.1.1): ламінарна течія в примежовому шарі до області числа Рейнольдса втрати стійкості; посилення плоских хвиль Толліміна-Шліхтинга; деформація хвилі в поперечних площинах, амплітуда хвилі стає періодичною функцією трансверсальної координати з піками і западинами в цьому напрямку; посилення деформованої хвилі, що приводить до витягування піків вперед і вгору і до утворення поздовжньо орієнтованих шпилькоподібних

(Λ -образних) вихорів; відрив або складання головних ділянок цих вихорів і злиття наступних один за одним їх поздовжніх бічних частин – утворення вихрової системи з взаємно-протилежним обертанням сусідніх поздовжніх вихорів; зміна форми і інтенсивності вихорів; перехід від прямолінійної до звивистої траєкторії руху вихорів; зрив периферичних частин вихорів, що згинаються в трансверсальному напрямку, і утворення турбулентного примежового шару. На основі досліджень законів розвитку когерентних вихрових структур в примежовому шарі була запропонована гіпотеза про те, що при відповідному керуванні цими структурами можна впливати на кінематичні параметри примежового шару, при цьому необхідно забезпечити вплив тільки на збурений рух, тобто не на весь примежовий шар, а на його малу область, де сформовано ядро когерентних вихрових структур, а також на область примежового шару, де відбувається основний обмін компонентів енергії [6].

У дослідженнях [134, 179, 247, 248, 266, 285], проведених при вивченні примежових шарів поблизу обтічної поверхні, були зроблені оцінки характерних просторових масштабів дрібно- і крупномасштабних когерентних вихрових структур у примежовому шарі. Великомасштабні когерентні структури або Λ -структури простягаються від $y^+ \approx 250$ до границі примежового шару під кутом до обтічної поверхні близько 18° , переміщуються з конвективною швидкістю $u_e \approx (0.8 \div 0.9)U_\infty$ та мають поздовжній і поперечний масштаб порядку 2δ і $(0.5 \div 1)\delta$ відповідно, причому відстань між центрами вихорів на відстані 0.8δ досягає $(2 \div 3)\delta$. Дрібномасштабні когерентні вихрові структури у примежовому шарі, що являють собою «ніжки» Λ -образних вихорів і називаються «струйками», складаються з головної частини, яка починається безпосередньо біля стінки та має поздовжній розмір $\lambda_x^+ \approx 80$ і радіус близько двох довжин в'язкості, і хвостової частині з радіусом порядку $(10 \div 25) \nu/u^*$. Струйка піднімається від обтічної поверхні і її хвостова частина, досягнувши висоти $y^+ \approx 8 \div 12$, починає здійснювати коливання, що швидко збільшуються за амплітудою, а в області $15 < y^+ < 30$, досягнувши великих

амплітуд коливань і збільшивши своє поперечний переріз, струйка рідини раптово спотворюється, розширюється і викидається вгору – відбувається так званий викид або сплеск. Найкращою оцінкою поздовжнього масштабу струйки від її зародження до руйнування запропоновано вважати $\lambda_x^+ \approx 100$, поділ між струйками в поперечному напрямку приймають 100 довжин в'язкості, а швидкість перенесення поздовжньо орієнтованих вихрових структур оцінюється як $(0.2 \div 0.5)U_\infty$. Викинута частина струйки сповільненої рідини, взаємодіючи з сусідніми викинутими струйками і іншими когерентними структурами, формує нові поперечно орієнтовані вихрові структури, які мають поздовжній розмір порядку $20 \div 100$ довжин в'язкості, а поперечний в кілька разів більше, переносяться з конвективною швидкістю $(0.6 \div 0.7)U_\infty$ і до свого руйнування проходять відстань близько 2δ [50].

Таким чином, перехідний примежовий шар являє собою складне фізичне явище, що складається з дрібно- і крупномасштабних когерентних вихрових структур, взаємодіючих між собою і генеруючих пульсації характеристик течії, як на обтічній поверхні, так і в самому примежовому шарі. Знання фізичних процесів, що відбуваються в примежових шарах, дозволяє контролювати ці процеси і керувати ними з метою вирішення ряду прикладних задач аерогідродинаміки.

1.2. Відривні течії на погано обтічних тілах

Починаючи з піонерських робіт Даламбера [172] і Ейлера [176], розрахунки картин обтікання погано обтічних перешкод та визначення діючих на тіло сил і моментів займають особливе місце в теоретичній та експериментальній механіці рідин. Стійкість інтересу до таких проблем обумовлена в першу чергу їх фундаментальністю, складністю та різноманітністю і важливістю практичних застосувань. Особлива увага приділяється розрахунку течій навколо перешкод простої форми (пластина, циліндр, сфера), симетрії яких використовуються для спрощенні визначальною

системи рівнянь [262]. Зокрема, в наближенні примежового шару і припущенні сталості тиску по нормалі до обтічної поверхні аналітично було розв'язано задачу обтікання напівплощини – так званий розв'язок Блазіуса, який більше ста років використовується для порівняння з експериментом і тестування чисельних моделей [108].

Вивченню обтікання тіл, таких як похилі пластини, диски, круглі і прямокутні циліндри, V-подібні призми і т.п., приділяється широку увагу внаслідок фундаментальної і практичної цінності таких досліджень, зокрема, для розрахунків опору тертя транспортних засобів, корпусів кораблів і підводних човнів. Такі течії, в яких проявлено різноманітність динаміки рідин, знаходять своє застосування в камерах згоряння з метою поліпшення скалярного перемішування і забезпечення зони стабілізації полум'я [132], а також в диверторах судів на повітряних подушках, що дозволяє повітряним гвинтам створювати вертикальні і горизонтальні сили тяги [213]. Було проведено ряд експериментальних і чисельних досліджень для деяких класичних конфігурацій перешкод, зокрема для обтічної похилої пластини, з метою поглиблення розуміння фундаментальних аспектів структури і динаміки течій навколо перешкод.

Одне з найбільш ранніх досліджень структури вихрового сліду, що формується за обтічною похилою пластиною з гострими краями, було виконано в роботі [177], де було проаналізовано поле течії для 18 різних значень кута нахилу плоскої пластини. В роботі [206] виконано моделювання періодичної поведінки двовимірної ламінарної течії навколо тіл різної форми, включаючи плоскі пластини, встановлені під кутом атаки відносно напрямку набігаючого потоку рідини. Лам [222] дослідив течії на похилій плоскій пластині при $\alpha=15^\circ$, використовуючи поетапно усереднені виміри за допомогою лазерної доплерівської анемометрії, а чисельне дослідження поля течії навколо плоских пластин з гострими передніми і задніми крайками було проведено Брейером і Йович [132]. В роботі [133] змодельовано течію на похилій пластині при $\alpha=18^\circ$ і

показано, як вихори на задній кромці можуть домінувати в супутньому сліді, а в роботі [330] досліджено процес переходу від стійкого до хаотичного стану для течії навколо похилої плоскої пластини.

Хоча число робіт по обтіканню пластини незліченно, ряд питань, які виникли ще як наприкінці XIX століття, так і в останні часи, все ще залишаються без відповіді. До числа пріоритетних відносяться обґрунтування вибору форми і товщини передньої кромки прямого крила, яке в аеронавтичних дослідках О. Лилиенталя було тонким [237], а в більш пізній конструкції літака братів Райт – товстим [309], як і в більшості сучасних літальних апаратів. В останні роки опубліковано безліч досліджень про вплив геометричної форми передньої і задньої крайок пластини або крила на структуру і динаміку течії [192, 284]. Велика увага приділяється дослідженням вихорів, що генеруються передньою кромкою під час помаху крила, з метою пояснення механізму польоту птахів і комах [259].

У пошуках оптимальних форм обтічного тіла і крилових профілів, що створюють найменший опір потоку і реалізують структуру течії близьку до безвідривного обтікання, учені, як правило, черпали свої ідеї з живої природи, зокрема, вивчали форми тіла і плавників різних видів гідробіонтів [7, 53, 79]. Дослідження в цьому напрямку показали, що форми тіла гідробіонтів добре відповідають класичним типам профілів Жуковського, крім носової частини, яка дещо відрізняється від типових аерогідродинамічних профілів. У зв'язку з цим велика увага приділялася дослідженням розподілу тиску на моделях різних гідробіонтів, а також вивчення осесиметричних тіл з мечоподібними наконечниками, що моделюють форму меч-риби [54, 113]. В роботі [114] виконано експериментальні дослідження гідродинамічних особливостей і кінематики плавання трьох видів живих пінгвінів у спеціально розробленому каналі, на основі яких за допомогою спеціально розробленої методики виготовлялися гіпсові зліпки досліджуваних видів пінгвінів з подальшим відтворенням геометрично ідентичних з природою пластмасових моделей.

На основі детального вивчення профілю форелі, яка зацікавила дослідників здатністю до дуже швидкого старту із стану спокою, було створено декілька добре обтічних профілів, які нині широко застосовуються в техніці і відомі як ламінаризовані профілі НАСА, причому серія 63 – практично копіює форму тіла форелі, серія 66 – «обводи» дельфіна, 67 – тунця і т. д. У передвоєнні роки в Німеччині проводилися масштабні дослідження морських тварин і риб, що підказали шляхи зменшення хвилеутворення і опору руху швидкохідних підводних човнів, а потім і вдосконалення форм фюзеляжу надшвидкісних літаків. Була розроблена форма корпусу експериментального підводного човна «Альбакор» (1953 р), яка могла розвивати під водою швидкість більшу, ніж у надводному положенні, і особливостями своїх обводів нагадувала форму тіл китоподібних, що надалі стали прототипом при проектуванні ряду атомних підводних човнів США [41].

Таким чином, дослідження течій рідин і газів навколо погано обтічних тіл, які, передусім, присвячено питанням формування та розвитку відривних зон і супутнього вихрового сліду, мають суттєву практичну цінність, оскільки безпосередньо пов'язані з розробкою ефективних методів керування відривом і зниження індуктивного опору, викликаного вихровим слідом. Разом з тим, дослідження відривних течій представляють самостійний фундаментальний інтерес, як одне з найбільш складних і важливих аерогідродинамічних явищ, глибоке та всебічне вивчення якого дає можливість просунутись у розумінні процесів виникнення і розвитку турбулентності.

При відриві потоку відбуваються втрати кінетичної енергії, що, як правило, призводить до погіршення аерогідродинамічних характеристик обтічного тіла, тому в більшості задач газової динаміки відрив є шкідливим явищем, з яким доводиться боротися. Відомо, що необхідними умовами відриву потоку є два фактори – позитивний градієнт тиску і сили тертя, обумовлені впливом в'язкості газу або рідини, при відсутності хоча б одного з яких відрив потоку неможливий. Так, при обтіканні надзвуковим потоком затупленого тіла перед

ним виникає позитивний градієнт тиску, але через відсутність поверхневого тертя відриву потоку не відбувається – утворюється ударна хвиля. Якщо ж з погано обтічного тіла висунуто назустріч потоку голку або пластину, то її поверхня дає можливість проявитися силам в'язкості – виникає поверхневе тертя і відбувається відрив потоку перед тілом [44].

При обтіканні тіл дозвуковим потоком нестисливої рідини або газу на його поверхні виникають зони відриву, параметри течії в яких носять вихровий пульсаційний нестационарний характер внаслідок розвитку турбулентності. Різноманіття існуючих відривних і вихрових течій вимагає детального дослідження цих процесів, що є складним актуальним завданням, яке привертає до себе увагу дослідників із різних країн світу. З фізичної точки зору причиною виникнення турбулентності є нестійкість того чи іншого роду, що виникає в даній течії (наприклад, в сліді за циліндром), тоді як з математичної точки зору поява турбулентності обумовлена домінуванням в рівняннях Нав'є-Стокса дестабілізуючих конвективних членів над в'язкими [20, 34, 182, 234, 261]. Незважаючи на просте визначення турбулентності, яке зводиться до поняття «випадкових пульсацій», вона має надзвичайно складну природу, пов'язану з нестійкістю потоку в цілому, при детальному вивченні якої на перший погляд абсолютно «випадкові процеси» мають певні закономірності [34].

Дослідження процесів виникнення відривних зон на обтічних поверхнях тісно пов'язані з детальним вивченням нестійкості примежового шару, структура якого може бути схематично представлена у вигляді двошарової моделі: зовнішня область, яка характеризується наявністю великих вихрових течій, і внутрішня, яка визначається наявністю дрібномасштабної турбулентності і містить перехідну область, область логарифмічного профілю швидкостей і в'язкий підшар [44] (Рис. 1.2). Логарифмічний профіль швидкості визначається як близька до стінки частина турбулентного примежового шару, де напруження, обумовлені молекулярної в'язкістю, малі в порівнянні з

Рейнольдсовими [15], а в'язкий підшар розташовується між стінкою і логарифмічним шаром. Таким чином, при віддаленні від поверхні швидкість частинок зростає, виникає градієнт швидкості, тобто з одного боку потік гальмується, з іншого – прискорюється, в результаті чого виникає обертання і утворюється вихрова течія. Утворення і відрив вихорів розглядається як акумуляція енергії із зовнішнього потоку великими вихорами, енергія яких унаслідок втрати їх стійкості послідовно передається більш дрібномасштабним вихровим структурам, кінетична енергія яких, в свою чергу, шляхом в'язкої дисипації переходять у тепло [44].

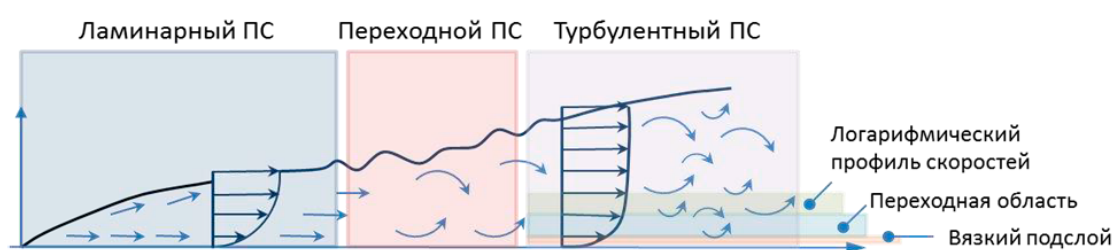


Рис.1.2. Виникнення нестійкості і відриву примежового шару [44].

Істотний внесок у розвиток даної теорії в цілому і зокрема в розвитку теорії дрібномасштабної турбулентності був внесений О.М. Колмогоровим [59, 60, 182, 234]. Важливим кроком на шляху до чисельного моделювання турбулентних течій стала сформульована ним гіпотеза про статистичний режим дрібномасштабної турбулентності, тобто її універсальності і залежності тільки від двох чинників: від середньої швидкості дисипації енергії ε і коефіцієнта кінематичної в'язкості ν . Виходячи з даної гіпотези, а також теорії розмірності, А.Н. Колмогоровим були встановлені граничні масштаби найдрібніших вихорів: $\eta_k = (\nu\varepsilon)^{1/4}$, $\tau_k = (\nu\varepsilon)^{1/2}$, $\nu_k = (\nu \cdot \varepsilon)^{1/4}$, де η_k – колмогорівський лінійний масштаб турбулентності; τ_k і ν_k – відповідно часовий і в'язкий масштаби. На Рис.1.3 показано результати вимірювань спектральної густини енергії пульсацій $E(k)$, де k – хвильове число; $k_{max} \sim 1/L$ – проміжне значення хвильового числа, L – масштаб течії; $k_\eta = 1/\eta_k = (\varepsilon/\nu^3)^{1/4}$. Малі значення k відповідають

крупномасштабним вихровим структурам, а великі – дрібномасштабним вихорам [44, 60].

Як видно з представленого графіку, дрібномасштабні вихори, які беруть участь у дисипації, є універсальними, тобто незалежними від виду течії і характеризуються локально ізотропною структурою турбулентних пульсацій. Дана прямолінійна ділянка (пунктирна лінія на Рис.1.3) отримала назву «закону 5/3», оскільки на цій ділянці спектральна густина описується рівнянням $E(k)=C_k \cdot \epsilon^{2/3} \cdot k^{-5/3}$, де $C_k=1.5$ – стала Колмогорова. Фактично турбулентна течія – це безліч вихорів, що обертаються в різні сторони і в різних площинах, де великі вихори переходять в маленькі, а маленькі, розміри яких трохи перевищують довжину молекулярного пробігу, розсіюють енергію в тепло за рахунок молекулярної в'язкості [15, 44].

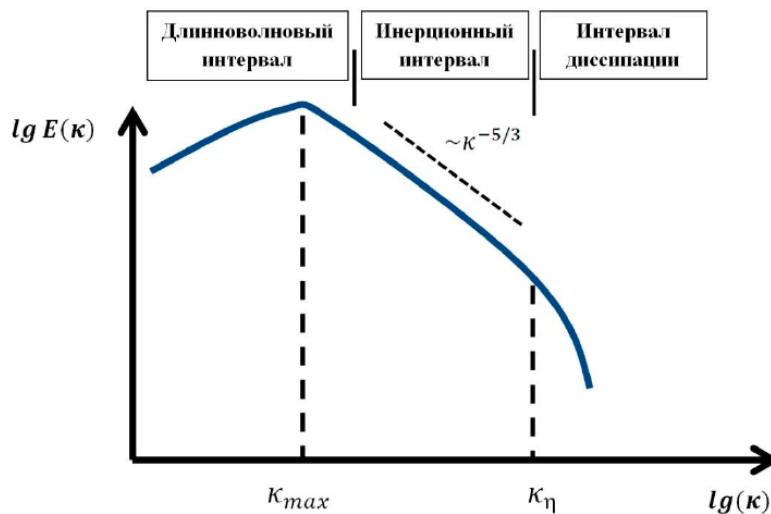


Рис.1.3. Спектральна густина кінетичної енергії турбулентності [44].

На даний час існує велика кількість робіт, присвячених дослідженню відривних течій і поширенню вихорів у просторі при обтіканні простих тіл [2, 37, 119, 164, 170, 175, 253]. У цих роботах розглянуто аналітичні та чисельні дослідження вихрових течій, описано структури обтікання круглого циліндра, прямокутного паралелепіпеда, інших модельних тіл, а також їх комбінацій

розташованих один за одним. На Рис.1.4 наведено структури обтікання круглого циліндра і плоскої пластини [22, 44].

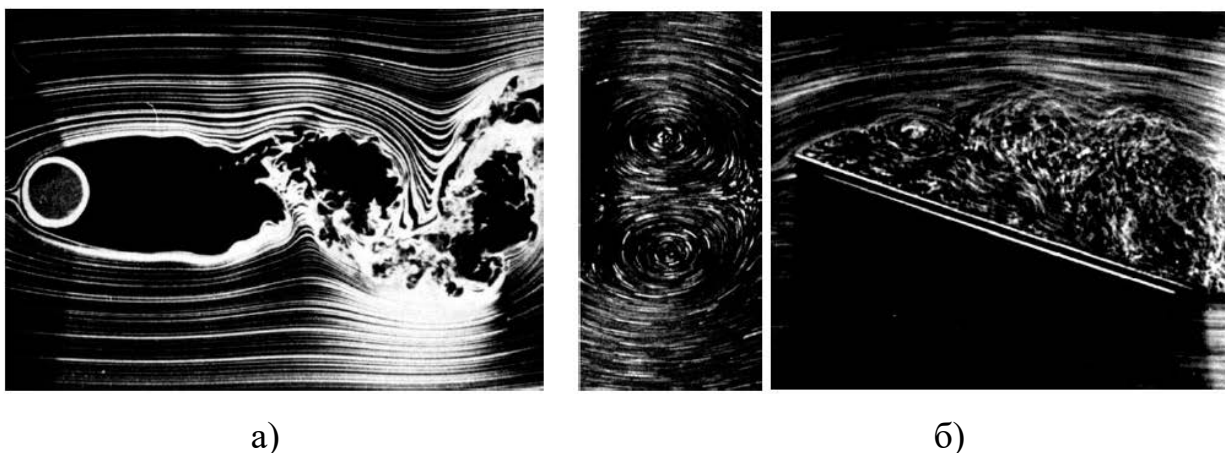


Рис.1.4. Структури обтікання [22, 44]:

а) круглого циліндру; б) плоскої пластини.

Починаючи з певних чисел Рейнольдса, в результаті зриву потоку за циліндром виникають два симетричних вихори, розмір яких із зростанням швидкості потоку поступово збільшується, і вони витягуються вздовж напрямку потоку. Далі течія стає нестійкою, і один з вихорів починає швидко збільшуватися в розмірах, а другий – зменшуватися. При перевищенні розміру вихора 1.5-2.0 діаметра циліндру відбувається його відрив від поверхні циліндру, і він починає рух вниз за потоком, після чого починає швидко рости другий вихор і весь описаний процес повторюється. По черзі відриваючись то з одного, то з іншого боку циліндра, вихори поширюються вниз за потоком і утворюють так звану доріжку Кармана. Поперемінний відрив примежового шару у вигляді вихорів викликає періодичну зміну (пульсації) тиску, що може призводити до коливань обтічних тіл. Подібна відривна структура течії також виникає при обтіканні різних тіл із зломом під різними кутами атаки –, наприклад, за вертикально встановленою пластиною утворюється пара вихорів, які, досягнувши граничного розміру, що перевищує розмір пластини, відриваються. Як правило, відрив потоку з поверхні тіла призводить до

зменшення несучої здатності і збільшення його лобового опору, а також погіршення моментних характеристик. Проте, шляхом керування ними можна створити необхідні сили і моменти, які сприяють поліпшенню аеродинамічних характеристик обтічних тіл.

Для кожного типу відривної течії вибір ефективних засобів впливу вимагає не тільки розуміння її структури, але й її поведінки під впливом зовнішніх збурень. Існує ряд робіт [42, 45, 144, 201, 314], присвячених дослідженню не тільки утворенню та зриву вихорів із поверхні тіла, а й вивченню можливостей керування відривом потоку шляхом її обертання, коливання, а також внесенню різних перешкод в область сліду. Разом з тим, проста форма тіл і велика кількість експериментальних та чисельних результатів дозволяють використовувати дані задачі в якості прикладів для верифікації новостворюваних обчислювальних моделей.

1.3. Активні і пасивні методи керування течіями

Існують два основні шляхи зменшення складової сил тертя, один з яких традиційно базується на вдосконаленні аерогідродинамічних форм і поліпшенні якості обробки поверхні обтічного тіла, що по суті має на меті затягування ламінарного режиму течії. Однак, оскільки зберегти ламінарний форму течії при практичному діапазоні чисел Рейнольдса, який суттєво перевищує 10^6 , не вдається на будь-яких поверхнях, значно більший інтерес представляє дослідження з вивчення структури турбулентності в примежовому шарі, а також її зв'язку з видом і якістю обтічної поверхні. Тому другий шлях зменшення опору тертя ґрунтується на використанні штучних методів курування структурою пристінної турбулентності [61].

З середини 70-х років накопичено чималий досвід з вивчення можливостей зниження тертя за допомогою різних як пасивних, так і активних методів керування турбулентними зсувними течіями, огляд яких наведено в роботах [3, 61, 136, 165, 169]. Найбільший розвиток на даний час отримали активні методи,

однак і пасивні методи управління не втратили своєї актуальності, оскільки їх використання не вимагає вкладу енергії для досягнення ефекту зменшення опору. Крім того, робоча вартість таких способів керування набагато менша, ніж активних, застосування яких може забезпечити більш суттєве зниження опору, але при відповідному внеску енергії, який в залежності від конкретної задачі може бути значним. Можливі механізми впливу на структуру пристінної турбулентності різними методами керування можуть ґрунтуватися, зокрема, на зменшенні поздовжнього імпульсу поблизу стінки (реалізація несприятливого градієнта тиску [136] і т. д.); зміні граничних умов на обтічній поверхні (ріблети [110, 135], податливі пружні покриття і т.д.); поглинанні енергії турбулентних пульсацій (в'язко-пружні покриття [9, 10, 28–31, 95, 127, 140, 183]); зміні граничних умов усередині примежового шару (вдув-відсмоктування [204], пристрої руйнування вихорів [169] і т.д.); придушенні турбулентних пульсацій швидкості і тиску (МЕМС-датчики [198, 2408]). Ефективний вплив на структуру пристінної турбулентності неможливий без чіткого розуміння суті сучасних методів керування примежовим шаром, їх основних особливостей, вірогідних шляхів їх розвитку в найближчій перспективі і специфіки використання в тих чи інших аерогідродинамічних умовах, тому представляється необхідним коротко висвітлити деякі підходи, що успішно використовуються для зниження турбулентного тертя в гідродинамічних течіях [61].

Мікропухирці, що ежектуються в примежовий шар на твердій поверхні, – один з найбільш обнадійливих методів зниження опору тертя, перш за все на великих морських транспортних судах. Даний метод полягає у створенні газового шару між поверхнею і рідиною, що може призводити до значного зниження локального опору, оскільки густина і в'язкість у такому газовому шарі є суттєво меншими. Основні труднощі пов'язані з нестійкістю газового прошарку, що обумовлено не тільки розмірами бульбашок, але й їх плавучістю, оскільки межа повітря-вода (у загальному випадку – газ-рідина) дуже нестійка.

Щоб стабілізувати цю межу бульбашки повинні бути дуже маленькими, але не настільки, щоб викликати ефект шорсткості, коли вони покривають поверхню нерівномірно. За допомогою даного методу вдалося добитися значного зменшення локального опору в тих випадках, коли для утворення бульбашок застосовується електроліз води [212, 245]. Показано, що введення газових мікропухирців у буферну область турбулентного примежового шару дозволяє знизити локальне турбулентне тертя і повний опір принаймні в декілька разів, однак при цьому виникає питання щодо необхідності оцінки витрат на процес електролізу та їх врахування при визначенні виграшу в сумарному опорі. Суттєвого ефекту зниження опору за допомогою мікропухирців можна також досягти за рахунок використання мікропористих поверхонь з високою рівномірністю пір [61, 96, 245].

Метод керування течіями за допомогою локального вдуву-відсмоктування ґрунтується на тому, що в процесі вдуву мас газу або рідини, наприклад через щілину по дотичній до поверхні, швидкість вихідного потоку біля стінки па деякій ділянці вниз за течією можна зменшити і тим самим знизити поверхнєве тертя [204]. Зокрема, регулюючи співвідношення між швидкістю потоку, що набігає і швидкістю вдуву, можна наблизитися до відривного режиму течії з малим поверхнєвим тертям або запобігти зриву потоку. Основною проблемою при застосуванні цього методу є вибір джерела, що має низькі втрати на вході. Проте, існує декілька джерел, що характеризуються низькими втратами, наприклад, відсмоктування примежового шару на крилах і хвостовому оперенні для ламінаризації обтікання, пасивний злив повітря при керуванні відривом та ін. Даний метод пов'язаний з активним перерозподілом речовини, який або відбирається з набігаючого потоку або зберігається на борту літака, що вимагає відповідної зміни конструкції літального апарату і додаткових витрат [61].

Випробуваним способом зниження турбулентного тертя є керування градієнтом тиску. Якщо на поверхні тіла створити позитивний градієнт тиску в поздовжньому напрямку, то потік поблизу стінки гальмується і поверхнєве

тертя зменшується. Граничною ситуацією для використання даного методу є реалізація так званого розподілу Стретфорда, коли примежовий шар на великій ділянці поверхні близький до відриву. Метод позитивного градієнту тиску в принципі можна застосувати до будь-якого тіла, проте при спробі наблизитися до стану, що відповідає відриву потоку, виникають істотні труднощі. Проте, якщо вдається забезпечити умови, близькі до відриву, зокрема на несучій поверхні, то використання даного підходу може дати приблизно 10 %-й вигравш в опорі [137]. Однак, зміна розподілу тиску на поверхні літального апарату вимагало б рішучої зміни його обводів, що найчастіше неможливо або небажано, а в ряді випадків просто неприпустимо [61].

Сутність ідеї застосування пристроїв руйнування вихорів (LEBU – Large Eddy BreakUp Devices) полягає у використанні горизонтальних тонких пластин (або інших елементів), розташованих в турбулентному примежовому шарі в напрямку потоку або під невеликим кутом атаки і призначених для руйнування великих вихрових когерентних структур, масштаб яких можна порівняти з товщиною примежового шару. Спрощена схема впливу таких пристроїв на структуру течії виглядає наступним чином: зменшуючи характерний масштаб турбулентності, вони змінюють механізм передачі кількості руху з зовнішньої області течії до стінки, за рахунок чого може зменшитися число турбулентних викидів, що генеруються поблизу стінки, і, як наслідок, знизитися поверхневе тертя. У цілому ж зменшення тертя вниз за потоком від LEBU можна пояснити сукупністю впливу ряду факторів, таких як, зменшення імпульсу в сліді за елементом (тонка пластина або криловий профіль); спотворення поля швидкостей турбулентного зсувного потоку за рахунок перебудови усередненої течії; ослаблення інтенсивності вихорів у результаті їх взаємодії з вихорами протилежного напрямку обертання; розповсюдження вниз за потоком впливу вихорів, що зходять із задньої кромки елемента; крупномасштабне перенесення імпульсу від стінки, що обумовлено циркуляцією потоку поблизу елемента. Основна складність полягає в тому, що, по крайній мірі, при великих числах

Рейнольдса, неможливо створити мініатюрні LEBU, розміри яких можна було б порівняти з характерними масштабами турбулентності. Тому більшість зазначених пристроїв при створенні корисного ефекту самі стають джерелом додаткового аерогідродинамічного опору. Разом з тим виконано велику кількість дослідів [35, 110, 136, 169, 260], які дають підстави вважати, що зниження опору за рахунок застосування LEBU може становити 10-40 % [61].

Основними елементами мікроелектромеханічних систем (MEMS) є сенсори (мікродатчики), мікроактуатори (виконавчі механізми) і мікропроцесори. Зазначені елементи збираються в одному комп'ютерному чіпі, розміри якого змінюються від декількох мікрон до декількох міліметрів, причому з мінімальним енергоспоживанням [198, 240]. Виконані за найвищими технологічними нормами MEMS можуть бути використані у вигляді автоматизованих мікроблоків, наприклад, з метою активного керування параметрами течій на обтічній конфігурації (зокрема, примежовим шаром) в реальному масштабі часу і в будь-якій точці простору. Інерційні характеристики мікродатчиків і мікроактуаторів, внаслідок невеликої маси і низької теплопровідності, є дуже малими, тому задовольняється одна з головних вимог до цих елементів – здатність реагувати на високі частоти. Отже, такі системи можуть з успіхом використовуватися для діагностики та керування найважливіших турбулентних величин, якими є миттєва швидкість, дотичне напруження, тиск та ін. [240]. Сигнали про характер збурень, що поступають із датчиків, обробляються відповідно до алгоритмів розпізнавання образів, каталог яких зберігається на мікропроцесорі або в базі даних комп'ютера. Після розпізнання виду збурення видаються керуючі сигнали на актуатори, які є виконавчими механізмами, призначеними для внесення необхідних змін до мікроструктури потоку. З'являється можливість глобального стеження за станом течії в просторі і часі та миттєвого реагування на ті чи інші негативні процеси. Застосування мікроелектромеханічних систем уможливорює розвиток адаптивного керування, що має справу з індивідуальними збуреннями, що

формуються в пристінній частині примежового шару, а також відкривають обнадійливі перспективи для керування потоком з метою зниження турбулентного опору на великих ділянках обтічної поверхні. Однак основним недоліком мікроелектромеханічних систем є висока вартість виготовлення, що робить застосування таких систем в реальних умовах не завжди раціональним [61].

Механізм зниження опору за рахунок присутності на обтічній поверхні поздовжніх канавок пов'язаний (ріблет) з обумовленим ними посиленням сил в'язкості, що діють у поперечному напрямку. Ці сили породжують порівняно спокійну течію в западинах між ребрами, яка виштовхує турбулентний потік, що обумовлює поверхневе тертя, вгору, відтісняючи його від поверхні [63, 187], тим самим змінюється процес генерації і зростання витягнутих пристінних турбулентних утворень. Крім того, при наявності ріблет можлива зміна полю тиску в поперечному напрямку, а також створення квазідвовимірної течії в безпосередній близькості від стінки. Встановлено, що при певних значеннях висоти трикутних ребер опір ребреної поверхні знижується, тоді як ребра прямокутної форми призводять до зростання сили тертя [215]. Максимального зменшення сумарного опору можна досягти, якщо глибина і крок канавок того ж порядку, що і розміри витягнутих пристінних турбулентних утворень (приблизно 15-30 одиниць), при цьому відбувається зменшення інтенсивності середньоквадратичних турбулентних пульсацій поблизу поверхні, а частота генеруючих викидів не змінюється [135]. Встановлено, що ріблети повинні бути орієнтовані у напрямку локального вектора швидкості потоку. Поверхневе тертя зростає при збільшенні кута неузгодженості, і при його величинах близько 30° ніякого ефекту від застосування ріблет досягти не вдається. Експериментально підтверджено [122, 135], що шляхом оптимізації форми ріблет можна домогтися ще більшого зниження опору, разом з тим при зменшенні поверхневого тертя збільшується тепловіддача [302]. Проблеми, що

виникають при експлуатації ріблетних поверхонь, – це, перш за все, забруднення таких поверхонь пилом, брудом і дрібними частинками [61].

Введення розчинів довголанцюгових полімерних молекул в турбулентний примежовий шар водного потоку – відомий прийом для зниження опору тертя, який успішно застосовується для багатьох типів гідродинамічних течій. Ще понад 50 років тому було виявлено, що шляхом введення полімерних добавок дуже малої концентрації (близько $10^{-3} \div 10^{-4} \%$), що становить близько декількох вагових частин на мільйон, можна при великих числах Рейнольда (в трубах) домогтися 90 % зменшення опору, що відкриває фантастичні можливості для використання полімерних добавок у трубопроводах, а також на суднах морського флоту (швидкохідні судна, підводні човни). В процесі багаточисельних досліджень було виявлено, що концентрації частинок повинні бути такими, щоб зміна густини основного потоку була дуже незначною, при цьому для зменшення дотичних напружень добавки повинні вводитися в буферну область турбулентного примежового шару через щілину з малим кутом нахилу до вектору швидкості потоку. Молекулярна вага добавок, як характеристика що впливає на зниження опору, грає важливу роль, тому в більшості випадків для цієї мети використовуються полімери з великою молекулярною вагою (наприклад, polyethylene-oxide). Основний недолік такого роду добавок полягає в тому, що вони можуть змінювати свої властивості протягом певного часового періоду. Встановлено, що діаметр труби, концентрація полімеру, інтенсивність дотичних напружень в пристінній області і підвищена температура середовища є критичними параметрами, які впливають на механізм деградації полімеру. Одна з моделей зменшення опору за рахунок введення полімерних добавок, які отримали найбільше поширення [25, 169], полягає в тому, що внаслідок флуктуації швидкості деформації, молекули полімеру розтягуються зовні в'язкого підшару і, тим самим, викликають збільшення ефективної в'язкості, що, в свою чергу, призводить до демпфування малих дисипативних вихорів [242]. Друга модель [224], що

передбачає поділ поля швидкостей на крупно- (основне) і дрібномасштабне (вторинне), полягає в тому, що розтягнення молекул полімеру стабілізує дрібномасштабний рух і тому гальмує процес породження турбулентності [61].

Ще одна можливість зменшення опору – це нанесення поверхнево-активних речовин (ПАР) – хімічних сполук, молекули яких здатні з істинного об'єму або колоїдного розчину концентруватись на границі розділу фаз (рідина-газ, рідина-рідина або рідина-тверде тіло) із зниженням вільної поверхневої енергії (поверхневого натягу) [1]. Механізм впливу ПАРів на потік в принципі аналогічний полімерним добавкам, відмінність полягає лише у способі введення, однак ПАРи не притягнули настільки підвищеної уваги, як полімери. Вважається, що основний ефект щодо зниження опору обумовлений фізико-хімічної природою ПАРів і взаємодією електростатичних сил між стержнеподібними міцелами (розчин ефірних масел). Основна перевага такого роду добавок полягає в тому, що вони зберігають свої властивості протягом довгого часового періоду. Даний факт пояснюється підвищеною молекулярною масою і особливістю будови молекул, довжина яких може на два порядки перевищувати діаметр. ПАРи знайшли застосування при видобутку, транспортуванні і переробці нафти та нафтопродуктів. Результати недавніх досліджень свідчать про великі можливості ПАРів при їх використанні на теплотрасах. Особливо великий інтерес до ПАРів проявляється у зв'язку з можливістю їх використання в рециркуляційних системах, таких як системи центрального опалення [61].

1.4. Керування примежовим шаром за допомогою деформівних поверхонь

Розробка методів керування потоком за допомогою деформівних поверхонь безпосередньо пов'язана з дослідженнями особливостей будови шкіри і руху тіла гідробіонтів. Активне вивчення гідродинаміки дельфіна як одного з видів гідробіонтів почалося в середині тридцятих років з робіт англійського зоолога Джеймса Грея, який звернув увагу на те, що запасів

енергії мускулів дельфінів в декілька разів менше, ніж необхідно для забезпечення спостережуваної швидкості плавання [186]. Цей парадокс він пояснив здатністю дельфінів зберігати обтікання тіла ламінарним при швидкості плавання, що є характерною для турбулентного режиму, тобто реалізовується механізм затримки процесу ламінарно-турбулентного переходу внаслідок формування на тілі активно плаваючого дельфіна сприятливого (негативного) градієнта динамічного тиску на хвостовому плавнику, що відкидає назад маси води в процесі створення тяги. Після формулювання парадокса Грея практично всі експериментальні і теоретичні роботи по вивченню гідродинаміки дельфінів у всьому світі були спрямовані на те, щоб підтвердити або спростувати висновки Грея про унікальні здібності дельфінів. Свій інтерес дослідники звернули також на риб, справедливо вважаючи, що, оскільки механізм створення тяги у дельфінів і більшості риб принципово однаковий, то у останніх також слід очікувати цікаві гідродинамічні особливості, тим більше, що вони більш доступні для експериментів [86].

Перш за все з'явилися теоретичні й експериментальні роботи [225, 226, 236, 255, 279, 310], більшість з яких у цей період було виконано в США та Великобританії і представляли собою першу спробу автоматичної реєстрації кінематичних параметрів вільно плаваючого дельфіна за допомогою автономного механічного пристрою-реєстратора, закріпленого безпосередньо на тварині. Після невеликої перерви досліджень з гідродинаміки дельфінів, внаслідок зроблених висновків про помилковість оцінок Грея [226], вивчення гідродинаміки дельфінів в США було відновлено з 1983 року, коли було опубліковано ряд експериментальних досліджень деяких кінематичних характеристик чотирьох видів дельфінів: залежність частоти коливань тіла в процесі плавання від швидкості, а також амплітуди коливань хвоста від частоти [181, 271].

Перші експериментальні дослідження кінематики дельфінів у колишньому СРСР, де висновки Грея користувалися великою довірою, і головні зусилля

були спрямовані на пошуки механізмів, що знижують гідродинамічний опір у дельфінів, було опубліковано в [98], а пізніше з'явилися систематичні теоретичні й експериментальні дослідження гідродинаміки дельфінів [8, 57, 70, 74, 84, 87, 88, 95]. Поряд з біологами в дослідженнях активну участь брали фахівці в області гідромеханіки (Козлов Л.Ф., Бабенко В.В., Романенко О.В., Каян В.П., Семенов Б.М., Шакало В.М. та ін.), які застосували прямі методи експериментального дослідження тонкої структури примежового шару і розподілу динамічного тиску на вільно плаваючому дельфіні, і вже в 1971–1973 рр. були отримані і опубліковані перші докази наявності у дельфінів механізмів керування примежовим шаром [57, 87, 88]. Особлива увага приділялася експериментальному вивченню характеру обтікання тіла дельфіна і тонкої структури його примежового шару [89, 90], а також виміру пульсацій тиску, швидкості і дотичних напружень в різних точках примежового шару на тілі дельфіна за допомогою спеціально розроблених приладів [56, 87–90]. Встановлено, що середньоквадратична величина пульсацій тиску, швидкості і дотичних напружень виявляється меншою в 2-3 рази в режимі плавання з прискоренням і постійною швидкістю, ніж при русі по інерції, а вимірювання швидкості обтікання тіла дельфіна одночасно на різних відстанях від його носа уздовж тіла показало наявність значного негативного градієнта динамічного тиску. Експериментальне вивчення явища переходу ламінарного режиму обтікання в примежовому шарі в турбулентний свідчить про значне збільшення числа Рейнольдса переходу при активному режимі руху дельфіна в порівнянні з випадком руху за інерцією, що незаперечно свідчать про наявність механізму зниження гідродинамічного опору у дельфінів, обумовленого наявністю негативного градієнта динамічного тиску.

Протягом багатьох років розроблялася гіпотеза демпфуючих здібностей шкірного покриву дельфінів, запропонована Крамером [219, 220], відповідно до якої шкіра дельфіна здатна гасити збурення потоку в примежовому шарі і тим самим затримувати перехід від ламінарного режиму в турбулентний. Були

проведені чисельні дослідження морфологічних і пружних особливостей шкіри дельфінів [7–10], а також розроблені штучні демпфуючі покриття [67, 68]. Наступні теоретичні роботи [62, 121, 223, 251] розглянули стійкість потоку на деформівній границі, які не підтвердили запропонований механізм зниження опору тертя, оскільки були отримані практично такі ж числа Рейнольдса втрати стійкості, як і на жорсткій гладкій поверхні, але й не спростували принципову можливість керування збуреннями примежового шару, показавши зміну швидкості наростання збурень у примежовому шарі на пружнодемпфуючій поверхні [29]. Однак на підставі цих робіт простежити певні закономірності між параметрами обтічної поверхні і зміною збурень примежового шару в порівнянні зі збуреннями в примежовому шарі на жорсткій гладкій поверхні практично неможливо. Введена Бенджаміном [120] класифікація можливих хвильових збурень у вигляді трьох видів хвиль у системі нескінченні потік-мембрана за сценарієм їх стійкості при досить жорстких обмеженнях, на перший погляд мають мало спільного з примежовим шаром, знайшла, проте, і розвиток, і підтримку в наступних роботах [174, 249, 313] і в першу чергу в роботі [223].

На відміну від випадку мембрани для покриттів скінченної товщини з нерухомою нижньою основою хвильова картина на поверхні шару істотно залежить від його товщини і власних хвиль в покритті, значень довжини яких не буває більше $8\lambda h$ при будь-яких в'язкопружних параметрах покриття. Навіть у рамках спрощеної моделі в'язко-пружного середовища Фойхт-Кельвіна [65], на основі якої можна отримати комплексний модуль зсуву як функцію частоти з дійсною частиною, що відповідає модулю зсуву, та уявної, що характеризує модуль втрат, і з максимумом при частоті рівній зворотній величині часу релаксації, можна вказати діапазон значень параметрів покриття, при яких по поверхні покриття будуть поширюватися хвилі з фазової швидкістю і довжиною хвилі відповідними хвилі Толлміна-Шліхтинга. З огляду на те, що мінімальна довжина хвилі Толлміна-Шліхтинга дорівнює $\sim 6\delta$, а фазова

швидкість цієї хвилі дорівнює $\sim 0.39U_0$, то при товщині покриття рівній товщині примежового шару для кінематичної підтримки хвилі Толлміна-Шліхтинга статичний модуль зсуву повинен дорівнювати $\mu_0 = 0.025\rho U_0^2$, що відповідає надзвичайно м'яким матеріалам покриття [29].

Наступні експериментальні роботи [126, 127, 183, 238] було присвячено в основному оцінці впливу пружнодемпфуючих покриттів на характеристики потоку при турбулентному режимі обтікання, але ці роботи так само не дали однозначної відповіді на питання, які параметри повинні мати покриття для зниження опору тертя, більш того, в деяких з цих робіт зафіксовано збільшення опору тертя. Узагальнюючи результати експериментальних робіт, було запропоновано модифікацію енергетичної моделі взаємодії турбулентного примежового шару з деформівною поверхнею в'язкопружного шару на основі потокових граничних умов у системі рівнянь моделі турбулентності – рівнянь переносу напружень Рейнольдса [30, 295]. До переваг цієї моделі можна віднести те, що отримано якісне описання зміни балансу компонент тензора напружень Рейнольдса в залежності від параметрів в'язкопружного шару, що дозволяє практично однозначно визначати ефективність покриття з точки зору зміни опору тертя. А до недоліків цієї енергетичної моделі – неможливість враховувати зміну спектральної густини і фазності збурень швидкості і тиску примежового шару на пружно-демпфуючих поверхні в порівнянні зі структурою збурень на жорсткій гладкій поверхні. Це вимагає введення постулату механізму турбулентної дифузії, що відповідає за перенесення енергії турбулентності поперек примежового шару, і кореляцій тиск-напруження, що відповідають за механізм анізотропії нормальних напружень Рейнольдса. Але тим не менш, легко показується [31, 296], при яких параметрах потоку і покриття ці збурення будуть затухаючими, що і визначає діапазон параметрів потоку і покриття, при яких може бути застосована модель енергетичної взаємодії турбулентного примежового шару і покриття [29].

Результатом розв'язання задачі на основі енергетичної моделі взаємодії є висновок, що демпфуючі покриття знижують опір тертя, а осцилюючі – завжди збільшують опір, тобто одне й теж покриття при зміні швидкості обтікання переходить із розряду демпфуючих в розряд осцилюючих. При цьому величина максимального зниження опору, отриманого на підставі енергетичної моделі не перевищує 15-20 %, що можна пояснити величиною вкладу дифузійного перенесу енергії і механізму перерозподілу в зміну енергетичного балансу пристінної турбулентності на демпфуючій поверхні в порівнянні з жорсткою гладкою поверхнею. Разом з тим, в ряді експериментальних робіт отримано майже 30 % зниження опору тертя [141]. У зв'язку з цим залишається невирішеним питання, чи можна за рахунок специфічних коливань поверхні так змінитися структура власних коливань примежового шару, що в результаті взаємодії власних і вимушених коливань буде отримано затухаючі або незростаючі вниз за потоком коливання, які і будуть відповідальні за зниження опору тертя. Тому інтерес до вивчення структури збуреного примежового шару на податливій поверхні на відповідному рівні обчислювальної техніки з елементами прямого чисельного моделювання не слабшає [173, 180, 252, 303, 307]. У цих роботах, як правило, розв'язується задача початкового етапу розвитку збурень у примежовому шарі на покритті скінченної довжини. Скінченність довжини покриття, з яким працюють експериментатори, визначає додаткові труднощі при теоретичному розв'язанні задачі взаємодії, при цьому в ряді робіт фактично скінченність довжини покриття не враховується, оскільки розрахунки закінчуються ще до того, як збурення зсуву доходять до задньої кромки покриття [173]. До того ж двовимірність постановок і суттєве спрощення граничних умов (лінеаризовані граничні умови зносяться на незбурену границю – умови Бенджаміна) накладають певні обмеження на використання результатів чисельного розв'язання для пояснення механізмів взаємодії деформівної поверхні зі збуреним потоком [29].

Таким чином, механізм зниження опору за рахунок використання деформівних поверхонь базується на принципі, що така поверхня повинна взаємодіяти з примежовим шаром, впливати на розвиток власних збурень і забезпечувати поглинання найбільш інтенсивних збурень. Активні методи керування за допомогою коливних поверхонь ґрунтуються на генерації збурень подібних власним збуренням примежового шару і, таким чином, дозволяють керувати перехідними процесами в примежовому шарі. У той час як податливі поверхні не передбачають ланцюг зворотного зв'язку для виявлення і маніпулювання тими структурами, які є об'єктом керування, проте вони дозволяють демпфувати найбільш інтенсивні і небажані збурення примежового шару, при цьому не вимагаючи додаткового вкладу енергії для досягнення ефекту зменшення опору. Для створення сили тяги в процесі плавання гідробіонти задіюють як активні, так і пасивні механізми керування течією, що може служити цінними ідеями для створення транспортних засобів із деформівною поверхнею і коливним крилом в якості робочих елементів.

1.5. Генерація сили тяги нестационарними рухами обтічного тіла

Інтерес до вивчення особливостей механізмів пересування гідробіонтів у водному середовищі не слабшає й до сьогоднішнього дня внаслідок високого ступеня складності задачі внаслідок її суттєвої нелінійності і нестационарності. Це значно ускладнює побудову аналітичних розв'язків з урахуванням особливостей складного руху тіла гідробіонтів, зокрема, здатності їх шкіри пасивно деформуватися під дією збурень потоку. Саме у дельфінів геометричні, кінематичні та структурні характеристики всього тіла, а саме хвостового плавника підпорядковані основній задачі – можливості досягнення максимальної швидкості і маневреності при мінімумі енергетичних затрат, тому коефіцієнт гідродинамічного досконалості у дельфінів перевершує в 25-30 разів відповідні показники підводних суден [53]. При цьому найбільшу ефективність має саме хвостовий плавник дельфіна, який в теоретичних розрахунках

зазвичай моделюється коливним крилом: нескінченно тонким тілом – пластиною або криловим профілем певного типу [107, 273, 312].

Вирішальну роль у розумінні механізму створення сили тяги зіграв розвиток як лінійної, так і нелінійної теорій крила в нестационарному потоці. Проте, найбільш результативною виявилася лінійна теорія, яка дозволила отримати точні розв'язки ряду задач нестационарного обтікання крила. Махаючі крила створюють силу тяги тільки в нестационарному потоці, який виникає або при коливаннях самого крила, або при пульсаціях рідини поблизу нього. У такому потоці гідродинамічний тиск на крило залежить як від переміщення крила, так і від швидкості цього переміщення, при цьому мірою нестационарності течії рідини навколо крила є число Струхала $St = fL/U$.

Особливістю нестационарної течії навколо коливного крила є утворення вихрових слідів, що сходять з тіла, основним джерелом яких є примежовий шар на крилі, а також зміна з плином часу циркуляції швидкості навколо кожного поперечного перерізу й уздовж розмаху крила. Кожна із складових вихрового сліду по різному впливає на силу тяги коливного крила: зміна циркуляції вздовж розмаху зменшує тягу, оскільки породжує індуктивний опір [83]; зміна циркуляції швидкості в часі створює вихрові сліди, які можуть збільшувати тягу на коливному крилі [39, 76, 94]; вплив в'язкої складової вихрового сліду, що породжується примежовим шаром, створює силу тертя, яка зменшує силу тяги.

З теорії випливає, що сила тяги може виникати тільки при наявності вихрового сліду за махаючим крилом [38], при цьому встановлено, що в крайніх положеннях крила, коли змінюється напрямок його руху, з крила сходять вихрові ядра, що утворюють за ним доріжку типу доріжки Кармана. Проте, у вихрових ядрах рідина обертається в напрямку, протилежному напрямку обертання в доріжці Кармана, тому така система вихорів породжує силу тяги, а не опору [130].

В результаті аналізу теоретичних моделей плавання гідробіонтів виявилось, що найменш вивченим є питання про закон деформації тіла в процесі їх активного руху, хоча багато дослідників в своїх спробах зробити кількісні оцінки використовували різні його варіанти, основані на якісних спостереженнях. Більш того, практично всі умоглядні варіанти закону деформації, що застосовувалися дослідниками для таких оцінок, не дозволяють пояснити деякі особливості кінематики дельфінів і навіть призводять до фізичного протиріччя в граничному випадку прагнення величини фазової швидкості локомоторної хвилі до швидкості плавання тварини. Протиріччя, наприклад, полягає у тому, що тяга в цьому випадку виявляється негативною, а коефіцієнт корисної дії прагне до мінус нескінченності. Але ж без знання істинного закону деформації неможливо цілком коректно застосувати наявну теорію для оцінки ефективності плавання [86].

Пошуки шляхів подолання зазначених труднощів привели до необхідності припустити залежність фазової швидкості локомоторною хвилі риб і китоподібних від координати в системі координат, пов'язаної з тілом тварини [92]. Ідея про залежність фазової швидкості локомоторної хвилі від координати, що була підтверджена експериментально в дослідях з дельфінами [90, 92] і рибами [195], виявилася надзвичайно корисною при теоретичному аналізі розподілу градієнта динамічного тиску на тілі активно плаваючого дельфіна, а також при поясненні цілого ряду експериментальних фактів. Зокрема, відомі в літературі результати дослідження тонкої структури примежового шару на тілі дельфіна [89], деякі особливості форми тіла китоподібних (наприклад, подовження тіла, кут сходу), вимірювання дотичних напружень в примежовому шарі, розподіл швидкостей обтікання в різних точках на тілі тварини [90] та інші факти можуть бути пояснені тільки в припущенні такої залежності.

У роботах [87–92, 272] сформульовано закон деформації тіла активно плаваючого дельфіна, що враховує змінний у просторі характер фазової швидкості локомоторної хвилі. Це дозволило отримати розрахункові

співвідношення для оцінки гідродинамічних сил, що розвиваються рушійним комплексом дельфіна, і показати, що на тілі дельфіна в процесі його активного руху і особливо при великих прискореннях формується значний негативний градієнт динамічного тиску, який помітно впливає на тонку структуру примежового шару і підвищує критичне число Рейнольдса переходу ламінарного обтікання в турбулентний. Детальне вивчення кінематики хвостової лопаті дозволило встановити, що згідно із законом, близьким до гармонійного, змінюється не кут атаки, як до сих пір передбачалося в більшості математичних моделей, а кут нахилу лопаті до горизонтальної осі, тоді як кут атаки змінюється за досить складним законом і має величину близько трьох градусів. Дано оцінки тяги і коефіцієнта опору активно плаваючого дельфіну, форми його тіла, а також описання гідродинаміки дельфінів, якою бачать її в світлі наявних на сьогоднішній день наукових даних, і отримано оцінки граничної швидкості плавання дельфінів, що враховують особливості їх гідродинаміки і енергетики [87–92, 272].

Проте, на сьогоднішній день в епоху стрімкого розвитку комп'ютерної техніки і методів програмування найбільшого розвитку отримали методи розрахунку нестационарних задач обтікання коливного крила, що ґрунтуються саме на чисельному розв'язанні вихідної системи диференціальних рівнянь з відповідними граничними умовами [24–27, 180, 209, 284, 293, 294, 297, 314]. Такий підхід дозволяє враховувати всю складність нестационарного закону руху обтічного тіла і на основі проведення детального параметричного аналізу визначати умови виникнення найбільшої величини пропульсивної сили на обтічному тілі [27, 32, 214, 259, 315]. Відносно новим напрямком досліджень широкого спектру задач прикладної гідроаеродинаміки, зокрема, задач гідробіоніки та гідропружності, є підходи, ґрунтовані на чисельному розв'язанні зв'язаних задач механіки рідини і деформівного твердого тіла [27, 199, 286]. Такі підходи дозволяють враховувати взаємний вплив збурень потоку і деформівної обтічної поверхні, що є надзвичайно важливим при розрахунку

нестаціонарних задач гідробіоніки, в яких обтічне тіло, як правило, наділяється певними в'язкопружними властивостями по аналогії з податливою поверхнею тіла гідробіонта [8, 57, 70, 74, 84, 87, 88, 95].

Таким чином, проведений огляд існуючих методів керування структурою нестаціонарних течій та інтегральними характеристиками обтічних тіл дозволяє визначити найбільш ефективні підходи з позиції найменших енергозатрат і найбільшого ефекту зменшення опору обтічного тіла на прикладі добре відомих аналогів із живої природи. Розроблені у даній дисертаційній роботі методики чисельної реалізації задач обтікання нестаціонарно рухомих тіл представляють собою комплекс розрахункових програм, що дають можливість обґрунтовувати методи керування течіями за допомогою деформівних та коливних поверхонь. Одна з розроблених чисельних методик ґрунтується на новостворених алгоритмах розрахунку задач обтікання твердих тіл, що здійснюють нестаціонарні коливання у потоці рідини за наперед заданим аналітичним законом руху як єдине ціле. Зокрема, розглядається випадок керування потоком за рахунок здійснення активних обертально-коливальних рухів тіла у площині обтікання [26, 27, 33, 293, 299, 301, 327]. У рамках другого підходу певна частина поверхні тіла може залишатися нерухомою або здійснювати рух із деякою фазовою затримкою відносно загального закону руху тіла. В одному частинному випадку даного підходу певна частина обтічної поверхні нестаціонарно деформується у вигляді біжучої хвилі [24–26, 33, 294, 297, 298, 300], у другому – вводиться певна фазова затримка руху хвостової частини обтічного крилового профілю відносно загального закону його обертально-коливального руху, тобто реалізується модель активно махаючого хвостового плавника гідробіонту [26, 27, 293, 299]. Третю методику розроблено на основі чисельного моделювання спряжених задач механіки в'язкої нестисливої рідини і в'язкопружного твердого тіла шляхом реалізації жорстко зв'язаного послідовного ітераційного алгоритму на кожному часовому кроці [51]. Всі описані методики реалізуються на основі прямого чисельного моделювання

тривимірних нестационарних рівнянь Нав'є-Стокса та рівнянь руху в'язкопружного середовища з використанням методів динамічних розрахункових сіток в рамках метода скінченного об'єму на базі оригінальних програмних кодів власної розробки відкритого пакету OpenFOAM.

1.6. Висновки до розділу 1

Виконано огляд традиційних методів керування структурою течії та інтегральними характеристиками обтічних тіл. Проаналізовано різні активні й пасивні методи керування течіями, серед яких найпоширенішими на сьогоднішній день є руйнівники великих вихорів (LEBU), вдув-відсмоктування, мікромеханічні системи, ріблети, а також податливі покриття, активно коливні структуровані поверхні. Визначено, що найбільший розвиток на даний час отримали активні методи керування, однак і пасивні методи не втратили свого значення, оскільки їх використання не вимагає вкладу енергії для досягнення ефекту зменшення опору.

Важливий висновок, який можна зробити з проведеного огляду літератури, полягає в тому, що розробка ефективних методів керування течіями і динамічними характеристиками обтічних тіл вимагає детального теоретичного та експериментального дослідження структури і динаміки течій навколо обтічних тіл. Крім того, такі дослідження представляють собою окрему фундаментальну цінність з позиції вивчення процесів зародження і розвитку турбулентності – гострої фундаментальної невирішеної проблеми, яка по сьогоднішній день залишається відкритою і вкрай актуальною. Так, течії в'язкої рідини на добре обтічних поверхнях в режимі ламінарно-турбулентного переходу вимагають детального дослідження структури власних збурень у примежовому шарі і закономірності їх конвективної стійкості, а відривні течії на погано обтічних тілах потребують знань про нестационарні особливості зародження та розвитку відривних зон і структури супутньої течії в сліді за обтічним тілом при зміні базових параметрів задачі.

На основі проведеного огляду літератури з методу керування потоком за допомогою деформівних поверхонь встановлено, що механізм зниження опору за рахунок використання такого підходу базується на принципі, що деформівна поверхня повинна взаємодіяти з примежовим шаром, впливати на розвиток власних збурень і забезпечувати поглинання найбільш інтенсивних збурень. Активні методи керування за допомогою коливних поверхонь ґрунтуються на принципі генерації збурень подібних власним збуренням примежового шару і, таким чином, дозволяють керувати перехідними процесами в примежовому шарі. У той час як податливі поверхні не передбачають ланцюг зворотного зв'язку для виявлення і маніпулювання тими структурами, які є об'єктом керування, проте вони дозволяють демпфувати найбільш інтенсивні і небажані збурення примежового шару, при цьому не вимагаючи додаткового вкладу енергії для досягнення ефекту зменшення опору.

Огляд робіт, у яких досліджуються особливості руху та структури шкіри гідробіонтів і розробляються методи керування потоком шляхом генерування активних коливань обтічного тіла, показав, що для створення сили тяги гідробіонти задіюють в процесі плавання своє тіло і плавник в якості активних і пасивних засобів керування течією, що дозволяє їм досягати максимальної швидкості і маневреності при мінімумі енергетичних втрат, наряду з використанням складної системи реагування, яка передбачає ланцюг зворотного зв'язку виявлення і маніпулювання структурами потоку. Сучасне розуміння механізмів, які використовують гідробіонти для генерації сили тяги і досягнення високої швидкості руху, є ще далеким від повної розгадки. Тому на сьогоднішній день відчувається необхідність проведення чисельних розрахунків з урахуванням високого ступеня складності задачі, пов'язаної з її нелінійністю і нестационарністю, включаючи складний характер руху тіла гідробіонтів і здатність їх шкіри пасивно деформуватися під дією збурень потоку, що може служити цінними ідеями по створенню транспортних засобів із деформівною поверхнею і коливним крилом в якості робочих елементів.

Сформульовано розроблені у дисертаційній роботі методики чисельної реалізації задач обтікання нестационарно рухомих тіл, що представляють собою комплекс розрахункових програм, які дають можливість обґрунтовувати методи керування течіями за допомогою деформівних та коливних поверхонь. Одна з розроблених чисельних методик базується на новостворених алгоритмах розрахунку задач обтікання твердих тіл, що здійснюють нестационарні коливання у потоці рідини за наперед заданим аналітичним законом руху як єдине ціле. Зокрема, розглядається випадок керування потоком за рахунок здійснення активних обертально-коливальних рухів тіла у площині обтікання. В рамках другого підходу певна частина поверхні тіла може залишатися нерухомою або здійснювати рух із деякою фазовою затримкою відносно загального закону руху тіла. В одному частинному випадку даного підходу певна частина обтічної поверхні нестационарно деформується у вигляді біжучої хвилі, у другому – вводиться певна фазова затримка руху хвостової частини обтічного крилового профілю відносно загального закону його обертально-коливального руху, тобто реалізується модель активно махаючого хвостового плавника гідробіонту. Третю методику розроблено на основі чисельного моделювання спряжених задач механіки в'язкої нестисливої рідини і в'язкопружного твердого тіла шляхом реалізації жорстко зв'язаного послідовного ітераційного алгоритму на кожному часовому кроці. Всі описані методики реалізуються на основі прямого чисельного моделювання тривимірних нестационарних рівнянь Нав'є-Стокса та рівнянь руху в'язкопружного середовища з використанням методів динамічних розрахункових сіток в рамках метода скінченного об'єму на базі оригінальних програмних кодів власної розробки відкритого пакету OpenFOAM.

Основні положення даного розділу викладено в роботах автора [24–27, 33, 51, 293, 294, 297–301, 327], які містять детальні вступні оглядові частини і в яких представлено розроблені методики чисельного моделювання задач обтікання нестационарно рухомих тіл.

РОЗДІЛ 2

МОДЕЛЮВАННЯ НЕСТАЦІОНАРНИХ ПРОЦЕСІВ ОБТІКАННЯ ДЕФОРМІВНИХ ТІЛ

Процес математичного моделювання складається з трьох взаємопов'язаних етапів, що включає, відповідно, побудову моделей, алгоритмів і програм. Перший етап – це формулювання математичної моделі, зокрема, основні математичні та фізичні ідеї, покладені в її основу, а також чітке обґрунтування обраної моделі: доведення теорем існування та єдиності розв'язку, аналіз властивостей обраної системи рівнянь, побудова точних і автотельних розв'язків, їх аналіз та ін. Другим етапом є розробка методів чисельного дослідження обраної моделі, які включають в себе побудову обчислювального алгоритму, оцінки його точності, стійкості та збіжності. Останнім, третім етапом є написання програмних комплексів, їх налагодження на тестових задачах, вирішення конкретних прямих і зворотних фізичних задач та уточнення вихідної моделі, якщо це виявляється необхідним.

У даному розділі дисертаційної роботи формулюються математичні моделі для досліджуваних фізичних процесів, при цьому не наводиться обґрунтування розглянутих математичних моделей, обмежуючись лише посиланнями на результати інших робіт. Основна увага приділяється другому і третьому етапам математичного моделювання – опису методів чисельної реалізації отриманих систем диференціальних рівнянь, які дозволяють проводити чисельні розрахунки широкого спектру задач механіки рідини і деформівного твердого тіла, а також проведення тестових розрахунків на прикладах розв'язання конкретних задач, на яких демонструється ефективність і точність описаних підходів.

2.1. Математичні моделі механіки суцільних середовищ

У механіці суцільних середовищ на основі методів, розвинутих у теоретичній механіці, розглядається рух таких матеріальних тіл, які заповнюють простір неперервно у нехтуванні їхньою молекулярною будовою, при цьому передбачається, що всі процеси розвиваються у часі і розглядаються в просторі, де визначено відстані між точками. Характеристики тіл – такі, як густина, тиск, швидкості, напруження і т. д., також вважаються неперервними, що дає можливість застосовувати в механіці суцільних середовищ добре розроблений для неперервних функцій апарат вищої математики. Моделі механіки суцільного середовища, зокрема, рідини і деформівного твердого тіла, що розглядаються в даній роботі, будуються на основі ньютонівської механіки матеріальної точки, поширеною на випадок суцільного матеріального середовища, за допомогою систем диференціальних рівнянь, що відображають класичні закони Ньютона і складаються для розв'язання різних задач механіки суцільних середовищ [80].

2.1.1. Системи диференціальних рівнянь механіки рідини

Фундаментальні рівняння механіки рідини і газу базуються на універсальних законах: збереження маси, кількості руху і енергії. Закон збереження маси стосовно потоку рідини дає рівняння нерозривності, закон збереження кількості руху, тобто другий закону Ньютона, – векторне рівняння кількості руху (рівняння імпульсу), а перший закон термодинаміки – рівняння енергії. Для замикання системи до рівнянь, отриманих із законів збереження, слід додати співвідношення, що встановлюють зв'язок між властивостями рідини, наприклад, рівняння стану, що зв'язують термодинамічні параметри рідини, такі як тиск, густину і температуру.

Фундаментальна система рівнянь механіки неоднорідних рідин, що входить в усі класичні монографії та підручники і враховує вплив властивостей середовища і градієнтів термодинамічних потенціалів на структуру і динаміку

течій, складається з диференціальних балансових рівнянь для всіх фізичних величин і замикається алгебраїчним рівнянням стану і може бути записана у наступному тензорному вигляді [69, 77, 81]:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla_j (\rho u^j) &= 0, \quad \rho = \rho(P, S, T), \\ \frac{\partial (\rho u^i)}{\partial t} + (\nabla_j u^j) \rho u^i &= -\nabla^i P + \rho g^i + \nu \Delta (\rho u^i) + 2\varepsilon^{ijk} \rho u_j \Omega_k + f^i, \quad (2.1) \\ \frac{\partial \rho T}{\partial t} + \nabla_j (\rho u^j T) &= \Delta (\kappa_T \rho T) + Q_T, \quad \frac{\partial \rho S}{\partial t} + \nabla_j (\rho u^j S) = \Delta (\kappa_S \rho S) + Q_S,\end{aligned}$$

де ρ – густина, P – тиск, T – температура, S – солоність, u^j – швидкість течії, Ω_k – кутова швидкість глобального обертання рідини, g^i – прискорення вільного падіння, f^i – зовнішня сила, Q_T , Q_S – щільність джерел температури і солі, ν , κ_T , κ_S – коефіцієнти кінематичної в'язкості, температуропровідності і дифузії, відповідно, t – час, ∇ і Δ – оператори Гамільтона і Лапласа.

Нехтуючи ефектами обертання і припускаючи лінійну залежність густини від температури і солоності, фундаментальна система рівнянь термогідромеханіки неоднорідної рідини може бути записана у наступному спрощеному вигляді [69, 77, 81]:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathbf{u} \nabla \rho + \rho \operatorname{div} \mathbf{u} &= 0 \\ \rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \nabla) \mathbf{u} \right) &= -\nabla P + \rho \nu \Delta \mathbf{u} + \rho \mathbf{g} \quad (2.2) \\ \frac{\partial S}{\partial t} + (\mathbf{u} \nabla) S &= \kappa_S (T, S) \Delta S + Q_S \\ \frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{u} \nabla) T &= \kappa_T (T, S) \Delta T + Q_T \\ \rho &= \rho(S, T, P) \approx \rho_0 (1 + \beta (S - S_0) - \alpha (T - T_0))\end{aligned}$$

тут α , β – коефіцієнти теплового розширення і сольового стиснення, відповідно, індексами виділено значення змінних на нульовому (базовому) рівні.

Наведена система рівнянь виписана в рамках моделі квазірівноважної рідини, при цьому зазвичай передбачається, що градієнти температури і концентрації малі (наближення лінійної термодинаміки нерівноважних процесів) і до кожного елементарного об'єму рідини застосовні поняття і співвідношення рівноважної термодинаміки [69]. Для цього випадку щільності потоків маси і тепла лінійно виражаються через градієнти концентрації, температури і тиску [40].

При вивченні порівняно повільно протікаючих природних явищ в неоднорідній атмосфері і гідросфері зазвичай не враховуються ефекти бародифузії, термодифузії і перенесення тепла під дією градієнтів концентрації (ефекти Дюфо і Сорі), а також припускається, що відсутні значні градієнти тиску. У задачах, які пов'язані з акустичними явищами, густина середовища визначається тільки температурою і концентрацією домішок і не залежить від тиску.

В природних і лабораторних умовах стратифікація зазвичай є слабкою. Масштаб стратифікації Λ при цьому суттєво перевищує всі інші масштаби задачі – глибину рідини, розміри перешкод, довжини хвиль і т.д. В цьому випадку широко використовуються різні форми наближення Бусінеска, в яких варіації густини враховуються лише в членах, що описують сили плавучості в рівняннях Нав'є-Стокса.

У припущенні слабкої стисливості рідини, малості варіацій густини щодо її повного значення, великої теплоємності рідини і порівняно невеликої швидкості руху перешкоди фундаментальна система може бути скорочена без істотних втрат її інваріантних властивостей [11] до системи рівнянь механіки нестисливої лінійно стратифікованої рідини, що включає рівняння стану $\rho(S(z))$, нерозривності, Нав'є-Стокса в наближенні Бусінеска та дифузії стратифікуючого компонента [46–49, 101–106, 145–160, 317–327]:

$$\begin{aligned}
\rho &= \rho_{00}(S) = \rho_{00}(\exp(-z/\Lambda) + s), \quad \operatorname{div} \mathbf{v} = 0, \\
\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} &= -\frac{1}{\rho_{00}} \nabla P + \nu \Delta \mathbf{v} - s \mathbf{g}, \\
\frac{\partial s}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla s &= \kappa_s \Delta s + \frac{v_z}{\Lambda}.
\end{aligned} \tag{2.3}$$

Тут s – збурення солоності (стратифікуючого компонента), що включає коефіцієнт сольового стиснення, незбурений розподіл густини характеризується масштабом $\Lambda = (d \ln \rho_0 / dz)^{-1}$, частотою $N = 2\pi/T_b = \sqrt{g/\Lambda}$ та періодом плавучості T_b . Малість стратифікації і коефіцієнта дифузії солі дозволяють не враховувати дивергентний член у правій частині рівняння руху.

Кожен кінетичний коефіцієнт, що характеризує дисипативні властивості середовища, який в загальному випадку залежить від термодинамічних змінних, координат і часу, що ускладнює аналітичне описання течій традиційними методами і вимагає широкого використання символьних обчислень та розробки чисельних моделей, тут вважається постійним.

У нехтуванні зміни густини система (2.3) зводиться до простих рівнянь Нав'є-Стокса і нестисливості для однорідної в'язкої нестисливої рідини [24–27, 293–297]:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} &= -\frac{1}{\rho_{00}} \nabla P + \nu \Delta \mathbf{v}, \\
\operatorname{div} \mathbf{v} &= 0.
\end{aligned} \tag{2.4}$$

В залежності від необхідності врахування тих чи інших ефектів (стратифікації, дифузії, теплопровідності, стисливості та ін.) у подальших розглянутих задачах при дослідженні фізичних процесів розглядаються математичні моделі, що описуються відповідними системами диференціальних рівнянь. Так, при розрахунку течій стратифікованою рідиною, де особливо важливим є врахування ефектів стратифікації і дифузії, використовується система рівнянь (2.3), при моделюванні обтікання нестационарно рухомих тіл – спрощена система (2.4).

2.1.2. Рівняння руху в'язкопружного деформівного тіла

Багато з твердих матеріалів мають механічні властивості, які не можна описати за допомогою пружної або в'язкої моделей механічної поведінки. Теорія пружності може застосовуватися до матеріалів, які мають здатність накопичувати механічну енергію, але не розсіюючи її. Ньютонівська в'язка рідина при негідростатичному напруженому стані проявляє здатність розсіювати енергію, але не здатна її накопичувати. Реальні тверді матеріали мають здатність як до накопичення механічної енергії, так і до її розсіювання, що може бути успішно описано за допомогою моделей теорії в'язкопружності [65, 85].

Рівняння коливання суцільного середовища в змінних Лагранжа, виходячи з другого закону Ньютона, мають такий вигляд [50, 65, 85]:

$$\rho_b \frac{\partial^2 \xi_i}{\partial t^2} = \Sigma_{ij,j}, \quad (2.5)$$

де $\xi = \{\xi_1, \xi_2, \xi_3\}$ – вектор переміщення, ρ_b – густина, Σ – тензор напружень.

При малих деформаціях матеріалу в'язкопружного тіла його рух може бути досить добре змодельовано лінеаризованими нестационарними рівняннями Ляме [50, 65, 85]. Проте, на практиці в'язкопружні матеріали часто знаходяться в умовах, несумісних з припущеннями лінійної теорії. Для багатьох матеріалів діапазон деформацій, в якому справедливий принцип суперпозиції, а, отже, і припущення про лінійність, виявляється вельми обмеженим і є очевидною необхідність в більш загальній теорії. У разі скінченних деформацій тіла співвідношення між деформаціями і переміщенням має бути доповнене нелінійним членом, що містить інформацію про обертання тіла як єдиного цілого, що не викликає додаткових напружень [72]:

$$E_{ij} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial \xi_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \xi_j}{\partial x_i} + \frac{\partial \xi_i}{\partial x_j} \frac{\partial \xi_j}{\partial x_i} \right],$$

де E_{ij} – компоненти тензора деформацій Гріна-Лагранжа.

Поведінка в'язкопружного матеріалу визначається не тільки поточним напруженим станом, як у ідеально пружного матеріалу, а й усіма минулими станами, тобто присутній так званий «ефект пам'яті» [65]. Для моделювання в'язкопружності використовується гіпотеза про те, що миттєве значення тензора напружень залежить від усієї передісторії зміни компонент тензора деформацій, що формально може бути виражено у вигляді інтегрального представлення співвідношення між напруженнями і деформаціями [65, 85]:

$$\begin{aligned} \Sigma_{ij} = & \int_0^t \left[\lambda(t-s) \frac{\partial E_{ii}(s)}{\partial s} + 2\mu(t-s) \frac{\partial E_{ij}(s)}{\partial s} \right] ds + \\ & \int_0^t \int_0^t \left[\frac{1}{2} \lambda(2t-s-r) \frac{\partial E_{ii}(s)}{\partial s} \frac{\partial E_{ii}(r)}{\partial r} + \mu(2t-s-r) \frac{\partial E_{ij}(s)}{\partial s} \frac{\partial E_{ij}(r)}{\partial r} \right] ds dr, \end{aligned} \quad (2.6)$$

де $\lambda(t) = \lambda_0 + \sum_{j=1}^N \lambda_j \exp(-t/\tau_j)$, $\mu(t) = \mu_0 + \sum_{j=1}^N \mu_j \exp(-t/\tau_j)$ – динамічні модулі,

які моделюються функцією релаксації у вигляді суми затухаючих експонент, λ_0 і μ_0 – статичні пружні коефіцієнти Ляме:

$$\lambda_0 = \frac{\nu_b E_b}{(1+\nu_b)(1-2\nu_b)}, \quad \mu_0 = \frac{E_b}{2(1+\nu_b)}, \quad E_b, \nu_b - \text{модуль пружності і коефіцієнт}$$

Пуасона пружного тіла, відповідно.

Динамічний модуль $\lambda(t)$ визначається з умови, що динамічний об'ємний модуль для розглянутих полімерних матеріалів дорівнює статичному [50]:

$$K(t) = \lambda(t) + \frac{2}{3}\mu(t) = \lambda_0 + \frac{2}{3}\mu_0,$$

що дає $\lambda_j = -\frac{2}{3}\mu_j$, $j = \overline{1, N}$, і $\lambda(t) = \lambda_0 - \frac{2}{3} \sum_{j=1}^N \mu_j \exp(-t/\tau_j)$.

де μ_j і τ_j – набір зсувних модулів і часів функції релаксації.

Тоді система рівнянь, що описує рух в'язкопружного тіла в переміщеннях в рамках повної лагранжевої постановки і узагальненої моделі в'язкопружного

середовища, із врахуванням залежності між напруженнями і деформаціями (2.6) запишеться у наступній тензорній формі:

$$\rho_b \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \nabla q_L + \nabla q_N, \quad (2.7)$$

$$\begin{aligned} \text{де } q_L = \int_0^t \left[\lambda(t-s) \operatorname{tr} \left(\nabla \left(\frac{\partial \xi(s)}{\partial s} \right) \right) \mathbf{I} + 2\mu(t-s) \left(\nabla \left(\frac{\partial \xi(s)}{\partial s} \right) + \left(\nabla \left(\frac{\partial \xi(s)}{\partial s} \right) \right)^T \right) \right] ds, \\ q_N = \int_0^t \int_0^t \left[\lambda(2t-s-r) \operatorname{tr} \left(\nabla \left(\frac{\partial \xi(s)}{\partial s} \right) \cdot \left(\nabla \left(\frac{\partial \xi(r)}{\partial r} \right)^T \right) \right) \mathbf{I} + \right. \\ \left. + \mu(2t-s-r) \left(\nabla \left(\frac{\partial \xi(s)}{\partial s} \right) \cdot \left(\nabla \left(\frac{\partial \xi(r)}{\partial r} \right) \right)^T \right) \right] ds dr. \end{aligned}$$

Отримана система рівнянь (2.7) досить складна і не може бути розв'язана за допомогою аналітичних підходів, тому для її розв'язання залучаються чисельні методи, які будуть розглянуті у наступному підрозділі.

2.1.3. Граничні умови на обмежуючих поверхнях та границях розділу середовищ

При розв'язанні конкретних задач механіки рідини або деформівного твердого тіла системи рівнянь (2.1-2.4) або (2.5) доповнюються граничними і початковими умовами для всіх фізичних змінних, що входять у вихідну систему диференціальних рівнянь. Так, при розгляді найбільш повної системи рівнянь механіки неоднорідних рідин (2.1) граничні умови включають умови прилипання, значення температури і солоності (або їх потоків) на твердих поверхнях, динамічні і кінематичні умови на вільній поверхні і умова загасання всіх збурень або незбуреного потоку на нескінченності [69]. Для задачі обтікання непроникної перешкоди потоком неперервно стратифікованої рідини, описуваної скороченої системою рівнянь (2.3), початкові і граничні умови мають наступний вигляд:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}|_{t \leq 0} = 0, \quad s|_{t \leq 0} = 0, \quad P|_{t \leq 0} = 0, \quad v_x|_{\Gamma} = v_z|_{\Gamma} = 0, \\ \left[\frac{\partial s}{\partial \mathbf{n}} \right]_{\Gamma} = \frac{1}{\Lambda} \frac{\partial z}{\partial \mathbf{n}}, \quad v_x|_{x, z \rightarrow \infty} = U_0, \quad v_z|_{x, z \rightarrow \infty} = 0, \end{aligned} \quad (2.8)$$

де U_0 – швидкість рівномірного набігаючого потоку на нескінченності, s – збурення солоності, $\mathbf{n}$ – зовнішня нормаль до поверхні перешкоди Γ . У частинному випадку течії однорідної рідини, що відповідає системі (2.4), граничні умови зберігають форму (2.6) без урахування умови для солоності, оскільки в цьому випадку густина рідини є постійною.

В задачах деформування твердого тіла з в'язкопружного матеріалу, нестационарний рух якого описується рівняннями (2.7), граничні умови на жорстко закріпленій частині поверхні S_1 мають наступний вигляд [50, 65, 85]:

$$\xi_1|_{S_1} = D_1, \quad \xi_2|_{S_1} = D_2, \quad \xi_3|_{S_1} = D_3, \quad (2.9a)$$

де $\mathbf{D}$ – вектор вимушеного переміщення границі, компоненти якого в загальному випадку є функціями координат поверхні й часу, а на незакріпленій частині поверхні деформівного тіла S_2 задаються напруження у наступному вигляді [50, 65, 85]:

$$\Sigma_{x_2 x_2}|_{S_1} = P, \quad \Sigma_{x_1 x_2}|_{S_1} = Q, \quad \Sigma_{x_2 x_3}|_{S_1} = R, \quad (2.9b)$$

тут P, Q, R – нормальне і дотичне навантаження, що прикладаються на поверхні тіла, які в загальному випадку є функціями координат поверхні й часу. У випадку вільної від навантажень поверхні значення діючих сил покладаються рівними нулю.

При розгляді зв'язаних задач механіки рідини і деформівного твердого тіла, коли враховується взаємний вплив течії рідини і деформацій матеріалу під дією збурень потоку, рівняння руху для обох середовищ розв'язуються узгоджено (Рис. 2.1).

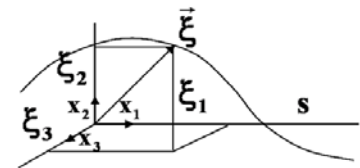


Рис. 2.1. Переміщення поверхні в'язкопружного тіла

Гідромеханічну і в'язкопружну частини задачі, які описуються математично, відповідно, системами (2.4) і (2.7), пов'язують кінематичні і динамічні граничні умови на поверхні розділу середовищ, що моделюють узгоджений рух рідини і поверхні деформівного тіла:

$$\mathbf{U} = \frac{\partial \boldsymbol{\xi}}{\partial t}, \quad -P\mathbf{I} + \nu\rho \left[\nabla \mathbf{U} + \nabla \mathbf{U}^T \right] = \boldsymbol{\sigma}, \quad (2.10)$$

де $\boldsymbol{\sigma} = \frac{1}{\det \mathbf{F}} \mathbf{F} \cdot \boldsymbol{\Sigma} \cdot \mathbf{F}^T$ – тензор напружень Коші, $\mathbf{F} = \mathbf{I} + (\nabla \boldsymbol{\xi})^T$.

Дані граничні умови стверджують, що на границі контакту середовищ виконується миттєва рівність компонент швидкості, тиску і в'язких напружень, значення яких повинні одночасно задовольняти розв'язкам як гідродинамічної, так і в'язкопружного задач. Іншими словами, кінематична частина умови спряження середовищ має наступне фізичне трактування: при виконанні умови непротікання і прилипання частинки рідини, що безпосередньо контактують з межею поділу середовищ, повинні здійснювати рух зі швидкістю рівною лагранжевій швидкості переміщення поверхні в'язкопружного тіла. При цьому, з огляду на специфіку задання граничних умов для кожної з підзадач загальної зв'язаної задачі, логічно запропонувати найбільш доцільний алгоритм обміну значеннями кінематичних і динамічних характеристик на границі контакту середовищ: з розв'язку гідродинамічної задачі визначаються граничні значення тиску і в'язких напружень для в'язкопружної задачі, а значення компонент швидкості і приріст переміщення обчислюються з розв'язку в'язкопружної задачі і використовуються як граничні умови для гідродинамічної частини.

2.2. Методи чисельного моделювання

Рівняння руху рідини і деформівного твердого матеріалу можуть бути розв'язані у загальному вигляді лише в деяких окремих випадках і при ряді припущень. Загального ж аналітичного розв'язку систем цих рівнянь поки ще не отримано, що додатково ускладняється необхідністю врахування

нелінійності рівнянь, турбулентності, стисливості середовища, впливу зовнішніх динамічних чинників, а також залежністю від початкових і граничних умов. При цьому чисельні методи їх розв'язання розвинені досить добре і на сьогоднішній день знайшли широке застосування в різних областях науки і техніки, ставши невід'ємною частиною процесу проектування літальних апаратів, рушійних установок, ракетної техніки, автомобілів і т.д

У даному підрозділі представлено обґрунтування вибору методів чисельного розв'язання задач механіки суцільних середовищ, алгоритмів дискретизації розрахункової області і диференціальних рівнянь, які було безпосередньо застосовано у даній роботі для чисельного моделювання розглядуваних задач обтікання нестационарно рухомих тіл.

2.2.1. Обґрунтування вибору застосованих чисельних методів

Метою будь-якого чисельного методу є перетворення одного або декількох рівнянь в частинних похідних у відповідну систему лінійних алгебраїчних рівнянь, розв'язання якої дає набір значень, що відповідають розв'язкам вихідної системи в заздалегідь визначених областях у просторі і часі. Процес дискретизації можна розділити на два етапи: дискретизація області розв'язку і дискретизація рівнянь [208, 209].

Дискретизація області розв'язку дає чисельне описання розрахункової області, включаючи положення точок, в яких виконується пошук розв'язку, і описання границі. Простір ділиться на скінченне число окремих областей, що називаються контрольними об'ємами або комірками, а при моделюванні нестационарних процесів часовий інтервал також розбивається на скінченне число часових кроків.

На даний час найбільш розвинено три основні підходи до дискретизації області розв'язку задач механіки суцільних середовищ. Перший з них носить назву методу скінченних різниць, суть якого полягає у прямій заміні похідних, що входять у вихідні рівняння, їх дискретними (різницеvими) аналогами.

Розв'язок шукається у вузлах сітки, на яку розбивається розрахункова область. Перевагою даного методу є відносна простота реалізації, при цьому з точки зору фізичного сенсу цей метод не дуже наочний. Іншим недоліком цього методу є особливі вимоги до побудови сітки, що часто ускладнює процес розв'язання.

Другий підхід називається методом скінченних об'ємів або методом контрольного об'єму, основа якого полягає у тому, що розрахункова область за допомогою сітки розбивається на сукупність скінченних об'ємів. Вузли, в яких шукається розв'язок, знаходяться в центрах цих об'ємів, для кожного з яких повинні виконуватися закони збереження маси, кількості руху і енергії. Тобто, наприклад, зміна в часі маси середовища в контрольному об'ємі може відбуватися тільки за рахунок зовнішнього потоку маси, що входить в об'єм, або за рахунок вихідного потоку маси з даного об'єму. Метод скінченного об'єму застосовується в багатьох обчислювальних гідродинамічних (CFD) пакетах, таких як OpenFOAM, FlowVision, ANSYS, Flotran, Flow3d, PHOENICS та ряді інших.

Третій метод розв'язання – метод скінченних елементів, суть якого полягає в наближеному розв'язанні варіаційної задачі, що формулюються на основі поняття функціоналу. Оператор $I[f(x)]$ називається функціоналом, заданим на деякій множині функцій, якщо кожній функції $f(x)$ ставиться у відповідність певне числове значення $I[f(x)]$. Тобто функціонал є ніби «функцією від функції» і часто має вигляд інтегралів. Варіаційна задача полягає в знаходженні такої функції $f(x)$, якій би відповідало мінімальне значення функціоналу $I[f(x)]$, вид якого може бути відмінний для різних задач і підбирається спеціально. На даний час метод скінченних елементів знайшов широке застосування при розв'язанні задач теплопровідності в твердих тілах і при розрахунках на міцність, проте він може бути застосований і до задач течії рідин і газів.

Відомі також методи, які поєднують в собі риси методу скінченних об'ємів і методу скінченних елементів, що дозволяють використовувати більш широкий

ряд розрахункових сіток (тетраедричних сітки, піраміди, призми, багатогранники), що необхідно при розв'язанні задач із складною геометрією. Цей підхід використовують CFD пакети Ansys CFX, AnsysFluent, Star-CD, Star-CCM +.

У даній роботі чисельне моделювання ґрунтується на методі скінченного об'єму внаслідок вихідної консервативності даного підходу, а також гарної адаптації цього методу до складної геометрії розрахункової області і динамічним розрахунковим сіткам. Базові поняття скінченно-об'ємної дискретизації диференціальних рівнянь добре відомі [73, 78, 197, 292], при цьому окрему увагу слід приділити дискретизації саме конвективних членів, оскільки дане питання продовжує залишатися предметом інтенсивних дискусій.

В рамках другого порядку точності прийнятною схемою дискретизації могла б бути центрально-різницева схема. Однак, як відомо, в багатьох випадках застосування центрально-різницевої схеми для дискретизації конвективних членів призводить до нестійкості і появи нефізичних осциляцій розв'язку. Справа в тому, що, відповідно до теореми Годунова [36, 197], всі лінійні монотонні схеми для рівняння переносу мають тільки перший порядок, тобто лінійні схеми другого і більш високих порядків не мають властивості монотонності. Для досягнення стійкості процедури дискретизації були запропоновані схеми першого порядку [171, 185, 229]. Однак такі схеми мають незадовільний порядок точності, що призвело до необхідності розробки стійкої схеми другого порядку, яка невдовзі була запропонована Lax і Wendroff [230]. Пізніше з'явилося велике сімейство схем Лакса-Вендроффа, в яких стійкість досягається за рахунок комбінування просторової і часової дискретизації, що призвело до безлічі двокрокових [232, 243] і неявних схем [233, 244]. Проте, у випадку стаціонарних задач комбінована просторово-часова дискретизація вводить нереалістичну залежність розв'язку від величини кроку за часом. Для вирішення цієї проблеми в роботах [117, 118, 207] було розроблено сімейство схем другого порядку з незалежною інтеграцією за часом. Хоча такий підхід

виключає залежність просторової точності від розміру часового кроку, різницеві схеми сімейства Біма-Уормінга можуть викликати нефізичні осциляції розв'язку, що призводить до втрати обмеженості розв'язку і істотно знижує можливість застосування схеми. Робилася також спроба вирішити проблему обмеженості розв'язку за допомогою введення члена штучної дифузії [197]. Однак і такий підхід не гарантує обмеженості розв'язку, а штучна дифузія знижує точність схеми, особливо в областях високих градієнтів [73].

Єдина конвективна схема, яка гарантує обмеженість і монотонність – це зустрічно-потоківна схема [78], що реалізується завдяки введенню надмірної чисельної дифузії, яка змінює природу задачі. Задача з домінуванням конвективних ефектів стає задачею, в якій конвективні і дифузійні ефекти збалансовані. Така втрата точності є неприйнятною і, отже, було запропоновано декілька варіантів розв'язання проблеми: схеми, що використовують точне або наближене одномірне розв'язання рівняння конвекції-дифузії для визначення значення невідомих функцій, до яких можна віднести схему LOADS (locally analytic differencing scheme) [308], а також схему зі статичним законом [78]; схеми, основані на різницях проти потоку [265], що має перший порядок, а також протипотокові схеми більш високих порядків (лінійна протипотокова схема [304], схема QUICK [231], skew-upwind differencing schemes [264] для складних фізичних областей із сітками зі скошеними комірками); гібридні (або комбіновані) схеми [280], суть яких полягає в тому, що в області, де сіткове число Пекле менше 2, використовуються центральні різниці, в іншому випадку – різниці проти потоку; змішані схеми (blended differencing) [257], в яких протипотокові різниці використовуються в комбінації зі схемами більш високого порядку (центральні або лінійні протипотокові різниці) таким чином, щоб була досягнута обмеженість розв'язку [73].

Всі перераховані вище схеми або сильно жертвують точністю, або не гарантують монотонності розв'язку. Подальший пошук обмежених і досить точних різницевоїх схем призвів до розробки концепції обмеження потоку. Boris

і Book [128] ввели поняття обмежувача потоку в своїй FCD (Flux Corrected Transport) різницевої схемі, яка в подальшому була узагальнена в [329] на багатовимірні задачі. Надалі ця ідея була використана van Leer в серії робіт "Towards the ultimate conservative differencing scheme" [289, 290]. В кінцевому підсумку ці методи привели до появи класу TVD схем (Total Variation Diminishing). TVD схеми розвивали Harten [190, 191], Roe [270], Chakravarthy і Osher [142] та інші. Загальна процедура побудови TVD схеми описана Osher і Chakravarthy в [142, 254], а Sweby [282] представив графічну інтерпретацію обмежувачів (діаграма Sweby) і дослідив точність методу. Основна ідея TVD методу полягає в тому, що внесок схеми більш високого порядку і монотонної схеми першого порядку залежать від локальної форми самого розв'язку, що робить схему нелінійною. Загальні принципи побудови обмежених конвективних схем високого порядку розглянуті в [305]. Ця робота містить детальну класифікацію і аналіз більшості нелінійних скалярних конвективних схем, розроблених на даний момент. Аналіз включає огляд і порівняння двох найбільш часто використовуваних підходів: обмежувачі потоків і нормалізовані змінні (normalized variables) [73]. Відповідно до класифікації [305] TVD схема, яка використовується в даній роботі, відповідає узагальненій кусочно-лінійній схемі Chakravarthy-Osher [142]. Така схема вносить мінімальну чисельну дифузію, що може бути суттєвим саме для розглядуваних у даній роботі задач.

Крім розглянутої вище проблеми побудови неосцилюючих і досить точних конвективних схем, мають місце ще дві проблеми, з якими стикаються дослідники при дискретизації рівнянь Нав'є-Стокса, – це нелінійність рівняння збереження імпульсу і узгодження полів швидкості і тиску [73]. Нелінійний член рівняння має вигляд $\nabla \cdot \mathbf{U}\mathbf{U}$ і, отже, дискретна форма цього виразу буде квадратичною щодо швидкості, тобто одержувана в результаті система алгебраїчних рівнянь буде нелінійною. Є два можливих шляхи вирішення проблеми: використовувати солвер для нелінійних систем рівнянь або лінеаризувати конвективний член. Беручи до уваги складність і витратність

нелінійних солверів, у багатьох випадках перевага віддається саме процедурі лінеаризації. У цьому випадку конвективний член трактується як перенос швидкості потоком, при цьому значення потоку беруться з часовим лагом, тобто вже відомі, розраховані на попередньому кроці за часом. Потім для уточнення значень швидкості використовується ітераційна процедура, тобто значення швидкості, отримані після розв'язання відповідної лінійної системи, використовуються для розрахунку нового, більш точного поля течії, і так ця процедура ітераційно повторюється необхідну кількість разів.

Одна з основних проблем при чисельному розв'язанні системи рівнянь Нав'є-Стокса для нестисливої рідини полягає в слабкому узгодженні полів швидкості і тиску [73]. Так, при використанні ітераційних процедур розв'язання лінійні алгебраїчні рівняння, отримані з рівняння збереження імпульсу, використовуються для обчислення дискретного набору значень швидкості. Тоді природньо було б використовувати рівняння нерозривності для обчислення тиску, проте в рамках моделі нестисливої рідини тиск або густина не належать до рівняння нерозривності. Таким чином, при використанні ітераційної процедури розв'язання постає задача знайти спосіб введення тиску в рівняння нерозривності. Такі методи можна розділити на два класи: один – це метод штучної стисливості, в рамках якого течії приписується слабка (але скінченна) стисливість [168] і потім розв'язується задача на встановлення, а другий клас методів – це методи, основані на обчисленні тиску (pressure-based methods, PBM), який був введений Harlow і Welch [189] для розрахунку нестационарної течії. Основна ідея даного класу методів полягає в тому, щоб сформулювати рівняння Пуассона для корекції тиску і потім обчислювати нові значення полів тиску і швидкості до тих пір, поки не буде отримано поле швидкості, що задовольняє умові нестисливості. У цей клас методів входять MAC (marker and cell) метод [189], алгоритм SIMPLE (semi-implicit method for pressure linked equations) [256], включаючи його удосконалення – SIMPLER [78] і SIMPLEC [288], і алгоритм PISO (pressure implicit with splitting of operators),

запропонований Issa в [205]. У даній роботі для узгодження полів швидкості і тиску використовується алгоритм PISO, а також гібридна процедура PIMPLE (PISO+SIMPLE), які являють собою стійкі, добре збіжні алгоритми, що виявляють найбільші переваги при розрахунках нестационарних течій.

2.2.2. Алгоритм розрахунку методом скінченних різниць

При використанні скінченно-різницевого підходу чисельне розв'язання системи (2.3) з граничними умовами (2.8) шукається у фізичних змінних швидкість-тиск на різницевому шаблоні з рознесеною структурою розташування сіткових вузлів [12, 146, 322]. Розраховуються

величини швидкості і тиску, які визначаються в різних вузлах сітки.

В просторі (x, z, t) вводиться в розгляд основна прямокутна сітка

$G_0(x_i, z_j, t^n)$, що складається з точок (Рис. 2.2):

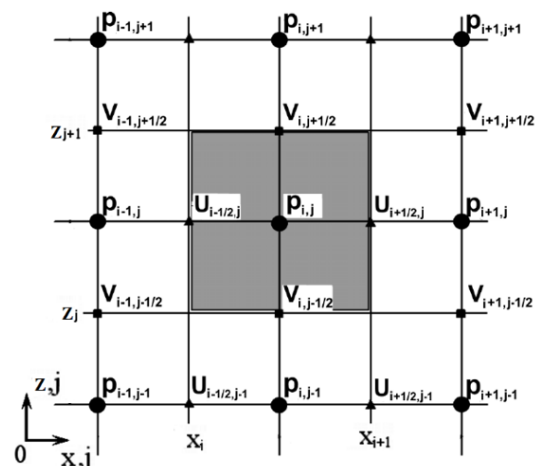


Рис. 2.2. Фрагмент розташування вузлів і комірок на рознесеній сітці

$$x_i = x_0 + i \cdot \Delta x; \quad z_j = z_0 + j \cdot \Delta z; \quad t^n = n \cdot \Delta t$$

і дві допоміжні полуцілі сітки G_1 і G_2 :

$$G_1(x_{i+1/2}, z_j, t^n); \quad x_{i+1/2} = x_0 + (i + 1/2) \cdot \Delta x; \quad z_j = j \cdot \Delta z; \quad t^n = n \cdot \Delta t$$

$$G_2(x_i, z_{j+1/2}, t^n); \quad x_i = i \cdot \Delta x; \quad z_{j+1/2} = z_0 + (j + 1/2) \cdot \Delta z; \quad t^n = n \cdot \Delta t$$

У відповідності з вибраним сітковим шаблоном вводяться наступні позначення:

$$p(x_i, z_j, t^n) = p_{i,j}^n; \quad v_x((i + 1/2) \cdot \Delta x, j \cdot \Delta z, n \cdot \Delta t) = v_{x,i+1/2,j}^n;$$

$$v_z(i \cdot \Delta x, (j + 1/2) \cdot \Delta z, n \cdot \Delta t) = v_{z,i,j+1/2}^n,$$

де $i = 1, \dots, N_x, j = 1, \dots, N_z$. Кількість точок у кожному з напрямків N_x, N_z змінювалася в діапазоні $500 \div 2000$ і $50 \div 300$, відповідно. Розраховані картини

течії залишалися стійкими при зміні числа вузлів різницевої сітки у всьому зазначеному діапазоні.

У вузлах основної сітки $G_0(i, j)$ розташовуються сіткові функції тиску $p_{i,j}$ і солоності $s_{i,j}$, а на серединях граней контрольних об'ємів, тобто в вузлах допоміжних напівцілій сіток $G_1(i+1/2, j)$ і $G_2(i, j+1/2)$ – сіткові функції компонент швидкості, відповідно. Кроки сіток вибиралися як рівномірними, так і змінними в обох напрямках. Для знаходження значень параметрів в точках, які не відповідають їх положенню на різницевому шаблоні, використовувалася лінійна інтерполяція.

Процедуру визначення невідомих функцій – швидкості $\mathbf{v}$, тиску p і збурення солоності s в момент часу $t_n = (n+1)\Delta t$ (Δt – крок за часом, n – число кроків) організовано у вигляді трьохетапної схеми розщеплення по фізичним параметрам з використанням їх відомих значень на попередньому часовому шарі $t_n = n\Delta t$.

На першому етапі передбачається, що перенесення кількості руху здійснюється за рахунок конвекції і дифузії, і обчислення проміжних значень швидкості проводиться за рівняннями:

$$\begin{aligned}\frac{\tilde{v}_x - v_x}{\Delta t} &= -\frac{\partial(v_x^2)}{\partial x} - \frac{\partial(v_x v_z)}{\partial z} + v \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \right); \\ \frac{\tilde{v}_z - v_z}{\Delta t} &= -\frac{\partial(v_x v_z)}{\partial x} - \frac{\partial(v_z^2)}{\partial z} + v \left(\frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right) + S \cdot g\end{aligned}$$

На другому етапі по знайденому проміжному полю швидкостей $\tilde{v}_x$, $\tilde{v}_z$ з урахуванням рівняння нерозривності знаходиться поле тиску з рівняння Пуассона:

$$\frac{\partial^2 p^{n+1}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p^{n+1}}{\partial z^2} = \frac{\rho_{00}}{\Delta t} \left(\frac{\partial \tilde{v}_x}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{v}_z}{\partial z} \right).$$

На третьому етапі передбачається, що перенесення кількості руху здійснюється тільки за рахунок градієнта тиску, і тоді остаточні значення швидкості і концентрації на $n+1$ часовому шарі розраховуються за рівняннями:

$$\frac{v_x^{n+1} - \tilde{v}_x}{\Delta t} = -\frac{1}{\rho_{00}} \frac{\partial p^{n+1}}{\partial x}; \quad \frac{v_z^{n+1} - \tilde{v}_z}{\Delta t} = -\frac{1}{\rho_{00}} \frac{\partial p^{n+1}}{\partial z};$$

$$\frac{s^{n+1} - s^n}{\Delta t} = -\frac{\partial(v_x^{n+1} s^n)}{\partial x} - \frac{\partial(v_z^{n+1} s^n)}{\partial z} + \kappa_s \left(\frac{\partial^2 s^{n+1}}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 s^{n+1}}{\partial z^2} \right) + \frac{v_z^{n+1}}{\Lambda}.$$

Скінченно-різницевої апроксимації розглянутих рівнянь будуються по неявній схемі на п'ятиточковому шаблоні на основі відомої схеми «хрест». Складові з градієнтом тиску обчислюються за допомогою односторонніх різниць по формулам виду:

$$\left[\frac{\partial p}{\partial x} \right]_{i+1/2,j}^{n+1} = \frac{p_{i+1,j}^{n+1} - p_{i,j}^{n+1}}{\Delta x}; \quad \left[\frac{\partial p}{\partial z} \right]_{i,j+1/2}^{n+1} = \frac{p_{i,j+1}^{n+1} - p_{i,j}^{n+1}}{\Delta z}.$$

Для апроксимації дифузійних членів рівнянь використовується схема з центральними різницями:

$$\left[\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} \right]_{i+1/2,j} = \frac{1}{\Delta x^2} (v_{x \ i+3/2,j} - 2v_{x \ i+1/2,j} + v_{x \ i-1/2,j});$$

$$\left[\frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \right]_{i+1/2,j} = \frac{1}{\Delta z^2} (v_{x \ i+1/2,j+1} - 2v_{x \ i+1/2,j} + v_{x \ i+1/2,j-1}).$$

Конвективні складові вихідних рівнянь апроксимуються наступними формулами:

$$\left[\frac{\partial v_x^2}{\partial x} \right]_{i+1/2,j} = \frac{1}{\Delta x} [(v_x^2)_{i+1,j} - (v_x^2)_{i,j}];$$

$$\left[\frac{\partial(v_x v_z)}{\partial z} \right]_{i+1/2,j} = \frac{1}{\Delta z} [(v_x v_z)_{i+1/2,j+1/2} - (v_x v_z)_{i+1/2,j-1/2}],$$

а для зменшення впливу чисельної в'язкості на стійкість розв'язку використовується протипотокова схема [304].

Отримана система скінченно-різницевих рівнянь являє собою систему лінійних алгебраїчних рівнянь, що зв'язують явно шукане значення тиску з компонентами швидкості на $n+1$ часовому кроці, які задовольняють рівняння нерозривності. Вона апроксимує розглядувану систему диференціальних рівнянь (2.3) з першим порядком точності за часом і з другим порядком точності за просторовими змінними $O(\Delta t, h^2)$. Проведений аналіз показав стійкість схеми.

Розв'язок отриманої системи різницевих алгебраїчних рівнянь з п'ятидіагональною матрицею коефіцієнтів здійснюється методом «змінних напрямків», який полягає в редукції вихідного рівняння для тиску до двох одномірних рівнянь другого порядку з трьохдіагональною матрицею, що розраховується методом прогонки [12, 146, 322].

2.2.3. Чисельне розв'язання задач методом скінченного об'єму

При використанні методу скінченного об'єму вихідна область розбивається на контрольні об'єми довільної форми (розрахункові комірки), які є непересічними опуклими багатокутниками, що повністю покривають розрахункову область. Контрольний об'єм обмежений набором плоских поверхонь (граней), кожна з яких може межувати тільки з одним сусіднім контрольним об'ємом. Типовий контрольний об'єм зображено на Рис. 2.3 [208, 209]. Розрахункова точка P , що розташована в його центрі, задовільняє умові:

$$\int_{V_P} (\mathbf{x} - \mathbf{x}_P) dV = 0.$$

Кожна грань характеризується вектором

$\mathbf{S}_f = S \mathbf{n}_f$, де S – площа поверхні, а $\mathbf{n}_f$ –

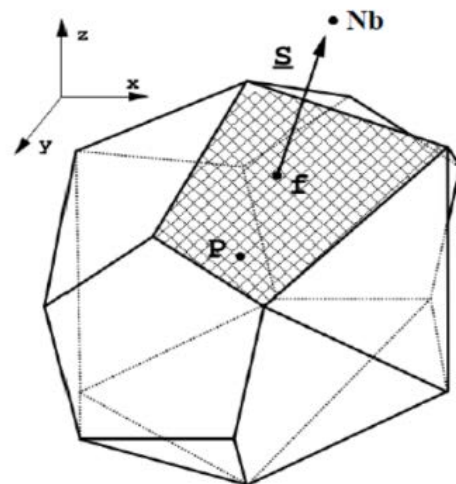


Рис. 2.3. Контрольний об'єм [208].

нормальний вектор. Комірки довільної форми дають можливість застосовувати метод скінченного об'єму для розв'язання задач зі складною тривимірною розрахунковою областю.

У методі скінченного об'єму вихідні рівняння в частинних похідних, а це, як правило, рівняння Нав'є-Стокса, рівняння збереження маси і енергії, а також рівняння турбулентності, реконструюються в консервативній формі, а потім розв'язуються в дискретних контрольних об'ємах, що гарантує збереження потоків на їх гранях. Стандартна форма рівняння переносу скалярної або векторної величини φ може бути записана у наступному вигляді [208]:

$$\underbrace{\frac{\partial \rho \varphi}{\partial t}}_1 + \underbrace{\nabla \bullet (\rho \mathbf{U} \varphi)}_2 - \underbrace{\nabla \bullet (\rho \Gamma_{\varphi} \nabla \varphi)}_3 = \underbrace{S_{\varphi}(\varphi)}_4, \quad (2.11)$$

де цифрами позначені, відповідно, інерційний (1), конвективний (2), дифузійний (3) і джерельний (4) члени рівняння. Метод скінченного об'єму вимагає, щоб рівняння (2.11) виконувалося для контрольного об'єму V_P навколо точки P в інтегральній формі:

$$\begin{aligned} \int_t^{t+\Delta t} \left[\frac{\partial}{\partial t} \int_{V_P} \rho \varphi dV + \int_{V_P} \nabla \bullet (\rho \mathbf{U} \varphi) dV - \int_{V_P} \nabla \bullet (\rho \Gamma_{\varphi} \nabla \varphi) dV \right] dt = \\ = \int_t^{t+\Delta t} \left(\int_{V_P} S_{\varphi}(\varphi) dV \right) dt, \end{aligned} \quad (2.12)$$

Об'ємний інтеграл в конвективному члені рівняння (2.11) перетвориться в поверхневий по гранях контрольного об'єму з використанням теореми Гаусса-Остроградського [208]:

$$\int_{V_P} \nabla \bullet (\rho \mathbf{U} \varphi) dV = \sum_f \mathbf{S} \cdot (\rho \mathbf{U} \varphi)_f = \sum_f \mathbf{S} \cdot (\rho \mathbf{U})_f \varphi_f = \sum_f F \varphi_f, \quad (2.13)$$

де $F = \mathbf{S} \cdot (\rho \mathbf{U})_f$ – потік маси через грань контрольного об'єму, який розраховується за інтерпольованим значенням ρ і $\mathbf{U}$. Вирази (2.13) вимагають обчислення значень змінної φ на гранях за значеннями в центроїдах

розрахункових комірок, що реалізується за допомогою конвективних різницевоїх схем.

Припускаючи лінійну зміну величини ϕ між точками P і N (Рис. 2.4), значення на грані розраховується за формулою, яка відповідає *центрально-різницевої* схемі (CD) [78, 197, 208]:

$$\begin{aligned}\phi_f &= f_x \phi_P + (1 - f_x) \phi_N, \\ f_x &= fN/PN\end{aligned}\tag{2.14}$$

Не дивлячись на другий порядок точності центрально-різницевої схеми, що узгоджується із загальною точністю методу, вона викликає нефізичні осциляції розв'язку для задач з переважанням конвекції, порушуючи, тим самим, обмеженість розв'язку [197].

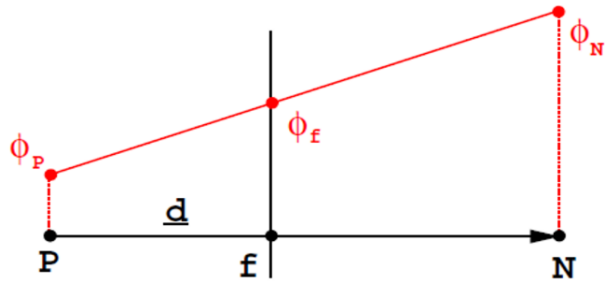


Рис. 2.4. Схема інтерполяції функції на грані контрольного об'єму [208].

Альтернативною схемою дискретизації є *протипотокова різницева* схема (UC) [78, 197, 208], яка гарантує обмеженість розв'язку:

$$\phi_f = \begin{cases} \phi_P, & F \geq 0, \\ \phi_N, & F < 0. \end{cases}\tag{2.15}$$

Обмеженість розв'язку для протипотокової різницевої схеми гарантується достатнім критерієм обмеженості для систем алгебраїчних рівнянь.

Із спробою одночасно зберегти і точність, і обмеженість розв'язку, пов'язана *змішана різницева* схема (BD) [78, 197, 208]:

$$\phi_f = (1 - \gamma) (\phi_f)_{UD} + \gamma (\phi_f)_{CD}.\tag{2.16}$$

В даній схемі коефіцієнт змішання $0 \leq \gamma \leq 1$ визначає ступінь внесення чисельної дифузії, і при $\gamma = 0$ змішана різницева схема переходить в протипотокову, а при $\gamma = 1$ – в центральну різницеву схему.

З метою створення різницевої схеми вище першого порядку точності, яка не вносить додаткових осциляцій, властивих класичним схемами другого порядку, було введено «обмежувачі потоку», які реалізовано в *TVD різницевих* схемах [190, 208, 282]. Повна варіація $TV(\varphi^{n+1})$ розв'язку задовільняє наступним умовам:

$$TV(\varphi^n) = \sum_f |\varphi_N^n - \varphi_P^n|, \quad TV(\varphi^{n+1}) \leq TV(\varphi^n).$$

Обрана різницева схема вищого порядку записується у вигляді суми обмеженої схеми першого порядку (UD) і обмеженої корекції вищого порядку:

$$\varphi_f = (\varphi)_{UD} + \Psi \left[(\varphi)_{HO} - (\varphi)_{UD} \right], \quad (2.17)$$

де $(\varphi)_{HO}$ – значення φ на грані контрольного об'єму для вибраної різницевої схеми вищого порядку (для випадку схем другого порядку точності – $(\varphi)_{CD}$).

Обмежувач Ψ задовільняє умові:

$$0 \leq \left(\frac{\Psi(r)}{r}, \Psi(r) \right) \leq 2, \quad r = \frac{\varphi_C - \varphi_U}{\varphi_D - \varphi_C},$$

де точки U , C і D вибираються у відповідності з напрямком потоку на грані f .

Варто відмітити, що точність TVD різницевих схем залежить від значення числа Куранта $Co = \mathbf{U}_f \cdot \mathbf{d} / \Delta t$, і з його збільшенням TVD схема стає все більше дифузійною, а в межі $Co = 1$ зводиться до звичайної протипоточної схеми UD .

Дифузійний член рівняння (2.11) дискретизується подібним чином, виходячи з припущення про лінійність варіації φ і формули Гаусса-Остроградського [208]:

$$\int_{V_P} \nabla \cdot (\rho \Gamma_\varphi \nabla \varphi) dV = \sum_f \mathbf{S}_f \cdot (\rho \Gamma_\varphi \nabla \varphi)_f = \sum_f (\rho \Gamma_\varphi)_f \mathbf{S}_f \cdot (\nabla \varphi)_f. \quad (2.18)$$

У випадку ортогональної розрахункової сітки можна використовувати такий вираз:

$$\mathbf{S} \cdot (\nabla \varphi)_f = |\mathbf{S}| \frac{\varphi_N - \varphi_P}{|\mathbf{d}|}.$$

Проте, в значно більш поширених випадках неортогональної сітки необхідно вводити поправку на неортогональність:

$$\mathbf{S} \cdot (\nabla \varphi)_f = |\Delta| \frac{\varphi_N - \varphi_P}{|\mathbf{d}|} + \mathbf{k} \cdot (\nabla \varphi)_f,$$

де $\mathbf{S} = \Delta + \mathbf{k}$ – розділення на ортогональну і неортогональну частини (Рис. 2.5),

$$(\nabla \varphi)_f = f_x (\nabla \varphi)_P + (1 - f_x) (\nabla \varphi)_N.$$

У даній роботі дискретизація інерційного члена проводиться на основі схеми другого порядку точності з різницями назад, і в цьому випадку повна дискретизована форма рівняння (2.11) буде мати вигляд:

$$\begin{aligned} \frac{1.5\rho_P\varphi^n - 2\rho_P\varphi^0 + 0.5\rho_P\varphi^{00}}{\Delta t} V_P + \sum_f F\varphi_f^n - \sum_f (\rho\Gamma_\varphi)_f \mathbf{S} \cdot (\nabla \varphi)_f^n = \\ = S_u V_P + S_P V_P \varphi_P^n. \end{aligned} \quad (2.19)$$

В результаті отримуємо систему алгебраїчних рівнянь, яка повинна бути розв'язана для φ_P^n [208]. Оскільки φ_P і $(\nabla \varphi)_f$ також залежать від значень φ у сусідніх комірках, рівняння (2.19) породжує алгебраїчне рівняння:

$$a_P \varphi_P^n + \sum_N a_N \varphi_N^n = R_P. \quad (2.20)$$

Складаючи для кожного контрольного об'єму по одному рівнянню такого ж виду, отримуємо повну систему алгебраїчних рівнянь, яку в матричному вигляді можна записати таким чином:

$$[A][\varphi] = [R], \quad (2.21)$$

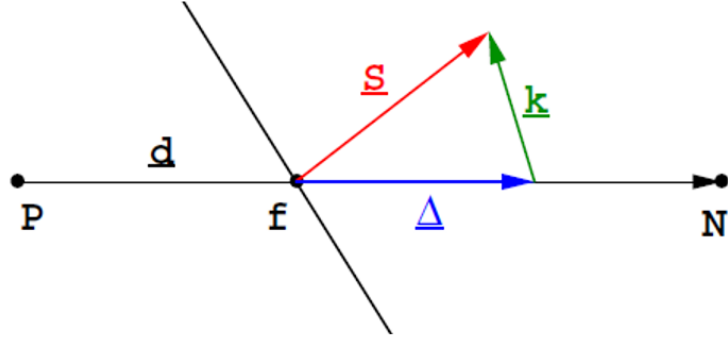


Рис. 2.5. Ілюстрація підходу корекції неортогональності сітки [208].

де $[A]$ – розряджена матриця діагональних a_P і недіагональних a_N коефіцієнтів, $[\varphi]$ – вектор, складений із значень φ за всіма контрольним об'ємами, $[R]$ – вектор джерельного члена.

Виходячи з вище наведених викладок і замінюючи змінну φ на вектор швидкості рідини $\mathbf{U}$, рівняння Нав'є-Стокса (2.4) можуть бути записані у наступній напівдискретизованій формі:

$$a_P \mathbf{U}_P = \mathbf{H}(\mathbf{U}) - \nabla p, \quad \mathbf{H}(\mathbf{U}) = - \sum_N a_N \mathbf{U}_N + \frac{\mathbf{U}^0}{\Delta t}, \quad (2.22)$$

а рівняння нестисливості запишеться наступним чином:

$$\nabla \cdot \mathbf{U} = \sum_f \mathbf{S} \cdot \mathbf{U}_f = 0. \quad (2.23)$$

Значення швидкості на грані комірки обчислюється за значенням швидкості в центрі контрольного об'єму у відповідності з (2.22):

$$\mathbf{U}_f = \left(\frac{\mathbf{H}(\mathbf{U})}{a_P} \right)_f - \left(\frac{1}{a_P} \right)_f (\nabla p)_f. \quad (2.24)$$

Підставляючи (2.24) в (2.23), отримуємо наступну форму рівняння для визначення тиску:

$$\nabla \cdot \left(\frac{1}{a_P} \nabla p \right) = \nabla \cdot \left(\frac{\mathbf{H}(\mathbf{U})}{a_P} \right) = \sum_f \mathbf{S} \cdot \left(\frac{\mathbf{H}(\mathbf{U})}{a_P} \right)_f. \quad (2.25)$$

Дискретизація Лапласіана в лівій частині рівняння (2.25) виконується стандартним способом з використанням формули (2.18). Остаточна дискретизована форма системи рівнянь Нав'є-Стокса для нестисливої в'язкої рідини запишеться у такий спосіб [208]:

$$a_P \mathbf{U}_P = \mathbf{H}(\mathbf{U}) - \sum_f \mathbf{S}(p)_f, \quad (2.26a)$$

$$\sum_f \mathbf{S} \cdot \left[\left(\frac{1}{a_P} \right)_f (\nabla p)_f \right] = \sum_f \mathbf{S} \cdot \left(\frac{\mathbf{H}(\mathbf{U})}{a_P} \right)_f, \quad (2.26b)$$

при цьому потік на грані комірки F визначається на основі формули (2.22):

$$F = \mathbf{S} \cdot \mathbf{U}_f = \mathbf{S} \cdot \left[\left(\frac{\mathbf{H}(\mathbf{U})}{a_P} \right)_f - \left(\frac{1}{a_P} \right)_f (\nabla p)_f \right]. \quad (2.27)$$

Система (2.26) може бути розв'язана прямими та ітераційними методами. Прямі методи дають розв'язок системи алгебраїчних рівнянь за скінченне число арифметичних операцій, тоді як ітераційні методи починаються з початкового наближення, яке поступово покращується, поки не буде досягнута певна точність розв'язку. Хоча прямі методи підходять для невеликих систем, число операцій, необхідних для досягнення розв'язку, зростає зі збільшенням числа рівнянь за квадратичним законом, що робить їх надмірно витратними щодо великих систем.

Ітераційні методи більш економніші, однак вони, як правило, пред'являють деякі вимоги до матриці: ітеративні вирішувачі вимагають діагональне домінування принаймні для одного рядка матриці, щоб гарантувати збіжність: $|a_P| > \sum_n |a_N|$. Для того щоб поліпшити збіжність вирішувача, бажано збільшити діагональне домінування системи, що може бути реалізовано різними способами, описаними в [208, 209].

У даній роботі процедура ітераційного розв'язку, що використовується для розв'язання системи алгебраїчних рівнянь (2.26), являє собою метод спряжених градієнтів (CG), що був спочатку запропонований в [196] і який гарантує отримання точного розв'язку за число ітерацій, менших або рівних кількості рівнянь в системі. Для симетричних матриць використовується метод спряжених градієнтів, що базується на неповній факторизації Холецького з передумовлювач (ICCG), а для асиметричних матриць – метод біспряжених градієнтів (Bi-CG).

Загальний алгоритм чисельного розв'язання системи алгебраїчних рівнянь (2.26) з використанням процедур PISO або PIMPLE [205], які здійснюють зв'язок швидкості і тиску, складається з наступних послідовних кроків:

- *предиктор*: розраховуються попередні значення швидкості з розв'язку рівняння (2.26, а), при цьому всі невідомі значення швидкості і тиску беруться з попереднього часового кроку;
- *розрахунок тиску*: на основі отриманих попередніх значень швидкості формується і розв'язується рівняння Пуассона (2.26б) для розрахунку поля тиску;
- *релаксація*: в рамках процедури PIMPLE виконується додатковий внутрішній ітераційний процес для обраних фізичних змінних для поліпшення збіжності: $\varphi^{new} = \varphi^{old} + \alpha_{\varphi} (\varphi^{eqn} - \varphi^{old})$, де $\varphi^{new}, \varphi^{old}, \varphi^{eqn}$ – відповідно, нове, попереднє і поточне значення змінної, що розраховується, α_{φ} – параметр релаксації.
- *коректор*: явним способом обчислюються остаточні значення швидкості і потоків на гранях розрахункових комірок з використанням виразів (2.22) і (2.27).

Окремо слід зазначити, що для дискретизації і розрахунку рівнянь руху твердого деформівного тіла (2.7) застосовуються ті ж міркування і підходи, які були використані для рівнянь механіки рідини в рамках методу скінченного об'єму. Разом з тим, чисельне моделювання рівнянь в'язкопружності дещо спрощується внаслідок відсутності конвективних членів, а дискретизація інерційного і дифузійних членів проводиться за аналогією з формулами (2.17) і (2.18). Далі, отримана система алгебраїчних рівнянь розв'язується згадуваним раніше методом спряжених градієнтів для симетричних матриць (PCG, ICCG).

2.2.5. Метод розрахунку зв'язаних задач обтікання деформівних тіл

З огляду на очевидні причини теоретичний аналіз зв'язаних задач є досить складним, тому особливої популярності на сьогоднішній день набувають методи чисельного моделювання таких задач. У даному підрозділі представлено методологію побудови чисельного розв'язання зв'язаних задач механіки рідини і деформівного твердого тіла в рамках обчислювального пакету OpenFOAM, який використовується в даній дисертаційній роботі в

якості снови для розробки власних програмних кодів чисельного моделювання розглядуваних задач.

Виділяють два основних підходи зв'язування задач взаємодії течії рідини і деформівних тіл: монолітний і послідовний. Монолітний підхід передбачає застосування таких чисельних схем, результатом яких є формування і подальше розв'язання спільної системи алгебраїчних рівнянь для рідини і деформівного тіла, а послідовний оснований на роздільному розв'язанні систем рівнянь для кожної підзадачі, що призводить до необхідності реалізації сполучення розв'язків та обміну даними обчислень через певний інтервал часу. У відповідності до алгоритмічних підходів спряження виділяють дві моделі програмної реалізації: паралельна однокомпонентна і розподілена/паралельна багатокомпонентна. Однокомпонентна реалізація передбачає розв'язання задачі в рамках однієї програми, тоді як розподілена модель дозволяє розбити задачу на окремі підзадачі і кожну з них розв'язувати незалежно, використовуючи найбільш ефективне програмне забезпечення [286].

Монолітний підхід краще відповідає фізичній природі явища, що моделюється, оскільки дозволяє безпосередньо отримати узгоджений розв'язок для газу/рідини і конструкції, проте, має і низку істотних недоліків. По-перше, одночасне розв'язання всіх рівнянь є досить громіздким і вимагає великих обчислювальних витрат. По-друге, такий метод за визначенням вимагає використання загального математичного апарату для розв'язання всіх рівнянь, що не дозволяє, зокрема, врахувати специфіку підзадач для ефективної організації обчислень. Тому застосування монолітного підходу для розв'язання задач взаємодії потоку з деформівним тілом є досить обмеженим.

Розділений підхід розв'язання зв'язаних задач дозволяє очевидним чином враховувати їх специфіку. Проте, як і всі явні методи розділення, він проявляє нестійкість, оскільки на кожному часовому кроці чисельне розв'язання фізичних підзадач, строго кажучи, не узгоджене між собою. Для більшості типів схем розділення забезпечується узгодженням положення границь

розрахункових областей, але при цьому навантаження на ці границі виходять різними з боку конструкції і рідини. Алгоритми, що забезпечують сполучення між зв'язаними задачами, наприклад, гідродинамічною задачею і задачею деформування конструкції, поділяють за ступенем сполучення на слабкозв'язані/явні (wFSI) і жорсткозв'язані/неявні (sFSI). У першому випадку обмін даними між задачами виконується явно, навантаження для задачі деформування на кроці t залежить від тиску рідини на кроці $t+dt$. Тобто, в слабо зв'язаному підході, в межах одного часового кроку, обмін граничними значеннями відбувається один раз без виконуваних окремими задачами будь-яких наближень. У жорсткозв'язаному підході виконується кілька обмінів на кожному часовому кроці i , тим самим, реалізується неявне сполучення, що забезпечує більш сильний зв'язок між наближеними розв'язками розглянутих задач. Такі алгоритми спряження виконують розв'язання нелінійної інтерфейсної системи рівнянь, для чого використовуються, як правило, класичні ітераційні методи: метод простих ітерацій з прискоренням, метод Гаусса-Зейделя, методи ньютонівського або квазіньютонівського типу з різними алгоритмами прискорення збіжності [199]. У методі Гаусса-Зейделя поряд з прискоренням Айткена використовується прискорення за методом нижньої релаксації UR.

Чисельний алгоритм методу релаксації Айткена, який застосовується в даній роботі для прискорення процесу зв'язування задач, може бути записаний у наступному вигляді (Рис. 2.6):

$$u_{\Gamma}^i = \tilde{S} \circ \tilde{F}(u_{\Gamma}^{i-1}),$$

$$r_{\Gamma}^i = \tilde{u}_{\Gamma}^i - \tilde{u}_{\Gamma}^{i-1}, \quad r_{\Gamma}^{i+1} = \tilde{u}_{\Gamma}^{i+1} - \tilde{u}_{\Gamma}^i,$$

$$0 = r_{\Gamma}^{i+1} + \frac{r_{\Gamma}^{i+1} - r_{\Gamma}^i}{u_{\Gamma}^i - u_{\Gamma}^{i-1}}(u_{\Gamma}^{i+1} - u_{\Gamma}^i),$$

$$u_{\Gamma}^{i+1} = u_{\Gamma}^i - r_{\Gamma}^{i+1} \frac{\tilde{u}_{\Gamma}^i - \tilde{u}_{\Gamma}^{i-1}}{r_{\Gamma}^{i+1} - r_{\Gamma}^i} = u_{\Gamma}^i +$$

$$+ \underbrace{\frac{u_{\Gamma}^i - u_{\Gamma}^{i-1}}{u_{\Gamma}^{i-1} - u_{\Gamma}^i + \tilde{u}_{\Gamma}^{i+1} - \tilde{u}_{\Gamma}^i}}_{\omega_{i+1}} \underbrace{(\tilde{u}_{\Gamma}^{i+1} - \tilde{u}_{\Gamma}^i)}_{r_{\Gamma}^{i+1}}, \quad u_{\Gamma}^i := u_{\Gamma}^{i-1} - \omega_i r_{\Gamma}^i, \quad \omega_{i+1} = -\omega_i \frac{(r_{\Gamma}^i, r_{\Gamma}^{i+1} - r_{\Gamma}^i)}{\|r_{\Gamma}^{i+1} - r_{\Gamma}^i\|^2}.$$

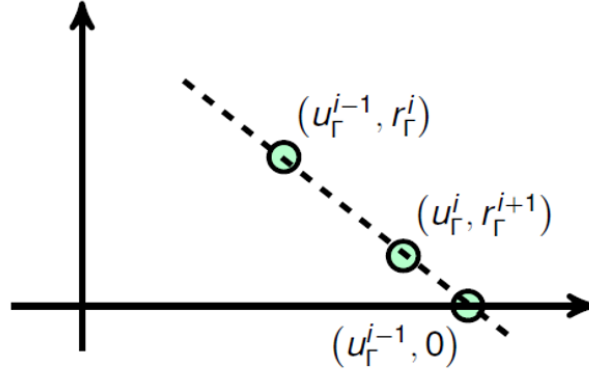


Рис. 2.6. Схема методу
релаксації Айткена

На кожному ітераційному кроці процедури релаксації виконується розрахунок кожної підзадачі і проводиться взаємний обмін даними на границі розділу за наступною схемою: з чисельного розв'язання задачі механіки рідини обчислюються граничні значення тиску і в'язких напружень, а з розв'язку задачі механіки деформованого тіла – значення швидкості і приріст переміщення.

У даній роботі програмна реалізація розв'язання зв'язаних задач ґрунтується на максимально повному використанні існуючого коду, призначеного для розв'язання окремих фізичних задач. Кожна із зв'язаних задач, як гідродинамічна, так і задача деформування в'язкопружного тіла, розв'язується незалежно на основі класів бібліотеки обчислювального пакету OpenFOAM з використанням методу скінченних об'ємів [209]. Фрагменти C++ коду, що реалізують в рамках обчислювального пакету OpenFOAM чисельне розв'язання рівнянь Нав'є-Стокса (2.4) і руху деформівного твердого тіла (2.7) в лінійному наближенні, а також ітераційну процедуру Айткена задовільнення граничних умов (2.8) на границі розділу середовищ, мають такий вигляд:

```

fvVectorMatrix UEqn
(
    fvm::ddt(U_)
  + fvm::div(phi_, U_)
  - fvm::laplacian(nu_, U_)
);

solve(UEqn == -gradp_);
volScalarField rAU = 1.0/UEqn.A();
surfaceScalarField rAUf("rAUf", fvc::interpolate(rAU));

fvScalarMatrix pEqn
(
    fvm::laplacian
    (
        rAUf, p_, "laplacian((1/A(U)),p)"
    )
    == fvc::div(phi_)
);

pEqn.solve();
gradp_ = fvc::grad(p_);

```

Чисельне розв'язання системи рівнянь руху рідини

```

fvVectorMatrix DEqn
(
    rho_*fvm::d2dt2(D_)
  == fvm::laplacian(2*muf_ + lambdaf_, D_, "laplacian(DD,D)")
  + fvc::div
    (
        mesh().Sf()
      & (
          - (muf_ + lambdaf_)*gradDf_
          + muf_*gradDf_.T() + lambdaf_*(I*tr(gradDf_))
        )
    )
  + rho_*g
);

solverPerf = DEqn.solve();

```

Чисельне розв'язання системи рівнянь руху деформівного тіла

```

for (runTime++; !runTime.end(); runTime++)
{
    fsi.initializeFields();
    fsi.updateInterpolator();
    scalar residualNorm = 0;

    if (fsi.predictor())
    {
        fsi.updateForce();
        fsi.stress().evolve();
        residualNorm = fsi.updateResidual();
    }

    do
    {
        fsi.outerCorr()++;
        fsi.updateDisplacement();
        fsi.moveFluidMesh();
        fsi.flow().evolve();
        fsi.updateForce();
        fsi.stress().evolve();
    }
    while
    (
        (fsi.updateResidual() > fsi.outerCorrTolerance())
        && (fsi.outerCorr() < fsi.nOuterCorr())
    );

    fsi.flow().updateFields();
    fsi.stress().updateTotalFields();

    runTime.write();

    Info<< "ExecutionTime = " << runTime.elapsedCpuTime()
        << " ClockTime = " << runTime.elapsedClockTime()
        << nl << endl;
}

```

Процедура зв'язаного розв'язання рівнянь рідини і деформівного тіла

Таким чином, чисельне розв'язання задачі взаємодії рідина–деформівне тіло складається з таких послідовних кроків:

1. Перехід до наступного кроку за часом.
2. Передбачення переміщення границі і обчислення початкової нев'язки.
3. Запуск сильно зв'язаної ітераційної процедури FSI.
4. Перехід до наступної ітерації.
5. Обчислення переміщення вузлів сітки на границі контакту з боку рідини.
6. Розв'язання рівняння руху розрахункової сітки.
7. Переміщення сітки в розрахунковій області рідини.
8. Розв'язання системи рівнянь руху рідини.
9. Передача значень сил в центроїдах граней рідини на бік деформівного тіла.
10. Розв'язання рівнянь моделі деформівного тіла.
11. Передача даних переміщення сітки на границі контакту з боку деформівного тіла на бік рідини.
12. Обчислення нев'язки на границі контакту з боку рідини.
13. Якщо досягнуто збіжність, то перехід на наступний крок по часу (крок 1).
14. В іншому випадку перехід до наступної ітерації (крок 4).

2.3. Проведення обчислень у відкритому пакеті OpenFOAM

Для розв'язання практичних задач обчислювальної гідродинаміки (CFD - Computational Fluid Dynamics) часто використовуються комерційні пакети прикладних програм, до числа яких відносяться ANSYS CFX, ANSYS, FLUENT (обидва пакети з деякого часу поставляються разом – у складі ANSYS CFD), STAR-CD, FlowVision та ін. Ці програмні засоби дозволяють розв'язувати дуже різноманітні і складні задачі, які не обмежуються лише моделюванням течій рідини або газу, а часто вимагають міждисциплінарного підходу [82, 209]. Незважаючи на явні переваги, такі як доступний для розуміння інтерфейс і легкість навчання роботі з пакетом, комерційні прикладні пакети мають серйозні недоліки. Одним з них є висока вартість ліцензій на

використання, а також подальшу підтримку. Часто чималих коштів потрібно навіть на обмежену версію продукту, можливості якої значно скорочені в порівнянні з повноцінною. Більш того, реальні задачі в багатьох випадках не дозволяють отримати розв'язок за адекватний час на персональному комп'ютері, вимагаючи великих обчислювальних потужностей. Виходом з цієї ситуації є застосування високопродуктивних обчислювальних систем – багатопроцесорних кластерів. Однак вартість ліцензій для використання комерційних пакетів на таких системах є дуже високою і часто порівняною з вартістю апаратного забезпечення, на якому передбачається їх розгортання. Ще одним недоліком (не настільки відчутним для інженера, на відміну від дослідника) представляється закритість вихідного коду комерційних пакетів. Це звужує можливості для більш детального вивчення реалізованих в пакеті математичних моделей і алгоритмів, а також їх модифікації і удосконалення. Зазначені причини спонукають шукати альтернативні шляхи розв'язання задач CFD, одним з яких є перехід до вільно розповсюджуваного програмного забезпечення з відкритим вихідним кодом. Широкі можливості щодо вирішення завдань CFD надають такі вільно поширювані пакети, як OpenFOAM (розробляється компанією OpenCFD Ltd., Сполучене Королівство), Code_Saturne (компанія EDF, Франція) і Elmer (CSC - IT Center for Science, Фінляндія). Серед перерахованих вільно розповсюджуваних пакетів найбільш широко відомий OpenFOAM, який використовується в багатьох інженерних і наукових додатках як комерційними, так і навчальними та науково-дослідними організаціями. Цей пакет знаходить застосування при розв'язанні задач з різноманітних областей механіки суцільного середовища – від гідроаеродинаміки, включаючи протікання процесів горіння, хімічних реакцій, турбулентності і тепломасообміну, до механіки деформованого твердого тіла і електромагнетизму.

2.3.1. Організація етапів чисельного моделювання

Як і в будь-якому прикладному пакеті, призначеному для розв'язання задач механіки суцільного середовища, в OpenFOAM загальна схема чисельного моделювання складається з підготовки вихідних даних за допомогою препроцесора, власне процесу розв'язання, а також обробки і візуалізації результатів обчислень за допомогою постпроцесора [82, 209]. Наявність великої кількості пре- і постпроцесорів, в тому числі і вільно розповсюджуваних, а також можливості OpenFOAM по роботі з різними форматами даних дозволяють організувати весь цикл розв'язання задачі при використанні тільки вільно поширюваного програмного забезпечення. OpenFOAM по суті являє собою бібліотеку додатків, написаних на мові C++, які можна розділити на вирішувачі і утиліти.

Основні завдання препроцесора – задання геометрії розрахункової області, побудова сітки і постановка граничних умов. Існує безліч препроцесорів, сумісних з OpenFOAM, в тому числі вільно поширювані Gmsh, Engrid, SALOME. Також можливе використання утиліт, що входять до складу OpenFOAM – додатків blockMesh і snappyHexMesh [82, 209]. Перший дозволяє будувати структуровані сітки, що складаються з гексаедрів, і найбільш підходить для випадку простої геометрії області. Основний принцип роботи blockMesh – поділ всієї розрахункової області на тривимірні гексаедральні блоки, ребрами яких можуть бути відрізки прямих або дуги. Сітка виходить розбивкою кожного блоку на певне число комірок в кожному напрямку, а вся необхідна для цього інформація вказується в одному текстовому файлі. Утиліта snappyHexMesh надає можливості для побудови сіток у випадку більш складної геометрії розрахункової області. Основний принцип її роботи – побудова грубої сітки в усій області і подальше ітераційне її уточнення за допомогою розбиття комірок, що перетинаються з границями розташованих в ній областей. Процес триває до тих пір, поки не буде досягнутий потрібний розмір сітки, після чого вершини комірок сітки, що перетинають границі областей, зносяться на ці

границі. Одним із зручних зовнішніх препроцесорів, що не входить до складу OpenFOAM і має дуже зручний призначений для користувача інтерфейс, є вільно розповсюджуваний пакет SALOME, який дозволяє будувати дуже детальні структуровані і неструктуровані сітки для областей з досить складною геометрією. На першому етапі задається (або імпортується) геометрія області, причому це робиться об'єктами різної розмірності: нульвимірними (точки), одновимірними (відрізки або дуги), двовимірними (поверхні) і тривимірними (тверді тіла). Потім для кожного об'єкта задаються свої алгоритми побудови сітки на ньому із зазначенням їх параметрів. По завершенні генерації сітки потрібно задати умови на границі розрахункової області, що виконується в два етапи. Спочатку для кожної окремої ділянки границі вказується базовий тип граничної умови, що визначається виключно геометрією ділянки або обміном даними між процесорами. Після вказівки базового типу ділянки границі задається конкретний вид граничної умови, що визначається використовуваною математичною моделлю. Вид граничної умови може бути простим, які реалізують граничні умови I або II роду, або похідним, яких в пакеті OpenFOAM значно більше. Для виконання розрахунку, крім граничних, необхідно задати початкові умови – значення розглянутих величин у всіх точках області для деякого моменту часу.

Призначенням вирішувача є підготовка системи лінійних алгебраїчних рівнянь, що апроксимує вихідну математичну модель, і знаходження її розв'язку. Всі стандартні вирішувачі в OpenFOAM поділені на групи, які характеризуються загальним підходом до розв'язання задачі (наприклад, моделювання течії нестисливої рідини, моделювання багатофазних течій, моделювання процесів горіння) [82, 209]. Усередині однієї групи різні вирішувачі враховують особливості конкретних математичних моделей (наприклад, рідини з різною реологією), а також вибір методу розв'язання (різні групи алгоритмів – PISO або SIMPLE – для пошуку нестационарного або стаціонарного розв'язків). Користувач має два шляхи впливу на спосіб

розв'язання задачі: перший – можливість редагування вихідного коду стандартних вирішувачів, який повністю відкритий, тому можна дуже гнучко налаштовувати вирішувач під свою задачу, а також створити новий, який має можливості, ще не реалізовані в пакеті. Для цього найбільш важливо глибоке знання математичних моделей, методів і алгоритмів розв'язання задач, а також необхідно мати і базові знання синтаксису мови C++ і об'єктно-орієнтованого програмування. Інший шлях – налаштування параметрів вирішувача, включаючи задання різних схем апроксимації операторів диференціальної задачі (оператора градієнта, дивергенції, оператора Лапласа, перших і других похідних по часу) і схем інтерполяції. Серед реалізованих у OpenFOAM варіантів – схеми різного порядку точності, схеми з наявністю або відсутністю корекції неортогональності сітки (коли вектор, що з'єднує центри двох сусідніх комірок, і нормаль до їх спільної грані не паралельні), наявність або відсутність обмежувачів при обчисленні різницевих похідних і т. п. Також користувач має можливість вибору способу розв'язання системи лінійних алгебраїчних рівнянь, необхідної точності та налаштування алгоритму розв'язання (PISO, SIMPLE або PIMPLE), вибираючи число кроків корекції і т. д.

Пакет OpenFOAM дозволяє використовувати високопродуктивні обчислення протягом усього циклу розв'язання задачі, а не тільки безпосередньо в процесі розрахунку. Однак, основне обчислювальне навантаження припадає на вирішувач, тому якість його розпаралелювання є найсуттєвішим. Розпаралелювання в OpenFOAM здійснюється за рахунок декомпозиції розрахункової області – алгоритму, який вже реалізовано в пакеті і не вимагає від користувача написання додаткового коду [82, 209]. Паралельне виконання будь-якого вирішувача здійснюється в декілька кроків: попередньо вказується, на яке число підобластей необхідно розбити всю розрахункову область, а також спосіб розбиття, який може змінюватись від ручного до повністю автоматичного, коли навантаження між процесорами автоматично розподіляється найкращим чином з урахуванням продуктивності процесорів.

Потім вихідні дані розподіляються по процесорам і після того, як блок вирішувача завершить свою роботу, всі розв'язки збираються воедино. При цьому обробка і візуалізація результатів можлива як після отримання загального розв'язку для всієї області, так і для кожної підобласті окремо.

Результатом роботи вирішувача є набір файлів, кожен з яких містить дані про поле досліджуваної величини в конкретний момент часу. Завдання постпроцесора полягає в обробці, аналізі та візуалізації цих даних. Як і препроцесори, постпроцесори можуть бути як вільно поширюваними, так і комерційними. До вільно поширюваних постпроцесорів відноситься, зокрема, постпроцесор ParaView, який поставляється в одному комплекті з OpenFOAM, причому разом із вбудованим модулем читання даних з OpenFOAM [82, 209]. Також ParaView можна запускати окремо, оскільки він використовує стандартний формат даних VTK (Visualization Toolkit), а перетворення результатів роботи вирішувачів OpenFOAM в цей формат виконується утилітою textfoamToVTK. ParaView володіє широкими можливостями: дозволяє візуалізувати скалярні і векторні поля, лінії току, ізоповерхні, отримувати інформацію про потрібне поле в точці або вздовж деякої лінії і т.д. Важливою особливістю ParaView є підтримка паралельної обробки даних на високопродуктивних обчислювальних системах як із загальною, так і розподіленою пам'яттю, з використання інтерфейсу MPI. Крім постпроцесорів, що обробляють результати роботи OpenFOAM вже після завершення його роботи, разом з пакетом поставляється набір засобів, що виконують функції постпроцесорів безпосередньо під час розрахунку. Робота таких програмних засобів прискорюється за рахунок більш ефективного звернення до файлів даних, що створюються вирішувачами. Більш того, ці програми можуть виконуватися на багатопроцесорній системі в паралельному режимі, так само як і вирішувач. Оскільки основна обчислювальна складність обробки даних припадає на виконання цих постпроцесінгових утиліт, подальша візуалізація отриманих результатів, порівняно компактних, вже можлива в послідовному

режимі на одному комп'ютері. Постпроцесори одночасно з процесом розрахунку видають на виході як числові дані (мінімальні/максимальні значення величин, середні і сумарні значення для деякої поверхні; обчислення сили тиску, підйомної сили, коефіцієнтів тертя, опору і т.д.), так і графічні в стандартних форматах типу VTK (побудова ізоповерхней, ліній току, розрізів).

У даній дисертаційній роботі при розрахунках розглянутих задач використані основні переваги пакета OpenFOAM: вільна розповсюджуваність, що дозволила виконувати розрахунки без покупки дорогих ліцензій; відкритість вихідного коду, що дала можливість створювати власні вирішувачі, утиліти і бібліотеки під потреби конкретних задач; можливість отримати консультації з важливих питань роботи пакету на спеціальних форумах у провідних фахівців в області CFD, що мають величезний досвід розрахунків в OpenFOAM; можливість проводити розрахунки задач у паралельному режимі на багатоядерних персональних комп'ютерах і кластерних системах [48, 104].

2.3.2. Дискретизація розрахункової області та граничних умов

Підходи до дискретизації розрахункової області та граничних умов, що було застосовано у даній дисертаційній роботі, продемонстровано на прикладі задач обтікання перешкод довільної форми (пластини, клину, циліндру, крилового профілю тощо) потоком однорідної або стратифікованої рідин [46, 102–105, 145–160, 317–328]. Складності побудови розрахункової сітки для розглядуваного класу задач пов'язані з необхідністю застосовувати високу роздільну здатність розрахункової області внаслідок використання методів розрахунку на основі прямого чисельного моделювання. Високу роздільну здатність наряду з економічним використанням обчислювальних ресурсів реалізовано за рахунок використання адаптивних розрахункових сіток: шляхом попереднього статичного локального подрібнення сітки в певних частинах розрахункової області, де передбачається концентрація найбільших збурень потоку або шляхом динамічного локального подрібнення розрахункової сітки в

процесі розрахунків на основі наперед заданих критеріїв та алгоритмів (Рис. 2.7).

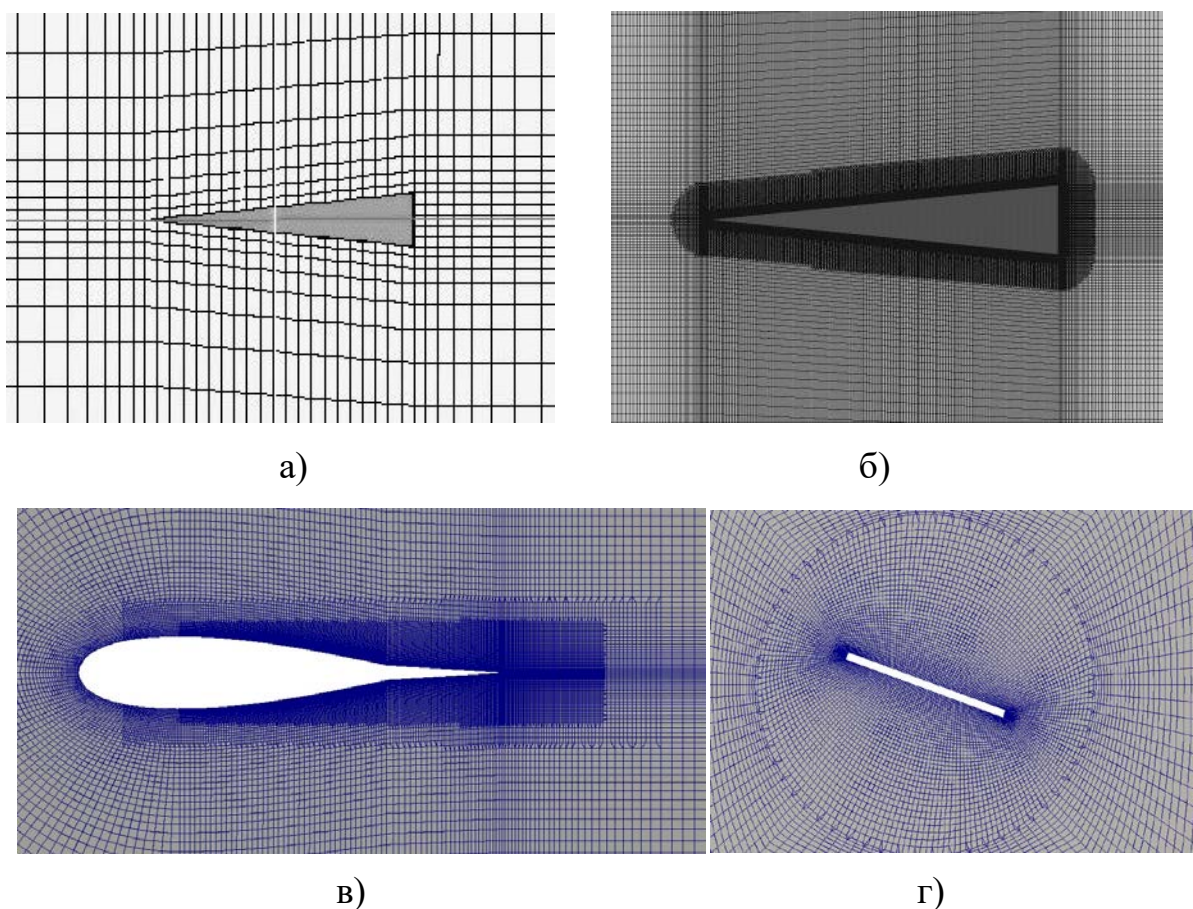


Рис. 2.7. Схеми розбиття розрахункової області: а) – з лінійним згущенням вузлів сітки; б, в) – з додатковим локальним підрозбиттям сітки поблизу тіла; г) – із застосуванням певним чином організованої блочної структури сітки.

Найбільш ефективними вважаються ортогональні структуровані розрахункові сітки, узгоджені з границями області розв'язку, що дозволяє реалізовувати обчислювальні алгоритми високого порядку точності, а також зменшувати тривалість розрахунків та необхідний обсяг оперативної пам'яті. У даній дисертаційній роботі побудова структурованих розрахункових сіток здійснювалося як на основі стандартних утиліт пакету OpenFOAM – blockMesh, snappyHexMesh, так і з використанням незалежного сіткового генератора Salome [48, 104]. Процедура побудови структурованих розрахункових сіток за

допомогою утиліти blockMesh була автоматизована завдяки застосуванню макропроцесора m4, який дозволив швидко перебудовувати сітку при зміні геометричних параметрів розрахункової області і перешкоди вибраної форми. З метою адекватного розрахунку тонкоструктурних елементів течій поблизу поверхні перешкоди і області супутнього сліду додатково використовувалися стандартні утиліти пакету topoSet і refineMesh, що дозволяють на основі геометричних або параметричних ознак виділяти підобласті розрахункової сітки і подрібнювати їх відповідно до заданих масштабів і вибраних напрямків.

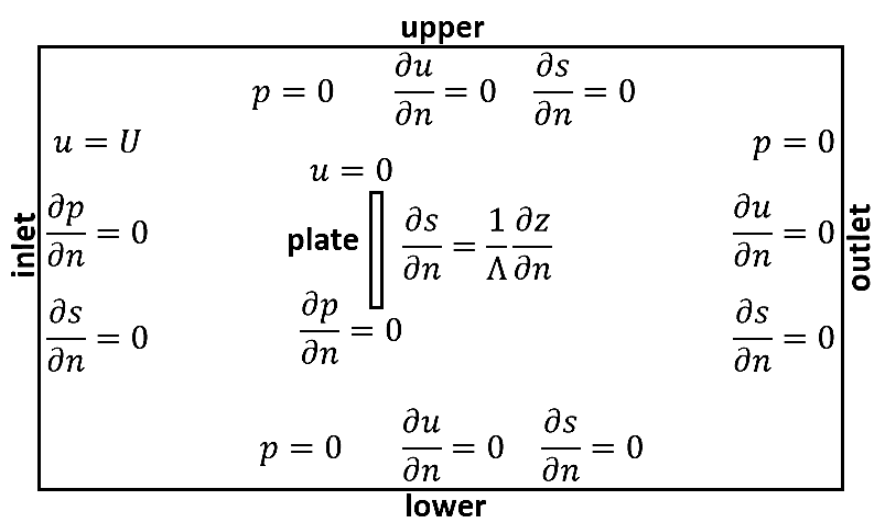


Рис. 2.8. Реалізація граничних умов на обмежуючих поверхнях розрахункової області.

Проведення дискретизації простору призводить до необхідності постановки адекватних граничних умов на зовнішніх границях розрахункової області та визначення її оптимальних розмірів. На вхідній границі (inlet) задається швидкість незбуреного потоку рідини, на вихідній (outlet) – «м'які» граничні умови, а на верхній і бічних границях (lower, upper) – умови «рухомої кришки» з прослизанням (Рис. 2.8). Важливо зауважити, що для випадку стратифікованої рідини, коли на поверхні обтічного тіла генеруються випереджаючі збурення і поля внутрішніх хвиль, з метою уникнення їх відбиття на всіх зовнішніх границях розрахункової області доцільно ставити гібридні

«м'які» граничні умови, які запобігають відбиття внутрішніх хвиль і реалізують умови безперешкодного виходу збурень потоку, співнаправлених із зовнішньою нормаллю границі розрахункової області. На основі додаткових тестових розрахунків визначалися оптимальні розміри розрахункової області у вертикальному і поперечному напрямках з метою мінімізації впливу обмежуючих границь на структуру і динаміку течії: $L_x \sim 30L$, $L_y \sim 10L$, де L – характерний найбільший лінійний масштаб перешкоди.

Для класу задач обтікання перешкод стратифікованим потоком важливим аспектом чисельного моделювання є постановка граничних умов, які виявляються залежними як від напрямку локальної нормалі до поверхні перешкоди, так і від значення глобальних координат елемента поверхні [48, 104]. Для задання неоднорідних граничних умов для нормального градієнта збурення солоності на непроникній границі, а також візуалізуючої домішки, джерело якої локалізовано на поверхні перешкоди, було використано стандартні й розширені утиліти пакета OpenFOAM, такі як `setFields`, `topoSets` (з додатковим використанням розширених бібліотек `swakSourceFields` і `swakTopoSources`), `swak4Foam`, `groovyBC`, `funkySetFields`, `funkySetBoundaryField`, які дозволяють задавати аналітичні вирази для різних фізичних змінних з використанням програми GNU bison, призначеної для автоматичного створення синтаксичних аналізаторів з даного опису граматики.

2.3.3. Побудова власних вирішувачів та бібліотек динамічних сіток

З метою чисельного моделювання течій неперервно стратифікованої рідини навколо перешкод на основі системи диференціальних рівнянь (2.3) було розроблено ряд власних вирішувачів, що дозволяють враховувати ефекти стратифікації і дифузії на основі стандартних вирішувачів пакету OpenFOAM – `icoFoam` і `pimpleFoam`, призначених для розрахунку течій в'язкої нестисливої однорідної рідини методом скінченного об'єму [48, 104]. Новостворені вирішувачі реалізовано на мові програмування C++ шляхом введення

додаткових фізичних змінних і відповідних рівнянь для їх розрахунку: змінної густини, концентрації стратифікуючого компонента і візуалізуючої домішки, а також нових фіксованих параметрів – частоти плавучості, масштабу стратифікації, коефіцієнтів дифузії, прискорення вільного падіння та ряду інших допоміжних параметрів. У рівняння Нав'є-Стокса для вертикальної компоненти швидкості введено додатковий член, що враховує вплив стратифікуючого компонента, в рівняння для збурення солоності – додаткові складові, які визначають фонову стратифікацію і дифузію розчиненої речовини у системі рівнянь (2.3), а також внесено необхідні зміни в алгоритми розрахунку поля тиску, що одночасно реалізує процедуру задовільнення умови нестисливості. На базі основних обчислюваних змінних – компонент швидкості, тиску, збурення густини, солоності, у нові вирішувачі було введено розрахунок допоміжних, але не менш важливих фізичних величин: повної густини, функції току, динамічної завихреності, швидкості бароклінної генерації завихреності, компонент тензора в'язких напружень, швидкості дисипації механічної енергії, локальні й інтегральні динамічні характеристики перешкоди та багато інших [48, 104].

Для розв'язання системи лінійних алгебраїчних рівнянь, складеної з коефіцієнтів вихідної системи диференціальних рівнянь, застосовувався ітераційний солвер PCG, що використовує метод спряжених градієнтів з передумовлювачем для симетричних матриць, а для асиметричних матриць – метод біспряжених градієнтів PBiCG з передумовлювачем. В якості передумовлювача для симетричних матриць була обрана процедура DIC, а для асиметричних матриць – передумовлювач DILU, що ґрунтуються на спрощеній схемі неповної факторизації Холецкого та спрощеній неповної LU факторизації, відповідно. Для зв'язаного розрахунку полів швидкості і тиску використовувалися стійкі, добре збіжні алгоритми PISO і PIMPLE, які показують високу ефективність при розв'язанні нестационарних задач.

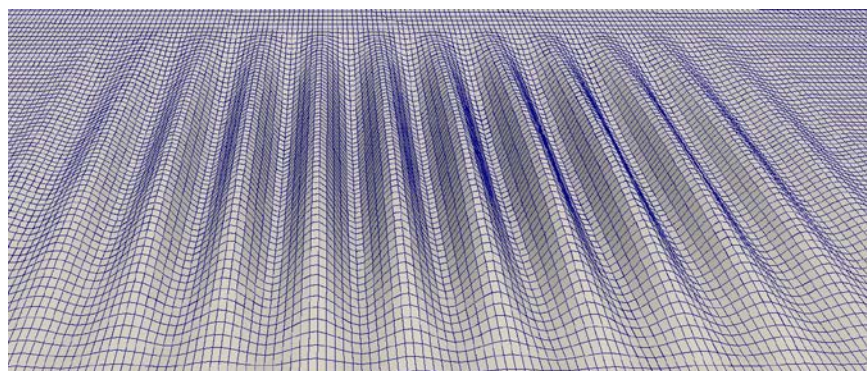
Для інтерполяції конвективних членів вихідних диференціальних рівнянь використовувалася TVD схема з обмежувачем, яка вносить мінімальну чисельну дифузію і забезпечує відсутність осциляцій розв'язку. На ортогональних ділянках сітки нормальні градієнти швидкості на поверхні комірки, необхідні при обчисленні дифузійних членів по теоремі Гаусса, визначались із значень швидкості в центроїдах сусідніх комірок по схемі другого порядку. На неортогональних ділянках використовувалася ітераційна процедура корекції похибки, викликані неортогональністю сітки. Для дискретизації похідної за часом використовувалася неявна трьохточкова несиметрична схема другого порядку точності з різницями назад, що забезпечує високу роздільну здатність фізичного процесу в часі.

Для врахування реального деформування обтічної поверхні в рамках відкритого пакету OpenFOAM було розроблено, протестовано і реалізовано ряд бібліотек динамічних розрахункових сіток, що автоматично підлаштовуються під змінну в часі геометрію границі [24–27, 51, 293, 298, 299, 300, 301]. Розроблені програми ґрунтуються на стандартних бібліотеках динамічних розрахункових сіток, що були доповнені новими програмними C++-кодами, необхідними для чисельної реалізації конкретних задач. В залежності від специфіки розглядуваної задачі реалізуються різні алгоритми динамічних розрахункових сіток: у випадку прямолінійного або коливного рухів всієї поверхні обтічного тіла або певної її частини переміщення розрахункових комірок узгоджується з характером руху поверхні із зменшенням деформацій сітки по мірі віддалення від рухомої поверхні; у випадках, коли обтічні перешкоди роблять повнооборотні рухи, будуються окремі статичні і динамічні розрахункові сітки, що стикаються між собою спеціальними циклічними граничними умовами на контактуючих границях. У процесі обчислень програма зчитує із спеціального файлу дані, що задаються користувачем – наприклад, довжина, фазова швидкість, амплітуда, положення на обтічній поверхні хвильового збурення та ін., і на кожному часовому кроці обчислює

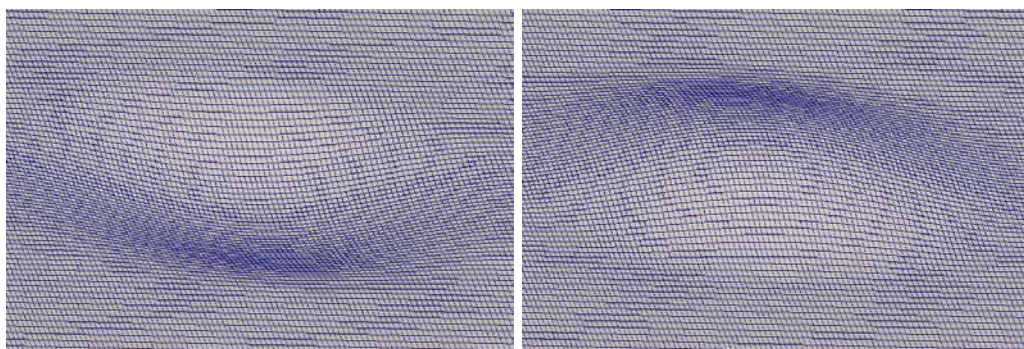
нові положення вузлів розрахункової сітки на основі певним чином заданих аналітичних залежностей або шляхом чисельного розв'язання рівняння Лапласа для компонент переміщення вузлів сітки, а також перераховує значення всіх фізичних змінних у вузлах нової сітки шляхом застосування процедури інтерполяції по вузлах на попередньому часовому кроці.

Розроблену методику тривимірного чисельного моделювання з урахуванням реального деформування обтічної поверхні було протестовано на різних варіантах форми хвильового збурення при наступних базових параметрах пластини і коливної вставки: $L=2$ м, $L_w=0.5$ м, $L_0=0.2$ м, $L_1=1.55$ м, $L_x=L_y=0.25$ м. На Рис. 2.9 представлено результати чисельних розрахунків на основі розроблених методів динамічних сіток для форм обтічної поверхні у вигляді плоскої біжучої хвилі (Рис. 2.9, а), монопольного джерела збурень у вигляді осесиметричної стоячої хвилі (Рис. 2.9, б), а також характерних хвильових форм деформівної поверхні при локальній імпульсній дії (Рис. 2.9, в) [24, 26, 294, 298, 300]. Аналітичні залежності для форм на Рис. 2.9, в було отримано на основі параметричного аналізу чисельних результатів нестационарного деформування в'язко-пружного шару постійної (Рис. 2.9, в) і змінної (Рис. 2.9, г – $\varphi=30^\circ$) товщин під дією локального імпульсного навантаження [50].

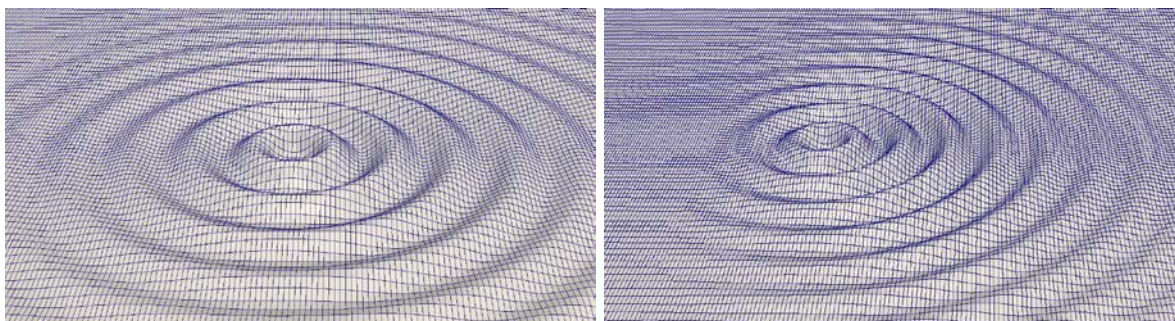
Розроблена чисельна методика збільшує точність розрахунків течій на деформівних поверхнях за рахунок реального урахування нестационарного викривлення поверхні на відміну від класичних теоретичних підходів, коли граничні умови на деформівній поверхні, як правило, зносяться на незбурену границю. Крім того, розроблена чисельна методика дає можливість обґрунтування методів керування ламінарно-турбулентним переходом у примежовому шарі за допомогою деформівних обтічних поверхонь, істотно розширюючи спектр можливих форм нестационарного структурування обтічної поверхні у довільних напрямках з метою найбільш ефективного впливу на потік.



а)



б)



в)

Рис. 2.9. Форми збуреної поверхні, що реалізовано на базі власних бібліотек динамічних сіток: *а)* – плоска біжуча хвиля, *б)* – монопольне джерело у вигляді осесиметричної стоячої хвилі, *в)* – характерні хвильові форми реакції податливої поверхні під дією локального імпульсного навантаження.

На Рис. 2.10 наведено приклади миттєвої структури динамічних розрахункових сіток для розглядуваних у роботі типів задач: обтікання тіл, що здійснюють обертально-коливні рухи відносно малої амплітуди та суттєво високоамплітудні обертові рухи, включаючи граничний випадок повного

обертання тіла. Поблизу поверхні коливного крила структура сітки повторює характер руху тіла, але з віддаленням від неї положення розрахункових комірок прагнуть до вихідного статичного стану (Рис. 2.10, а). Розрахункова сітка навколо обертової пластини складається з двох частин: певної циліндричної області, що обертається разом із тілом, і зовнішньої статичної області, які пов'язані між собою спеціальними циклічними умовами на межі поділу статичної і динамічної підобластей (Рис. 2.10, б) [26, 27, 293].

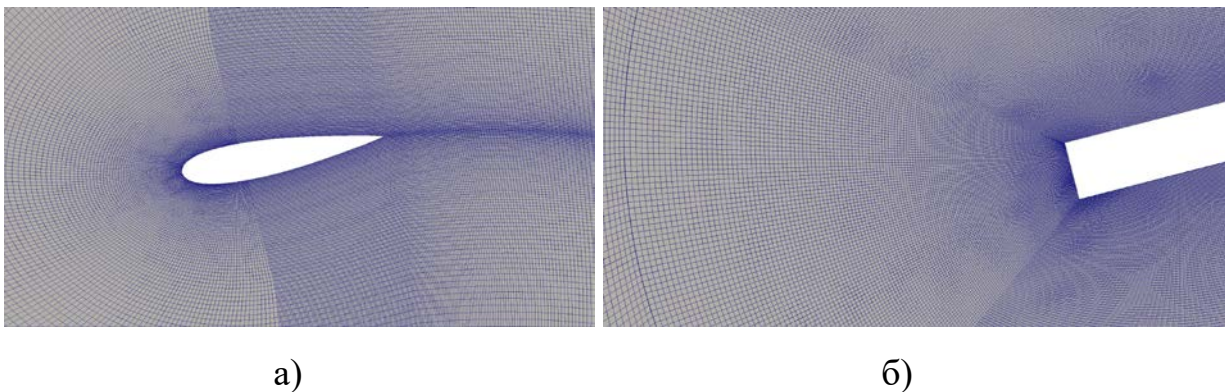


Рис. 2.10. Фрагменти динамічних розрахункових сіток навколо активно коливного крила (а) і обертової пластини (б).

При чисельному моделюванні стратифікованих течій важливим підходом є побудова алгоритму, в якому не потік рідини набігає на перешкоду, а рух здійснює саме тіло в початково нерухомій стратифікованій рідині, що відповідає постановці лабораторних і польових експериментів в стратифікованих середовищах [160–162]. Методи динамічних сіток дали можливість реалізувати переміщення тіла в стратифікованій рідині, що, в свою чергу, дозволило уникнути прояву нефізичних осциляцій, які проявляються при взаємодії хвильових збурень із зовнішніми границями розрахункової області, де у постановці обтікання тіла задаються умови набігаючого потоку, а також адекватно описати структуру і динаміку течії на початковому етапі старту тіла [48, 49, 104, 159]. У даному випадку метод динамічних сіток реалізовано таким чином, що розрахункові комірки безпосередньо навколо тіла є жорстко зв'язаними з ним і переміщуються відповідно до закону його руху, тоді як у

підобластях перед і за тілом розрахункова сітка, відповідно, стискається і розтягується.

2.4. Візуалізація вихрової структури дво- і тривимірних течій

Заключний етап моделювання в обчислювальній гідроаеродинаміці включає візуалізацію структури течії з метою аналізу отриманих результатів і дослідження фізичних процесів, що відбуваються в рідині чи газі, на основі інформації про миттєві поля швидкості, тиску та температури і їх змінності у часі. Розвиток методів графічного представлення досліджуваних течій, як правило, ґрунтувався на досвіді експериментальних досліджень з візуалізації течій за рахунок введення барвників, бульбашок, механічних включень, струйок диму і т.п. в рухоме середовище з використанням оптичних методів спостереження, включаючи лабораторну візуалізацію течій за допомогою тіньових приладів [150–156, 160–162].

З метою візуалізації результатів розрахунків, представлених у вигляді полів скалярних або векторних величин, досить широко застосовуються різноманітні графічні технології, зокрема, зображення ліній рівня, заливка кольором, використання стрілок певних масштабів і напрямків для представлення векторних величин, побудова ліній току і т.д. На етапі обробки чисельних результатів картини полів течій часто представляються у вигляді кольорових карт із різноманітними змінними палітрами, що дозволяє орієнтуватися не тільки в загальній структурі розглядуваного поля, а й достатньо точно оцінювати його локальні значення [101–104, 147].

Розрізняються три основні методи візуалізації течій – геометричні, топологічні і текстурні, кожен з яких має певні переваги і недоліки. Так, геометричні методи, що ґрунтуються на чисельному інтегруванні системи звичайних диференціальних рівнянь з можливістю будувати лінії течії або траєкторії частинок рідини, суттєво залежать від вибору кількості точок, необхідних для візуалізації картини потоку, і обмежуються, як правило,

стаціонарними двовимірними течіями або тривимірними течіями з періодичністю в одному з напрямків. Топологічні підходи використовуються в основному для визначення локального напрямку потоку і знаходження критичних точок, а також інших сингулярностей. Найбільш схожими на методи експериментальної візуалізації є текстурні підходи, в яких аналізується не окремі точки, лінії або поверхні, а загальна картина потоку – візуалізація проводиться за допомогою обчислення згортки векторного поля швидкості з інтегруванням вздовж ліній току і використанням нормування, що дозволяє визначити яскравість і контраст кожного пікселя [23, 211, 291].

Візуалізації вихрових течій проводяться, як правило, за ознакою розподілу різних величин – нормованої спіральності, параметра закрутки, критеріїв Q , λ_2 , Δ , власних і паралельних векторів, максимальної завихреності, ліній току та ін., що будуються з використанням градієнтів основних та похідних скалярних і векторних полів і на основі яких створюються геометричні об'єкти (лінії рівня, ізоповерхні), що дають уявлення про вихрову структуру потоку [23].

У тривимірних течіях з гладким полем швидкості $\mathbf{v}(\mathbf{x}, t)$ критерієм, інваріантним до перетворень, є тензор градієнта швидкості [23]:

$$\mathbf{J} = \nabla \mathbf{v} = \mathbf{S} + \mathbf{\Omega}, \quad \mathbf{S} = \left[\nabla \mathbf{v} + (\nabla \mathbf{v})^T \right], \quad \mathbf{\Omega} = \left[\nabla \mathbf{v} - (\nabla \mathbf{v})^T \right],$$

де $\mathbf{S}$ – тензор швидкостей деформацій, $\mathbf{\Omega}$ – тензор завихореності. Одним з критеріїв, які використовуються для ідентифікації вихрових течій, є Q -критерій, запропонований у роботі [202]: $Q = 0.5 \left(|\mathbf{\Omega}|^2 - |\mathbf{S}|^2 \right)$. Вихор визначається як область течії, в якій виконується нерівність $Q > 0$, тобто область течії, в якій норма тензора завихореності перевищує норму тензора швидкостей деформацій, а обертання домінує над в'язким зсувом. Дельта-критерій (Δ -criterion), запропонований у роботі [167], дається співвідношенням: $\Delta = (Q/3)^3 + (\det \nabla \mathbf{v}/2)^2$. Вихор визначається як область течії, в якій виконується нерівність $\Delta > 0$, тобто тензор градієнта швидкості має комплексні власні числа. У цій області обертання (антисиметрична частина тензора

градієнта швидкості) домінує над розтягуванням або стисненням (симетрична частина тензора градієнта швидкості).

Для візуалізації вихрових ліній використовується нормалізована спіральність [235], що представляє собою косинус кута між векторами швидкості і завихреності (в критичних точках спіральність не визначається): $H_n = \mathbf{v} \cdot \boldsymbol{\omega} / \|\mathbf{v}\| \|\boldsymbol{\omega}\|$, де $\mathbf{v}$ – швидкість, $\boldsymbol{\omega}$ – вихор швидкості. В околі центру вихору кут між векторами швидкості і завихреності є малим. У граничному випадку, коли вектори швидкості і завихреності колінеарні, нормалізована спіральність дорівнює ± 1 , а лінія току, що проходить через таку точку, має нульову кривизну (пряма лінія) [23]. Знак спіральності показує напрямок обертання вихора по відношенню до напрямку потоку (за годинниковою стрілкою або проти).

Метод параметра закрутки використовує зв'язок між обертальним рухом та існуванням комплексних власних значень тензора градієнта швидкості [123]. Параметр закрутки вводиться як відношення часу руху рідкої частинки через область з комплексними власними числами тензора градієнта швидкості до часу, необхідного для повернення частки в позицію з тим же самим значенням кутової координати: $\tau = t_c / t_0$, $t_c = 2\pi / \text{Im}(\lambda_c)$, $t_0 = L / v_c$, де $\text{Im}(\lambda_c)$ – уявна частина комплексно-спряженої пари власних значень тензора градієнта швидкості; L – характерний лінійний розмір області; v_c – швидкість перетину області. При $\tau \rightarrow 0$ частинка рідини перетинає область течії занадто повільно для того, щоб бути захопленою вихором [23].

В роботі [210] для ідентифікації вихорів застосовується критерій λ_2 , що базується на розкладанні тензора градієнта швидкості на симетричну і антисиметричного компоненти. Тензор $S_2 + \Omega_2$ є симетричним і має дійсні власні числа ($\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3$), два з яких негативні. Область вихрової течії визначається як область, в якій $\lambda_2 (\Omega^2 + S^2) < 0$, де λ_2 – власне число тензора [23]. Застосування критерію є складним у тому випадку, коли в області, зайнятої рідиною, присутні декілька індивідуальних вихорів.

У двокроковому підході, запропонованому в роботі [115], передбачається, що вихровий рух підтримується градієнтом тиску, а для ідентифікації вихорів використовується вектор завихореності. На кроці 1 проводиться попередній пошук вихрових утворень уздовж вихрових ліній, а на кроці 2 здійснюється коригування отриманих даних, основане на пошуку локального мінімуму тиску. В якості вихідних точок для пошуку вихрових ліній виступають вузли сітки, в яких має місце низький рівень тиску і високий рівень завихореності (на практиці існують вузли, що задовольняють обом критеріям, але не є вихровими утвореннями) [23].

Для визначення локальної картини течії біля критичної точки використовується метод власних векторів, який оснований на обчисленні в околиці даної точки значень власних чисел і векторів тензора градієнту швидкості [23]. Оскільки є закручені течії, що не містять критичних точок, то вектор швидкості проектується на площину, нормальну до напрямку власного вектора тензора градієнта швидкості, що відповідає дійсному власному значенню. Передбачається, що два інших власних значення утворюють комплексно-спряжену пару або приймають нульові значення. У разі їх рівності нулю критична точка стає центром вихору. Метод паралельних векторів, що є розвитком методу власних векторів і запропонований в роботі [274], являє собою метод високого порядку для знаходження вихрових ліній. Даний підхід дозволяє ідентифікувати повільно обертові вихрові утворення з криволінійними границями, типові для течій в компонентах газових турбін. Щоб уникнути коливань розв'язку, що виникають в результаті розрахунку похідних високого порядку, використовується пост-згладжування поля швидкості.

Усі наведені методи візуалізації вихрових течій класифікуються залежно від того, яким способом визначається вихор (в області або на лінії), чи є метод інваріантним по відношенню до перетворення системи координат, носить локальний або глобальний характер. У даній дисертаційній роботі для візуалізації тривимірної вихрової структури течій використовується Q-метод

внаслідок інваріантності щодо перетворення координат і простоти фізичної інтерпретації даного підходу, а для двовимірних течій – поля різних фізичних змінних, включаючи первинні кінематичні, динамічні і термодинамічні змінні – швидкість, тиск, густина, наряду із вторинними, такими як – завихреність і градієнти тиску і густини.

2.5. Верифікація та тестування чисельних моделей

Важливим етапом будь-якого чисельного моделювання, який повинен бути проведений безпосередньо перед застосуванням розробленого програмного коду до розв’язання поставлених задач, є перевірка достовірності побудованого чисельного методу на тестових задачах, що мають досить простий аналітичний розв’язок. У даному підрозділі в якості тестових задач використовуються відома задача Блазіуса – поздовжнє обтікання гладкої плоскої пластинки [83, 108] і, так звана, друга задача Стокса – течія рідини поблизу плоскої стінки, що здійснює періодичні коливання у власній площині [108].

Крім того, не менш важливим аспектом будь-якого чисельного моделювання є порівняння отриманих результатів розрахунків з доступними експериментальними даними, наявність яких у роботі налаштовує читача на більш довірливе ставлення до отриманих чисельних результатів. Основна частина порівнянь чисельних і експериментальних даних розміщено для зручності у відповідних розділах дисертації, тоді як у цьому підрозділі особливу увагу приділено питанню тестувань на подрібненій розрахунковій сітці для випадку тривимірного обтікання крилового профілю.

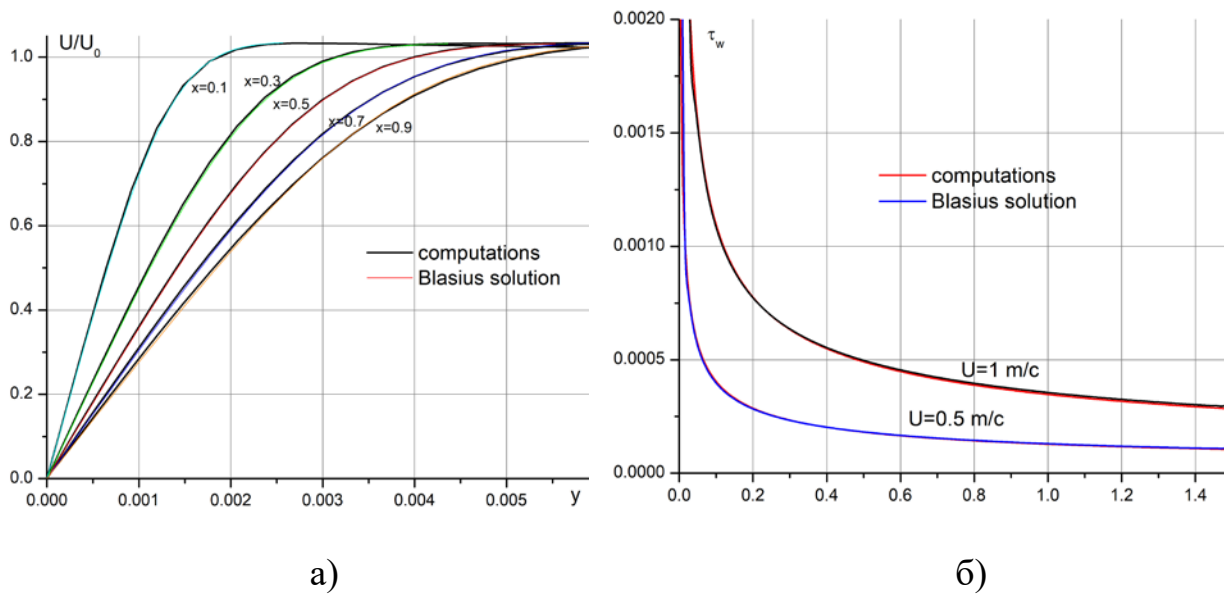


Рис. 2.11. Профілі горизонтальної компоненти швидкості і розподіл напружень тертя вздовж пластини, що обтікається рівномірним потоком в'язкої нестисливої рідини (задача Блазіуса) [83, 108]: точний аналітичний (1) і чисельний (2) розв'язки.

Порівняння результатів чисельного моделювання обтікання плоскої пластинки потоком в'язкої нестисливої рідини з розв'язком задачі Блазіуса [108] представлено на Рис. 2.11. Профілі поздовжньої компоненти швидкості в різних точках по поздовжній координаті значно різняться між собою в результаті наростання примежового шару вниз за потоком і супутніх процесів зменшення напруження зсуву на обтічній поверхні. Коефіцієнт опору тертя на поверхні різко зменшується із збільшенням відстані від початкового перерізу, де задається незбурений набігаючий потік рідини. Результати чисельного моделювання практично збігаються з аналітичним розв'язком, як за структурою профілів швидкості, так і за розподілами інтегрального коефіцієнту опору. Важливо зазначити, що добре співпадіння результатів розрахунків з аналітикою можливо тільки у випадку «ідеальної» постановки, коли повністю відсутній вплив можливих збурень у набігаючому потоці, нерівностей поверхні, передньої кромки і т.д. Наявність хоча б одного з перелічених додаткових

збурюючих факторів призводить до появи суттєвих розбіжностей з аналітичними результатами.

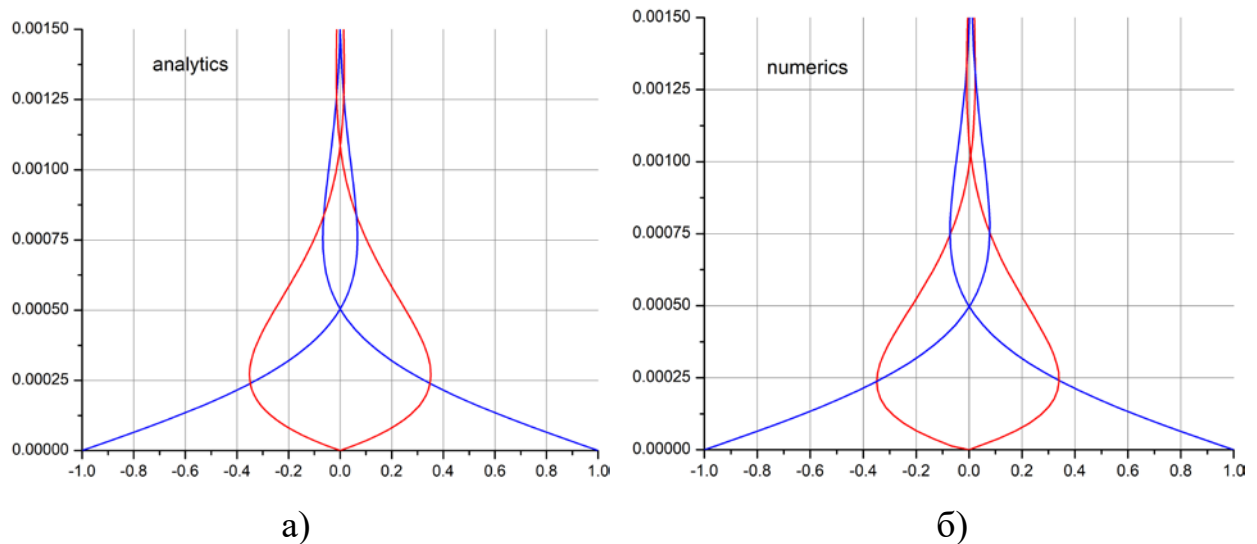


Рис. 2.12. Миттєві розподіли горизонтальної компоненти швидкості поблизу плоскої стінки, що здійснює періодичні коливання у власній площині (друга задача Стокса) [108]: аналітичний (1) і чисельний (2) розв'язки.

Тестування побудованих бібліотек динамічних розрахункових сіток в рамках пакету OpenFOAM проводилося на задачі течії рідини поблизу плоскої стінки, що здійснює періодичні коливання у власній площині, яка має досить простий аналітичний розв'язок [108]. На Рис. 2.12 показано профілі поздовжньої компоненти швидкості в різні моменти часу, що відповідають нульовим і піковим значенням вимушених коливань поверхні. Порівняння показують дуже добре узгодження аналітичних і чисельних результатів, але, як і в попередньому випадку, таке співпадіння результатів можливе лише в разі «ідеальної» відповідності постановок, тобто при відсутності додаткових збурюючих факторів, які в реальних умовах неодмінно присутні.

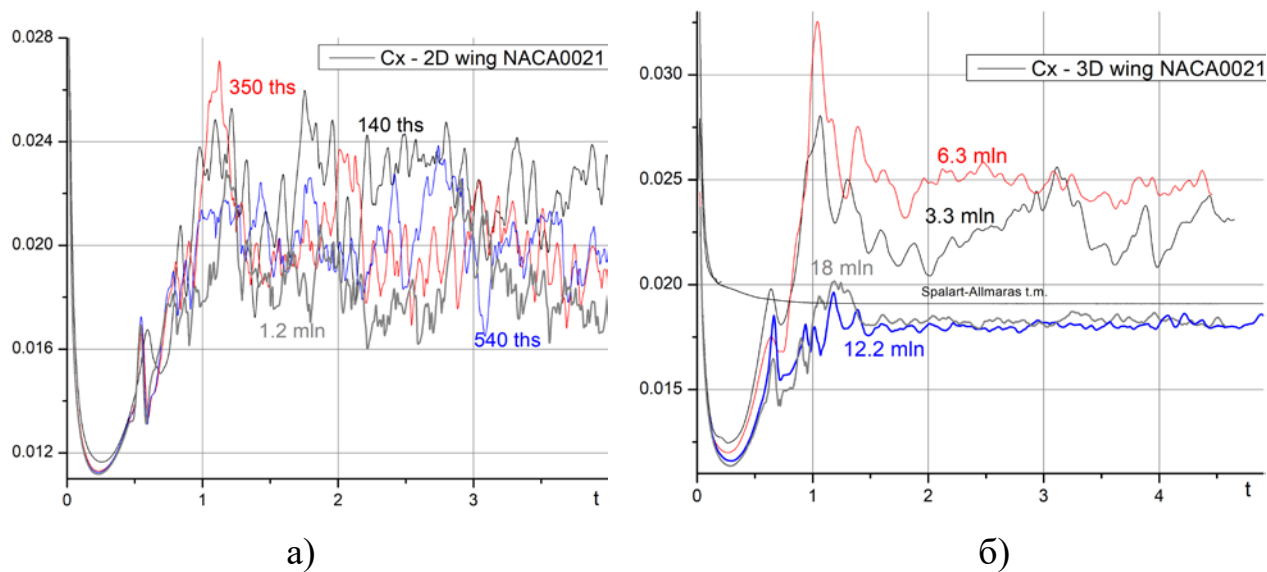


Рис. 2.13. Значення коефіцієнту опору як функції часу при чисельному розв'язанні дво- (а) і тривимірної (б) задач обтікання крилового профілю NACA0021 при подрібненні розрахункової сітки: $U=0.5$ м/с, $\alpha=0^\circ$.

Тестування чисельної моделі на подрібненій розрахунковій сітці виконано для випадків дво- і тривимірного обтікання крилового профілю серії NACA0021 (Рис. 2.13) [26, 27, 293, 301]. Результати порівняння інтегральних характеристик, а саме, коефіцієнту опору профілю при різному подрібненні розрахункової сітки показали, що для двовимірного випадку достатньо порядку $5 \cdot 10^5$ розрахункових комірок для отримання достовірного результату, а для тривимірної моделі – приблизно $1.2 \cdot 10^7$ розрахункових комірок. Дані оцінки, отримані на основі розгляду інтегральних характеристик крила, підтверджуються картинами тривимірної Q-візуалізації вихрової структури течії, які показують фактичне співпадіння струкур вихрової течії при кількостях розрахункових комірок $1.2 \cdot 10^7$ і $1.8 \cdot 10^7$, відповідно (Рис. 2.14). Варто зазначити, що головна відмінність прямого чисельного моделювання від обчислень на основі моделей турбулентності полягає у можливості розраховувати широкий спектр масштабів вихрових структур, більшість з яких, зазвичай, подавляються моделями турбулентності, але врахування яких є вкрай важливим для проведення адекватних досліджень течій саме у перехідному режимі.

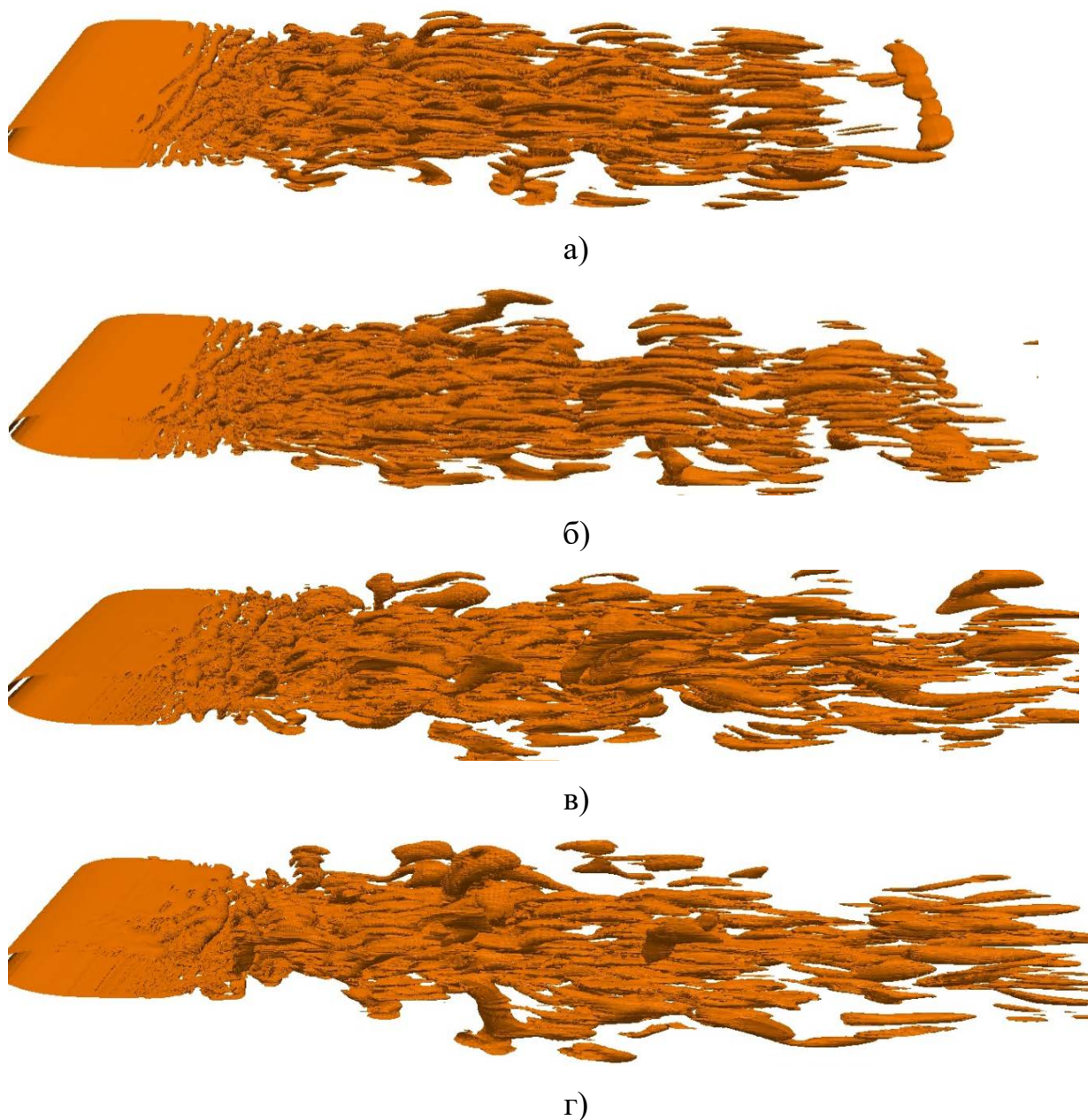


Рис. 2.14. Тривимірна Q-візуалізація вихрової структури течії за криловим профілем NACA0021 при подрібненні розрахункової сітки: $U=0.5$ м/с, $\alpha=0^\circ$, а) – $N=3 \cdot 10^6$; б) – $N=6 \cdot 10^6$; в) – $N=1.2 \cdot 10^7$; г) – $N=1.8 \cdot 10^7$.

Таким чином, проведене тестування розробленого чисельного моделювання показало добре узгодження чисельних результатів з аналітичними розв'язками, як у випадку використання статичних, так і динамічних розрахункових сіток, а також дозволило визначити мінімальну кількість

розрахункових комірок, при яких можливо отримувати достовірний чисельний результат. Крім того, проведені тести дозволили обґрунтувати вибір методів чисельного моделювання для розглянутих класів задач в режимі перехідних чисел Рейнольдса: пряме чисельне моделювання на основі метода скінченних об'ємів із застосуванням розрахункових схем не нижче другого порядку точності, алгоритма PIMPLE для узгодженості полів швидкості і тиску, а також динамічних та адаптивних розрахункових сіток з метою найбільш раціонального використання обчислювальних ресурсів.

2.6. Висновки до розділу 2

У даному розділі сформульовано математичні моделі обтікання нестационарно рухомих тіл та описано методи їх чисельної реалізації. Наводяться приклади розв'язання тестових задач, на яких демонструється ефективність і точність розроблених чисельних підходів.

Представлено фундаментальну систему рівнянь механіки рідини і газу, що входить в усі класичні монографії та підручники і базується на універсальних законах збереження маси, кількості руху і енергії, враховуючи вплив властивостей середовища і градієнтів термодинамічних потенціалів на структуру і динаміку течій. В залежності від можливості нехтування тими чи іншими ефектами – стратифікації, дифузії, теплопровідності, стисливості та ін. для математичного моделювання досліджуваних фізичних процесів використовуються відповідні спрощені системи диференціальних рівнянь з відповідними початковими та граничними умовами.

Представлено рівняння руху твердих деформівних тіл, матеріали яких мають здатність як накопичувати механічну енергію, так і розсіювати її, що може бути описано математично із задовільною точністю за допомогою моделей теорії в'язкопружності у повній нелінійній постановці. Для моделювання в'язкопружності використовується гіпотеза про миттєву залежність значення тензора напружень від усієї передісторії зміни компонент

тензора деформацій, що формально може бути виражено у вигляді інтегрального по часу представлення співвідношення між напруженнями і деформаціями з функціями релаксації у формі згасаючих експонент.

Приведено граничні умови на обмежуючих поверхнях і границях контакту середовищ для розглядуваних задач механіки рідини або/і деформівного твердого тіла. При розгляді зв'язаних задач взаємодії потоку рідини з в'язкопружними тілами рівняння руху для обох середовищ розв'язуються узгоджено, коли гідромеханічну і в'язкопружну частини зв'язаної задачі пов'язують кінематичні і динамічні граничні умови на границі розділу середовищ, що гарантують узгоджений рух рідини і поверхні деформівного тіла.

Обґрунтовано вибір методів чисельного моделювання для розглядуваних класів задач: пряме чисельне моделювання на основі метода скінченних об'ємів з використанням розрахункових схем не нижче другого порядку точності, алгоритма PIMPLE для узгодженості полів швидкості і тиску, динамічних та адаптивних розрахункових сіток. Детально описано обчислювальний пакет OpenFOAM, в рамках якого було розроблено додаткові програмні коди, необхідні для чисельної реалізації поставлених задач на базі метода скінченних об'ємів. Зазначено основні переваги пакета OpenFOAM: вільна розповсюджуваність, що дозволяє проводити розрахунки без покупки дорогих ліцензій; відкритість вихідного коду, що дає можливість створювати власні вирішувачі, утиліти і бібліотеки під потреби конкретних задач; можливість отримувати консультації з важливих питань на спеціальних форумах у досвідчених користувачів і розробників пакету; можливість проводити розрахунки задач у паралельному режимі на багатоядерних персональних комп'ютерах і кластерних системах.

З метою врахування реального деформування обтічної поверхні розроблено ряд власних бібліотек динамічних розрахункових сіток в рамках пакету OpenFOAM, що автоматично підлаштовуються під змінну в часі

геометрію границі. В залежності від специфіки розглядуваної задачі реалізуються різні алгоритми динамічних розрахункових сіток: у випадку прямолінійного або коливного рухів всієї поверхні обтічного тіла або певної її частини переміщення розрахункових комірок узгоджується з характером руху поверхні із зменшенням деформацій сітки по мірі віддалення від рухомої поверхні; у випадках, коли обтічна перешкода робить повнообертові рухи, будуються окремі статичні і динамічні розрахункові сітки, що стикаються між собою спеціальними циклічними граничними умовами на контактуючих границях. На кожному часовому кроці обчислюються нові положення вузлів розрахункової сітки на основі певним чином заданих аналітичних залежностей або шляхом чисельного розв'язання рівняння Лапласа для компонент переміщення вузлів сітки, а також перераховується значення всіх фізичних змінних у вузлах нової сітки шляхом застосування процедури інтерполяції по вузлах на попередньому часовому кроці.

Проведено огляд існуючих методів візуалізації результатів чисельного моделювання та обґрунтовано вибір методів візуалізації, що застосовано у даній роботі. Виконано верифікацію розроблених чисельних моделей, що показала добре співпадіння з відомими аналітичними результатами, як у випадку використання статичних, так і динамічних розрахункових сіток. Тестування чисельних моделей на подрібненій розрахунковій сітці дозволили визначити мінімальну кількість розрахункових комірок, при яких можливо отримати достовірний чисельний результат.

Основні положення цього розділу викладено у публікаціях автора [25–27, 48, 104, 293, 294, 297, 317–327].

РОЗДІЛ 3

РОЗВИТОК ВЛАСНИХ ЗБУРЕНЬ НА ДЕФОРМІВНИЙ ОБТІЧНІЙ ПОВЕРХНІ

Створення ефективних і раціональних методів керування течіями і динамічними характеристиками обтічних тіл неможливо без детального теоретичного та експериментального дослідження структури і динаміки течій навколо обтічних тіл. Так, методи керування течією в примежовому шарі на добре обтічній поверхні в режимі ламінарно-турбулентного переходу передбачають наявність вихідної інформації про структуру власних збурень у примежовому шарі і закономірності їх конвективної стійкості.

В рамках усталеного традиційного уявлення примежовий шар на добре обтічній поверхні в режимі ламінарно-турбулентного переходу являє собою складну систему еволюціонуючих когерентних вихрових структур, розвиток яких вниз за потоком уздовж обтічної поверхні проходить через ряд окремих перехідних етапів. За допомогою певних активних маніпуляцій на обтічній поверхні можливо якнайдовше підтримати вниз за потоком детерміновану частину примежового шару, що в інтегральному ефекті може дати суттєве зниження опору тертя на поверхні. Вивчення структури когерентних вихрових структур в примежовому шарі при наявності впливу статичного та динамічного деформування обтічної поверхні дозволяє виявити потенційну ефективність того чи іншого методу керування шляхом кількісного і якісного порівняння отриманих результатів при різних параметрах вимушених збурень на обтічній поверхні.

3.1. Структура течії на гладкій і статично деформованій поверхнях

Чисельне моделювання обтікання гладкої плоскої пластини, як у двовимірній, так і тривимірній постановках без урахування зовнішніх збурюючих факторів у набігаючому потоці і в умовах ідеальної рівності та гладкості обтічної поверхні не дозволяє генерувати процеси розвитку власних збурень у примежовому шарі при будь-яких значеннях числа Рейнольдса. Це пов'язано з тим, що для їх генерації потрібна наявність певних вимушених зовнішніх впливів або неоднорідності обтічної поверхні, які в певній мірі завжди присутні в реальних умовах оточуючого середовища, але відсутні в «ідеальній» постановці чисельного моделювання, де єдиним джерелом збурень може бути лише похибка чисельних обчислень. Тому, з метою уможливити вивчення процесів зародження та розвитку вниз за потоком власних збурень примежового шару впершу чергу постає задача їх генерування шляхом задання, наприклад, певної статичної або динамічної шорсткості обтічної поверхні. Разом з тим, задане збурення на обтічній поверхні буде являти собою засобом керування структурою течії у примежовому шарі і процесами розвитку вниз за потоком ініційованих власних збурень з метою реалізації можливості якнайдовшого підтримання детермінованих збурень примежового шару вниз за потоком, що в інтегральному ефекті може дати суттєве зниження опору тертя на обтічній поверхні.

В умовах чисельного моделювання задачі обтікання ідеально плоскої і гладкої пластини результати розрахунків практично повністю співпадають із розв'язком задачі Блазіуса поздовжнього обтікання напівнескінченної пластини, що демонструє класичні результати наростання товщини примежового шару та падіння зсувного напруження вздовж обтічної поверхні вниз за потоком [108]. В рамках теорії Блазіуса залежності товщини пограничного шару і коефіцієнта опору тертя від поздовжньої координати, а також швидкості набігаючого потоку і коефіцієнту кінематичної в'язкості, можуть бути виражені наступними наближеними формулами: $\delta \approx 5 \cdot (vx/U_0)^{0.5}$,

$C_f \approx 0.332 \cdot (v/xU_0)^{0.5}$. Чисельне розв'язання відповідної задачі в нестационарній постановці дає результат, в якому на певному початковому етапі відбувається нестационарні процеси усталення течії в примежовому шарі з подальшим виходом на стаціонарний режим без реалізації сценаріїв розвитку нестійких форм збурень, характерних для перехідного примежового шару. Певні незначні відмінності між чисельними та аналітичними результатами пов'язано з обмеженнями у постановці граничних умов в чисельній моделі – «ударний вхід» в початковому перерізі і «рухома кришка» з прослизанням на верхній границі розрахункової області. Деякі порівняння чисельного та аналітичного розв'язків наведено у графічній формі у розділі 2 при представленні результатів верифікації та тестування чисельних моделей (Рис. 2.7).

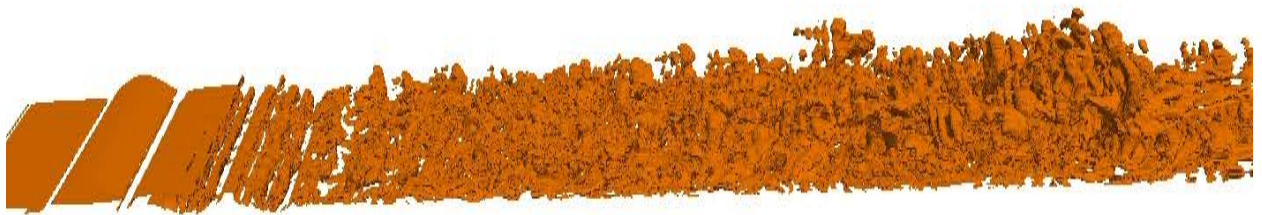


Рис. 3.1. Тривимірна Q-візуалізація вихрової структури течії за локальною ділянкою статичної шорсткості на обтічній поверхні:

$$U=0.1 \text{ м/с}, L=0.2 \text{ м}, A=0.001 \text{ м}, \lambda=0.05 \text{ м}, Re=2 \cdot 10^4.$$

При наявності статичної шорсткості на певній частині обтічної поверхні у вигляді плоскої хвилястої форми з фіксованими значеннями амплітуди і довжини хвилі структура течії в примежовому шарі змінюється кардинально (Рис. 3.1). При розгляді відповідної двовимірної задачі локальна шорсткість поверхні генерує плоскі хвильові збурення у формі компактних вихрових утворень, які переносяться вниз за потоком і зберігають детерміновану форму до тих пір, поки вони не дисипують вниз за потоком під дією ефектів в'язкості. У тривимірному випадку плоска структура власних збурень примежового шару зберігається вниз за потоком лише на початковому етапі формування течії. З плином часу плоскі вихрові утворення поступово починають спотворюватись

та руйнуватись, що призводить до хаотизації течії вниз за потоком. Більш-менш детермінована структура течії зберігається лише в безпосередній близькості від джерела збурення, а більша частина прилежового шару приймає хаотичний вигляд.

Таким чином, можна зробити висновок, що локально статична шорсткість обтічної пластини у формі плоскої хвилястої поверхні призводить до швидкого руйнування початкових детермінованих збурень прилежового шару і хаотизації течії вниз за потоком. Отриманий результат є важливим з позиції можливості використання його в якості основи для порівняння з картинами вихрової течії на динамічно шорсткій поверхні, зокрема, деформівній поверхні у вигляді біжучої хвилі у напрямку набігаючого потоку.

3.2. Двовимірна задача розвитку збурень потоку на деформівній поверхні

З метою простеження у часі і просторі виникнення та розвиток двовимірних збурень швидкості й тиску у зсувному шарі на коливній поверхні скінченної довжини розв'язується класична система нестационарних рівнянь Нав'є-Стокса і рівняння нерозривності для нестисливого середовища в змінних швидкість-тиск у тривимірному просторі в декартовій системі координат (2.4).

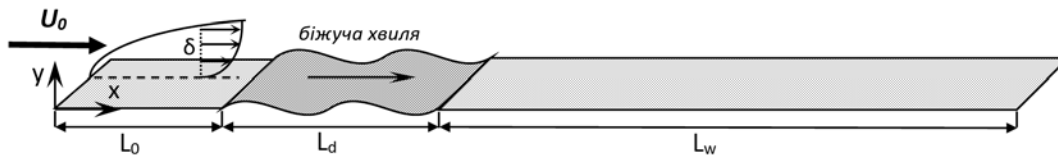


Рис. 3.2. Схема задачі обтікання жорсткої пластини з деформівною вставкою.

На певній відстані від ударного входу на обтічної поверхні розташовується вставка скінченної довжини (Рис. 3.2), на якій задаються осциляції за законом біжучої хвилі, що описується трьома базовими параметрами: амплітудою A , поздовжньої та поперечної довжинами λ_x , λ_z і фазовою швидкістю C_{ph} (у разі поширення хвилі тільки у поздовжньому напрямку: $C_{ph} = f \cdot \lambda_x$). В якості

нормуючих параметрів розглядаються характерна довжина плоскої хвилі нестійкості Толлміна-Шліхтинга: $\lambda_{TS} \approx 6\delta$ та її фазова швидкість: $C_{TS} \approx 0.45U_0$, які відповідають критичній точці, розташованій безпосередньо перед областю нестійких збурень на нейтральній кривій [17, 18]. Довжина коливної вставки і розміри жорстких частин пластини перед і за вставкою в розрахунках обрані, відповідно, рівними: $L_d = 0.2$ м, $L_0 = 0.5$ м и $L_w = 2.3$ м.

Розглядаються два варіанти задання граничних умов для швидкості на осцилюючій частині обтічної поверхні: наближений, коли деформуванням поверхні нехтується [24, 25, 29, 50, 296, 297], і прямий, коли задача розв'язується з урахуванням реальних деформацій рухомої границі [26, 293, 294, 298, 299, 300]. У першому випадку граничні умови для швидкості на осцилюючій стінці переносяться на нейтральну поверхню шляхом розкладання значень компонент швидкості у ряд Тейлора – так звані лінеаризовані граничні умови Бенжаміна [122]. В такому підході, який може бути застосований лише за умови малості амплітуд коливання поверхні, вирази для компонент збурень швидкості на обтічній поверхні приймають наступний вигляд:

$$\begin{aligned} u_1 \Big|_{\substack{x_2=0 \\ L_0 \leq x_1 \leq L_0+L_d}} &= \frac{\partial \xi_1}{\partial t} - \xi_2 \frac{\partial U}{\partial x_2} = -2\pi A_1 C_{ph} / \lambda_x \cdot \cos(2\pi(x_1 - C_{ph} \cdot t) / \lambda_x) - \xi_2 U'_{x_2}, \\ u_2 \Big|_{\substack{x_2=0 \\ L_0 \leq x_1 \leq L_0+L_d}} &= \frac{\partial \xi_2}{\partial t} = 2\pi A_2 C_{ph} / \lambda_x \cdot \sin(2\pi(x_1 - C_{ph} \cdot t) / \lambda_x), \end{aligned} \quad (3.1)$$

$$u_1 \Big|_{\substack{x_2=0 \\ x_1 \notin [L_0, L_0+L_d]}} = u_2 \Big|_{\substack{x_2=0 \\ x_1 \notin [L_0, L_0+L_d]}} = 0.$$

У другому випадку задача розв'язується з урахуванням деформування поверхні, і граничні умови для компонент вектора швидкості визначаються як похідна за часом відповідних компонент вектора переміщення:

$$u_1 \Big|_{\substack{x_2=\xi_2 \\ L_0 \leq x_1 \leq L_0+L_d}} = \frac{\partial \xi_1}{\partial t}, \quad u_2 \Big|_{\substack{x_2=\xi_2 \\ L_0 \leq x_1 \leq L_0+L_d}} = \frac{\partial \xi_2}{\partial t}, \quad u_1, u_2 \Big|_{\substack{x_2=0 \\ x_1 \notin [L_0, L_0+L_d]}} = 0. \quad (3.2)$$

Розгляд задачі у двох згаданих постановках (3.1) і (3.2) дозволяє якісно і кількісно порівняти отримані результати та оцінити вплив наближення

лінеаризованих граничних умов, які зазвичай використовуються при теоретичному аналізі задачі, на структуру і динаміку течії.

Слід також зазначити, що чисельні розрахунки обтікання гладкої жорсткої поверхні дуже добре узгоджуються з теорією Блазіуса для поздовжньої обтічної напівнескінченної пластини [83, 108]. Проте, за наявності деформівної області на обтічній поверхні картина течії істотно змінюється, набуваючи ряд специфічних особливостей, відсутніх на гладкій жорсткій поверхні. У наступних пунктах даного розділу наведено результати розрахунків для двох згаданих вище варіантів постановки граничних умов на поверхні деформівної вставки.

3.2.1. Випадок знесених граничних умов на незбурену границю

Картини збурених полів поздовжньої і нормальної компонент вектора швидкості, завихреності і тиску на обтічній пластині з осцилюючою областю за законом біжучої хвилі представлено на Рис. 3.3 для випадку, коли реалізовано лінеаризовані граничні умови знесені на незбурену границю [24, 25, 29, 50, 296, 297]. Спільною особливістю структури наведених полів є періодичність зміни фізичних змінних вздовж обтічної поверхні, причому амплітуди збурень відповідних величин виявляються практично неспадаючими вниз за потоком, оскільки при даних параметрах привнесених збурень на обтічній поверхні відбувається збудження хвилі нестійкості Толлміна-Шліхтинга. Відмінною особливістю розподілів поздовжньої компоненти вектора швидкості і завихреності по товщині пограничного шару є наявність точок зміни знаку, які для величини завихреності розташовуються ближче до обтічної поверхні, тоді як розподіли нормальної компоненти швидкості і тиску поперек потоку виявляються більш однорідними, що узгоджується з відповідними результатами теоретичного аналізу і експериментальними вимірами [17, 18].

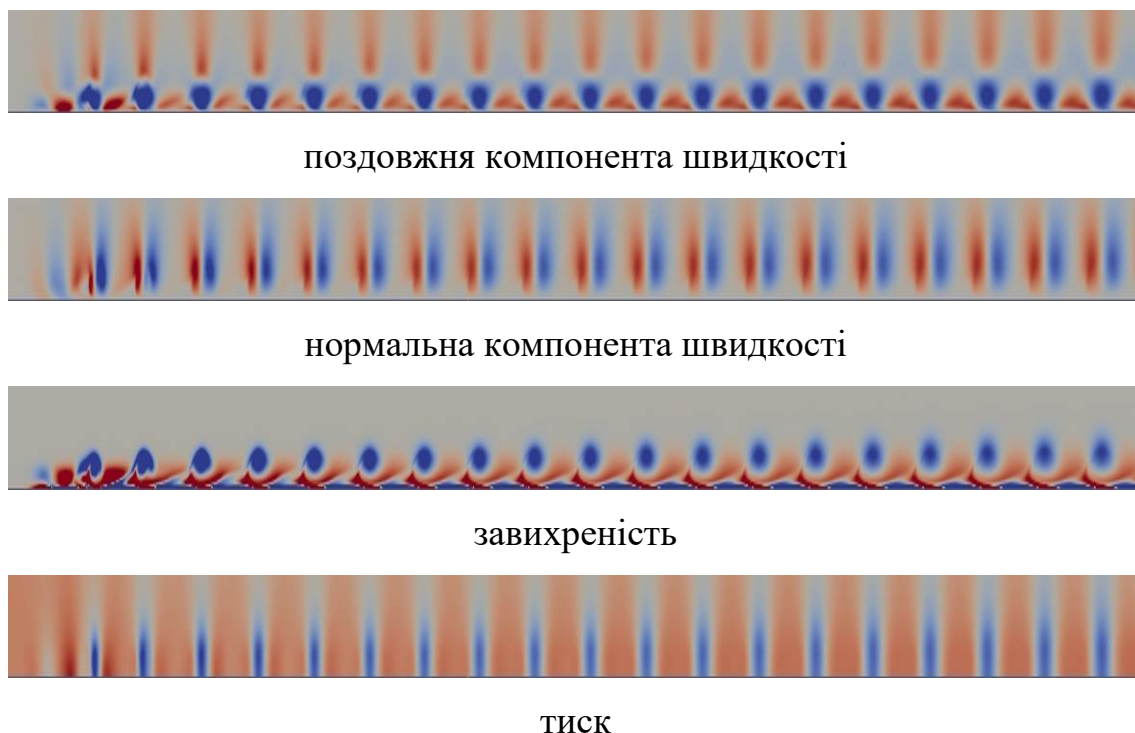


Рис. 3.3. Структура полів різних фізичних змінних при обтіканні деформівної вставки: $Re=7 \cdot 10^4$, $U_0=0.1$ м/с, $C_{ph}/U_0=0.45$, $\lambda/\lambda_{TSmin} \approx 1$.

Картини поля завихреності для різних значень довжини та фазової швидкості хвилі, що біжить уздовж поверхні вставки, наведено на Рис. 3.4 та Рис. 3.5. Із зростанням довжини біжучої хвилі відбувається збільшення наповнюваності зсувного шару збуреннями, генерованими коливаннями частини обтічної поверхні, а також зменшення швидкості загасання збурень вниз за потоком. При значеннях довжини біжучої хвилі, що дорівнюють або перевищують характерну довжину хвилі нестійкості Толлміна-Шліхтинга ($\lambda/\lambda_{TSmin} \geq 1$), уздовж обтічної поверхні розвиваються практично незгасаючі вниз за потоком збурення. Збільшення фазової швидкості, як і довжини біжучої хвилі аж до характерного значення швидкості переміщення власних збурень у зсувному шарі призводить до зменшення швидкості загасання амплітуд збурень вниз за потоком. При цьому, вплив зміни фазової швидкості на структуру течії виявляється значно меншим, ніж вплив зміни величини довжини біжучої хвилі.

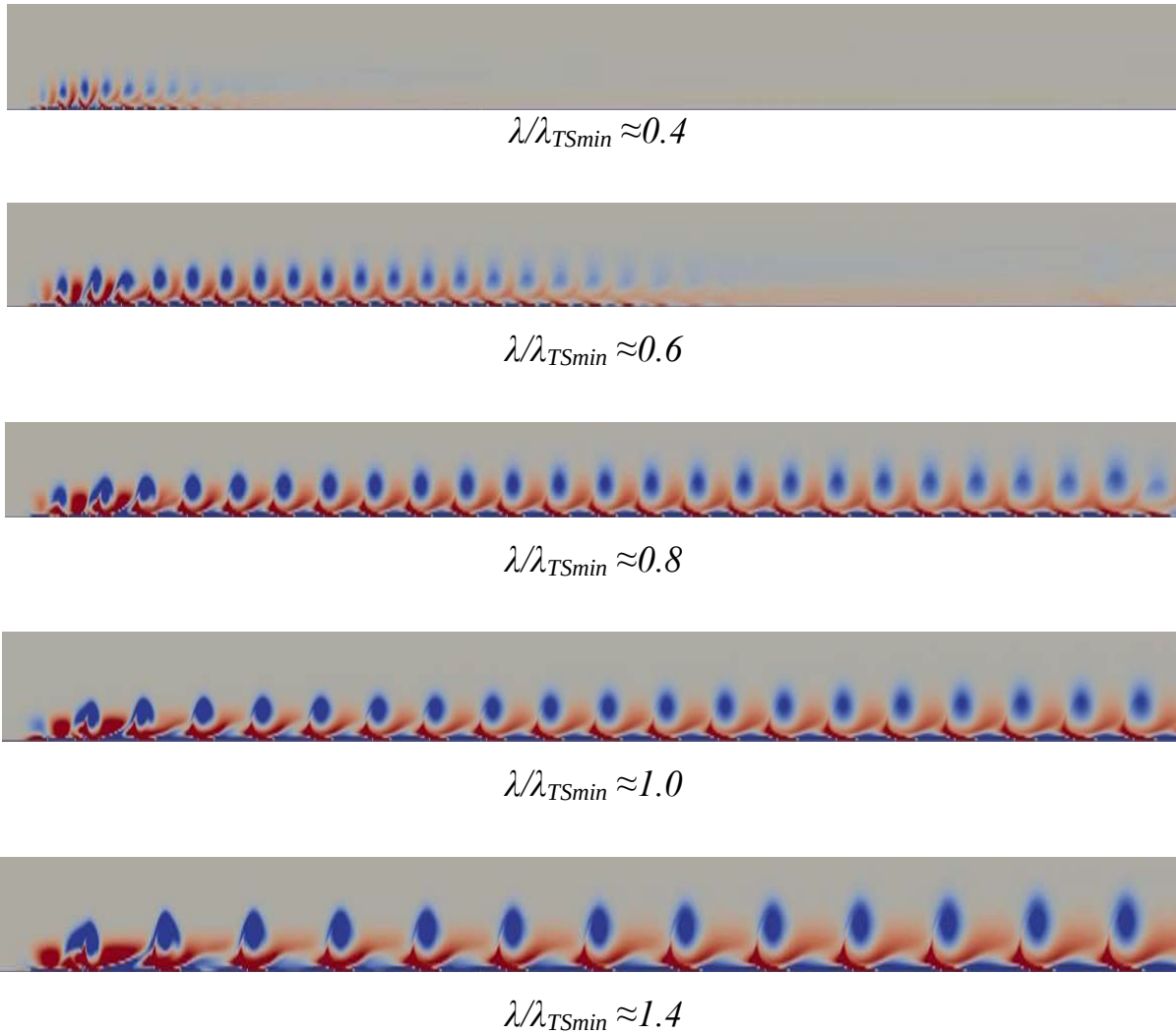


Рис. 3.4. Картини поля завихреності при обтіканні пластини при різних значеннях довжин хвилі, що біжить уздовж поверхні вставки:
 $Re=7 \cdot 10^4$, $Re_\delta=7.2 \cdot 10^{-3}$, $C_{ph}/U_0=0.45$, $U_0=0.1$ м/с.

Отримані результати дозволяють зробити ряд важливих висновків, необхідних для подальшої розробки і удосконалення методик керування потоком за допомогою деформівних поверхонь: ініціювання активних збурень на обтічній поверхні дозволяє генерувати затухаючі або незростаючі вниз за потоком збурення подібні власним збуренням пограничного шару. Шляхом варіювання хвильовими та амплітудними характеристиками активно деформівної вставки можливо керувати полем течії і, отже, величиною опору

тертя обтічної поверхні вниз за потоком, починаючи з місця локалізації джерела збурень.

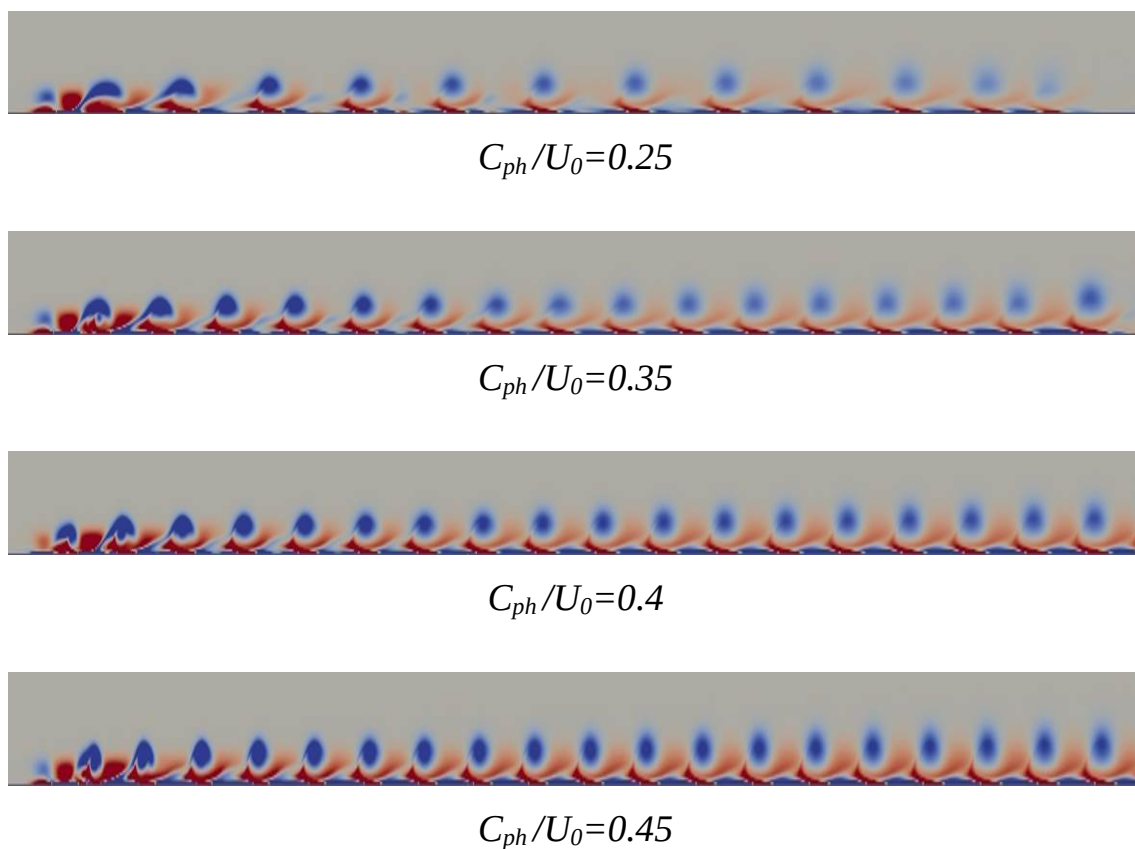


Рис. 3.5. Картини поля завихреності при обтіканні пластини для різних фазових швидкостей біжучої хвилі: $Re=7 \cdot 10^4$, $Re_\delta=7.2 \cdot 10^{-3}$, $\lambda/\lambda_{TSmin} \approx 1.0$, $U_0=0.1$ м/с.

3.2.2. Розрахунки з урахуванням змінності форми обтічної поверхні

На відміну від попереднього випадку, коли поверхня вставки залишається геометрично однорідною, а її коливання враховуються лише шляхом варіації значеннями компонент вектора швидкості, у даній моделі поверхня вставки безпосередньо здійснює активний рух за заданим аналітичним законом, який у даному розглядуваному випадку є законом біжучої хвилі [26, 293, 294, 298, 299, 300]. При цьому, одним із важливих завдань є визначення впливу реального деформування поверхні на структуру й динаміку течії, як над самою коливною вставкою, так і в сліді за збуреною частиною обтічної поверхні.



$$C_{ph}/U_0=0.25$$



$$C_{ph}/U_0=0.38$$



$$C_{ph}/U_0=0.45$$



$$C_{ph}/U_0=0.5$$



$$C_{ph}/U_0=0.55$$



$$C_{ph}/U_0=0.75$$

Рис. 3.6. Картини поля завихреності при обтіканні пластини для різних фазових швидкостей біжучої хвилі: $Re=7 \cdot 10^4$, $Re_\delta=7.2 \cdot 10^{-3}$, $\lambda/\lambda_{TSmin} \approx 0.83$, $U_0=0.1$ м/с.

Якісно, чисельні результати для випадку врахування деформацій обтічної поверхні підтверджують результати, отримані в наближенні лінеаризованих граничних умов: найменша швидкість загасання збурень вниз за потоком, генерованих коливаннями вставки, спостерігається при співпадинні параметрів

активного хвильового збурення з характерною довжиною і фазовою швидкістю хвилі нестійкості Толлміна-Шліхтинга.

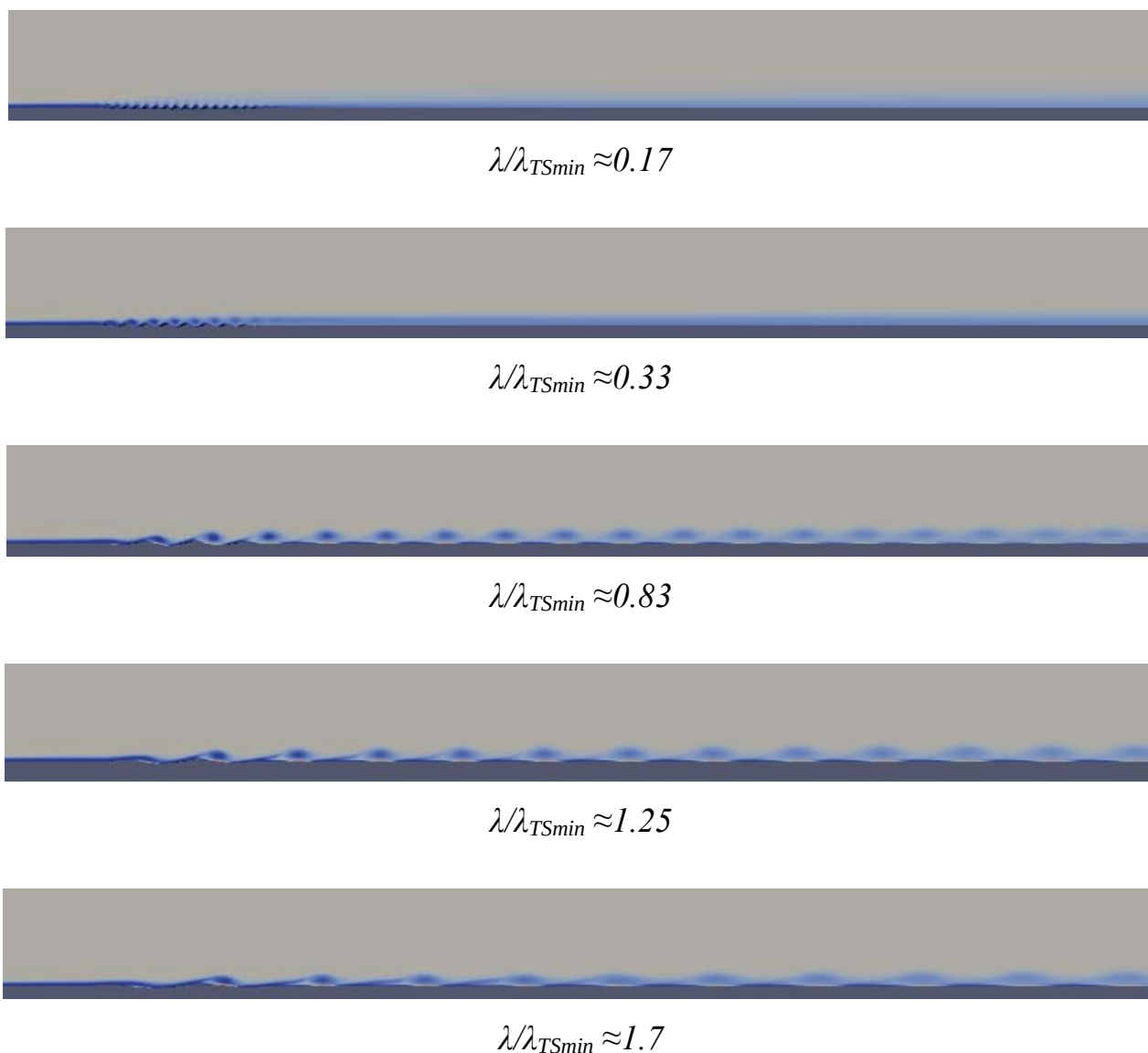


Рис. 3.7. Картини поля завихреності при обтіканні пластини
для різних довжин біжучої хвилі на поверхні вставки:

$$Re=7 \cdot 10^4, Re_\delta=7.2 \cdot 10^{-3}, C_{ph}/U_0=0.45, U_0=0.1 \text{ м/с.}$$

На Рис. 3.6 і 3.7 приведено картини поля завихреності при зміні фазової швидкості і довжини хвилі, що біжить у напрямку набігаючого потоку з урахуванням реального деформування поверхні. Найбільший вплив на вихрову структуру збуреної течії вниз за потоком забезпечується формуванням і

знесенням потоком компактних вихрових утворень в області западин деформівної поверхні, що найбільш явно спостерігається в діапазоні фазових швидкостей біжучої хвилі: $C_{ph}/U_0=0.38\div 0.55$. Важливою особливістю картин, наведених на Рис. 3.6 і 3.7, є наявність тонких компенсаційних прошарків циклонічної завихреності, що примикають безпосередньо до обтічної поверхні і розташовуються над областями концентрації генерованих вихрових збурень, як в області деформівної вставки, так і в сліді за нею на нерухомій обтічній поверхні.

3.2.3. Порівняння результатів розрахунків у двох постановках

Для порівняння двох підходів отримані результати приводяться до єдиного представлення у повних величинах без виділення збурених складових фізичних змінних, як це було зроблено при розрахунку течії з лінеаризованими граничними умовами на деформівній частині обтічної поверхні. На Рис. 3.8 приведено порівняння для двох розглядуваних постановок картин поля завихреності, представлених у повній формі без поділу на осереднену та збурену складові.

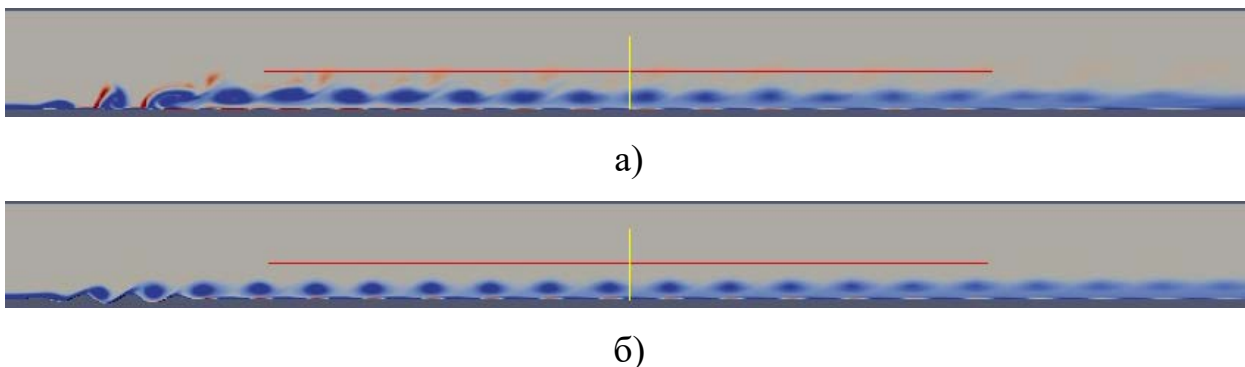


Рис. 3.8. Картини поля завихреності при обтіканні осцилюючої вставки з умовами Бенжаміна (а) і врахуванням змінності форми поверхні(б):

$$Re=7\cdot 10^4, Re_\delta=7.2\cdot 10^{-3}, C_{ph}/U_0=0.45, \lambda/\lambda_{TSmin} \approx 0.83, U_0=0.1 \text{ м/с.}$$

При реальному деформуванні поверхні генеруються вихрові збурення негативної завихреності з чіткими контурами і правильною формою, які початково формуються і розвиваються в областях западин деформівної поверхні. У випадку хвильових збурень, що задаються на нейтральній поверхні, формуються вихрові структури значно складнішої витягнутої форми і неоднорідної структури, в яких проглядаються явно виражені прошарки циклонічної завихреності, що компенсують відсутність викривлень поверхні. В останньому випадку складність хвильової і вихрової взаємодії потоку з поверхнею в області вставки проявлена у розмитості форм і менш регулярній структурі генерованих хвильових збурень вниз за потоком у примежовому шарі за деформівною вставкою.

Таким чином, порівняння результатів розрахунків для розглянутих двох варіантів постановки граничних умов показали суттєві відмінності вихрової структури течії особливо над деформівною вставкою і в меншій мірі вздовж нерухомої частини обтічної поверхні вниз за потоком. Даний результат вказує на важливість врахування деформації поверхні при чисельному моделюванні задачі обтікання жорсткої гладкою пластини з наявністю деформівної вставки за законом біжучої хвилі.

3.3. Тривимірна структура течії на локально деформівній поверхні

Для визначення хвильової і вихрової структури потоку при обтіканні деформівної поверхні у тривимірній постановці використовується класична система тривимірних нестационарних рівнянь Нав'є-Стокса і рівняння нерозривності для нестисливого середовища (2.4) з умовами прилипання на обтічній поверхні і незбуреного потоку на нескінченності:

$$\begin{aligned} U|_{y=\infty} &= U_0; \quad V|_{y=\infty} = W|_{y=\infty} = 0; \\ U|_{y=s} &= F_x; \quad V|_{y=s} = F_y; \quad W|_{y=s} = F_z, \end{aligned} \quad (3.4)$$

де $\mathbf{U} = \{U, V, W\}$ – вектор швидкості, $Re = U_0 L / \nu$ – число Рейнольдса, $\vec{F} = \{F_x, F_y, F_z\}$ – швидкість переміщення деформівної частини поверхні, ν –

кінематична в'язкість рідини, U_0 – швидкість потоку, L – довжина обтічної поверхні.

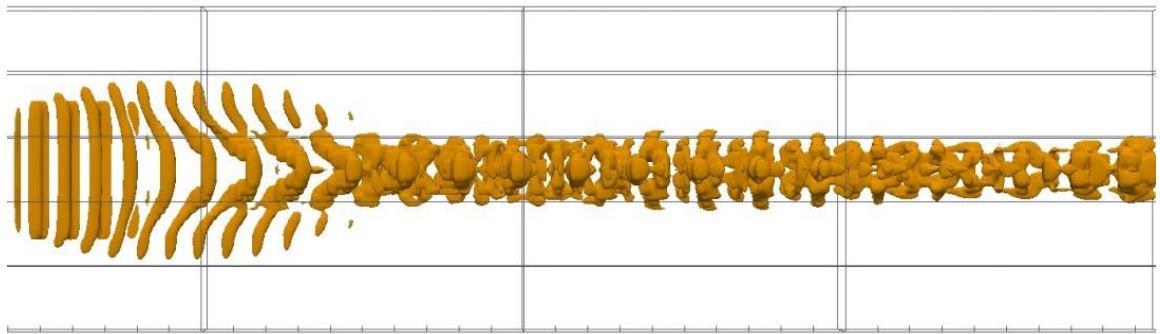
Чисельне розв'язання системи рівнянь (2.4) з граничними умовами (3.4) у тривимірній постановці дозволило простежити нестационарні процеси формування і розвитку тривимірної структури хвильових і вихрових збурень потоку в просторі і часі на обтічній поверхні при різних параметрах активного локального впливу на деформівній частині обтічної поверхні і обґрунтувати методику керування перехідними процесами в пристінній області потоку [24, 25, 294, 297, 298, 300].

Результати тривимірного чисельного моделювання нестационарної задачі розвитку збурень потоку, генерованих локальними деформаціями обтічної поверхні у формі біжучої хвилі ($C_f/U_0=0.5$, $U_0 = 0.1$ м/с, $A = 0.001$ м), показали наявність складної тривимірної структури збуреної течії, що розвивається вниз за потоком. На Рис. 3.9 показано зміну вихрової структури течії при збільшенні довжини біжучої хвилі, локалізованої на ділянці обтічної поверхні у формі квадрата площею 0.2×0.2 м² з затухаючими амплітудами по краях.

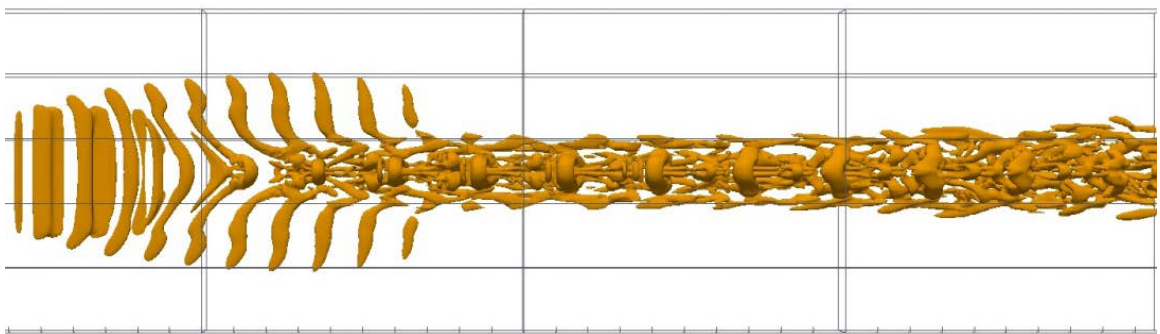
Джерело збурень спочатку генерує плоскі хвильові збурення, які по мірі розвитку вниз за потоком досить швидко спотворюються, трансформуючись у характерні Λ -структури і поздовжньо орієнтовані вихрові утворення. Ці структури по мірі подальшого розвитку вниз за потоком втрачають чіткість своїх форм і поступово руйнуються, що призводить до втрати початкового детермінованого характеру збурень і часткової хаотизації течії вниз за потоком.

На Рис. 3.10 і 3.11 показано відповідні розподіли тиску і напруження зсуву на обтічній поверхні, що відображають складні процеси трансформації вихрових структур в примежовому шарі. Із збільшенням фазової швидкості біжучої хвилі на обтічній поверхні ($C_f/U_0>0.7$) первинно генерована плоска форма хвильових збурень практично зберігається вниз за потоком, однак збурення мають порівняно малі амплітуди і практично загасають на відстані ~ 0.5 м від задньої кромки осцилюючої вставки (Рис. 3.12).

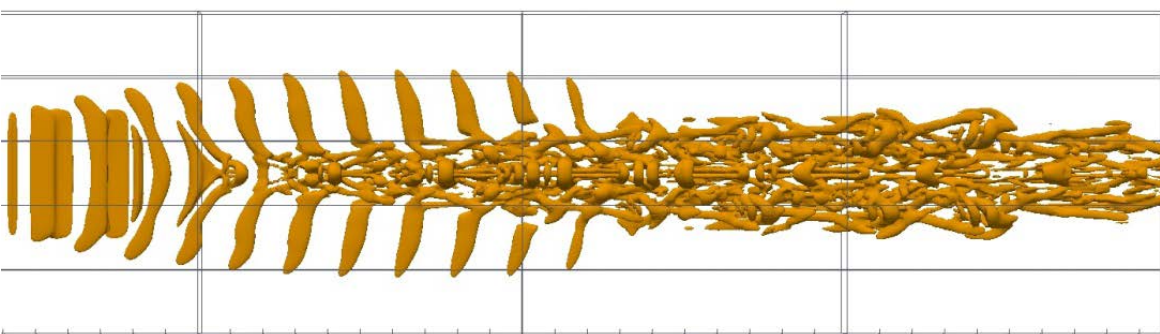
Таким чином, локально деформівна область обтічної поверхні при певних параметрах деформування ініціює формування структури стійких тривимірних вихрових утворень, що розповсюджуються вниз за потоком від джерела збурень і, тим самим, розширюють детерміновану частину примежового шару.



а)



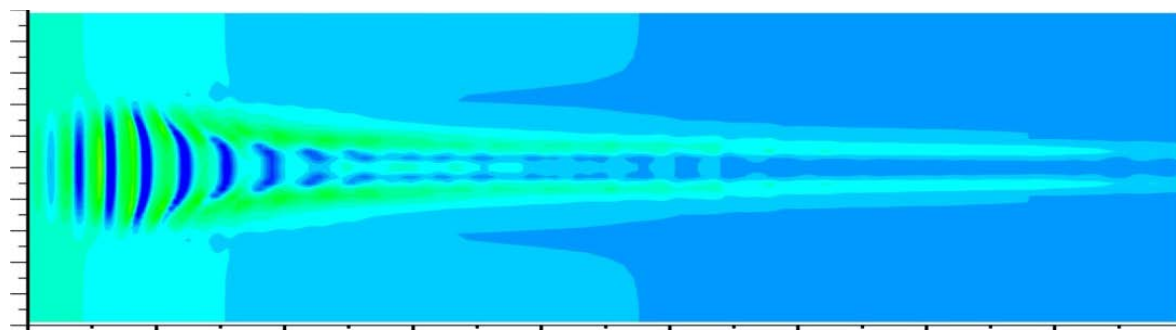
б)



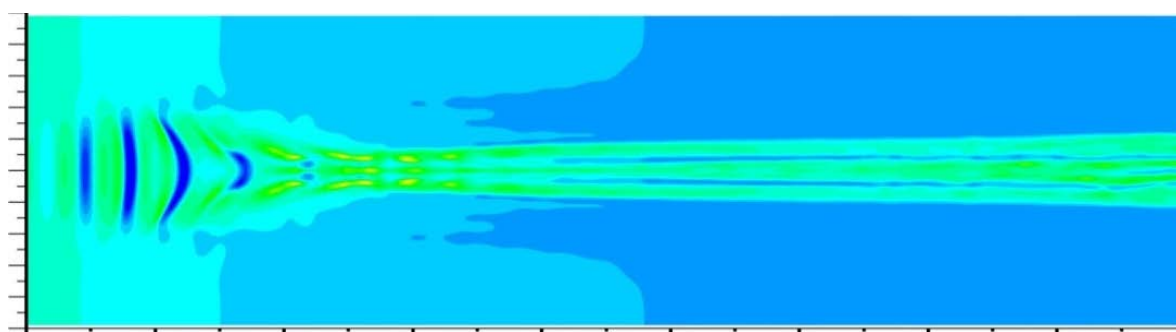
в)

Рис. 3.9. Тривимірна вихрова структура течії (ізоповерхні другого інваріанта тензора градієнту швидкості $Q=0.5(|\mathbf{u}^2| - |\mathbf{s}^2|)=0.05$) на деформівній поверхні ($U_0=0.1$ м/с, $A/\delta=0.14$, $C_f/U_0=0.50$) для різних значень довжини біжучої хвилі:

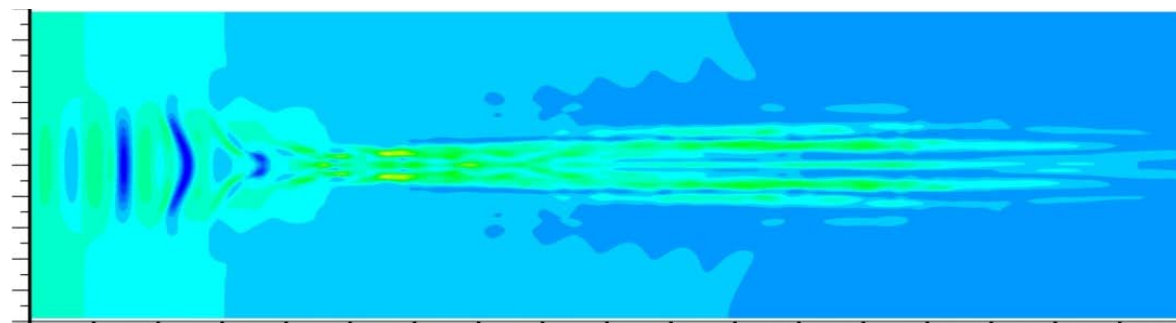
$$\lambda/\lambda_{TS} = 1.2; 1.78; 2.38 \text{ (а-в).}$$



а)

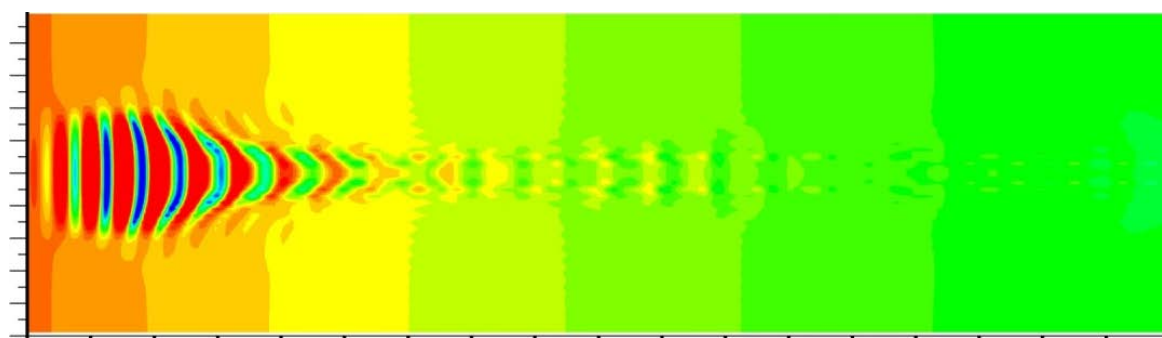


б)

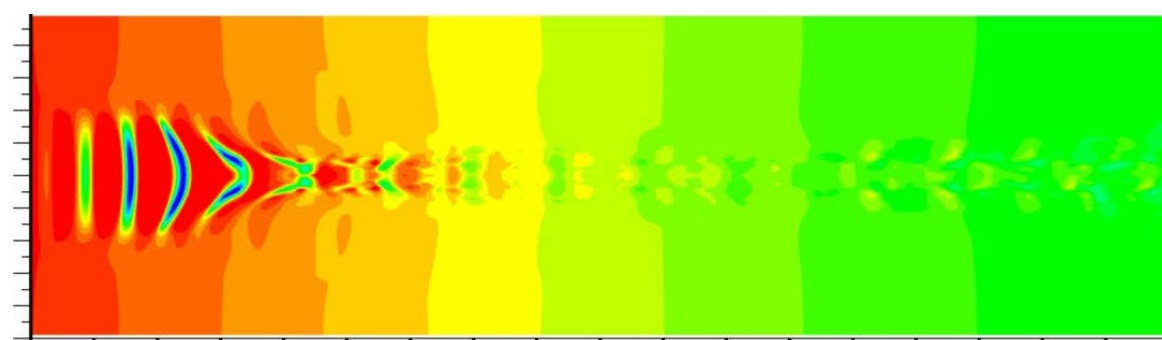


в)

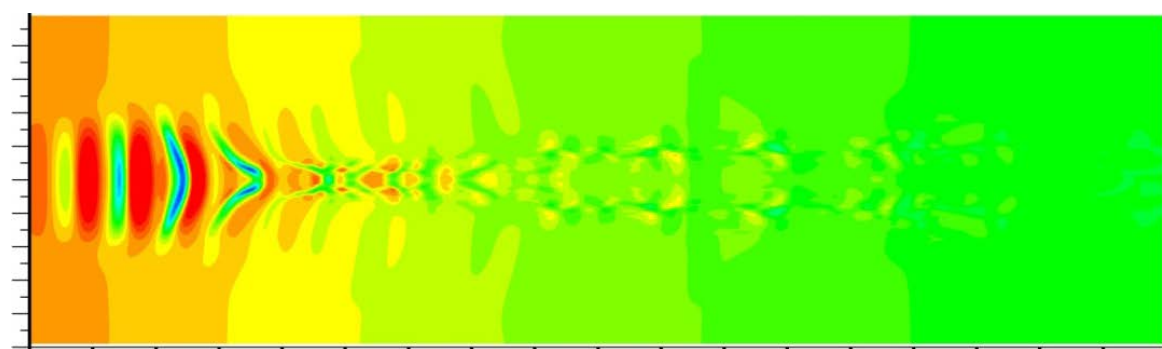
Рис. 3.10. Розподіли напруження зсуву на обтічній поверхні ($U_0=0.1$ м/с, $Re=20000$, $A/\delta=0.14$, $C_f/U_0=0.50$) для різних значень довжини хвильового збурення: $\lambda/\lambda_{TS}=1.2$; 1.78; 2.38 (а–в).



а)

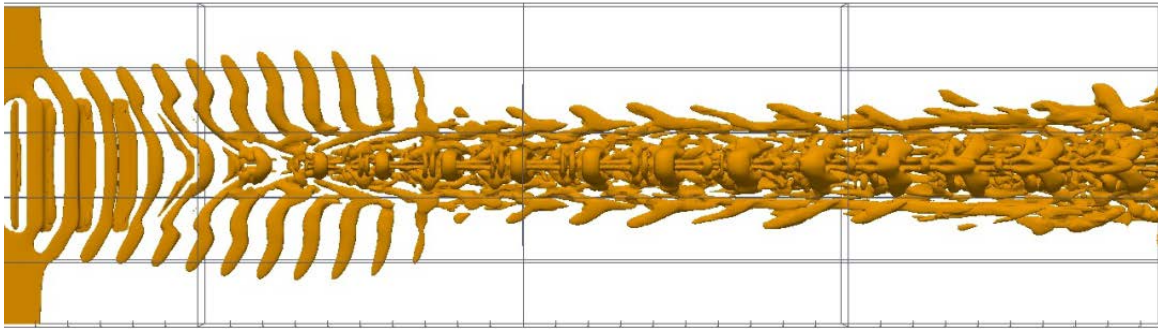


б)

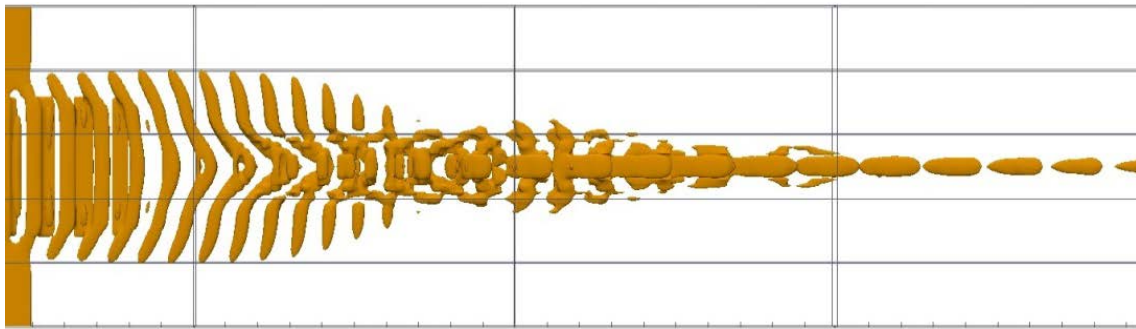


в)

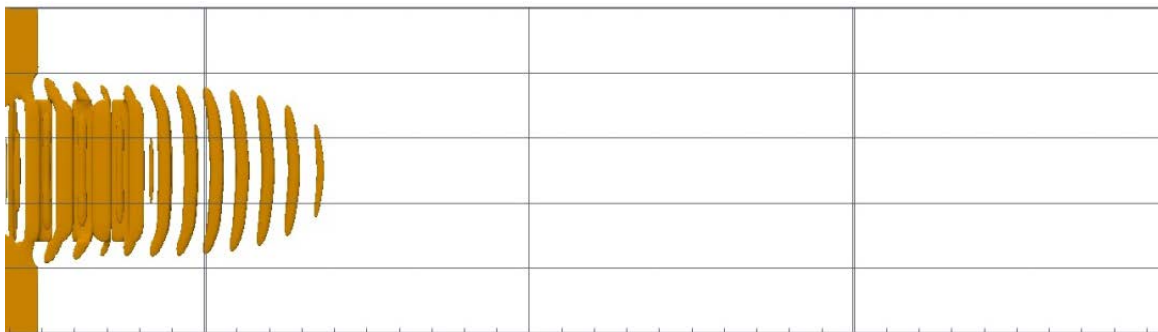
Рис. 3.11. Розподіли тиску на обтічній поверхні ($U_0=0.1$ м/с, $Re=20000$, $A/\delta=0.14$, $C_f/U_0=0.50$) для різних значень довжини хвильового збурення:
 $\lambda/\lambda_{TS}=1.2; 1.78; 2.38$ (а–в).



a)



б)



в)

Рис. 3.12. Тривимірна вихрова структура течії (ізоповерхні другого інваріанта тензора градієнта швидкості $Q=0.5(|\mathbf{m}^2| - |\mathbf{s}^2|)=0.05$) на деформівній поверхні ($U_0=0.1$ м/с, $A/\delta=0.14$, $\lambda/\lambda_{TS}=1.5$) для різних значень фазової швидкості біжучої хвилі: $C_f/U_0=0.50; 0.63; 0.75$ (а–в).

Проведене чисельне моделювання дозволяє зробити висновок, що локальна область обтічної поверхні, яка деформується за законом плоскої хвилі, з розмірами меншим характерного масштабу області течії в поперечному напрямку призводить до формування квазістійких тривимірних вихрових

структур вниз за потоком. Отримано залежності характеристик збуреного поля течії у примежовому шарі від параметрів деформівної поверхні (довжина хвилі і фазова швидкість) в заданому діапазоні чисел Рейнольдса. Розроблений метод дає можливість вибору параметрів деформівної обтічної поверхні для керування когерентними вихровими структурами в примежовому шарі оптимальної інтенсивності і масштабів (MEMS) з метою зниження опору тертя та інтенсифікації теплообміну.

3.4. Обтічна поверхня з протяжною активно деформівною областю

Розвиток збурень у примежовому шарі, який визначається конвективної нестійкістю починаючи з певних чисел Рейнольдса, призводить до турбулентного режиму обтікання [17, 18]. Значення перехідних чисел Рейнольдса залежать від великої кількості параметрів потоку і обтічних об'єктів, у тому числі від їх динамічних і геометричних параметрів. До динамічних параметрів належать закони руху тіл або частини поверхні обтічних тіл, а до геометричних параметрів відносять форму обтічних тіл і структуру обтічних поверхонь (гладкі, хвилясті, шорсткі і т.д.). Задача теоретичного дослідження процесу виникнення і розвитку збурень на динамічних структурованих поверхнях з виявленням взаємозв'язку параметрів потоку і обтічної поверхні при конкретних швидкостях потоку вимагає побудови адекватної моделі взаємодії і алгоритму її розв'язання [24, 294–297].

У даному підрозділі, в розвиток результатів попередніх досліджень, вивчено вплив протяжності деформівної вставки, коли її довжина у багато разів перевершує довжину біжучої хвилі, тобто мова йде про дослідження впливу деформівної вставки на структуру примежового шару над нею. А саме, на відміну від раніше виконаних досліджень, коли локально деформівна поверхня була генератором збурень з певними параметрами і досліджувалася їх конвективна стійкість (аналогія експериментальних досліджень конвективної стійкості збурень певної довжини хвилі і фазової швидкості в примежовому

шарі) [294–297], досліджується можливість нав'язати примезовому шару структуру детермінованих збурень, що визначається параметрами деформівної поверхні, тобто зтягнути перехід до хаотизації примезового шару.

Деформування обтічної поверхні задається у формі плоскої біжучої хвилі, що розповсюджується у напрямку набігаючого потоку, і характеризується хвильовими параметрами: довжиною хвилі, фазовою швидкістю і амплітудою. Значення хвильових параметрів варіювалися у наступних діапазонах: $\lambda/\lambda_{TS} = 0.5 \div 2$, $C_f/U_0 = 0.5$, $A/\delta \approx 0.1$, де λ_{TS} – характерна довжина плоскої хвилі нестійкості Толлміна-Шліхтинга, δ – товщина примезового шару. Структура заданого збурення відображена у розподілах вертикальної компоненти швидкості на обтічній поверхні, що наведено на Рис. 3.13-3.15, а.

На Рис. 3.13-3.15, б-г представлено результати чисельних розрахунків, які ілюструють зміну структури і динаміки течії в примезовому шарі на обтічній поверхні при збільшенні довжини біжучої хвилі, що генерується на ділянці обтічної поверхні у формі протяжної у поздовжньому напрямку прямокутної області площею $1.5 \times 0.2 \text{ м}^2$ із затухаючими амплітудами вимушеного збурення по її краях. Тривимірну вихрову структуру течії в примезовому шарі представлено у вигляді ізоповерхні другого інваріанта тензора градієнта швидкості фіксованої величини: $Q = 0.5(|\Omega^2| - |S^2|) = 0.01$, що являє собою різницю норм двох компонент, які, відповідно, характеризують обертання і розтягнення-стиснення. Розподіл значень вертикальної компоненти швидкості безпосередньо показує форму вимушеного збурення, що задається на обтічній поверхні, розподіли тиску і кореляції вертикальної компоненти швидкості й тиску відображають складні процеси трансформації вихрових структур у примезовому шарі.

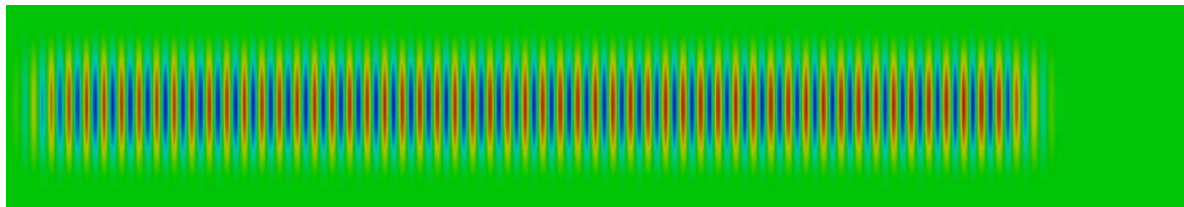
Структура течії в примезовому шарі суттєво залежить від довжини хвилі збурення, що задається на обтічній поверхні, при фіксованих значеннях його амплітуди і фазової швидкості (Рис. 3.13-3.15, б). Так, при найменшому розглянутому значенні довжини хвилі збурення на обтічній поверхні

($\lambda/\lambda_{TS} \approx 0.5$) картина течії в примежовому шарі зберігає плоску хвильову структуру практично вздовж усієї довжини деформівної частини обтічної поверхні, а збурення в сліді за нею досить швидко загасають вниз за потоком. Із збільшенням довжини біжучої хвилі на поверхні ($\lambda/\lambda_{TS} \approx 1$ и $\lambda/\lambda_{TS} \approx 2$), початково плоскі хвильові збурення, що формуються вище першого рівня плоских пристінних структур, спотворюються по мірі розвитку вниз за потоком, трансформуючись у характерні Λ -структури і поздовжньо орієнтовані вихрові утворення.

На Рис. 3.13-3.15, в, г показано відповідні розподіли на обтічній поверхні збурень тиску і добутку величин вертикальної компоненти швидкості та тиску, які відображають масштаби збурень у примежовому шарі та механізм перерозподілу енергії по його товщині, що визначає складні процеси трансформації вихрових структур у примежовому шарі. Із збільшенням довжини біжучої хвилі у початково плоскій структурі розподілів починають проявлятися поздовжні і поперечні неоднорідності, які відповідають областям зародження, трансформації і розпаду тривимірних вихрових структур у примежовому шарі.

Проведене чисельне моделювання з дослідження структури примежового шару на деформівній обтічній поверхні показало, що при значеннях довжини хвилі, менших за характерну довжину плоскої хвилі нестійкості Толлміна-Шліхтинга ($\lambda/\lambda_{TS} < 1$), та фазовій швидкості, що відповідає швидкості розповсюдження власних збурень у примежовому шарі ($C_f/U_0 = 0.5$), структура течії практично зберігає характер плоского хвильового збурення, що задається на обтічній поверхні. При $\lambda/\lambda_{TS} \geq 1$ починають формуватися структури стійких тривимірних вихрових утворень, які розвиваються вниз за потоком в області зовнішньої границі примежового шару як над деформівною частиною обтічної поверхні, так і у сліді за нею.

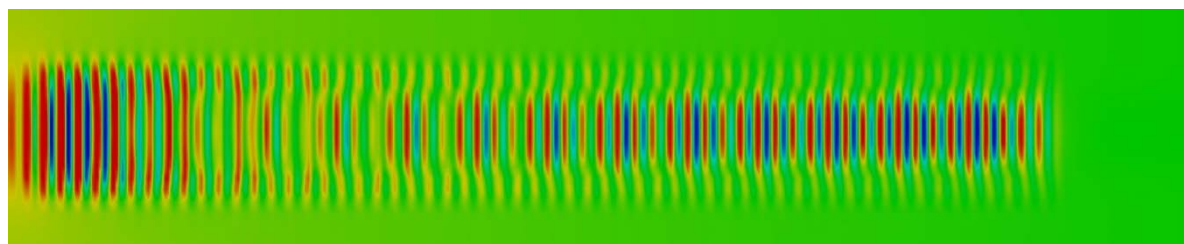
Чисельні розрахунки обтікання плоскої поверхні з протяжною деформівною областю дозволили виявити, що за рахунок генерації хвильових збурень з параметрами хвилі Толлміна-Шліхтинга довжину зони переходу можна подовжити у кілька разів у відповідності до довжини зони збурювання.



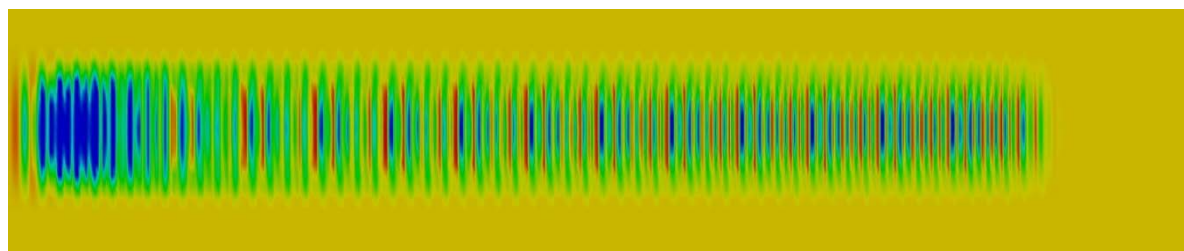
а)



б)

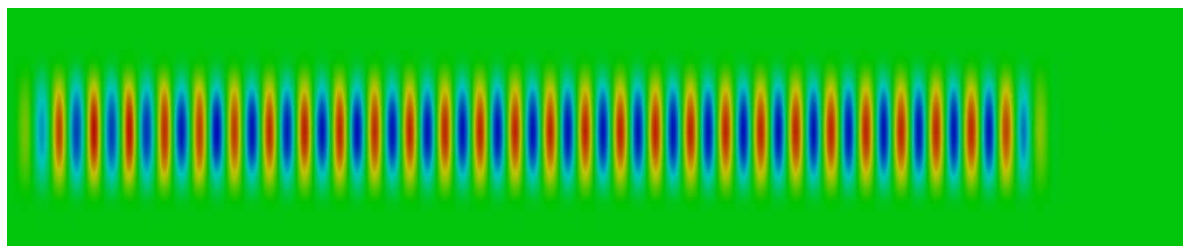


в)

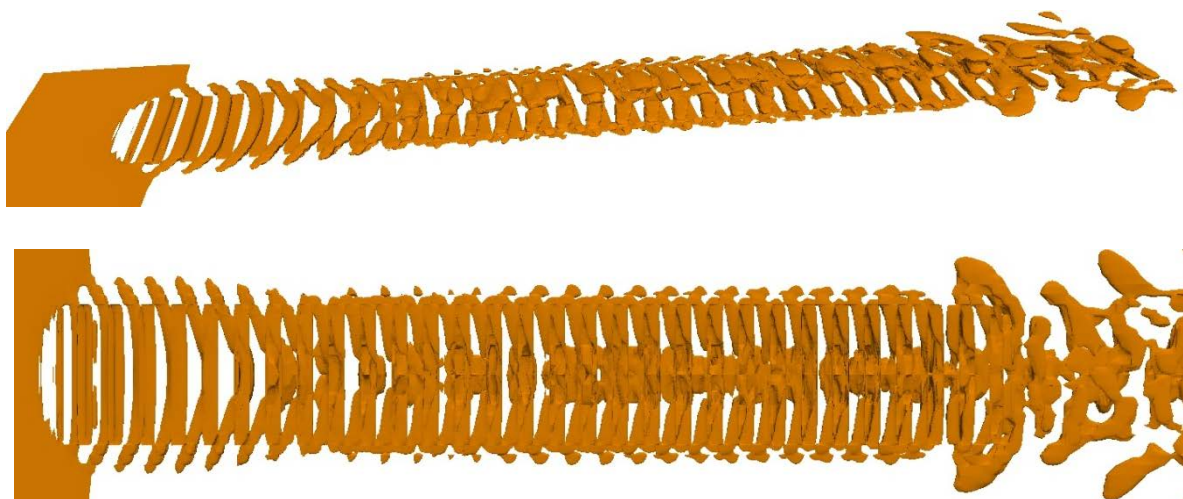


г)

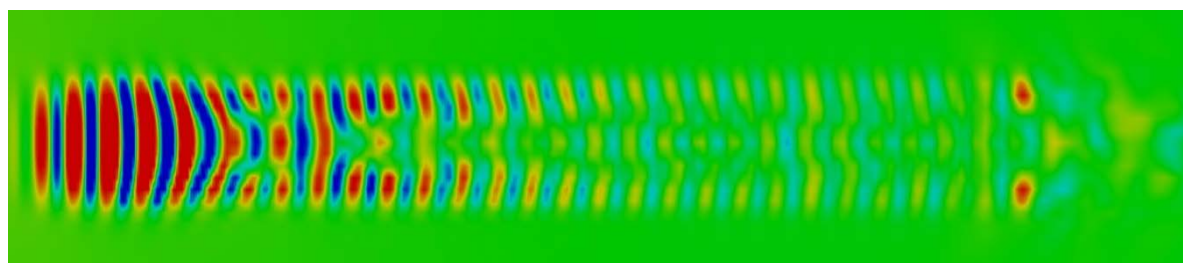
Рис. 3.13. Тривимірна вихрова структура течії (б) і розподіли на поверхні величин вертикальної компоненти швидкості (а), збурення тиску (в) та величини їх кореляції (г): $U_0 = 0.1$ м/с, $A/\delta \approx 0.1$, $C_f/U_0 = 0.5$, $\lambda/\lambda_{TS} \approx 0.5$



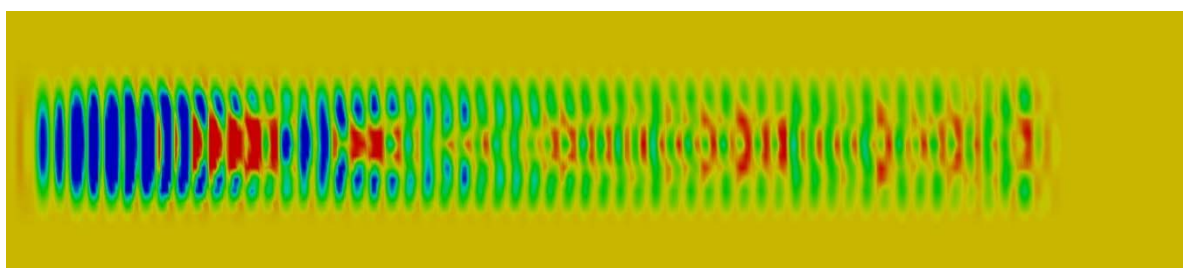
а)



б)

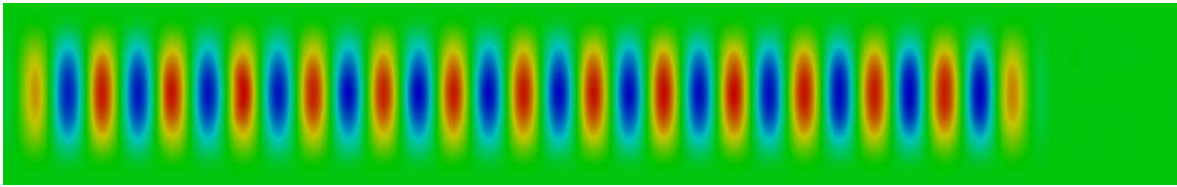


в)



г)

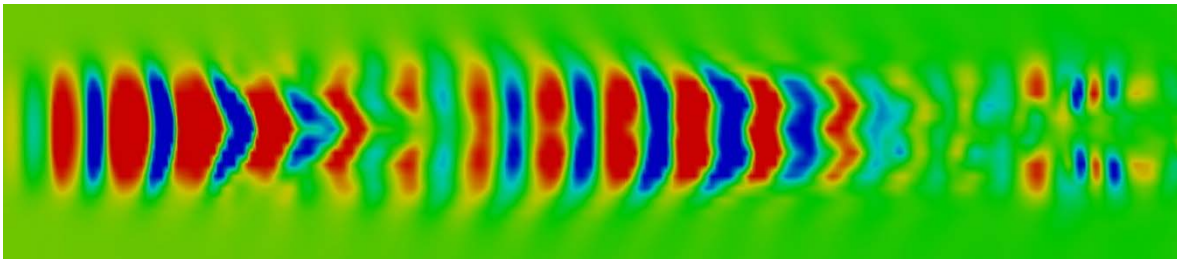
Рис. 3.14. Тривимірна вихрова структура течії (б) і розподіли на обтічній поверхні величин вертикальної компоненти швидкості (а), збурення тиску (в) та величини їх кореляції (г): $U_0 = 0.1$ м/с, $A/\delta \approx 0.1$, $C_f/U_0 = 0.5$, $\lambda/\lambda_{TS} \approx 1.0$



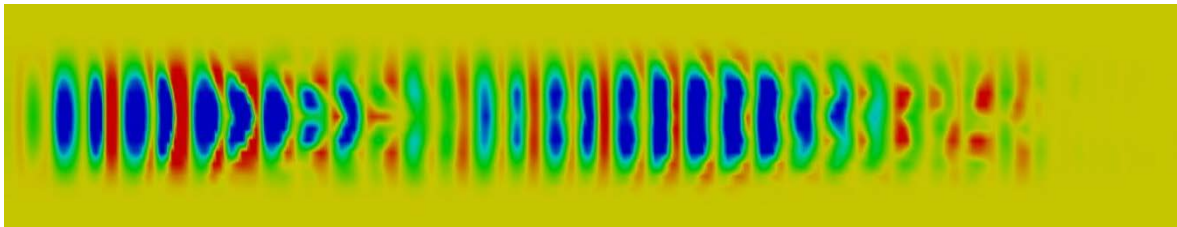
а)



б)



в)



г)

Рис. 3.15. Тривимірна вихрова структура течії (б) і розподіли на обтічній поверхні величин вертикальної компоненти швидкості (а), збурення тиску (в) та величини їх кореляції (г): $U_0 = 0.1$ м/с, $A/\delta \approx 0.1$, $C_f/U_0 = 0.5$, $\lambda/\lambda_{TS} \approx 2.0$

Таким чином, проведені чисельні розрахунки підтверджують, що ініціювання локальних активних деформацій обтічної поверхні у формі хвилі, біжучої у напрямку набігаючого потоку, дозволяє здійснювати керування когерентними вихровими структурами в примежовому шарі оптимальної інтенсивності й масштабів з метою зниження опору тертя та інтенсифікації теплообміну.

3.5. Висновки до розділу 3

Проведено розрахунки течій в'язкої нестисливої у примежовому шарі на локально деформівній обтічній поверхні на основі розроблених алгоритмів чисельного розв'язання задач обтікання нестационарно рухомих обтікання тіл з використанням прямого чисельного моделювання тривимірних нестационарних рівнянь Нав'є-Стокса і методів динамічних розрахункових сіток.

Результати чисельного розв'язання задачі обтікання жорсткої поверхні з локальною статичною шорсткістю у формі плоскої хвилястої поверхні показало, що така статична неоднорідність обтічної поверхні призводить до руйнування початкових плоских детермінованих збурень примежового шару і швидкої хаотизації течії вниз за потоком. Даний результат дає основу для порівняння отриманих картин вихрової течії з відповідними полями течій на динамічно деформівній поверхні, зокрема, у вигляді біжучої хвилі у напрямку набігаючого потоку, для з'ясування якісної і кількісної ефективності керування потоком за допомогою деформівних поверхонь.

На основі проведеної серії розрахунків і аналізу отриманих результатів встановлено взаємозв'язок вихрової структури течії в примежовому шарі з гідродинамічними характеристиками обтічної поверхні з локальним джерелом збурення у формі біжучої хвилі заданої амплітуди, частоти і фазової швидкості. Локальна область обтічної поверхні, що деформується за законом плоскої хвилі, розміри якої менше характерного масштабу області течії в поперечному напрямку, призводить до формування квазістійких тривимірних вихрових структур, форма та особливості розвитку яких вниз за потоком суттєво залежать від параметрів локально деформівної поверхні в заданому діапазоні чисел Рейнольдса. Визначено, що з метою якнайдовшого збереження детермінованої вихрової структури течії вниз за потоком, що відповідає затягуванню переходу в розвинений турбулентний режим течії в примежовому шарі та інтегральному ефекту зниження опору тертя, параметри біжучої хвилі

на обтічній поверхні повинні бути близькими до відповідних параметрів хвилі нестійкості Толлміна-Шліхтинга.

Вивчено вплив протяжності деформівної вставки, коли її довжина у багато разів перевершує довжину біжучої хвилі і досліджується сприйнятливість примежовим шаром вимушених динамічних впливів на обтічній поверхні. Проведене чисельне моделювання показало, що при значеннях довжини хвилі, менших за характерну довжину плоскої хвилі нестійкості Толлміна-Шліхтинга, та фазовій швидкості, що відповідає швидкості розповсюдження власних збурень у примежовому шарі, структура пристінної течії практично зберігає характер плоского хвильового збурення, що задається на обтічній поверхні. При збільшенні довжини хвилі вимушених деформацій обтічної поверхні починають формуватися структури стійких тривимірних вихрових утворень, які розвиваються вниз за потоком в області зовнішньої границі примежового шару як над деформівною частиною обтічної поверхні, так і у сліді за нею, при цьому в безпосередній близькості від обтічної деформівної поверхні структура течії зберігає плоску форму вимушених коливань.

Чисельні розрахунки обтікання плоскої поверхні з протяжною деформівною вставкою дозволили виявити, що за рахунок генерації хвильових збурень з параметрами хвилі Толлміна-Шліхтинга довжину зони переходу можна подовжити у кілька разів у відповідності до довжини зони збурювання. Розроблені методики дають можливість вибору параметрів деформівної обтічної поверхні для керування когерентними вихровими структурами в примежовому шарі оптимальної інтенсивності і масштабів з метою зниження опору тертя та інтенсифікації теплообміну.

Основні положення цього розділу викладені у публікаціях автора [24–26, 33, 294, 297, 298, 300]

РОЗДІЛ 4

КОЛИВНЕ КРИЛО У ПОТОЦІ РІДИНИ

Експериментальні факти стверджують, що при досить великих числах Рейнольдса стаціонарне обтікання твердих тіл неможливе, і тому проблема точного визначення гідродинамічних характеристик обтічних тіл повинна бути пов'язана не тільки з нестаціонарністю граничних умов, а й з виникненням нестаціонарності потоку внаслідок втрати стійкості течії. На сьогоднішній день все ще залишається багато невирішених задач, не дивлячись на існування розвинених теорій крила в нестаціонарному потоці [38], побудованих, як правило, в рамках наближення ідеальної рідини на основі гіпотез генерації розподілених особливостей по поверхні обтічних коливних профілів. Окрему вагому нішу в даному напрямку аеродинаміки займають панельний метод і метод дискретних вихорів [16], об'єднані з теорією примежового шару, що дозволили сформулювати і розв'язати задачі визначення гідродинамічних характеристик профілів при їх нестаціонарному русі [43]. Проте, такі ідходи не дозволяють адекватно досліджувати процеси формування завихреності у нестаціонарному примежовому шарі та визначати його точки відриву, тому часто спостерігається невідповідність результатів, отриманих на основі таких методів, даним експериментальних досліджень [32].

З розвитком обчислювальної техніки і чисельних методів розв'язання нестаціонарних рівнянь Нав'є-Стокса з'явилася можливість прямого визначення пропульсивних характеристик коливних профілів і структури вихрового сліду при мігруючій точці відриву, в'язкій взаємодії вихорів у ближньому сліді в досить широкому діапазоні чисел Рейнольдса [214, 315]. У даному розділі досліджуються локальні й інтегральні характеристики крилових профілів, як встановлених нерухомо в потоці рідини під певним кутом атаки, так і таких, що здійснюють коливні рухи за заданим аналітичним законом.

4.1. Особливості формування примежових шарів і супутнього сліду на нерухомих крилових профілях

Результати чисельного моделювання обтікання нерухомого крилового профілю $NACA0021$ під нульовим кутом атаки при перехідних числах Рейнольдса показують, що в примежовому шарі за міделем профілю відбувається наростання збурень завихреності і тиску практично симетрично на обох сторонах профілю з невеликим зсувом по фазі [26, 27, 293, 293, 299, 301]. Зміна знаку завихреності уздовж поверхні профілю говорить про появу локальних відривів примежового шару на відповідній стороні профілю. Сформована збурена завихреність відповідного знаку на кожному боці профілю сходиться з його гострої кромки, утворюючи збурений слід, який з певною періодичністю згортається у пари дискретних вихорів. Ця періодичність залежить від власних частот збурень завихреності і тиску, що сформувалися в примежовому шарі на кожній стороні профілю. На Рис. 4.2 і 4.3 представлено миттєві поля завихреності в примежовому шарі та сліди за обтічним тілом і значення тиску у відповідних точках на профілі, позначених червоними крапками на Рис. 4.1.

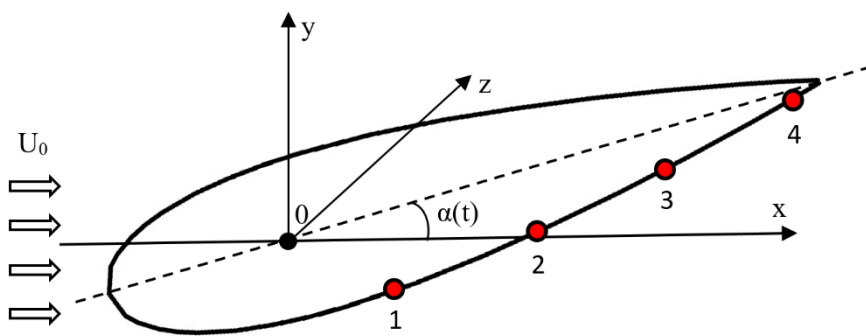


Рис. 4.1. Схематичне представлення розглядуваної задачі.

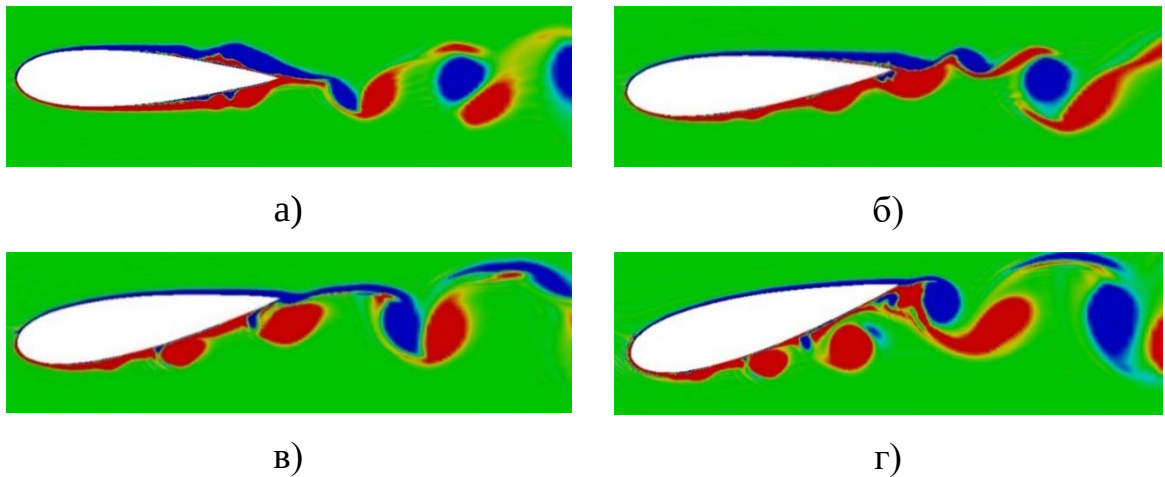


Рис. 4.2. Миттєві картини поля завихреності навколо нерухомого крила під різними кутами атаки: $U=0.5$ м/с, $Re=60\,000$, $\alpha=0^\circ, 5^\circ, 10^\circ, 15^\circ$ (а–г)

Значення амплітуд і частот пульсацій завихреності і тиску в симетричних точках на різних сторонах профілю вже при відхиленні профілю на кут 1° – 2° втрачають симетрію. При відхиленні профілю на кут атаки більший 5° структура примежових шарів на навітряній і підвітряній сторонах профілю вже принципово відрізняються. На навітряній стороні формується стійкий примежовий шар з фоновими значеннями осциляцій. У той час як на підвітряній стороні профілю примежовий шар нестійкий і схильний до раннього відриву.

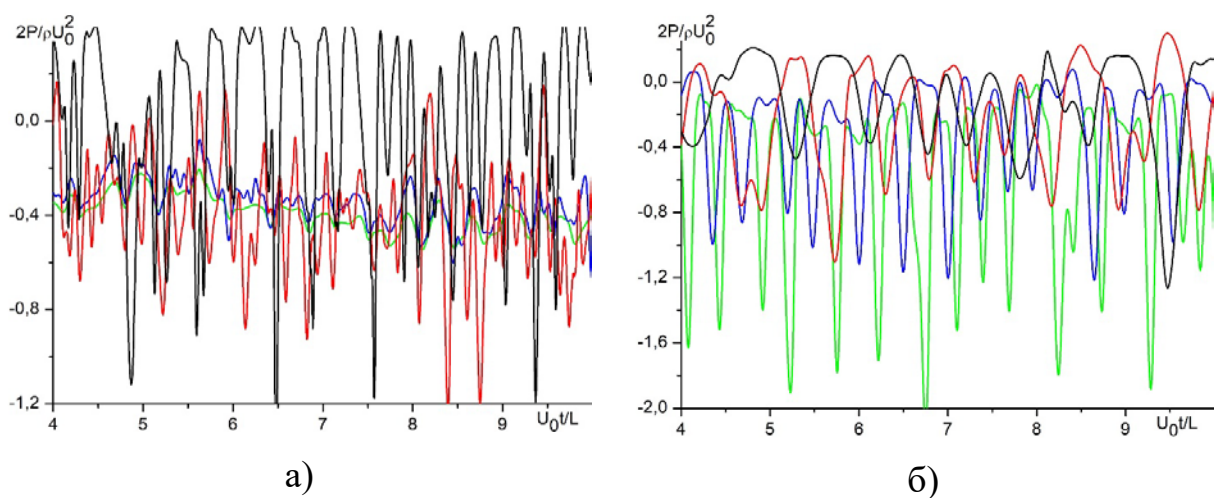


Рис. 4.3. Пульсації тиску як функції часу в різних точках на підвітряній стороні профілю при різних кутах атаки: $U=0.5$ м/с, $Re=60\,000$, $\alpha=0^\circ, 10^\circ$ (а, б)

На Рис. 4.3, б представлено амплітуди осциляцій тиску у відповідних точках профілю при $\alpha=10^\circ$. Значення тиску і величини амплітуд його пульсацій несуттєво відрізняються в різних розглянутих точках на підвітряній стороні профілю, що говорить про відрив примежового шару за міделем профілю. При цьому формування збуреного сліду відбувається з частотами, обумовленими збуреннями відривного примежового шару. Вільні вихори із зони відриву, взаємодіючи з незбуреним вихровим зсувним шаром, що сходять з навітряного боку профілю, формують вихровий слід парних вихорів, обернено обертових відносно один одного, які переносяться вниз за потоком зі швидкістю $U_f = 0.85U_0$.

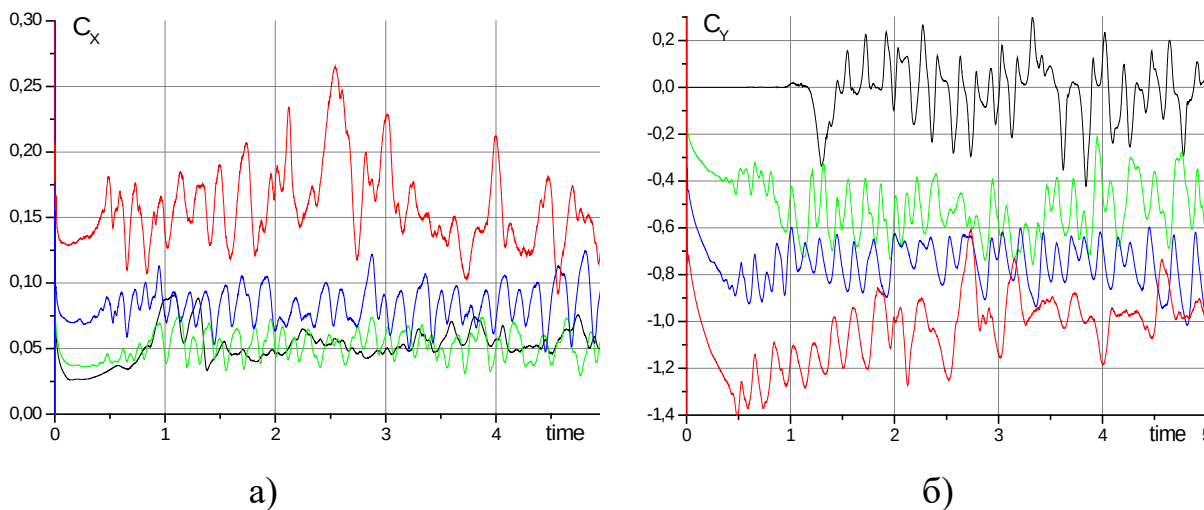


Рис. 4.4. Інтегральні значення коефіцієнтів опору (а) і підйомної сили (б) на поверхні крилового профілю NACA0021 як функції часу для різних кутів атаки профілю: $U=0.5$ м/с, $Re=60\,000$, $\alpha = 0^\circ; 5^\circ; 10^\circ; 15^\circ$

Розрахунки інтегральних характеристик нерухомого крилового профілю NACA0021 під різними кутами атаки як функції часу представлено на Рис. 4.4, а його спектральні характеристики приведено на Рис. 4.5. Характер залежностей від часу інтегральних значень коефіцієнтів опору і підйомної сили свідчить про інтенсивний вплив вихрової динаміки, що формується навколо крилового профілю, на його локальні та інтегральні характеристики.

Збільшення кута нахилу крила призводить до збільшення опору і абсолютного значення підйомної сили, причому знак коефіцієнту підйомної сили цілком залежить від напрямку повороту профілю при створенні кута атаки. Спектральний аналіз нестационарного сигналу інтегрального коефіцієнту опору показує інтенсивний пік на частотах, що відповідають частотам вихроутворення на криловому профілі: $f \approx 10$ Гц.

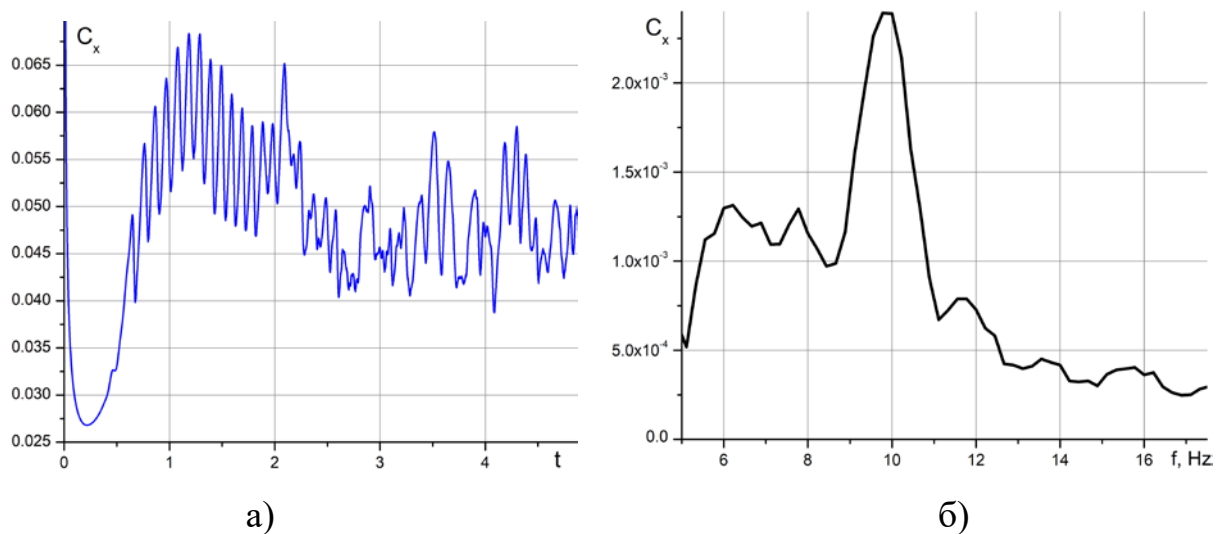


Рис. 4.5. Інтегральне значення коефіцієнта опору на поверхні профілю
 NASA0021 як функція часу і його відповідна спектральна густина:

$$U=0.5 \text{ м/с}, \text{ Re}=60\,000, \alpha = 0^\circ.$$

Тривимірне чисельне моделювання обтікання нерухомого крилового профілю, результати якого представлені на Рис. 4.6 у вигляді картин ізоповерхні другого інваріанта тензора градієнта швидкості для трьох різних значень кута атаки, показують істотно тривимірний характер вихрової течії, що формується навколо крила. На ранніх стадіях нестационарного розвитку течії на підвітряній стороні крила в області відриву потоку формуються плоскі вихрові структури, однак з плином часу течія на підвітряній стороні крила приймає істотно тривимірну структуру – починають формуватися порівняно дрібномасштабні тривимірні вихрові структури, які по мірі розвитку вниз за потоком трансформуються у більш крупномасштабні поздовжні вихрові

утворення. Не дивлячись на суттєву різницю в структурі течій при обтіканні нерухомого похилого крилового профілю в дво- і тривимірних постановках, відповідні значення інтегральних значень повного опору і підйомної сили на обтічному крилі практично співпадають.

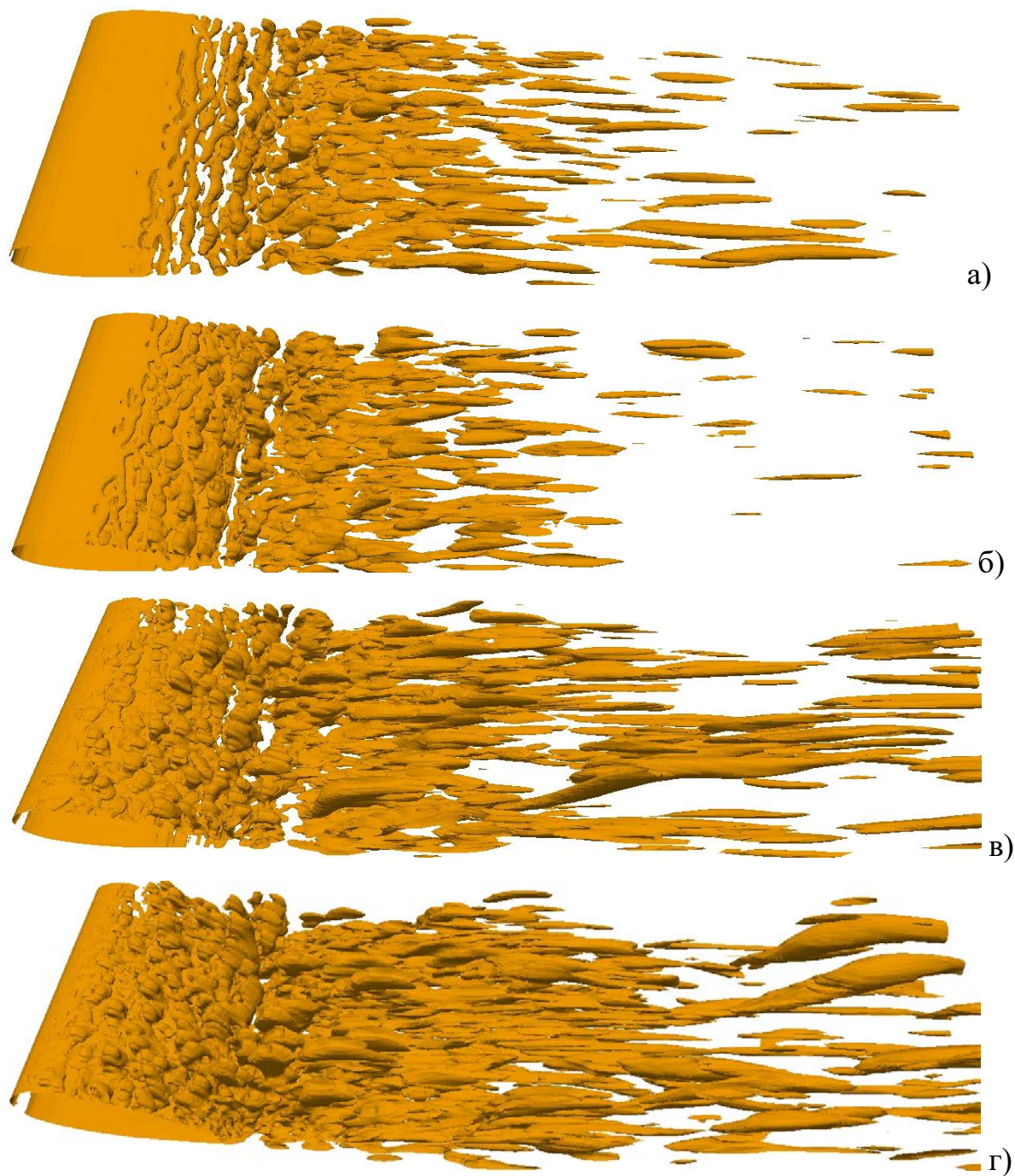


Рис. 4.6. Тривимірна вихрова структура течії на підвітряній стороні нерухомого крила (ізоповерхня другого інваріанту тензора градієнту швидкості):

$U_0=0.5$ м/с, $Re=60000$, $\alpha=0^\circ, 5^\circ, 10^\circ, 15^\circ$ (а–г).

Чисельний розрахунок обтікання симетричного крилового профілю NASA0010 під нульовим кутом атаки демонструє класичні результати формування вихрового сліду з максимальними значеннями безрозмірної завихреності у вихорах ± 20 , що розповсюджуються вниз за потоком з безрозмірною фазовою швидкістю $0.2 \div 0.3$ (Рис. 4.7, а).

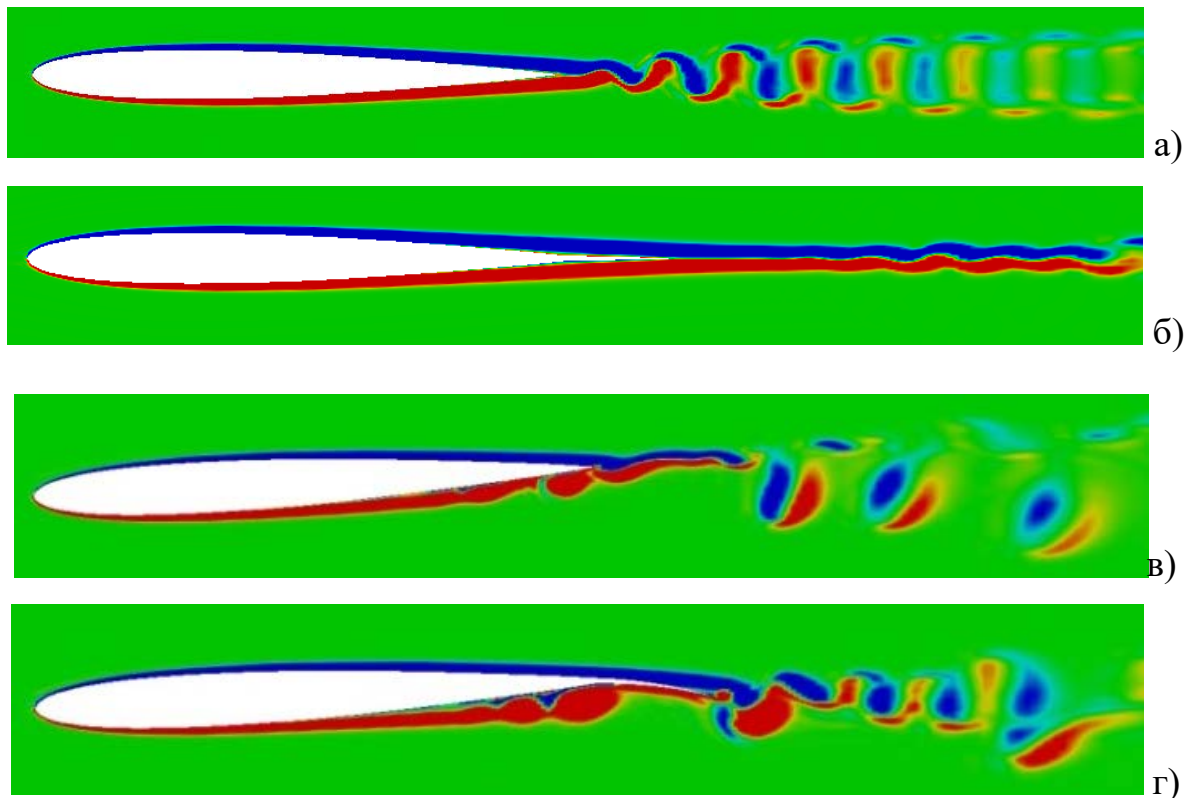


Рис.4.7. Вихрова структура течії при обтіканні нерухомого крилового профілю NASA0010 (а, в) та його модифікації з додатковим хвостовиком (б, г):

а, б) – $\alpha=0^\circ$, в, г) – $\alpha=3^\circ$, $Re=60000$.

Додавання конструктивного елементу у формі тонкого хвостовика стабілізує супутню вихрову течію, яка в даному випадку трансформується у дві слабо збурені смуги протилежних знаків завихреності (Рис. 4.7, б). Додатковий хвостовий елемент грає роль своєрідного сплітера, який забезпечує плавне сходження з задньої кромки зсувних шарів, що формуються на поверхні профілю під дією в'язкості рідини. В обох розглянутих випадках примежовий

шар на криловому профілі NASA0010 залишається незбуреним на відміну від розглянутого раніше випадку більш товстого профілю NASA0021, на поверхні якого навіть при нульовому куті атаки відбувається наростання збурень завихреності й тиску в примежовому шарі і формуються локальні відриви примежового шару за міделем профілю.

Обтікання моделі нерухомого крилового профілю NASA0010 під кутом атаки $\alpha=3^\circ$ призводить до появи на підвітряній стороні зони локального відриву течії з формуванням послідовності вихрових структур додатного знаку завихреності з безрозмірною величиною інтенсивності понад 60. При цьому, примежовий шар на навітряній стороні залишається незбуреним під дією пригнічуючого впливу набігаючого потоку. Дискретні вихори, сформовані на підвітряній стороні профілю, взаємодіють на задній кромці із зсувними шаром, що сходять з навітряного боку профілю, і, таким чином, формують збурений слід у вигляді ланцюжка пар дискретних вихорів з протилежними знаками завихреності, що переміщуються вниз за потоком із швидкістю порядку $0.85U_0$ (Рис. 4.7, в). На підвітряній стороні моделі крилового профілю з фіксованою кромкою додаткового хвостовика вихрові структури мають більші масштаби, а структура сліду приймає менш регулярний характер внаслідок ускладнення характеру нестационарної вихрової взаємодії (Рис. 4.7, г).

4.2. Структура течії в'язкої нестисливої рідини навколо коливного крила

Для визначення структури і динаміки течії при обтіканні коливного тіла використовується класична система нестационарних тривимірних рівнянь Нав'є-Стокса і рівняння нерозривності для нестисливого в'язкого середовища (2.4). Вивчається збурена течія рідини при вимушених коливаннях обтічного тіла відповідно до заданого закону руху. На великій відстані від обтічного тіла задаються граничні умови незбуреного набігаючого потоку, а безпосередньо на самій поверхні – умови прилипання:

$$\mathbf{U}|_{x,y \rightarrow \pm\infty} = \{U_0, 0, 0\}, \quad \mathbf{U}|_S = \left\{ \frac{\partial \xi_x}{\partial t}, \frac{\partial \xi_y}{\partial t}, \frac{\partial \xi_z}{\partial t} \right\},$$

де $\bar{\xi} = \{\xi_x, \xi_y, \xi_z\}$ – вектор переміщення поверхні обтічного тіла.

При нестационарному русі профілю на формування вихроутворення впливають всі компоненти складного руху, включаючи розгін, коливання без зміни кута атаки, обертання навколо змінного центру [26, 27, 293, 299, 301]. При малих частотах коливання крила структура вихрової течії слабо відрізняється від такої на стаціонарному крилі при різних кутах атаки, проте при великих частотах в результаті активної взаємодії двох нестационарних процесів змінюється інтенсивність наростання трансверсальної завихреності, що призводить до зменшення зони відриву або взагалі її усунення.

На Рис. 4.8, 4.10, 4.12, 4.14 представлено миттєві картини поля завихреності навколо коливного профіля в різні моменти часу, а на Рис. 4.9, 4.11, 4.13, 4.15 – відповідні значення тиску в чотирьох точках на поверхні профіля (Рис. 4.1) як функції миттєвого кута атаки для різних значень числа Струхала. Чорний колір кривих відповідає значенням тиску в зазначених точках на нижньому боці профілю, червоні – в симетричних точках на верхній стороні. Наведені криві характеризують локальні значення підйомної сили і відображають особливості вихрової динаміки у відповідних областях течії. Результати показують, що при малих частотах коливання виявлено високочастотні осциляції тиску в усіх розглянутих точках на поверхні профілю, що свідчить про інтенсивні процеси вихроутворення на його обох сторонах, аналогічно структурі течії на підвітряному боці нерухомого крила при різних кутах атаки. Із збільшенням частоти коливань профілю амплітуди і частоти накладених осциляцій зменшуються, і вже при $St > 0.5$ криві практично згладжуються, що свідчить про виродження власних вихрових збурень.

Детальний аналіз структури полів завихреності показує, що при малій швидкості зміни кута атаки профілю ($St < 0.02$) формування примежових шарів на навітряній і підвітряній сторонах профілю відповідає миттєвим кутах атаки, і

нестационарний вихровий слід є аналогічним сліду за нерухомим профілем під тим же кутом атаки.

При безрозмірних частотах коливання профілю ($St \sim 0.1 \div 0.2$) формування примежових шарів і зон відриву на поверхні профілю вже залежить як від кута атаки, так і від кутової швидкості профілю. Вихрова зона, сформована на підвітряній стороні профілю за час відхилення профілю до максимального кута атаки на першій чверті періоду коливання профілю, трансформується у локальний вихор в районі міделю за наступну чверть періоду коливання. Тобто при поверненні профілю в початкове положення при нульовому куті атаки примежовий шар на стороні профілю, яка на попередньому півперіоді була підвітряною, принципово відрізняється від примежового шару при нульовому куті атаки в стаціонарній задачі (Рис. 4.8). У наступний півперіод цей вихор починає переміщуватись вниз за потоком, що викликає осциляції тиску в відповідних точках на профілі (Рис. 4.9). Ці осциляції нерегулярні і збільшуються вниз за потоком, але вироджуються в районі міделю при відхиленні профілю на кут більший $\alpha_{\max}/2$. Слід за коливним профілем втрачає симетрію. Накопичена завихреність на підвітряній стороні під час першого півперіоду скидається у слід під час другого півперіоду коливання профілю, формуючи одиночний вихор у сліді. Цей вихор, що переноситься в примежовому шарі з безрозмірною фазовою швидкістю близькою до 0.4, потрапляючи у слід, прискорюється, і його безрозмірна швидкість переносу збільшується до 0.9. Наступний півперіод коливання профілю породжує вихор іншого знаку.

При збільшенні частоти коливань профілю ($St \sim 0.3$) примежовий шар, що формується на підвітряній стороні, на півперіоді має розподілену завихреність, що збурена частотою коливання кута атаки профілю. Протягом чверті періоду коливання профілю від нульового кута атаки до $\alpha_{\max}$ ця завихреність сходиться з профілю у слід практично без участі завихреності з протилежного боку профілю. І тільки при досягненні максимального кута атаки в слід сходиться

парний вихор (Рис. 4.10). На Рис. 4.11 представлено значення тиску у відповідних точках на профілі, які говорять про регуляризацію примежових шарів на більшій протяжності профілю та формування детермінованих вихорів на його підвітряній стороні.

З подальшим збільшенням частоти коливань профілю ($St \sim 0.5$) відбувається стабілізація примежових шарів як на навітряній, так і на підвітряній стороні профілю. Примежові шари мають однакову структуру практично по всій довжині профілю, виключаючи район кромки, де збурення скінченні. Завихреність сходить у слід тільки з тієї сторони профілю, в бік якої збільшується кут атаки від $-\alpha_{\max}$ до $+\alpha_{\max}$, у вигляді збуреної вихрової пелени. При відхиленні профілю в протилежну сторону в сліді формується вихор протилежного знаку (Рис. 4.12). Процес стає практично детермінованим, про що говорить повторюваність значень тиску у відповідних точках на профілі при проходженні профілем певного кута атаки (Рис. 4.13), крім кормових точок профілю на підвітряній стороні.

Результати тривимірного чисельного моделювання обтікання коливного крилового профілю представлено на Рис. 4.16 у вигляді картин ізоповерхні другого інваріанта тензора градієнта швидкості для трьох різних значень частоти коливань. Приведені картини демонструють істотно тривимірний характер вихрової течії при малих частотах коливання крила, коли вихрова структура течії, як і в 2D випадку, не сильно відрізняється від такої на стаціонарному крилі під кутом атаки. Основна відмінність полягає в тому, що вихровий слід переміщується не прямолінійно в напрямку набігаючого потоку, а осцилює вниз за потоком з частотою вимушених коливань крила. Із збільшенням частоти коливань на фоні тривимірних вихрових утворень проявляються детерміновані плоскі збурення з частотою вимушених коливань. При $St > 0.5$ власні тривимірні вихрові збурення практично вироджуються і вихровий слід приймає переважно плоску структуру, яка повністю визначається заданими параметрами вимушеного збурення.

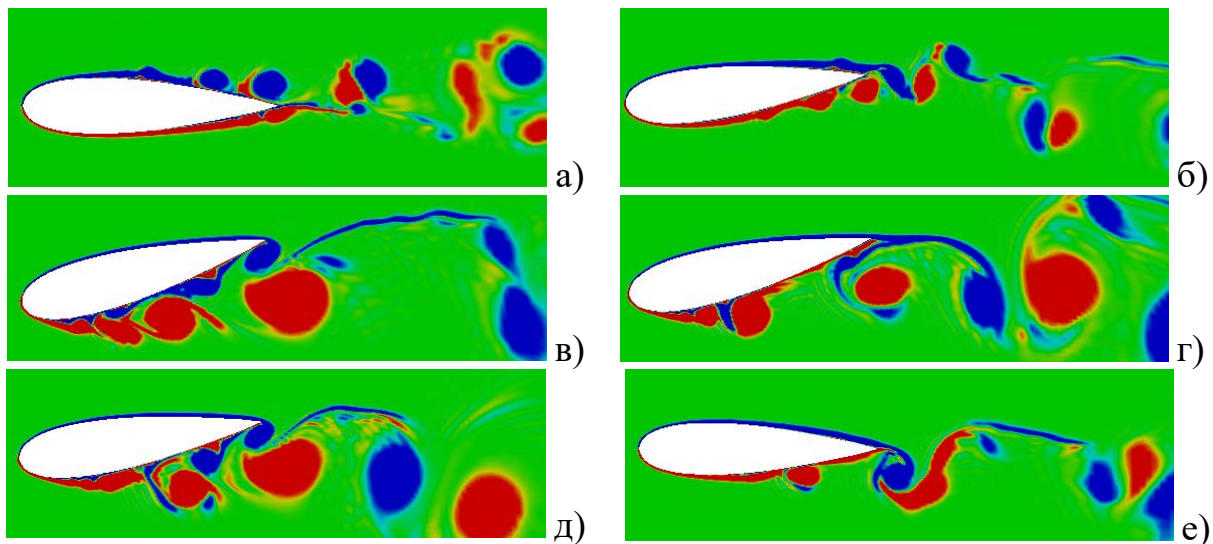


Рис. 4.8. Миттєві картини поля завихреності навколо обтічного коливного крила в послідовні моменти часу на півперіоді коливання:

$$U_0=0.5 \text{ м/с}, \text{ Re}=600000, f=0.1 \text{ Гц}, \text{ St}=0.02, \alpha_{\max}=15^\circ.$$

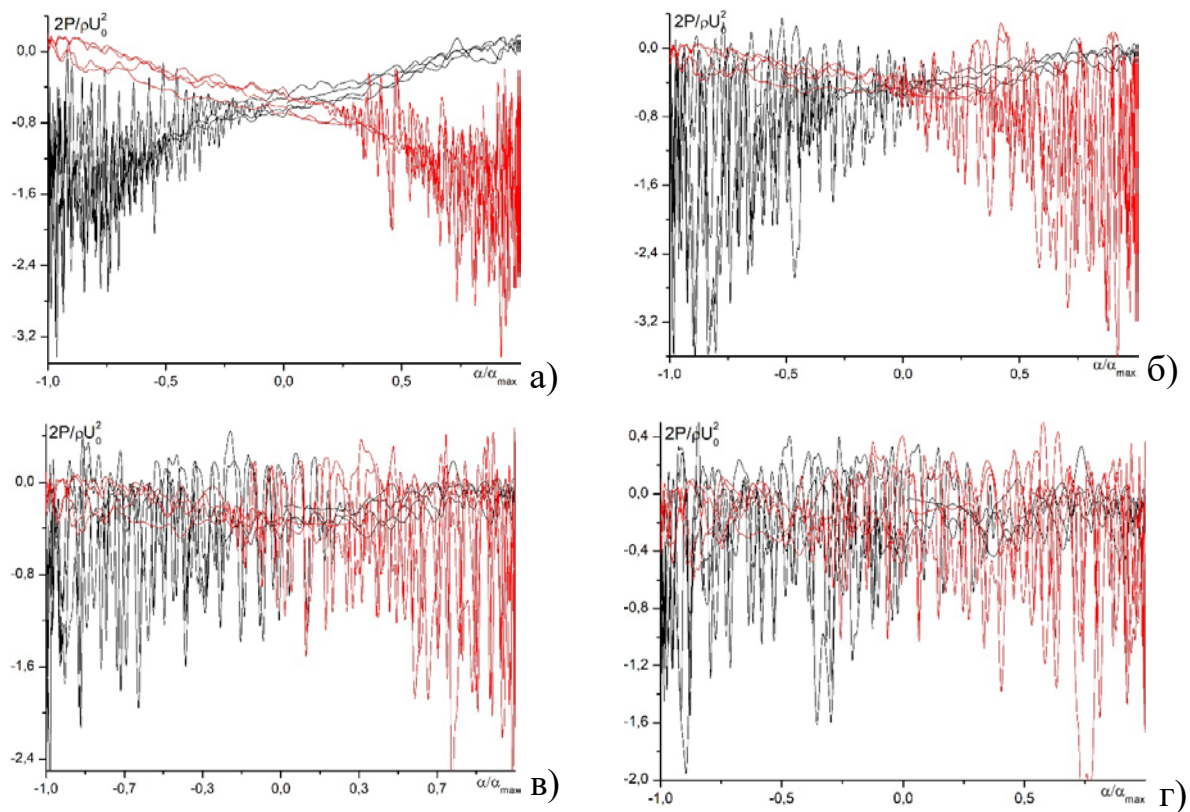


Рис. 4.9. Значення тиску в різних точках поверхні коливного крила як функції миттєвого кута атаки:

$$U_0=0.5 \text{ м/с}, \text{ Re}=600000, f=0.1 \text{ Гц}, \alpha_{\max}=15^\circ, \text{ а) – г) – точки 1–4 (рис.4.1).}$$

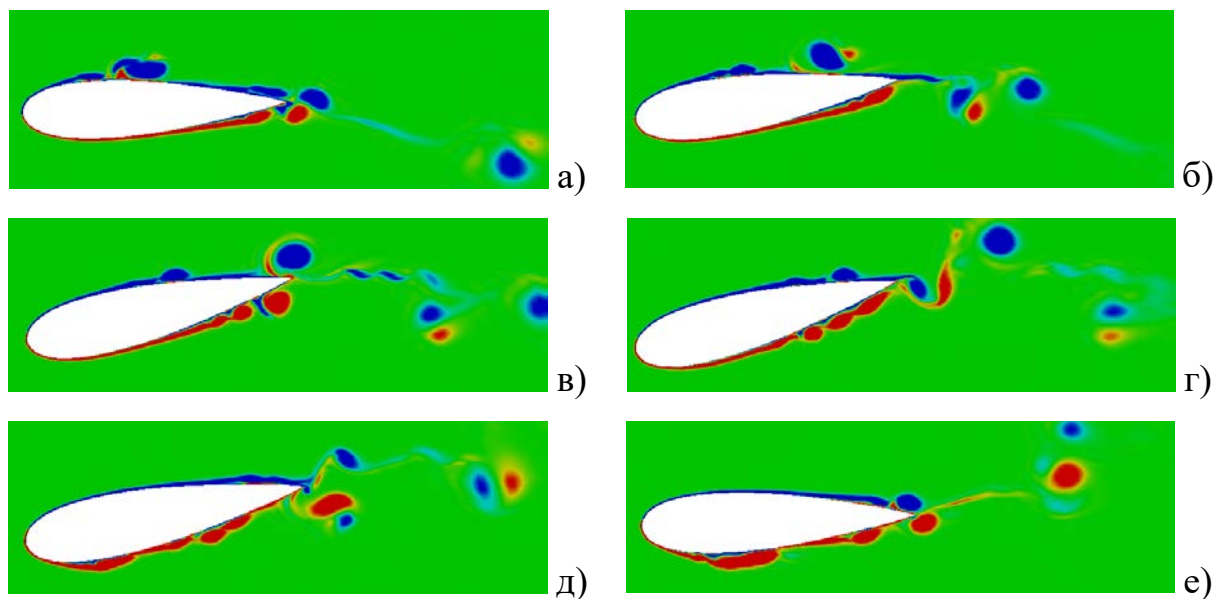


Рис. 4.10. Миттєві картини поля завихреності навколо обтічного коливного крила в послідовні моменти часу на півперіоді коливання:

$$U_0=0.5 \text{ м/с}, Re=600000, f=0.75 \text{ Гц}, St=0.15, \alpha_{\max}=15^\circ.$$

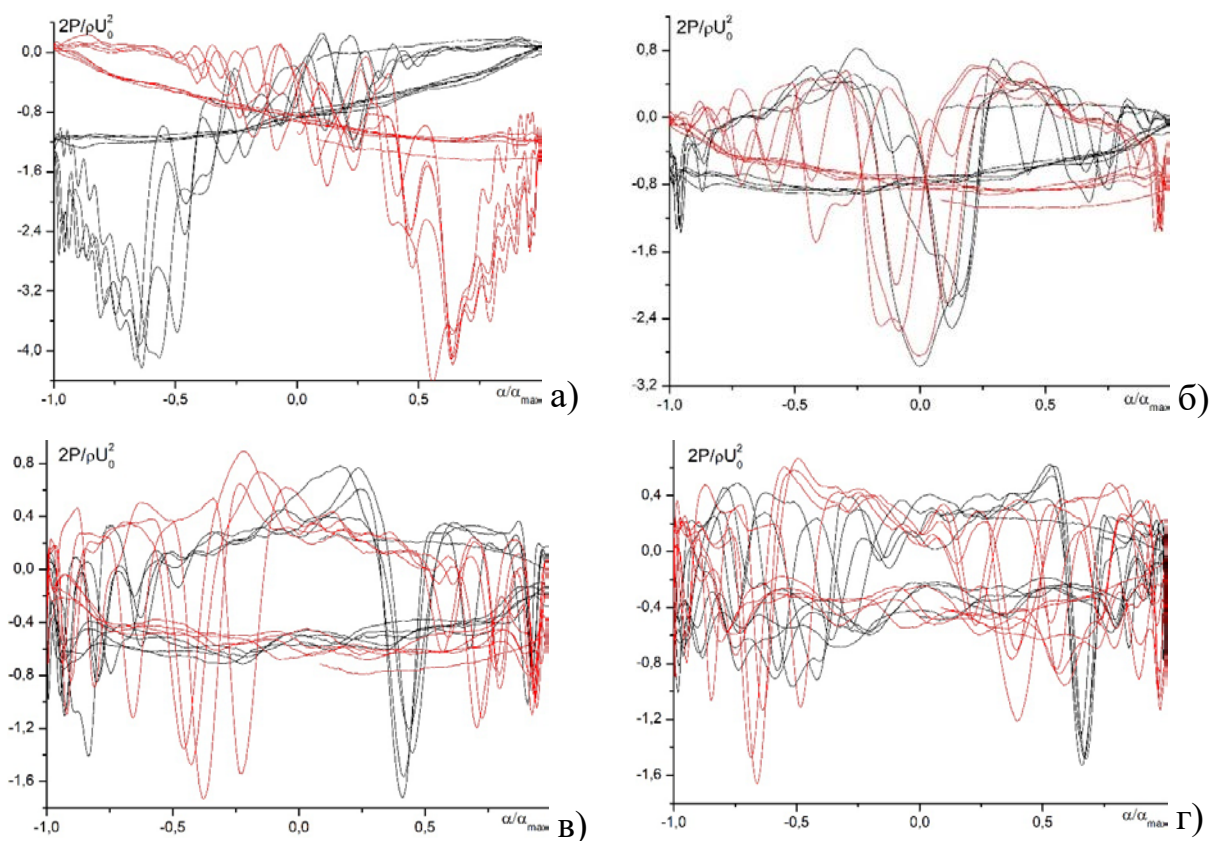


Рис. 4.11. Значення тиску в різних точках поверхні коливного крила як функції миттєвого кута атаки:

$$U_0=0.5 \text{ м/с}, Re=600000, f=0.75 \text{ Гц}, \alpha_{\max}=15^\circ, \text{ а) – г) – точки 1–4 (рис.4.1).}$$

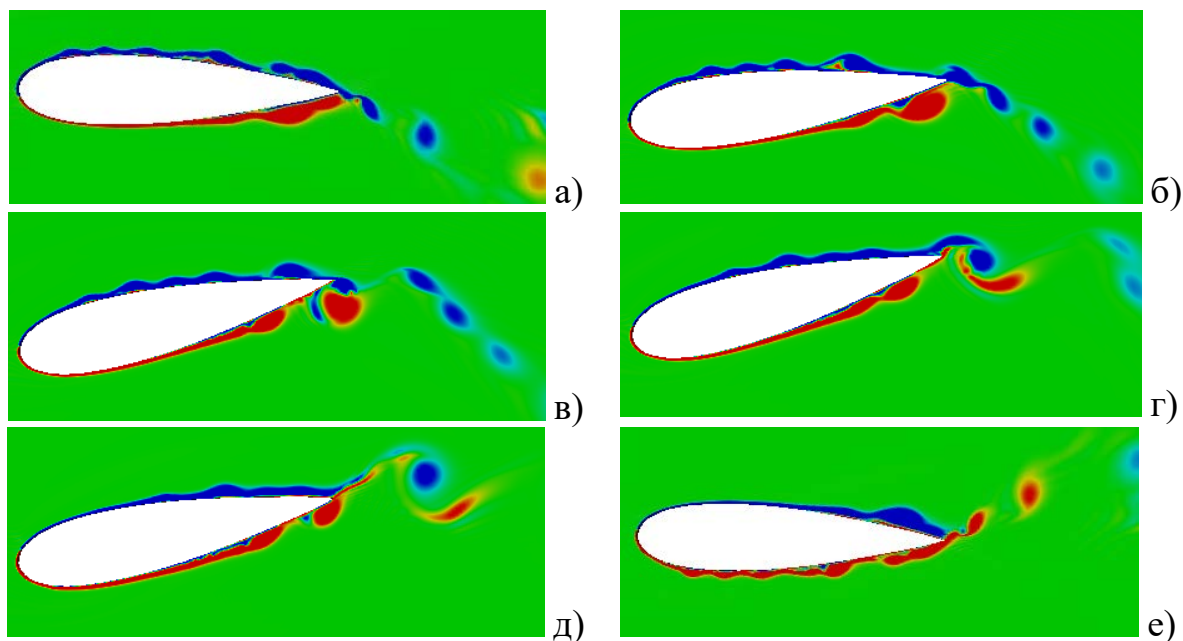


Рис. 4.12. Миттєві картини поля завихреності навколо обтічного коливного крила в послідовні моменти часу на півперіоді коливання:

$$U_0=0.5 \text{ м/с}, \text{ Re}=600000, f=1.5 \text{ Гц}, \text{ St}=0.3, \alpha_{\max}=15^\circ.$$

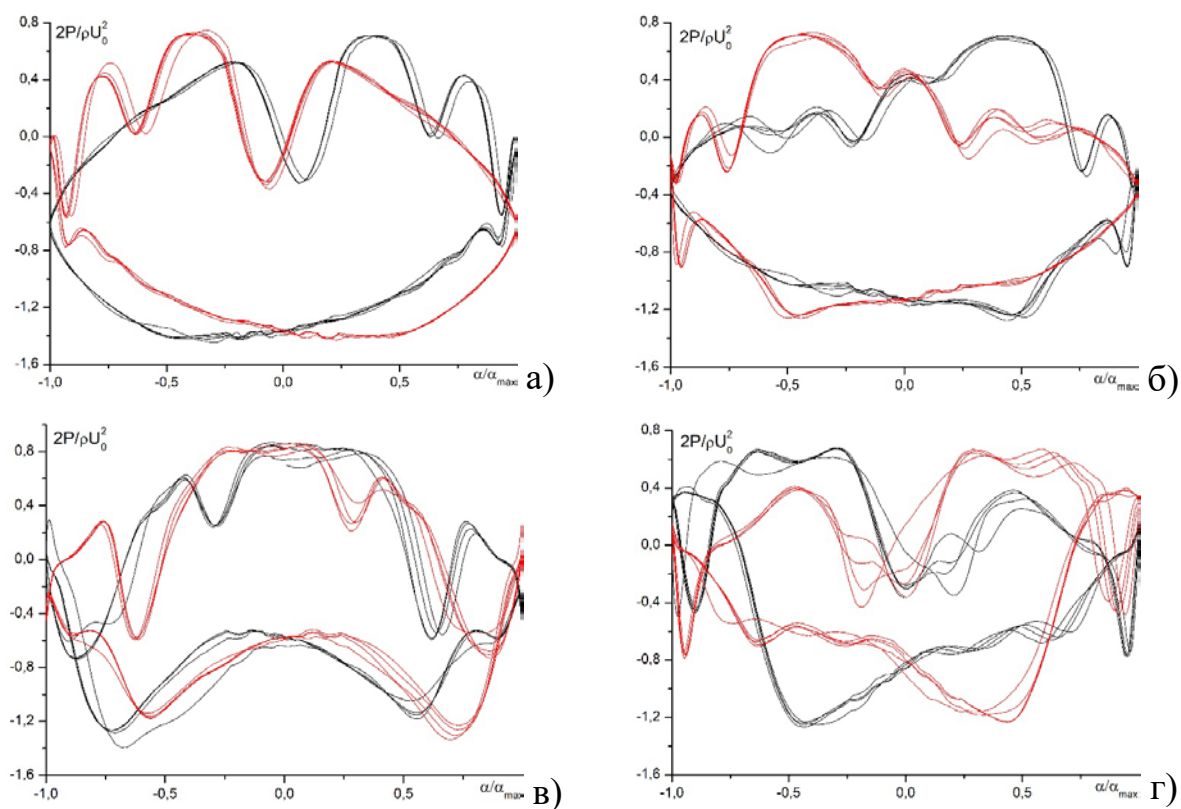


Рис. 4.13. Значення тиску в різних точках поверхні коливного крила як функції миттєвого кута атаки:

$$U_0=0.5 \text{ м/с}, \text{ Re}=600000, f=1.5 \text{ Гц}, \alpha_{\max}=15^\circ, \text{ а) – г) – точки 1–4 (рис.4.1).}$$

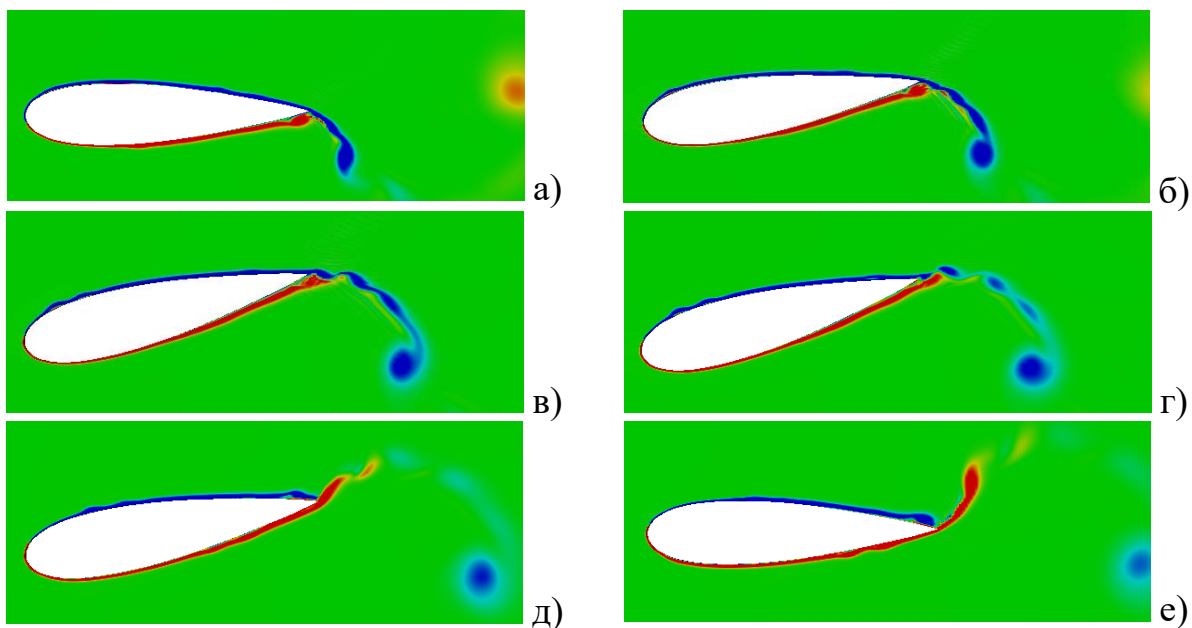


Рис. 4.14. Миттєві картини поля завихреності навколо обтічного коливного крила в послідовні моменти часу на півперіоді коливання:

$$U_0=0.5 \text{ м/с}, \text{Re}=600000, f=3.0 \text{ Гц}, \text{St}=0.6, \alpha_{\max}=15^\circ.$$

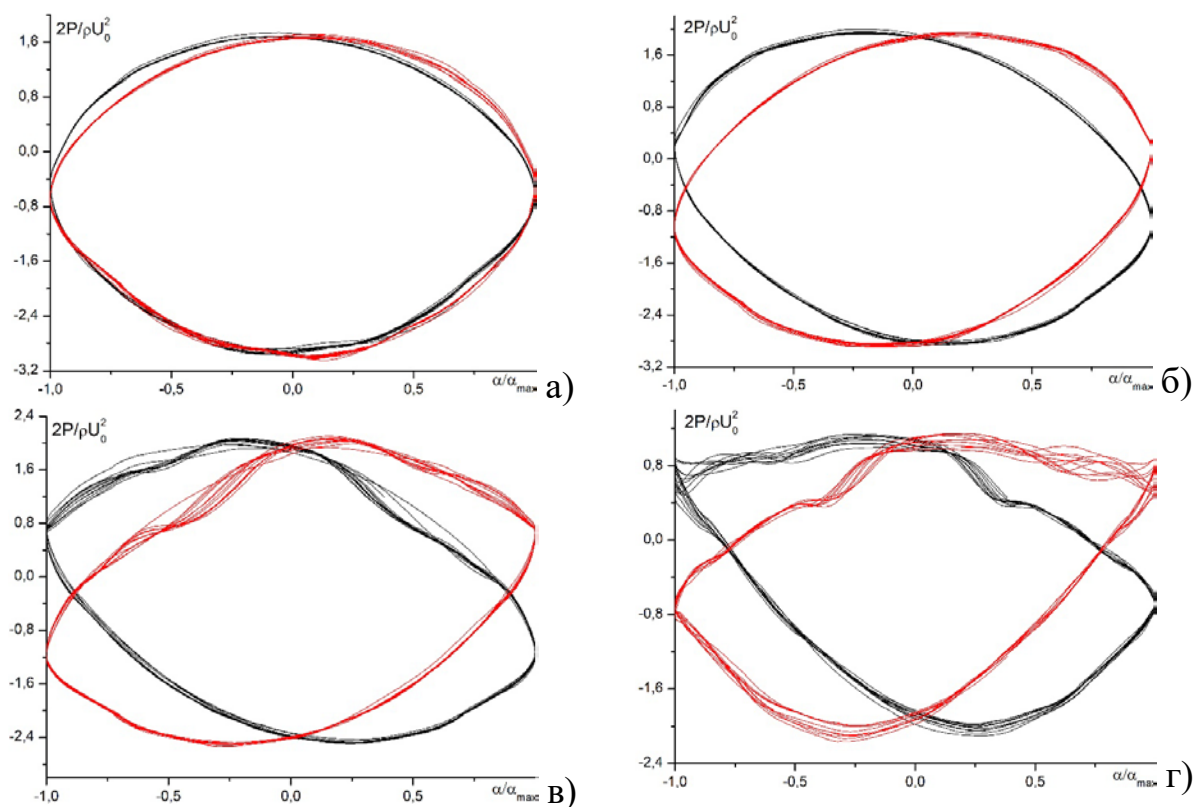


Рис. 4.15. Значення тиску в різних точках поверхні коливного крила як функції миттєвого кута атаки:

$$U_0=0.5 \text{ м/с}, \text{Re}=600000, f=3.0 \text{ Гц}, \alpha_{\max}=15^\circ, \text{ а) – г) – точки 1–4 (Рис. 4.1).}$$

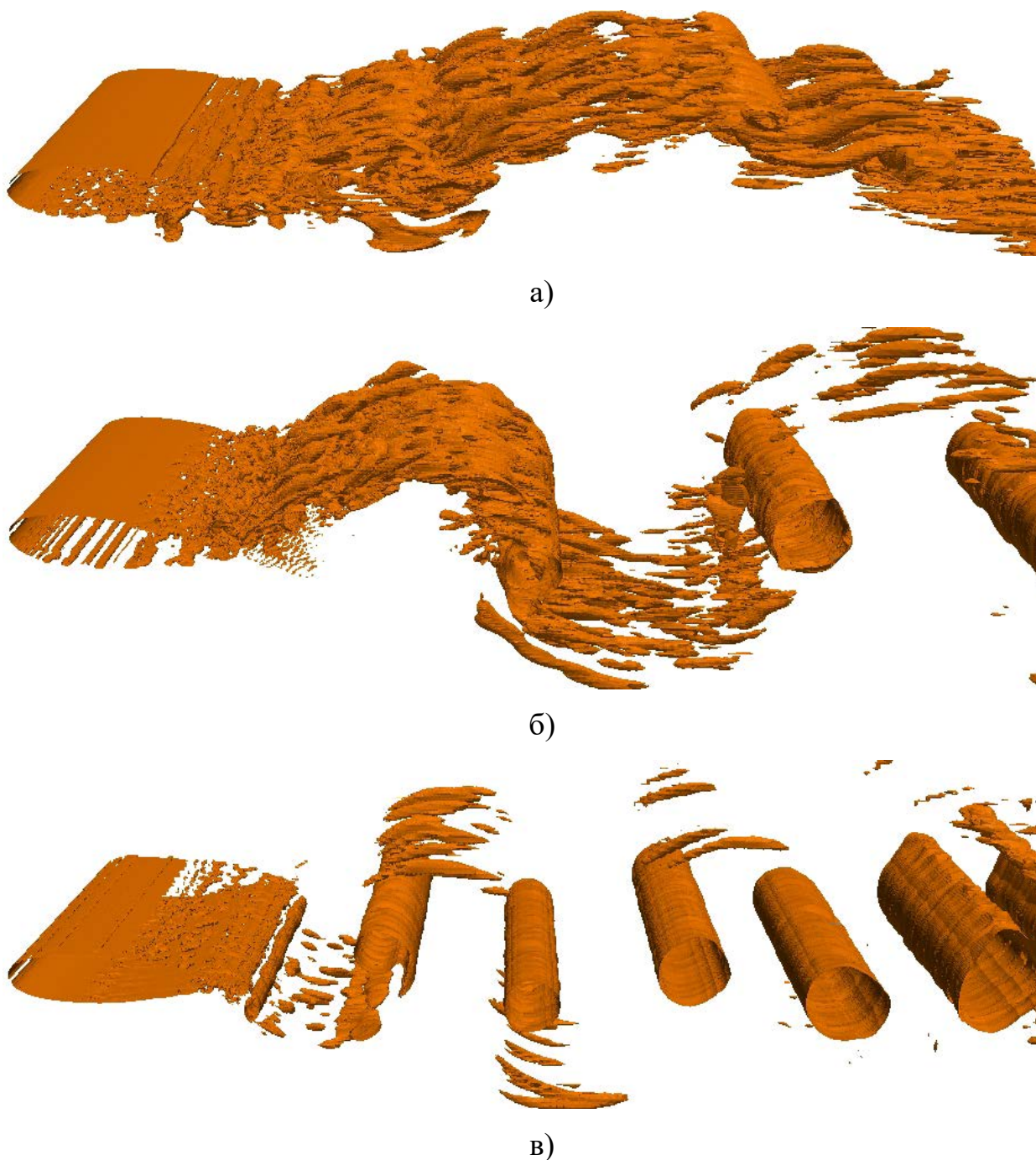


Рис. 4.16. Тривимірні вихрова структура течії навколо обтічного коливного крила (ізоповерхня другого інваріанту тензора градієнту швидкості)

для різних частот вимушених коливань:

$U_0=0.5$ м/с, $Re=60000$, $\alpha_{max}=15^\circ$, $f=0.5, 1.0, 1.5$ Гц ($St=0.12, 0.24, 0.36$) (а–в).

Проте, режим відривної вихрової течії на коливному крилі залежить не лише від значень швидкості набігаючого потоку, частоти вимушених коливань і довжини профіля, які зв'язує число Струхала, а й від максимальної амплітуди

його коливань. На основі результатів проведеної серії чисельних розрахунків та параметричного аналізу визначено універсальний критерій приєднання відривної течії із встановленням структури супутнього сліду з параметрами вимушених коливань та виникненням інтенсивної пропульсивної сили крила, що визначається умовою: $St_h = 2f \cdot L_0 \cdot \sin \alpha / U_0 > 0.12$, яка зв'язує швидкість набігаючого потоку, частоту вимушених коливань та максимальне вертикальне відхилення крила.

4.3. Обтікання коливного крила з гнучкою хвостовою частиною

З метою вивчення закономірностей формування течії навколо крила модифікованої геометрії з додатковим тонким хвостовим елементом, задня кромка якого може бути як жорстко закріпленою, так і вільно рухатись за певним законом, за основу взято симетричний крилової профіль NACA0010 [27, 293, 299]. Обтічне тіло здійснює періодичні оберально-коливальні рухи в площині xOy , які можуть бути виражені наступними аналітичними співвідношеннями:

$$\begin{cases} \xi_x = x_0 \cdot \cos(\alpha(t)) - y_0 \cdot \sin(\alpha(t)), \\ \xi_y = y_0 \cdot \cos(\alpha(t)) + x_0 \cdot \sin(\alpha(t)), \\ \xi_z = 0, \end{cases}$$

де $\alpha(t) = \alpha_{\max} \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t)$ – миттєвий кут атаки профілю, f – частота його коливань, (x_0, y_0, z_0) – координати точок поверхні профілю у початковому горизонтальному положенні. У разі жорсткого закріплення задньої кромки хвостовика ($\alpha(t)=0$) реалізується гладке неперервне з'єднання зафіксованої точки з тілом коливного профілю на основі параболічної апроксимації. Вільне коливання хвостовика реалізується шляхом задання певної фазової затримки $\phi_0(x)$ щодо загального закону коливань тіла: $\alpha(t) = \alpha_{\max} \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t - \phi_0(x))$. Схему розглядуваної задачі наведено на Рис. 4.17 із зазначенням всіх основних геометричних параметрів профілю, які в даній роботі приймалися рівними наступним значенням: $L=0.12$ м, $L_c=0.012$ м, $L_t=0.02$ м [26, 27, 293, 299, 301].

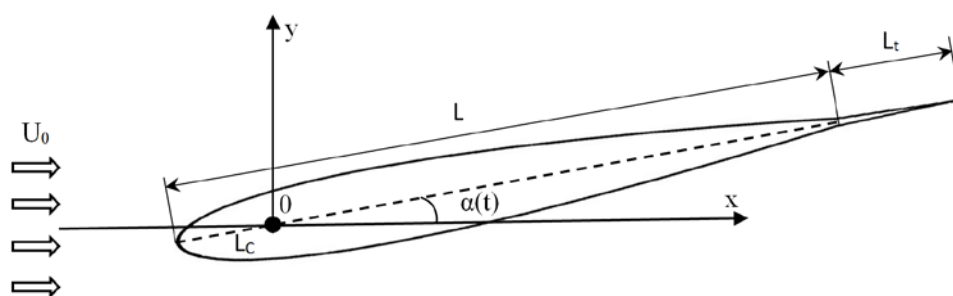


Рис. 4.17. Геометрія задачі.

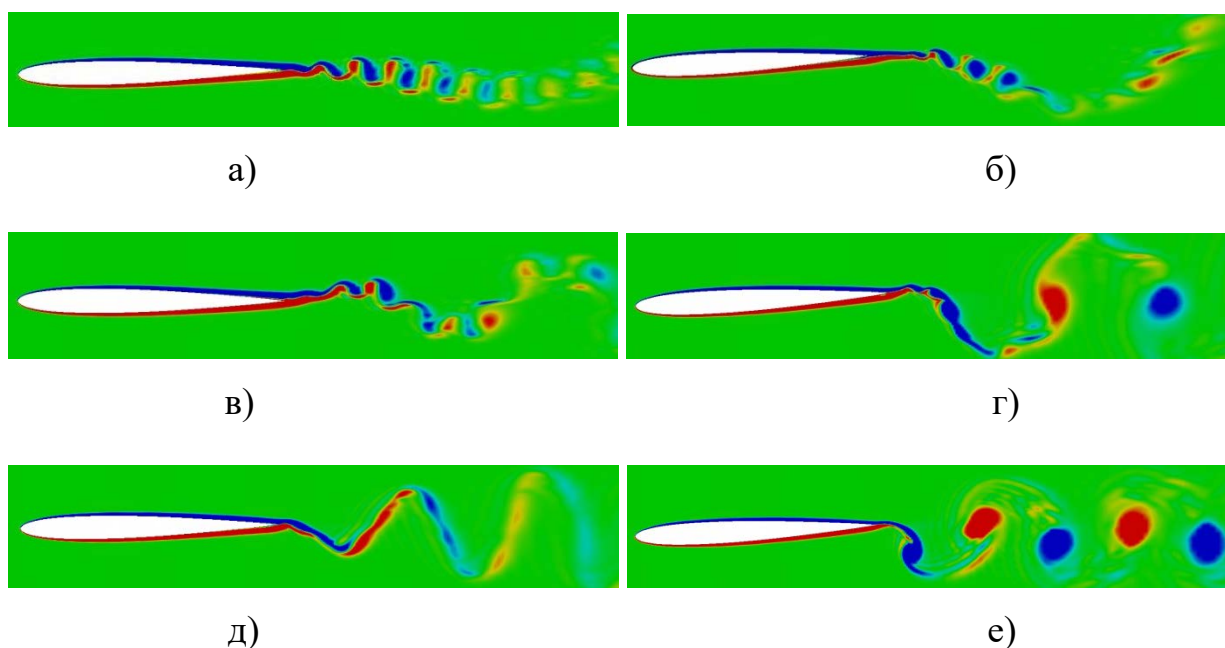


Рис. 4.18. Вихрова структура течії при обтіканні коливного крилового профілю NACA0010 з гострою задньою кромкою:

$\alpha=1^\circ$ (а, в, д), $\alpha=3^\circ$ (б, г, е), $St=0.6$ (а, б), 1.2 (в, г), 1.8 (д, е).

Традиційно періодичний процес вихроутворення навколо обтічних тіл характеризується числами Струхалю і Рейнольдса: $St=f \cdot L/U_0$ і $Re=U_0 \cdot L/\nu$ – безрозмірними параметрами, що зв'язують швидкість набігаючого потоку рідини, довжину хорди крила, частоту коливань і кінематичний коефіцієнт в'язкості. Досліджувані параметри задачі відповідають числу Рейнольдса: $Re=60000$ ($U_0=0.5$ м/с, $L=0.12$ м) і діапазону зміни числа Струхалю: $St=0 \div 1.8$ (розмірна частота коливань варіювалася в діапазоні: $f=0 \div 7.5$ Гц).

Картина течії у супутньому сліді за криловим профілем, що здійснює періодичні обертально-коливальні рухи, суттєво змінюється. Так, при досить малих частотах і амплітудах коливання крила частково зберігається характер вихрового сліду, подібного структурі течії при обтіканні нерухомого профілю. Із збільшенням частоти і амплітуди вимушених коливань власні збурення примежового шару поступово вироджуються, і частота зриву вихорів у супутньому сліді починає визначатися параметрами вимушених коливань профілю. Картини поля завихреності для різних частот і амплітуд коливань представлено на Рис. 4.18–4.20 для трьох розглянутих конструкцій коливного крила: стандартного профілю NACA0010 і двох його модифікацій з тонким хвостовиком із зафіксованою задньою кромкою і рухомою з певною фазовою затримкою відносно загального закону руху профілю.

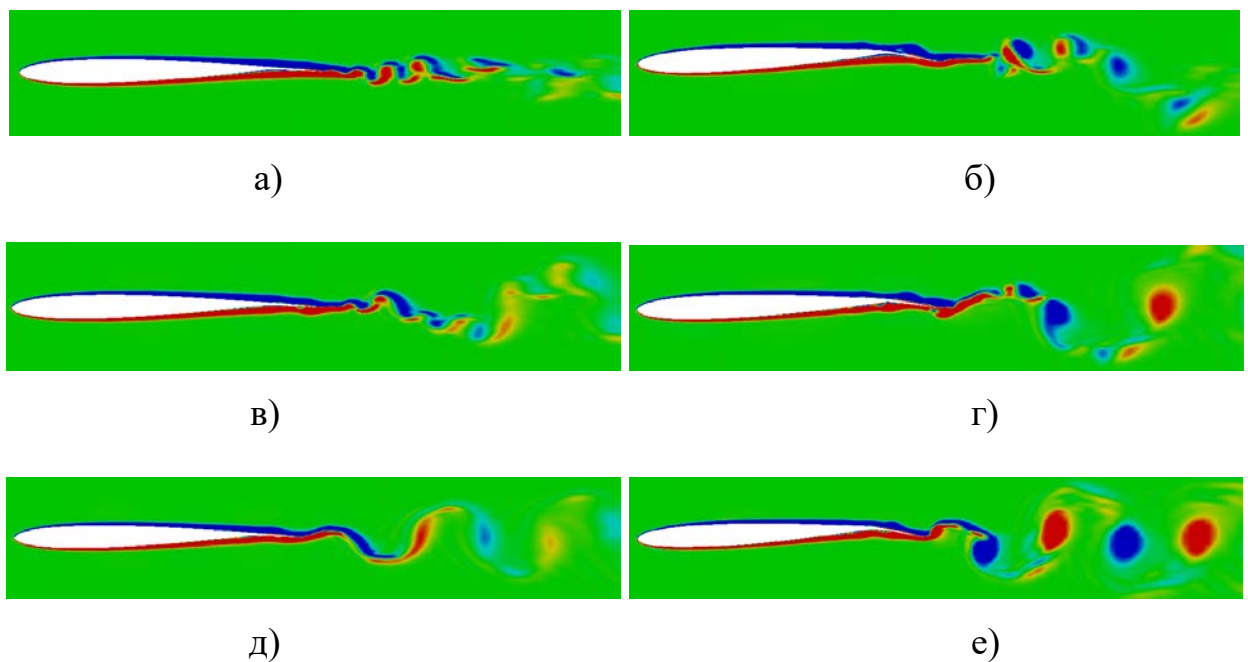


Рис. 4.19. Вихрова структура течії при обтіканні коливного модифікованого профілю NACA0010 з додатковим хвостовим елементом із фіксованою задньою кромкою: $\alpha=1^\circ$ (а, в, д), $\alpha=3^\circ$ (б, г, е), $St=0.6$ (а, б), 1.2 (в, г), 1.8 (д, е).

Із збільшенням амплітуди і частоти коливань крила відбувається трансформація структури супутньої течії, що має подібні характерні риси для

всіх розглянутих випадків конструкції крилового профілю. Так, при фіксованій максимальній амплітуді коливань профілю $\alpha=1^\circ$ збільшення частоти коливань призводить до поступового виродження власних збурень в сліді та формуванню хвилеподібної вихрової пелени. При амплітуді коливань $\alpha=3^\circ$ в сліді починають формуватись компактні вихрові структури з почерговою зміною знаку завихреності. У всіх випадках збурення супутнього сліду переносяться вниз за потоком із швидкістю близькою до швидкості набігаючого потоку і відстанню між сусідніми дискретними елементами вихрового сліду, що визначається частотою вимушених коливань профілю: $s=U_0/f=L/St$. Коливальному руху профілю вгору відповідає формування вихрових збурень додатного знаку завихреності, а руху вниз – навпаки, від'ємного.

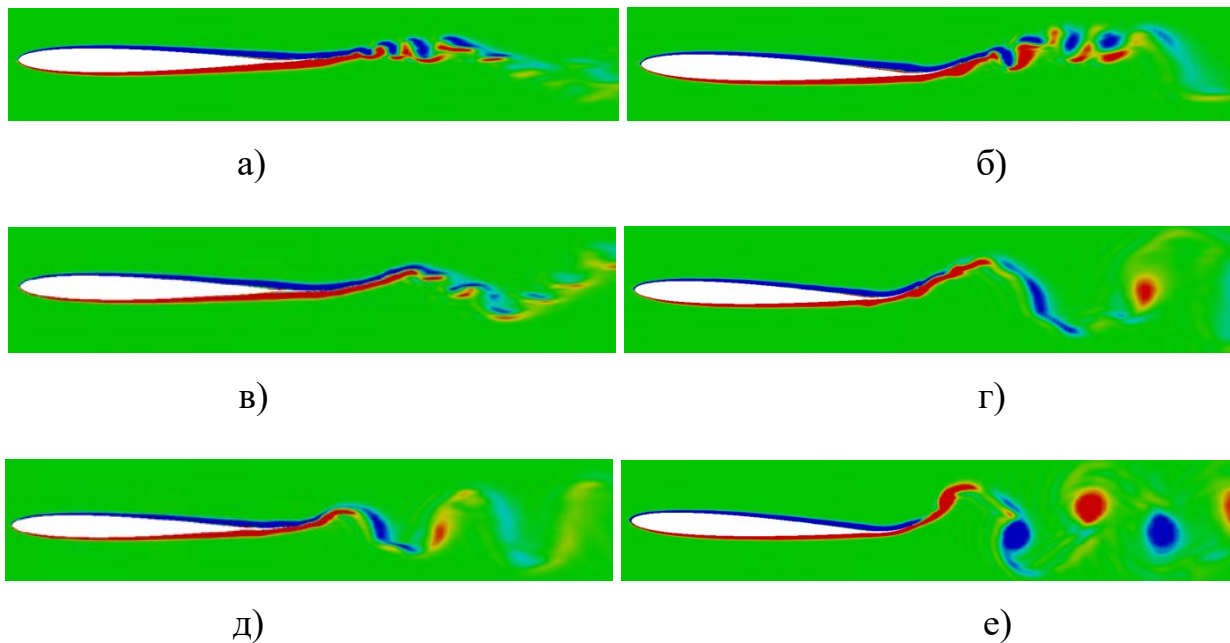


Рис. 4.20. Вихрова структура течії при обтіканні коливного модифікованого профілю NASA0010 з додатковим хвостовим елементом із вільною задньою кромкою: $\alpha=1^\circ$ (а, в, д), $\alpha=3^\circ$ (б, г, е), $St=0.6$ (а, б), 1.2 (в, г), 1.8 (д, е).

Не дивлячись на характерні спільні структурні особливості течій навколо всіх розглянутих конструкцій коливного крила, фіксується ряд важливих кількісних відмінностей, зокрема, у значеннях інтенсивності, масштабів і

швидкості дисипації вниз за потоком структурних елементів супутньої вихрової течії. Так, коливний криловий профіль з фіксованою задньою кромкою генерує супутній слід найменшої ширини, стандартний немодифікований профіль NASA0010 – найбільш інтенсивні вихрові структури у сліді, а коливний профіль із рухомою у протифазі задньою кромкою – вихрові структури найменших масштабів та інтенсивності. Вихрові структури, сформовані при обтіканні модифікованих коливних профілів з фіксованою та рухомою задньою кромками, мають середні значення завихреності, відповідно, у 1.2 і 1.5 рази менше інтенсивності вихорів, генерованих обтіканням коливного стандартного профілю NASA0010.

4.4. Інтегральні характеристики коливного крила

Результати розрахунків із попереднього підрозділу показали, що зміна частоти і амплітуди коливань профілю суттєво впливають на структуру вихрової течії, а тепер необхідно визначити, яким чином зміна параметрів вимушених коливань обтічного крилового профілю впливає на його інтегральні гідродинамічні характеристики, а саме повну силу опору [26, 27, 293, 297, 299, 301, 327].

Залежності коефіцієнту опору від миттєвого кута атаки коливного профілю серії NASA0010 розглянутих геометричних модифікацій представлено на Рис. 4.21 для різних амплітуд і частот коливань [27]. Як показують приведені криві, при коливанні профілю в бік збільшення миттєвого кута атаки спостерігається менш чітка пропорційність між коефіцієнтом опору і кутом атаки у порівнянні з випадком руху крила від максимального кута відхилення. При русі профілю з нейтрального положення в бік збільшення миттєвого кута атаки максимум коефіцієнту опору фіксується набагато раніше досягнення профілем максимального кута відхилення, а потім різко спадає, досягаючи мінімального значення в області максимальних значень миттєвого кута атаки. При зворотньому русі профілю в сторону нейтрального положення коефіцієнт

опору монотонно зростає, тобто проявляються гістерезисні явища. Із збільшенням значень амплітуди і частоти коливань криві переходять переважно в область від'ємних значень, що говорить про роботу крила в пропульсивному режимі.

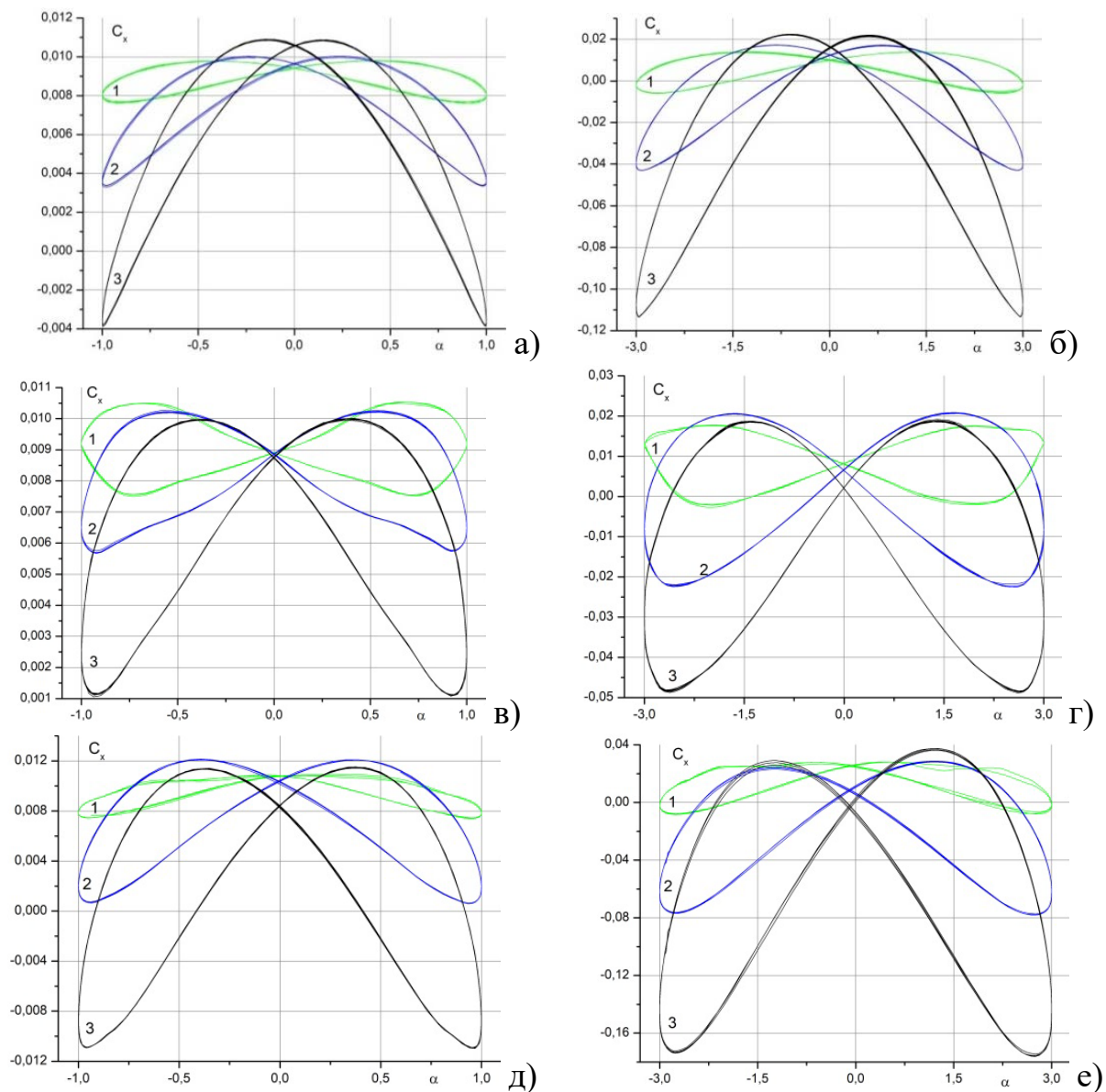


Рис. 4.21. Інтегральний коефіцієнт опору як функція миттєвого кута атаки коливного профілю NACA0010 (а, б) і його модифікацій з фіксованою (в, г) і вільно коливною (д, е) задньою кромкою:

$\alpha = 1^\circ$ (а, в, д), $\alpha = 3^\circ$ (б, г, е), $St = 0.6$ (1); 1.2 (2); 1.8 (3).

На Рис. 4.22 наведено значення коефіцієнту опору, проінтегрованого по періоду вимушених коливань, в залежності від частоти для різних геометричних модифікацій коливного профілю [27]. Приведені результати показують, що опір знижується із збільшенням частоти і амплітуди вимушених коливань крила, а при значеннях числа Струхалю $St=1.8$ і кутової амплітуди коливань $\alpha=3^\circ$ інтегральний коефіцієнт опору приймає від'ємні значення для всіх розглянутих конструкцій крила, тобто відбувається генерування пропульсивної сили, здатної просувати коливне тіло в товщі рідини. При цьому, найбільша пропульсивна сила генерується на крилі з гнучкою задньою кромкою профілю, найменша – у випадку жорстко зафіксованої кромки.

Проте, число Струхалю, визначене за швидкістю набігаючого потоку, частотою вимушених коливань та довжиною профілю, не може слугувати універсальним критерієм встановлення структури супутнього сліду з параметрами вимушених коливань та генерації інтенсивної пропульсивної сили крила, оскільки не враховує амплітуду вимушених коливань. Тому було визначено інший критерій, який зв'язує швидкість набігаючого потоку, частоту коливань та максимальне вертикальне відхилення крила: $St_h=2f \cdot L_0 \cdot \sin\alpha/U_0 > 0.12$.

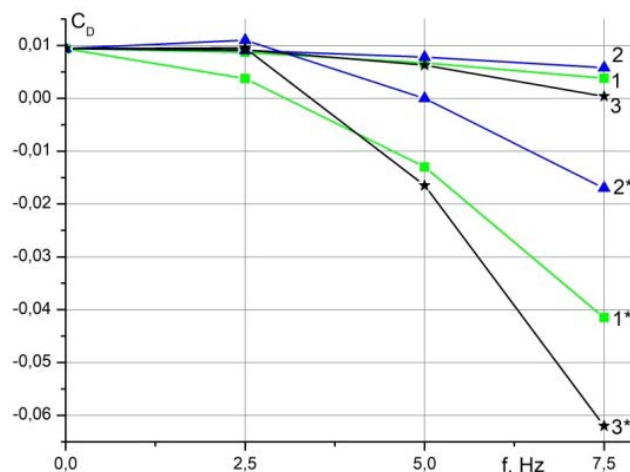


Рис. 4.22. Інтегральні значення коефіцієнту опору на періоді коливань в залежності від частоти коливань для різних модифікацій крилового профілю:

1 – профіль NACA0010; 2, 3 – геометричні модифікації з фіксованою і коливною з затримкою задньою кромкою хвостовика; 1-3 – $\alpha=1^\circ$; 1*-3* – $\alpha=3^\circ$.

Таким чином, найбільший пропульсивний ефект коливного крила NASA0010 з гнучким хвостовиком спостерігається при фазовій затримці краю хвостового елемента відносно загального закону коливання крила рівній $\pi/2$ і максимальній амплітуді його коливань. Проте, насправді амплітуда коливань і фазова затримка гнучкого хвостового елемента має залежати від пружних властивостей його матеріалу, тому для визначення реальної нестационарної поведінки гнучкої частини профілю необхідно проведення чисельних розрахунків зв'язаної задачі механіки рідини і деформівного твердого тіла.

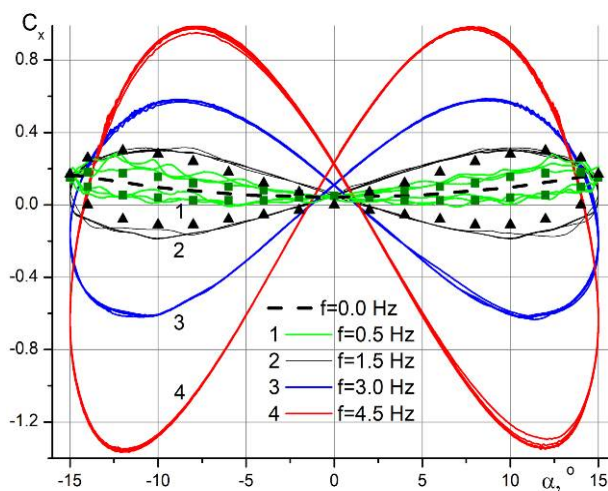


Рис. 4.23. Інтегральний коефіцієнт опору коливного крилового профілю NASA0021 як функція миттєвого кута атаки: $Re=6 \cdot 10^4$, $\alpha_{max}=15^\circ$, $St=0.12$ (1); 0.36 (2); 0.72 (3); 1.08 (4).

характеристик профілю від напрямку його обертально-коливного руху (Рис. 4.23). При малих частотах коливань криві залежності коефіцієнту опору від миттєвого кута атаки мають немонотонний характер внаслідок суттєвого впливу процесів власного вихроутворення на обтічній поверхні, асимптотично наближаючись до відповідної кривої обтікання нерухомого профілю під різними кутами атаки при прямуванні частоти коливань до нуля. Збільшення частоти коливань профілю призводить до зростання значень інтегрального коефіцієнту опору за абсолютною величиною, а при $St_h > 0.25$ більша частина

Залежності інтегральної величини коефіцієнту опору коливного крилового профілю NASA0021 від миттєвого кута атаки для різних значень частоти коливань мають типову «петлеподібну» форму з практично симетричною структурою відносно нейтрального положення профілю, що також пояснюється проявом гістерезисних явищ — суттєвою залежністю нестационарної поведінки динамічних

кривої знаходиться в області від'ємних значень, що свідчить про виникнення пропульсивної сили на коливному криловому профілі. Як видно з Рис. 4.23, отримані результати розрахунків знаходяться у досить добрій узгодженості з відповідними експериментальними даними, що представлені у роботі [32] і позначені на Рис. 4.23 фігурними символами: ■ – $St=0.12$, ▲ – $St=0.36$.

4.5. Висновки до розділу 4

Досліджено процеси вихроутворення навколо обтічних крилових профілів на основі побудованого методу прямого чисельного моделювання задач обтікання нестационарно рухомих тіл з використанням методів динамічних розрахункових сіток. Розроблено метод керування відривними течіями шляхом здійснення активних обертально-коливних рухів крила у потоці в'язкої нестисливої рідини, що дає можливість в єдиному ключі отримувати гідродинамічні характеристики нестационарно рухомих і нерухомих профілів довільної форми, визначати локальні відриви течій, величини генерованої завихреності, структуру вихрового сліду в залежності від геометрії, частоти і амплітуди коливань профілю.

Отримані чисельні результати показали, що за міделем відносно товстого нерухомого крилового профілю NACA0021 навіть при нульовому куті атаки з'являються локальні зони відриву примежового шару, які сходять зі сторін профілю і утворюють збурений слід у вигляді пар протилежно обертових дискретних вихорів. На криловому профілі малого відносного потовщення NACA0010 формується практично безвідривна структура обтікання при кутах атаки близьких до нульового, проте навіть при малих кутах може виникати ранній носовий відрив. Даний результат дозволяє частково обґрунтувати ефективність розроблюваного методу керування потоком: із зменшенням товщини профілю амплітуда обертальних вимушених коливань має бути зменшена наряду із збільшенням частоти коливань, що у природніх аналогах відповідає випадку підтримання швидкісного режиму плавання гідробіонтів.

Досліджено дво- і тривимірне обтікання симетричних крилових профілів, що здійснюють обертально-коливальні рухи з кутовою амплітудою: $\alpha=1^\circ\div 30^\circ$ та частотою коливань: $f=0\div 7.5$ Гц, що відповідає діапазону числа Струхалія: $St=f\cdot L/U_0=0\div 2$. При малих частотах коливань профілю NACA0021 структура супутньої течії відповідає структурі вихрового сліду за нерухомим крилом, що осцилює як єдине ціле з частотою вимушених коливань крила. Із збільшенням частоти коливань в результаті інтенсифікації взаємодії власних вихрових збурень із рухомою поверхнею відбувається виродження власних збурень прилежових шарів і зменшення зони відриву аж до її повного усунення, при цьому процеси вихроутворення у супутньому сліді цілком визначаються параметрами вимушених коливань.

Визначено універсальне співвідношення між швидкістю набігаючого потоку та частотою і амплітудою коливань крила, при якому відбувається перехід у режим безвідривного обтікання та встановлення характерної структури супутнього сліду з параметрами вимушених коливань: $St_h=2f\cdot L_0\cdot \sin\alpha/U_0>0.12$, де L_0 – відстань між центром обертання і задньою кромкою крила, α – максимальний кут відхилення.

Результати тривимірного чисельного моделювання підтверджують основні висновки, зроблені на основі двовимірних розрахунків, проте при малих частотах коливання крила структура течії у супутньому сліді має істотно тривимірний характер із переважанням поздовжньо орієнтованих вихрових утворень, при цьому інтегральні характеристики коливного крила у дво- і тривимірних випадках практично співпадають. Тому розрахунки інтегральних характеристик коливного крила можна проводити у двовимірній постановці, тоді як визначення реальної структури течії вимагає проведення тривимірних розрахунків, особливо при малих числах Струхалія, коли спостерігається домінуючий вплив власних вихрових збурень.

Основні положення цього розділу викладені у публікаціях автора [26, 27, 293, 297, 299, 301, 327].

РОЗДІЛ 5

НЕСТАЦІОНАРНІ ЗВ'ЯЗАНІ ЗАДАЧІ ОБТІКАННЯ ДЕФОРМІВНИХ ТІЛ

Матеріали всіх твердих тіл, які існують в природі або штучно створені людиною в результаті його діяльності, в тій чи іншій мірі мають певні пружні та в'язкі властивості, що пояснює можливість їх нестационарного деформування під дією неперервно мінливих динамічних впливів оточуючого середовища. Тому для математичного моделювання широкого класу фізичних процесів необхідно вдаватися до розв'язання зв'язаних задач механіки рідини і деформованого твердого тіла, в яких невідомі гідродинамічні сили і внутрішні пружні сили в деформівних конструкціях є взаємозалежними.

5.1. В'язкопружні конструкції в технічних системах

Зв'язані задачі знайшли своє практичне застосування у дослідженнях гідропружності суднових конструкцій, в яких вивчаються динамічні переміщення і вібрація пружних конструкцій корпусу і спеціальних пристроїв судна, що взаємодіють з рідиною, вільна поверхня якої може бути, як в незбуреному, так й у схвильованому стані [66]. Цей розділ науки про міцність і вібрації судна має велике прикладне значення, оскільки його метою є розробка практичних методів визначення зовнішніх сил, що діють на пружні корпусні конструкції в умовах хвилювання, способів аналізу викликаної ними вібрації корпусів та їх елементів, а також методів визначення інтегральних характеристик зовнішніх сил – згинальних і крутильних моментів, перерізуючих сил та інших параметрів. Важливою особливістю таких досліджень є визначення характеристик вимушених пружних коливань, що виникають у робочих циклах різних технічних пристроїв – компресорів, турбін, рушіїв і т.п., достовірність прогнозу яких залежить, головним чином, від точності оцінки гідродинамічних сил при вібрації, та, особливо, від точності

визначення сил гідродинамічного демпфування [64].

Зв'язані задачі механіки рідини і деформованого твердого тіла знайшли своє широке застосування в такому науковому напрямку як гідробіоніка, яка об'єднала дослідження біології та гідроаеромеханіки. Тривала біологічна еволюція, підтримувана боротьбою за існування, призвела до розвитку у живих організмів найбільш раціональних способів плавання і польоту, вивчення особливостей яких дає ідеї до вирішення задач по створенню ефективних транспортних засобів, зокрема, з деформівною поверхнею і коливним крилом в якості робочих елементів [5, 297]. Інтерес до вивчення фізичних механізмів, що лежать в основі генерації підйомної сили і тяги при русі аеро- і гідробіонтів, стимулювали ряд наукових робіт з дослідження динамічних характеристик коливних пружних крил [26, 27, 32, 39, 107, 272], в яких автори намагаються пояснити механізм утворення пропульсивної сили гідробіонтами, а також сформулювати задачі пошуку оптимальних законів руху тіл у водному і повітряних середовищах для їх безвідривного обтікання, ґрунтуючись на виявлених особливостях вихроутворення на поверхнях махаючих крил у порівнянні з нерухомим аналогом.

З метою зменшення інтенсивності індуктивних вихорів, які зриваються з краю крила і перетворюються в довгі джгути турбулентних потоків повітря, що забирає частину підйомної сили крила і чинить опір руху вперед, на лайнерах встановлюють аеродинамічні закінцівки крила – вінглети, шарклети, шайби Уіткомб, гребневі закінцівки і т.п. Дане інженерне рішення було підглянуто у природі – схожим чином працюють пір'я у птахів у бриючому польоті. Більшість із аеродинамічних закінцівок ефективні тільки при польоті на крейсерській швидкості авіалайнера, а в інших режимах польоту є лише надмірною вагою і створюють додаткові проблеми: літак стає більш чутливим до бічного вітру, підвищується лобовий опір, а при їх установці нерідко потрібне підсилення крила. Вирішення цієї проблеми можливе шляхом встановлення закінцівок на вільних шарнірних з'єднаннях або з пружного

матеріалу, що дозволяє працювати тим ефектам, з якими конструктори борються – вихори направляють закінцівку і та займає найбільш оптимальне положення в кожному режимі польоту, в результаті чого вінглети перестають бути баластом значну частину польоту і не створюють зайвого опору бічному вітру при низькій швидкості.

Сучасне крило літака являє собою нерухому аеродинамічну площину з набором рухомих елементів, які дозволяють реалізовувати керування польотом літака і приводяться в рух за допомогою електричних, механічних або гідравлічних систем. Розробляються нові конструкції деформівного крила, які потенційно дозволять зробити сучасні пасажирські літаки на 2-4% економніше. Пропонується виконати задню кромку коливного крила на зразок пір'я деяких видів хижих птахів: наприклад, еластичні пір'я на задній кромці крил сов завдяки коливанням зменшують шумність птиці і згладжують її політ. Пропонується позбавити крило літака традиційної механізації у вигляді елеронів, наділивши його здатністю змінювати свою форму, деформуватися. Дослідники з Інституту механіки рідин в Тулузі провели математичне і експериментальне моделювання такого крила і прийшли до висновку, що коливання його задньої кромки дозволить знизити інтенсивність турбулентного потоку за нею. Так, вигин крила ближче до задньої його частини повинен імітувати елерони. В цілому це призведе до додаткового зниження аеродинамічного опору крила, а також дозволить зменшити його шумність. Схожі технічні рішення пропонувалися деякими розробниками і раніше, які так і не були реалізовані в серійному виробництві через відсутність надійних технологій та довговічних матеріалів. Зокрема, таку технологію під назвою активного аеропружного крила випробував американський концерн Boeing.

Згинати крило дослідники з тулузького інституту запропонували за допомогою матеріалів з ефектом пам'яті форми. При нагріванні, наприклад, за допомогою електричного струму такі матеріали змінюють свою форму. У новому крилі такі матеріали пропонується розміщувати під гнучкою обшивкою

– при нагріванні вони будуть згинати крило, змінюючи його аеродинамічні характеристики. Таке рішення дозволить створити гладке крило літака з меншим, ніж у звичайного, коефіцієнтом аеродинамічного опору. В задню частину нового крила ближче до його краю дослідники також запропонували встановити під гнучкою обшивкою п'єзоелектричні або ультразвукові двигуни, які мають більший коефіцієнт корисної дії у порівнянні зі звичайними електромоторами і точніше та швидше реагують на подачу напруги. Французькі розробники запропонували за допомогою п'єзоелектричних двигунів, керованих спеціальним комп'ютером, реалізувати коливання задньої кромки крила в польоті.

Раніше американська компанія FlexSys (<https://www.flxsys.com/>) розробила адаптивну систему FlexFoil, яка у базовому варіанті являє собою гнучку заміну елеронів і закрилків на крилі літака, але може бути доповнена і гнучкими відхилюваними носками. Ці елементи утворюють єдину поверхню з крилом і при їх відхиленні не утворюється щілин, що дозволяє зробити крило гладким. На даний час американська компанія займається сертифікацією нової системи.

Таким чином, застосування технологій гнучких робочих елементів на сучасному етапі розвитку техніки стає особливо популярним внаслідок виявлення ряду переваг над відповідними жорсткими аналогами. Тому чисельне моделювання зв'язаних задач механіки рідини і деформівного твердого тіла є на сьогоднішній день гостро актуальними.

У даній роботі чисельне розв'язання зв'язаних задач реалізується з використанням послідовного алгоритму розрахунку гідромеханічної і в'язкопружної частин зв'язаної задачі, коли рух обох середовищ узгоджується шляхом виконанням кінематичних і динамічних граничних умов на поверхні розділу середовищ, які реалізуються за допомогою ітераційної процедури пошуку граничного розв'язку, що одночасно задовільняє як рівнянням руху рідини, так і деформівного твердого тіла.

5.2. Поперечне обтікання пружної балки потоком в'язкої рідини

В якості тестування розробленого чисельного моделювання зв'язаних задач розглядається задача взаємодії течії в'язкої нестисливої рідини і деформівної пружної балки, встановленої поперек набігаючого потоку і жорстко закріпленої на одному її кінці (Рис. 5.1) [51].

Задача розв'язується чисельно методом скінченного об'єму в двовимірній постановці з використанням жорсткозв'язаного неявного алгоритму sFSI, реалізованого методом Гаусса-Зейделя з прискоренням Айткена. Розрахунки виконано для наступних значень параметрів рідини та пружного

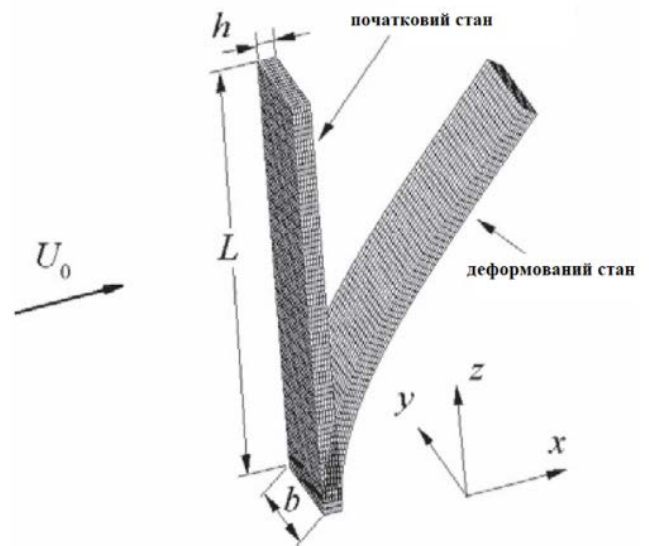


Рис. 5.1. Схема розглядуваної задачі

матеріалу балки: $U_0 = 0.1 \div 0.2 \text{ м/с}$, $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$, $\nu = 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$, $E_b = 10^4 \div 2 \cdot 10^5 \text{ Па}$, $\nu_b = 0.4$, $\rho_b = 1000 \text{ кг/м}^3$. На вході в розрахункову область задається параболічний профіль швидкості, на виході - «м'які» граничні умови, на верхній і нижній межах задаються умови прилипання.

Обчислення тривають до моменту досягнення стаціонарного напруженого стану балки під дією набігаючого потоку рідини. У процесі розрахунку фіксуються миттєві значення максимального прогину балки в її крайній точці, а також інтегральні динамічні характеристики балки, що відповідають впливу сил тиску і в'язкості з боку набігаючої рідини.

Миттєві картини поля завихреності течії рідини за пружною балкою представлено на Рис. 5.2 для різних значень швидкості набігаючого потоку і модуля пружності матеріалу балки. Із збільшенням швидкості набігаючого потоку при фіксованій жорсткості балки величина її прогину зростає, оскільки з ростом швидкості натікання зростає динамічний тиск рідини на перешкоду:

$P_{dyn} = 0.5 \cdot \rho U_0^2$. Зменшення модуля пружності матеріалу балки при фіксованій швидкості обтікання також призводить до зростання прогину балки, причому найбільш нелінійна форма деформацій балки зосереджена на відстані близько чверті її довжини від області жорсткого закріплення.

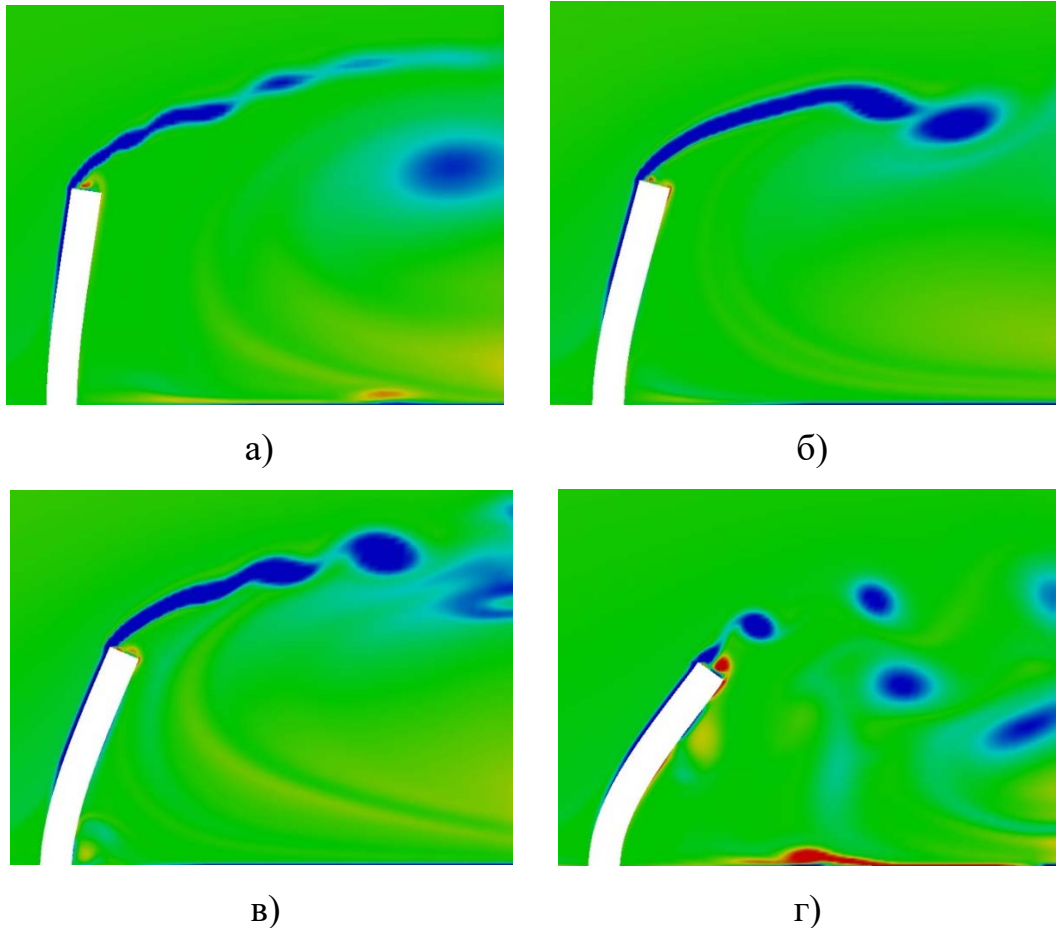


Рис. 5.2. Миттєві картини поля завихреності для різних швидкостей набігаючого потоку і модуля пружності матеріалу балки: а) – $U_0 = 0.1 \text{ м/с}$,

$$E_b = 10^5 \text{ Па}; \quad \text{б)} - U_0 = 0.15 \text{ м/с}, \quad E_b = 10^5 \text{ Па};$$

$$\text{в)} - U_0 = 0.2 \text{ м/с}, \quad E_b = 10^5 \text{ Па}; \quad \text{г)} - U_0 = 0.1 \text{ м/с}, \quad E_b = 10^4 \text{ Па}.$$

Вихрова структура течії вниз за потоком в сліді за пружною балкою суттєво залежить від величини її прогину, оскільки зміна форми її обтіканні

призводить до структурної трансформації всього вихрового сліду за перешкодою. Так, при порівняно малих прогинах балки на її підвітряній стороні формується зсувний шар, який під дією набігаючого потоку зривається з поверхні тіла, поширюючись вниз по потоку в формі осцилюючого струменя і формуючи в сліді за перешкодою завитки крупномасштабної вихрової структури. Із збільшенням прогину балки в околиці її вільного кінця починають формуватися компактні вихрові структури з масштабами сумірними з товщиною балки на зразок вихорів, що утворюються в супутньому сліді за обтічною похилою пластиною [156, 157].

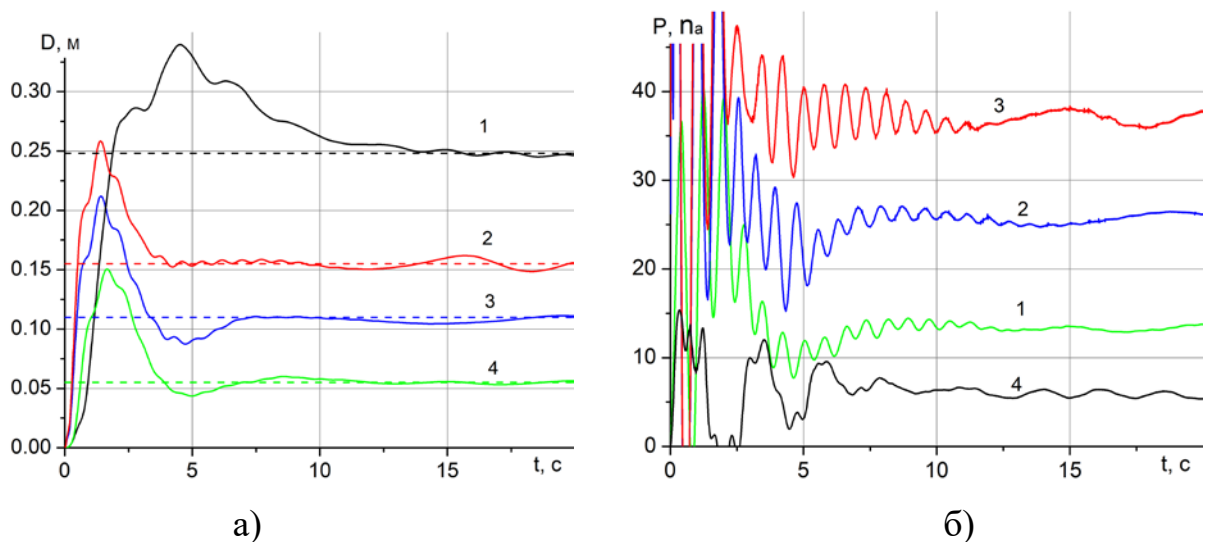


Рис. 5.3. Зміна в часі максимального прогину балки (а) й інтегрального значення тиску на поверхні (б) для різних швидкостей набігаючого потоку і модуля пружності матеріалу балки (пунктирні криві – теоретичний результат):

$$1 - U_0 = 0.1 \text{ м/с}, \quad E_b = 10^5 \text{ Па}; \quad 2 - U_0 = 0.15 \text{ м/с}, \quad E_b = 10^5 \text{ Па};$$

$$3 - U_0 = 0.2 \text{ м/с}, \quad E_b = 10^5 \text{ Па}; \quad 4 - U_0 = 0.1 \text{ м/с}, \quad E_b = 10^4 \text{ Па}.$$

На Рис. 5.3 наведено залежності від часу максимального прогину балки і інтегрального значення тиску по всій її поверхні для різних швидкостей набігаючого потоку і модуля пружності матеріалу балки. На початковому етапі

імпульсного впливу потоку рідини величина прогину балки різко зростає, досягаючи максимального значення за проміжок часу, що залежить від відношення довжини балки до швидкості поширення пружної хвилі, і далі також різко падає, поступово прагнучи до деякого постійного значення. У структурі залежності інтегрального тиску від часу чітко проглядаються накладені високочастотні осциляції, частота яких в чисельному моделюванні

виявляється рівною виразу: $f_{eig} = \frac{1}{2\pi} \frac{\lambda_n^2}{L^2} \sqrt{\frac{E_b J}{\rho_b S}}$, що відповідає теоретичним оцінкам власних коливань балки, де J – осьовий момент інерції, S – площа поперечного перерізу балки, λ_n – характеристичні числа, L – довжина балки.

За відомим інтегральним значенням тиску на поверхні балки, що відповідає результуючій силі, з якою рідина тисне на обтічне тіло, можна обчислити прогин балки при заданому розподіленому навантаженні на основі

простої формули, відомої з курсу опору матеріалів: $Y_{\max} = \frac{P_{\text{int}} L^4}{8 E_b J}$, де P_{int} – інтегральне значення тиску на поверхні обтічної балки. Як можна бачити з Рис. 5.3, а, результати чисельних розрахунків добре узгоджуються з даними, отриманими на основі наведеної теоретичної формули.

Результати порівняння чисельних розрахунків з відповідними даними експериментального дослідження з роботи [241] за формою прогину пружної балки при обтіканні потоком рідини наведено на Рис. 5.4. Як можна бачити з рисунка, розрахункові та експериментальні дані демонструють досить добре якісне узгодження, про що можна зробити висновок на основі візуальної оцінки величини максимального прогину балки, а також відстані від місця жорсткого закріплення до точки локалізації найбільшого скривлення балки.

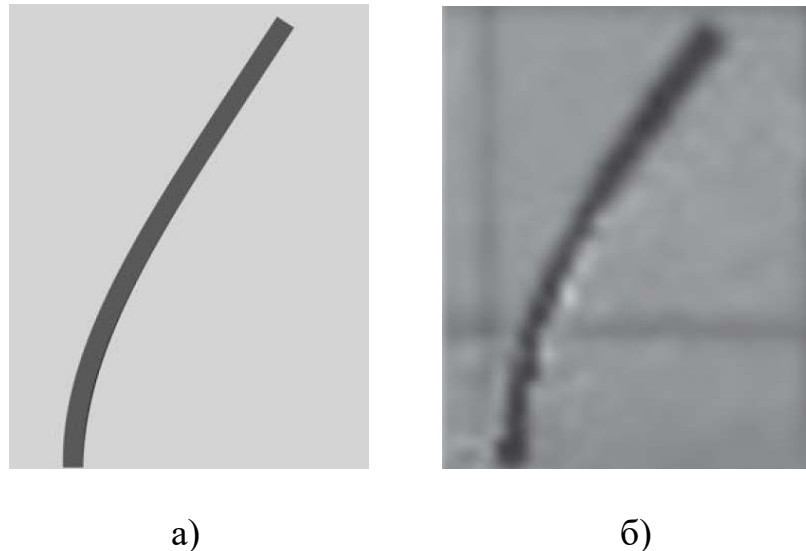


Рис. 5.4. Порівняння результатів розрахунків (а) і експериментальних даних (б) [241] по формі прогину деформівної балки під дією набігаючого потоку.

Отримані результати дозволяють зробити висновок про те, що застосований метод чисельного розв'язання зв'язаних задач механіки рідини і деформованого твердого тіла показує хорошу працездатність і достовірність на прикладі задачі поперечного обтікання пружною балки, і тому може бути застосований для розв'язання більш складних практично цінних задач, зокрема, задач гідробіоніки і гідропружності.

5.3. Структура і динаміка течії на жорсткому крилі з пасивно деформівним хвостовиком

Двовимірний чисельний розрахунок обтікання нерухомого крилового профілю NASA0021 під нульовим кутом атаки при перехідних числах Рейнольдса демонструє формування компактних вихрових структур в примежовому шарі за міделем профілю, які, сходячи з його гострої кромки, утворюють збурений слід у вигляді пар дискретних вихорів, що згортаються з певною періодичністю. Наявність додаткового жорсткого хвостовика сприяє більш плавному сходу вихорів з гострої кромки і менш інтенсивному процесу

вихроутворення в супутньому сліді у порівнянні зі стандартним криловим профілем NASA0021.

Коли хвостовик наділений в'язкопружними властивостями, він починає деформуватися під дією збурень потоку, переважно в області своєї кінцевої частини, і здійснювати зворотний вплив на течію рідини. На Рис. 5.5 приведено залежності від часу значень тиску рідини в центральній точці поверхні в'язкопружного хвостовика для двох значень модуля пружності у порівнянні з відповідними даними для профілю з абсолютно жорстким хвостовиком.

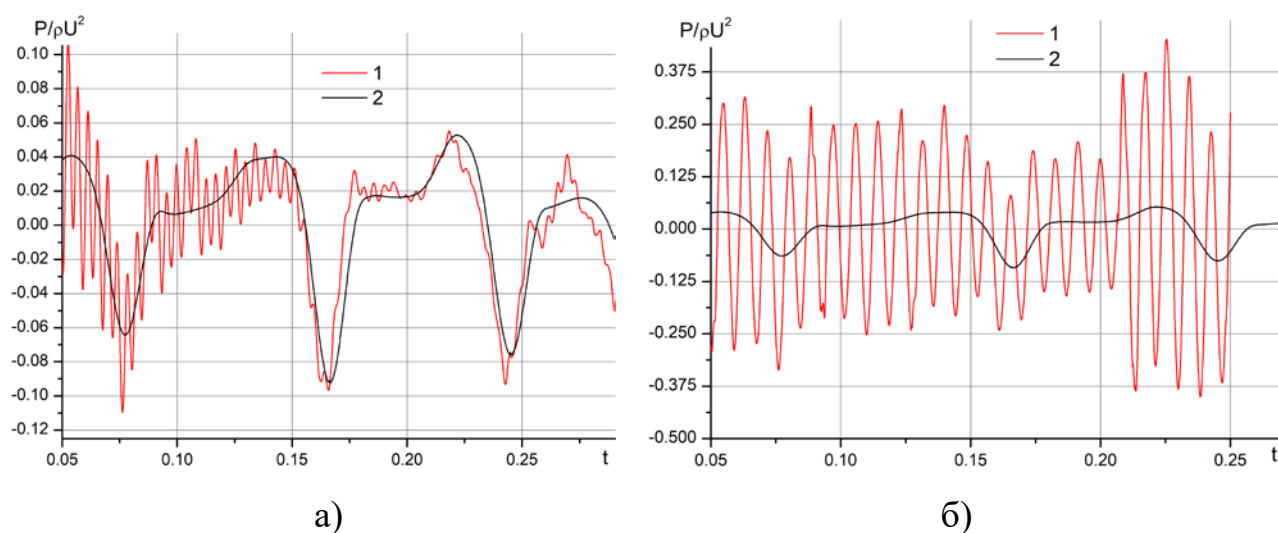


Рис. 5.5. Значення тиску в центральній точці поверхні в'язкопружного (1) і жорсткого (2) хвостовика крилового профілю як функції часу:

а) – $E_b = 2 \cdot 10^5$ Па, б) – $E_b = 5 \cdot 10^4$ Па; $\nu_b = 0.4$, $\rho_b = 1000$ кг/м³.

Результати показують, що при порівняно великих значеннях модуля пружності матеріалу (Рис. 5.5, а) характер залежності локального значення тиску від часу практично повторює відповідну криву для випадку абсолютно жорсткого хвостовика і визначається, насамперед, частотами власних вихрових збурень потоку з накладеними високочастотними осциляціями, обумовленими процесами поширення пружних хвиль у тілі. При менших значеннях модуля пружності (Рис. 5.5, б) характер залежності тиску на поверхні в'язкопружного хвостовика від часу визначається, головним чином, процесами розповсюдження

пружних хвиль у в'язкопружному матеріалі. Обробка сигналів пульсацій тиску за допомогою перетворення Фур'є показує, що частоти пружних коливань, які проявляються у залежностях тиску від часу в області межі розділу середовищ, визначаються відношенням швидкості поширення зсувної хвилі до довжини в'язкопружної хвостової частини, тобто величиною: $f_e = \sqrt{\mu_b / \rho_b} / L_t$ (Рис. 5.6).

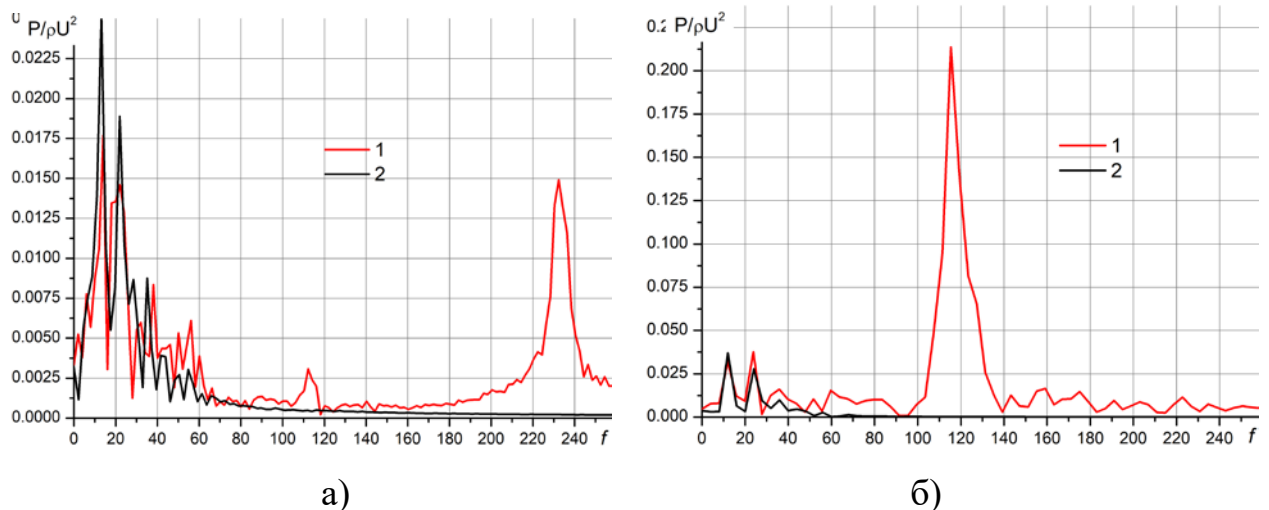
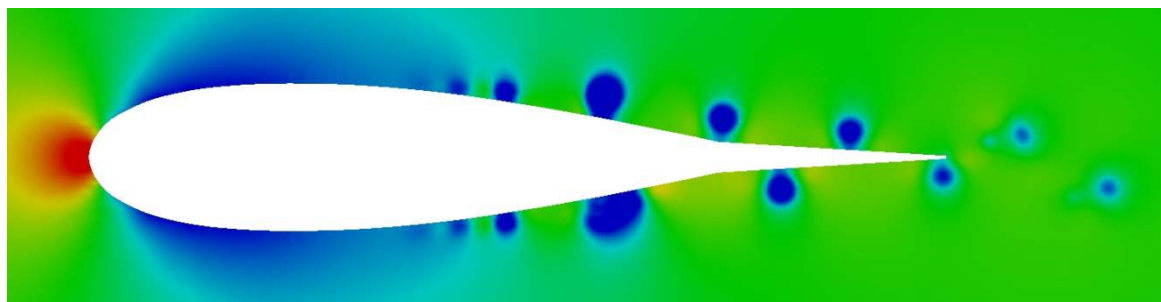


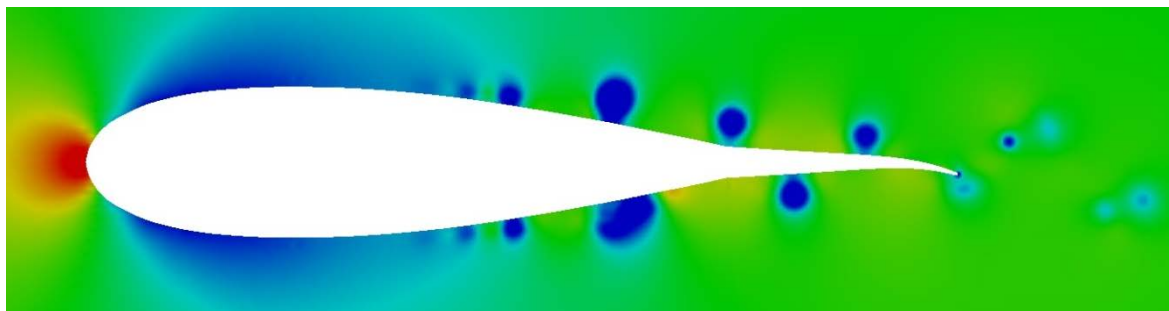
Рис. 5.6. Спектральна густина тиску в центральній точці поверхні в'язкопружного (1) і жорсткого (2) хвостовика крилового профілю:

а) – $E_b = 2 \cdot 10^5$ Па, б) – $E_b = 5 \cdot 10^4$ Па; $\nu_b = 0.4$, $\rho_b = 1000$ кг/м³.

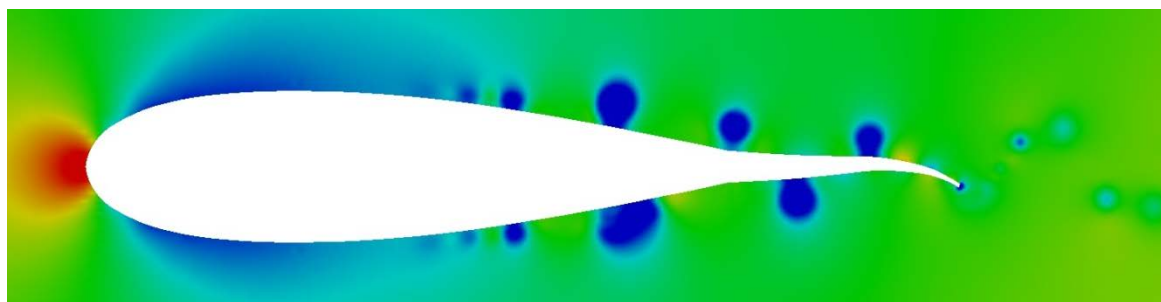
Максимальні значення деформацій в'язкопружного хвостовика фіксуються при проходженні компактних вихорів уздовж його кінцевій частині, як результат впливу локальних зон зниженого тиску, що утворюються в ядрах вихрових структур (Рис. 5.7). На Рис. 5.8 показана залежність від часу переміщення краю хвостової частини для двох значень модуля пружності матеріалу: $E_b = 2 \cdot 10^5$; $5 \cdot 10^4$ Па. Приведені залежності мають періодичний характер, який корелює з частотою зриву вихорів на криловому профілі, при цьому амплітуди коливань хвостовика майже пропорційно зменшуються при збільшенні модуля пружності матеріалу.



а)



б)



в)

Рис. 5.7. Поле тиску навколо крилового профілю для різних значень модуля пружності матеріалу хвостової частини:

а) – $E_b = \infty$, б) – $E_b = 2 \cdot 10^5$ Па, в) – $E_b = 5 \cdot 10^4$ Па; $\nu_b = 0.4$, $\rho_b = 1000$ кг/м³.

Деформівний хвостовик взаємодіє з вихровою структурою течії, частково руйнуючи її, що призводить до більш швидкого загасання інтенсивності вихрового сліду вниз за потоком. Із зменшенням величини модуля пружності гнучкість матеріалу збільшується і, відповідно, зростає величина деформацій краю хвостовика і підсилюється його вплив на власні вихрові структури і динаміку течії, що підтверджується кривими залежності від часу переміщення краю хвостовика (Рис. 5.8).

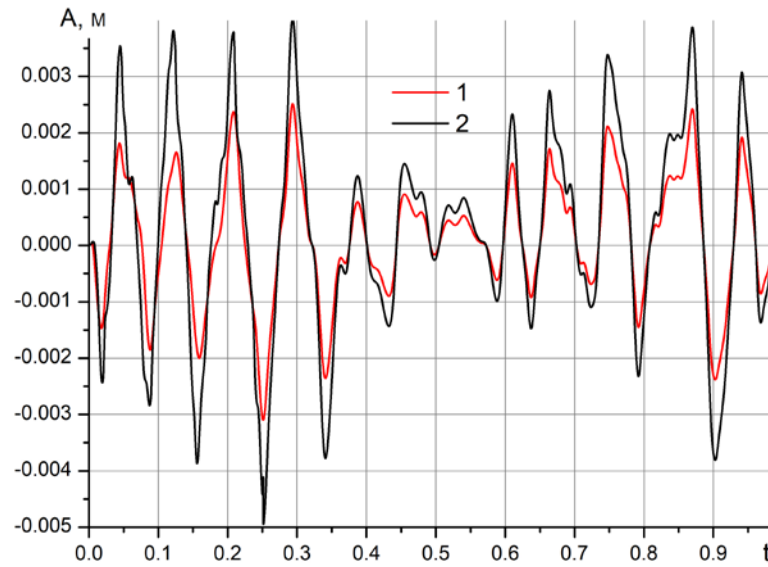


Рис. 5.8. Амплітуда коливань в'язкопружного хвостовика як функція часу:

1 – $E_b = 2 \cdot 10^5$ Па, 2 – $E_b = 5 \cdot 10^4$ Па; $\nu_b = 0.4$, $\rho_b = 1000$ кг/м³.

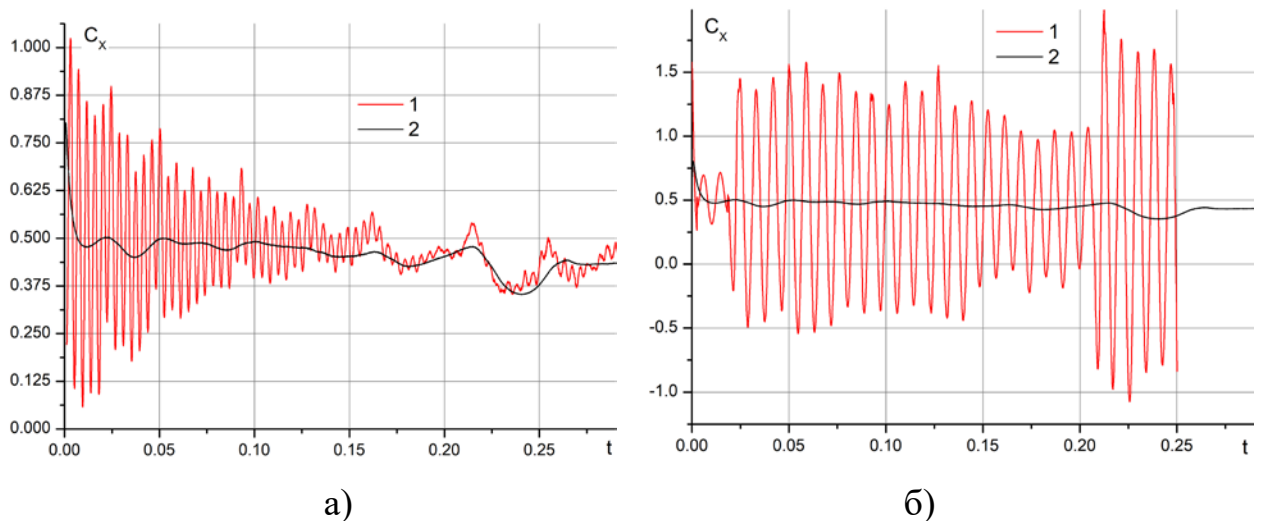


Рис. 5.9. Значення коефіцієнта повного опору крлового профіля з в'язкопружним (1) і жорстким (2) хвостовиком як функції часу:

а) – $E_b = 2 \cdot 10^5$ Па, б) – $E_b = 5 \cdot 10^4$ Па; $\nu_b = 0.4$, $\rho_b = 1000$ кг/м³.

Залежності інтегральної величини коефіцієнту опору від часу мають типовий осцилюючий характер, обумовлений процесами поширення зсувних пружних хвиль у в'язкопружному тілі (Рис. 5.9). Проте, із збільшенням модуля пружності матеріалу амплітуда осциляцій характеристик в'язкопружного тіла зменшуються і крива залежності від часу інтегрального коефіцієнту опору буде

прагнути до відповідної кривої, характерної для випадку обтікання профілю з абсолютно жорстким хвостовиком (Рис. 5.9, а). При відносно малих значеннях модуля пружності нестационарний характер залежності інтегрального коефіцієнту опору від часу визначається, головним чином, процесами розповсюдження пружних хвиль у в'язкопружному матеріалі (Рис. 5.9, б).

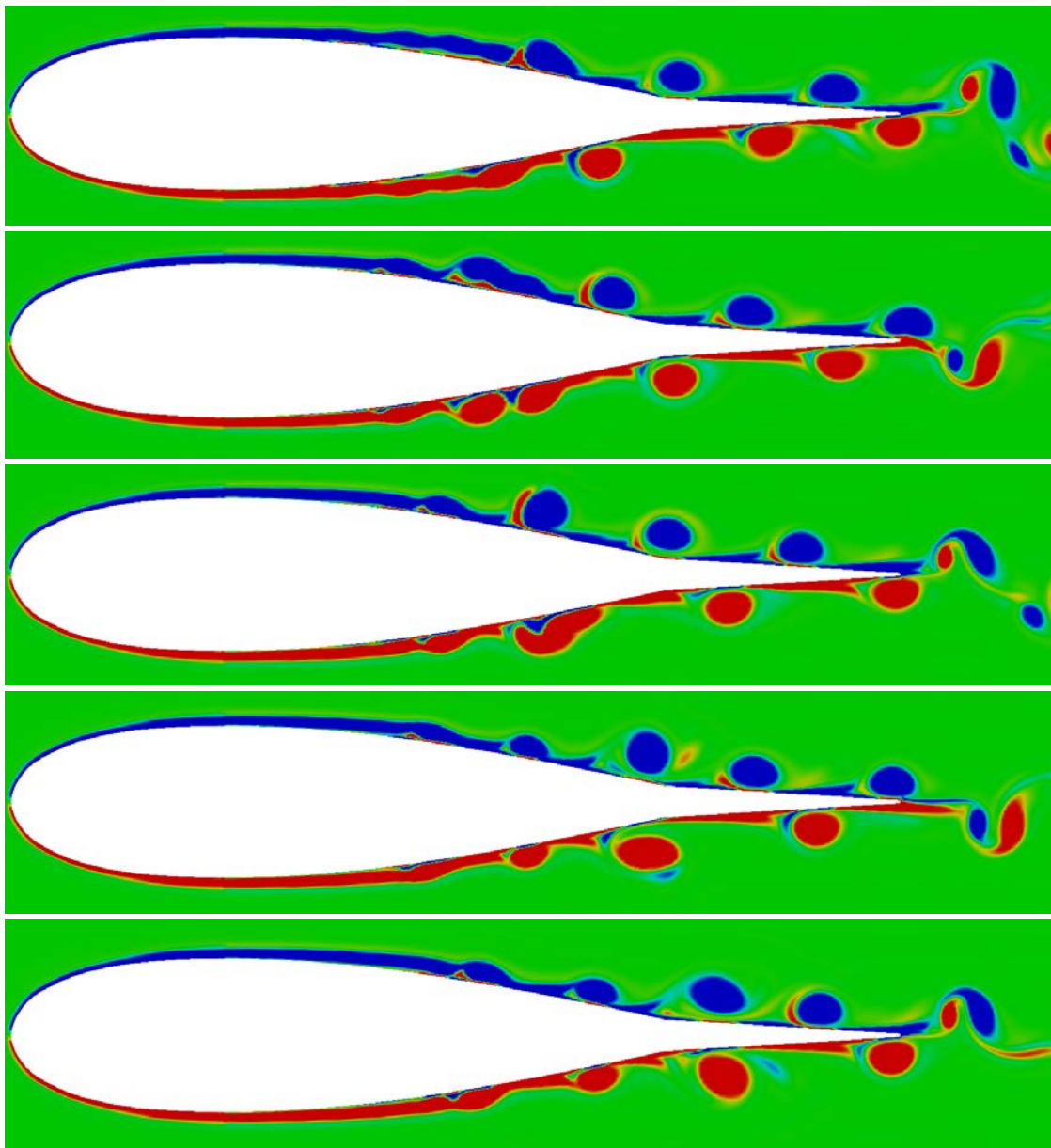


Рис. 5.10. Миттєва вихрова структура течії навколо крилового профілю з абсолютно жорстким хвостовиком у послідовні моменти часу:

$$U=0.5 \text{ м/с}, \rho=1000 \text{ кг/м}^3, \nu=10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$$

На Рис. 5.10-5.12 представлено миттєві картини поля завихреності для двох різних значень модуля пружності, які демонструють особливості пасивного деформування в'язкопружного хвостовика крилового профілю під дією збурень потоку, а також зворотній вплив цих деформацій на вихрову структуру течії.

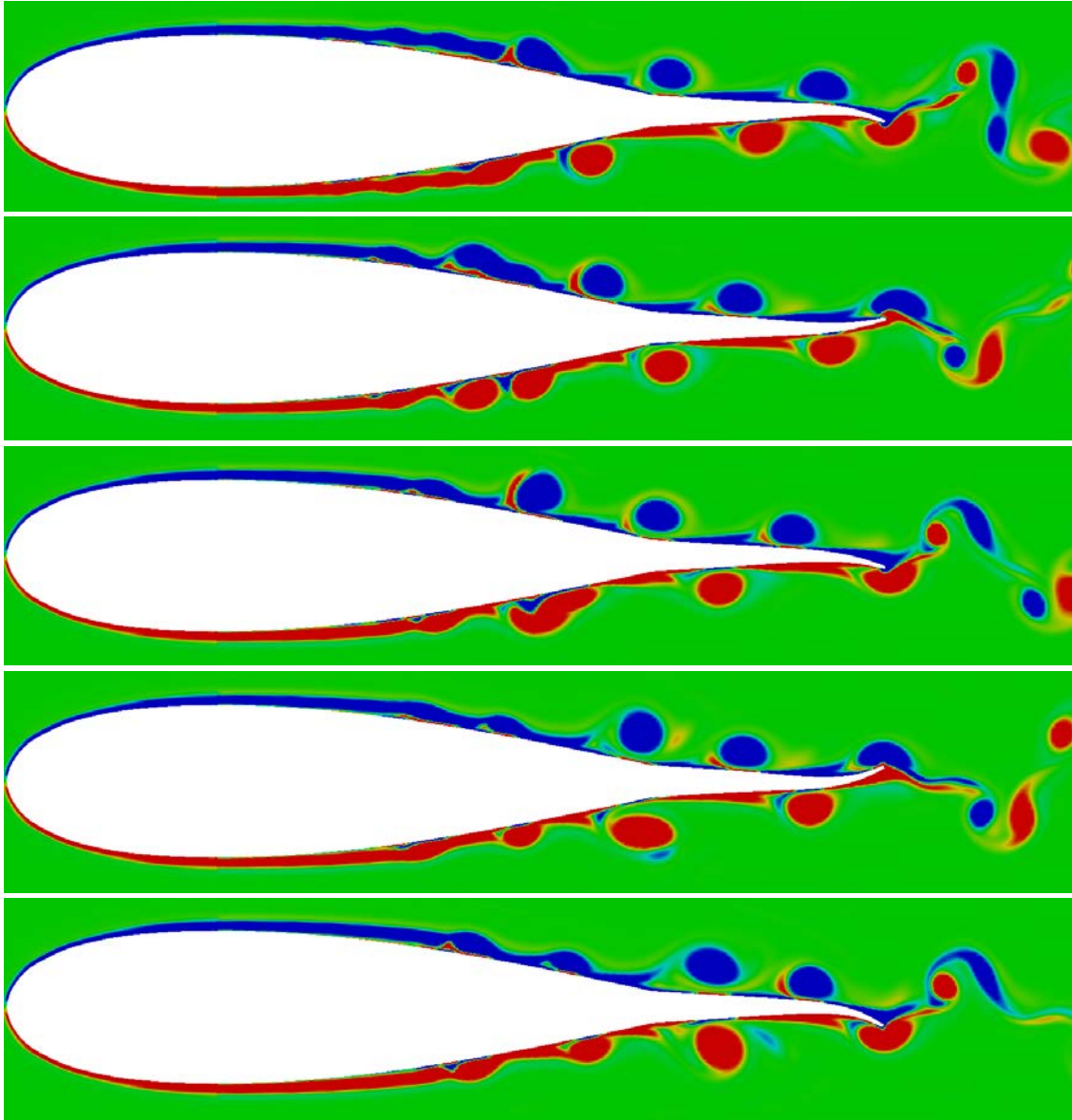


Рис. 5.11. Миттєва вихрова структура течії навколо крилового профілю з в'язкопружним хвостовиком у послідовні моменти часу:

$$U=0.5 \text{ м/с}, \rho=1000 \text{ кг/м}^3, \nu=10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}, E_b=2 \cdot 10^5 \text{ Па}, \nu_b=0.4, \rho_b=1000 \text{ кг/м}^3$$

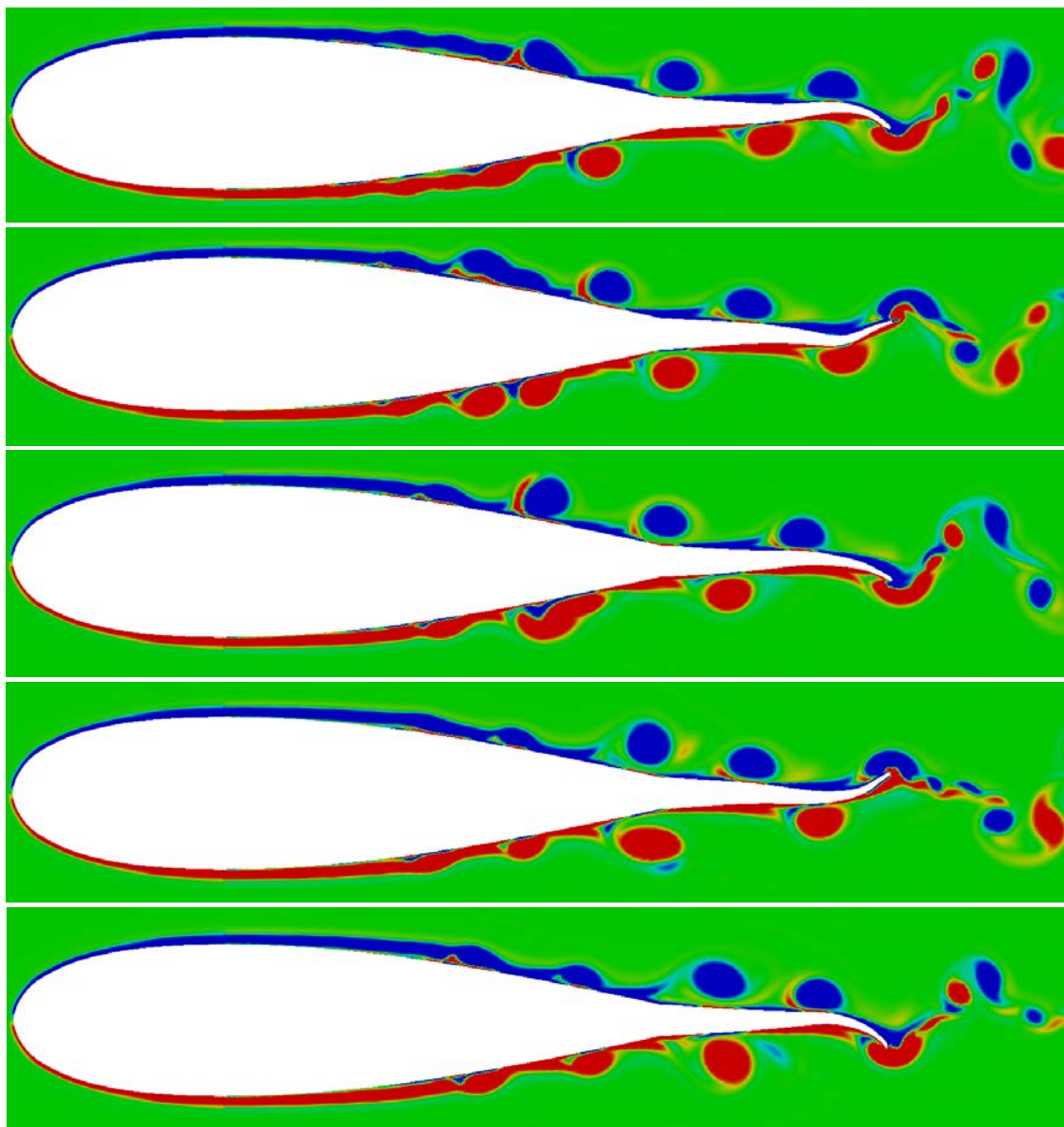


Рис. 5.12. Миттєва вихрова структура течії навколо крилового профілю з в'язкопружним хвостовиком у послідовні моменти часу:

$$U=0.5 \text{ м/с}, \rho=1000 \text{ кг/м}^3, \nu=10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}, E_b=5 \cdot 10^4 \text{ Па}, \nu_b=0.4, \rho_b=1000 \text{ кг/м}^3$$

Таким чином, отримані результати чисельного моделювання зв'язаної задачі взаємодії вихрових збурень потоку з пасивним в'язкопружним елементом обтічного крилового профілю показали, що характер взаємодії течії з деформівним тілом визначається співвідношенням частоти вихроутворення на криловому профілі до характерної частоти пружних процесів у деформівному

тілі, що залежать, головним чином, від швидкості розповсюдження зсувної хвилі та довжини в'язкопружного елемента.

5.4. Обтікання нерухомого крила з коливним в'язкопружним хвостовиком

Іншою не менш важливою задачею є обтікання нерухомого крилового профілю з деформівним хвостовиком, коли його основа приводиться в активний коливний рух локальним джерелом періодичних збурень. У цьому випадку на поведінку в'язкопружного матеріалу буде впливати три основні ефекти: вплив вимушених коливань, реакція матеріалу на еволюціонуючі вниз за потоком вихори і власні збурення в'язкопружного матеріалу, що генеруються, переважно, процесами розповсюдження зсувних хвиль всередині і на поверхні деформівного тіла.

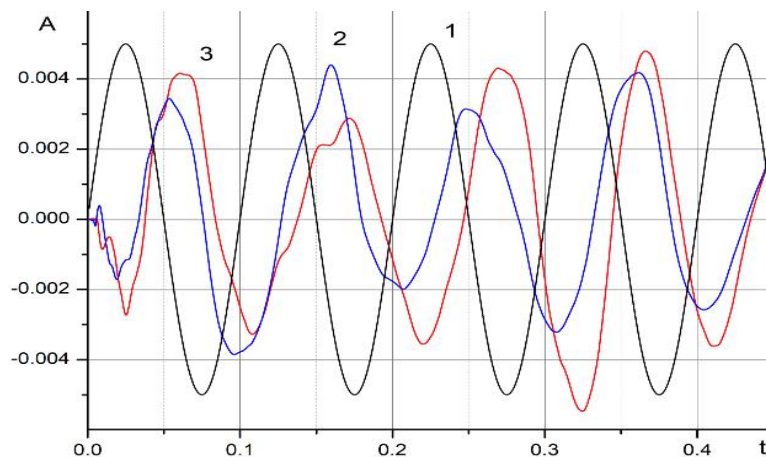


Рис. 5.13. Амплітуда коливань вільного краю в'язкопружного хвостовика

як функція часу при наявності активного джерела збурень:

$$\rho_b = 1000 \text{ кг/м}^3, \nu_b = 0.4, f_s = 10 \text{ Гц}; 1 - L_t = 0.04 \text{ м}, E_b = \infty;$$

$$2 - L_t = 0.04 \text{ м}, E_b = 2 \cdot 10^5 \text{ Па}; 3 - L_t = 0.032 \text{ м}, E_b = 2 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

Результати чисельного моделювання зв'язаної задачі обтікання крилового профілю з в'язкопружним хвостовиком, що приводиться в нестационарний рух вимушеними періодичними коливаннями джерелом збурень на його жорсткій

основі, показують, що характер нестационарної поведінки хвостовика в режимі його активного періодичного збудження залежить, головним чином, від швидкості поширення зсувної хвилі у в'язкопружному матеріалі, довжини хвостовика та частоти вимушених коливань і фактично визначається відношенням частот власних та вимушених коливань хвостовика: $f_e / f_s = C_\mu / L_t f_s$. Залежності від часу амплітуди коливань вільного краю в'язкопружного хвостовика для різних значень його довжини і модуля пружності матеріалу показують, що при виконанні умови: $f_e / f_s > 25$ зсув фаз між вимушеними та вільними коливаннями деформівного хвостовика наближається до $\pi/2$ (Рис. 5.13). Тобто режим нестационарного деформування в'язкопружного хвостовика, при якому його вільний край виконує коливання у протифазі до загального закону активного руху крилового профілю, що відповідає випадку генерації найбільш інтенсивної пропульсивної сили крила, визначається умовою проходження зсувною пружною хвилею щонайменше 25 довжин хвостовика за один період вимушених коливань профілю.

В'язкі властивості матеріалу деформівного елементу, що моделюються функцією релаксації у вигляді суми затухаючих експонент, також будуть відчутно впливати на процеси нестационарного деформування в'язкопружного матеріалу. Особливо суттєвий вплив в'язкості буде спостерігатися при великих частотах зовнішніх збурень – вимушених коливань профілю або динамічних впливів вихрової течії, коли буде відбуватися демпфування зовнішніх збурень, що супроводжується зменшенням амплітуди і зсувом фаз коливань в'язкопружного матеріалу [50]. Проте, у даній роботі величини динамічних модулів функції релаксації в'язкопружного матеріалу приймалися значно меншими відповідних пружних модулів, і тому можна сказати, що вплив в'язких властивостей матеріалу на особливості нестационарного деформування хвостовика практично не досліджувався.

Таким чином, найефективніша робота обтічного деформівного елементу можлива лише при певних обмеженнях на величину пружних характеристик і

довжину хвостовика в залежності від частоти вимушених коливань профілю: при малих частотах матеріал деформівного хвостовика може бути м'якшим, а його довжина більшою, тоді як при відносно великих частотах він має бути жорсткішим і коротшим, що спостерігається на кінограмах руху дельфінів.

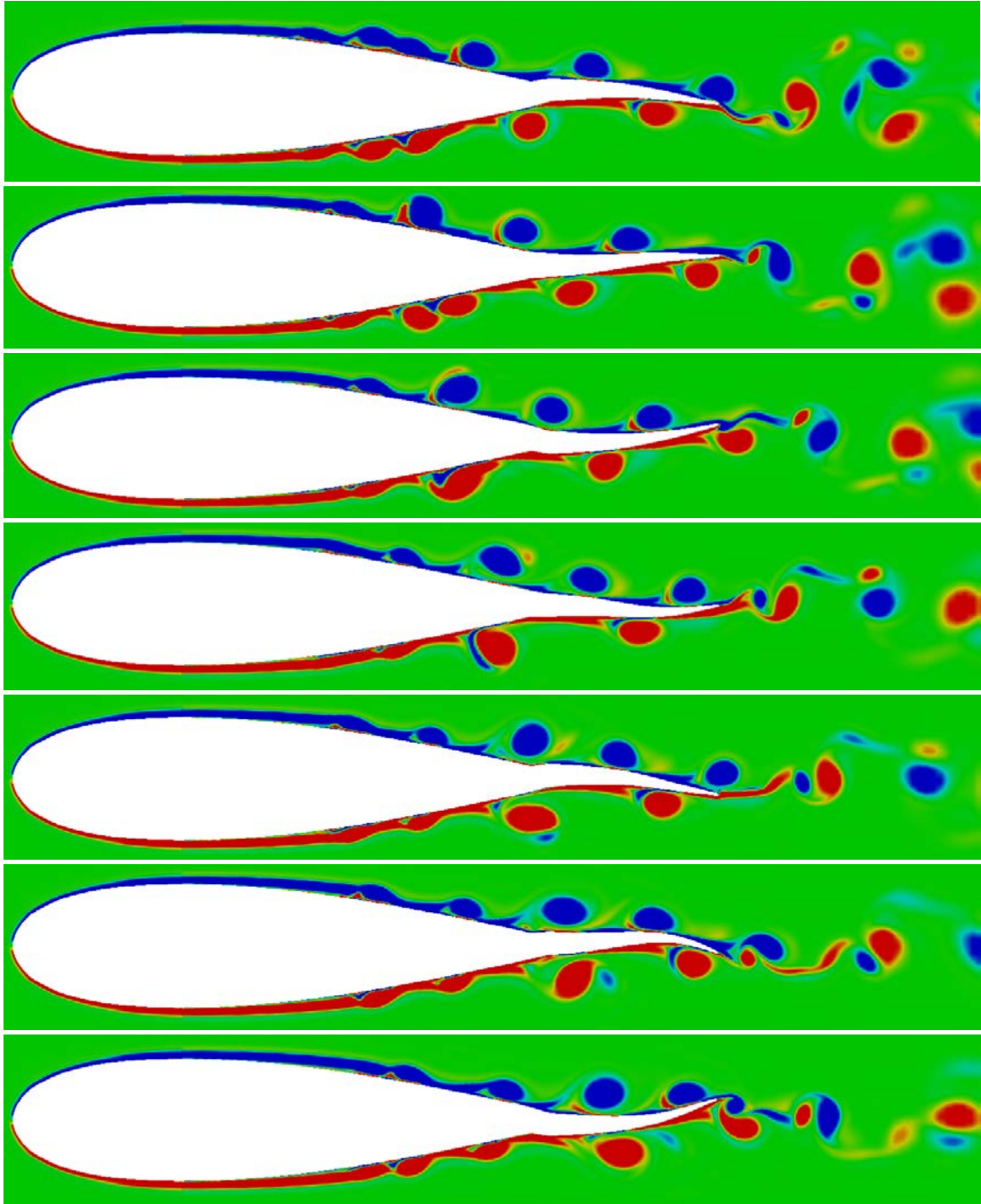


Рис. 5.14. Структура вихрової течії на криловому профілі з коливним в'язкопружним хвостовиком у моменти часу з екстремальними і нульовою амплітудами коливання: $U=0.5$ м/с, $E_b=2 \cdot 10^5$ Па, $f_s=10$ Гц, $L_t=0.03$ м.

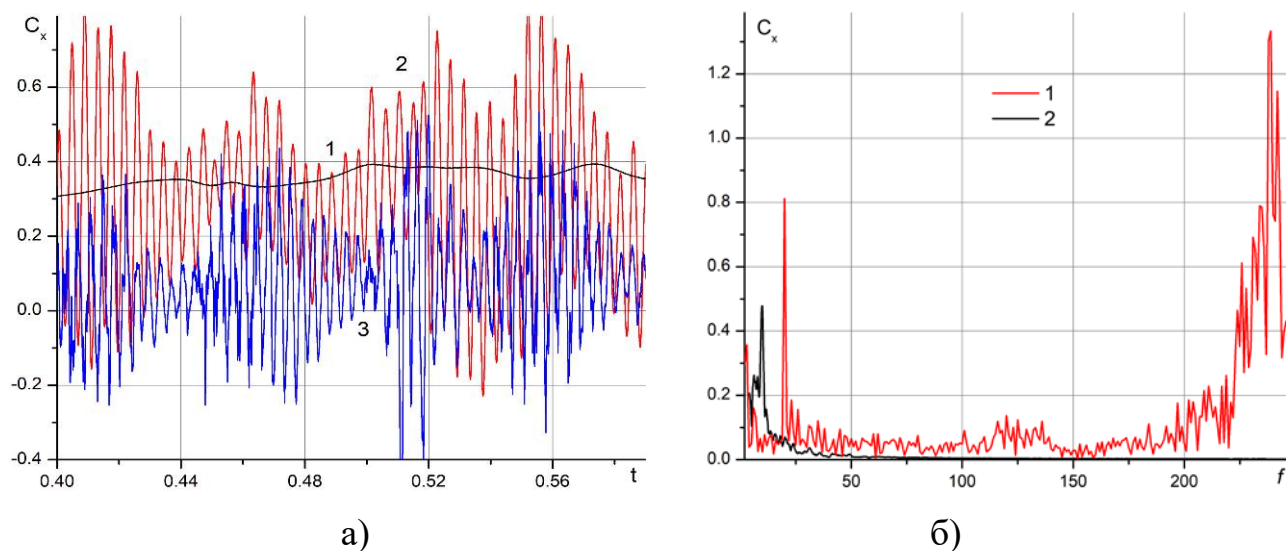


Рис. 5.15. Величина (а) і спектральна густина (б) коефіцієнта опору

крилового профілю з деформівним хвостовиком:

$$\rho_b = 1000 \text{ кг/м}^3, \nu_b = 0.4, f_s = 10 \text{ Гц}; 1 - L_t = 0.04 \text{ м}, E_b = \infty;$$

$$2 - L_t = 0.04 \text{ м}, E_b = 2 \cdot 10^5 \text{ Па}; 3 - L_t = 0.032 \text{ м}, E_b = 2 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

На Рис. 5.14 представлено картини вихрового руху рідини при обтіканні профілю з коливним в'язкопружним хвостовиком з вільним краєм в пікові фази вимушених коливань. Наведені картини демонструють складний процес взаємодії деформівного тіла з потоком рідини і пояснюють різницю між окремими піковими значеннями амплітуди коливань вільного краю хвостовика відповідно до кривих на Рис. 5.13. На відміну від випадку повністю пасивної хвостової частини, коли його край вступає в активну взаємодію з вихровими елементами течії і певною мірою впливає на їх структуру, в даному випадку встановлюється узгоджений нестационарний рух систем вихорів і згинальних коливань в'язкопружного тіла таким чином, що вихрові структури тільки змінюють траєкторію свого руху і дещо деформуються, але при цьому істотно не спотворюються.

Залежність від часу інтегрального значення опору крила має осцилюючий характер внаслідок одночасного впливу трьох основних нестационарних факторів: вимушених коливань хвостової частини, реакції в'язкопружного

матеріалу на дрейфуючі вниз за потоком вихрові структури і зсувних хвиль, що поширюються в в'язкопружному тілі. Середнє значення інтегрального опору крила з в'язкопружним хвостовиком виявляється майже на 20% нижче, ніж на повністю жорсткому крилі (Рис. 5.15, а). Спектральна густина коефіцієнта опору крила з деформівним елементом має найбільший пік на частоті власних коливань в'язкопружного тіла: $f_{ve} = \sqrt{\mu_b / \rho_b} / L_t$ і дещо менші за амплітудою піки на подвоєній частоті вимушених коливань хвостовика, а також локальний частоті розвитку власних вихрових збурень у рідині (Рис. 5.15, б).

5.5. Висновки до розділу 5

В якості тестової задачі для перевірки працездатності розробленого чисельного моделювання зв'язаних задач механіки рідини і в'язкопружного тіла розглянуто двовимірну задачу поперечного обтікання потоком в'язкої нестисливої рідини пружної балки, жорстко закріпленої на одному кінці і вільної на другому. У структурі залежностей від часу інтегрального тиску на поверхні балки чітко проглядаються накладені високочастотні осциляції власних коливань балки, які з часом згасають і встановлюється певне практично незмінне значення. За відомими інтегральними значеннями тиску на поверхні балки, які відповідають результуючій силі, що діє на обтічне тіло з боку рідини, може бути обчислено максимальний прогин балки на основі простої формули опору матеріалів: $Y_{\max} = P_{\text{int}} L^4 / 8E_b J$. Результати чисельних розрахунків добре узгоджуються з теоретичними формулами курсу опору матеріалів, а також даними експериментів по дослідженню форми прогину пружної балки при її обтіканні потоком рідини.

Розглянуто задачу обтікання крилового профіля NACA0021 із жорстко приєднаним в'язкопружним хвостовим елементом, який може пасивно деформуватися під дією збурень потоку і чинити зворотній вплив на потік. В результаті нестационарної взаємодії в'язкопружного хвостовика з ланцюгами

дискретних вихрових елементів встановлюється коливний рух хвостовика з характерною частотою вихроутворення. Зворотній вплив деформівного хвостовика на вихрову структуру течії зростає із зменшенням величини модуля пружності матеріалу і проявляється у її частковому руйнуванні як результат локальної взаємодії вільного краю хвостовика з окремими вихровими елементами, що сукупно призводить до трансформації всієї супутньої течії і більш швидкого загасання інтенсивності вихрового сліду вниз за потоком. Із зменшенням модуля пружності хвостовика залежність динамічних характеристик профілю від часу визначається процесами поширення пружних хвиль у матеріалі, а саме відношенням швидкості поширення зсувної хвилі у в'язкопружному матеріалі $C_\mu = \sqrt{\mu_b / \rho_b}$ до довжини деформівного хвостовика.

Результати чисельного моделювання зв'язаної задачі обтікання крилового профілю з в'язкопружним хвостовиком в режимі його активного періодичного збудження показують, що характер нестационарної поведінки залежить, головним чином, від швидкості поширення зсувної хвилі у в'язкопружному матеріалі, довжини хвостовика та частоти вимушених коливань і фактично визначається відношенням частот власних та вимушених коливань хвостовика: $f_e / f_s = C_\mu / L_t f_s$. Залежності від часу амплітуди коливань вільного краю в'язкопружного хвостовика для різних значень його довжини і модуля пружності матеріалу показують, що при виконанні умови: $f_e / f_s > 25$ зсув фаз між вимушеними та вільними коливаннями деформівного хвостовика наближається до $\pi/2$. Середнє значення інтегрального опору крила з в'язкопружним хвостовиком виявляється майже на 20 % нижчим, ніж на ідеально жорсткому крилі, а при умові узгодження параметрів хвостовика з частотою вимушених коливань за наведеною формулою починає функціонувати в режимі генерації пропульсивної сили.

Основні положення цього розділу викладені у публікаціях автора [26, 27, 51, 299, 301, 327].

РОЗДІЛ 6

НЕСТАЦІОНАРНІ ТЕЧІЇ НЕПЕРЕРВНО СТРАТИФІКОВАНОЇ РІДИНИ

Задачі обтікання перешкод активно вивчаються понад сто років в силу фундаментальності змісту і важливості практичних застосувань. Внаслідок складності картина обтікання, що залежить від форми, розмірів, швидкості руху і кута атаки тіла, якості його поверхні, стану набігаючого потоку, зазвичай досліджувалася наближеними методами, серед яких найбільшого поширення набули теорії примежового шару і турбулентності [69, 108], що дозволили розв'язати ряд практично важливих задач. Проте, отримані результати, як правило, носять частинний характер, що ускладнює їх екстраполяцію на нові умови і параметри течій [19, 188].

На додаток до традиційних досліджень примежового шару і сліду за тілом в останні роки вивчається вплив ефектів стратифікації та дифузії, які в тій чи іншій мірі завжди є присутніми в навколишньому середовищі і промислових установках. Тому дослідження течій неперервно стратифікованої рідини не втрачають своєї актуальності і представляють собою суттєву фундаментальну та практичну цінність. У даній дисертаційній роботі на основі розробленого алгоритму чисельного моделювання течій неперервно стратифікованої рідини досліджується структура і динаміка стратифікованих течій навколо перешкод різної форми в широкому діапазоні чисел Рейнольдса і Фруда, починаючи з надповільних течій, індукованих дифузією на нерухомій непроникній перешкоді, й аж до нестационарного вихрового режиму течії, що відповідає перехідним числам Рейнольдса.

6.1. Моделювання стратифікованих течій

В природніх умовах густина навколишнього середовища, як правило, не є постійною внаслідок неоднорідності розподілів концентрації розчинених речовин, зважених часток, газових бульбашок, температури, стисливості середовища, дії зовнішніх нестационарних факторів тощо. Під дією сил плавучості різногустинні рідкі частинки переміщуються по вертикалі і формують стійку стратифікацію, яка характеризується певними значеннями масштабу, частоти і періоду плавучості. Величина періоду плавучості стратифікованої рідини може варіюватися в діапазоні від декількох секунд в лабораторних умовах і до десяти хвилин в атмосфері і гідросфері Землі. Хоча варіації густини, зазвичай, невеликі, але вони можуть якісно змінювати характер течій рідини, структури вихорів, розподілу сил і моментів, і з ними пов'язані ряд ефектів, відсутніх в однорідній рідині, зокрема, існування специфічних видів хвиль і тонкої структури середовища [21, 99, 147].

Дослідження течій рідин з урахуванням ефектів стратифікації і дифузії розчинених речовин як невід'ємних властивостей навколишніх середовищ представляє собою великий фундаментальний і практичний інтерес. В реальних природніх умовах тонкоструктурні нестационарні процеси виникнення й розвитку турбулентності – актуальної й досі невирішеної фундаментальної проблеми, знаходяться під постійним впливом неперервно мінливих зовнішніх динамічних факторів і внутрішніх властивостей середовища, що обґрунтовує необхідність проведення комплексних фундаментальних досліджень структури і динаміки течій з урахуванням неоднорідності середовища і впливу зовнішніх сил. З практичної точки зору наявність малих варіацій густини у стратифікованих рідинах дозволяє візуалізовувати тонку структуру течій навколо перешкод за допомогою тіньових приладів, які реєструють варіації освітленості, лінійно пропорційні горизонтальній компоненті градієнту густини для водного розчину кухонної солі, що зазвичай використовується для створення стійкої неперервної стратифікації. В свою чергу, дані лабораторної

візуалізації течій можуть слугувати в якості додаткового критерія контролю точності обчислень для тестування, розробки й удосконалення методик чисельного моделювання шляхом якісного та кількісного порівняння розрахункових і експериментальних результатів.

У стратифікованому середовищі як термодинамічно нерівноважній системі можуть існувати течії навіть у початково нерухомій рідині без внесення будь-яких зовнішніх механічних впливів внаслідок переривання дифузійного потоку стратифікуючої компоненти на нерухомій непроникній перешкоді. Течії, індуковані дифузією на перешкодах, являють собою, як правило, систему струй вздовж сторін перешкоди і багатошарових циркуляційних комірок, інтенсивність руху рідини в яких визначається геометричними параметрами перешкоди, а також величиною стратифікації і дифузійними властивостями середовища [147, 317, 320, 322, 325, 326].

З початком руху пластини структура течії принципово змінюється: з'являються випереджаючі збурення, приєднані внутрішні хвилі і супутній слід, а також тонкоструктурних елементи – лігаменти, що виникають в областях інтенсивної взаємодії окремих структурних компонент між собою, із зовнішнім потоком і обмежуючими поверхнями [147, 151, 156, 158, 160–162]. Природні внутрішні хвилі утворюються в атмосфері і океані під дією періодичних факторів і при обтіканні стратифікованим потоком нерівностей рельєфу [21]. Внутрішні хвилі, розмах яких в океані досягає сотні метрів, грають важливу роль у динаміці стратифікованого океану, вони забезпечують перенесення енергії, імпульсу і речовини. В атмосфері внутрішні хвилі є провісниками сильних гроз, штормів, ураганів [93, 101, 147], їх руйнування призводить до появи ділянок інтенсивного турбулентного руху, що впливає на безпеку польотів в гірській місцевості —, так звана, турбулентність ясного неба [58].

Математичні методи дослідження процесів обтікання тіл з урахуванням ефектів стратифікації і дифузії ґрунтуються на припущенні про змінність густини рідини у вихідній системі рівнянь, що дозволяє розраховувати в єдиній постановці динаміку і структуру ряду течій в широкому діапазоні швидкостей [106]. Аналіз стратифікованих течій рідини базується на фундаментальній системі рівнянь механіки неоднорідних рідин (2.1), що у повному вигляді наводиться у розділі 2, у якому розглянуто математичні моделі для досліджуваних фізичних процесів та їх чисельна реалізація. Для оцінки властивостей повного розв'язку система (2.1) аналізується з урахуванням умови сумісності, що визначає ранг повної системи (наприклад, порядок найвищої похідної при можливості зведення системи до рівняння однієї змінної), порядок її лінеаризованої версії і ступінь відповідного характеристичного (дисперсійного) рівняння [106].

Теоретичний аналіз стратифікованих течій при малих швидкостях руху перешкоди проводиться, зазвичай, методами теорії сингулярних збурень з чисельної візуалізацією отриманого точного розв'язку [101]. Повний асимптотичний розв'язок лінеаризованої задачі обтікання полоси містить два типи функцій – регулярно збурені, що описують слабо затухаючі внутрішні хвилі, і сингулярно збурені, що характеризують високоградієнтні прошарки в околиці і на великих відстанях від перешкоди. Аналіз фундаментальної системи рівнянь в слабо нелінійному наближенні показав, що всі компоненти течій, як крупно-, так і дрібномасштабні, безпосередньо взаємодіють між собою [106]. Необхідність одночасного розрахунку внутрішніх хвиль і спостережуваних у дослідях тонких поперечних смужчатих структур [14, 320, 322] пред'являє високі вимоги до математичних моделей, що описують течії з урахуванням ефектів нелінійності.

Розвиток комп'ютерних систем та програмування переводить математичне моделювання течій на новий рівень, який можна порівняти за низкою критеріїв з лабораторним експериментом і спостереженнями у природних умовах. У

переважній кількості робіт розрахунків течій проводиться в наближенні однорідної рідини [188, 216], у тому числі з урахуванням стисливості (баротропного середовища) [75, 131]. У той же час науковий і практичний інтерес представляє пошук розв'язків задач у повній постановці з урахуванням ефектів бароклинності, нелінійності і дифузії в широкому діапазоні параметрів [108].

У роботах [320–327] вперше наведено результати високопродуктивних розрахунків течій, що виникають при рівномірному русі пластини, встановленої під кутом атаки, як у стратифікованій, так і однорідній в'язких нестисливих рідинах. Розроблена методика дозволяє в єдиній постановці проводити розрахунки в широкому діапазоні розмірів і швидкостей пластини. З урахуванням результатів масштабного аналізу системи рівнянь [106] досліджується нестационарний вихровий (перехідний) режим в розвиток раніше виконаних розрахунків стратифікованих течій навколо нерухомої [320, 322] і рівномірно рухомої горизонтальної пластини в лінійному наближенні [101].

Фундаментальна система рівнянь механіки неоднорідних рідин (2.1) є досить складною для розв'язання не тільки в рамках аналітичних підходів, але й навіть із використанням чисельних методів, оскільки враховує вплив властивостей середовища і градієнтів термодинамічних потенціалів на структуру та динаміку течій. Тому, як правило, фундаментальна система рівнянь суттєво спрощується з припущенням слабкої стисливості рідини, малості варіацій густини відносно її повного значення, великої теплоємності рідини і порівняно невеликих швидкостей руху (обтікання) перешкоди, що дозволяє редукувати фундаментальну модель до системи рівнянь виду (2.3) з відповідними граничними і початковими умовами (2.8) без істотних втрат її інваріантних властивостей [11].

Важливо зауважити, що система (2.3) передбачає розділення повної величини солоності (стратифікуючого компонента) на осереднену складову, що характеризує фонову стратифікацію і залежить лише від вертикальної

координати, і збурення солоності, що є функцією всіх координат і часу: $S = S_0(z) + s(x, y, z, t)$. Таке припущення полегшує проведення чисельного моделювання стратифікованих течій, але, при цьому, накладає певні обмеження на допустимі діапазони досліджуваних параметрів, оскільки фіксує фонову стратифікацію і не враховує впливу на неї структури течії. Кінетичні коефіцієнти, що характеризують дисипативні властивості середовища, в розглядуваних задачах покладено постійними. У випадку, коли варіації густини в течіях є малими і не впливають на їх інерційні властивості, система рівнянь (2.3) забезпечує рівномірну збіжність до наближення однорідної рідини при $N \rightarrow 0$.

Чисельні розрахунки задач обтікання тіл на основі системи (2.3) зазвичай проводилися у два етапи. Спочатку в нерухоме стратифіковане середовище без внесення додаткового механічного збурювання поміщується непроникна перешкода, на границях якої ставляться фізично обґрунтовані початкові і граничні умови (2.8) – прилипання, непротікання на твердих стінках, загасання всіх збурень із віддаленням від тіла. На поверхні перешкоди, що перериває молекулярний перенос стратифікуючого компонента (солоності), утворюється компенсаційна течія, індукована дифузією [46, 146–148, 317, 322, 325, 328], дослідженню структури і динаміки якої присвячено першу частину розділу 7. Далі при розгляді задач обтікання (руху) перешкод просторові розподіли характеристик цієї течії приймаються в якості початкових умов:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}|_{t \leq 0} = \mathbf{v}_1(x, z), \quad s|_{t \leq 0} = s_1(x, z), \quad P|_{t \leq 0} = P_1(x, z), \quad v_x|_{\Gamma} = v_z|_{\Gamma} = 0, \\ \left[\frac{\partial s}{\partial \mathbf{n}} \right]_{\Gamma} = \frac{1}{\Lambda} \frac{\partial z}{\partial \mathbf{n}}, \quad v_x|_{x, z \rightarrow \infty} = U, \quad v_z|_{x, z \rightarrow \infty} = 0, \end{aligned} \quad (6.1)$$

Тобто вирази (6.1) відрізняються від умов (2.8) лише наявністю нетривіальних початкових розподілів фізичних змінних, що описують, відповідно, усталені поля швидкості, збурення солоності та тиску в течії, індукованій дифузією на нерухомій перешкоді вибраної форми.

6.2. Тіньова лабораторна візуалізація

Експерименти по візуалізації течій навколо рухомих тіл виконувалися на стенді «Лабораторний пересувний басейн (ЛПБ)», що входить у комплекс Унікальних установок ІПМех РАН для моделювання гідродинамічних процесів у навколишньому середовищі і їх впливу на підводні технічні об'єкти, а також розповсюдження домішок в океані і атмосфері (ГФК ІПМех РАН) [161, 162], призначеному для вивчення узгодженими оптичними, акустичними і контактними методами динаміки і тонкої структури двовимірних і тривимірних струменів, супутніх течій, вихорів і внутрішніх хвиль у стратифікованих і однорідних рідинах. Стенд ЛПБ, фотографія якого приведена на Рис. 6.1, включає: прозорий басейн розмірами $2.20 \times 0.40 \times 0.60$ м, в бічні стінки якого вмонтовані три пари ілюмінаторів з оптичного скла, систему створення і контролю стратифікації, два приводи буксування моделей, каретку для установки і переміщення датчиків, систему гідролокації, хвилепродуктори поверхневих і внутрішніх хвиль, дзеркальний тіньовий прилад з менісками Д.Д. Максудова типу ІАБ-458, блок керування і збору експериментальних даних.

В якості робочого середовища використовувалася вода і стратифікований водний розчин кухонної солі. Басейн заповнювався неперервно стратифікованою рідиною знизу методом безперервного витіснення. Картина течії спостерігалася за допомогою тіньового приладу ІАБ-458 з полем зору діаметром 23 см і просторовою роздільною здатністю не гірше 0.05 мм. Освітлювальна діафрагма – вертикальна щілина висотою 10 мм і шириною 0.2 мм, приймач – плоский вертикальний ніж Фуко або нитка Максудова [246]. Робочий резервуар 14 заповнювався лінійно стратифікованою рідиною через нижній клапан 15, використовуючи процедуру з двома відрами, підтримувану посудинами 13, з'єднаними трубками з окремими регулюючими кранами. Гідравлічна та оптичні схеми стенду показані на Рис. 6.2.

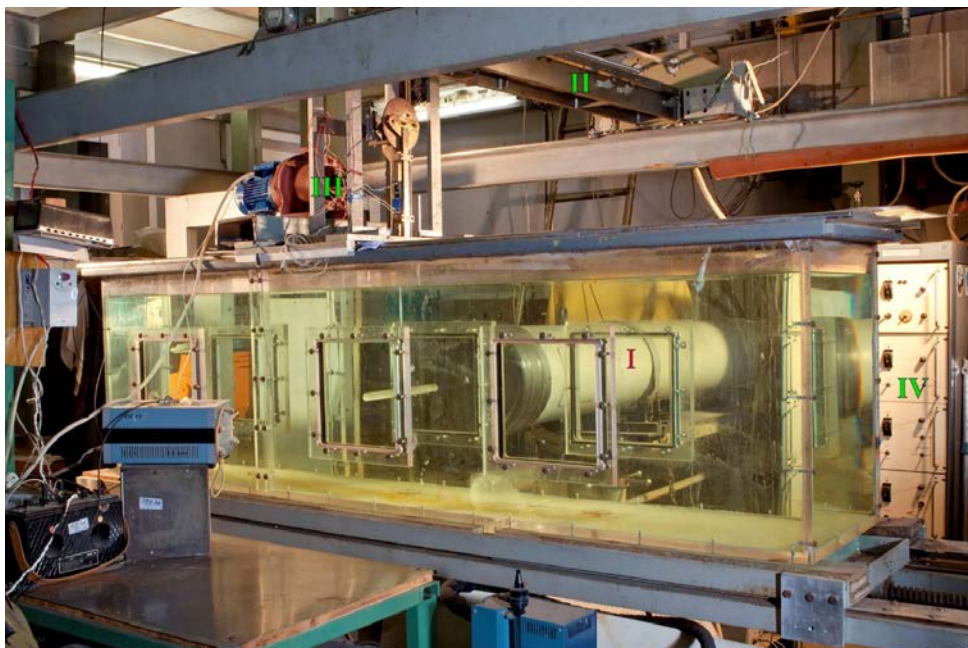


Рис. 6.1. Стенд ЛПБ з тіньовим приладом ІАБ-458:
приймальна частина I, каретка II, привід III хвилепродуктора –
зануреної перешкоди, блок керування IV.

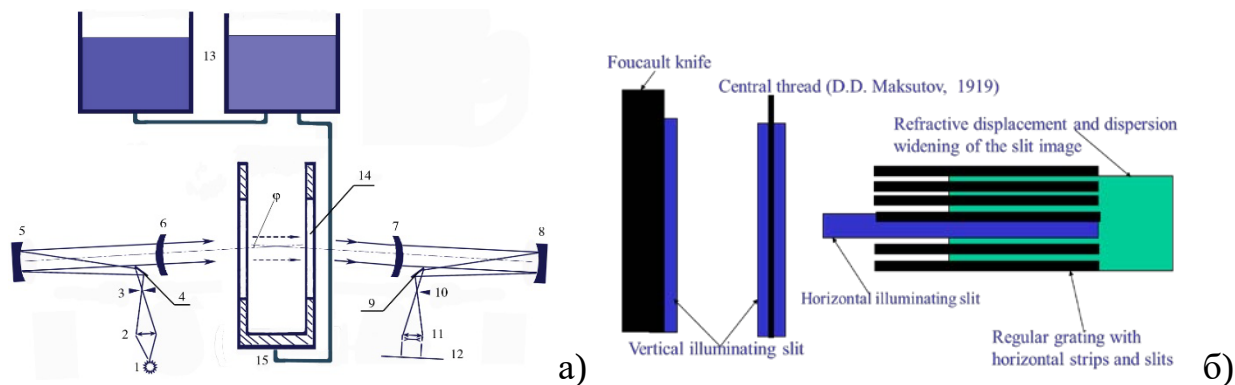


Рис. 6.2. Схема стенда ЛПБ: а) – оптична і гідравлічна частини,
б) – джерело світла і діафрами.

В якості робочої моделі використовувалася прямокутна пластина з гострими краями з нержавіючої сталі висотою 2.5 см, шириною 39.5 см і довжиною (товщиною) 2.0 мм, яка підвішувалася на прозорих ножах до каретки і переміщувалася по напрямних, встановлених над басейном. Горизонтальність положення країв пластини і траєкторії її руху ретельно контролювалися під

час заповнення басейну по відношенню до вільної поверхні. Пластина переміщувалася в центрі поля зору уздовж поздовжньої осі басейну зі швидкістю $0.01 < U < 5.0$ см/с в діапазоні істотного впливу ефектів плавучості. Перед кожним дослідом після заповнення басейну і розпаду всіх дрібних неоднорідностей оптичним методом визначалася загальна однорідність картини стратифікації, а за допомогою маркера і датчика електропровідності реєструвався період плавучості з похибкою не гірше 5 %. В якості протяжного вертикального маркера використовувався слід за вертикально спливаючою дрібною газовою бульбашкою ($Re < 200$) або вільно зануреним кристалом солі або цукру, який спостерігається тіньовим методом більше 200 с. У ряді дослідів по деформації маркера вимірювалося вертикальний розподіл горизонтальної компоненти швидкості [200].

У дослідях, результати яких наводяться у даній роботі, використовувалася вертикальна щілинна освітлювальна діафрагма розміром 10×0.2 мм і плоский вертикальний ніж Фуко. Зміни освітленості пропорційні варіаціям горизонтальної компоненти градієнту коефіцієнта заломлення. Коефіцієнт заломлення, солоність і густина пов'язані лінійними співвідношеннями для водного розчину кухонної солі, який використовувався для створення стратифікації. Кольорове забарвлення зумовлене вираженою дисперсією світла в такому середовищі.

Важливо зауважити, що автор даної дисертаційної роботи приймав особисту участь у проведенні лабораторних досліджень стратифікованих течій під час проходження стажування в Інституті проблем механіки РАН у 2008-2012 роках. Величини параметрів та умови чисельного і лабораторного досліджень було узгоджено між собою, що дозволило провести взаємодоповнююче комплексне вивчення структури й динаміки стратифікованих течій на перешкодах вибраної форми з можливістю додаткового контролю адекватності розробленої чисельної моделі шляхом якісного та кількісного порівняння розрахованих і тіньових картин течій.

6.3. Класифікація за типами рідин, структурних елементів і режимів стратифікованих течій

Система (2.3) з граничними умовами (2.8) і (6.1) характеризуються великим числом параметрів, що мають розмірність довжини і розмірних коефіцієнтів, яким для збереження методичної єдності опису можна поставити у відповідність власні лінійні масштаби. У загальному випадку задача також характеризується двома власними часовими масштабами – періодом плавучості T_b , власним часом руху перешкоди, яке прямує до нескінченності при необмеженому вимірі швидкості $\tau = L/U_0$. Також задача характеризується кількома власними значеннями швидкості – руху (обтікання) перешкоди U_0 і течії, індукованої дифузією $U_N^v = \sqrt{vN}$ (і аналогічними і ще більш дрібними при заміні коефіцієнта кінематичної в'язкості на коефіцієнт дифузії стратифікуючої домішки κ_s).

Всі лінійні масштаби можуть бути розбиті на дві групи. Масштаби початкових умов (стратифікації Λ і геометрії задачі – довжина L і висота перешкоди h), довжина приєднаної внутрішньої хвилі $\lambda_{iw} = U_0 T_b$. В якості специфічного слід зазначити в'язкий хвильовий масштаб задачі $L_v = \sqrt[3]{gv}/N = \sqrt[3]{\Lambda (\delta_N^v)^2}$, що визначає модальність хвильового поля періодичного джерела і відносну компактність полоси (чи створює вона роздільну систему хвиль, пов'язаних з передньої і задньої крайками, або єдину).

Група універсальних мікромасштабів визначаються властивостями середовища – дисипативними факторами: кінематичної в'язкості і дифузією та частотою плавучості. Універсальні мікромасштаби – аналоги масштабу Стокса на осцилюючій поверхні $\delta_N^\omega = \sqrt{\omega/N}$ мають вигляд $\delta_N^v = \sqrt{v/N}$ і $\delta_N^{\kappa_s} = \sqrt{\kappa_s/N}$, відповідно. Інша група динамічних мікромасштабів розміром $\delta_U^v = v/U_0$ і $\delta_U^{\kappa_s} = \kappa_s/U_0$ задається дисипативними факторами і швидкістю перешкоди (масштаби Прандтля і Пекле).

Різноманітність просторово-часових масштабів задачі відображає внутрішню складність структури течій з ієрархією окремих компонент, існування великої кількості режимів і залежність їх властивостей від факторів інерційної, гравітаційної, дисипативної природи.

Існування параметрів задачі, що помітно відрізняються, пред'являє високі вимоги до техніки експерименту та програмами чисельного моделювання. Розміри області спостереження (розрахункової області) і тривалість реєстрації течій повинні бути досить великими і дозволяти візуалізувати найбільш крупномасштабні компоненти, простежувати мінливість їх властивостей як в часі, так і в просторі. Роздільна здатність інструментів лабораторного та програм чисельного моделювання повинні бути досить високими і дозволяти виділяти всі найбільш тонкоструктурні компоненти течій.

Внаслідок нелінійності рівнянь системи (2.3) усі компоненти течій як крупно-, так і дрібномасштабні, взаємодіють між собою і породжують нові структурні елементи з власними просторово-часовими масштабами, час формування яких може бути досить великим. У зв'язку з цим окремого вивчення потребує питання існування стаціонарного стану течії і часу, необхідного для його досягнення.

Відношення власних масштабів задачі задають характерні безрозмірні комбінації, які включають як традиційні для гідродинаміки числа Рейнольдса $Re_U = U_0 L / \nu = L / \delta_U^\nu \gg 1$, внутрішнього Фруда $Fr = U_0 / NL$, Пекле $Pe_s = U_0 L / \kappa_s = L / \delta_U^{\kappa_s} \gg 1$, коефіцієнт гостроти $\xi_p = L / h$ або заповненість форми $\xi_s = S_p / Lh$, де S_p – площа поперечного перерізу перешкоди, так і ряд нових, вплив яких раніше не досліджувався. Причому внутрішнє число Фруда може бути визначено традиційно $Fr = U_0 / NL$, енергетично, як зворотне число

Річардсона $Ri = \frac{N^2}{(\partial U / \partial z)^2} \sim \frac{N^2 L^2}{U_0^2} = Fr^{-2}$ і як відношення характерних часів задачі

$$T_{nd} = \frac{T_b}{\tau} = \frac{U_0 T_b}{L} = \frac{2\pi U_0}{LN} = 2\pi Fr.$$

Серед додаткових безрозмірних співвідношень слід виділити шкалу масштабів $C = \Lambda/L$, що задається відношенням масштабу стратифікації Λ до розміру перешкоди L – аналог числа Атвуда $At = (\rho_1 - \rho_2)/(\rho_1 + \rho_2)$ для неперервно стратифікованих середовищ, а також аналоги чисел Рейнольдса і Пекле із заміною масштабу Прандля і його аналогів на універсальні в'язкий і дифузійний мікромасштаби: $Re_N = L/\delta_N^v = \sqrt{N L^2/\nu} \gg 1$, $Pe_N = L/\delta_U^{\kappa_s} = \sqrt{N L^2/\kappa_s} \gg 1$, $L_{vw} = L_v/L = \sqrt[3]{g\nu/NL} = \sqrt[3]{\Lambda(\delta_N^v)^2/L^3}$.

З метою врахування всіх можливих станів, розгляд проводиться для моделей середовища трьох типів – неперервно сильно стратифікованої (СР), слабо стратифікованої – потенційно однорідної (ПОР) і актуально однорідної (АОР) рідин.

В якості *стратифікованої* розглядається рідина з експоненціальним профілем густини, зручним для спостереження в лабораторних умовах. Незбурений розподіл густини $\rho_0(z)$ задається профілем солоності $S_0(z)$. Тут вісь Oz спрямована вертикально вгору, $\Lambda = (d \ln \rho_0 / dz)^{-1}$ – масштаб, $N = 2\pi/T_b = \sqrt{g/\Lambda}$ – частота і T_b – період плавучості, $\mathbf{g}$ – вектор прискорення вільного падіння. Значення вказаних параметрів стратифікації вибирається типовим для лабораторних $3 \leq T_b < 30$ с і морських (або атмосферних) $3 \leq T_b < 20$ хв умов.

В якості *потенційно однорідного* середовища розглядається також експоненціально, але надзвичайно слабо стратифіковане середовище, період плавучості якого $T_b \sim 10^{-5}$ с на багато порядків перевищує характерний часовий масштаб задачі $\tau_p = L/U_0$, а відносні варіації густини на масштабі перешкоди не перевищують $\Delta\rho/\rho \sim 10^{-10}$, що лежить далеко за межами роздільної здатності існуючих методів. Малі значення шкали масштабів мінливості густини $C = L/\Lambda \ll 10^{-10}$ означають, що впливом стратифікації на інерційні властивості течій можна знехтувати. Обчислення, проведені у такому припущенні,

дозволяють розглянути гранично малі значення частоти плавучості рідини, при цьому залишаючись у рамках єдиної математичної постановки. В *актуально однорідній* рідині варіації густини вважаються зневажливо малими, не впливаючими на структуру та динаміку течій, і взагалі нехтуються із припущенням незмінності густини.

У течіях неперервно стратифікованих рідин навколо перешкод виділяють ряд характерних режимів обтікання, діапазони існування яких визначаються значеннями числа Рейнольдса і геометричними особливостями обтічного тіла. З погіршенням якості обтічності поверхні (наприклад, наявність гострих кромek, різких змін геометрії перешкоди і т.п.), а також із збільшенням його вертикального розміру, що визначається товщиною і кутом нахилу перешкоди до горизонту, діапазони чисел Рейнольдса, які відповідають різним режимам течії, звужуються наряду із зменшенням критичного числа $Re_{кр}$, при якому течія втрачає чітку детермінованість і відбувається хаотизація потоку.

Із збільшенням швидкості обтікання похилої пластини стратифіковані течії проходять ряд структурних трансформацій, починаючи з багат шарової циркуляційної течії, індукованої дифузією, що формується в нерухомій стратифікованій рідині без внесення будь-яких зовнішніх механічних впливів, і закінчуючи турбулентним режимом, коли всі компоненти течії залучені у складні процеси нелінійної взаємодії. В інтервалі між цими типами течій розрізняють різні режими в залежності від домінуючого впливу або еквівалентного співіснування тих чи інших компонентів течії – дисипативно-гравітаційних хвиль, випереджаючих збурень, внутрішніх приєднаних хвиль, вихрових структур, що генеруються крайками пластини або виникають в результаті відриву течії від обтічної поверхні, а також тонкоструктурних прошарків – лігаментів, що формуються в областях взаємодії внутрішніх хвиль і вихрових структур між собою і з зовнішнім потоком та поверхнею перешкоди. Відповідно вводяться наступна класифікація режимів течій залежно від

домінування тих чи інших їх компонентів: надповільний, повзучий, хвильовий, вихровий та нестационарно вихровий режими течій.

У будь-якому з перерахованих режимів в тій чи іншій мірі проявлена нестационарність течій у формі взаємодії всіх його окремих компонент, як повільно еволюціонуючих – полів приєднаних і випереджальних хвиль, так і швидко мінливих – лігаментів і вихорів. При малих швидкостях руху перешкоди домінуючою компонентою течії є хвилі і лігаменти, а при помірних і високих швидкостях – вихори і лігаменти, що співіснують із значно менш інтенсивними внутрішніми хвилями, довжини яких в цьому випадку істотно перевершують область спостереження.

Чисельні дослідження стратифікованих течій навколо перешкод в рамках даної роботи проводились у широких діапазонах базових розмірних і безрозмірних параметрів: $L=1\div 10$ см, $U=0\div 50$ см/с, $N=10^{-5}\div 1.5$ с⁻¹, $Fr=U/NL=0\div 10^6$, $Re=UL/\nu=0\div 5\cdot 10^4$. Слід зауважити, що найбільш яскраві і барвисті картини тіньової візуалізації стратифікованих течій навколо перешкод у лабораторних умовах отримано, зазвичай, при досить великих значеннях частоти плавучості, що має не так багато аналогів у природних системах, проте використання критерію подібності Фруда дозволяє екстраполювати дані результати на природні умови. Проте, розроблене чисельне моделювання стратифікованих течій дозволяє проводити розрахунки в широкому діапазоні значень частоти плавучості рідини, включаючи граничні випадки потенційно та актуально однорідної рідини.

6.4. Теоретичний аналіз течій, індукованих дифузією на топографії

Стратифіковані рідини, що знаходяться в гравітаційному полі, є термодинамічно нерівноважними системами. У цих умовах неоднорідність молекулярного потоку в рідині (градієнта концентрації або хімічного потенціалу) створює фізичну основу формування руху рідини навіть за відсутності чисто механічних причин. Вперше стаціонарна задача розрахунку течії, індукованої перериванням дифузійного потоку солі на нескінченній похилій площині, була розглянута в [83] при вивченні природи долинних і гірських вітрів і проаналізована з урахуванням стратифікації в [258, 311].

Стаціонарний розв'язок характеризується загальним для всіх змінних комбінаційним масштабом $4\sqrt{\nu\kappa_S / N^2 \sin^2 \alpha}$, де α – кут нахилу площини до горизонту (Рис. 6.3). При цьому товщина прилежого шару прямує до нескінченності при $\alpha \rightarrow 0$, а сам розв'язок виявляється розбіжним за деякими фізичними параметрами задачі (кут нахилу, частота плавучості).

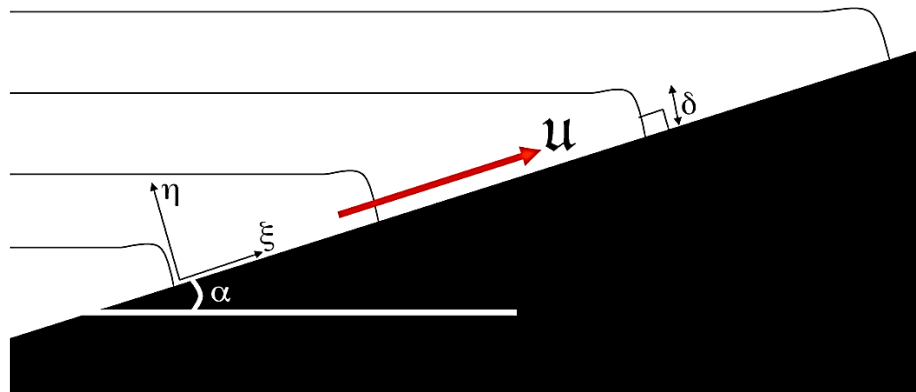


Рис. 6.3. Течія, індукована перериванням дифузійного потоку на похилій нескінченній площині.

З метою порівняння з фізичним експериментом інтерес представляє аналіз властивостей розв'язку задачі формування такої течії. Основні властивості асимптотичного розв'язку задачі усталення течії на нескінченній непроникній

для домішок похилій площині, зануреній у неперервну стратифіковану рідину [83] узгоджуються з точним розв'язком нестационарної задачі [52].

Нестационарна течія складається з в'язкого і дифузійного підшарів, відношення товщин яких не залежить від часу і визначається числом Шмідта. При цьому товщина пограничного шару поля швидкості визначається в'язким масштабом $\delta_v = \sqrt{\nu/N}$, а поле густини і стратифікуючого компонента (солоності) – дифузійним масштабом $\delta_s = k_s/U$. Ці масштаби природнім чином виникають при обезрозмірюванні залежних від часу розв'язків для швидкості [258]:

$$U = \frac{N^2}{2} \frac{(4\kappa_s t)^{3/2}}{\nu - \kappa_s} \left[i^3 \operatorname{erfc}\left(\frac{\eta}{2\sqrt{\nu t}}\right) - i^3 \operatorname{erfc}\left(\frac{\eta}{2\sqrt{\kappa_s t}}\right) \right] \sin 2\alpha,$$

солоності

$$S = -2 \frac{\sqrt{\kappa_s t}}{\Lambda} i \operatorname{erfc}\left(\frac{\eta}{2\sqrt{\kappa_s t}}\right) \cos \alpha, \quad (6.2)$$

динамічної компоненти завихреності

$$\omega_u = \operatorname{rot} \mathbf{u} = \frac{N^2}{2} \frac{(4\kappa_s t)}{\nu - \kappa_s} \left[\sqrt{\frac{\kappa_s}{\nu}} i^2 \operatorname{erfc}\left(\frac{\eta}{2\sqrt{\nu t}}\right) - i^2 \operatorname{erfc}\left(\frac{\eta}{2\sqrt{\kappa_s t}}\right) \right] \sin 2\alpha$$

де t – час, η – відстань по нормалі до непроникної площини, $i^n \operatorname{erfc}(z)$ – n -й інтеграл від додаткового інтегралу вірогідності

$$i^n \operatorname{erfc}(z) = \int_z^\infty i^{n-1} \operatorname{erfc}(x) dx, \quad i^0 \operatorname{erfc}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_z^\infty e^{-x^2} dx, \quad i^{-1} \operatorname{erfc}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-z^2}.$$

Слід підкреслити, що масштаби мінливості завихреності динамічної компоненти завихреності ($\delta_{\omega_u} = \sqrt{\kappa_s/N}$) і швидкості ($\delta_v = \sqrt{\nu/N}$) є різними, незважаючи на близьку природу цих фізичних змінних.

Як і в одновимірному випадку в кожному квадранті завихреність є знакозмінною функцією (на відміну від циркуляції, яка змінює знак тільки при переході в інший квадрант). На малих відстанях визначальний внесок в

завихреність вносить дифузійний член, оскільки перед в'язким стоїть малий множник ($\kappa_s/\nu \ll 1$). Однак, перший з них швидше спадає з відстанню, ніж другий, внаслідок чого і відбувається зміна знаку завихреності. Наявність цього ж малого множника пояснює локалізацію завихреності в безпосередній близькості тіла на дифузійному масштабі довжини. Таким чином, в двовимірній задачі масштаб мінливості завихреності, так як і в одновимірному випадку, істотно менше масштабу мінливості швидкості і одного порядку з масштабом солоності.

6.5. Аналітичний розв'язок задачі генерації полів внутрішніх хвиль при русі полоси вздовж похилої траєкторії

Розглядається плоска задача розповсюдження збурень, ініційованих рухом полоси довжиною L_x з постійною швидкістю U нормально до своєї передньої кромки уздовж нескінченної жорсткої площини, розташованої під кутом до горизонту, у в'язкій експоненціально стратифікованій рідині з частотою плавучості N [101].

Теоретичний аналіз задачі оснований на лінеаризованій версії фундаментальної системи рівнянь, в якій нехтується ефектами дифузії. Стратифікація рідини передбачається слабкою, що дозволяє використовувати наближення Бусінеска, згідно з яким зміна густини рідини враховується лише в силах плавучості:

$$\begin{aligned} \rho_0 \frac{\partial U_x}{\partial t} &= -\frac{\partial P}{\partial x} + \rho_0 \nu \Delta U_x, & \rho_0 \frac{\partial U_y}{\partial t} &= -\frac{\partial P}{\partial z} + \rho_0 \nu \Delta U_y - \rho g, \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + U_y \frac{\partial \rho_0}{\partial z} &= 0, & \frac{\partial U_x}{\partial x} + \frac{\partial U_y}{\partial y} &= 0, \end{aligned} \quad (6.3)$$

де $\vec{U}$, P , ρ – змінні швидкість, тиск, густина, $\rho_0(z)$ – незбурений експоненціальний розподіл густини, g – прискорення сили тяжіння, ν – коефіцієнт кінематичної в'язкості.

Повна лінеаризована система рівнянь в локальній системі координат, пов'язаної з похилою площиною (вісь Ox орієнтована по напрямку руху, вісь Oz – ортогональна до площини) зводиться до одного рівняння для функції току, похідні якої задають компоненти швидкості рідини: $v_x = \partial\Psi/\partial z$, $v_z = -\partial\Psi/\partial x$ [71].

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) + N^2 \left(\cos \alpha \frac{\partial}{\partial x} - \sin \alpha \frac{\partial}{\partial z} \right)^2 - \nu \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \right] \Psi = 0 \quad (6.4)$$

Граничні умови прилипання для швидкості і непротікання для речовини на всій обмежуючій поверхні, включаючи рухому полосу і решту нерухомої частини площини, мають вигляд:

$$\left. \frac{\partial \Psi}{\partial z} \right|_{z=0} = U \mathcal{G} \left(x + \frac{L_x}{2} - Ut \right) \mathcal{G} \left(\frac{L_x}{2} + Ut - x \right), \quad \left. \frac{\partial \Psi}{\partial x} \right|_{z=0} = 0. \quad (6.5)$$

де $\mathcal{G}$ – функція Хевісайда. Всі збурення затухають на нескінченності.

При старших похідних в рівнянні (6.4) є малий коефіцієнт – кінематична в'язкість ν , що дозволяє віднести його до класу сингулярно збурених рівнянь. Розв'язання таких рівнянь включають як регулярно збурені функції, так і сингулярно збурені, параметри яких обертаються в нескінченність при прагненні малого коефіцієнта до нуля [71].

Тут розв'язання рівняння (6.4) шукається у вигляді розкладань в інтеграли Фур'є по плоским хвилям $A = A_0 \exp[i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)]$, де $\mathbf{k} = (k_x, k_y, k_z)$ – хвильовий вектор, A_0 – амплітуда збурень густини, швидкості або тиску, ω – частота, $\mathbf{r}$ – радіус-вектор.

$$\Psi(x, z, t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega t} \int_{-\infty}^{\infty} \left[A_w(\omega, k) e^{ik_w(\omega, k)z} + A_l(\omega, k) e^{ik_l(\omega, k)z} \right] e^{ikx} dk d\omega \quad (6.6)$$

Хвильові числа k_w , що характеризує регулярно збурений по в'язкості, і k_l – сингулярно збурена по в'язкості складова в (6.6), що знаходиться з розв'язання дисперсійного рівняння, отриманого при підстановці в (6.4) розв'язку у вигляді

плоскої хвилі. Частота збурення приймається дійсною і позитивною, хвильове число – комплексним з урахуванням в'язкого загасання

$$\omega^2(k^2 + k_z^2) - N^2(k \cos \alpha - k_z \sin \alpha)^2 + i\omega\nu(k^2 + k_z^2)^2 = 0 \quad (6.7)$$

для знаходження коренів рівняння воно приводиться до вигляду

$$k_z^4 + ak_z^2 + bk_z + c = 0 \quad (6.8)$$

Коефіцієнти α , β і γ виражаються через параметри задачі наступним чином

$$a = 2k^2 - i\frac{\omega}{\nu} + i\frac{N^2 \sin^2 \alpha}{\omega\nu}, \quad b = \frac{-2iN^2 k \cos \alpha \sin \alpha}{\omega\nu}, \quad c = k^4 + k^2 \left(\frac{iN^2 \cos^2 \alpha}{\omega\nu} - \frac{i\omega}{\nu} \right).$$

В цьому випадку розв'язок рівняння (6.8) можна записати у вигляді

$$k_{i,w} = \pm_s \frac{W}{2} \pm_t \frac{1}{2} \sqrt{-\left(\frac{4}{3}a + 2y \pm_s \frac{2b}{W}\right)}, \quad (6.9)$$

де $W = \sqrt{2y - \frac{2}{3}a}$, а y – один з коренів кубічного рівняння $y^3 + Py + Q = 0$,

в якому покладено $P = -\frac{a^2}{12} - c$, $Q = -\frac{a^3}{108} + \frac{ac}{3} - \frac{b^2}{8}$.

У випадку $b = 0$, а це реалізується, наприклад, при горизонтальному русі

пластини, розв'язок можна записати у вигляді $k_{i,w} = \pm \sqrt{\frac{-a \pm \sqrt{a^2 - 4c}}{2}}$.

Корні k_w і k_i характеризуються різними співвідношеннями між дійсними і уявними частинами та видом залежності від в'язкості.

Для забезпечення умови загасання збурень на нескінченності ($z \rightarrow +\infty$) вибираються такі гілки розв'язків k_w і k_i , для яких виконуються нерівності $\text{Im } k_w \geq 0$, $\text{Im } k_i \geq 0$ в верхньому півпросторі.

Підстановка (6.6) в граничні умови (6.5) призводить до алгебраїчної системи рівнянь для коефіцієнтів A_w і A_i

$$A_w(\omega, k) = -A_i(\omega, k) = \frac{iU}{\pi k(k_w - k_i)} \sin \frac{kL_x}{2} \delta(\omega - kU).$$

Підставляючи розв'язок (6.9) в (6.8) і виконуючи інтегрування по ω , отримуємо остаточний вираз для функції току Ψ

$$\Psi(x, z, t) = \frac{iU}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{k} \sin \frac{kL}{2} e^{ik(x-Ut)} \frac{e^{ik_w(kU, k)z} - e^{ik_i(kU, k)z}}{k_w(kU, k) - k_i(kU, k)} dk, \quad (6.10)$$

диференціюючи яке отримуємо вирази для швидкостей

$$U_x(x, z, t) = -\frac{U}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{k} \sin \frac{ka}{2} e^{ik(x-Ut)} \frac{k_w(kU, k) e^{ik_w(kU, k)z} - k_i(kU, k) e^{ik_i(kU, k)z}}{k_w(kU, k) - k_i(kU, k)} dk \quad (6.11)$$

$$U_z(x, z, t) = \frac{U}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \sin \frac{ka}{2} e^{ik(x-Ut)} \frac{e^{ik_w(kU, k)z} - e^{ik_i(kU, k)z}}{k_w(kU, k) - k_i(kU, k)} dk \quad (6.12)$$

Для побудови картини течії значення інтегралів (6.11), (6.12) обчислювалися методом Сімпсона. Компоненти вектора швидкості розраховувалися у вузлах сітки, вид і крок якої вибиралися з умови можливості розв'язання сингулярно збурених компонент на фоні внутрішніх хвиль. При вивченні тонкої структури сітка задавалася нерівномірною і кроки вибиралися з розрахунку роздільної здатності дрібномасштабних компонент (до 100 точок на масштабі). Отриманий цифровий масив використовувався для побудови кольорового зображення різних фізичних полів за допомогою оригінальної програми, складеної з використанням мови програмування C++ [101].

6.6. Висновки до розділу 6

Представлено методи узгодженого чисельного, аналітичного і лабораторного моделювання нестационарних течій навколо перешкод вибраної форми з урахуванням ефектів стратифікації і дифузії. Обґрунтовано фундаментальну і прикладну цінність таких досліджень, виконано класифікацію стратифікованих течій, визначено діапазони зміни параметрів

досліджуваних задач та отримано деякі аналітичні розв'язки в рамках спрощених постановок.

Застосовані у роботі математичні моделі стратифікованих течій навколо перешкод базуються на системі диференціальних рівнянь механіки неоднорідних рідин, що включає рівняння Нав'є-Стокса у наближенні Бусінеска, дифузії стратифікуючої компоненти та пасивних домішок, а також рівняння нестисливості, з відповідними початковими і граничними умовами. Експериментальні дослідження лабораторної візуалізації стратифікованих течій навколо перешкод виконано за допомогою високороздільних тіньових приладів ІАБ-458 і ІАБ-463 стенду «Лабораторний пересувний басейн», що входить до складу комплексу унікальних установок ІПМ РАН для моделювання гідродинамічних процесів у навколишньому середовищі та їх впливу на підводні технічні об'єкти, а також розповсюдження домішок в океані й атмосфері. Для створення стійкої неперервної стратифікації у лабораторному басейні використовувався водний розчин кухонної солі; перешкода підвішувалася на прозорих ножах до каретки і переміщувалася рівномірно й прямолінійно по напрямних, встановлених над басейном; спостережувані картини стратифікованих течій за допомогою тіньових приладів відображають варіації освітленості, що знаходяться у лінійно пропорційному співвідношенні з горизонтальною компонентою градієнту густини. Величини параметрів та умови чисельного і лабораторного досліджень було узгоджено між собою, що дозволило провести взаємодоповнююче комплексне вивчення структури й динаміки стратифікованих течій на перешкодах вибраної форми з можливістю додаткового контролю адекватності розробленої чисельної моделі шляхом якісного та кількісного порівняння розрахованих і тіньових картин течій.

Представлено побудований точний розв'язок лінеаризованої задачі генерації полів внутрішніх хвиль при ковзанні полоси вздовж похилої площини, а також асимптотичні розв'язки стаціонарних і нестаціонарних задач формування течій, індукованих дифузиею на похилій непроникній площині.

Дані розв'язки використовуються у роботі для попереднього аналізу структурних компонентів стратифікованих течій, обґрунтування вибору вихідної системи диференційних рівнянь та верифікації розробленого методу чисельного моделювання.

Проведено класифікацію характерних режимів течій: надповільний, повзучий, хвильовий, вихровий та нестационарно вихровий режими течій; структурних компонентів течій: хвилі, вихори та високоградієнтні тонкоструктурні елементи; типи рідин: сильно та слабо стратифіковані, що є типовими для лабораторних умов і природних систем, відповідно; потенційно та актуально однорідні, що відповідають випадку «ідеально чистого» середовища, коли варіації густини приймаються гранично малими або взагалі нехтуються із припущенням її незмінності.

У нерухомому нерівноважному середовищі течії, що компенсують дефіцит речовини, викликаний перериванням молекулярного переноса стратифікуючого компонента, утворюються навіть біля нерухомої непроникної перешкоди. Лабораторні дослідження показали, що на нерухомих перешкодах виникають течії, індуковані дифузією, які не зникають з початком її руху, а ускладнюються і тоншають, трансформуючись у високоградієнтні прошарки. Повний асимптотичний розв'язок методами теорії сингулярних збурень лінеаризованої задачі руху пластини в стратифікованій рідині містить два типи функцій – регулярно збурені, що описують слабо затухаючі внутрішні хвилі, і сингулярно збурені, що характеризують високоградієнтні прошарки в околі перешкоди і на великих відстанях від неї.

Вказано досліджувані діапазони параметрів задач обтікання перешкод; сформульовано вимоги до чисельного моделювання стратифікованих течій; визначено критерії екстраполяції отриманих результатів на типові природні умови тощо.

Основні положення цього розділу викладені у публікаціях автора [101, 103, 145, 146, 155, 317, 321].

РОЗДІЛ 7

НАДПОВІЛЬНИЙ І ХВИЛЬОВИЙ РЕЖИМИ ТЕЧІЙ СТРАТИФІКОВАНОЇ РІДИНИ

Режими течій стратифікованої рідини навколо перешкод характеризуються домінуючим впливом тих чи інших структурних елементів течій – хвиль, вихорів чи лігаментів, ступінь прояву яких залежить від ряду умов: властивостей середовища, зовнішніх динамічних факторів, геометричних параметрів і швидкості руху перешкоди та ін. У всіх режимах течій в тій чи іншій мірі проявлено нестационарність у формі неперервної взаємодії як повільно еволюціонуючих, так і швидко мінливих структурних компонентів. При малих швидкостях руху перешкоди домінуючою компонентою течій є хвилі і лігаменти, а при помірних і високих швидкостях – вихори і лігаменти, що співіснують із значно менш інтенсивними внутрішніми хвилями, довжини яких у цьому випадку істотно перевищують область спостереження.

Стратифікована рідина – термодинамічно нерівноважна система, в якій можуть існувати течії навіть у початково нерухомій рідині без внесення будь-яких зовнішніх механічних впливів внаслідок переривання дифузійного потоку стратифікуючої компоненти на нерухомій водонепроникній перешкоді. Такі течії зводяться до індукованих дифузією і являють собою, як правило, систему багат шарових циркуляційних комірок, інтенсивність руху рідини в яких визначається геометричними параметрами нерухомої перешкоди, величиною стратифікації і дифузійними властивостями середовища. З початком руху перешкоди структура течії принципово змінюється: з'являються випереджаючі збурення, приєднані внутрішні хвилі і супутній слід, а також тонкоструктурні елементи – лігаменти, що виникають в областях інтенсивної взаємодії окремих структурних компонент між собою, із зовнішнім потоком та обмежуючими поверхнями.

7.1. Течії, індуковані дифузією на непроникній перешкоді

Розглядається течія, індукована нерухомою пластиною AB довжиною L , встановленої під кутом до горизонту φ (Рис. 7.1) в необмеженій нерухомій неперервно стратифікованій рідині, стійкий розподіл густини якої $\rho_0(z)$ задається профілем солоності $S_0(z)$, а величина стратифікації рідини характеризується масштабом $\Lambda = (d \ln \rho_0 / dz)^{-1}$, частотою $N = 2\pi/T_b = \sqrt{g/\Lambda}$ і періодом T_b плавучості, де g – прискорення вільного падіння. Переривання дифузійного потоку непроникною пластиною порушує однорідність фоновому градієнту густини і формує збурення тиску, що й викликає так звані течії, індуковані дифузією [46, 146, 148, 317, 320, 322, 325, 326, 328].

Розгляд проводиться в двох системах координат – лабораторній (x, z) , в якій вісь z спрямована вертикально вздовж лінії дії сили тяжіння, та орієнтованій вздовж поверхні пластини локальній системі (ξ, ζ) (Рис. 7.1). Перехід від лабораторної до локальної системи координат здійснюється за формулами:

$$\xi = x \cos \varphi + z \sin \varphi;$$

$$\zeta = z \cos \varphi - x \sin \varphi.$$

Процес формування течії, індукованої дифузією на похилій пластині, ілюструється на прикладі еволюції полів компонент швидкості, представлених на Рис. 7.2.

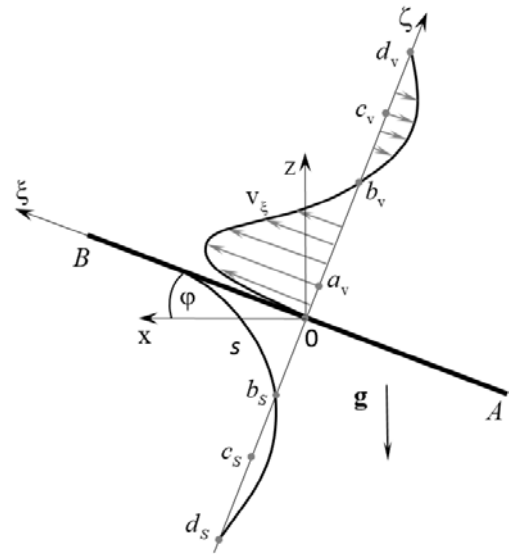


Рис. 7.1. Лабораторна (x, z) і локальна (ξ, ζ) системи координат, профілі поздовжньої компоненти швидкості $v_\xi(0, \zeta)$ і збурення солоності $s(0, \zeta)$ в центрі непроникної похилої пластини.

Переривання дифузійного потоку призводить до накопичення солі на нижньому боці і її дефіциту – на верхній, що, відповідно, порушує горизонтальну однорідність розподілу густини. Виникаючі сили плавучості формують компенсаційні течії, спрямовані вгору вздовж пластини, і вниз – під нею. На початковому етапі поздовжня компонента швидкості однорідно розподілена вздовж пластини (Рис. 7.2, а, $\tau = t/T_b = 4$), в той час як її нормальна компонента відмінна від нуля лише на кромках пластини (Рис. 7.2, г) .

Відірвані струйки розвертаються під дією сил плавучості, вплив яких збільшується в міру віддалення рідини, що відійшла від кромки пластини (Рис. 7.2, б, $\tau = t/T_b = 10$). Поворот струйок і поява циркуляційних комірок супроводжується зародженням компенсаційних протитечій у країв пластини, довжина яких зростає з часом. Поява у крайок пластини струйок з різнонаправленими значеннями нормальної компоненти швидкості ускладнює структуру течії, яка приймає комірчастий характер (Рис. 7.2, д). Згодом швидкості як основного, що примикає до поверхні пластини, так і системи вторинних течій, зростають.

Поступово картина розподілу швидкості приймає хвилеподібний вид: над (під) областю кожної течії розташовується відповідна протитечія, що є характерним для дисипативно-гравітаційних хвиль (внутрішніх хвиль нульової частоти). Факт існування протитечій, що примикають до головних струменів був помічений ще в піонерських роботах, але природа їх формування до останнього часу залишалася неясною [83, 258, 311].

На великих часах структура сформованої течії в цілому зберігається, максимальні значення швидкостей і розміри областей комірок продовжують повільно збільшуватися (Рис. 7.2, в, е).

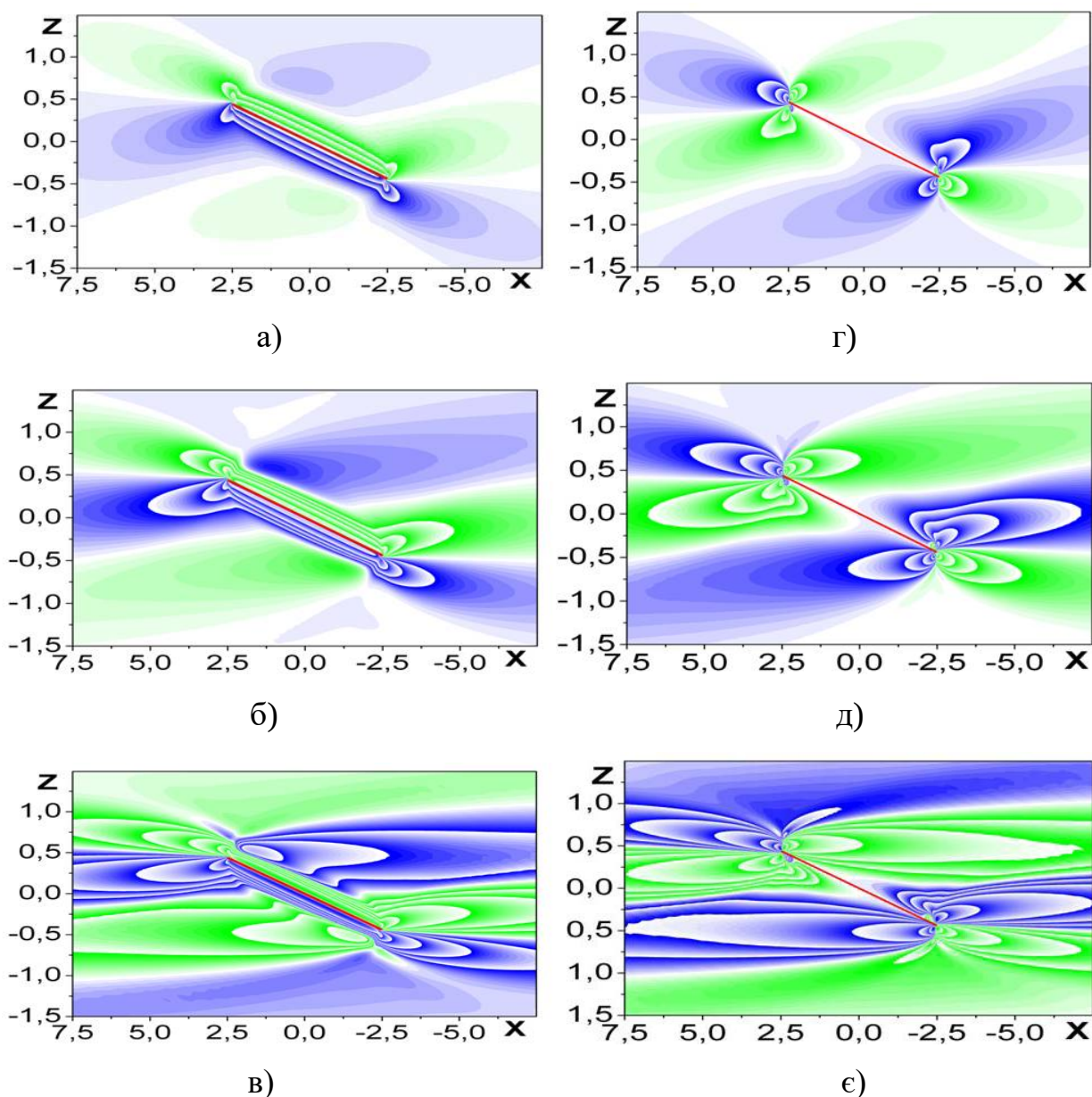


Рис. 7.2. Усталення картини течії на пластині ($L = 5$ см, $N = 1.26 \text{ с}^{-1}$, $\kappa_s = 1.4 \times 10^{-5} \text{ см}^2/\text{с}$, $T_b = 5 \text{ с}$, $\varphi = 10^\circ$): а-в – поля поздовжньої V_ξ і г-є – нормальної V_ζ компонент швидкості; (а,г), (б,д), (в,е) – $\tau = 4, 10, 50$. Зелений колір відповідає додатнім значенням величин, синій – від’ємним. Цифрові значення на осях указані в сантиметрах.

Типові профілі солоності і швидкості усталеної течії в центрі пластини показано на Рис. 7.1. Всі величини змінюються немонотонно з віддаленням від площини пластини. Максимальні значення збурення солоності спостерігаються

на поверхні пластини $\xi = 0$, перше нульове значення досягається в точці $\xi = b_s$, локальний мінімум і наступне нульове значення – в точках $\xi = c_s$ і $\xi = d_s$, відповідно. Далі амплітуда осциляцій стає настільки малою, що крива в обраному масштабі стає нерозрізною.

Внаслідок умови прилипання швидкість основної струйки на пластині дорівнює нулю при $\xi = 0$, потім зростає, досягає максимуму на відстані $\xi = a_v$, знову обертається в нуль при $\xi = b_v$, приймає мінімальне значення при $\xi = c_v$ і наступне нульове – при $\xi = d_v$.

Значення характерних параметрів течій (часу усталення струменевої течії τ_∞ , що визначаються відповідно до критерію закінчення чисельного рахунку, збурення солоності $s_m(t_\infty)$ і повної товщини області її зміни b_s , повної ширини струменевої течії, що примикає до пластини, b_v , що включає шар наростання швидкості a_v , максимального значення поздовжньої компоненти швидкості $v_m(t_\infty)$ у порівнянні зі стаціонарним розв'язком для нескінченної площини (відзначені сірим), а також повна сила опору F_ξ , підйомна сила F_ζ і момент сил відносно центру пластини M_0 , для типових умов лабораторного експерименту ($L = 10$ см, $N = 1.26$ с⁻¹, $\varphi = 5^\circ \div 60^\circ$) наведено в Таблиці 1.

Проведені розрахунки показали, що максимальні значення швидкості і збурення солоності, а також їх характерні просторові масштаби монотонно зменшуються із збільшенням кута нахилу пластини до горизонту. Для великих кутів нахилу $\varphi > 6^\circ$ результати розрахунку течій в центрі пластини досить добре узгоджуються з асимптотичними оцінками параметрів стаціонарних течій. У випадку малих φ порушуються умови застосування методу побудови асимптотик, при цьому розроблений чисельний алгоритм дозволяє вести розрахунки при будь-яких положеннях пластини. При нульовому куті нахилу пластини до горизонту швидкість індукованої течії максимальна і

скінченна, на відміну від асимптотичних оцінок, які розходяться в граничному випадку $\varphi \rightarrow 0$.

Навіть незначне відхилення від горизонтального положення пластини призводить до стрімкого спадання швидкості течії і підйомної сили, при цьому збурення солоності і характерні масштаби течії змінюються більш плавно.

Великий інтерес представляє розрахунок локальних значень підйомної сили: $f_{\zeta}^{\pm}(\xi) = -p + \rho v \partial v_{\zeta} / \partial \zeta$ і опору тертя: $f_{\xi}^{\pm}(\xi) = \rho v \partial v_{\xi} / \partial \zeta$, що діють, відповідно, по нормалі і дотичній до верхньої і нижньої сторін пластини (позначені відповідно знаками $+$ і $-$), а також їх інтегральні величини:

$$F_{\zeta}^{\pm} = \int_{\Sigma^{\pm}} f_{\zeta}^{\pm}(\xi) d\xi, \quad F_{\xi}^{\pm} = \int_{\Sigma^{\pm}} f_{\xi}^{\pm}(\xi) d\xi, \quad \text{і моменту сил відносно центру}$$

$$\text{пластини: } M_0^{\pm} = \int_{\Sigma^{\pm}} \xi \cdot F_{\xi}^{\pm}(\xi) d\xi. \quad \text{Значення повних сил } F_{\xi}^{+} \quad \text{і} \quad F_{\zeta}^{+},$$

проінтегрованих вздовж верхньої сторони пластини, і повного моменту:

$$M_0 = M_0^{+} + M_0^{-}, \text{ просумованого вздовж всієї її поверхні, приведено в таблиці 1}$$

для різних кутів нахилу перешкоди до горизонту.

Розподіл величини локального коефіцієнту опору тертя $C_{\xi}^{\pm} = 2 f_{\xi}^{\pm} / \rho_{00} U_N^2$ залишається практично незмінним уздовж більшої частини довжини пластини, за винятком вузьких зон поблизу верхньої і нижньої кромки, де опір тертя досягає максимального і мінімального значень, відповідно (Рис. 7.3, а), але залишаються скінченним. При цьому, величина максимуму в зоні формування струменевої течії перевищує абсолютну величину мінімуму, спостережуваного в області його відриву від поверхні, більш ніж у 2.5 рази.

Величина коефіцієнту підйомної сили $C_{\zeta}^{\pm} = 2 f_{\zeta}^{\pm} / \rho_{00} U_N^2$ мінімальна на краях пластини, а її максимальне значення досягається на деякій відстані від нижньої кромки в області підтягування навколишньої рідини в напрямку поверхні пластини (Рис. 7.3, б).

Таблиця 1

Значення характерних кінематичних і динамічних параметрів течії,
індукованої дифузією на похилій пластині, для типових
умов лабораторного експерименту

φ	0°	1°	5°	10°	30°	45°	60°
$\tau_{\infty}, \text{с}$	1340	870	360	110	50	30	20
$b_s(t_{\infty}), \text{см}$	0,194	0,18	0,129	0,096	0,058	0,046	0,044
$b_v(t_{\infty}), \text{см}$	0,285	0,271 0,582	0,255 0,261	0,179 0,185	0,107 0,109	0,092 0,092	0,083 0,083
$a_v(t_{\infty}), \text{см}$	0,089	0,072 0,145	0,064 0,065	0,045 0,046	0,027 0,027	0,023 0,023	0,021 0,021
$v_m(t_{\infty}) \times 10^4, \text{см/с}$	134,6	16,4 28,14	12,41 12,55	8,69 8,787	4,549 4,554	3,12 3,126	1,998 1,997
$s_m(t_{\infty}) \times 10^5$	21,4	19,7	12,45	9,03	4,78	3,274	2,09
$F_{\xi} \times 10^6, \text{Н}$	0	2,43	9,96	9,42	8,32	6,8	4,8
$F_{\zeta} \times 10^6, \text{Н}$	753,6	98,2	86,3	44,2	9,6	4,22	1,64
$M_0 \times 10^6, \text{Н} \cdot \text{м}^3$	0	0,85	0,97	0,365	0,0964	0,0631	0,04

Процес підтікання рідини до поверхні пластини разом із відривом струменів від її країв формує характерні протяжні горизонтальні смугасті структури, що чітко візуалізуються в лабораторних дослідах. Сумарні значення сил $F_{\xi, \zeta} = F_{\xi, \zeta}^+ + F_{\xi, \zeta}^-$, що діють на обидві сторони пластини, приймають невеликі значення і можуть бути порівняні з похибкою чисельного розрахунку.

Повний момент M_0 , обчислений відносно центру пластини, відмінний від нуля і прагне повернути пластину в стійке горизонтальне положення.

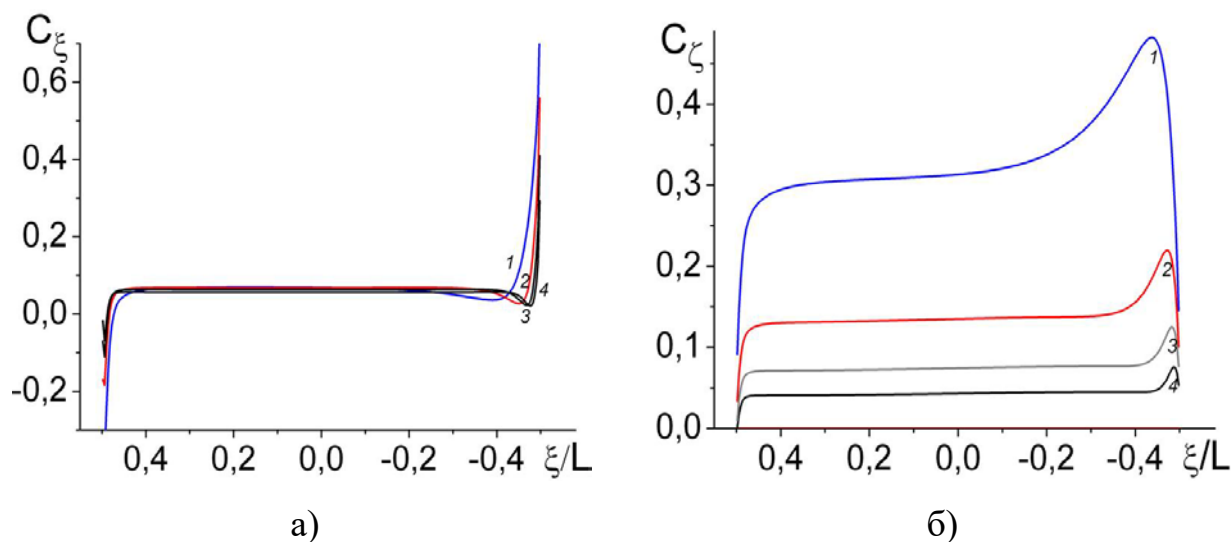


Рис. 7.3. Розподіли коефіцієнтів опору тертя C_ξ^+ (а) і підйомної сили C_ζ^+ (б) вздовж верхньої сторони пластини ($L = 10 \text{ см}$, $N = 1.26 \text{ с}^{-1}$) для різних кутів нахилу до горизонту: 1–4 – $\varphi = 5, 10, 20, 45^\circ$.

Наочне уявлення про складність картини течії стратифікованої рідини навколо нерухомої пластини, встановленої під різними кутами до горизонту, дають картини ліній току Ψ , наведені на Рис. 7.4. У всіх випадках, як при горизонтальному, так і похилому положеннях пластини, циркуляція в дотичних комірках над і під пластиною, як і в сусідніх комірках на одному горизонті, має протилежні знаки, тобто швидкості на границях сусідніх комірок колінеарні. Такі просторово-періодичні течії відносяться до класу дисипативно-гравітаційних хвиль, в яких швидкість досягає максимального значення на границях (на відміну від комірок багатокомпонентної конвекції, де швидкості антиколінеарні і межі комірок відмічені шаром нерухомої рідини).

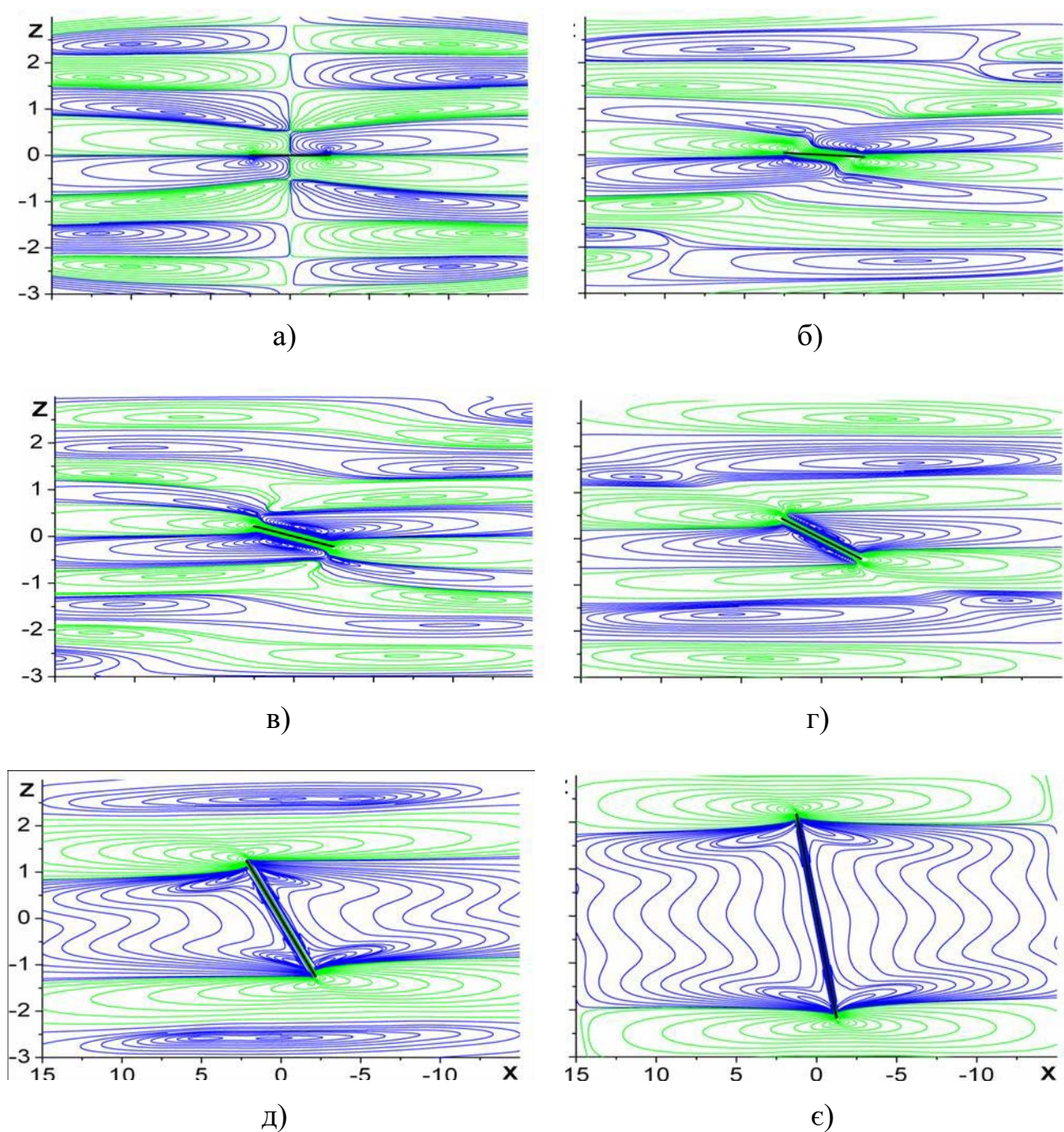


Рис. 7.4. Лінії току течії, індукованої дифузією на нерухомій пластині ($L = 5$ см, $N = 1.256 \text{ с}^{-1}$), при різних кутах нахилу пластини до горизонту: а-г – $\varphi = 0, 1, 5, 10, 30, 60^\circ$.

Картина ліній току навколо горизонтальної пластини, що моделює центральний переріз непроникної перешкоди довільної форми, найбільш проста і складається з послідовності симетрично розташованих горизонтальних

вихрових комірок (Рис. 7.4, а). Рідина підтікає до крайок пластини, розвертається в центрі, піднімається і віддаляється від перешкоди, формуючи сімейство дисипативно-гравітаційних хвиль, які візуалізуються у вигляді протяжних горизонтальних прошарків. Швидкість і завихреність течії швидко зменшуються з віддаленням від поверхні пластини [146–148, 317, 320, 326, 328].

Навіть при малих кутах нахилу пластини до горизонту повністю втрачається симетрія, притаманна течії навколо горизонтальної пластини, і формуються нові циркуляційні системи, що включають струменеві течії вздовж всієї пластини (висхідна – на верхній і спадна – на нижньому боці пластини, відповідно), а також група компенсаційних циркуляційних комірок (Рис. 7.4, б).

Із подальшим збільшенням кута нахилу лінії току безпосередньо поблизу пластини розташовуються практично паралельно її поверхні (Рис. 7.4, в, г). Однорідність картини ліній току свідчить про незмінність профілю швидкості вздовж більшої частини довжини пластини (тут можуть бути застосовані асимптотичні формули), за винятком вузьких перехідних областей в околі крайок.

При ще більших кутах нахилу пластини до горизонту відбувається зародження нових складних вихрових систем поблизу внутрішніх країв циркуляційних комірок, що безпосередньо прилягають до головних струменевих течій (Рис. 7.4, д). Зовнішні контури примикаючих комірок мають періодичну структуру з довжиною близько $16 \delta_N^v$, що найбільш чітко проявляється при великих кутах нахилу пластини до горизонту, коли вертикальний масштаб перешкоди максимальний (Рис. 7.4, є). Течії поступово стають асиметричними відносно площини пластини.

Побудований алгоритм розрахунку дозволяє розглядати не тільки далеке поле течії, а й візуалізувати маловивчені тонкоструктурні особливості течії в околі кромки пластини, які представлено у збільшеному масштабі на Рис. 7.5 для різних кутів нахилу пластини до горизонту.

При малому відхиленні від горизонтального положення поблизу крайок пластини співіснують два типи течії: невелика частина рідини здійснює циркуляційний циклонічний рух навколо всієї її поверхні, в той час як інша частина залишається заблокованою у вихровій течії, що безпосередньо примикає до кромки пластини (Рис. 7.5, а). Центр вихрового руху заблокованої рідини віддалений від кромки пластини на відстань, яку можна порівняти з характерним мікромасштабом δ_N^v .

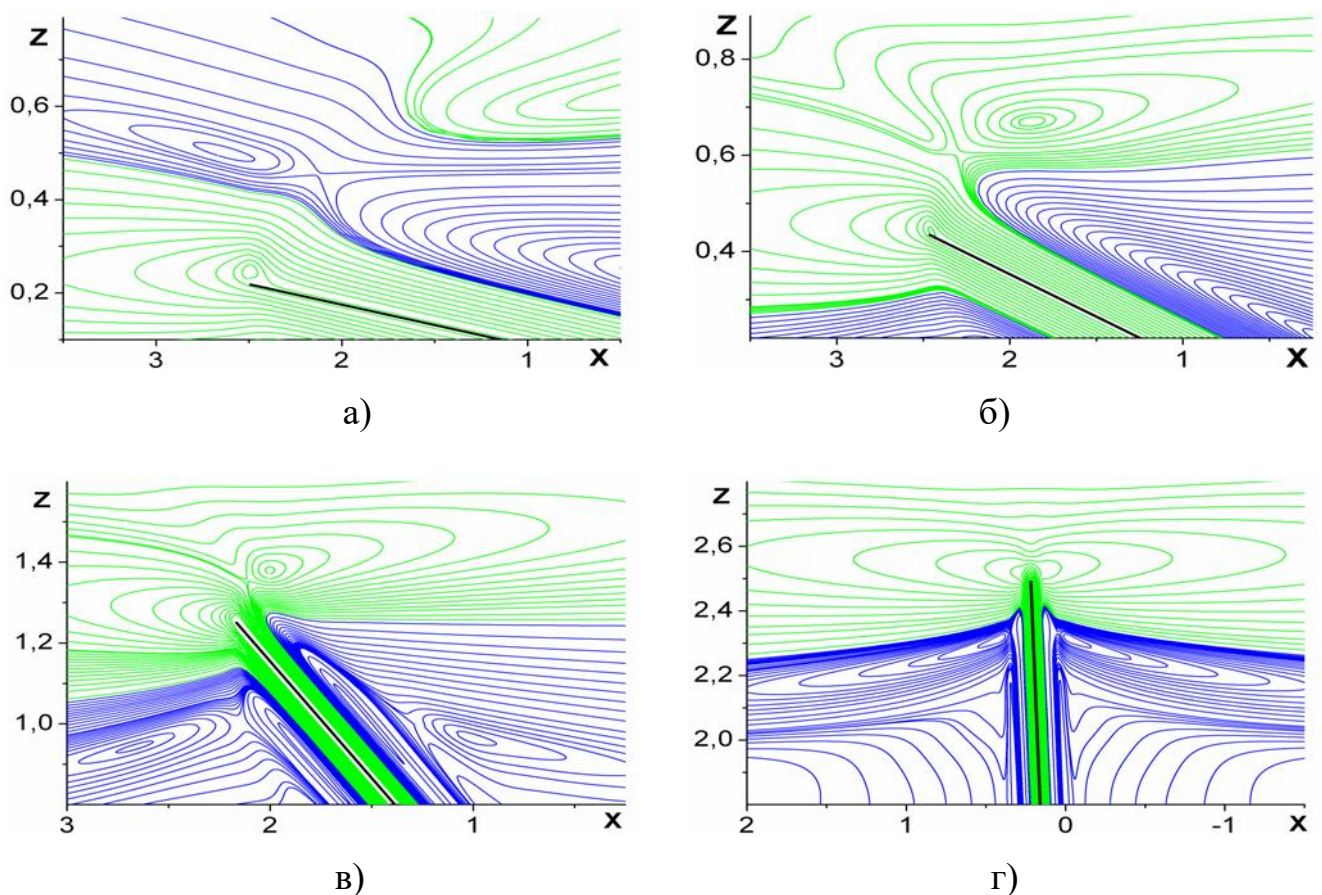


Рис. 7.5. Картини ліній току поблизу кромки похилої пластини в неперервно стратифікованій рідині ($L = 5$ см, $N = 1.256$ с $^{-1}$): а-г – $\varphi = 5, 10, 30, 85^\circ$.

Подальше збільшення кута нахилу пластини до горизонту призводить до зменшення області заблокованої рідини і встановленню більш рівномірного розподілу головної струменевої течії вздовж поверхні пластини (Рис. 7.5, б). Спостерігається розширення базової циклонічної циркуляційної системи

внаслідок розщеплення під дією сил плавучості головного висхідного струменя на два протилежно спрямованих потоки.

При $\varphi \geq 20^\circ$ всередині основних компенсаційних антициклонічних комірок, що безпосередньо прилягають до головних струменевих течій, починають зароджуватися нові вихрові системи (Рис. 7.5, в). З поступовим збільшенням кута нахилу пластини аж до її вертикального положення ці вихрові системи трансформуються в «крилоподібні» структури, розташовані практично симетрично відносно площини похилої пластини (Рис. 7.5, г).

Детальний аналіз особливостей структури полів різних фізичних величин в течії, індукованій дифузією на похилій пластині, як поблизу, так і далеко від непроникної перешкоди, виконано для кута нахилу пластини до горизонту $\varphi = 10^\circ$.

Всього на Рис. 7.6, а виділяються 12 комірок – по 6 з кожної сторони пластини, які на даному рисунку пронумеровано по мірі зменшення їх інтенсивності. Справа знизу до верхньої стороні пластини примикає головна висхідна течія, яка у вигляді вузького струменя підтікає до нижньої кромки, різко повертає і далі піднімається паралельним потоком уздовж поверхні.

В області відриву від верхньої кромки приповерхневий струмінь розщеплюється на два струмені, один з яких відвертає вліво, формуючи вихрову комірку 1, а друга – направо, утворюючи комірку 2, що безпосередньо примикає до головної струменевої течії.

В комірці 1 і в антисиметричній до неї відносно центру пластини комірці замикаються лінії току головних струменевих течій – тої, що підтікає знизу і відходить зверху зліва над пластиною, а також тої, що підтікає зверху і відходить знизу під пластиною. Обертання в цих комірках циклонічне. Вони утворюють єдину циркуляційну систему, в якій рідина стікає по нижньому боці пластини, розгортається у великій циркуляційній комірці, що примикає до пластини справа, а потім піднімається вздовж верхньої сторони пластини, повертає вліво і замикається на головну струменеву течію.

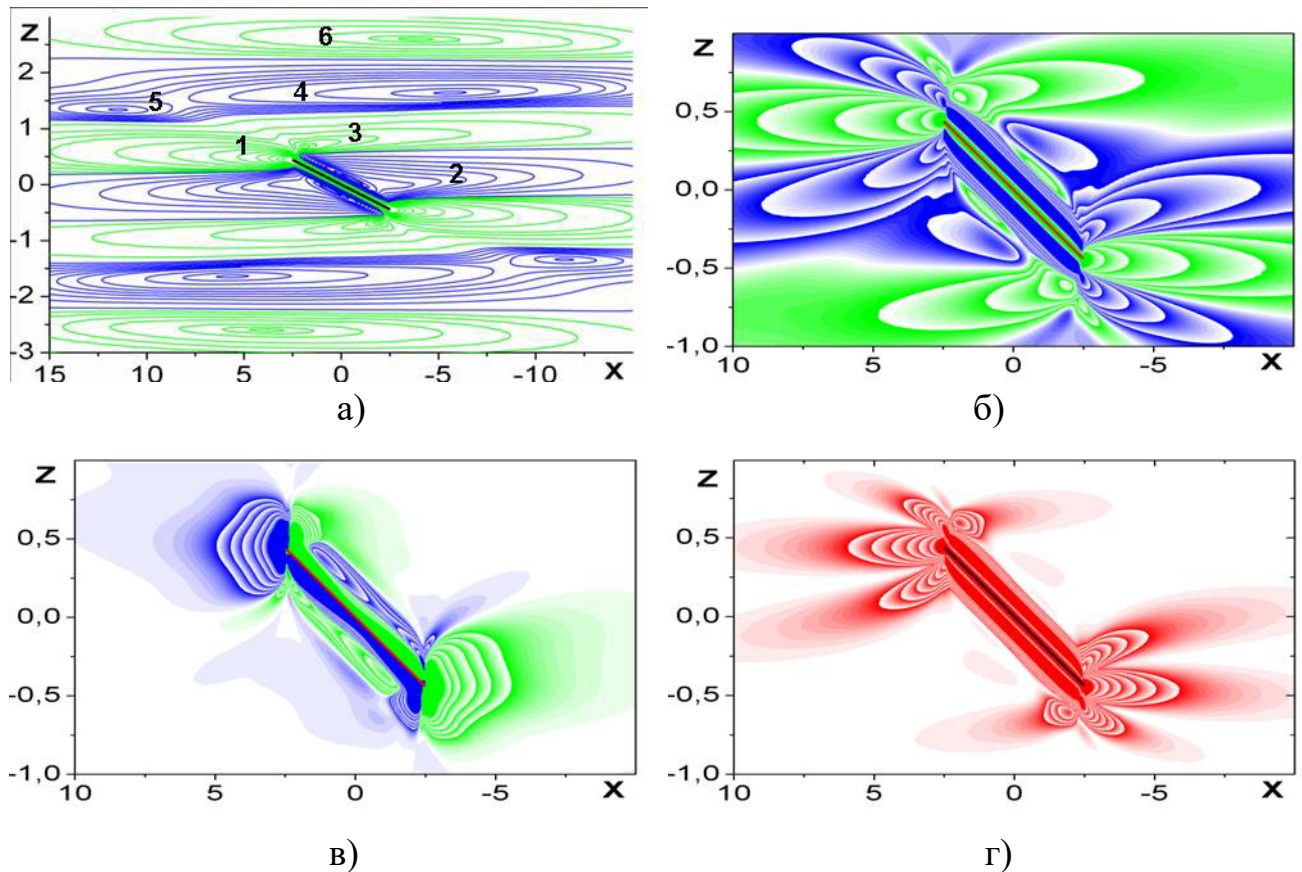


Рис. 7.6. Поля різних фізичних величин в течії, індукованій дифузією на похилій пластині ($L = 5$ см, $N = 1.256 \text{ с}^{-1}$, $\varphi = 10^\circ$): а – лінії току Ψ , б) – компонента завихреності Ω , в – швидкість бароклінної генерації завихреності $\dot{\Omega}$, г – швидкість дисипації енергії ε .

Обертання в циркуляційній комірці 2 є антициклонічним, її вертикальний розмір дорівнює різниці висот пластини і підтікаючої знизу течії.

Над верхньою кромкою в області біфуркації головної течії розташовується компенсаційна комірка 3, рідина в якій обертається проти годинникової стрілки. Над нею на різній висоті знаходяться центри наступної пари комірок 4 і 5. Вони розташовуються по різні боки від похилої пластини, при цьому розміри і інтенсивність вихору 4 вище і його центр розташований ближче до відповідної кромки пластини. Найвіддаленіший від пластини крупномасштабний циклонний вихор 6 з найменшою інтенсивністю циркуляції має найбільш однорідну структуру вздовж лінії горизонту.

Картини ліній току доповнюють поля інших важливих фізичних величин – збурення завихреності $\mathbf{\Omega} = \text{rot } \mathbf{v}$, швидкості бароклінної генерації завихреності $\dot{\mathbf{\Omega}} = d\mathbf{\Omega}/dt = \nabla p \times \nabla(1/\rho)$ і швидкості дисипації механічної енергії течії $\varepsilon = 0.5\rho v(\partial v_i/\partial x_k + \partial v_k/\partial x_i)^2$, що приведено на Рис. 7.6, б–г.

Картина поля динамічної компоненти завихреності $\mathbf{\Omega}$ (Рис. 7.6, б) підтверджує складність вихрової структури течії на похилій пластині, що проявляється в комірчастій картині ліній току. Різкі границі між областями циклонічної і антициклонічної завихреності над кромками пластини близькі до прямих ліній, розташованих вертикально.

Швидкість бароклінної генерації завихреності $\dot{\mathbf{\Omega}}$, поле якої представлено на Рис. 7.6, в, розподілена антисиметрично відносно центра пластини і відмінна від нуля в широкій зоні. Відмінною особливістю поля $\dot{\mathbf{\Omega}}$ є чіткість і вертикальне положення меж, що розділяють області породження і зникнення завихреності в даній течії.

Поле швидкості дисипації механічної енергії ε , розраховане в лабораторній системі координат (x, z) і представлено на Рис. 7.6, г, має ряд власних відмінних рис: його максимуми зосереджено уздовж лінії пластини на деякій відстані від її поверхні, в той час як джерелами збурень у далекому полі є кромки пластини.

Порівняння зображень на Рис. 7.6 показує суттєві відмінності локалізації та геометрії полів різних змінних, важливу роль процесів генерації завихреності поза прилеглої безпосередньо до пластини області течії і складну порізану структуру поля дисипації механічної енергії течії на фоні крупномасштабних комірок картини ліній току.

рідини, що відтікають від і притікають до пластини, в областях формування висхідній і низхідній струменів (Рис. 7.7, а). Відрив струменевих течій від крамок сприяє виникненню характерних горизонтальних смуг і появи моменту сил, що прагне розвернути похилу пластину в стійке горизонтальне положення.

Поле збурень солоності поблизу похилої пластини виявляється немонотонним: до тонких шарів дефіциту солоності над пластиною і надлишку під нею, що відповідає синім і зеленим областям на Рис. 7.7, примикають смужки з надмірним значенням солоності над і її дефіцитом під пластиною. Утворення таких смужок обумовлено існуванням протитечій, структура яких показана нижче. Є суттєві відмінності в геометрії головних примикаючих до пластини і вторинних збурень солоності: внутрішні шари антисиметрично продовжуються вглиб рідини, зовнішні над пластиною обмежені знизу, під пластиною – зверху. Верхній кінець зовнішнього збурення над пластиною, як і нижній кінець під нею, роздвоюється.

Центри верхньої і нижньої компактних областей примикаючого збурення збігаються з центрами компенсаційних комірок Z в областях повороту головного струменю. До них зверху (знизу) примикає область збурень протилежного знаку. Така структура типова для хвиль нульової частоти, які спостерігаються поблизу границь конвективних течій.

Поля поздовжнього градієнту тиску і густини, представлені на Рис. 7.7, в, д, суттєво змінюються по довжині пластини, причому величини поздовжнього градієнта тиску мають різні знаки по обидві сторони від пластини, а градієнт густини змінює знак на протилежний уздовж кожної її сторони.

Поля нормального градієнта тиску і густини (Рис. 7.7, г, є) є практично незмінними вздовж поверхні пластини, причому нормальний градієнт тиску змінює знак на протилежний при переході через пластину, а градієнт густини зберігає позитивний знак уздовж обох її сторін.

7.2. Розрахунок внутрішніх хвиль при русі похилої пластини у стратифікованому середовищі

З імпульсним стартом похилої пластини в товщі неперервно стратифікованої рідини структура течії кардинально змінюється: з'являються випереджаючі збурення і приєднані внутрішні хвилі, які спочатку зароджуються на кромках пластини і в міру її руху заповнюють все більшу область течії навколо пластини. На кромках пластини відбувається найбільш інтенсивне витіснення частинок рідини, які, зміщуючись на невластиві їм рівні плавучості, починають здійснювати коливання з характерною частотою плавучості рідини. Даний ефект в сукупності з частковим захопленням рідини за рухомою пластиною призводить до утворення навколо перешкоди характерних систем внутрішніх хвиль і випереджаючих збурень.

Перегляд послідовних відеокадрів установаження стратифікованої течії навколо пластини при куті нахилу до горизонту $\alpha=1^\circ$ показує, що початкове формування хвильових збурень локалізовано в області гострих кромek пластини, де відбуваються найбільш інтенсивні процеси витіснення рідини і подальшої конвергенції течії (Рис. 7.8, а). Навіть при малих кутах нахилу проглядається помітна асиметрія збурень щодо центральної площини пластини на відміну від випадку її горизонтального розміщення, коли структура течії строго симетрична. Подальший процес еволюції течії проходить через періодичний розвиток у просторі знакозмінних хвильових збурень, максимумами яких розташовуються уздовж ліній, що виходять з гострих кромek пластини і нахилених до горизонту під кутом рівним приблизно 60° .

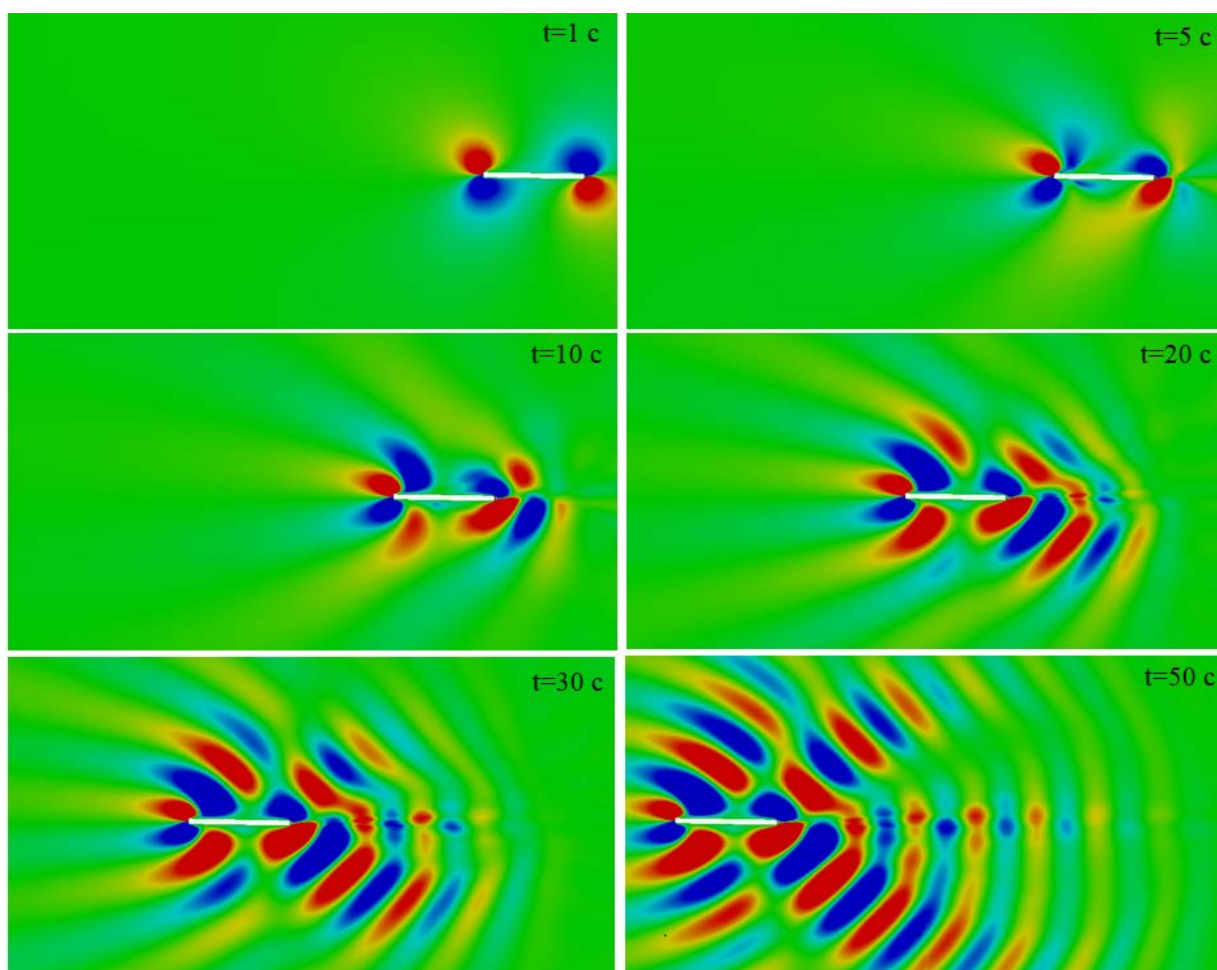


Рис. 7.8, а. Часова еволюція полів внутрішніх хвиль при імпульсному старті похилої пластини (поле вертикальної компоненти швидкості):
 $U=1$ см/с ($Re=1000$), $N=1$ с $^{-1}$ ($Fr=0.1$), $L=10$ см, $h=0.5$ см, $\alpha=1^\circ$.

На великих часах ($t > 50$ с) структура течії приймає типову картину усталеного поля внутрішніх хвиль з випереджаючими збуреннями, що стеляться до горизонту, і групами приєднаних внутрішніх хвиль, фазові поверхні яких зазнають суттєвих викривлень в областях їх взаємодії внаслідок невідповідності довжини пластини кратній довжині приєднаних внутрішніх хвиль. В області супутньої течії за пластиною чітко проглядаються вузлуваті структури обох знаків, що виникають в результаті асиметричної взаємодії двох груп приєднаних внутрішніх хвиль, згенерованих, відповідно, верхнім і нижнім гострими краями задньої кромки похилої пластини.

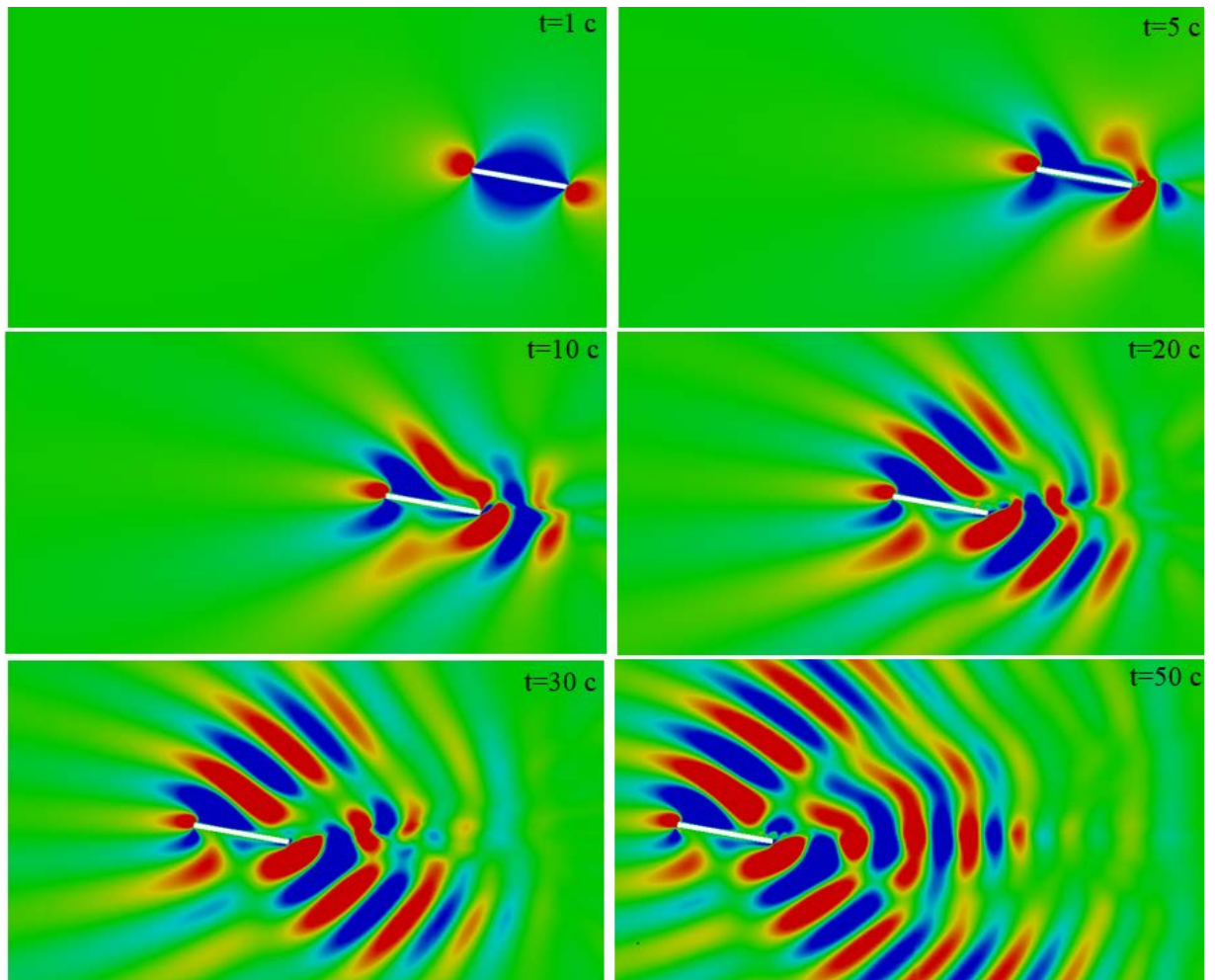


Рис. 7.8, б. Часова еволюція полів внутрішніх хвиль при імпульсному старті похилої пластини (поле вертикальної компоненти швидкості):
 $U=1$ см/с ($Re=1000$), $N=1$ с⁻¹ ($Fr=0.1$), $L=10$ см, $h=0.5$ см, $\alpha=10^\circ$.

Із збільшенням кута нахилу пластини ($\alpha=10^\circ$) структура початкових збурень суттєво трансформується: області позитивних збурень вертикальної компоненти швидкості локалізуються виключно на кромках пластини, а негативні – зосереджуються вздовж її бічних сторін (Рис. 7.8, б). Основними генераторами хвильових збурень у цьому випадку стають верхній і нижній краї передньої і задньої крайок пластини, відповідно. З моменту часу $t \geq 10$ с починає зароджуватися нова група хвильових збурень, які розповсюджуються в горизонтальній площині від задньої кромки пластини і мають більш викривлену структуру внаслідок взаємодії з вихровим слідом.

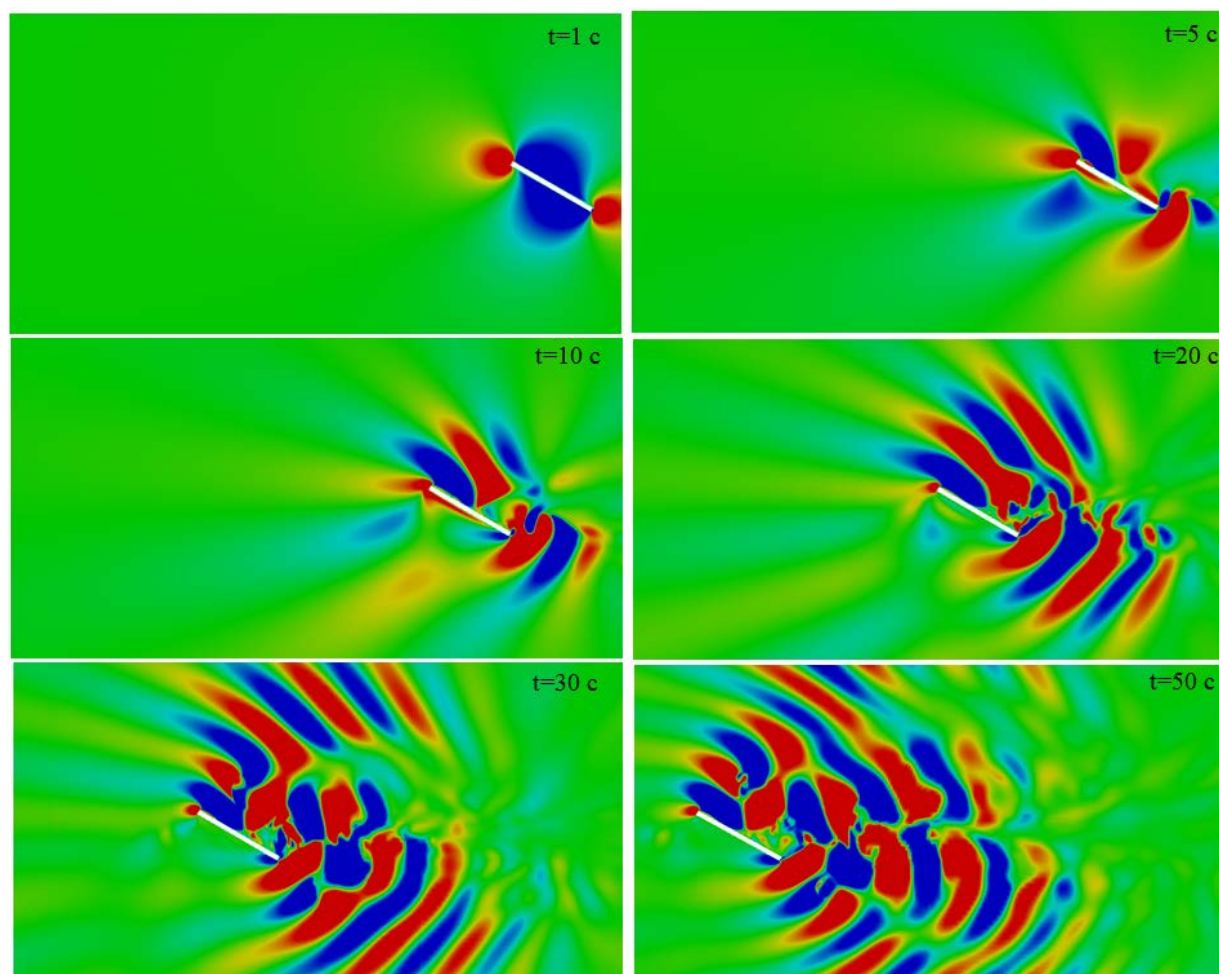


Рис. 7.8, в. Часова еволюція полів внутрішніх хвиль при імпульсному старті похилої пластини (поле вертикальної компоненти швидкості):

$U=1$ см/с ($Re=1000$), $N=1$ с⁻¹ ($Fr=0.1$), $L=10$ см, $h=0.5$ см, $\alpha=30^\circ$.

Подальше збільшення кута нахилу пластини ($\alpha=20^\circ$) призводить до суттєвого ускладнення структури течії: хвильові збурення локалізуються головним чином над перешкодою і в сліді за нею, при цьому область під пластиною залишається практично незбуреною за винятком околиці її крайок (Рис. 7.8, в). В області супутнього сліду проявляються наслідки множинних взаємодій внутрішніх приєднаних хвиль із супутніми вихровими структурами, що призводить до утворення тонкоструктурних елементів течії – лігаментів, які найкращим чином візуалізуються в картинах поля горизонтальної компоненти градієнту густини.

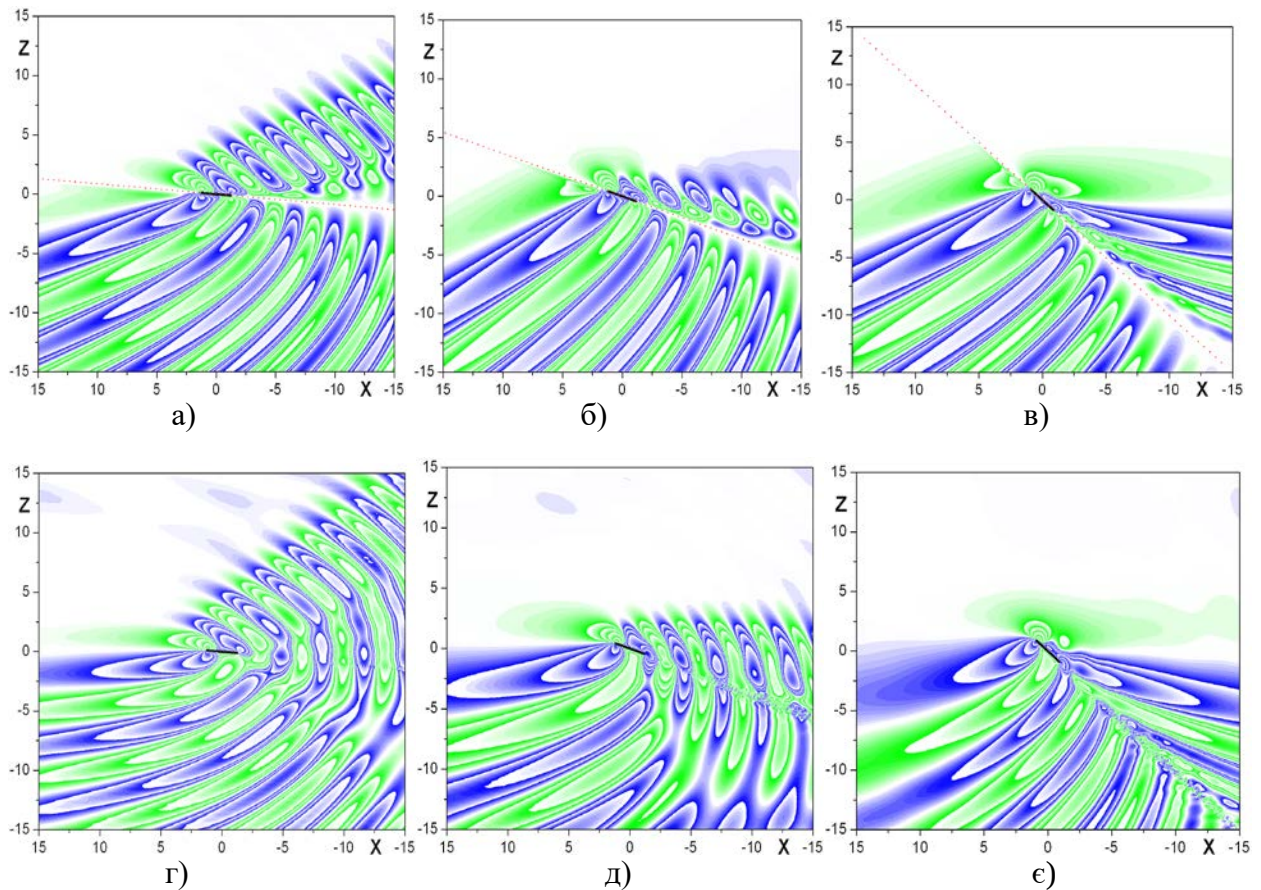


Рис. 7.9. Візуалізація точного розв'язку задачі руху пластини вздовж похилої підстилаючої поверхні (а-в) і пряме чисельне моделювання задачі руху пластини вздовж похилої площини у вільному просторі (г-є):

$$U_0=0.5 \text{ см/с}, L=2.5 \text{ см}, N=0.8 \text{ с}^{-1}, \alpha=5^\circ, 20^\circ, 45^\circ.$$

У випадку, коли похила пластина рухається у стратифікованому середовищі не в горизонтальному напрямку, а вздовж власної площини, структура полів внутрішніх хвиль дещо відрізняється у порівнянні з попереднім розглянутим випадком. Так, на Рис. 7.9, а–в представлено набір картин полів внутрішніх хвиль при різних кутах нахилу траєкторії руху, які отримано шляхом чисельної візуалізації аналітичного розв'язку задачі генерації полів внутрішніх хвиль при рівномірному русі полоси вздовж похилої площини на основі формул (6.11) і (6.12). В усіх випадках хвильове поле складається із системи поперечних хвиль у нижньому півпросторі і косих хвиль у верхньому. Зеленим кольором позначено додатні значення швидкості, синім – від'ємні.

Очевидно, що при нульовому куті нахилу підсилюючої поверхні відмінностей між хвильовими системами над і під пластиною практично немає – структура течії зберігає симетрію відносно площини руху. Проте вже навіть при малих кутах нахилу явно проглядається певна асиметрія поля внутрішніх хвиль – у нижньому півпросторі спостерігаються більш виражені випереджаючі збурення. При $\alpha=5^\circ$ область, зайнята внутрішніми хвилями над пластиною, виявляється помітно меншою, фазові поверхні внутрішніх хвиль розвертаються, зменшується кут їх нахилу до площини руху (Рис. 7.9, а). При подальшому збільшенні кута нахилу ($\alpha=20^\circ$) хвилі починають проникати в асиметричну клиноподібну область поблизу роздільної поверхні (Рис. 7.9, б). Змінюється також положення геометричного місця точок локальних екстремумів, розташованих усередині замкнених ізоліній на обраних гребнях і западинах областей максимальних хвильових збурень. При великих кутах нахилу ($\alpha \geq 45^\circ$) фазові поверхні косих хвиль починають стелитися вздовж площині руху, вони виявляються модульовані вздовж своїх гребнів і западин з масштабом порядку довжини хвилі (Рис. 7.9, в). При цьому поле поперечних хвиль зберігає свою структуру, однак зменшується довжина області значущих випереджаючих збурень. При подальшому збільшенні кута нахилу відновлюється монотонний характер косих хвиль над смугою, випереджаюче збурення займає ще значно меншу область у нижньому півпросторі і відсутнє у верхньому.

Кут нахилу фазових поверхонь до горизонту характеризує локальну частоту приєднаних хвиль, яка є малою на зовнішніх кінцях поперечних хвиль і наближається до частоти плавучості в околі траєкторії. Положення границь клиноподібної області, вільної від приєднаних внутрішніх хвиль поблизу площини руху, вираженої при малих α (Рис. 7.9, а), визначається умовою $\omega=N$. Положення дотичної до фазових поверхонь задає напрямок групової швидкості: для поперечних хвиль вона завжди спрямована вниз і вперед (Рис. 7.9, а-в). У косих хвилях спостерігається зміна напрямку групової швидкості хвиль: при

$\alpha \leq 20^\circ$ вона спрямована вгору та, як і для поперечних хвиль, вперед, а при $\alpha \geq 45^\circ$ вона відхиляється назад.

У розглянутій задачі жорстка поверхня розділяє поля косих і поперечних хвиль, які можуть проникати в сусідні області у вільному просторі. Чисельне моделювання дозволяє реалізувати задачу руху пластини у вільному просторі вздовж похилої траєкторії, результати розв'язання якої представлено на Рис. 7.9, г-д. Головною особливістю результатів чисельного моделювання є те, що відсутність роздільної площини не тільки призводить до прояву складної картини нелінійної взаємодії двох систем внутрішніх хвиль в околиці площини руху, а й впливає на структуру всього генерованого поля внутрішніх хвиль. Так, випереджальні збурення в нижньому півпросторі виявляються більш горизонтально орієнтованими, а збурена область течії в верхньому півпросторі, зайнята косими хвилями, виявляється помітно ширшою у випадку пластини, що рухається у вільному просторі. Крім того, змінюється критичне значення кута нахилу площини руху, при якому відбувається практичне зникнення хвильових збурень у верхньому півпросторі: у випадку руху пластини вздовж підстилаючої поверхні $\alpha_{кр} \approx 25^\circ$, а для пластини у вільному просторі $\alpha_{кр} \approx 32^\circ$. При $\alpha \geq 45^\circ$, коли хвильові збурення починають стелитися вздовж площини руху, структура поля внутрішніх хвиль для двох розглянутих випадків стає досить схожою, за винятком областей течії у випереджаючому збуренні і безпосередній близькості від площини руху, де проявляється взаємний вплив двох систем внутрішніх хвиль і проглядаються початкові процеси зародження вихрового супутнього сліду.

Таким чином, структура стратифікованої течії навколо перешкоди в режимі інтенсивної генерації внутрішніх хвиль істотно залежить від кутової орієнтації як самої перешкоди, так і траєкторії його руху відносно горизонтальної площини. Формування стратифікованої течії за рухомою похилій пластиною – складний нестационарний процес, в якому в різному ступені одночасно проявлено всі структурні компоненти течії – хвилі, вихори і

тонкоструктурні елементи, як на етапі імпульсного старту перешкоди, так і в розвиненій течії на великих часах. Масштаби та інтенсивність структурних елементів течії істотно залежать від параметрів задачі – властивостей стратифікованого середовища, розміру пластини, кутового положення перешкоди та траєкторії її руху і т.д.

7.3. Структура стратифікованої течії навколо вертикальної пластини

Розглядається задача рівномірного і прямолінійного руху в горизонтальній площині вертикально установленної пластини в стратифікованому середовищі і досліджуються особливості структури і динаміки течій в залежності від зміни базових параметрів задачі – швидкості руху пластини і частоти плавучості рідини.

У розрахованих картинах полів різних фізичних величин навколо вертикальної пластини – компонент швидкості, густини і компонент її градієнта виражені всі структурні елементи стратифікованої течії – випереджаючі збурення, внутрішні хвилі і вихровий слід позаду перешкоди (Рис. 7.10). Проте деталі картини течії і положення високоградієнтних прошарків на різних зображеннях помітно відрізняються, що відображає функціональну незалежність різних величин.

Найбільш просту структуру має поле вертикальної компоненти швидкості, в якому горизонтальним і похилим смугам відповідають частково заблокована рідина перед перешкодою і випереджаючі нестационарні внутрішні хвилі вище і нижче крайок тіла. Позаду тіла фазові поверхні приєднаних внутрішніх хвиль замикаються на лігаменти – високоградієнтні оболонки сліду, що контактують із задньою площиною пластини на відстані 0.8 см від її країв. Як можна бачити, стратифікація помітно впливає на характер течії в околиці перешкоди: висота області контакту зони блокування випереджаючого збурення становить 1.7 см. Зовнішню частину зони блокування заповнюють протяжні промені нестационарної півхвилі, а саме, її западина у верхній частині і гребінь – у

нижній. Система приєднаних хвиль позаду тіла представлена на Рис. 7.10, а послідовністю викривлених смуг, зовнішня частина яких складена дугами кіл, що плавно переходять у похилі промені випереджаючих хвиль. Нижні кромки хвилі контактують з оболонками сліду, який розширюється в околиці гребеня в верхньому півпросторі і западини в нижньому. І, навпаки, через півхвилі в області контакту западини хвилі зверху відстань між крайовими лігаменатами мінімальна. Довжина внутрішньої приєднаної хвилі, розрахована за лінійною теорією $\lambda = UT_b = 0.375$ см, узгоджується із спостережуваною, висота сліду плавно зростає з віддаленням від тіла.

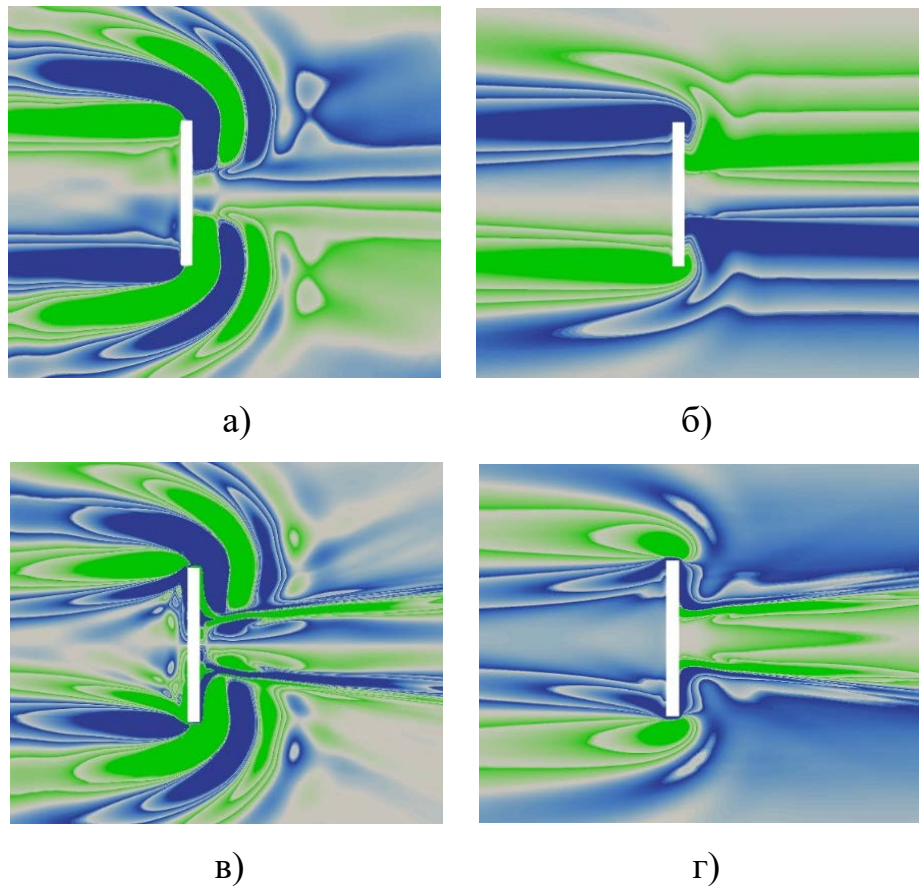


Рис. 7.10. Розраховані поля вертикальної компоненти швидкості (а), збурення густини (б), горизонтальної та вертикальної компонент градієнта густини (в, г) навколо вертикальної пластини: $h=2.5$ см, $T_b=12.5$ с, $U=0.03$ см/с.

В полі густини в центрі випереджаючого збурення клиноподібної форми зберігається початковий розподіл (Рис. 7.10, б). Висота області контакту з передньою поверхнею пластини становить 1.4 см, що трохи менше, ніж для швидкості на Рис. 7.10, а. Незбурене поле густини зберігається і в околиці центру сліду позаду тіла. Обмежуючі слід тонкі лігаменти на відстані 0.65 см від пластини розщеплюються на витягнуту систему шаруватих збурень. Висота області контакту лігаментів із задньою поверхнею складає 0.75 см, що помітно більше ніж у поля вертикальної компоненти швидкості.

Найбільш складні структури спостерігаються в полі горизонтальної компоненти вектора градієнту густини (Рис. 7.10, в). Тут чітко виражені клиноподібні структури в області заблокованої рідини і дрібномасштабні збурення у поверхні тіла. Похилі лігаменти границі сліду позаду тіла розщеплюються в околиці тіла. Висота області контакту становить близько 0.6 см, що можна порівняти з даними для швидкості, і помітно більше, ніж у полі збурення густини. Фазові поверхні – промені внутрішніх хвиль у полі горизонтальної компоненти швидкості промальовані найбільш контрастно. Система слабо виражених похилих смуг у правій частині рисунка візуалізує залишки поля нестационарних внутрішніх хвиль, що виникають при імпульсному початку руху тіла, як і в раніше виконаних розрахунках [200, 177].

Основні збурення в полі вертикальної компоненти градієнта густини зосереджені в випереджаючому збуренні, а форма лігаментів відображає фазову структуру поля внутрішніх хвиль (Рис. 7.10, г). Клиноподібний контур густинного сліду в картині даного поля ширший, ніж на Рис. 7.10, а-в, з кутом розкриття порядку 25° і мінімальною відстанню між обмежуючими лігаментами – приблизно 0.8 см.

Приєднані внутрішні хвилі стають найбільш вираженим компонентом структури течії при більших значеннях швидкості пластини $U=0.18$ см/с, результати розрахунків картин яких наведені на Рис. 7.11. Тут довжина

приєднаної внутрішньої хвилі становить $\lambda=2.25$ см, що можна порівняти з висотою пластини, значення дисипативних масштабів становить $\delta_U^v = 0.05$ см і $\delta_U^{ks} = 6.6 \cdot 10^{-5}$ см, а безрозмірних чисел Рейнольдса і Фруда – $Re=45$, $Fr=0.14$. Хоча в нових умовах випереджаючі збурення стають менш виразними, основні варіації спостерігаються за тілом. При цьому в полі швидкості залишається вираженою зона блокування, рідина в якій покоїться на великих віддаленнях від пластини. Тонкі прошарки оконтурюють клиноподібну область захопленої рідини, що примикає до донної площини на Рис. 7.11, а. Високоградієнтні прошарки зосереджено в околиці осі сліду.

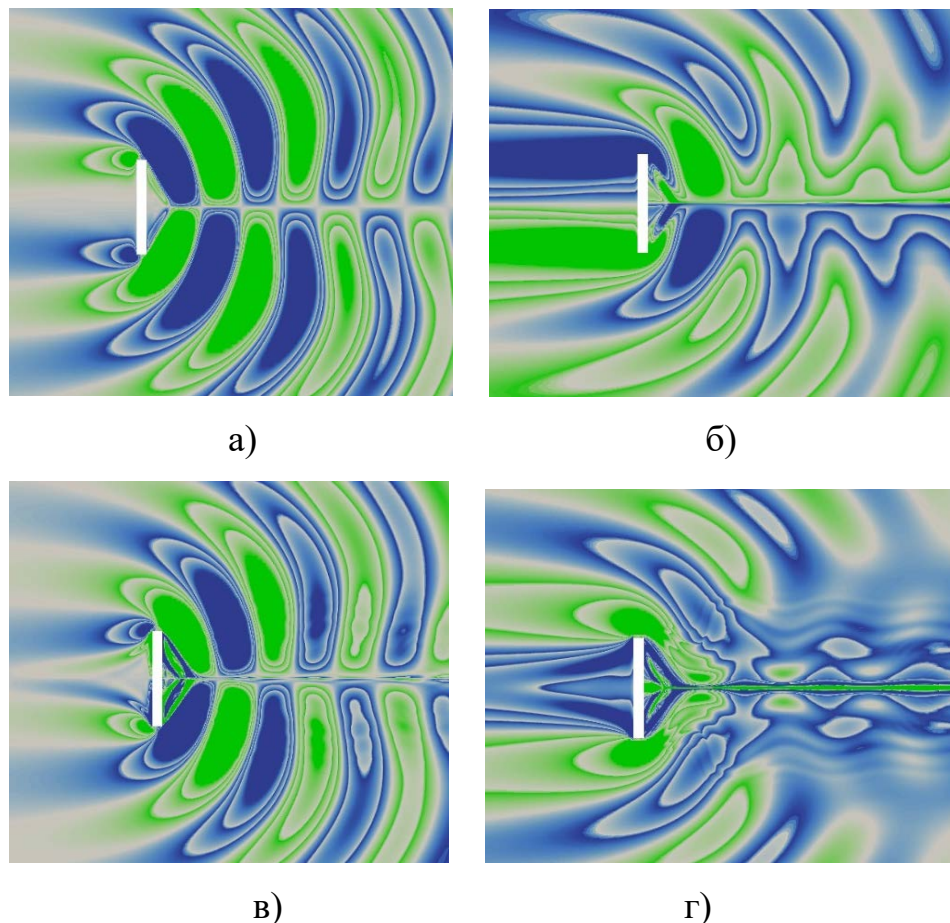


Рис. 7.11. Розраховані поля вертикальної компоненти швидкості (а), збурення густини (б), горизонтальної та вертикальної компонент градієнта густини (в, г) навколо вертикальної пластини: $h=2.5$ см, $T_b=12.5$ с, $U=0.18$ см/с.

Хвильові збурення в полі густини (Рис. 7.11, б) зменшуються досить швидко з віддаленням як від тіла, так і від осі сліду. Вузька зона заблокованої рідини перед пластиною зосереджена тільки в околиці осі течії перед тілом. Основна частина смуги перед тілом заповнена внутрішніми хвилями майже нульової частоти. Позаду тіла проглядаються дві групи внутрішніх хвиль – приєднані змінної частоти, фазові поверхні яких мають циліндричну форму, і стоячі з частотою близькою до частоти плавучості в околиці центральної площині сліду.

Загальна картина поля горизонтальної компоненти градієнта густини (Рис. 7.11, в) близька до зображення поля вертикальної швидкості, проте в ній представлено значно більше тонких деталей як попереду, так і позаду тіла.

Хвильові збурення в картині вертикальної компоненти градієнта густини виражені тільки в околиці похилої лінії максимальної групової швидкості, що проходить через кромки пластини. Поле позитивних значень збурень градієнту густини в області блокування оточене двома клиноподібними областями від'ємних значень, зануреними в систему нестационарних випереджаючих внутрішніх хвиль (Рис. 7.11, г). До донної частини пластини примикає клиноподібна область смуг із зниженим значенням збурень, яка зберігається на великих відстанях в околиці осі течії. Власне, область сліду заповнено системами внутрішніх коливань з частотою плавучості, до зовнішніх крайок яких примикають протяжні лінійчаті збурення типової хвильової форми.

Із збільшенням швидкості зростає довжина приєднаних внутрішніх хвиль і ступінь вираженості лігаментів, одночасно зменшується їх товщина, картина течії стає все більш насиченою тонкими деталями. Взаємодія між структурними компонентами всіх масштабів [161] призводить до появи нових структурних елементів як в формі протяжних осцилюючих ліній (Рис. 7.11, г), так і типових вихрових структур на Рис. 7.12. При цьому в діапазоні числа Фруда менших одиниці, амплітуда внутрішніх хвиль зростає із збільшенням швидкості.

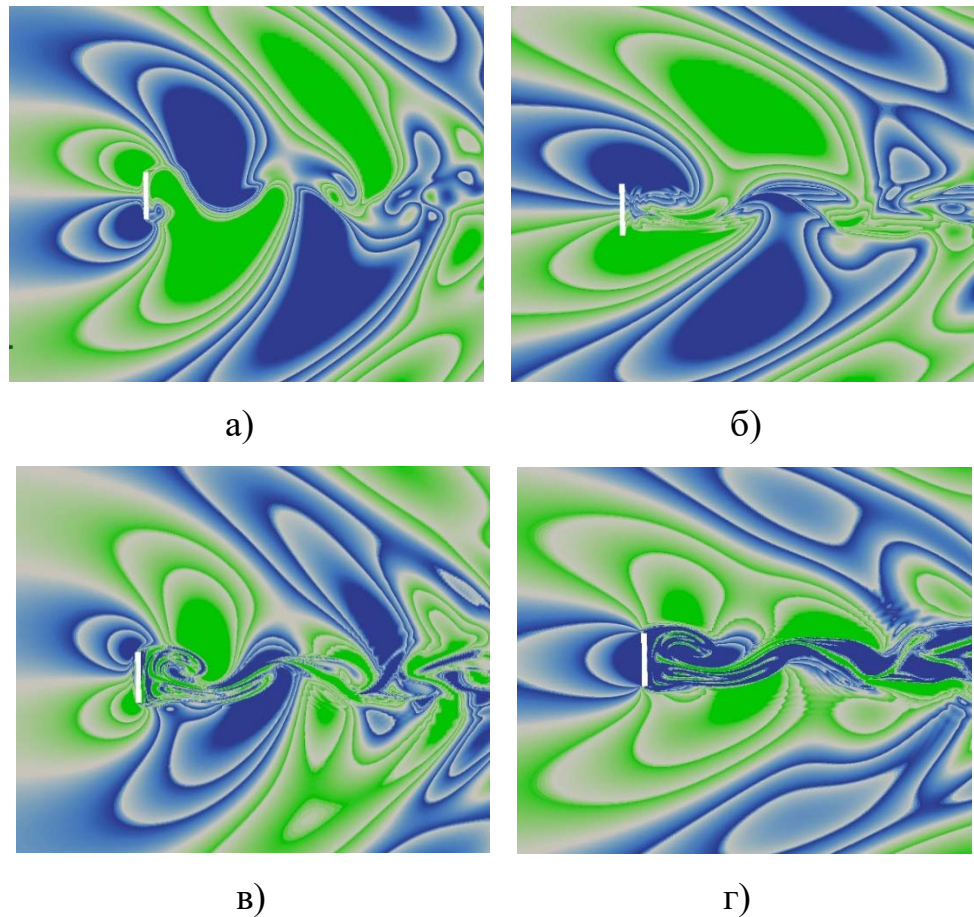


Рис. 7.12. Розраховані поля вертикальної компоненти швидкості (а), збурення густини (б), горизонтальної та вертикальної компонент градієнта густини (в, г) навколо вертикальної пластини: $h=2.5$ см, $T_b=12.5$ с, $U=0.75$ см/с.

В картині поля швидкостей на Рис. 7.12, а в системі хвильових збурень домінують декілька груп хвиль – відносно слабкі нестационарні випереджаючі, короткі біля крайок пластини і довгі в сліді за тілом, де вони настільки сильні, що спотворюють всю картину течії і викривляють центральну лінію сліду. У сліді спостерігаються і плями більш коротких хвильових збурень.

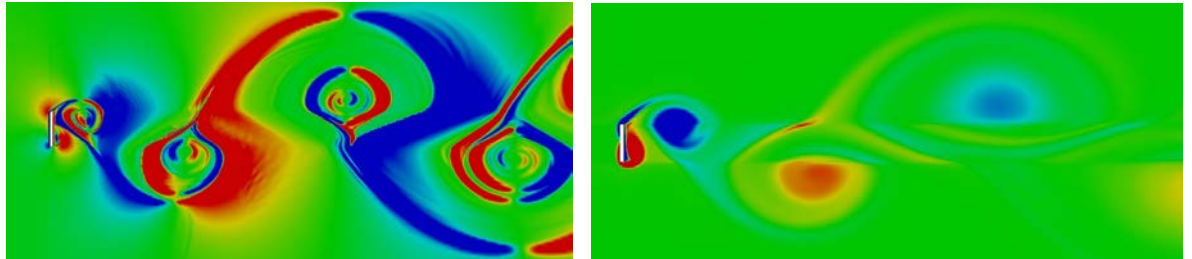
У центральній частині картини поля густини на Рис. 7.12, б виражено тонкі шаруваті лігаменти, що розділяють протифазні в верхньому і нижньому півпросторі приєднані хвилі. Вони простежуються протягом усього сліду, починаючи від донної частини пластини у формі хвилястої структури. Фазові поверхні приєднаних хвиль стають похилими, їх форма помітно відрізняється

як від лінійних, так і розрахованих раніше в більш повній постановці в [177, 200].

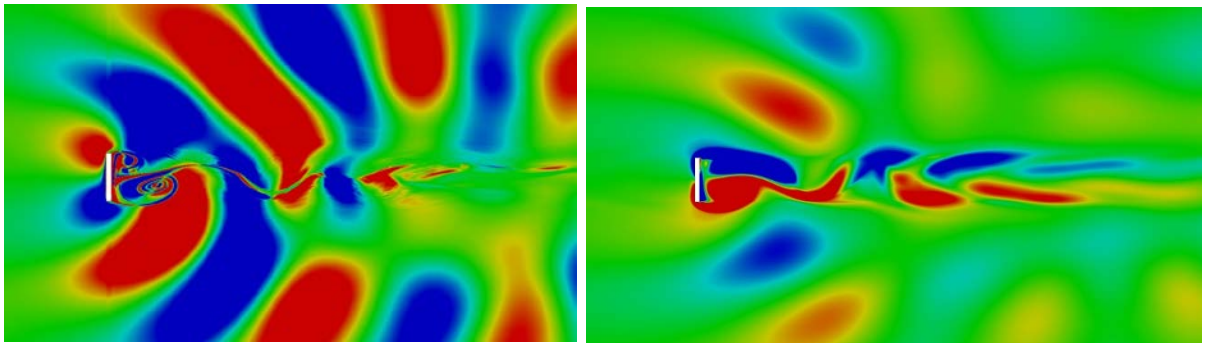
В картині полів градієнтів густини, показаних на Рис. 7.12, в, г, представлено всі структурні компоненти течії – хвилі, лігаменти і компактні вихори. Перед тілом спостерігаються два типи випереджаючих хвиль – більш довгі, пов'язані з приєднаними хвилями позаду тіла і короткі на кінцях пластини (Рис. 7.12, в). В полі вертикального градієнта густини представлено тільки довгі хвилі (Рис. 7.12, г), що свідчить про складність просторової структури хвильових полів. Форма звивистого тонкоструктурного сліду з вихровим оголовком, що прилягає до донної частини пластини, відображає картину приєднаних хвиль у даному режимі. Вся картина течії нестационарна, донний вихор, який формує звивистий густинний слід, рухається вгору і вниз по поверхні тіла.

Результати чисельних розрахунків стратифікованої течії навколо вертикальної пластини для різних значень частоти плавучості рідини приведено на Рис. 13 у вигляді картин полів горизонтальної компоненти градієнту густини і завихреності. Структура течії потенційно однорідної рідини навколо вертикальної пластини представляє собою характерну вихрову доріжку з послідовним періодичним зривом вихрових структур з кромки пластини (Рис. 13, а). Із збільшенням частоти плавучості рідини відбувається суттєва трансформація структури течії: з'являються характерні випереджаючі збурення і приєднані внутрішні хвилі, а вихровий слід суттєво пригнічується впливом ефектів стратифікації, проявляючись лише у формі вихрової пари в безпосередній близькості від пластини, що швидко трансформується вниз за потоком у звивистий тонкоструктурний слід (Рис. 13, б). При найбільшій величині стратифікації із розглянутого діапазону відбувається інтенсифікація внутрішніх хвиль наряду із зменшенням їх довжини, обернено пропорційно частоті плавучості, а в області течії за пластиною проявляється складна нелінійна взаємодія хвильових збурень у вигляді широкого тонкоструктурного

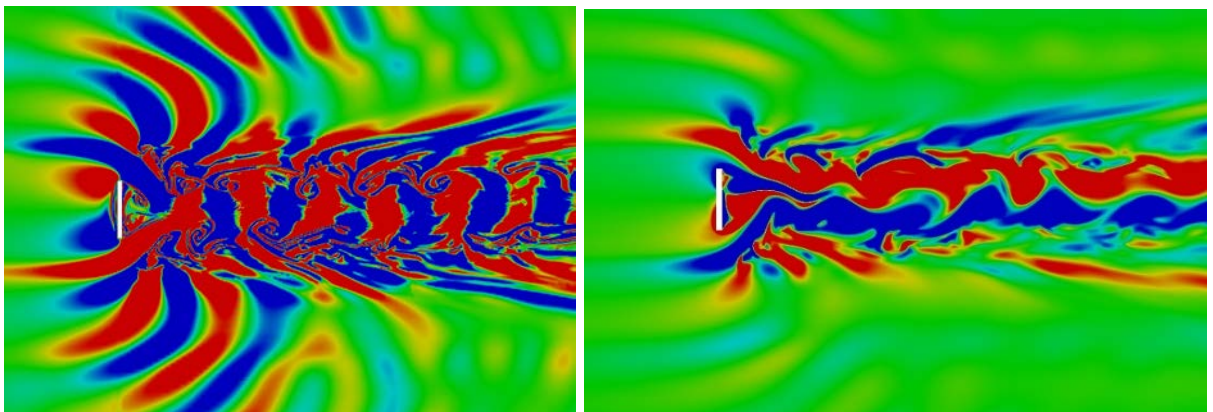
сліді (Рис. 7.13, в). Таким чином, підсилення стратифікації рідини призводить до інтенсифікації внутрішніх хвиль, пригнічення процесів вихроутворення та прояву нелінійних взаємодій хвильових збурень у супутньому сліді.



а)



б)



в)

Рис. 7.13. Картини полів горизонтальної компоненти градієнту густини і завихреності (лівий і правий стовпчики, відповідно) при обтіканні вертикальної пластини ($L=2.5$ см, $h=0.25$ см) потоком стратифікованої рідини для різних значень частоти плавучості:
 $U=0.75$ см/с; а) – $N=10^{-5}$ с $^{-1}$, б) – $N=0.5$ с $^{-1}$, в) – $N=1.5$ с $^{-1}$

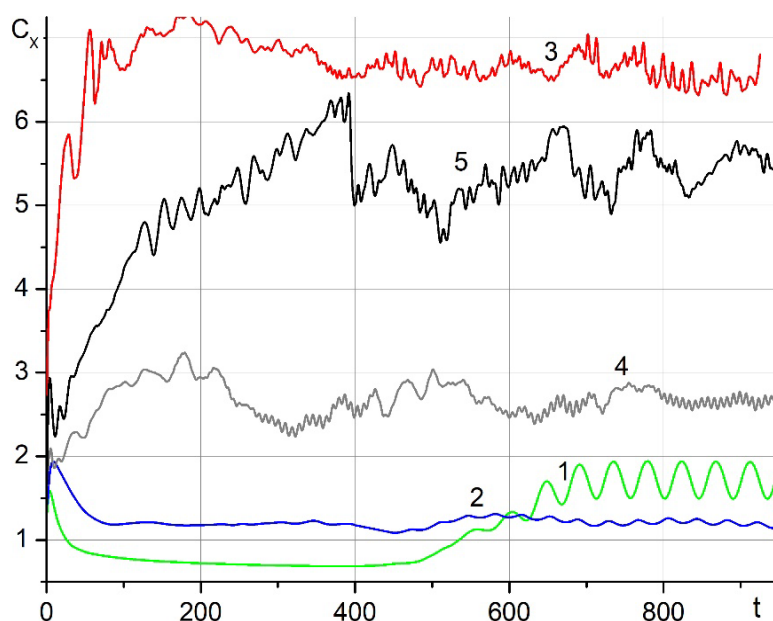


Рис. 7.14. Інтегральний коефіцієнт опору похилої пластини

($U=0.75$ см/с, $L=2.5$ см) у потоці неперервно стратифікованої рідини:

$\alpha=90^\circ$, $N=10^{-5}$, 0.5 , 1.5 с $^{-1}$ (криві 1–3); $\alpha=45^\circ$, $N=1.5$ с $^{-1}$ (4); $\alpha=60^\circ$, $N=1.5$ с $^{-1}$ (5).

Параметричний аналіз результатів розрахунків інтегральних характеристик похилої пластини для різних значень частоти плавучості рідини, швидкості руху та кута нахилу пластини дозволив визначити вклад окремих складових повної величини опору, включаючи хвильовий, вихровий, в'язкий та лобовий. У режимі малих швидкостей руху пластини домінуючою складовою є хвильовий опір, величина якого зростає із збільшенням вертикального масштабу перешкоди ($L \cdot \sin \alpha$) і частоти плавучості рідини пропорційно квадрату її величини. Із збільшенням швидкості руху і вертикального масштабу пластини з певного моменту часу починає зароджуватись супутній вихровий слід і, відповідно, з'являється вихрова складова опору, яка проявляється в залежностях інтегральних характеристик пластини від часу у вигляді чітких періодичних осциляцій. Величина вихрового опору має тенденцію до спадання із збільшенням частоти плавучості рідини як результат руйнівного впливу ефектів стратифікації на процеси вихроутворення в сліді за перешкодою (Рис. 7.14).

7.4. Порівняння результатів чисельних розрахунків з аналітичними розв'язками і картинами тіньової візуалізації

Розраховані профілі поздовжньої компоненти швидкості течії, індукованої дифузією на похилій пластині, наведено на Рис. 7.15 для різних кутів нахилу пластини до горизонту при $\tau = 0.75$. Чисельні результати демонструють добру узгодженість з асимптотичними оцінками в наближенні малих часів в області наростаючої частини прилеглої струменевої течії навіть при малих кутах нахилу поверхні до горизонту [13, 52].

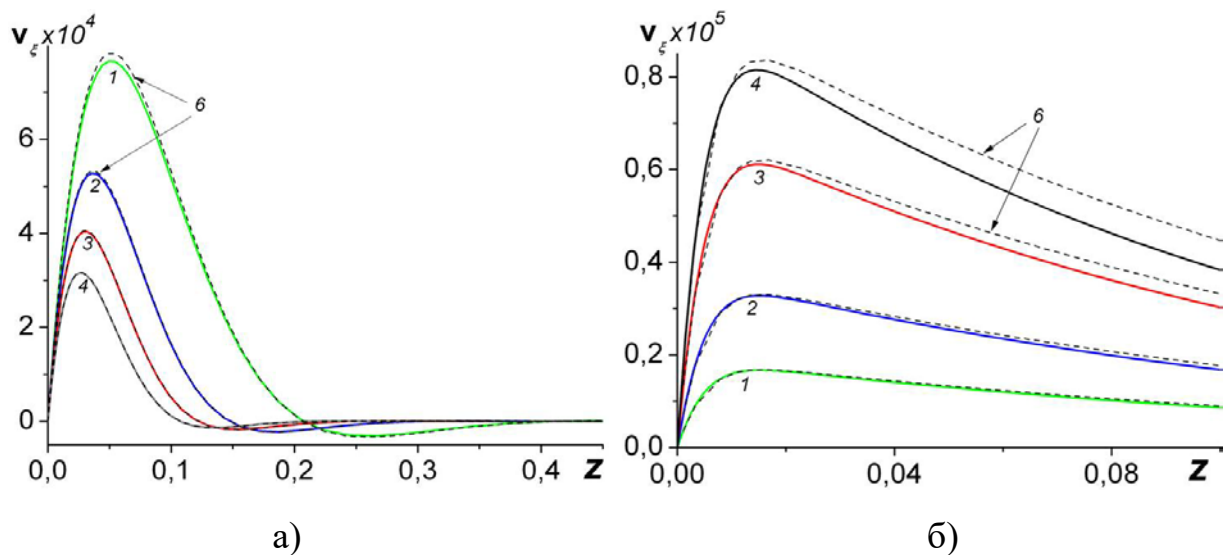


Рис. 7.15. Профілі поздовжньої компоненти швидкості ($L = 10$ см, $N = 1.26$ с $^{-1}$) в центральному перерізі при різних кутах нахилу пластини до горизонту: а – в порівнянні зі стаціонарними асимптотичними розв'язками [246, 298]; б – з точними [52] і асимптотичними [13] розрахунками в наближенні малих часів ($\tau = 0.75$): 1–4 – $\alpha = 5, 10, 30, 45^\circ$.

Аналітичні оцінки так само, як і чисельні розрахунки показують, що на малих часах ширина струменевої течії зростає степеневим образом у часі і не залежить від кута нахилу пластини до горизонту. Масштаби мінливості швидкості і солоності при цьому помітно різняться на відміну від розв'язку [83, 258, 311].

Найбільше значення швидкості течії спостерігається при $\alpha=0^\circ$. З ростом часу товщина прилеглої струменевої течії починає зменшуватись із збільшенням α , а кутове положення пластини, якому відповідає максимальне значення швидкості індукованої течії в чисельному розв'язку, – плавно спадати. При усталеному режимі течії воно відповідає нульовому значенню α і зосереджено поблизу крайок пластини.

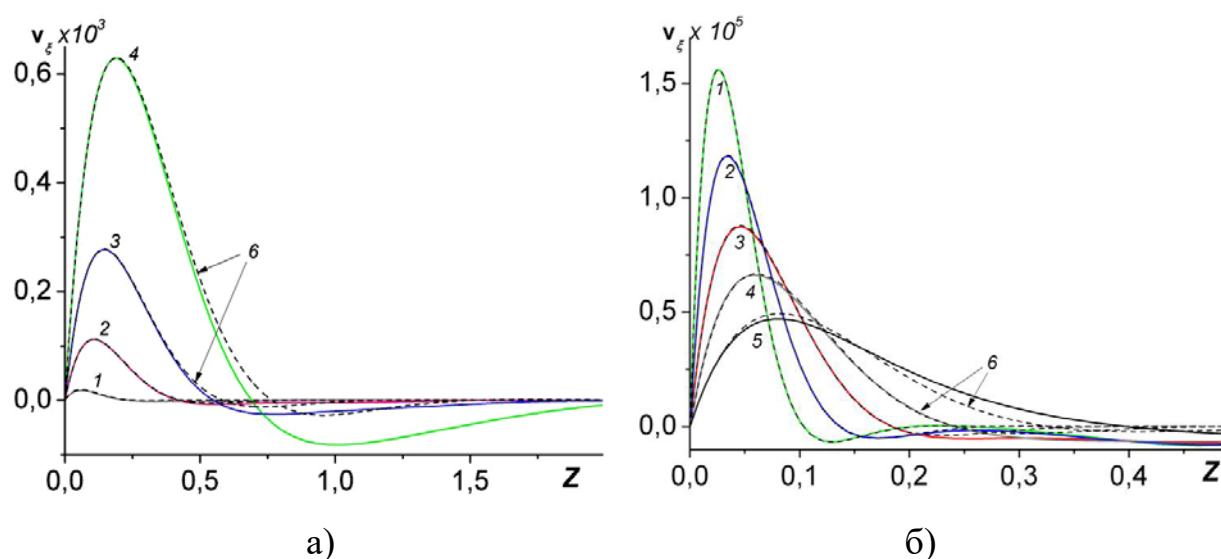


Рис. 7.16. Профілі поздовжньої компоненти швидкості в центральному перерізі пластини ($L = 10$ см, $N = 1.26$ с $^{-1}$, $\varphi = 10^\circ$) для різних значень (а) коефіцієнту дифузії (1–4 – $\kappa_s = 4.2, 42, 141, 420 \times 10^{-5}$ см 2 /с, $\nu = 0.01$ см 2 /с), (б) коефіцієнту кінематичної в'язкості (1–5 – $\nu = 0.001, 0.003, 0.01, 0.03, 0.1$ см 2 /с, $\kappa_s = 1.41 \times 10^{-5}$ см 2 /с). Криві 6 відповідають стаціонарному асимптотичному розв'язку [83, 258, 311].

Профілі поздовжньої компоненти швидкості для різних значень дисипативних параметрів – коефіцієнтів дифузії і кінематичної в'язкості, представлено на Рис. 7.16. Збільшення коефіцієнта дифузії призводить до пропорційного зростання характерних нормальних масштабів областей збурень швидкості і солоності поблизу поверхні. Інтенсивність схилових течій наростає

із збільшенням коефіцієнту дифузії κ_s і спадає із збільшенням кінематичної в'язкості ν .

Результати розрахунків порівнюються в широкому діапазоні значень дисипативних коефіцієнтів із стаціонарним аналітичним розв'язком – крива 6 на Рис. 7.16. Чисельні та теоретичні результати добре узгоджуються між собою майже по всій ширині головного струменя. Однак в області протитечії проглядаються суттєві відмінності внаслідок впливу крайових ефектів, які більш повно враховуються в високороздільних чисельних розрахунках.

Концентрація солі під непроникною поверхнею зростає за абсолютною величиною із збільшенням обох коефіцієнтів, однак існує порогове значення коефіцієнта в'язкості, вище якого величина солоності перестає змінюватися. Для розглянутого випадку коефіцієнта дифузії $\kappa_s = 1.41 \cdot 10^{-5} \text{ см}^2/\text{с}$ і характерній густини рідини $\rho_{00} = 1 \text{ г/см}^3$ критичне значення в'язкості складає $\nu_{кр} \approx 0.02 \text{ см}^2/\text{с}$.

При малих значеннях дисипативних коефіцієнтів повна товщина схилової струменевої течії майже в два рази перевищує товщину області збурення солоності, однак це правило дещо порушується при великих значеннях параметрів κ_s і ν .

Розраховані поля збурень градієнту густини $\nabla \rho$ для течій, індукованих дифузією на похилій пластині, в яких виявляються і крупномасштабні компоненти, розмір яких задається довжиною пластини, і тонкі прошарки з масштабами $\delta_N^\nu = \sqrt{\nu/N}$ і $\delta_N^{\kappa_s} = \sqrt{\kappa_s/N}$, на великих часах узгоджуються з картинами тіньової візуалізації розподілу градієнта коефіцієнту заломлення навколо пластини в лабораторному басейні (густина і коефіцієнт заломлення водних розчинів кухонної солі пов'язані лінійним співвідношенням). В розрахованій і тіньовій картинах (Рис. 7.17 – візуалізація кольоровим тіньовим методом з горизонтальною щілиною і решіткою) виділяються протяжні горизонтальні смугасті структури, що примикають безпосередньо до крайок

пластини. Довжина смужок зростає з підвищенням чутливості методу реєстрації – структура течії близько країв похилої пластини виражена більш чітко при використанні кольорового тіньового методу з горизонтальним положенням освітлювальної щілини і візуалізуючої решітки. Течії, індуковані дифузією, існують в стратифікованому середовищі при довільній орієнтації перешкоди, і відсутні в однорідній рідині.

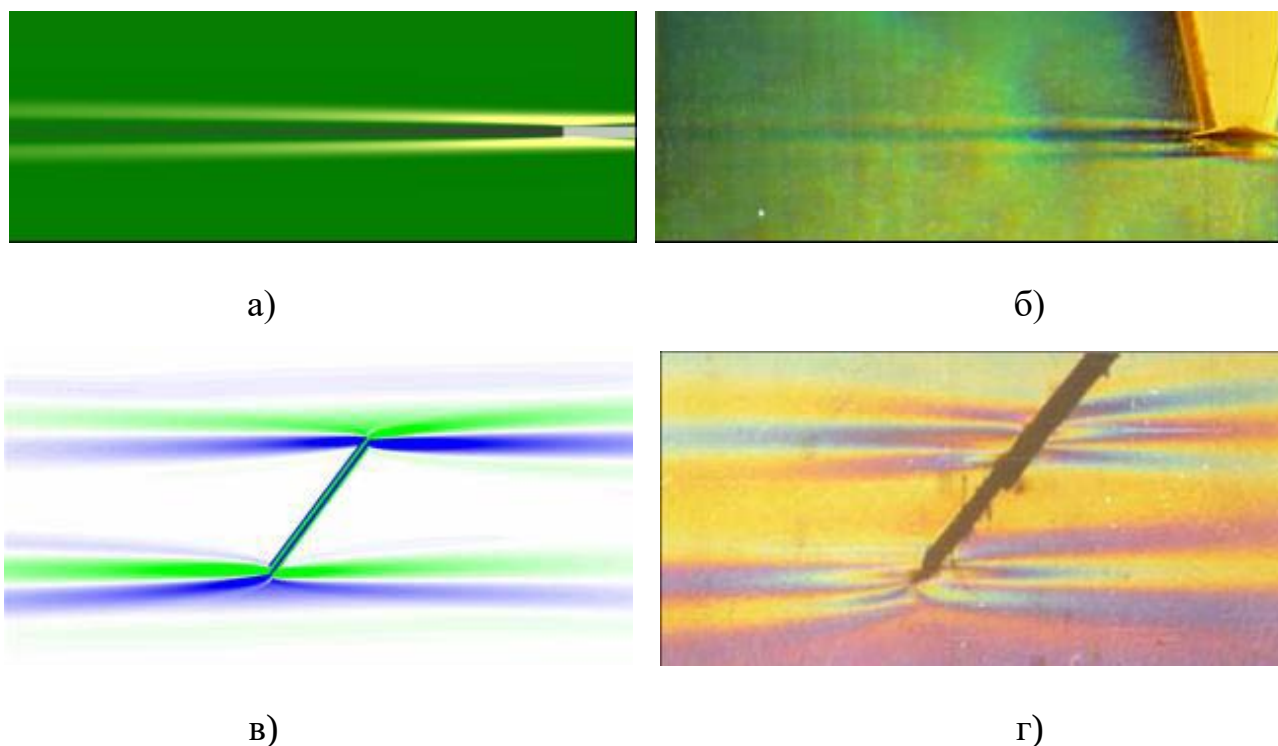


Рис. 7.17. Візуалізація течій, індукованих дифузією на нерухомих горизонтальній (а, б) і похилій (в, г) пластинах ($L = 5$ см, $N = 0.84$ с⁻¹, $T_b = 7.5$ с, $\varphi = 0^\circ, 40^\circ$): а, в – розрахунок, б, г – тіньове зображення.

Чисельні результати якісно зіставлено з дослідними даними візуалізації картини течії при русі горизонтальної і вертикальної пластин у неперервно стратифікованій рідині. На Рис. 7.18 наведено синтезоване зображення стратифікованої течії навколо пластини завдовжки $L=7.5$ см, верхня частина якого представляє чисельний розрахунок поля вертикальної компоненти швидкості, а нижня – відповідне тіньове зображення, отримане методом

"вертикальна щілина – вертикальний ніж Фуко" [162]. Зміна освітленості пропорційна варіаціям горизонтальної компоненти градієнта коефіцієнта заломлення. Коефіцієнт заломлення, солоність і густина пов'язані лінійними співвідношеннями для водного розчину кухонної солі, використаного для створення стратифікації. Кольорове забарвлення зумовлене вираженою дисперсією світла в такому середовищі [162].

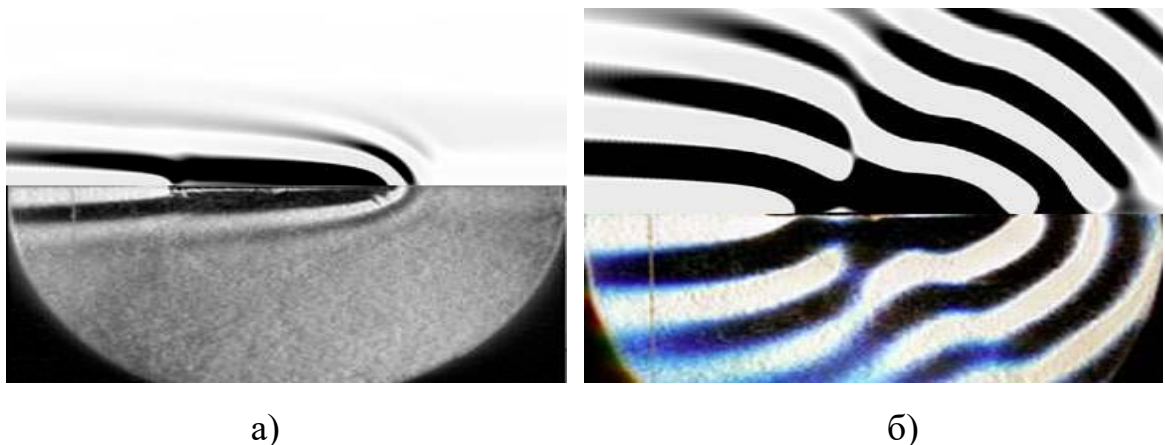


Рис.7.18. Розрахована і візуалізована в лабораторних дослідках (верхня і нижня половини зображення, відповідно) картини стратифікованої течії при рівномірному русі горизонтальної пластини:

$L=0.75$ см, $N=0.83$ с⁻¹, $U=0.1$ см/с (а); 0.32 см/с (б).

Чисельний розв'язок містить всі структурні компоненти поля збурень і досить добре узгоджується зі спостереженнями навколо рухливої пластини, як в області випереджальних збурень, так і приєднаних внутрішніх хвиль. У повзучій течії при повільному русі вертикальної пластини (Рис. 7.19) виражено ряд структурних компонент течії – випереджаючі (похилі промені) і приєднані позаду тіла внутрішні хвилі, а також обмежуючі густинний слід лігаменти, що віддалені на певну відстань від крайок пластини (Рис. 7.19, а).

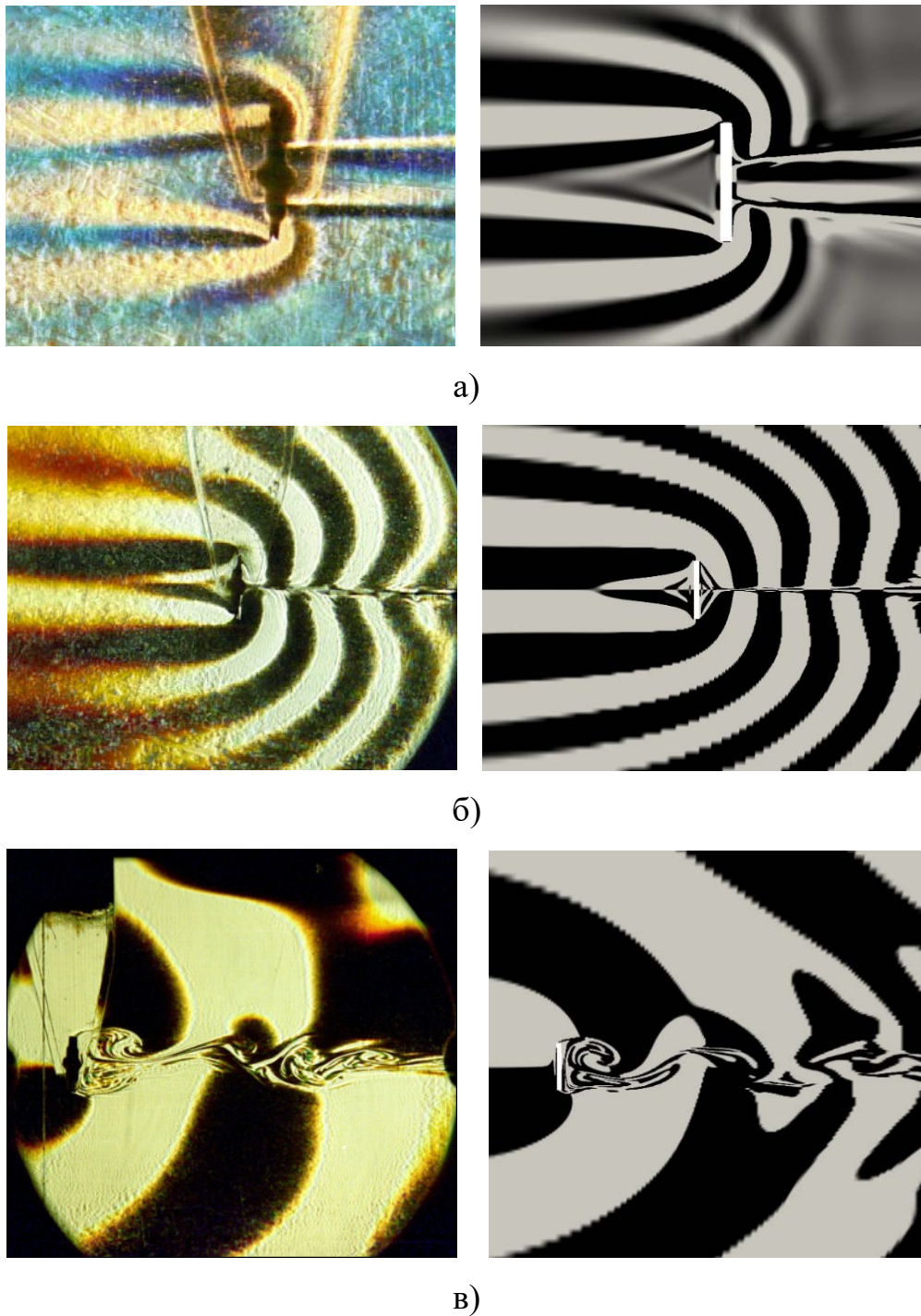


Рис. 7.19. Порівняння тіньових зображень (коефіцієнт заломлення світла) і розрахованих картин течії (горизонтальна компонента градієнту густини) навколо вертикальної пластини:
 $h=2.5$ см, $T_b=12.5$ с, а) – $U=0.03$ см/с, б) – $U=0.18$ см/с, в) – $U=0.75$ см/с.

У режимі інтенсивних хвильових збурень представлено і хвилі, і велике сімейство лігаментів, що утворюють тонкошаруватий слід (Рис. 7.19, б).

Причому, як у розрахунках, так і дослідах візуалізується тонка структура випереджаючого збурення, яка вказує на існування лігаментів як позаду, так і попереду тіла. В експериментах фазові поверхні приєднаних внутрішніх хвиль деформуються супутньою течією дещо сильніше, ніж в розрахунках, розщеплена картина тонкошаруватих збурень виражена більш контрастно.

З подальшим збільшенням швидкості дещо змінюється загальна структура течії (фазові поверхні внутрішніх хвиль нахилиються в сторону руху тіла, змінюється геометрія тонкоструктурних прошарків) і ступінь вираженості окремих компонентів. Найбільш сильні структурні зміни спостерігаються в супутньому сліді за тілом, де формуються характерні вихрові елементи типу вихрових диполів за тілом і «вихрових бульбашок» в зонах дивергенції фазових поверхонь внутрішніх хвиль. Всі компоненти течії еволюціонують і активно взаємодіють між собою і з середньою течією. У нестаціонарній картині течії можна виділити повільно еволюціонуючі компоненти (поля приєднаних і випереджаючих хвиль), а також швидко мінливі – тонкоструктурні прошарки (лігаменти) та їх набори – вихори.

Порівняння розрахованої і візуалізованої картин стратифікованої течії в режимі інтенсивної генерації внутрішніх хвиль, а також профілів швидкості на різних відстанях перед прямолінійно рівномірно рухомою вертикальною пластиною, побудованих на основі чисельних розрахунків і виміряних експериментально за допомогою методу густинних міток [161, 162], представлено на Рис. 7.20.

У течії чітко виділяються випереджаюче збурення, що складається із заблокованої рідини безпосередньо перед тілом і нестаціонарних внутрішніх хвиль, що плавно переходять у приєднані хвилі позаду перешкоди, і супутній слід. Амплітуди випереджаючих збурень зменшуються з віддаленням від перешкоди, а їх фазові поверхні поступово відхиляються від горизонтального положення, що підтверджується розрахованими і вимірюваними профілями швидкості (Рис. 7.20, б).

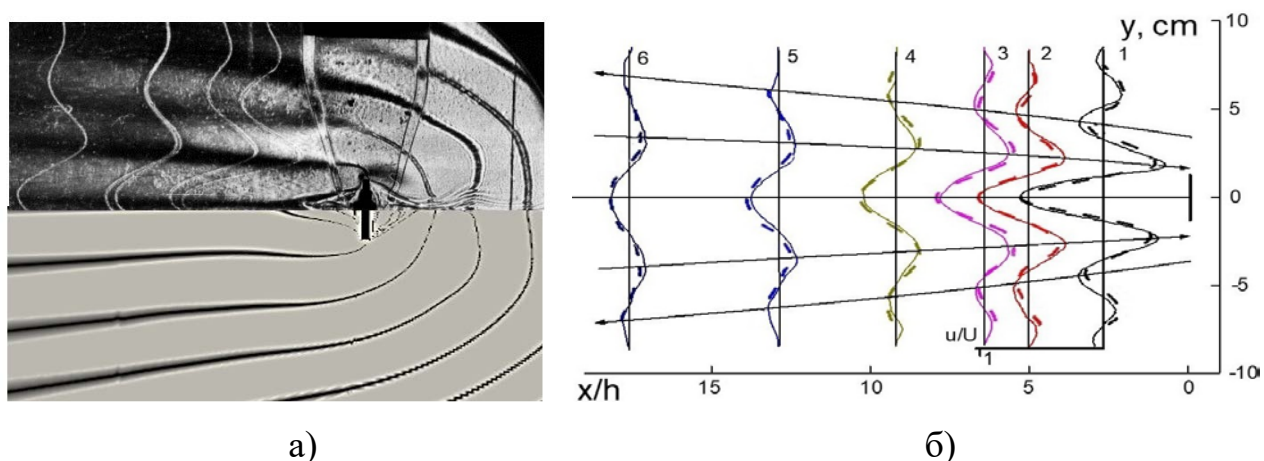


Рис. 7.20. Комбіновані тіньова (верхня половина зображення) і розрахована (нижня половина) картини течії навколо вертикальної пластини (а) і профілі швидкості на різних відстанях перед пластиною (б):
1-6 – $x/h = 2.7; 5.1; 6.4; 9.2; 13.1; 17.5$ (суцільна лінія – експеримент, пунктирна – розрахунок): $h = 2.5$ см; $T_b = 12.5$ с; $U = 0.26$ см/с; $Fr = 0.21$.

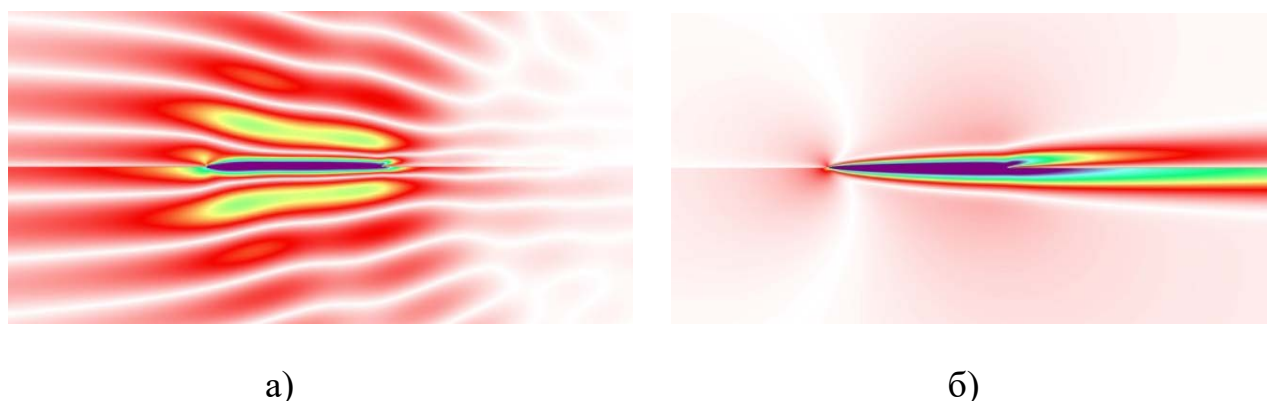


Рис. 7.21. Візуалізація точного розв'язку в наближенні підстилаючої площини і чисельний розрахунок у вільному просторі (верхня і нижня половини зображення, відповідно) течії при рівномірному русі горизонтальної пластини в сильно стратифікованій (а) і актуально однорідній (б) рідині: $U = 0.5$ см/с, $L = 0.75$ см.

Порівняння картин течій стратифікованої і однорідної рідин навколо горизонтальної пластини, що рівномірно рухається у власній площині, наведено на Рис. 7.21, які було отримано шляхом візуалізації точного розв'язку по

лінеаризованій моделі в наближенні підстилаючої поверхні – вирази (6.13), (6.14) і прямого чисельного розрахунку в повній постановці.

Якісна узгодженість хвильових картин на Рис. 7.21 зростає в далекому полі течії, тоді як поблизу площини руху спостерігаються істотні відмінності в структурі випереджаючого збурення перед пластиною, що обумовлено штучністю граничних умов в розрахунках по лінеаризованій моделі. При цьому важливо зауважити, що при повній відповідності математичних моделей і граничних умов аналітичні і чисельні розрахунки дають повністю ідентичні результати.

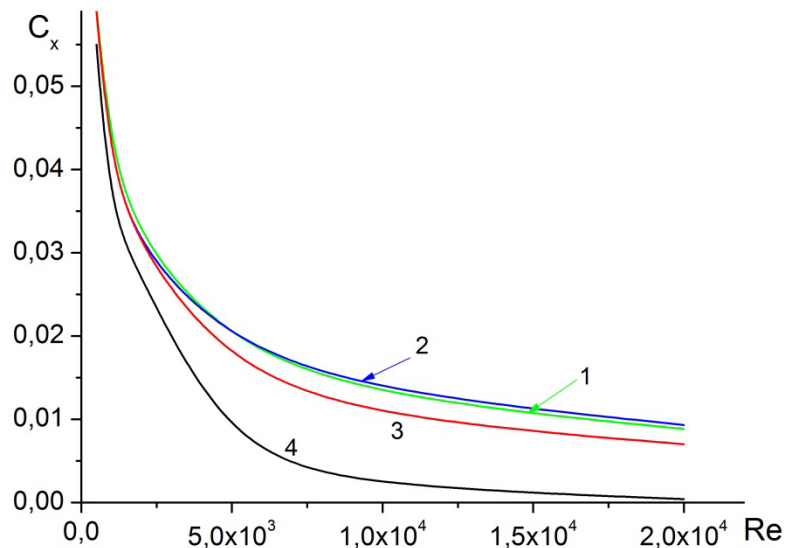


Рис.7.22. Залежність коефіцієнту опору тертя від швидкості обтікання горизонтальної пластини ($L = 10$ см) потоком актуально однорідної рідини: розв'язок задачі Блазіуса (1) [108] і обтікання нескінченно тонкої півплощини (2), пластин малої (3, $h=0.05$ см) і великої (4, $h=0.5$ см) товщини.

У повній постановці випереджаюче збурення монотонно спадає з віддаленням від пластини, крайові сингулярності менш проявлені біля її задньої кромки. Позаду пластини формується супутній слід, який найбільш яскраво виражений при малих величинах стратифікації середовища. При цьому, як в аналітичному, так і в чисельному розв'язках зберігаються основні структурні особливості течії: випереджаюче збурення, крайові сингулярності, і

високоградієнтні збурення горизонтальної компоненти швидкості навколо пластини (примежовий шар).

На Рис. 7.22 наведено криві залежностей коефіцієнту опору тертя від числа Рейнольдса для різних моделей перешкоди – нескінченно тонкої півплощини, тонкої і товстої пластин, у порівнянні з класичним розв'язком задачі Блазіуса [108]. Загальна тенденція залежностей, яка полягає у зменшенні коефіцієнта опору тертя зі збільшенням числа Рейнольдса, зберігається у всіх розглянутих випадках. Найбільш ідеалізований випадок чисельного розрахунку обтікання півплощини, коли вздовж всієї лінії півплощини задаються умови симетрії течії без урахування збурюючого впливу передньої кромки, виявляється найбільш наближеним до розв'язку Блазіуса. З появою реальної товщини пластини розрахунки починають значно розходитися з теоретичним розв'язком внаслідок зародження складних вихрових систем, генерованих передньою кромкою пластини, які суттєво впливають на значення коефіцієнта опору тертя вниз за потоком. Картина обтікання пластини при великих числах Рейнольдса в реальних умовах виявляється значно складнішою, ніж приймається при традиційному підході постановки задачі.

7.5. Висновки до розділу 7

У даному розділі проведено фундаментальні дослідження нестационарних процесів формування і розвитку течій неперервно стратифікованої й однорідної рідин навколо непроникних перешкод, зокрема, похилої пластини, циліндру, диску та клиновидного тіла, що можуть бути як нерухомими, так і рухатися рівномірно й прямолінійно з малими швидкостями. Виявлено, що усталена структура надповільної течії, індукованої дифузіїєю на горизонтальній пластині, яка виникає в результаті переривання дифузійного переносу стратифікуючого компонента (температури або концентрації розчинених речовин) на непроникній нерухомій границі навіть за відсутності зовнішніх дестабілізуючих факторів, являє собою багаторівневу послідовність горизонтально орієнтованих

вихрових комірок із симетричною структурою відносно центральної площини пластини. Відхилення від горизонтального положення пластини призводить до порушення симетрії течії і суттєвої трансформації циркуляційних систем: формування єдиної циклонічної вихрової комірки навколо перешкоди, виникнення висхідної струминної течії на її верхній стороні і низхідної – на нижній, та злиття суміжних компенсаційних комірок з однаковими напрямками циркуляції. Течії, індуковані дифузією на циліндрі і горизонтальному клині, мають схожу багаторівневу комірчасту структуру з головною відмінністю, яка полягає у наявності зон нульових збурень навколо вертикально орієнтованих ділянок поверхні перешкод – на задній стороні клину та в околиці полюсів циліндру, рознесених горизонтально.

Визначено масштаби та інтенсивність руху рідини у циркуляційних комірках, проаналізовано профілі швидкості та густини у струминних течіях, що формуються на поверхні перешкод, в залежності від їх розмірів, кутової орієнтації відносно горизонту, величин стратифікації та коефіцієнту дифузії. Виявлено, що струменеві течії на сторонах похилої пластини створюють момент сил, який прагне повернути її у стійке горизонтальне положення, а перед гострою вершиною горизонтального клину виникає інтенсивна зона від’ємного тиску, що створює пропульсивну силу і призводить до його саморуху.

Із початком руху перешкоди у стратифікованому середовищі на її екстремальних точках починають генеруватися поля внутрішніх хвиль, нестационарну структуру і динаміку яких у дисертаційній роботі проаналізовано для випадку рівномірного і прямолінійного руху похилої пластини, включаючи граничні випадки її горизонтального та вертикального розміщення. Досліджено структуру полів різних фізичних змінних, проведено кількісні оцінки інтенсивності й масштабів генерованих хвильових збурень в залежності від величин базових параметрів задачі – частоти плавучості рідини, швидкості руху та кутового положення пластини. У повзучому режимі течії при

малих швидкостях руху пластини, окрім характерної структури внутрішніх хвиль, в області заблокованої рідини перед перешкодою формуються тонкоструктурні шаруваті елементи, а в сліді за перешкодою розвиваються протяжні горизонтальні прошарки, які з подальшим збільшенням швидкості руху пластини трансформуються у сукупність розщеплених тонкошаруватих збурень, що захоплюються супутньою течією і формують тонку структуру зароджуваного вихрового сліду.

У випадку руху пластини вздовж похилої траєкторії структура стратифікованої течії суттєво відрізняється: поле внутрішніх хвиль складається із системи поперечних хвиль у нижньому півпросторі і косих хвиль у верхньому, що взаємодіють між собою вздовж траєкторії руху пластини. Виявлено, що при куті нахилу траєкторії руху $\alpha \sim 30^\circ$ хвильові збурення в області течії над пластиною практично зникають, а при $\alpha \geq 45^\circ$ фазові поверхні внутрішніх хвиль починають стелитися вздовж площини руху пластини. В аналітичному розв'язку лінеаризованої версії даної задачі при наявності жорсткої площини вздовж траєкторії руху пластини суттєво змінюється структура випереджаючих збурень перед пластиною, збільшується інтенсивність і кут нахилу косих внутрішніх хвиль у нижньому півпросторі, зменшується критичний кут траєкторії руху, при якому зникають хвильові збурення у верхньому півпросторі.

Розраховані поля стратифікованих течій навколо рухомих перешкод у надповільному, повзучому та хвильовому режимах знаходяться у гарному узгодженні з відповідними картинами тіньової візуалізації у лабораторних дослідах, а також з результатами аналітичних розв'язків в рамках єдиної математичної постановки.

Основні положення цього розділу викладені у публікаціях автора [46–49, 101–105, 145–148, 152–155, 160].

РОЗДІЛ 8

ВИХРОВИЙ РЕЖИМ СТРАТИФІКОВАНИХ ТЕЧІЙ

У даному розділі наведено результати високопродуктивних розрахунків течій, що виникають при рівномірному русі пластини, встановленої під різними кутами атаки, як в стратифікованій, так і однорідній в'язкій нестисливій рідині. У єдиній постановці досліджується динаміка устанавлення і структура течії при початку руху горизонтальної або похилої пластини з постійною швидкістю в горизонтальній площині в широкому діапазоні параметрів, включаючи течії, індуковані дифузією на нерухомій перешкоді, хвильовий, вихровий, а також нестационарний вихровий (перехідний) режими течії. Безпосередньо в даному розділі основна увага приділяється порівняльному аналізу структури полів різних фізичних величин, визначенню фізичних механізмів нестационарності та оцінці впливу форми пластини на характеристики течії саме в нестационарному вихровому режимі.

Найбільший прикладної інтерес представляє візуалізація картини течії при помірних і досить великих числах Рейнольдса, коли реалізуються складні процеси ламінарно-турбулентного переходу. У такому режимі в околиці передніх кромek поряд з великими одночасно утворюються дрібні вихори, які активно взаємодіють між собою, тонкими компонентами течій і навіть приєднаними внутрішніми хвилями, довжина яких в даному випадку істотно перевищує розміри області спостереження. Множинні взаємодії різномасштабних за часом і простором компонент проявляються в нестационарності течії навіть при фіксованих граничних умовах.

8.1. Структура і динаміка течій навколо горизонтальної пластини в нестационарному вихровому режимі

Розглядається задача обтікання прямокутної пластини рівномірним потоком нестисливої в'язкої рідини двох видів – стратифікованої і однорідної. Окремо аналізуються течії сильно стратифікованої рідини (СР), типової для лабораторних експериментів, і слабо стратифікованої, характерною для природних систем – океану і атмосфери. Також незалежно аналізуються збурення в потенційно однорідній рідині (ПОР), коли інерційними ефектами, зумовленими змінністю густини середовища, можна знехтувати, але невеликий градієнт густини зберігає вихідну постановку, і в актуально однорідному середовищі (АОР, $\rho = \text{const}$) – основному об'єкті вивчення в сучасній теоретичній гідромеханіці.

Течії розвиваються в однорідному полі сили тяжіння з прискоренням вільного падіння g . Незбурені експоненціальні розподіли густини характеризуються масштабами $\Lambda = (d \ln \rho_0 / dz)^{-1}$, частотами $N = \sqrt{g / \Lambda}$ і періодами плавучості $T_b = 2\pi / N$.

Вивчаються двовимірні течії, що виникають при обтіканні рівномірним потоком прямокутної горизонтальної пластини довжиною $L = 10$ см і товщиною $h = 0.5$ см або $h = 0.05$ см. Пластина орієнтована прямою передньою кромкою з гострими краями по нормалі до траєкторії, що лежить в горизонтальній площині. Геометрію пластини характеризує коефіцієнт гостроти $\xi = L / h = 20, 200$. Використовується дві праві системи координат – лабораторна, пов'язана з рідиною (вісь Oz направлена вертикально вгору), і приєднана (власна), центр якої розміщується в середині пластини. В якості математичної моделі використовується система рівнянь (2.3) з граничними умовами (2.8), що розв'язується чисельно з використанням методів, описаних у розділі 2.

Нестационарність виникаючих вихрових структур при $U = 80$ см/с ілюструє послідовна вибірка картин поля завихреності ($\Omega_y = \partial v_x / \partial z - \partial v_z / \partial x$) на протязі 0.75 с, що приведено на Рис. 8.1. Від'ємним значенням завихреності (з циклонічним обертанням проти годинникової стрілки) відповідають відтінки синього кольору, а позитивним значенням (антициклонічне обертання) – червоного.

Вихори частково дрейфують із області формування у переднього краю, і, як можна бачити з наведених картин течії, незалежно переносяться потоком вздовж верхньої і нижньої кромки. До області відриву – задній кромці вони приходять неузгоджено. Мінливість положення та інтенсивності вихрових систем, що сходять із задньої кромки, викликає відхилення осі сліду від горизонталі і осциляції положення всієї супутньої течії.

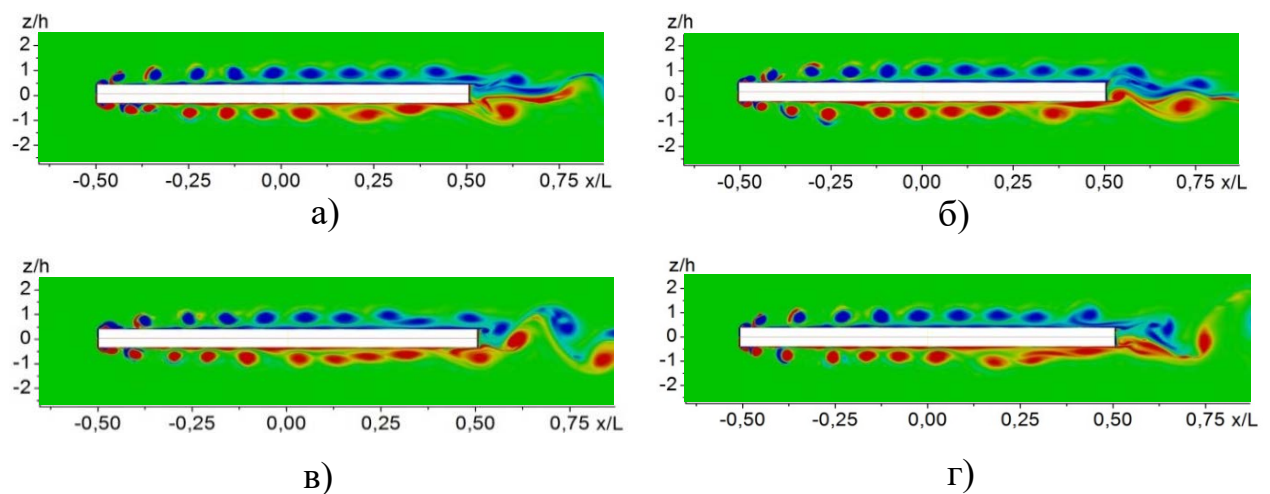


Рис. 8.1. Часова мінливість поля завихреності в стратифікованій течії на пластині ($N = 1.2 \text{ с}^{-1}$, $L = 10$ см, $h = 0.5$ см, $U = 80$ см/с, $Re = 80\,000$, $Fr = 6.7$): а – г) – $t = 2.0, 2.025, 2.05; 2.075$ с.

Типовий розмір ядра вихрового шнура з виділених на Рис. 8.1, в якому рідина над пластиною здійснює антициклонічне обертання, і, навпаки, циклонічне – під нею, становить $\lambda_p \sim 0.35$ см. З наближенням до задньої кромки пластини форма вихрових елементів дещо спотворюється, витягаючись

у напрямку зовнішнього потоку, при цьому відстань між центрами сусідніх вихрових структур практично не змінюється і становить $d_p \sim 1$ см. У сліді за пластиною розмір вихрових структур трохи збільшується: $\lambda_w \sim 0.54$ см, при цьому зростає відстань між центрами сусідніх вихорів: $d_w \sim 2.4$ см.

Величина завихреності спадає в ядрах вихорів по мірі їх переміщення вздовж пластини і становить в першому з них близько 2500 с^{-1} , а в останньому – менше 450 с^{-1} , тобто завихреність структур зменшується більш ніж у 5.5 разів. Проте, безпосередньо за задньою кромкою пластини в області сформованого супутнього сліду завихреність знову різко зростає, приймаючи значення понад 1200 с^{-1} , а далі зменшується вниз за потоком до величини 120 с^{-1} на масштабі довжини пластини від задньої кромки.

Слід зазначити, що декілька перших вихрових ядер в околиці передньої кромки частково обгорнуті тонкими смужками з завихреністю протилежного знаку. Мінливість форми і положення смужок – ще одне свідчення структурної складності нестационарної картини течій на пластині при незмінних граничних умовах.

Аналіз відеофільмів, побудованих за групами послідовних кадрів фізичних полів, розрахованих з інтервалом 0.01 с (еквівалентна швидкість представлення 100 кадрів/с), показав, що вихори, сформовані течією в околиці передньої кромки, переносяться потоком незалежно вздовж верхньої та нижньої сторін пластини з фазової швидкістю $C_p \sim 0.6U$ і зустрічаються в сліді позаду пластини. Середня локальна частота вихроутворення вздовж сторін пластини може бути обчислена за формулою: $\omega_p = C_p/d_p \approx 52$ Гц.

Взаємодія нестационарних течій, що зливаються, породжує складні різномасштабні структури, примикаючі до задньої кромки. Проте, вже на відстані 0.8 см (близько двох розмірів вихрових елементів) картина впорядковується і стає типовою для вихрового обтікання перешкод з кутастими формами. При цьому в сліді за пластиною формується типова вихрова доріжка,

частоти локальних осциляцій течії в якій приймають менші значення, ніж безпосередньо над пластиною, не перевищуючи граничне для даних умов значення $\omega_w \approx 22$ Гц.

Обидві групи інтенсивних вихорів породжуються в областях співіснування макро- і тонкоструктурних компонент течії в результаті інтенсивної взаємодії різномасштабних компонент течії, які існують і в лінійних моделях, а саме крайових сингулярностей у кромки пластини і великих внутрішніх хвиль. Нові структурні компоненти – вихори – в свою чергу взаємодіють з набігаючим потоком і починають зноситися вниз за потоком, коли їх величина досягає критичного значення. На місці, що звільнилося, починає рости новий вихровий елемент.

Одна з переваг розвинутого підходу – можливість одночасного розрахунку різних фізичних величин, як тих, що безпосередньо входять у фундаментальну систему (густина ρ , швидкість $\mathbf{v}$, тиск P), так і похідних, серед яких прийнято виділяти завихреність $\mathbf{\Omega}$ і темп її бароклінної генерації $\dot{\mathbf{\Omega}}$, компоненти градієнтів тиску $(\partial P / \partial x_i)$ і густини $(\partial \rho / \partial x_i)$, швидкість дисипації механічної енергії ε .

Миттєві картини різних полів у вертикальній площині, що проходить через лінію току незбуреної течії, в сильно стратифікованій ($N = 1.2 \text{ с}^{-1}$, $Fr = 6.7$) і потенційно однорідній рідині ($N = 10^{-5} \text{ с}^{-1}$, $Fr = 8 \cdot 10^5$) приведено на Рис. 8.2 і 8.3. При загальній подібності структури нестационарної вихрової течії навколо рівномірно рухомої пластини ($U = 80 \text{ см/с}$, $Re = 8 \cdot 10^4$) кожне з полів характеризується власною геометрією і масштабами компонент.

У картинах полів в сильно і слабо стратифікованих середовищах, наведених на Рис. 8.2, представлено ряд структурних елементів течії, як крупномасштабних (випереджаюче збурення, вихори і внутрішні хвилі), так і тонких, які в лінеаризованій моделі течії, описуються, відповідно, регулярно і сингулярно збуреними функціями.

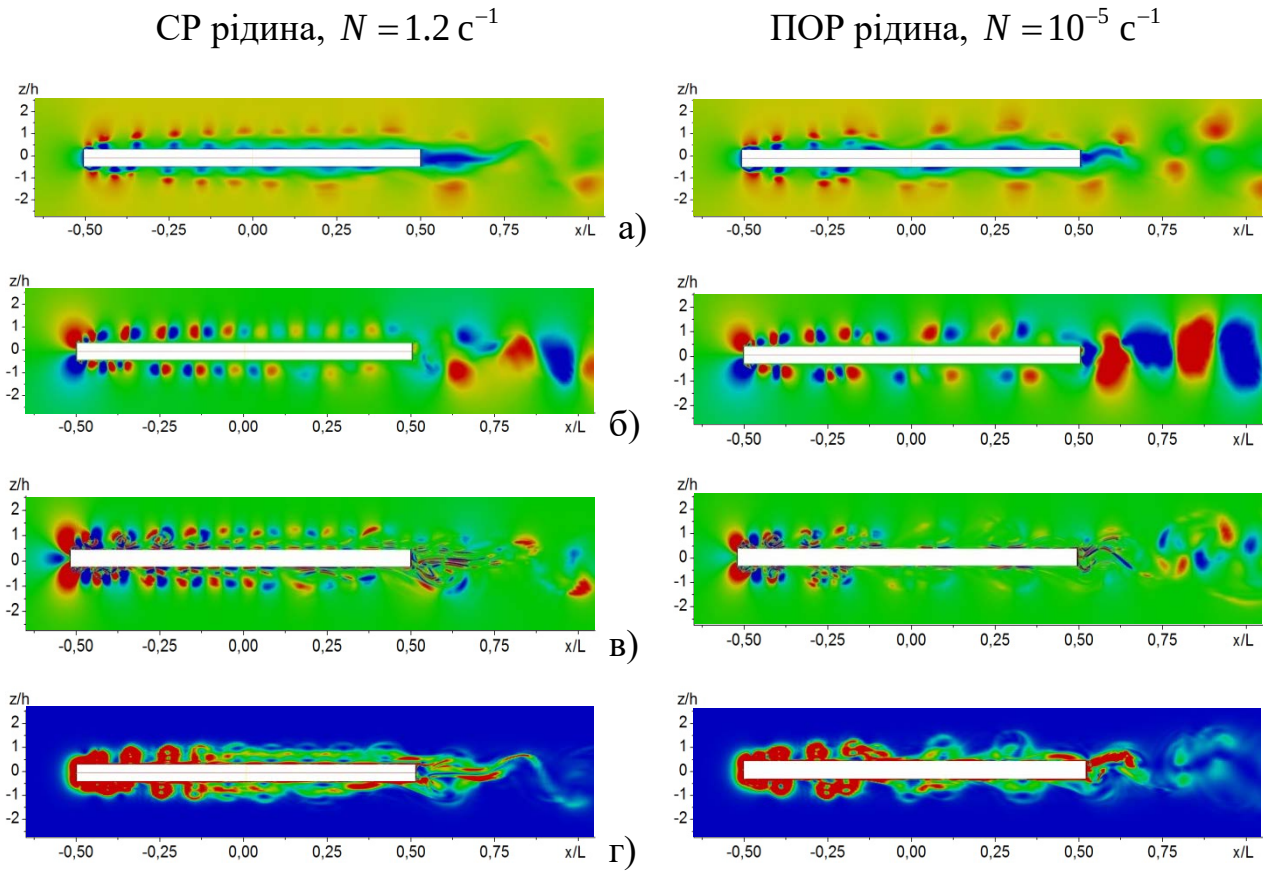


Рис. 8.2. Миттєві картини полів навколо пластини ($L = 10 \text{ см}$, $h = 0.5 \text{ см}$, $U = 80 \text{ см/с}$, $Re = 8 \cdot 10^4$) в стратифікованій (лівий стовпчик, $N = 1.2 \text{ c}^{-1}$, $Fr = 6.7$) і потенційно однорідній рідині (правий стовпчик, $N = 10^{-5} \text{ c}^{-1}$, $Fr = 8 \cdot 10^5$): а, б) – горизонтальна v_x і вертикальна v_z компоненти швидкості, в) – темп бароклінної генерації завихреності $\dot{\Omega}_y$, г) – швидкість дисипації механічної енергії ε .

В полі горизонтальної компоненти швидкості перед тілом в обох середовищах слабо виражена пригальмованість рідини, характерна для області блокування при малих швидкостях руху тіла. Область дефіциту швидкості вище і нижче пластини – аналог примежового шару з вкрапленими областями гальмування потоку в ядрах вихорів (позитивним значення поля відповідають відтінки червоного кольору, а негативним – синього) оточена шаром

високошвидкісної рідини, утвореної складанням швидкостей набігаючого потоку і зовнішніх країв вихрових структур.

Якісно картини полів в рідинах з великим і гранично малим градієнтами густини досить схожі, невелике розходження можна виділити в деталях – 9 вихрових ядер і більш виражений донний вихор в СР проти 8 ядер і сильніше осцилюючий слід у ПОР. Більш гладку межу області гальмування течії можна пояснити впливом сил плавучості, що пригнічує переміщення у вертикальній площині.

У картинах вертикальної компоненти швидкості випереджаюче збурення виражено ще чіткіше. Подальший аналіз послідовності миттєвих картин полів фізичних змінних показав, що асиметрія плям перед тілом в СЖ – наслідок нестационарності течії: форма плям неперервно змінюється. В даному зображенні, де кожен вихор представлений парою плям з протилежним напрямком течії, вплив стратифікації проявляється більш чітко.

Темп загасання неоднорідностей потоку в СР вищий, ніж в ПОР, вихрова структура сліду дрібномасштабна, а зовнішня межа – більш гладка. Розщеплення і розворот потоку біля передньої кромки, як і його змикання позаду перешкоди, призводять до формування областей з надлишком і дефіцитом тиску, що впливають на силу опору. У сліді виражені великі вихрові елементи.

Особливий інтерес представляють поля темпу бароклінної генерації завихреності, значення якого визначаються градієнтами тиску і густини $\dot{\Omega} = \nabla P \times \nabla(\rho^{-1})$. В геометрії даного поля – найбільш складного і структурованого в течіях неоднорідних рідин, навколо передньої кромки виражені області генерації (вище і нижче кромки) і дисипації (перед тілом) з розміром порядку товщини пластини. Далі структури стоншуються і на додаток до залишків вихрових елементів з'являються множинні тонкі зони посилення і розпаду завихреності, які поступово подовжуються.

Позаду задньої кромки в сліді представлені переважно тонкі лінійчаті структури, в середньому орієнтовані в напрямку течії, спотворення форм яких обумовлені великими неоднорідностями. У СР збурення обох знаків виражені по всій довжині пластини, в ПОР – тільки на першій чверті. У сліді за тілом, в областях взаємодії вихорів сліду із зовнішнім потоком, виражені області як породження, так і дисипації завихреності. Геометрія даного параметра пояснює динаміку формування тонких структур вихрових течій і механізм розщеплення полів на шаруваті структури, які спостерігаються в тінювих зображеннях течій за пластиною.

Швидкість дисипації механічної енергії виявляється відмінною від нуля в порівняно вузькій зоні блокування перед тілом, де горизонтальний потік розгортається, огинаючи пластину, і досягає максимальних значень у вихрових структурах в першій третині пластини. У середовищі зі слабкою стратифікацією області дисипації в другій половині пластини виявляються більшими, ніж у сильно СР. Слід зазначити якісну відмінність геометрії поля темпу генерації завихреності з вираженими тонкими структурами (Рис. 8.2, в) і порівняно гладким розподілом швидкості дисипації енергії (Рис. 8.2, г).

Ускладнення структури поля компонент градієнтів на Рис. 8.3 обумовлена властивостями диференціальних операторів, що породжує дві групи плям для кожного вихрового ядра: одній відповідають області наростання, а другій – зменшення збурення. У той же час переваги полів компонент градієнтів – більш повна візуалізація деталей структури, що дозволяє ідентифікувати дрібномасштабні компоненти на фоні більших.

У розподілі горизонтальної компоненти градієнту тиску $\partial P / \partial x$ виражено послідовність плям різного знаку, як і в полі вертикальної компоненти швидкості (Рис. 8.3, б), а у вертикальній $\partial P / \partial y$ – більш рідкісний набір вертикально розташованих пар плям різного кольору. Тут більш детально описуються вихори в течії, зокрема, над пластиною на Рис. 8.3, а налічується 10 ядер – на одне більше, ніж в полі горизонтальної компоненти швидкості. Ще

більш складна структура течії описується біля передньої кромки. У ПОР збурення вироджуються повільніше, ніж у СР, помітно менший і масштаб вихрових структур (Рис. 8.3, а).

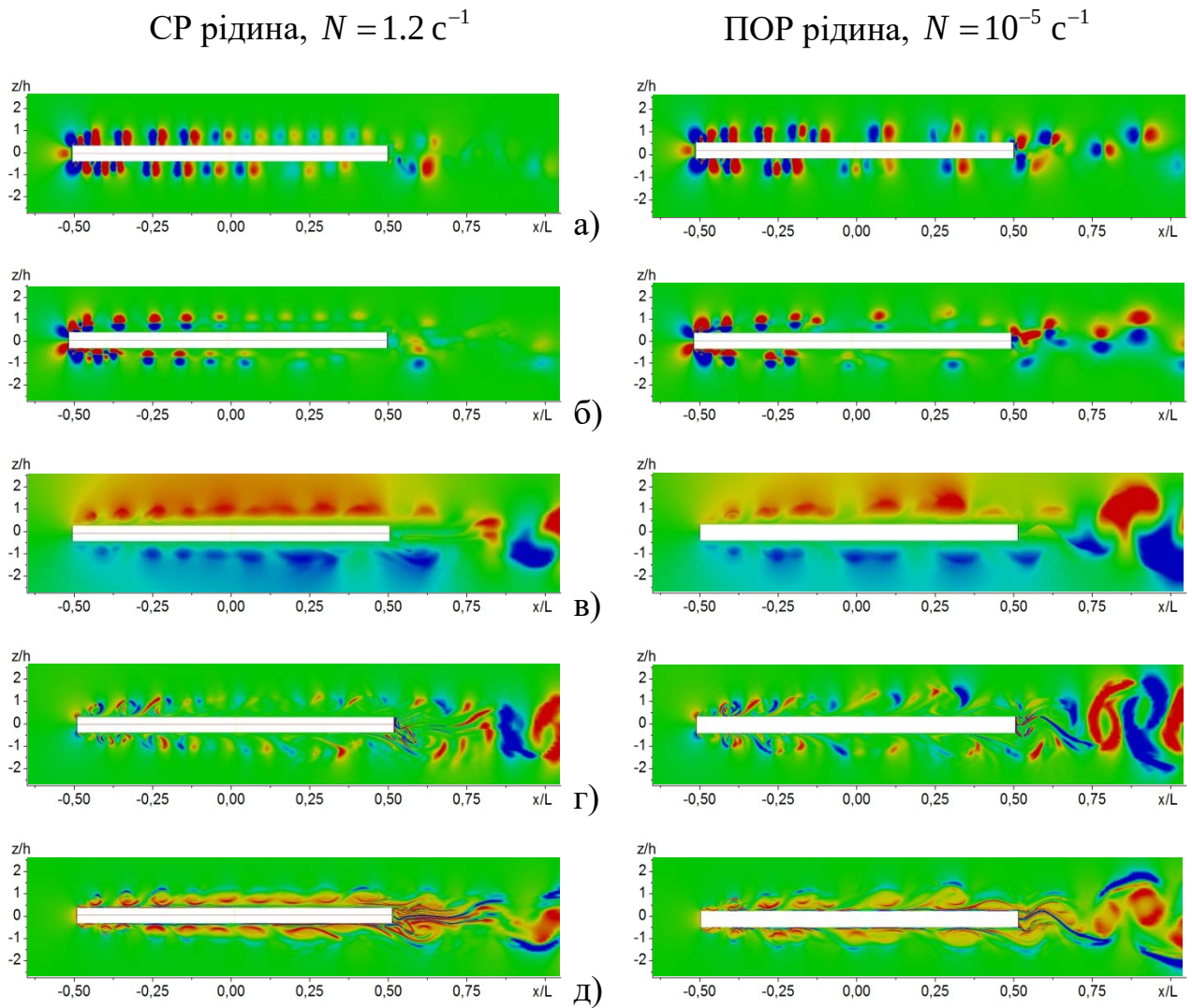


Рис. 8.3. Миттєві картини полів навколо пластини ($L=10$ см, $h=0.5$ см, $U=80$ см/с, $Re=8 \cdot 10^4$) в стратифікованій (лівий стовпчик $N=1.2$ с $^{-1}$, $Fr=6.7$) і потенційно однорідній рідинах (правий стовпчик $N=10^{-5}$ с $^{-1}$, $Fr=8 \cdot 10^5$): а, б) – горизонтальна $\partial P/\partial x$ і вертикальна $\partial P/\partial z$ компоненти градієнту тиску, в) – збурення густини $\rho_d = \rho - \rho_0$; г, д) – горизонтальна $\partial \rho_d/\partial x$ і вертикальна $\partial \rho_d/\partial z$ компоненти градієнту густини.

В полі збурень густини $\rho_d = \rho - \rho_0$ найбільш чітко виражена область течії, що розширюється з віддаленням від передньої кромки і яка окреслена нижніми крайками плям частково перемішаної рідини в вихорах (Рис. 8.3, в). Вище пластини розташовується шар з підвищеними значеннями, нижче – зі зниженими, зумовленими перенесенням рідини з рівноважних горизонтів дрейфуючими вихорами. Число компактних елементів у структурі поля густини в ПОР помітно менше, ніж в СР. До задньої кромки пластини примикають області зі слабо збуреним розподілом густини.

Картину розподілу густини доповнюють поля компонент її градієнта (Рис. 8.3, г, д). В полі горизонтальної компоненти градієнту густини виражені тонкі прошарки обох знаків, локалізовані на оболонках вихорів, які позаду тіла збираються у компактні плями. Структури вертикальної компоненти градієнта густини в ПОР переважно орієнтовані горизонтально і утворюють власну систему спіральних завитків, характерних для вихрових елементів. Локальні картини полів різних фізичних величин в сліді на Рис. 8.3, в–д істотно відрізняються, положення центрів виділених областей, які вони окреслюють, не збігаються між собою.

Особливо необхідно відзначити відміну геометрії і тонкої структури полів градієнтів тиску і густини, що визначають просторово-часові варіації кінематичного параметра – темпу генерації завихреності течії, і, як наслідок, мінливості самої величини.

Всі миттєві картини течії, як і поля завихреності на Рис. 8.1, неперервно еволюціонують. Еволюція структури поля швидкостей в кінематичному описанні обумовлена породженням і розпадом нових елементів (вихорів) внаслідок несинхронізованих варіацій фізичних величин термодинамічної природи, зокрема, градієнтів густини і тиску. У динамічному описанні породження нових елементів з власної кінематикою і просторово-часовими масштабами обумовлено високим рангом і нелінійністю рівнянь фундаментальної системи. Повні розв'язки такої системи навіть в лінійному

наближенні містять кілька функцій, яким у нелінійних моделях відповідають взаємодіючі між собою компоненти, які породжують нові типи збурень [106].

Збільшені зображення картин течій ілюструють суттєву відмінність поведінки полів фізичних величин в дивергентній течії з великими градієнтами тиску попереду і конвергентній позаду пластини (Рис. 8.4).

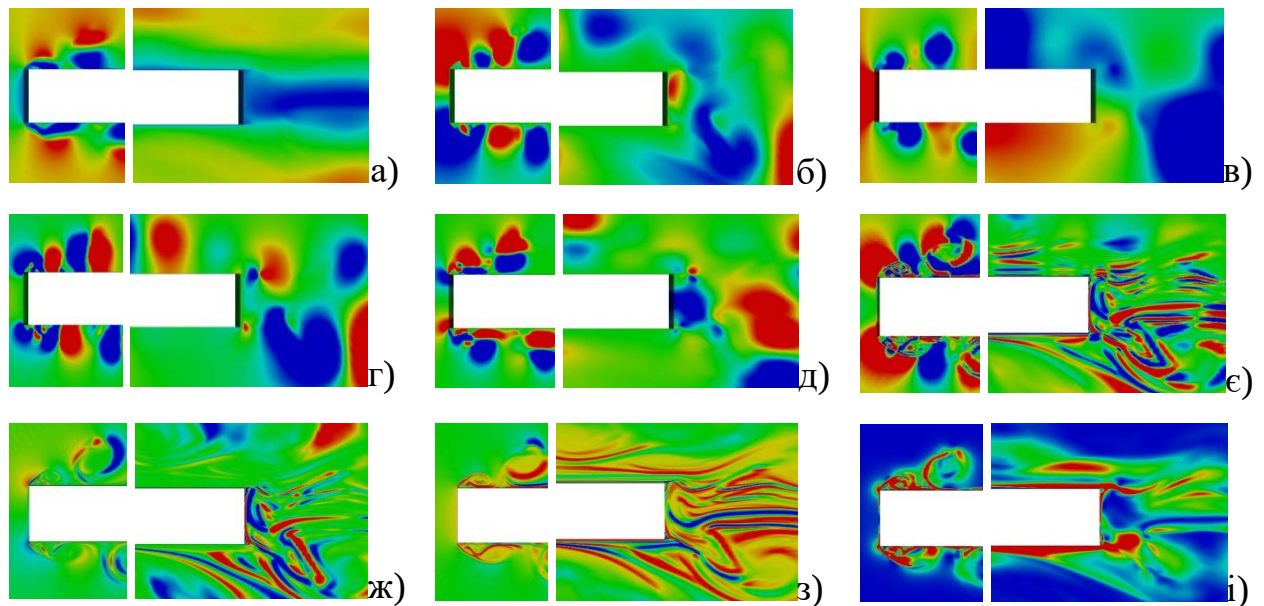


Рис. 8.4. Тонка структура полів поблизу передньої і задньої кромки пластини ($N = 1.2 \text{ c}^{-1}$, $L = 10 \text{ см}$, $h = 0.5 \text{ см}$, $U = 80 \text{ см/с}$ $\text{Re} = 80000$, $\text{Fr} = 6.7$): а и б) – горизонтальна v_x і вертикальна v_z компоненти швидкості; в-д) – тиск P , горизонтальна $\partial P/\partial x$ і вертикальна $\partial P/\partial z$ компоненти його градієнту; е) – темп бароклінної генерації завихреності $\dot{\Omega}_y$; ж и з) – горизонтальна $\partial \rho_d/\partial x$ і вертикальна $\partial \rho_d/\partial z$ компоненти градієнту збурення густини; і) – швидкість дисипації механічної енергії ε .

Найбільш простий вид має картина поля горизонтальної компоненти швидкості, в якій виражено тонкий шар дефіциту швидкості по всьому контуру перешкоди, ядра вихорів і примикаюча рідина з дефіцитом швидкості в сліді (Рис. 8.4, а). У більш складному полі вертикальної компоненти швидкості є помітним випереджаюче збурення, складна система різномасштабних вихрових

шнурів навколо передньої кромки і великі вихрові елементи нерегулярної форми в супутньому сліді (Рис. 8.4, б). Більш високоорганізовані структури спостерігаються в полі тиску – надлишок в області гальмування перед тілом, компактні області дефіциту в ядрах вихору і надмірності в зонах примикання підтікаючого до поверхні пластини потоку в збуреннях течії, а також нерегулярні крупномасштабні зміни навколо задньої кромки і в ближньому сліді (Рис. 8.4, в).

Масштаб збурень плям в полях компонент градієнту тиску плавно зростає з віддаленням від передньої кромки і досягає максимальних розмірів в сліді, де форма плям специфічна для кожної компоненти (Рис. 8.4, г, д). Чітка структура багатомасштабного поля темпу бароклинної генерації завихреності ілюструє ефективність дії механізму Б'єркнеса в даній області течії (Рис. 8.4, є). Тонкошарове поле даної величини з великими варіаціями біля задньої кромки – свідомство меншої ефективності генерації і збільшення масштабів елементів структури внаслідок переважаючої дії в'язкості (див. Рис. 8.1). Основний процес формування вихорів і супутніх структур відбувається в межах передньої кромки, де градієнти тиску, як і градієнти густини, найбільші і найбільш неоднорідні.

Найбільш дрібномасштабну шарувату структуру мають поля градієнта густини, що пояснюється малістю відношення коефіцієнтів дифузії і кінематичної в'язкості (Рис. 8.4, ж, з). Різниця структур полів градієнтів тиску (Рис. 8.4, г, д) і густини (Рис. 8.4, ж, з) ілюструє ефективність бароклинного породження завихреності в динамічно складних полях, що включають крупні («хвости» внутрішніх хвиль і вихори) і тонкі компоненти.

Збільшене зображення дозволяє ідентифікувати й складну структуру поля швидкості дисипації механічної енергії, що відображає накладення дії всіх структурних компонент (Рис. 8.4, і). Типові значення розрахованих фізичних величин наведено в Таблиці 2.

Таблиця 2

Екстремальні значення різних фізичних величин

рідина	СР, $N = 1.2 \text{ c}^{-1}$		ПОР, $N = 10^{-5} \text{ c}^{-1}$		локалізація
поле	Мінімум	максимум	мінімум	максимум	
$U_x, \text{ м/с}$	-1.07	1.83	-1.058	1.502	LE, VS
$U_z, \text{ м/с}$	- 0.89	0.98	-0.995	0.914	LE, VS
$P, \text{ Па}$	- 1276	322	-1108	333	LE, VS
$\partial P / \partial x, \text{ Па/м}$	- $2.8 \cdot 10^6$	$1.12 \cdot 10^6$	- $2.3 \cdot 10^6$	$0.91 \cdot 10^6$	LE, VS
$\partial P / \partial z, \text{ Па/м}$	- $2.5 \cdot 10^6$	$2.1 \cdot 10^6$	- $2.1 \cdot 10^6$	$2.0 \cdot 10^6$	LE, VS
$\rho_d, \text{ кг/м}^3$	- 2.6	3.8	- $1.68 \cdot 10^{-10}$	$1.8 \cdot 10^{-10}$	WE, IF
$\partial \rho_d / \partial x, \text{ кг/м}^4$	- 1900	2700	- $2.7 \cdot 10^{-10}$	- $3.4 \cdot 10^{-10}$	TE
$\partial \rho_d / \partial z, \text{ кг/м}^4$	- 3100	1450	- $2.53 \cdot 10^{-10}$	- $1.58 \cdot 10^{-10}$	IF
$\dot{\Omega}_y, \text{ c}^{-2}$	- $2.9 \cdot 10^8$	$5.5 \cdot 10^8$	-0.028	0.036	LE, TE, IF
$\varepsilon, \text{ кг/м} \cdot \text{ c}^{-3}$	0	$1.1 \cdot 10^6$	0	$0.94 \cdot 10^6$	LE, VS

Позначення: IF – високоградієнтні прошарки (Interfaces), LE – передня кромка (Leading Edge), TE – задня кромка (Trailing Edge), VS – вихори (Vortices), WE – слід (Wake).

В цілому слід підкреслити відмінність структури полів, що обумовлено незалежністю фізичних величин у фундаментальній системі. У вихровій течії навколо пластини в околі передньої кромки позитивні варіації горизонтальної компоненти швидкості досягають 80% від незбуреної швидкості потоку, і ще більших значень за абсолютною величиною досягають негативні, причому з ростом стратифікації відмінності збільшуються. У даному режимі варіації збурень вертикальної компоненти швидкості, які наростають із зменшенням

стратифікації, навіть дещо перевищують швидкість основної незбуреної течії, що пояснюється впливом стратифікації в полі тяжіння.

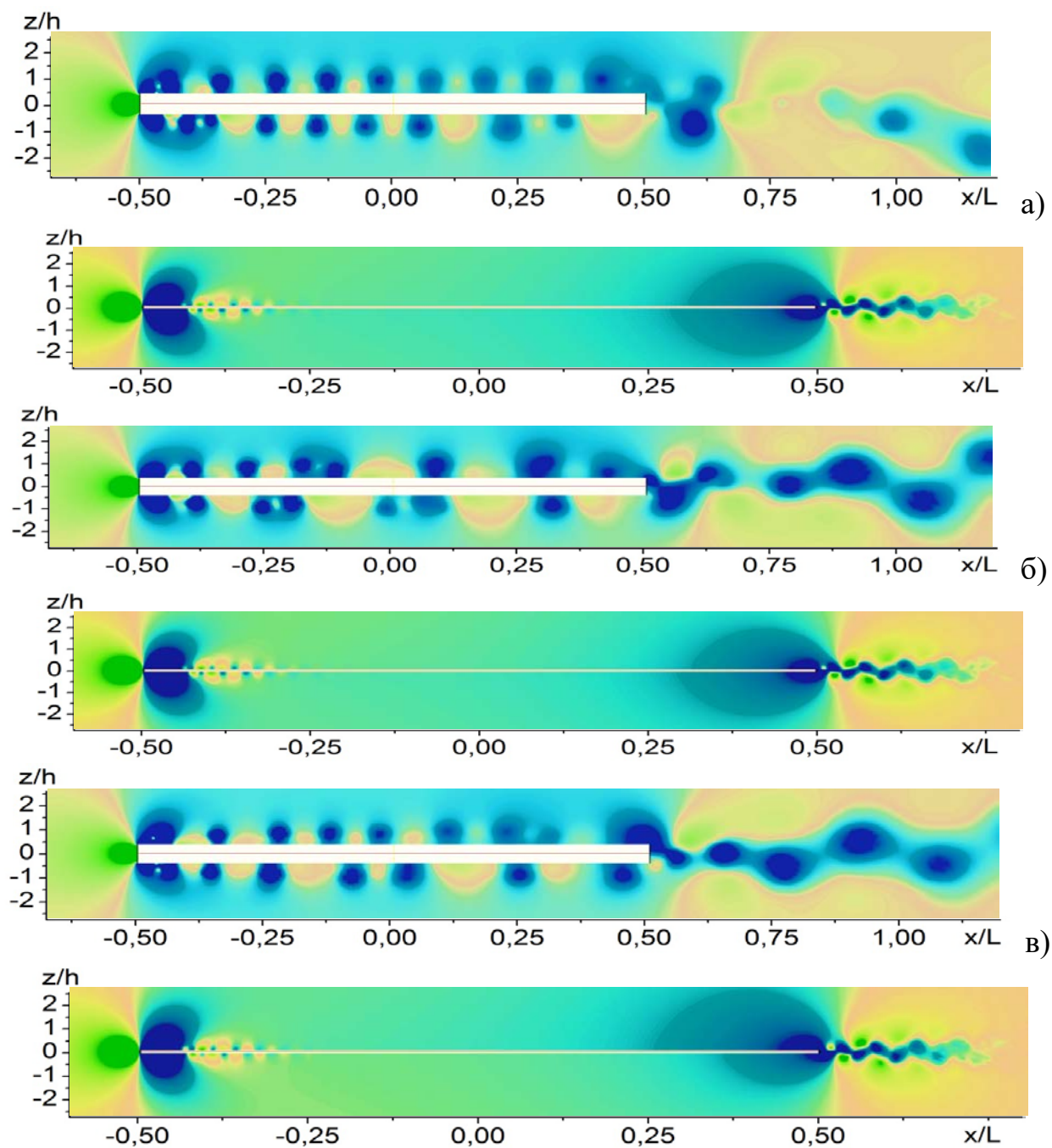


Рис. 8.5. Поля тиску навколо горизонтальних пластин

($L = 10$ см, $h = 0.5$ и 0.05 см, $U = 80$ см/с):

$a, б) - N = 1.2; 1 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1}$, $в) -$ актуально однорідна рідина: $N = 0$.

Максимальні варіації густини і її градієнту, що формуються в результаті накладення всіх динамічних збурень, які порушують первинну стратифікацію, спостерігаються у задньої кромки і в сліді за тілом. У ПОР їх величина лежить за межами чутливості існуючих методів вимірювань, однак ресурси обчислювальних машин і методів програмування дозволяють простежити геометрію високоградієнтних областей та оцінити вплив бароклинності на структуру течій і формування завихреності.

Особливий науковий і прикладний інтерес представляють результати розрахунку поля тиску, на яке в традиційному описанні накладаються помітні обмеження. Якісно можна відзначити, що стратифікація порівняно слабо впливає на структуру поля, а поперечний розмір перешкоди – сильно, що і спостерігається в експериментальних дослідках.

У всіх розглянутих випадках в картинах полів на Рис. 8.5 спостерігаються: підвищення тиску в випереджаючому збуренні перед пластиною, плями сильного розрідження в розбіжному потоці на передній кромці і дефіцит тиску в областях локалізації вихрових елементів. Розмір вихорів при інших рівних параметрах залежить від товщини пластини – на товстій вони маю вигляд вихрових джгутів, тоді як на тонкій – тонких поперечних смужок, подібно спостережуваним в експерименті [161, 162].

Часовий аналіз відеофільмів показав, що на товстій пластині сформовані вихори діаметром $\lambda_p \sim 0.35$ см відокремлюються від передньої кромки, скочуються вздовж пластини вниз за потоком із швидкістю $C_p \sim 0.6U$ і скидаються в слід, формуючи традиційну послідовність вихорів з елементами розміром $\lambda_w \sim 0.54$ см. У той же час компактні поперечні смужки на тонкій пластині (з товщиною $\mu_p \sim 0.08$ см і середньою відстанню між сусідніми структурами (кроком) $\delta_p \sim 0.32$ см) переміщуються вниз за потоком з меншою швидкістю $C_p \sim 0.45U$ і практично повністю затухають на чверті довжини пластини.

Друга група поперечних смужок більшої товщини $\mu_w \sim 0.17$ см і кроком $\delta_w \sim 0.5$ см утворюється за кінцевою кромкою і загасає на такій же довжині в сліді. Значення локальної частоти вихроутворення уздовж сторін тонкої пластини і в супутньому сліді, обчислені за формулою: $\omega_{p,w} = c_p / \delta_{p,w}$, складають у середньому близько 112 Гц і 72 Гц, відповідно. Поперечні смугасті структури раніше спостерігалися в тіньовій картині стратифікованої течії навколо тонкої пластини.

Осереднені профілі безрозмірних величин – тиску і поздовжньої компоненти швидкості в різних поперечних перетинах, розташованих на кратних чверті довжини пластини відстанях від передньої кромки, представлено на Рис. 8.6 (на вирізках – розтягнуті початкові ділянки кривих). Процедура усереднення здійснювалася на інтервалі $\Delta t = 1$ с, починаючи з деякого моменту після початку руху пластини з постійною швидкістю, який приймався за початок фактичного виходу течії на усталений режим з осциляціями (тут близько 2 с). На верхній кромці пластини тут вибрано $z = 0$, крайні перетини віддалені від торців на відстань 1 мм.

Осереднені розподіли тиску поперек потоку немонотонно змінюються в шарі товщиною порядку $\Delta_P \approx 4 \cdot 10^3 \delta_U^y = 0.5$ см, прилеглому до бічної поверхні пластини, і далі асимптотично прагнуть до незбурених значень тиску в зовнішньому потоці (Рис. 8.6, а).

Найбільші варіації тиску спостерігаються в околі передньої кромки пластини, як наслідок впливу інтенсивного процесу утворення вихорів. Негативне значення тиску, що досягається безпосередньо на стінці $P_{pl} = -1.28P_0$, продовжує зменшуватися в шарі товщиною $\Delta_P^{\min} \approx 4 \cdot 10^2 \delta_U^y = 0.05$ см до свого мінімального значення $P_{\min} = -1.6P_0$, після чого починає монотонно збільшуватися, асимптотично прагнучи до незбурених значень.

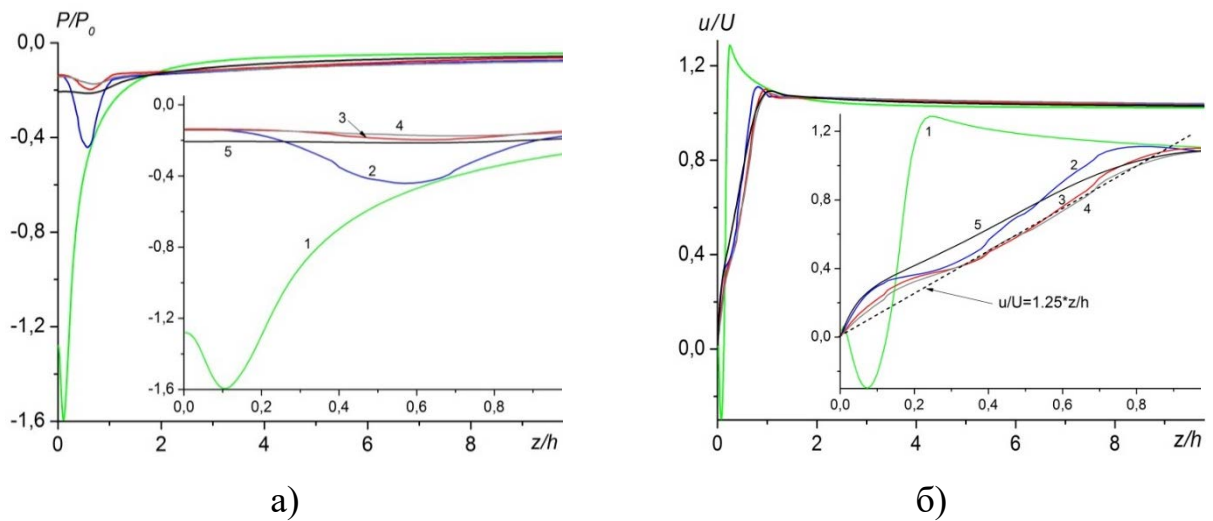


Рис. 8.6. Осереднені профілі тиску і швидкості в різних перетинах ($N = 1.2 \text{ с}^{-1}$, $L = 10 \text{ см}$, $h = 0.5 \text{ см}$, $U = 80 \text{ см/с}$ $\text{Re} = 80000$, $\text{Fr} = 6.7$): а, б) – тиск і повздовжня компонента швидкості, криві 1 – 5: $x/L = -0.5, -2.5, 0, 0.25, 0.5$.

З віддаленням перетину від передньої кромки варіації тиску зменшуються, точки мінімуму віддаляються від обтічної поверхні, а величина тиску безпосередньо на поверхні пластини наближається до незбурених значень. Виняток становить область задньої кромки пластини, де усереднене значення тиску знову різко падає, як на поверхні пластини, так і в пристінковій області $\Delta_P < 3 \cdot 10^3 \delta_U^v$ см, що обумовлено впливом вихорів супутнього сліду.

Розподіл поздовжньої компоненти швидкості поперек потоку поблизу передньої кромки помітно відрізняється від профілів в інших розглянутих перетинах. В шарі товщиною $\Delta_u \approx 3.2 \cdot 10^3 \delta_U^v$ швидкість зростає практично лінійно за законом $v_x/U = 1.25 \cdot z/h$, різко збільшується в районі максимального значення $v_x \approx 1.1U$, і далі в протяжній області асимптотично прагне до швидкості незбуреної течії (Рис. 8.6, б).

Поблизу передньої кромки профіль поздовжньої компоненти швидкості досягає мінімального значення $v_x^{\min} \approx -0.3U$ на відстані $\Delta_U^{\min} = 3 \cdot 10^2 \delta_U^v$ від

поверхні пластини, змінює знак і зростає до $v_x^{\max} \approx 1.3U$ на відстані $\Delta_U^{\max} = 10^3 \delta_U^v$ від верхньої сторони пластини.

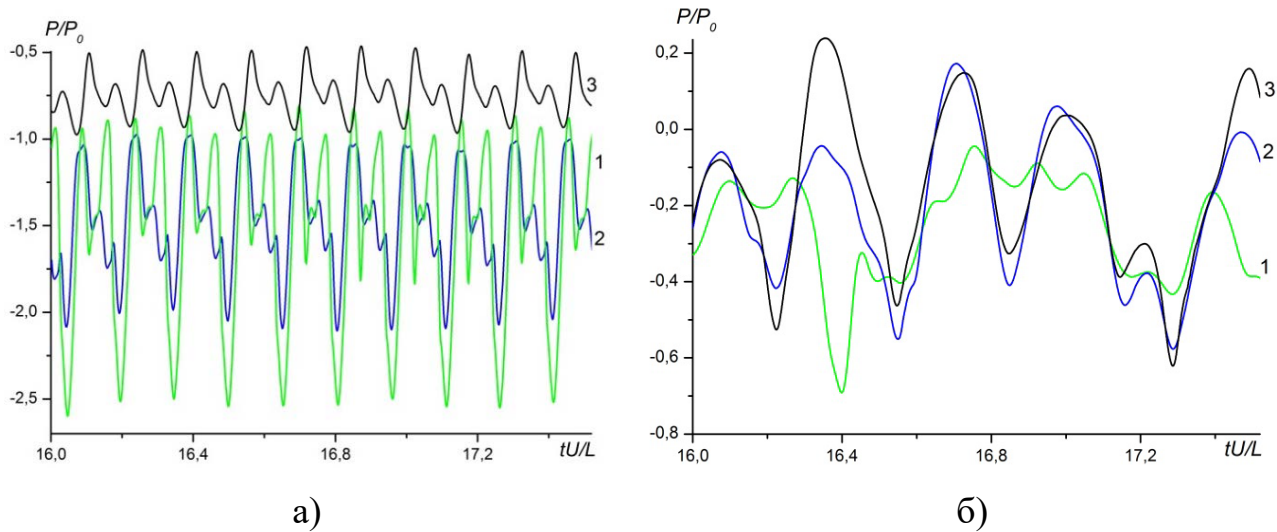


Рис. 8.7. Часова мінливість нормованого тиску на різних відстанях Δz від верхньої сторони пластини ($N = 1.2 \text{ с}^{-1}$, $L = 10 \text{ см}$, $h = 0.5 \text{ см}$, $U = 80 \text{ см/с}$ $Re = 80000$, $Fr = 6.7$): а, б) – над передньою і задньою кромками, криві 1 – 3: $\Delta z = 0.02; 0.05; 0.2 \text{ см}$.

Часова мінливість тиску в потоці, нормованого на величину $P_0 = 0.5\rho U^2$, на різних відстанях від верхньої сторони пластини представлено на Рис. 8.7. Складний характер кривих на передній кромці відображає наявність в потоці і великих, і тонких неоднорідностей, які одночасно формуються в даній області. Згодом дрібномасштабні компоненти швидко згасають і криві згладжуються. Періодичний характер кривих дозволяє обчислити частоти проходження вихорів в різних областях течії – як над поверхнею пластини, так і в сліді за нею.

В даному режимі течії на початку пластини середня частота осциляцій складає $\omega_p \approx 52 \text{ Гц}$, тоді як в сліді за сходженням течії з кромки локальне значення частоти варіюється в досить широкому діапазоні, не перевищуючи

граничного значення в 22 Гц, що узгоджується з оцінками, отриманими на основі порівняння відношень фазової швидкості переміщення вихрових структур і розмірів вихорів навколо пластини і в супутній течії.

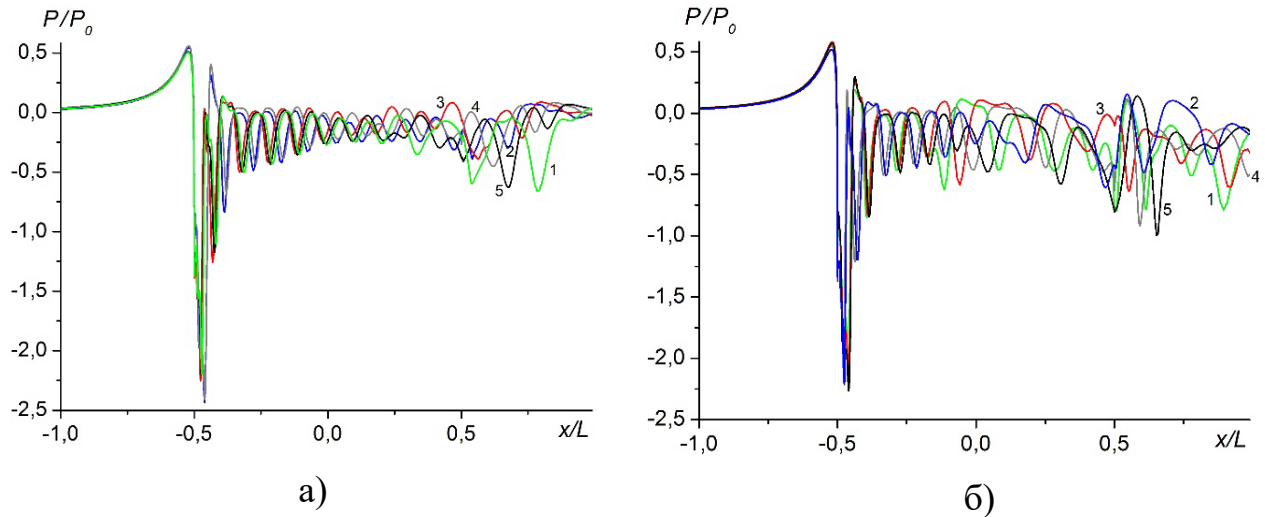


Рис. 8.8. Розподіли нормованого тиску вздовж верхньої кромки пластини ($L = 10$ см, $h = 0.5$ см, $U = 80$ см/с, $Re = 80000$): а, б) – $N = 1.2$ с $^{-1}$, $1 \cdot 10^{-5}$, криві 1 – 5 в послідовні моменти часу з інтервалом $\Delta T = 0.6/\omega_p$.

Розподіли тиску вздовж верхньої кромки обтічної пластини в послідовні моменти часу відображають неоднорідність поля і нестационарність вихрових структур течії (Рис. 8.8). Збурення тиску монотонно зростають з наближенням до перешкоди, досягають максимуму $P_{\max} = 0.6P_0$ на відстані порядку товщини пластини від передньої кромки, потім різко зменшуються до мінімального значення $P_{\min} = -2.3P_0$ безпосередньо на зрізі пластини і далі немонотонно змінюється уздовж поверхні пластини і в супутньому сліді.

Залежність тиску в випереджаючому збуренні від відстані до пластини на горизонті центральної площини апроксимована набором експоненційних функцій виду: $P_0 \sum_{i=1}^N A_i \exp(a_i (x + L/2))$, $x \in (-\infty, -L/2)$, де $N = 2$ і $A_1 = 1$, $A_2 = 0.23$, $a_1 = 200$, $a_2 = 40$. З віддаленням від передньої кромки пластини на відстань

$L/20$ втрачається менше половини величини максимуму надлишкового тиску, що досягається безпосередньо на кромці.

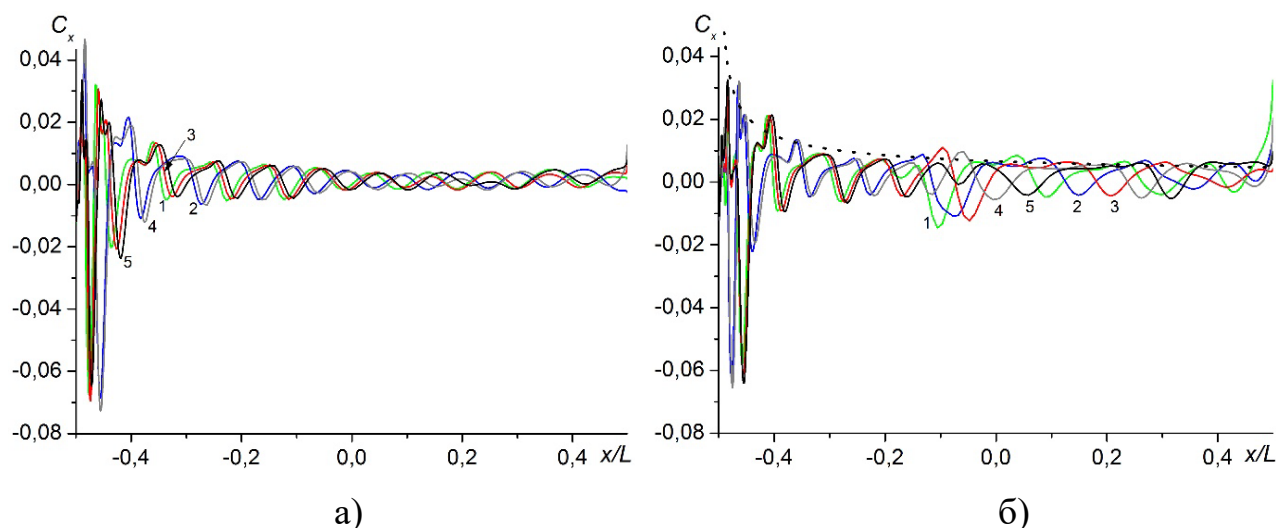


Рис. 8.9. Розподіли коефіцієнту опору тертя вздовж верхньої сторони пластини ($L = 10$ см, $h = 0.5$ см, $U = 80$ см/с, $Re = 8 \cdot 10^4$): а) і б) – в стратифікованій і актуально однорідній рідині (пунктирна крива – розв'язок Блазіуса), криві 1–5 в послідовні моменти часу з інтервалом $\Delta T = 0.6/\omega_p$.

Осциляції на першій чверті довжини пластини більш виражені в СР, на останній – в ПОР, оскільки згладжуюча дія стратифікації, що пригнічує перенесення у вертикальному напрямку, стабілізує положення меж вихрового шару і величину флуктуацій тиску. Варіації частоти осциляцій в СР менше, їх амплітуда більш регулярно убиває в центральній частині пластини, ніж в ПОР, де в кормовій області виражено низькочастотні флуктуації (Рис. 8.8, а, б).

Розподіли коефіцієнту опору тертя вздовж поверхні обтічної пластини представлено на Рис. 8.9 у різні моменти часу в порівнянні з розв'язком Блазіуса. Форма кривих відображає вихрову структуру течії, при цьому поблизу передньої кромки пластини спостерігаються інтенсивні сплески коефіцієнту опору тертя, як позитивні, так і негативні.

Інтегральні значення коефіцієнту опору тертя на пластині показали розбіжність з теорією Блазіуса (в якій не враховано вплив гострих кромки, а,

отже, і процесів вихроутворення) в середньому в 3.5 рази, причому на тонкій пластині ($h = 0.05$ см) ця цифра зменшується до 2.3. При чисельному моделюванні обтікання нескінченно тонкої півплощини відмінності складають не більше 5%. Із зменшенням товщини обтічної пластини структура течії, що формується, виявляється менш чутливою як до прямої, так і опосередкованої дії сил плавучості.

8.2. Нестационарні особливості формування вихрової структури стратифікованої течії навколо похилої пластини

Розглядається задача формування течії в'язкої нестисливої стратифікованої рідини навколо прямокутної пластини, встановленої під кутом атаки до площини руху. Течія розвиваються в однорідному полі сили тяжіння з прискоренням вільного падіння g , незбурені експоненціальні розподіли густини характеризуються масштабами $\Lambda = (d \ln \rho_0 / dz)^{-1}$, частотами $N = \sqrt{g/\Lambda}$ і періодами плавучості $T_b = 2\pi/N$. Досліджується початковий етап формування течії навколо похилої пластини, що стартує імпульсно і далі рухається рівномірно з фіксованою швидкістю на протязі періоду часу 0.5 с.

Візуалізація картини течії навколо рівномірно рухомої похилої пластини в нестационарному вихровому режимі становить особливий практичний і науковий інтерес, оскільки в даному випадку починає проявлятися суттєва нестационарність течії у вигляді множинних взаємодій різномасштабних вихрових компонент як між собою, так і з тонкими структурами, і навіть приєднаними внутрішніми хвилями, довжина яких у даному випадку істотно перевищує розміри області спостереження.

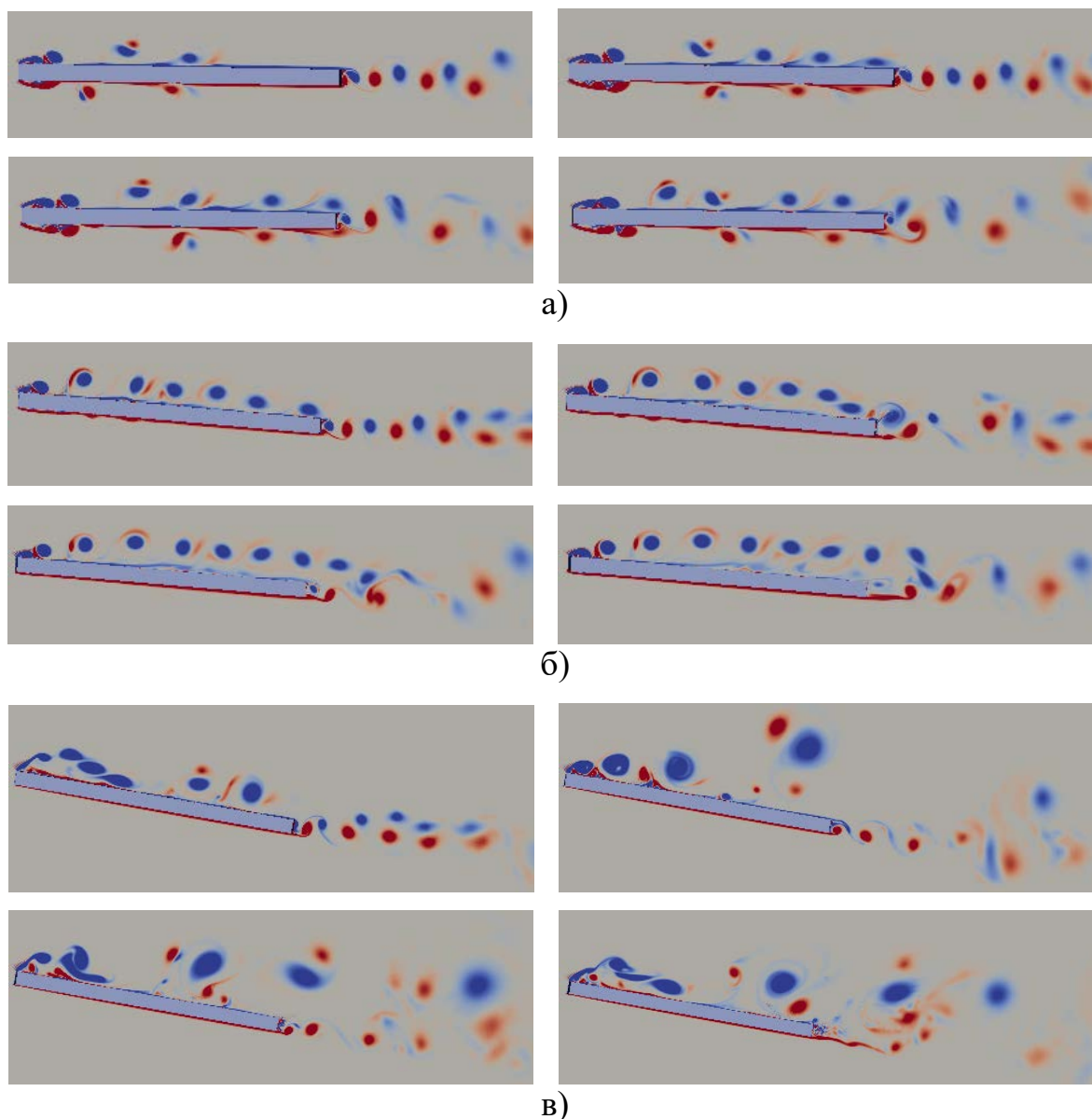


Рис. 8.10, а–в. Миттєві картини поля завихреності навколо похилої пластини, що рівномірно рухається в неперервно стратифікованій рідині, в послідовні моменти часу: $t_n = t_0 + n\Delta t$, $t_0 = 0.1$ с, $\Delta t = 0.025$ с, $n = 1, 2, 3, 4$; $U_0 = 50$ см / с, $N = 1.2$ с⁻¹, $L = 10$ см, $h = 0.5$ см, $\alpha = 1^\circ, 5^\circ, 10^\circ$ (а – в).

Із збільшенням кута нахилу пластини відносно площини її руху нестационарна вихрова картина стратифікованого течії істотно ускладнюється внаслідок інтенсифікації взаємодії вихрових структур, що генеруються крайками пластини. Це супроводжується процесами їх структурної трансформації (дроблення, злиття, розшарування і т.д.) з утворенням нових

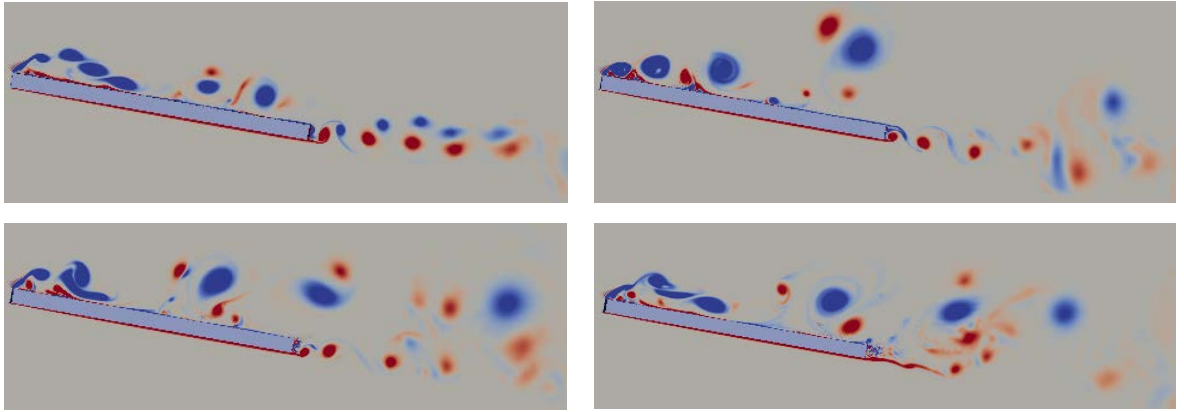
крупно- і тонкоструктурних вихрових елементів течії, які характеризуються власною геометрією, спектрами, просторово-часовими масштабами, ступенем вираженості і швидкістю загасання. Детальний аналіз спеціально підготовленого відео, що демонструє розвиток у часі вихрової структури течії за рухомою похилою пластиною, дозволив виділити ряд характерних стадій розвитку течії для кожного окремого розглянутого діапазону кута нахилу пластини відносно горизонтальної площини руху.

На Рис. 8.10 приведено серії із чотирьох миттєвих картин стратифікованої течії навколо похилої пластини, що відображають особливості нестационарного процесу розвитку вихрової структури течії в рамках вибраного інтервалу часу. В залежності від значення кута нахилу пластини до горизонту реалізується ряд можливих сценаріїв розвитку вихрової течії, які детально оговорюються у даному підрозділі.

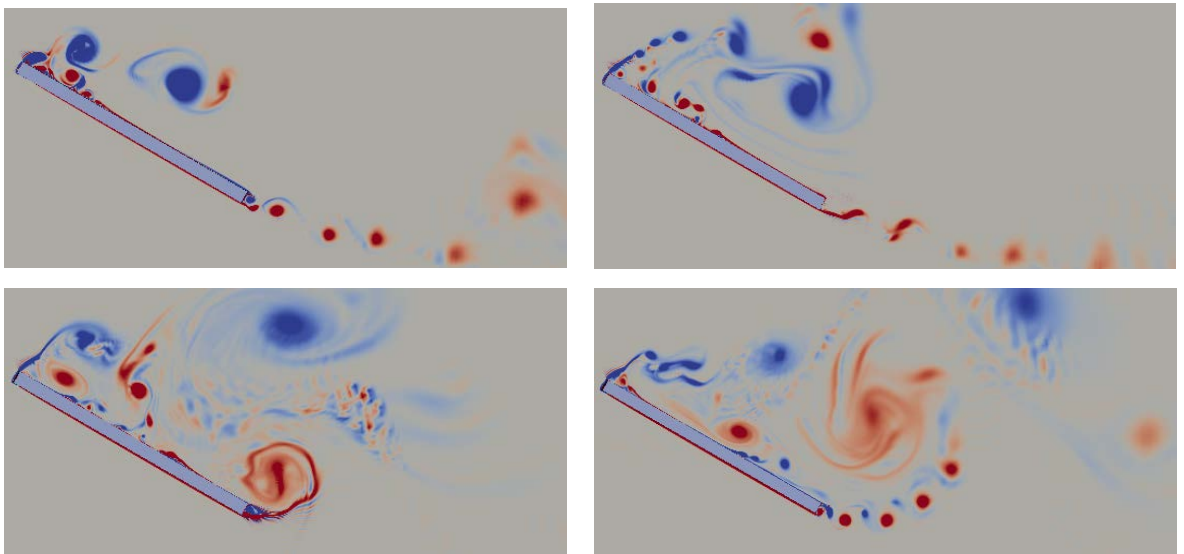
При малих кутах нахилу ($\alpha < 5^\circ$) вихори утворюються на різних сторонах пластини біля її передньої кромки з частотою $f_l \approx 4$ Гц, відриваються від поверхні на деякій відстані від кромки вниз за потоком і знову примикають до неї в області центра пластини. Далі вихори дрейфують уздовж її поверхні, поступово втрачаючи інтенсивність по мірі переміщення вниз за потоком. Структура супутнього сліду на початковій стадії розвитку течії має вигляд типової вихрової доріжки з частотою $f_w \approx 5$ Гц у вигляді послідовності вихрових структур зі змінними знаками завихреності. У момент часу $t \approx 1.5L/U_0$ дрейфуючі вздовж поверхні вихори досягають області задньої кромки пластини і відбувається інтенсивна взаємодія двох вихрових систем, що призводить до втрати початкової регулярності вихрової доріжки. Проте, вже в момент часу $t \approx 2.0L/U_0$ встановлюється нова регулярність супутньої течії з частотою осциляцій, яка виявляється меншою частоти вихрової доріжки приблизно в два рази (Рис. 8.10, а). При малих кутах нахилу пластини масштаби вихорів у всіх виділених вихрових системах співрозмірні з товщиною пластини.

Із збільшенням кута атаки ($5^\circ \leq \alpha < 10^\circ$) картина вихрової течії стає суттєво несиметричною відносно площини пластини: вихори, що дрейфують уздовж підвітряної сторони пластини з частотою $f_l \approx 6$ Гц, приймають більш виразні форми, збільшуються в розмірах і віддаляються від поверхні пластини, тоді як на навітряній стороні пластини утворення вихорів пригнічується впливом набігаючого потоку і структура течії в цій області приймає вид затухаючих вниз за потоком хвильових збурень зсувного шару (Рис. 8.10, б). Як і в попередньому випадку, структура сліду на початковій стадії розвитку течії має вигляд типової вихрової доріжки ($f_w \approx 5$ Гц), а після злиття вихрових систем проходить стадію складної нестационарної взаємодії і при $t > 3.5L/U_0$ приймає нову регулярну структуру, частота осциляцій якої менше частоти вихрової доріжки приблизно в два рази.

При кутах нахилу $10^\circ \leq \alpha < 20^\circ$ вихрова структура течії на підвітряній стороні пластини стає менш регулярною, ніж у всіх розглянутих попередніх випадках, а на навітряній стороні збурення повністю придушуються під дією набігаючого потоку (Рис. 8.10, в). Вихори, згенеровані передньою кромкою пластини, вже не зберігають свою ідентичність, а залучаються у більш масштабні вихрові циклонічні рухи, які на початковому етапі створюються з двох лінійних вихрових структур, а, починаючи з моменту часу $t \approx 1.5L/U_0$, – стабільно з трьох структур. Середній діаметр вихрових структур, що формуються, не перевищує половини вертикального розміру перешкоди: $d \leq 0.5L \cdot \sin(\alpha)$, а частота вихроутворення становить приблизно 4 Гц. Вихрова структура сліду має характерний вид вихрової доріжки зі стандартною частотою $f_w \approx 5$ Гц, проте, починаючи з моменту часу $t \approx 1.8L/U_0$, структура супутньої течії визначається взаємодією порівняно великих вихорів, що формуються на підвітряній стороні пластини, і супутніх вихрових структур, масштаби яких співрозмірні з товщиною пластини.



г)



д)

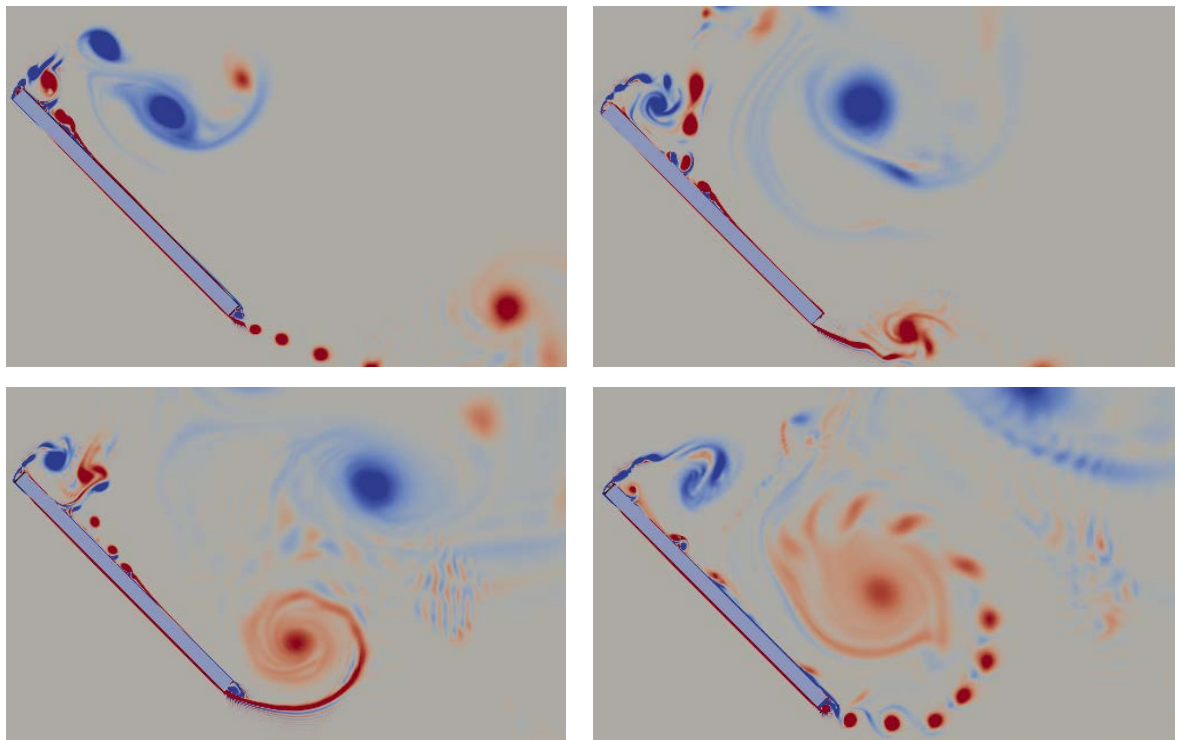
Рис. 8.10, г, д. Миттєві картини поля завихреності навколо похилої пластини, що рівномірно рухається в неперервно стратифікованій рідині, в послідовні моменти часу: $t_n = t_0 + n\Delta t$, $t_0 = 0.1$ с, $\Delta t = 0.025$ с, $n = 1, 2, 3, 4$; $U_0 = 50$ см / с, $N = 1.2$ с⁻¹, $L = 10$ см, $h = 0.5$ см, $\alpha = 20^\circ, 30^\circ$ (г, д).

Масштаб вихрового руху, що виникає на підвітряній стороні пластини, продовжує зростати з подальшим збільшенням кута нахилу пластини до горизонту ($20^\circ \leq \alpha < 30^\circ$). Чотири перші вихори, згенеровані передньою кромкою пластини, закручуються в циклонічному вихровому русі, центр якого поступово зміщується в область задньої кромки пластини, захоплюючи дискретні вихори супутнього сліду (Рис. 8.10, г). Дана вихрова структура

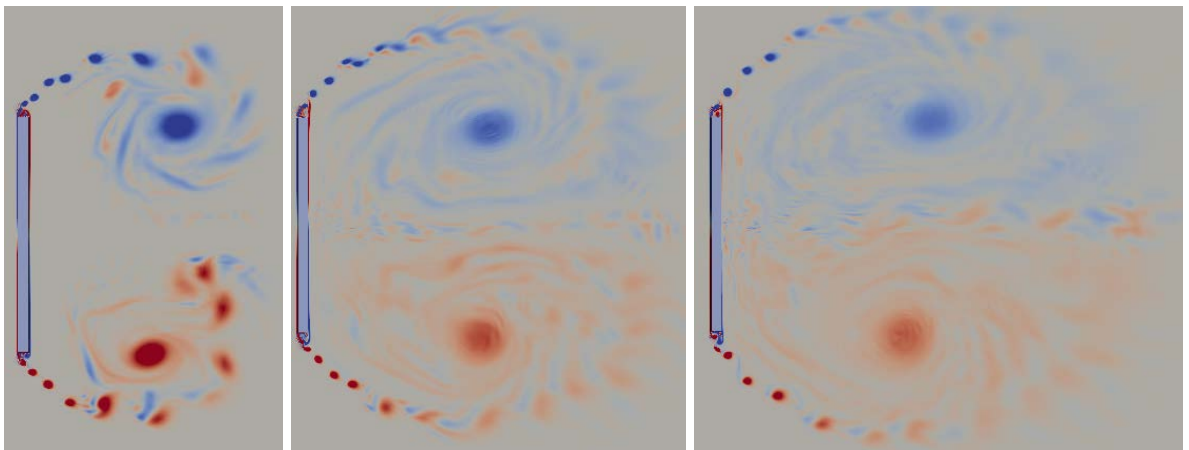
зливається з іншою, сформованою з наступних чотирьох первинних вихорів, що збільшує її практично до масштабу співрозмірного з вертикальним розміром перешкоди: $d \approx L \cdot \sin(\alpha)$, після чого сформований крупномасштабний вихор віддаляється в зовнішню область супутньої течії, а на її місці формується нова антициклонічна вихрова структура, що формується з первинних елементів вихрової доріжки. Весь перший цикл формування супутньої течії триває приблизно $t \approx 5.0 L/U_0$, який надалі регулярно повторюється, але вже з більш однорідною структурою течії, що пов'язано із послабленням впливу інерційних ефектів імпульсного старту пластини.

Подальший розвиток вихрової течії при збільшенні кута нахилу пластини ($\alpha \geq 30^\circ$) проявляється у збільшенні чіткості і масштабності процесу почергового формування двох основних вихрових елементів течії – єдиної циклонічної структури на підвітряній стороні пластини і антициклонічного вихору, що залучає вихрову доріжку (Рис. 8.10, д, є). У граничному випадку при $\alpha=90^\circ$ формується два симетрично розташованих відносно центральної горизонтальної площини великих когерентних вихори, що мають спіралеподібну структуру внаслідок закручування ланцюжків локальних вихрових елементів, генерованих кромками пластини (Рис. 8.10, ж).

Важливо зауважити, що розглядався лише початковий етап нестационарного формування стратифікованих течій ($t < 0.5$ с) в рамках обмежень застосування двовимірних моделей для розрахунку нестационарних течій при перехідних числах Рейнольдса. Тому в процесі подальшої часової еволюції симетрична структура вихрової течії за вертикальною пластиною зруйнується і розвинеться у характерну вихрову доріжку з послідовним періодичним зривом вихрових структур з кромки пластини.



є)



ж)

Рис. 8.10, є, ж. Миттєві картини поля завихреності навколо похилої пластини, що рівномірно рухається в неперервно стратифікованій рідині, в послідовні моменти часу: $t_n = t_0 + n\Delta t$, $t_0 = 0.1$ с, $\Delta t = 0.025$ с, $n = 1, 2, 3, 4$; $U_0 = 50$ см / с, $N = 1.2$ с⁻¹, $L = 10$ см, $h = 0.5$ см, $\alpha = 45^\circ, 90^\circ$ (є, ж).

Кожна фізична змінна, яка розраховується на основі вихідної системи рівнянь, несе певну індивідуальну інформацію про структуру течії, що в сукупності сприяє більш повному розумінню різних аспектів досліджуваного

фізичного процесу. Поле горизонтальної компоненти градієнта густини, миттєві картини якого представлено на Рис. 8.11 для різних кутів нахилу пластини, дає додаткову інформацію про тонкоструктурні елементи течії, які не можна виділити в полях інших фізичних змінних. Особлива увага, яка приділяється вивченню саме поля цієї змінної, пояснюється тим, що вона знаходиться в лінійній залежності від коефіцієнта заломлення світла, який є параметром, що візуалізується в лабораторних умовах тіньовими методами.

В результаті проведеної великої кількості експериментальних досліджень стратифікованих течій за допомогою високочутливих тіньових приладів було виявлено широке розмаїття тонкоструктурних елементів течії навколо рухомих тіл, включаючи дрібномасштабні прошарки, інтерфейси, оболонки, волокна і т.п., які носять загальну назву – лігаменти [156, 161, 162]. Ці структури дуже схожі на спостережувані в миттєвих картинах поля горизонтальної компоненти градієнта густини, отриманих на основі чисельного розв'язання вихідної системи рівнянь.

Картини даного поля складаються з безлічі дрібномасштабних багат шарових структур обох знаків, які орієнтовані головним чином уздовж ліній току елементів вихрової течії і утворюють систему спіральних завиток, характерних для вихорів. При цьому, тонкоструктурні елементи локалізуються в областях течії, де відбуваються активні взаємодії різних компонентів течії між собою, з вільним потоком і жорсткими границями перешкоди. Тонкість структури поля горизонтальної компоненти градієнта густини пояснюється малістю відношення між коефіцієнтом дифузії і кінематичної в'язкості.

При відносно невеликих кутах нахилу пластини до горизонту (Рис. 8.11, а-в) найкоротші і найтонші структури локалізуються навколо поверхні на оболонках вихорів, генерованих передньою кромкою пластини, а в супутньому сліді ці структури стають довшими і товщими та набувають набагато складнішої форми. Внаслідок зростання інтенсивності взаємодій між компонентами течії зі збільшенням кута нахилу рухомої пластини

(Рис. 8.11, г, д) геометрія поля значно ускладнюється наряду з ростом числа і розширенням спектра масштабів типових шаруватих структур на підвітряній стороні пластини.

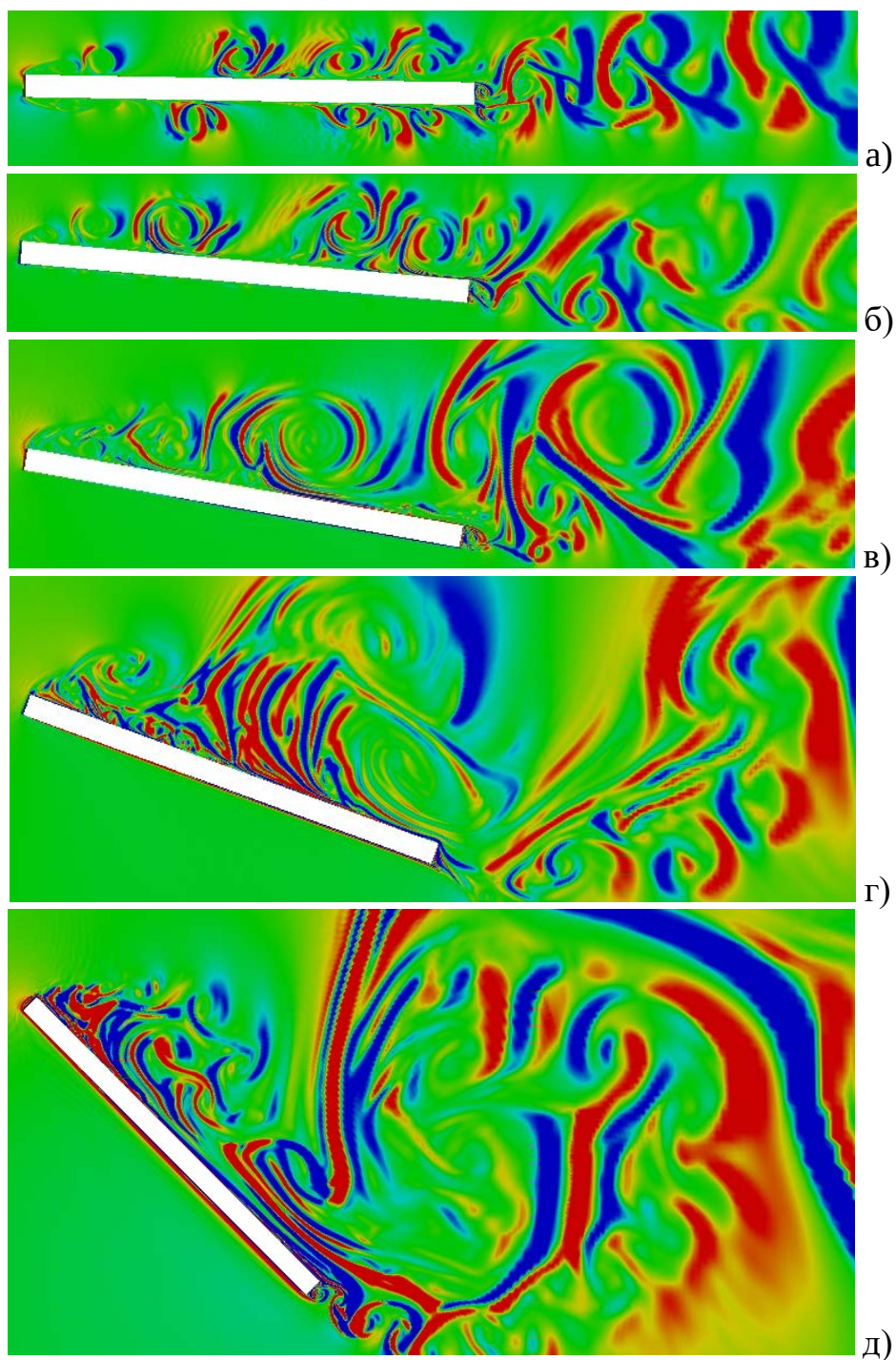


Рис. 8.11. Миттєві картини поля горизонтальної компоненти градієнту густини навколо рівномірно рухомої похилої пластини:

$U_0 = 50 \text{ см / с}$, $N = 1.2 \text{ с}^{-1}$, $L = 10 \text{ см}$, $h = 0.5 \text{ см}$, $\alpha = 1^\circ, 5^\circ, 10^\circ, 20^\circ, 45^\circ$ (а – д).

Важливою особливістю картин поля горизонтальної компоненти градієнта густини при $\alpha > 20^\circ$ є формування багатошарових дрібномасштабних структурних елементів течії в безпосередній близькості від поверхні пластини внаслідок інтенсивних взаємодій крупно- і дрібномасштабних компонентів вихрової течії з поверхнею пластини.

8.3. Вплив геометричних модифікацій горизонтальної пластини на структуру і динаміку вихроутворення

Вивчається картина двовимірних течій стратифікованої рідини, що виникають при рівномірному русі зі швидкістю U пластини довжини $L = 10$ см і товщини $h = 0.5$ см, яка розташована горизонтально і орієнтована передньою кромкою по нормалі до траєкторії, що лежить в горизонтальній площині. Досліджується структура і динаміка течії при зміні радіуса заокруглення передньої кромки пластини r_c і закону лінійного зменшення товщини в напрямку задньої кромки пластини, що визначається співвідношенням (коефіцієнтом гостроти): $\xi = L_t / h_{min}$, де L_t – довжина звуженої частини пластини, h_{min} – її товщина на задньому краї (Рис. 8.12).

У розрахунках були розглянуто наступні значення радіуса кривизни передньої кромки і коефіцієнта гостроти хвостової частини пластини: $r_{edg} = 2r_c/h = 0.004, 0.04, 0.4, 0.8, 1$ и $\xi = 10, 20, 40, 160$. Швидкість обтікання пластини приймалася рівною $U = 80$ см/с, що відповідає перехідному вихровому режиму течії [149, 151] з характерним числом Рейнольдса $Re = 8 \cdot 10^4$, визначеним по довжині пластини $L = 10$ см і в'язкості $\nu = 1$ cSt. Розрахунки виконано для води і розчину кухонної солі, густина якого ρ змінюється в діапазоні $0.998 < \rho < 1.200$ г/см³, стандартне значення $\rho = 1$ г/см³.

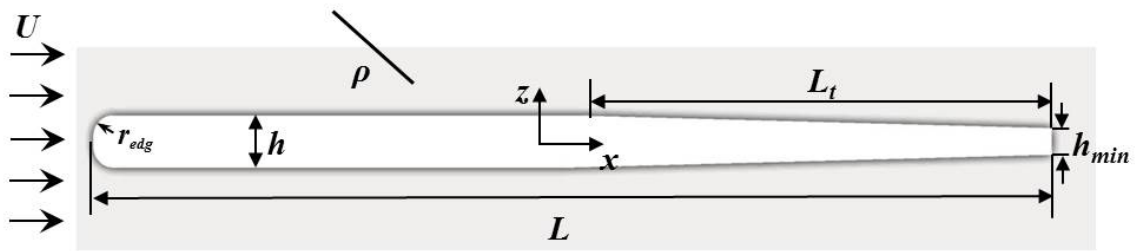
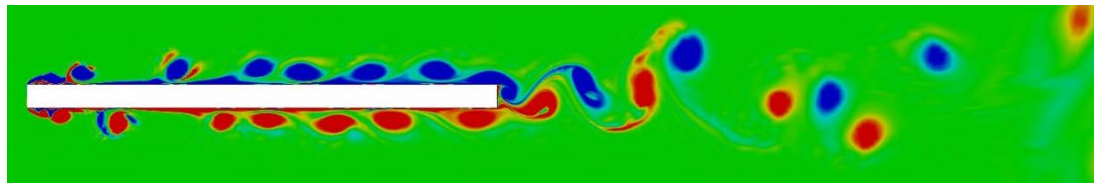


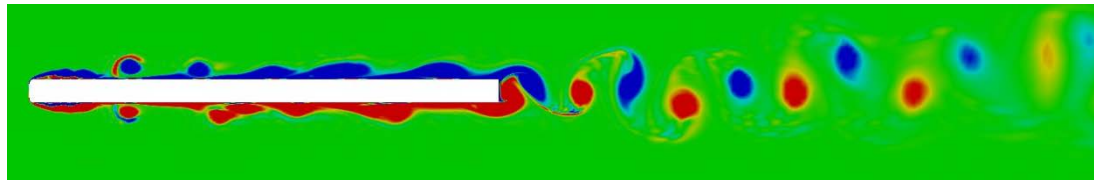
Рис. 8.12. Схема і геометрія задачі.

Дослідження впливу геометричної форми передньої і задньої кромки пластини на структуру і динаміку стратифікованої течії являє собою окремий практичний і науковий інтерес, оскільки в областях течії близько кромки пластини відбувається основна генерація вектора завихреності внаслідок як загальної перебудови поля швидкості, так і бароклинних ефектів.

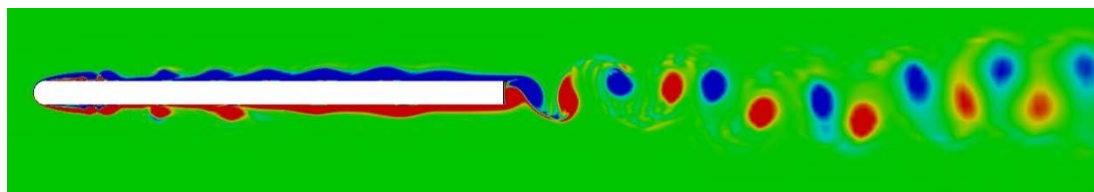
Вихрові структури формуються на передній кромці прямокутної пластини з гострими краями з частотою близько 4 Гц, потім відриваються від її поверхні на деякій відстані вниз за потоком від гострої кромки і знову приєднуються до поверхні в області центру пластини (Рис. 8.13, а). Потім вихори, генеровані передньою кромкою, дрейфують вниз за течією вздовж поверхні пластини і взаємодіють з вихровим слідом, сформованим в супутній течії позаду задньої кромки пластини і осцилюють з частотою близько 5 Гц. Внаслідок множинних складних взаємодій двох згаданих вихрових систем, у супутній течії формується нова система, частота осциляцій якої зменшується приблизно в два рази в порівнянні з первинною. Як видно з Рис. 8.13, а, і вихори, генеровані передньою кромкою, і вихровий слід позаду прямокутної пластини з гострими краями добре окреслені і мають просторові масштаби, співрозмірні з товщиною пластини.



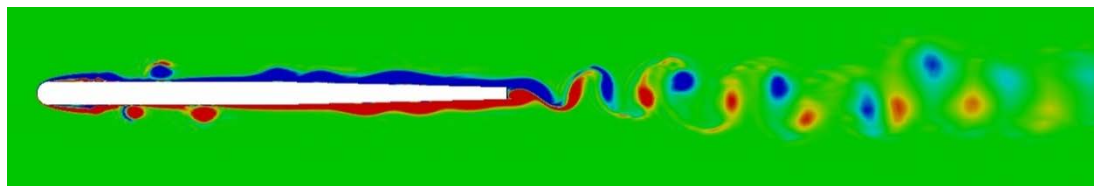
а)



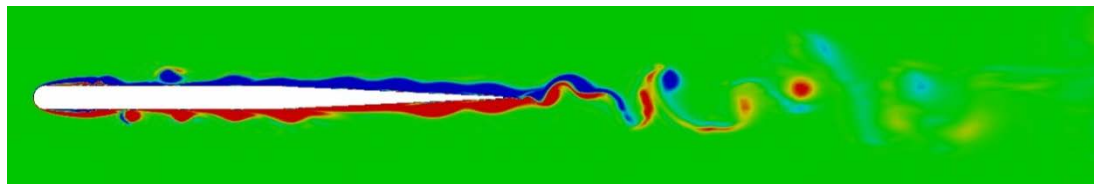
б)



в)



г)



д)

Рис. 8.13. Миттєві картини поля завихреності навколо горизонтальної пластини при різних геометричних модифікаціях її передньої і задньої кромки: $L=10$ см, $h=0.5$ см, $U=80$ см/с, $N = 1.2 \text{ с}^{-1}$,
 (а–д) – $(r_{\text{edg}}, \xi)=(0,1), (0.4, 1), (1, 1), (1, 2), (1, 10)$.

Із збільшенням радіуса заокруглення передньої кромки вихори зменшуються в масштабах та інтенсивності, приймаючи більш розмиті і витягнуті форми по мірі переміщення вниз за потоком (Рис. 8.13, б). При максимальному розглянутому радіусі заокруглення передньої кромки, що

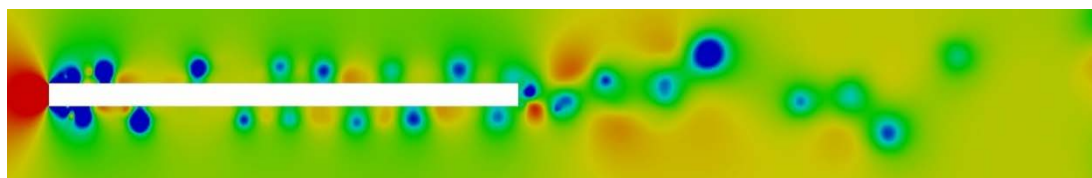
дорівнює половині товщини пластини, масштаби вихорів зменшуються приблизно в два рази в порівнянні з випадком пластини з гострими краями і приймають форму згасаючих хвильових збурень по мірі переміщення вниз за потоком. Вихори, генеровані передньою кромкою, розсіюються досить швидко, навіть не досягнувши задньої кромки пластини і, таким чином, істотно не впливають на супутній слід, який зберігає структуру первинної вихрової доріжки (Рис. 8.13, в).

При наявності звуження пластини в сторону задньої кромки структура течії над перешкодою істотно не змінюється, проте значно зменшуються масштаби та інтенсивність вихрових структур у супутньому сліді. На задній кромці пластини формується вузький вихровий слід, що поступово розширюється і досить швидко затухає по мірі переміщення вниз за потоком. При цьому втрачається регулярність супутньої течії, яка спостерігалася в сліді за пластиною з округленими кромками і прямими бічними сторонами (Рис. 8.13, г, д).

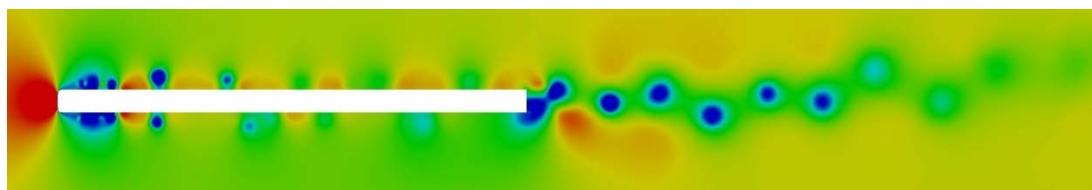
Картини поля тиску для всіх розглянутих конфігурацій кромки пластини (Рис. 8.14) демонструють ряд спільних особливостей, включаючи збільшення тиску перед перешкодою і розрідження в плямистих структурах навколо пластини, що локалізуються в ядрах вихрових елементів, генерованих передньої і задньої кромками пластини. Представлені картини показують, що інтенсивність, просторові масштаби, рівень прояву і швидкість дисипації типових елементів поля тиску істотно залежать від геометричної конфігурації країв пластини.

При збільшенні радіуса заокруглення передньої кромки область високого тиску перед перешкодою і плямисті структури низького тиску над і під пластиною суттєво зменшуються по інтенсивності і масштабам як результат згладжуючих і стабілізуючих ефектів заокруглених країв на вихрову динаміку течії навколо пластини. У випадку максимально заокругленого переднього краю пластини динаміка течії в супутньому сліді є найбільш інтенсивною із

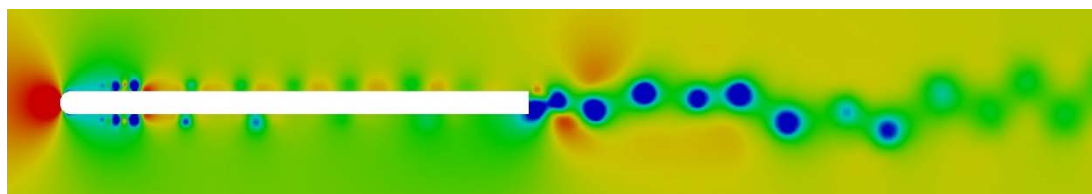
збереженням первинної форми вихрової доріжки, оскільки зменшується інтенсивність вихорів передньої кромки і, відповідно, відбувається послаблення їх впливу на супутню течію (Рис. 8.14, в).



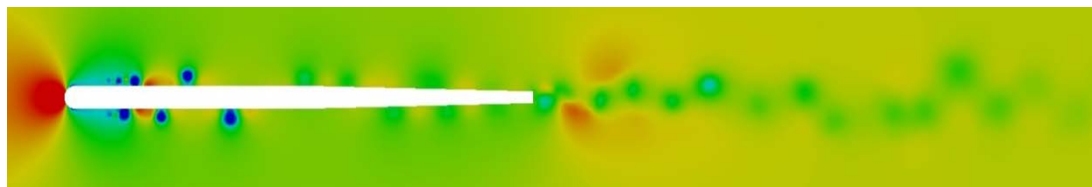
а)



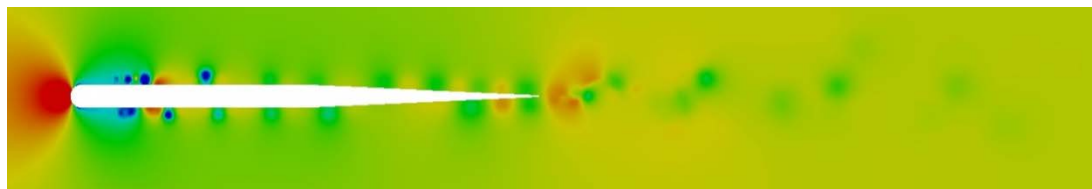
б)



в)



г)



д)

Рис. 8.14. Миттєві картини поля тиску навколо горизонтальної пластини при різних геометричних модифікаціях її передньої і задньої кромки: $L=10$ см, $h=0.5$ см, $U=80$ см/с, $N = 1.2 \text{ с}^{-1}$,
(а–д) – $(r_{\text{edg}}, \xi)=(0,1), (0.4, 1), (1, 1), (1, 2), (1, 10)$.

У випадку закругленої передньої кромки і найтоншої задньої (Рис. 8.14, д), що найближче до типової форми крилового профілю, всі збурення поля тиску в супутній течії практично зникають, починаючи з відстані від задньої кромки вниз за потоком рівній приблизно половині довжини пластини. При цьому інтенсивність і розміри збуреної області поля тиску є найменшими для даного випадку в порівнянні з іншими розглянутими геометричними конфігураціями пластини.

Розподіли тиску вздовж центральної горизонтальної площини пластини, обтічної потоком стратифікованої рідини, наведено на Рис. 8.15, як в області випереджаючого збурення, так і супутнього сліду, для чотирьох розглянутих геометричних модифікацій горизонтальної пластини. Безпосередньо в центрі передньої кромки пластини величина тиску не залежить від радіуса заокруглення її гострих країв і приймає в точності значення швидкісного напору рідини $P_0 = 0.5\rho U^2$. З віддаленням від передньої кромки величина тиску падає, асимптотично прагнучи до незбурених значенням тиску в зовнішньому потоці. Швидкість спадання тиску в області випереджаючого збурення різна для всіх розглянутих геометричних модифікацій пластини (Рис. 8.15, а). Так, із збільшенням радіуса заокруглення гострих країв кромки спадання тиску прискорюється внаслідок зменшення площі частини поверхні передньої кромки, перпендикулярної напрямку набігаючого потоку рідини. Звуження пластини в хвостовій частині призводить до додаткового прискорення спадання тиску, що пояснюється зменшенням маси пластини внаслідок змінності її товщини і, отже, об'єму витісненої нею рідини.

Розподіли тиску вздовж центральної горизонтальної площини пластини в області течії за перешкодою відображає вихрову структуру супутнього сліду (Рис. 8.15, б). Як видно з рисунка, найменші амплітуди осциляцій тиску фіксуються у випадках звуженої пластини, а найбільші – для випадку пластини із заокругленою передньою кромкою і прямими бічними сторонами. Останнє обумовлено тим, що вихрова доріжка позаду заокругленої пластини

локалізується переважно вздовж її центральної горизонтальної площини, а центри вихорів, які формуються за пластиною з гострою кромкою, досить широко розкидані в області супутнього сліду і, як правило, не збігаються з площиною, в якій побудовані розподіли.

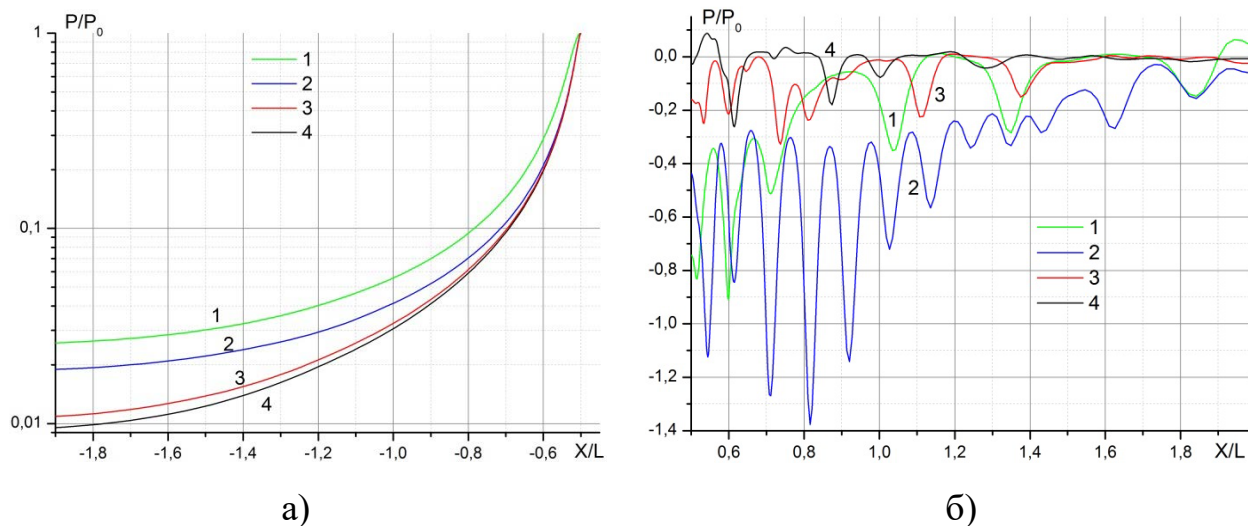


Рис. 8.15. Розподіли тиску уздовж центральної горизонтальної площини обтічної пластини в області випереджаючого збурення (а) і вихрового сліду (б):

$$N = 1.2 \text{ с}^{-1}, U = 80 \text{ см/с}, L = 10 \text{ см}, h = 0.5 \text{ см};$$

$$1 - r_{edg} = 0.004; \xi = 10; 2 - r_{edg} = 1; \xi = 10; 3 - r_{edg} = 1; \xi = 20; 4 - r_{edg} = 1; \xi = 160.$$

На Рис. 8.16 представлено розподіли тиску і коефіцієнту опору тертя вздовж верхньої сторони обтічної горизонтальної пластини для трьох варіантів геометричних модифікацій пластини. Характер наведених розподілів є істотно немонотонним уздовж довжини пластини, оскільки відображає типову вихрову структуру течії.

Варіації величин тиску і коефіцієнту опору тертя виявляються вищими для випадку пластини з гострими краями, особливо в області її передньої кромки. У разі звуженої пластини дані величини приймають значення близькі до нуля в області задньої кромки, при цьому на пластині з прямими бічними сторонами значення тиску в даній області падає до $-0.7P_0$, а коефіцієнт опору тертя збільшується практично до значення 0.03.

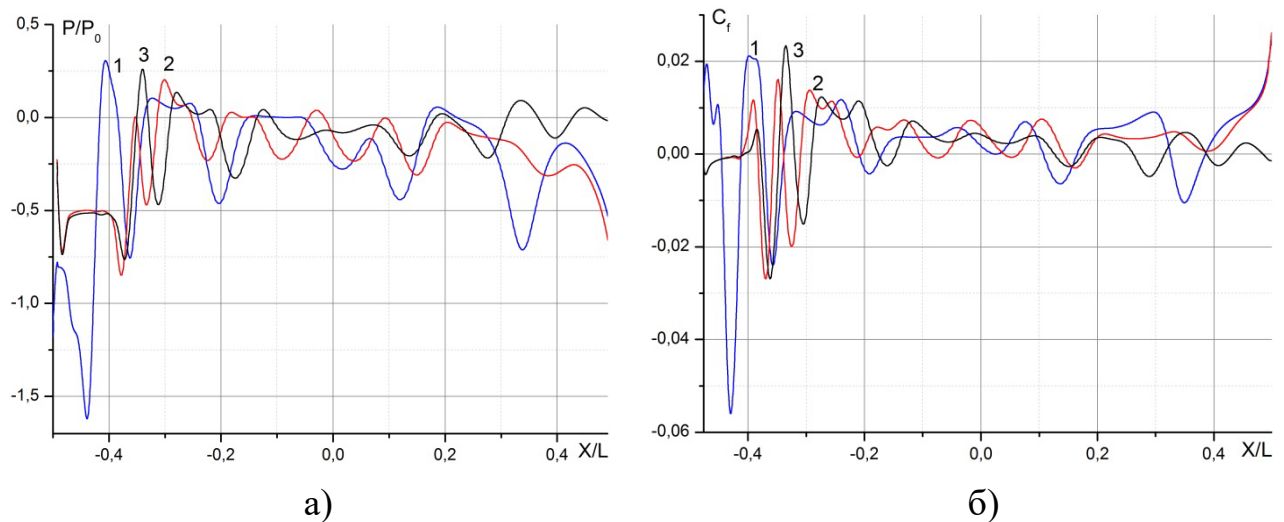


Рис. 8.16. Розподіли тиску (а) і коефіцієнту опору тертя (б) вздовж верхньої сторони обтічної горизонтальної пластини:

$$N = 1.2 \text{ с}^{-1}, U = 80 \text{ см/с}, L = 10 \text{ см}, h = 0.5 \text{ см};$$

$$1 - r_{edg} = 0.004, \xi = 10; 2 - r_{edg} = 1, \xi = 10; 3 - r_{edg} = 1, \xi = 160.$$

Інтегральні значення коефіцієнтів повного опору C_x , а також підйомної сили C_y і моменту сил відносно центра пластини C_m для всіх розглянутих геометричних модифікацій пластини представлені в Таблиці 1. Величини C_y і C_m отримані підсумовуванням відповідних локальних значень тільки по верхній стороні пластини, оскільки для симетричного перешкоди підсумовування по всій його поверхні дає значення близьке до помилки чисельних обчислень.

Величина коефіцієнту повного опору зменшується при заокругленні передньої кромки і звуженні хвостової частини горизонтальної пластини, проте при значеннях безрозмірного радіусу кривизни $r_{edg} > 0.4$ подальше заокруглення кромки незначно впливає на зниження сили опору.

Таблиця 3

Інтегральні значення коефіцієнтів опору, підйомної сили і моменту сил

геометрія		C_x	C_y	C_m
$\tilde{r}_{edg}$	ξ			
0.004	10	0.0322	0.0935	-0.0136
0.04	10	0.0311	0.0912	-0.0128
0.4	10	0.0254	0.0844	-0.0106
0.8	10	0.0252	0.0783	-0.0092
1	10	0.0251	0.0752	-0.0083
1	20	0.0125	0.0743	-0.0126
1	40	0.0110	0.0721	-0.0145
1	160	0.0104	0.0693	-0.0162

Із збільшенням радіусу заокруглення передньої кромки і звуженні хвостової частини пластини величина коефіцієнту підйомної сили, що діє на верхню сторону обтічної пластини, монотонно спадає. Величина коефіцієнта моменту сил, що діє на верхню сторону обтічної пластини відносно її центру, приймає негативні значення, тобто прагне розвернути верхню сторону горизонтальної пластини за годинниковою стрілкою при її обтіканні зліва направо. Коефіцієнт моменту сил спадає за абсолютною величиною із збільшенням радіусу заокруглення передньої кромки, а при звуженні хвостової частини пластини – навпаки, зростає. Як видно з Рис. 8.16, а, даний результат можна пояснити тим, що на частині заокругленої і похилої поверхонь пластини тиск приймає більші значення, ніж на плоскій пластині з гострими краями, що відповідним чином впливає на значення коефіцієнтів сил і моментів.

8.4. Порівняння результатів розрахунків з експериментальними даними

У режимі інтенсивної генерації супутніх вихрових структур довжина внутрішньої хвилі стає співрозмірною з масштабом області спостереження і найбільші структурні зміни спостерігаються в супутньому сліді за перешкодою, де формуються типові вихрові елементи типу вихрових диполів за тілом і «вихрових бульбашок» в зонах дивергенції фазових поверхонь внутрішніх хвиль. На оболонках вихрових елементів і в областях взаємодії різномасштабних компонентів вихрового течії між собою і з поверхнею перешкоди формується різноманітність багат шарових тонкоструктурних елементів течій, які фіксуються в розрахованих полях горизонтальної компоненти градієнту густини і картинах тіньової лабораторної візуалізації. Коефіцієнт заломлення, солоність і густина пов'язані лінійними співвідношеннями для водного розчину кухонної солі, який використовувався для створення стратифікації в лабораторних дослідах [161, 162].

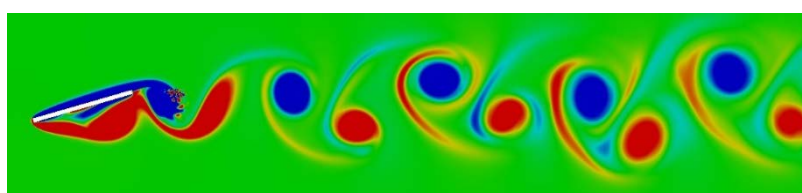
Якісно розрахунки і спостереження картини стратифікованої течії навколо похилої пластини добре узгоджуються між собою: домінуючою структурною компонентою течії у даному випадку є вихровий слід, структура якого складається з послідовності грибоподібних структур, що починають формуватися на певній відстані вниз за потоком від задньої кромки пластини, досягають найбільшої розвинутості на відстані від пластини $3\div 4L$ і далі поступово втрачають свою чіткість під пригнічуючим впливом ефектів стратифікації. Вихрові структури в супутній течії співіснують з тонкоструктурними лігаментами, локалізованими переважно на оболонках вихрових елементів, а також в межах досить короткої області течії за підвітряною стороною пластини, де формується широкий тонкоструктурний слід.



а)



б)



в)

Рис.8.17. Порівняння тіньового зображення (*а* – коефіцієнт заломлення світла) і розрахованих картин (*б, в* – горизонтальна компонента градієнту густини і завихреність) стратифікованої течії навколо похилої пластини:

$$h = 2.5 \text{ см}; N=0.83 \text{ с}^{-1}; U = 3.6 \text{ см/с}; \alpha=16^\circ; Re=900.$$

Проведено порівняння розрахованих і тіньових картин течій стратифікованої і однорідної рідин навколо похилої пластини у вихровому режимі, які показали досить непогану якісну узгодженість. У стратифікованому середовищі супутня вихрова доріжка під дією ефектів стратифікації починає поступово деформуватися у вертикальному напрямку і, зрештою, колапсує, розпадаючись на тонкоструктурні елементи (Рис. 8.18). Це пояснюється пригнічуючим впливом стратифікації на переміщення частинок рідини у вертикальному напрямку, що зрештою призводить до звуження вихрового сліду з поступовим його деформуванням і руйнуванням.

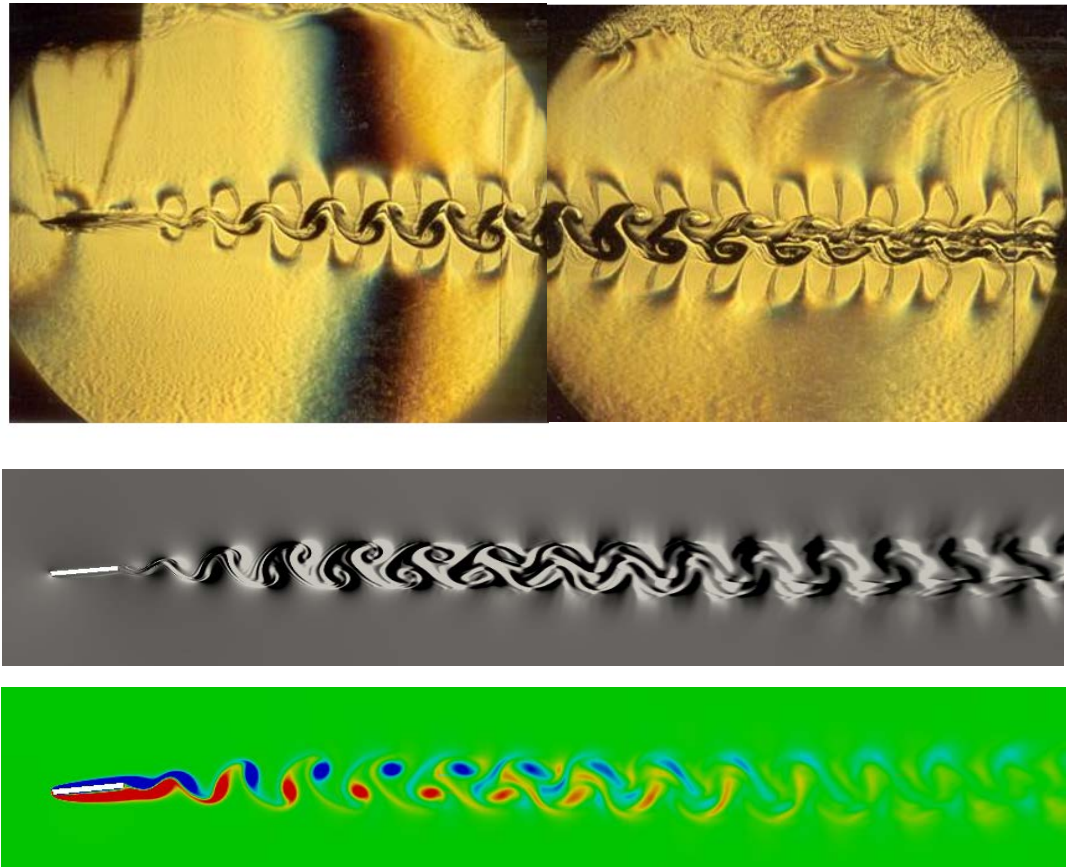


Рис. 8.18. Порівняння тіньової (коефіцієнт заломлення світла) і розрахованої (поле горизонтальної компоненти градієнта густини і завихреності)

картин стратифікованої течії навколо похилої пластини:

$$h = 2.5 \text{ см}; U = 4.3 \text{ см/с}; \alpha = 6^\circ; Re = 1075; N = 0.83 \text{ с}^{-1}.$$

У випадку течії однорідної рідини, лабораторну візуалізацію якої реалізовано за допомогою методу густинних міток [161, 162], вихрова доріжка у сліді за похилою пластиною, навпаки, помітно розширюється у вертикальному напрямку по мірі розповсюдження вниз за потоком в межах області спостереження (Рис. 8.19). Вихрові утворення зберігають свою характерну структуру набагато довше вниз за потоком у порівнянні із випадком стратифікованої рідини, при цьому розсіювання енергії окремого вихора супроводжується поступовим збільшенням його масштабів наряду із зменшенням інтенсивності та чіткості контурів.

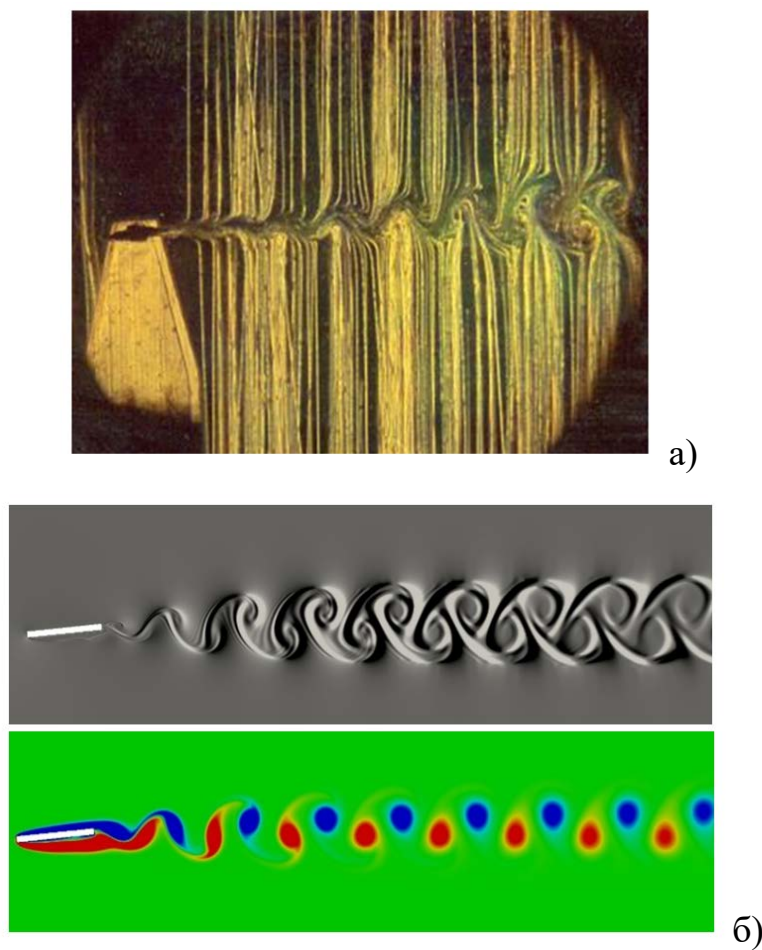
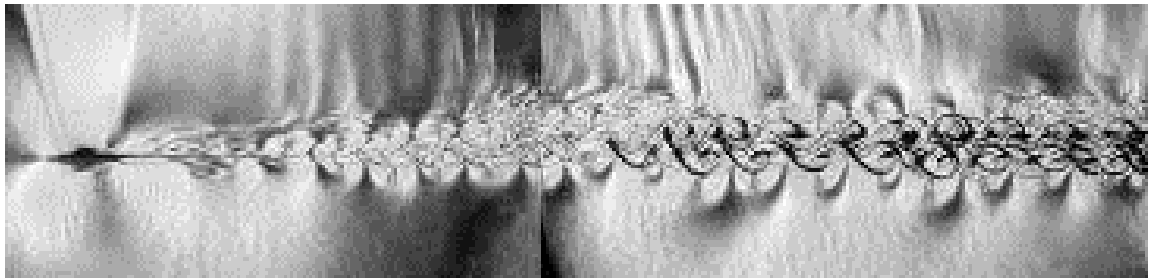


Рис. 8.19. Порівняння тіньової (а) і розрахованої (б) картин течії

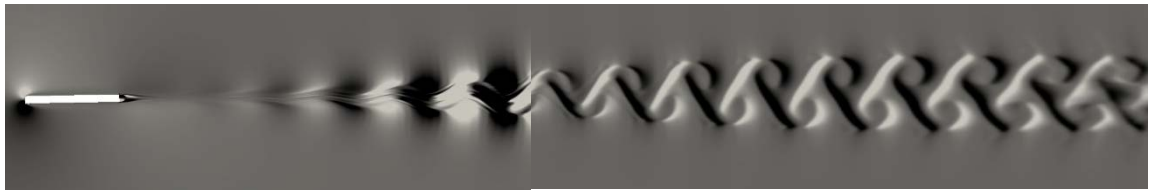
однорідної рідини навколо похилої пластини:

$$h = 2.5 \text{ см}; U = 4.3 \text{ см/с}; \alpha = 6^\circ; Re = 1075.$$

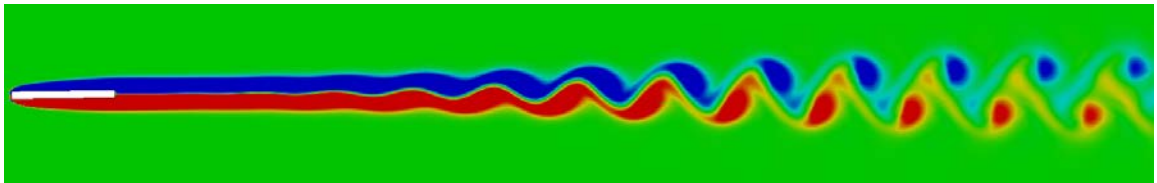
Структура течії в сліді за рухомою горизонтальною пластиною дещо відрізняється від розглянутої раніше для випадків похилої пластини. Область зародження помітних вихрових збурень знаходиться значно далі вниз за потоком від задньої кромки пластини, структура вихрового сліду має більш розмиту форму, вертикальний розмір збуреної області є значно вужчим. Крім того, в тіньових картинах лабораторної візуалізації фіксується безліч накладених тонкоструктурних фонових збурень, які не фіксуються в розрахованих картинах стратифікованої течії (Рис. 8.20).



а)



б)



в)

Рис. 8.20. Порівняння тіньової (коефіцієнт заломлення світла – а) і розрахованої (поле горизонтальної компоненти градієнта густини і завихреності – б, в) картин стратифікованої течії навколо горизонтальної пластини:

$$h = 2.5 \text{ см}; N=0.83 \text{ с}^{-1}; U = 4.9 \text{ см/с}; \alpha=0^\circ; Re=1225.$$

Якісне порівняння структури супутніх течій за похилою і горизонтальною пластинами для випадків стратифікованої і однорідної рідин доповнюється результатами розрахунків інтегральних характеристик обтічного тіла. На Рис. 8.21 представлено залежності від часу інтегральних значень коефіцієнта опору і підйомної сили похилої пластини в однорідній і стратифікованій рідині для двох значень кута нахилу пластини: $\alpha=6^\circ$ і $\alpha=16^\circ$. Характер залежностей істотно немонотонний – динамічні інтегральні характеристики пластини осцилюють у часі з характерною частотою вихроутворення, при цьому найбільш інтенсивні осциляції виявляються в значеннях коефіцієнта

підйомної сили, тоді як в силі опору нестационарність проявлена у значно меншій мірі. Частота вихроутворення майже не залежить від величини стратифікації рідини, але суттєво змінюється при варіюванні кутом нахилу пластини до горизонту: при збільшенні α з 6° до 16° частота вихроутворення зменшується приблизно вдвічі, а амплітуда осциляцій інтегральних характеристик при цьому збільшується майже на порядок.

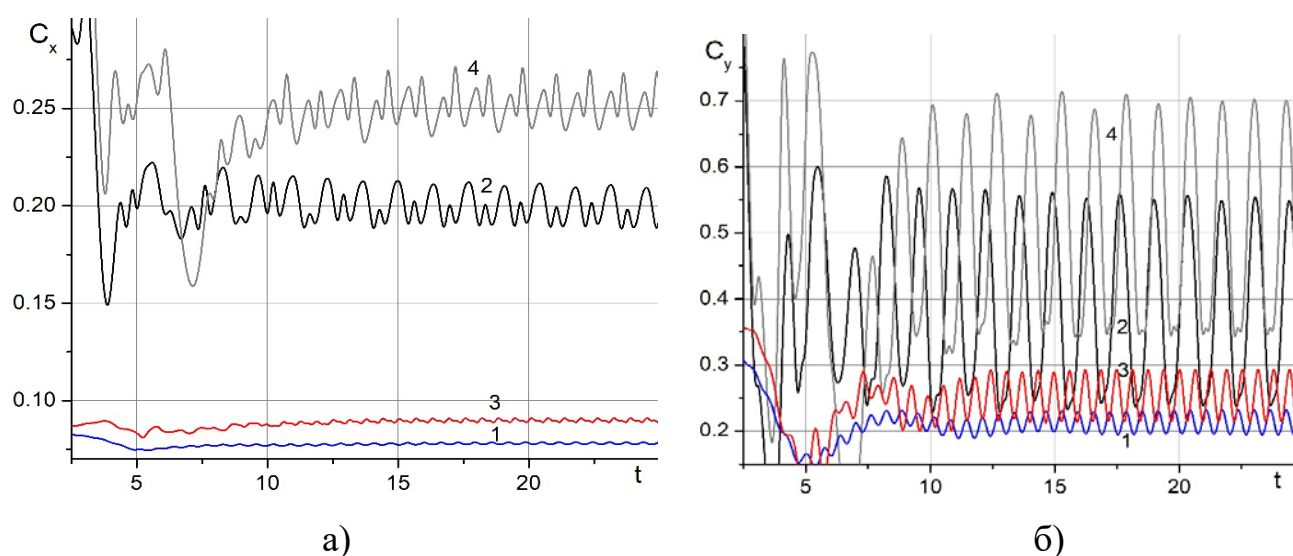


Рис. 8.21. Залежності від часу інтегрального коефіцієнту опору (а)

і підйомної сили (б) похилої пластини ($L=2.5$ см)

у стратифікованій і однорідній рідинах:

1 – $U=4.3$ см/с, $\alpha=6^\circ$, $N=0.83$ с $^{-1}$, $Fr=2.07$; 2 – $U=3.6$ см/с, $\alpha=16^\circ$, $Fr=1.74$;

3 – $U=4.3$ см/с, $\alpha=6^\circ$, $N=10^{-5}$ с $^{-1}$, $Fr=1.7 \cdot 10^5$; 4 – $U=3.6$ см/с, $\alpha=16^\circ$, $Fr=1.4 \cdot 10^5$.

Чисельні розрахунки показують, що в режимі інтенсивної генерації супутніх вихрових структур інтегральна сила опору пластини, як і підйомна сила, виявляються меншими для випадку стратифікованої рідини у порівнянні з однорідним середовищем. Даний пояснюється домінуванням руйнівного впливу стратифікації на супутні вихрові структури над ефектом збільшення компоненти хвильового опору із збільшенням частоти плавучості рідини, що в результаті призводить до зменшення повного опору пластини.

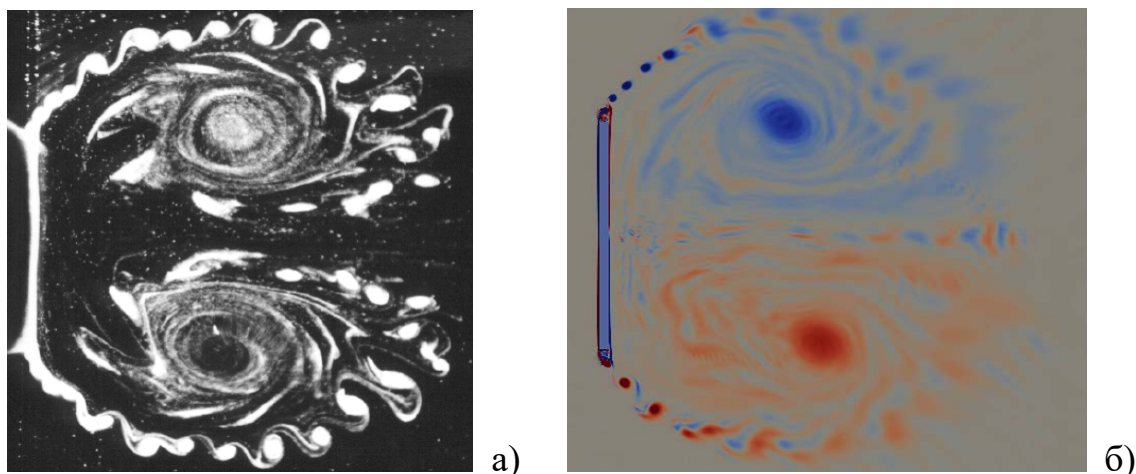


Рис. 8.22. Порівняння картин течії за рівномірно рухомою вертикальною пластиною, візуалізованої експериментально з використанням водневих бульбашок [283], і розрахованої чисельно (поле завихреності):

$$h=10 \text{ см}; U=50 \text{ см/с}; Re=50000.$$

Структура супутньої течії за вертикальною пластиною, що рівномірно рухається в товщі рідини вздовж горизонтальної площини, представлено на Рис. 8.23 для випадків чисельних розрахунків і експериментальної візуалізації за допомогою методу водневих бульбашок [283]. На етапі початкового формування течії виникають два симетрично розташованих відносно центральної горизонтальної площини обернено обертові крупномасштабні вихори, що мають спіралеподібну структуру внаслідок закручування ланцюжків локальних вихрових елементів, генерованих краївками пластини. Результати розрахунку і візуалізації картини течії рідини в супутньому сліді за вертикальною пластиною виявляються досить добре узгодженими між собою.

8.5. Висновки до розділу 8

Представлено результати розрахунків стратифікованих течій навколо похилої пластини в режимі генерації супутніх вихрових структур. Досліджено структурні особливості і динаміку нестационарних течій сильно та слабо стратифікованих, а також потенційно та актуально однорідних рідин навколо

горизонтальної пластини при зміні її геометричних параметрів. Проаналізовано картини нестационарних полів швидкості, тиску, густини (та їх градієнтів), завихреності, швидкості дисипації енергії. Простежено еволюцію окремих структурних компонент: спільних для всіх видів рідин вихорів, а також специфічних для стратифікованих середовищ – внутрішніх хвиль та тонких прошарків. Визначено фізичні механізми формування вихорів в областях великих градієнтів тиску і густини в околиці крайок перешкоди, виконано оцінки масштабів, інтенсивності та частот генерації вихрових структур і проведено розрахунки інтегральних характеристик перешкоди в залежності від величин стратифікації рідини, товщини, довжини та різних модифікацій форми пластини.

Приведено поля стратифікованої течії, які показують, що при малих кутах нахилу пластини вихори генеруються на її передній кромці, дрейфують вниз за потоком вздовж її сторін та взаємодіють з вихровою доріжкою, генерованою задньою кромкою пластини. Із збільшенням кута нахилу пластини нестационарна вихрова картина стратифікованої течії суттєво ускладнюється внаслідок інтенсифікації взаємодії вихрових структур, генерованих кромками пластини, що супроводжується процесами їх структурної трансформації, а саме дроблення, злиття, розшарування, та утворенням нових крупномасштабних та тонкоструктурних вихрових елементів течії.

Проведено комплексні порівняння розрахованих і тінювих картин течій стратифікованої і однорідної рідин навколо похилої пластини, які показали досить непогану якісну узгодженість. В режимі інтенсивної генерації супутніх вихрових структур значення інтегральних характеристик пластини спадають із збільшеннями частоти плавучості рідини, що пояснюється руйнівним впливом стратифікації на вихрові структури з відповідним зменшенням вихрової компоненти повного опору, яка є домінуючою для даного режиму течії.

Основні положення цього розділу викладені у публікаціях автора [102, 149–154, 156–160].

Висновки

Дисертаційну роботу присвячено розв'язанню актуальної науково-прикладної проблеми, пов'язаної з розробкою методів керування течіями з метою зменшення опору тертя і тиску обтічних тіл. Досліджено процеси виникнення і розвитку вихрових утворень у примежовому шарі та супутньому сліді, визначено взаємозв'язок хвильової і вихрової структури течій з інтегральними характеристиками обтічних тіл. В роботі отримано наступні нові наукові результати:

1. Побудовано алгоритми чисельного розв'язання задач обтікання тіл, що здійснюють активні або пасивні нестационарні рухи у потоці рідини, які обґрунтовують методики керування нестационарною структурою течій та інтегральними характеристиками обтічних тіл за допомогою коливних та деформівних поверхонь. Новостворені чисельні методики дають можливість визначати параметри вимушеного коливного руху обтічних тіл або локального деформування поверхні, при яких спостерігається приєднання відривних течій на погано обтічних тілах або затягування процесів ламінарно-турбулентного переходу на добре обтічних тілах, що призводить до інтегрального ефекту зниження опору тиску і тертя.
2. Розроблено чисельне моделювання зв'язаних задач механіки в'язкої нестисливої рідини і в'язкопружного твердого тіла, на основі якого розв'язано задачу обтікання жорсткого крилового профілю з в'язкопружним хвостовиком, що може бути як пасивно деформівним тілом, реагуючим на збурення потоку, так і здійснювати додаткові коливні рухи, ініційовані вимушеними коливаннями його основи. Чисельну методику реалізовано на основі послідовного ітераційного алгоритму жорсткого зв'язування задач механіки рідини і в'язкопружного тіла на базі методу скінченного об'єму та оригінальних програмних кодів власної розробки відкритого пакету OpenFOAM, коли для моделювання в'язкопружного матеріалу використовується повна нелінійна Лагранжева постановка і гіпотеза залежності

миттєвого значення тензора напружень від усієї передісторії зміни компонент тензора деформацій.

3. На основі проведених чисельних розрахунків обтікання плоскої поверхні з активно деформівною областю отримано наступні результати:

- оцінено ефективність методу керування структурою примежового шару на локально деформівній обтічній поверхні у формі плоскої біжучої хвилі шляхом якісного співставлення картин течії на динамічно деформівній поверхні з відповідними результатами на статично деформованій хвилястій поверхні;

- встановлено взаємозв'язок характеристик вихрової структури течії у примежовому шарі з параметрами локального джерела збурення у формі біжучої хвилі заданої амплітуди, частоти і фазової швидкості у заданому діапазоні чисел Рейнольдса;

- визначено, що з метою якнайдовшого збереження детермінованої вихрової структури течії вниз за потоком, що відповідає затягуванню переходу в розвинений турбулентний режим течії в примежовому шарі та інтегральному ефекту зниження опору тертя, параметри біжучої хвилі на обтічній поверхні повинні бути близькими до відповідних параметрів хвилі нестійкості Толлміна-Шлихтинга;

- виявлено, що за рахунок генерації хвильових збурень з параметрами хвилі Толлміна-Шлихтинга довжину зони переходу можна подовжити у кілька разів відповідно до довжини зони збурювання.

4. Проведені розрахунки обтікання нерухомих крилових профілів і таких, що здійснюють вимушені обертально-коливальні рухи заданої амплітуди і частоти, дозволили виявити ряд важливих закономірностей:

- при малих числах Струхаля структура вихрової течії на коливному профілі відповідає структурі на нерухомому крилі при максимальному куті атаки, що осцилює як єдине ціле з частотою вимушених коливань; із збільшенням числа Струхаля власні вихрові збурення примежових шарів вироджуються, зони

відриву зменшуються аж до повного їх усунення, а структура супутнього сліду цілком визначається параметрами вимушених коливань;

– режим, при якому відбувається приєднання відривної течії із встановленням структури супутнього сліду з параметрами вимушених коливань та виникненням пропульсивної сили крила визначається умовою, що зв’язує швидкість набігаючого потоку, частоту вимушених коливань та максимальне вертикальне відхилення крила: $St_h = 2f \cdot L_0 \cdot \sin \alpha / U_0 > 0.12$;

– наявність додаткового гнучкого хвостового елемента, що здійснює активні коливання у протифазі до загального закону руху крилового профілю, зменшує інтенсивність завихреності супутнього сліду приблизно у 1.5 разів, звужує ширину збуреної течії та підсилює пропульсивний ефект крила майже на 40 %;

– характер нестационарного деформування пасивного в’язкопружного хвостовика крилового профілю під впливом збурень потоку визначається його локальною взаємодією з ланцюгами дискретних вихрових елементів, що формуються на профілі і дрейфують вниз за потоком вздовж його поверхні, і встановленням узгодженого з частотою вихроутворення коливного руху хвостовика;

– динаміка в’язкопружного хвостовика в режимі активного періодичного збудження його основи визначається частотами власних $f_e = \sqrt{\mu_b / \rho_b} / L_t$ і вимушених f_s коливань хвостовика, а також частотою вихроутворення f_v на криловому профілі;

– режим нестационарного деформування в’язкопружного хвостовика, при якому його вільний край виконує коливання у протифазі до загального закону активного руху профілю, що відповідає випадку генерації найбільшої пропульсивної сили крила, визначається умовою проходження зсувною хвилею більше 25 відстаней, рівних довжині хвостовика, за один період вимушених коливань: $f_e / f_s > 25$.

5. На основі чисельних розрахунків течій неперервно стратифікованої рідини навколо перешкод різної форми у широкому діапазоні чисел Рейнольдса і Фруда проведено важливі фундаментальні дослідження:

- виділено характерні режими течій відповідно до введеної класифікації їх структурних компонентів, характерних масштабів та типів середовищ;
- досліджено структуру надповільних течій, індукованих дифузиею на непроникних перешкодах, що представляє собою багаторівневу систему циркуляційних комірок, включаючи інтенсивні висхідні і низхідні струменеві течії вздовж похилих сторін перешкоди, а також систему компенсаційних горизонтально орієнтованих комірок;
- визначено, що інтегральний момент сил, діючий на нерухому похилу пластину, прагне повернути її у найбільш стійке горизонтальне положення, а на клиноподібному тілі виникає пропульсивна сила, що ініціює саморух клину в сторону його гострої вершини;
- вивчено закономірності формування стратифікованих течій навколо рівномірно рухомої похилої пластини при різних її довжинах і кутах нахилу до горизонту у хвильовому і вихровому режимах, проаналізовано структуру і динаміку течій для випадків сильно і слабо стратифікованої, а також актуально і потенційно однорідної рідин, та досліджено вплив геометричних модифікацій пластини на структуру і динаміку стратифікованих течій;
- узгоджене чисельне і лабораторне моделювання течій стратифікованих рідин на перешкодах вибраної форми дозволило провести взаємодоповнююче комплексне дослідження структури і динаміки течій з додатковою можливістю контролю адекватності розроблених чисельних моделей шляхом якісного та кількісного порівняння з картинами тіньової візуалізації;
- визначено, що в режимі малих швидкостей руху тіла домінуючою компонентою інтегрального опору є хвильова складова, величина якої зростає із збільшенням частоти плавучості рідини і вертикального масштабу перешкоди, тоді як у режимі інтенсивної генерації супутніх вихрових структур

інтегральний опір перешкоди спадає із збільшеннями частоти плавучості рідини внаслідок руйнівного впливу стратифікації на вихрові утворення з відповідним зменшенням вихрової компоненти повного опору, яка є домінуючою для даного режиму течії.

6. Отримані результати чисельних досліджень дозволяють значно поглибити розуміння закономірностей виникнення і розвитку вихрових утворень у примежових шарах і супутніх слідах за обтічними тілами, що здійснюють нестационарні рухи у потоці в'язкої нестисливої рідини, на етапі ламінарно-турбулентного переходу, а також взаємозв'язків хвильової і вихрової структури течій з інтегральними характеристиками обтічних тіл. Наукова новизна роботи полягає у новостворених алгоритмах чисельного розв'язання задач обтікання нестационарно рухомих тіл та зв'язаних задач механіки рідини і деформівного тіла, що обґрунтовують методики керування інтегральними характеристиками обтічних тіл, а також у проведенні узгоджених чисельних і лабораторних досліджень течій неперервно стратифікованої рідини навколо перешкод вибраної форми. Розроблені чисельні методики дають змогу моделювати складні фізичні процеси, які відбуваються при взаємодії рідини з в'язкопружними тілами, що може бути практично використано при вирішенні широкого спектру промислових і технічних задач. Отримані результати узгодженого чисельного, лабораторного та аналітичного моделювання течій дозволяють комплексно досліджувати нестационарні процеси виникнення і розвитку різномасштабних утворень навколо рухомих або нерухомих перешкод, а також оцінювати вплив зовнішніх динамічних факторів та неоднорідності середовища на структуру і динаміку течій. Запропоновані підходи керування течіями та відповідні практичні рекомендації можуть бути використані при проектуванні корпусів технічних пристроїв, над- і підводних транспортних та пересувних засобів з метою зниження опору і рівня пульсацій тиску в авіа- та кораблебудуванні, конструюванні магістральних газо-, нафто- та водопроводів.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Абрамзон А.А. Поверхностные явления и поверхностно-активные вещества. Л.: Химия. 1984. 392 с.
2. Алексеенко С.В., Куйбин П.А., Окулов В.Л. Введение в теорию концентрированных вихрей. Новосибирск: Институт теплофизики СО РАН. 2003. 504 с.
3. Амфилохийев В.Б., Артюшков Л.С., Барбанель Б.А. Современное состояние теории управления пограничным слоем. СПб.: Малахит. 2000. 414 с.
4. Андерсон Д., Таннехилл Дж., Плетчер Р. Вычислительная гидромеханика и теплообмен. Т.2. М: Мир. 1990. 392 с.
5. Ахмедов Т.Х. Летательные и подводные аппараты с машущими движителями. М.: Инфра-Инженерия. 2017. 192 с.
6. Бабенко В. В., Mahmood A. F., Гнитецкий Н. А. Взаимодействие пограничного слоя с трехмерными возмущениями. *Прикладна гідромеханіка*. 2011. Т. 13, № 3. С. 3–22
7. Бабенко В. В. О взаимодействии гидробионтов с потоком. *Бионика*. 1992. Т. 25. С. 3–11.
8. Бабенко В.В. Исследование упругости кожи живых дельфинов. *Бионика*. 1979. Вып. 13. С. 43–52.
9. Бабенко В.В., Козлов Л.Ф. Экспериментальные исследования гидродинамической устойчивости на жесткой и упругодемпфирующих поверхностях. *Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа*. 1973. № 1. С. 122–127.
10. Бабенко В.В., Канарский М.В., Коробов В.И. Пограничный слой на эластичных пластинах. Киев: Наукова Думка. 1993. 264 с.
11. Байдулов В.Г., Чашечкин Ю.Д. Инвариантные свойства уравнений движения стратифицированных жидкостей. *Доклады Академии Наук*. 2002. Т. 387, № 6. С. 1–4.

12. Байдулов В. Г., Матюшин П. В., Чашечкин Ю. Д. Эволюция течения, индуцированного диффузией на сфере, погруженной в непрерывно стратифицированную жидкость. *Известия РАН: Механика жидкости и газа*. 2007. № 2. С. 130–143.
13. Байдулов В.Г., Чашечкин Ю.Д. Пограничные течения, индуцированные диффузией около неподвижного горизонтального цилиндра в непрерывно стратифицированной жидкости. *Изв. РАН. Физика атмосферы и океана*. 2001. Т. 32, № 6. С. 818–823.
14. Бардаков Р.Н., Миткин В.В., Чашечкин Ю.Д. Тонкая структура стратифицированного течения около пластины. *ПМТФ*. 2007. Т. 48, № 6. С. 77–91.
15. Белов И.А., Исаев С.А. Моделирование турбулентных течений: Учебное пособие. СПб.: БГТУ. 2001. 108 с.
16. Белоцерковский С.М., Скрипач Б.К., Табачников В.Г. Крыло в нестационарном потоке газа. М.: Наука. 1971. 768 с.
17. Бетчов Р., Криминале В. Вопросы гидродинамической устойчивости. М.: Мир. 1971. 412 с.
18. Бойко А.В., Грек Г.Р., Довгаль А.В., Козлов В.В. Возникновение турбулентности в пристенных течениях. Новосибирск: Наука. 1999. 328 с.
19. Бондарев Е.Н. и др. Аэрогидромеханика. М.: Машиностроение. 1993. 608 с.
20. Бредшоу П. Введение в турбулентность и ее измерение. М.: Мир. 1974. 279 с.
21. Бровченко И., Терлецкая К., Городецкая Н., Мадерич В., Никишов В. Взаимодействие внутренних уединенных волн большой амплитуды с препятствием. *Прикладна гідромеханіка*. 2007. № 81. С.3-7.
22. Ван-Дайк М. Альбом течений жидкости и газа. М.: Мир. 1986. 184 с.
23. Волков К.Н. Методы визуализации вихревых течений в вычислительной газовой динамике и их применение при решении прикладных задач.

Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2014. № 3 (91). С. 1–10.

24. Воропаев Г. А., Загуменный Я. В. Численное моделирование взаимодействия локальных возмущений пограничного слоя с деформирующейся поверхностью. *Вестник Донецкого Университета, Сер. А: Естественные науки*. 2009. Вып. 1. С. 154–165.
25. Воропаев Г. А., Димитриева Н. Ф., Загуменный Я. В. Структура турбулентного пограничного слоя при совместном использовании деформирующейся поверхности и полимерных добавок слабой концентрации. *Прикладна гідромеханіка*. 2013. Т. 15, № 2. С. 3–12.
26. Воропаев Г. А., Загуменный Я. В. Численное моделирование обтекания нестационарно движущихся тел. *Компьютерная математика*. 2018. № 2. С. 13–20.
27. Воропаев Г. А., Загуменный Я. В. Управление динамическими характеристиками обтекаемого колеблющегося крыла. *Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Математичне Моделювання в техніці та технологіях*. 2019. № 8 (1333). С. 87–93.
28. Воропаев Г.А. Турбулентный пограничный слой на деформирующейся поверхности. *Прикл. гидромеханика*. 2005. Том 7(79), № 3–4. С. 35–43.
29. Воропаев Г.А. Структура вынужденных возмущений в ламинарном пограничном слое при источнике возмущений на обтекаемой поверхности. *Прикл. гідромеханіка*. 2007. Том 9(81), № 2–3. С.52–68.
30. Воропаев Г.А., Бабенко В.В. Турбулентный пограничный слой на эластичной поверхности. *Прикладная гидромеханика*. 1978. Т. 38. С. 71–77.
31. Воропаев Г.А., Попков В.И. Энергетические и кинематические характеристики распространения волн в вязкоупругом многослойном полом цилиндра. *Прикладная механика*. 1986. Т. 24, № 7. С. 43–48.

32. Воропаев Г.А., Зайнер-Гундерсен Д., Коробов В.И. Гидродинамические характеристики колеблющегося крыла. *Прикладная гидромеханика*. 2015. Т. 17, № 3. С. 3–9.
33. Воропаев Г. А., Загуменный Я. В. Структура нестационарного пограничного слоя на деформирующейся поверхности. *Праці Міжнародної науково-технічної конференції «Гідроаеромеханіка в інженерній практиці»*, 27-30 травня 2019, С. 110–114.
34. Гарбарук А.В., Стрелец М.Х., Шур М.Л. Моделирование турбулентности в расчетах сложных течений: учебное пособие. СПб.: Политехнического университета. 2012. 88 с.
35. Гезеннек Й.Г., Наджиб Х.М. Механизмы снижения суммарного сопротивления в управляемых пограничных слоях. *Аэрокосм. техника*. 1990. № 8. С.103–112.
36. Годунов С.К. Разностный метод численного расчета разрывных решений уравнений гидродинамики. *Мат. сборник*. 1959. Т. 47, № 3. С. 271–306.
37. Головкин М.А., Головкин В.А., Калявкин В.М. Вопросы вихревой гидромеханики. М.: ФИЗМАТЛИТ. 2009. 264 с.
38. Голубев В. В. Труды по аэродинамике. М.-Л.: Гостехиздат, 1957. 980 с.
39. Горелов Д.Н. Нелинейная теория крыла в плоском нестационарном потоке. Омск: Полиграф. центр КАН. 2013. 142 с.
40. Городцов В.А. О слоистых структурах на конечной стадии вырождения турбулентности в стратифицированных жидкостях. *Известия АН СССР. Механика жидкости и газа*. 1985. № 4. С. 69–76.
41. Грушанская Ж.Я. Рыбы и гидромеханика. *Катера и яхты*. 1978. № 75. С. 36–40.
42. Гувернюк С.В. и др. О стабилизации следа за круговым цилиндром, совершающим высокочастотные вращательные колебания. *Доклады Академии наук*. 2010. Т. 432, №1. С. 45–49.

43. Довгий С.А. Аэрогидродинамика движущихся крыльев. Киев: Издательство «Юстон». 2016. 276 с.
44. Епихин А.С. Определение аэродинамических характеристик летательного аппарата при дозвуковом обтекании с учетом воздействия локальных вихревых течений на элементы его конструкции. Дисс. на соискание ученой степени канд. техн. наук. Москва, 2017, 156 с.
45. Епихин А.С., Калугин В.Т., Цыкунова Е.А. Моделирование процессов управления нестационарным отрывным течением в ближнем следе. *Научный вестник Московского государственного технического университета гражданской авиации*. 2015. № 212(2). С. 26–31.
46. Загуменный Я. В., Чашечкин Ю. Д. Индуцированное диффузией течение на клине. *Доповіди НАН України*. 2013. № 3. С. 31–39.
47. Загуменный Я. В. Волновая структура течений неоднородной жидкости около наклонной пластины. Праці акустичного симпозіуму Консонанс-2011. Київ. 2011. С. 129–134.
48. Загуменный Я. В., Дмитриева Н. Ф. Численное моделирование стратифицированных течений с использованием OpenFOAM. *Труды ИСП РАН*. 2014. Т. 26, Вып. 5. С. 187–200.
49. Загуменный Я. В. Динамика и структура стратифицированного течения около горизонтальной пластины. *Доповіди НАН України*. 2014. № 7. С. 60–67.
50. Загуменний Я. В. Взаємодія турбулентного примежового шару з в'язко-пружним покриттям змінної товщини. Дис. на здобуття вченого ступеню канд. фіз.-мат. наук. Київ, 2007, 162 с.
51. Загуменний Я. В. Зв'язані методи розв'язання рівнянь механіки рідини і деформівного твердого тіла в задачах гідропружності та біоніки. Матеріали XVI науково-технічної конф. «Інноваційні технології», 2019, Київ. С. 331–335.

52. Кистович А.В., Чашечкин Ю.Д. Структура нестационарного пограничного течения на наклонной плоскости в непрерывно стратифицированной среде. *Доклады АН*. 1992. Т. 325, № 4. С. 833–837.
53. Козлов Л.Ф. Теоретическая биогидродинамика. Киев: Вища школа. 1983. 238 с.
54. Козлов Л. Ф., Бабенко В. В. Экспериментальные исследования пограничного слоя. Киев: Наукова думка, 1978. 184 с.
55. Козлов Л.Ф. Теоретическая биогидродинамика. К.: Вища школа. 1983. 340 с.
56. Козлов Л.Ф., Шакало В.М. Телеметрическая аппаратура для регистрации режимов течения в пограничном слое при движении в водной среде. *Бионика*. 1970. Вып. 4. С. 55–60.
57. Козлов Л.Ф., Шакало В.М. Некоторые результаты измерений пульсаций скорости в пограничном слое дельфинов. *Бионика*. 1973. Вып. 7. С. 50–52.
58. Кожевников В.Н. Нелинейная многослойная модель обтекания гор произвольного профиля. *Известия АН. Физика атмосферы и океана*. 1993. Т. 29. № 6. С. 780–792.
59. Колмогоров А. Н. Локальная структура турбулентности в несжимаемой жидкости при очень больших числах Рейнольдса. *Докл. АН СССР*. 1941. Т. 30, № 4. С. 299–303.
60. Колмогоров А. Н. Рассеяние энергии при локально изотропной турбулентности. *Докл. АН СССР*. 1941. Т. 32, № 1. С. 19–21.
61. Корнилов В.И. Проблемы снижения турбулентного трения активными и пассивными методами. *Теплофизика и аэромеханика*. 2005. Т.12, № 2. С. 183–208
62. Короткин А.И. Устойчивость ламинарного пограничного слоя в несжимаемой жидкости на упругой поверхности. *Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа*. 1966. № 3. С. 39–44.

63. Кравченко В.В., Шквар Є.О. Мікропрофілювання обтічної поверхні як метод ефективного управління турбулентним примежовим шаром. *Збірник наукових праць Харківського університету Повітряних Сил*. 2012. В. 2(31). С. 39–45.
64. Кривошеев И.А., Рожков К.Е. Методы проектирования судовых и авиационных лопаточных машин с использованием новых подходов. *Инноватика и экспертиза: научные труды*. 2014. № 1 (12). С. 55–61.
65. Кристенсен Р. Введение в теорию вязкоупругости. М.: Мир. 1974. 338 с.
66. Крыжевич Г.Б. Гидроупругость конструкций судна. СПб.: ЦНИИ им. акад. А.Н.Крылова. 2006.
67. Кулик В.М., Семенов Б.Н. Об аттестации волновых свойств вязкоупругих покрытий, воздействующих на пристенную турбулентность. Гидродинамические течения и волновые процессы. ИТ СО АН СССР, Новосибирск. 1983. С. 117–129.
68. Кулик В.М., Погуда И.С., Семенов Б.Н. Экспериментальное исследование воздействия однослойных вязкоупругих покрытий на турбулентное течение и пульсации давления на стенке. *Инж. физ. журн*. 1984. Т. 47, № 2. С. 189–196.
69. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. 4. Гидродинамика. М.: Наука. 1986. 736 с.
70. Логвинович Г.В. Гидродинамика плавания рыб. *Бионика*. 1973а. Вып. 7. С. 3–8.
71. Ломов С.А. Введение в общую теорию сингулярных возмущений. М.: Наука. 1981. 400 с.
72. Лурье А.И. Нелинейная теория упругости. М.: Наука. 1980. 512 с.
73. Малюга В.С. Численное исследование течения в канале с двумя последовательно расположенными стенозами. Алгоритм решения. *Прикладная гідромеханіка*. 2010. Т. 12, № 4. С. 45–62.

74. Меркулов В.И. Бегущая волна на упругом теле, движущемся в идеальной жидкости. *Бионика*. 1970. Вып. 4. С. 95–104.
75. Нейланд В.Я., Боголепов В.В., Дудин Г.Н., Липатов И.И. Асимптотическая теория сверхзвуковых течений вязкого газа. М.: Физматлит. 2004. 455 с.
76. Некрасов А.И. Теория крыла в нестационарном потоке. М.-Л.: АН СССР. 1947.
77. Океанология. Физика океана. Т 1. Гидрофизика океана / Под ред. Мониной А.С. М.: Наука. 1978. 455 с.
78. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. М.: Энергоатомиздат. 1984. 152 с.
79. Першин С.В. Основы гидробионики. Л.: Судотроение. 1988. 263 с.
80. Победря Б. Е. Модели механики сплошной среды. *Фундамент. и прикл. матем.* 1997. Т. 3, В. 1. С. 93–127.
81. Попов Н.И., Федоров К.Н., Орлов В.М. Морская вода. М.: Наука. 1979. 328 с.
82. Попов А.Ю. Об использовании свободно распространяемого программного обеспечения для решения задач вычислительной гидроаэродинамики. Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. «Естественные науки». 2011. № S1. С. 96–108.
83. Прандтль Л. Гидроаэромеханика. М.: Изд-во иностр. лит. 1951. 576 с.
84. Пятецкий В.Е. Кинематические характеристика плавания некоторых быстроходных морских рыб. *Бионика*. 1970. Вып. 4. С. 11–20.
85. Работнов Ю.Н. Элементы наследственной механики твердых тел. М.: Наука. 1977. 384 с.
86. Романенко Е.В. Гидродинамика дельфинов. *Успехи современной биологии*. 1994. Т. 114, В. 3. С. 283–303.
87. Романенко Е.В. О гидродинамике рыб и дельфинов. *Морское приборостроение. Научн. техн. сборник. Серия Акустика*. 1972. Вып. 1. С. 154–161.

88. Романенко Е.В., Янов В.Г. Результаты экспериментов по изучению гидродинамики дельфинов. *Бионика*. 1973. Вып. 7. С. 52–56.
89. Романенко Е.В. Основы статистической биогидродинамики. М.: Наука. 1976. 168 с.
90. Романенко Е.В. Теория плавания рыб и дельфинов. М.: Наука. 1986. 148 с.
91. Романенко Е.В. Акустика и гидродинамика некоторых морских животных. *Акустический журн.* 1976. Т. 22, Вып. 4. С. 628–629.
92. Романенко Е.В. Некоторые вопросы теории плавания рыб и дельфинов. *ДАН СССР*. 1980. Т. 253, № 5. С. 1082–1085.
93. Романова Н.Н., Якушин И.Г. Внутренние гравитационные волны в нижней атмосфере и источники их генерации. *Известия РАН. Физика атмосферы и океана*. 1995. Т. 31, № 2. С. 163–186.
94. Седов Л.И. Плоские задачи гидродинамики и аэродинамики. М.-Л.: Гостехтеоретиздат. 1950. 443 с.
95. Семенов Б.Н. О взаимодействии эластичной границы с вязким подслоем турбулентного пограничного слоя. *ПМТФ*. 1971. № 3. С. 58–62.
96. Семенов Б.Н., Амиров А.И., Кулик В.М. и др. Снижение турбулентного сопротивления путем совместного использования податливого покрытия, газовых микропузырьков и полимерных добавок. *Теплофизика и аэромеханика*. 1999. Т. 6, № 2. С. 225–234.
97. Семенов Б.Н., Бабенко В.В., Каян В.П. Экспериментальное исследование некоторых особенностей гидродинамики плавания дельфинов. *Бионика*. 1974. Вып. 8. С. 23–31.
98. Стась И.И. Регистрация движений тела дельфина в море. *ДАН СССР*. 1939. Т. 24, № 6. С. 534–537.
99. Стеценко О.Г. Стаціонарний рух точкового вихора в шарі скінченої товщини стратифікованого середовища, обмеженого твердими границями. *Прикладна гідромеханіка*. 2010. Том 12 (84), № 1. С. 68-75.

100. Устинов М.В. Ламинарно-турбулентный переход в пограничном слое. Часть 2. Ученые записки ЦАГИ. 2014. Т. 45, № 6. С. 3–27.
101. Чашечкин Ю. Д., Бардаков Р. Н., Загуменный Я. В. Расчет и визуализация тонкой структуры полей двумерных присоединенных внутренних волн. *Морський гідрофізичний журнал*. 2010. № 6. С. 3–15.
102. Чашечкин Ю. Д., Загуменный Я. В. Гидродинамика горизонтальной полосы. *Проблемы эволюции открытых систем*. 2015. Т. 2, Вып. 18. С. 25–50.
103. Чашечкин Ю. Д., Загуменный Я. В. Течения непрерывно стратифицированной жидкости, индуцированные прерыванием диффузионного переноса неподвижной пластиной. *Морський гідрофізичний журнал*. 2012. № 5. С. 3–23.
104. Чашечкин Ю. Д., Загуменный Я. В. Расчет течений непрерывно стратифицированной жидкости с использованием открытых вычислительных пакетов на базе технологической платформы UniHUB. *Труды ИСП РАН*. 2013. Т. 24. С. 87–106.
105. Чашечкин Ю. Д., Загуменный Я. В., Димитриева Н. Ф. Расчет и визуализация волновых процессов в неоднородных средах. Праці акустичного симпозіуму Консонанс-2013. Київ. 2013. С. 101–107.
106. Чашечкин Ю.Д. Дифференциальная механика жидкостей: согласованные аналитические, численные и лабораторные модели стратифицированных течений. *Вестн. МГТУ им. Н.Э. Баумана*. 2014. № 6. С. 67–95.
107. Шеховцов А.В. Нелинейная математическая модель плавника дельфина. *Прикл. гідромеханіка*. 1999. Т. 1(73), № 2. С. 71–88.
108. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука. 1969. 742 с.
109. Allen D. N. de G., Southwell R. V. Relaxation methods applied to determine the motion, in two dimensions, of a viscous fluid past a fixed cylinder. *Quart. J. Mech. and Appl. Math.* 1955. V. 8. P. 129–145.

110. Anders J.B. Outer-layer manipulators for turbulent drag reduction. Viscous drag reduction in boundary layers. Washington: DC. 1990. Vol. 123. P. 263–284.
111. Asai M., Minagawa M., Ni0shioka M. The stability breakdown of near-wall low-speed streaks. *J. Fluid Mech.* 2002. V. 455. P. 289–314.
112. Aubry N., Holmes P., Lumley J.L., Stone E. The dynamics of coherent structures in the wall region of a turbulent boundary layer. *J. Fluid Mech.* 1988. V. 192. P. 115–173.
113. Babenko V.V., Chun H. H., Lee I. Boundary layer flow over elastic surfaces. Compliant surfaces and combined methods for marine vessel drag reduction. Elsever publishers: Butterworth-Heinemann. 2012. 461 p.
114. Bannasch R., Wilson R. P. and Culik B. Hydrodynamic aspects of design and attachment of a back-mounted device in penguins. *J. Experimental Biology.* 1994. V. 194. P. 83–96.
115. Banks D.C., Singer B.A. Predictor-corrector technique for visualizing unsteady flow. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics.* 1995. V. 1, N 2. P. 151–163.
116. Bardakov R. N., Zagumennyi Ia. V. Analytical and numerical calculations of the flow pattern around a moving plate in a stratified fluid. Selected Papers Int. Conf. “Fluxes and structures in fluids: Physics of geospheres”. Moscow: MAKSPress. 2012. P. 163–167.
117. Beam R. M., Warming R. F. An implicit finite-difference algorithm for hyperbolic systems in conservation-law form. *J. Comp. Physics.* 1976. V. 22. P. 87–110.
118. Beam R. M., Warming R. F. An implicit factored scheme for the compressible Navier-Stokes equations. *AIAA Journal.* 1978. V. 16. P. 393–402.
119. Bearman P.W., Harvey J.K. Control of circular cylinder flow by the use of dimples. *AIAA Journal.* 1993. Vol. 31, N 10. P. 1753–1756.
120. Benjamin, T.B. The three-fold classification of unstable disturbances in flexible surfaces bounding inviscid flows. *J. Fluid Mech.* 1963. Vol. 16. P. 436–450.

121. Bechert D.W., Bruse M., Hage W. Experiments on drag-reducing surfaces and their optimisation with an adjustable geometry. *J. Fluid Mech.* 1997. Vol. 338. P. 59–87.
122. Benjamin T.B. Effects of a flexible boundary on hydrodynamic stability. *J. Fluid Mech.* 1960, Vol. 9. P. 513–532.
123. Berdahl C.H., Thompson D.S. Eduction of swirling structure using the velocity gradient tensor. *AIAA Journal.* 1993. V. 31, N 1. P. 97–103.
124. Blackwelder R.F., Eckelmann H. Streamwise vortices associated with the bursting phenomenon. *J. Fluid Mech.* 1979. V. 94. P. 577–594.
125. Blackwelder R.F., Haritonidis J.H. Scaling of the bursting frequency in turbulent boundary layer. *J. Fluid Mech.* 1983. 1320. P. 87–103.
126. Blick E.F. Theory of skin friction reduction by a compliant coating in a turbulent boundary layer. Proc. Symp. on viscous drag reduction held of the LTF. Dallas, Texas. 1968. P. 23–36.
127. Blick E.F., Walters R.R. Turbulent boundary layer characteristics of compliant surfaces. *J. Aircraft.* 1968. V. 5, N 1. P. 11–16.
128. Boris J. P., Book D. L. Flux-corrected transport. I. SHASTA, a fluid transport algorithm that works. *J. Comp. Physics.* 1973. V. 11. P. 38–69.
129. Brandt L., Henningsson D.S., Transition of streamwise streaks in zero-pressure-gradient boundary layer. *J. Fluid Mech.* 2002. V. 472. P. 229–261.
130. Bratt J.B. Flow patterns in the wake of an oscillating aerofoil. Aeronaut. Res. Conc. Rep. Mem. 1953. N 2773, S. 1.
131. Braun S., Scheichl S. On recent developments in marginal separation theory. *Phil. Trans. R. Soc.* 2014. V. A 372, № 2020. 20130343
132. Breuer, M., Jovicic N. Separated flow around a flat plate at high incidence: an LES investigation. *Journal of Turbulence.* 2001. V. 2. P. 1–15.
133. Breuer M., Jovicic N., Mazaev K. Comparison of DES, RANS and LES for the separated flow around a flat plate at high incidence. *Int. J. Num. Meth. Fluids.* 2003. V. 41(4). P. 357–388.

134. Brown G.L., Thomas A.S.W. Large structures in a turbulent boundary layer. *Phys. Fluids*. 1977. V. 20, N10. pt.2. P. 243–252.
135. Bruse M., Bechert D.W., Hage W. The flow over riblets: velocity measurements with hot-film probes. Proc. IUTAM Symp. on Mechanics of Passive and Active Flow Control. Kluwer: Acad. Publishers. 1998. P. 115–120.
136. Bushnell D.M., Hefner J.N. Viscous drag reduction in boundary layer. *Progress in Astronautics and Aeronautics*. 1990. Vol. 123. P. 3–50.
137. Bushnell D.M. Turbulent drag reduction of external flows. *AIAA J.* 1983. N 83. 0227.
138. Bushnell D.M. Turbulence sensitivity and control in wall flows. Theor. Approaches Turbul. New York e.a. 1985. P. 1–18.
139. Cantwell B.J. Organized motions in turbulent flow. *Ann. Rev. Fluid Mech.* 1981. V. 13. P. 457–515.
140. Carpenter P.W., Davis C., Lucey A.D. Hydrodynamics and compliant walls: Does the dolphin have a secret? *Current Science*. 2000. V. 79. P. 758–765.
141. Carpenter P. The optimization of multiple-panel compliant walls for delay laminar-turbulent transition. *AAIA J.* 1993. N 31. P. 1187–1188.
142. Chakravarthy S. R., Osher S. High resolution application of the OSHER upwind scheme for the Euler equation. *AIAA J.* 1983. N 83. V. 1943.
143. Chakravarthy S.R., Osher S. High resolution application of the Osher upwind scheme for the Euler equation. Proc. AIAA Comp. Fluid Dynamics Conference. Danvers, MA. 1983. P. 363–372.
144. Chan A. S., Jameson A. Suppression of vortex-induced forces on a two-dimensional circular cylinder by a short and thin splitter plate interference. ACL Report 2007-5. Aerospace Computing Laboratory (Stanford University). 2007. 55 p.
145. Chashechkin Yu. D., Bardakov R. N., Zagumennyi Ia. V. Flow generated by uniformly moving strip in a continuously stratified fluid. Proc. Topical Problems of Fluid Mechanics, Prague. 2010. P. 25–27.

146. Chashechkin Yu. D., Zagumennyi Ia. V. Structure of diffusion-induced flow on an inclined plate. *Doklady Physics*. 2012. Vol. 57, N 5. P. 210–216.
147. Chashechkin Yu. D., Zagumennyi Ia. V. Non-equilibrium processes in non-homogeneous fluids under the action of external forces. *Physica Scripta*. 2013. T 155. 014010.
148. Chashechkin Yu. D., Zagumennyi Ia. V. The structure of convective flows driven by density variations in a continuously stratified fluid. *Procedia IUTAM*. 2013. V. 8. P. 257–266.
149. Chashechkin Yu. D., Zagumennyi Ia. V. Structure of the pressure field on a plate in the transient flow regime. *Doklady Physics*. 2015. Vol. 60, N 7. P. 299–304.
150. Chashechkin Yu. D., Zagumennyi Ia. V. 2D fluid flow around a plate: consistent analytical, numerical and laboratory investigations. Proc. Topical Problems of Fluid Mechanics, Prague. 2016. P. 29–36.
151. Chashechkin Yu. D., Zagumennyi Ia. V. Pattern of unsteady vortex flow around plate under a zero angle of attack. *Fluid Dynamics*. 2016. Vol. 51, N 3. P. 53–70.
152. Chashechkin Yu. D., Zagumennyi Ia. V., Dimitrieva N. F. Dynamics of formation and fine structure of flow pattern around obstacles in laboratory and computational experiment. *Communications in Computer and Information Science. Springer International Publishing AG 2016*. 2016. V. 687. P. 41–56.
153. Chashechkin Yu. D., Zagumennyi Ia. V. Stratified flow fine structure around a sloping plate. Proc. Topical Problems of Fluid Mechanics, Prague. 2017. P. 87–94.
154. Chashechkin Yu. D., Zagumennyi Ia. V. Features of flows past a horizontal plate in stratified and homogeneous media. *WSEAS Transactions on Fluid Mechanics*. 2017. V. 12. P. 33–42.

155. Chashechkin Yu. D., Bardakov R. N., Zagumennyi Ia. V. Stratified flow around a strip: analytical, numerical and laboratory studies. *Proc. Topical Problems of Fluid Mechanics*, Prague. 2012. P. 21–22.
156. Chashechkin Yu. D., Zagumennyi Ia. V. Formation of waves, vortices and ligaments in 2D stratified flows around obstacles. *Physica Scripta*. 2019. V. 94, N 5. 054003.
157. Chashechkin Yu. D., Zagumennyi Ia. V. Numerical analysis of flows of stratified and homogeneous fluids near horizontal and inclined plates. *Fluid Dynamics*. 2019. Vol. 54, Suppl. 7. P. S59–S70.
158. Chashechkin Yu. D., Zagumennyi Ia. V. The 2D flow around tilted plate. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Natural Sciences*. 2019. N 4. P. 73–88.
159. Chashechkin Yu. D., Zagumennyi Ia. V., Dimitrieva N. F. Unsteady vortex dynamics past a uniformly moving tilted plate. *Proc. Topical Problems of Fluid Mechanics*, Prague. 2018. P. 47–56.
160. Chashechkin Yu. D., Zagumennyi Ia. V. Visualization of stratified flows around a vertical plate: laboratory experiment and numerical simulation. *Int. J. Comput. Methods and Experimental Measurements*. 2020. V. 8, N 2. P. 115–129.
161. Chashechkin Yu. D., Mitkin V. V. A visual study on flow pattern around the strip moving uniformly in a continuously stratified fluid. *J. Visualization*. 2004. V. 7(2), P. 127–134
162. Chashechkin Yu. D. Schlieren visualization of a stratified flow around a cylinder. *J. of Visualization*. 1999. V.1 No. 4. P. 345-354.
163. Chashechkin Yu. D., Zagumennyi Ia. V. Natural unsteadiness of the flow pattern around a plate in numerical simulation and laboratory modeling. *Proc. Topical Problems of Fluid Mechanics*, 2020, Prague. P. 11–18.
164. Chen J. M., Liu C. H. Vortex shedding and surface pressures on a square cylinder at incidence to a uniform air stream. *Int. J. Heat and Fluid Flow*. 1999. V. 20. P. 592–597.

165. Choi K.-S. European drag-reduction research – recent developments and current status. *Fluid Dyn. Res.* 2000. V. 26, N 5. P. 325–335.
166. Choi K.-S. Near-wall structures of turbulent boundary layer with spanwise-wall oscillation. *Phys. Fluids*. 2002. V. 14. P. 25–30.
167. Chong M.S., Perry A.E., Cantwell B.J. A general classification of three-dimensional flow field. *Physics of Fluids A*. 1990. V. 2, N 5. P. 765–777.
168. Chorin A. J. A numerical method for solving incompressible viscous flow problems. *J. Comp. Physics*. 1967. Vol. 2. P. 12–26.
169. Coustols E., Savill A.M. Turbulent skin-friction drag reduction by active and passive means. Reprinted from AGARD Report. 1992. V. 786. P.8–18.
170. Cottet G.H., Koumoutsakos P.D. Vortex methods: theory and practice. Cambridge University Press. 2000. 320 p.
171. Courant R., Isaacson E., Rees M. On the solution of non-linear hyperbolic differential equation by finite differences. *Comm. Pure Appl. Math.* 1952. V. 5. P. 243–255.
172. D'Alembert J. Traité de l'équilibre et de mouvement des fluids. Paris: David. 1744.
173. Davies C., Carpenter P. Numerical simulation of the evolution of Tollmien-Schlichting waves over finite compliant panels. *J. Fluid Mech.* 1997. V. 335. P. 361–392.
174. Duncan J.H., Waxman A.M., Tulin M.P. The dynamics of waves at the interface between a viscoelastic coating a fluid flow. *J. Fluid Mech.* 1985. V. 158. P. 177–197.
175. Dutta S., Panigrahi P. K., Muralidhar K. Sensitivity of a square cylinder wake to forced oscillations. *Journal of Fluids Engineering*. 2007. V. 129. P. 852–870.
176. Euler L., Robins B. Neue Grundsätze der Artillerie enthaltend die Bestimmung der Gewalt des Pulvers nebst einer Untersuchung über den Unterscheid des Widerstands der Luft in schnellen und langsamen Bewegungen. Berlin: Haude. 1745.

177. Evtushok G. Yu., Boiko A. V., Yakovenko S. N. Development of the algorithm for simulating stratified flows with obstacles and its verification for a flow with a vertical barrier. *J. Applied Mechanics and Technical Physics*. 2019. V. 60. P. 1046–1053.
178. Fage A., Johansen F. On the flow of air behind an inclined flat plate of infinite span. *Proc. Royal Society A*. 1927. V. 116, Is. 773. P. 170–197.
179. Falco R.E. Coherent motions in the outer region of turbulent boundary layer. *Phys. Fluids*. 1977. V. 20, N 10, pt.2. P. 124–132.
180. Fasel H., Rist U., Konzelmann U. Numerical investigation of the three-dimensional development in boundary-layer transition. *AIAA J*. 1990. V. 28. P. 29–37.
181. Fish F.E. Power output and propulsive efficiency of swimming bottlenose dolphins (*Tursiops truncatus*). *Experimental Biology*. 1993. V. 185. P. 179–193.
182. Friedlander S., Topper L. *Turbulence: Classic Papers on Statistical Theory*. New York: Interscience Publisher. 1961. 187 p.
183. Gad-el-Hak M. The response of elastic and viscoelastic surfaces to a turbulent boundary layer. *Tras. ASME E: J. Appl. Mech.* 1986. V. 55. P. 206–212.
184. Garth C., Tricoche X., Salzbrunn T., Bobach T., Scheuermann G. Surface techniques for vortex visualization. *Proc. the 6th Joint IEEE TCVG-EUROGRAPHICS Symposium on Visualization*. 2004. P. 155–164.
185. Gentry R. A., Martin R. E., Daly B. J. An Eulerian differencing method for unsteady compressible flow problems. *J. Comp. Physics*. 1966. V. 1. P. 87–118.
186. Grey J. Studies of Animal Locomotion. VI, Journal: The Propulsive Power of the Dolphin. *Experimental Biology*. 1936. V. 12, N. 2. P. 192–199.
187. Gyr A. Natural riblets. *Proc. IUTAM Symposium on mechanics of passive and active flow control*. 1998. Goettingen, Dordrecht: Kluwer Acad. Publ. P. 115–120.

188. Hanson R.E., Buckley H.P., Lavoie P. Aerodynamic optimization of the flat plate leading edge for experimental studies of laminar and transitional boundary layers. *Experiments in Fluids*. 2012. V. 53, N 4. P. 863–871.
189. Harlow F. H., Welch J. E. Numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow of fluid with free surface. *Phys. Fluids*. 1965. V. 8. P. 2182–2189.
190. Harten A. On a class of high resolution total variation-stable finite-difference schemes SIAM. *J. Numer. Analysis*. 1984. V. 21. P. 1–23.
191. Harten A. High resolution schemes for hyperbolic conservation laws. *J. Comp. Physics*. 1983. V. 49. P. 357–393.
192. Hasheminejad S., Mitsudharmadi H., Winoto S. Effect of flat plate leading edge pattern on structure of streamwise vortices generated in its boundary layer. *J. Flow Control, Measur. & Visualiz.* 2014. V. 2. P. 18–23.
193. Heisenberg W. Uber Stabilitat und Turbuleunz von Flussigkeits-strommen. *Ann. Physics*. 1924. V. 74. P. 577–627.
194. Helgeland A., Andreassen O. Visualization of vector fields using seed LIC and volume rendering. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*. 2004. V. 10. N 6. P. 673–682.
195. Hess F., Videler J.J. Fast continuous swimming of saithe (*Pollachius virens*): a dynamic analysis of bending moments and muscle power. *Experimental Biology*. 1984. V. 109. P. 229–251.
196. Hestens M.R., Steifel E.L. Method of conjugate gradients for solving linear systems. *J. Res. Nat. Bur. Stand.* 1952. V. 29, N 6. P. 409–436.
197. Hirsch C. Numerical computation of internal and external flows. Oxford: Butterworth-Heinemann. 2007. 656 p.
198. Ho Ch.-M., Huang P.-H., Yang Jo. M. Active flow control by micro systems. Proc. IUTAM Symp. on Mechanics of Passive and Active Flow Control. 1998. Dordrecht: Kluwer Acad. Publ. P. 195–202.

199. Hou G., Wang J., Layton A. Numerical methods for fluid-structure interaction – a review. *Commun. Comput. Phys.* 2012. V. 12, N. 2, P. 337–377.
200. Houcine H., Chashechkin Yu.D., Fraunie Ph., Fernando H., Gharbi A., Lili T. Numerical modeling of the generation of internal waves by uniform stratified flow over a thin vertical barrier. *Int. J. for Numerical Methods in Fluids*. 2012. V. 68. P. 451–466.
201. Huang W.X., Sung H.J. Vortex shedding from a circular cylinder near a moving wall. *J. Fluids and Structures*. 2007. V. 23, N 7. P. 1064–1076.
202. Hunt J.C.R., Wray A., Moin P. Eddies, stream, and convergence zones in turbulent flows. Report CTRS88. Center for Turbulence Research, Stanford, USA. 1988. P. 193–208.
203. Hussain A.K.M.F. Coherent structures and turbulence. *J. Fluid Mech.* 1986. V. 173. P. 303–356.
204. Hwang D.P. Skin-friction reduction by a micro-blowing technique. *AIAA J.* 1998. V. 36, N. 3. P. 480–481.
205. Issa R. I. Solution of implicitly discretized fluid flow equations by operator-splitting. *J. Comput. Phys.* 1986. V. 62. P. 40–65.
206. Jackson C. A. Finite-element study of the onset of vortex shedding in flow past variously shaped bodies. *J. Fluid Mech.* 1987. V. 182 P. 23–45.
207. Jameson A., Schmidt W., Turkel E. Numerical solution of the Euler equations by finite volume methods using Runge Kutta time stepping schemes. 1981. *AIAA Paper*. N. 81. 1259.
208. Jasak H. Error analysis and estimation for the finite volume method with applications to fluid flows. Ph.D. thesis, University of Zagreb. 1996. 394 p.
209. Jasak H. OpenFOAM: open source CFD in research and industry. *Int. J. Naval Architecture and Ocean Engineering*. 2009. V. 1(2). P. 89 – 94.
210. Jeong J., Hussain F. On the identification of a vortex. *Fluid Mechanics*. 1995. V. 285. P. 69–94.

211. Jiang M., Machiraju R., Thompson D. Detection and visualization of vortices. *Visualization Handbook*, Burlington: Elsevier. 2005. P. 295–309.
212. Kato H. Skin friction reduction by microbubbles. *Proc. 1st Intern. Symp. on Smart Control in Turbulence*. Tokyo. 1999.
213. Kasniunas A., Robertson T., Howe Z. Hovercraft. Rose-Hulman Institute of Technology, Terre Haute (Indiana). 2007.
214. Kaya M., Elfarra M. CFD based optimization of oscillatory wing motion for maximum energy harvesting from wind. *Int. J. Renewable Energy Research*. 2018. V. 8, N 1. P. 540–551.
215. Kennedy J.F., Hsu S.-T., Lin J.-T. Turbulent flow past boundaries with small streamwise fins. *J. Hydraulic Division*. 1973. V. 99. P. 605–616.
216. Khapko T., Duguet Y., Kreilos T., Schlatter P., Eckhardt B., Henningson D.S. Complexity of localized coherent structures in a boundary-layer flow. *Eur. Phys. J. E*. 2014. V. 37, N 4. P. 1–12.
217. Kim J. On the structure of wall-bounded turbulent flows. *Phys. Fluids*. 1983. V. 26, N 7. P. 2088–2097.
218. Kleine S.J., Reynolds W.G., Schraub F.A., Runstadler P.W. The structure of turbulent boundary layers. *J. Fluid Mech*. 1967. V. 30. P. 741–773.
219. Kramer M O. Boundary layer stabilization by distributed damping. *Naval Engineers Journal*. 1962. V. 74. P. 341–348.
220. Kramer M.O. The dolphins' secret. *New Sci*. 1960. V. 7, N 181. P. 1118–1120.
221. Krishnan H., Garth C., Joy K.I. Time and streak surfaces for flow visualization in large time-varying data sets. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*. 2009. V. 15, N 6. P. 1267–1274.
222. Lam K. Phase-locked eduction of vortex shedding in flow past an inclined flat plate. *Phys. Fluids*. 1996. V. 8, N 5. P. 1159–1168.
223. Landahl M.T. On the stability of laminar incompressible boundary layer over a flexible surface. *J. Fluid Mech*. 1962. V. 13. P. 609–632.
224. Landhal M.T. Dynamics of boundary layer turbulence and the mechanism of drag reduction. *Physics of Fluids*. 1977. V. 20, N 10, pt. 2. P. S55–S63.

225. Lang T. G. Porpoise, whales, and fish: Comparison of predicted and observed speeds. *Naval Engineering Journal*. 1963. V. 75. P. 437–441.
226. Lang T.G. Hydrodynamic analysis of dolphin fin profiles. *Nature*. 1966. V. 209, N 5028. P. 1110–1111.
227. Lang T.G., Norris K.S. Swimming speed of a Pacific bottlnose porpoise. *Science*. 1966. V. 151, N 3710. P. 588–590.
228. Laufer J. New trends in experimental turbulence research. *Ann. Rev. Fluid Mech.* 1975. V. 7. P. 307–326.
229. Lax P.D. Weak solutions of non-linear hyperbolic equations and their numerical computation. *Comm. Pure Appl. Math.* 1954. V. 7. P. 159–193.
230. Lax P.D., Wendroff B. Systems of conservation laws. *Comm. Pure Appl. Math.* 1960. V. 13. P. 217–237.
231. Leonard B. P. A stable and accurate convective modelling procedure based on quadratic upstream interpolation. *Comp. Meth. Appl. Mech. Engineering*. 1979. V. 19. P. 59–98.
232. Lerat A., Peyret R. Non-centered schemes and shock propagation problems. *Computers and Fluids*. 1974. V. 2. P. 35–52.
233. Lerat A. Implicit methods of second order accuracy for the Euler equations. *AIAA Journal*. 1985. V. 23. P. 33–40.
234. Lesieur M. Turbulence in fluids. Springer. 2008. 558 p.
235. Levy Y., Degani D., Seginer A. Graphical visualization of vortical flows by means of helicity. *AIAA Journal*. 1990. V. 28, N 8. P. 1347–1352.
236. Lighthill M.J. Note on the swimming of slender fish. *J. Fluid Mech.* 1960. V. 9, Pt 2. P. 305–317.
237. Lilienthal O. Die Flugapparate, allgemeine Gesichtspunkte bei deren Herstellung und Anwendung. Berlin: Mayer & Müller. 1894. 15 s.
238. Lissamen P.B.S., Gordon L.H. Turbulent skin friction on compliant surfaces. *AIAA Paper*. 1969. N 164. P. 1–4.

239. Liu C., Lu P., Chen L., Yan Yo. New theories on boundary layer transition and turbulence formation. *Modelling and Simulation in Engineering*. 2012. V. 2012. 619419
240. Lofdahl L., Gad-el-Hak M. MEMS applications in turbulence and flow control. *Progress in Aerospace Sci.* 1999. V. 35. P. 101–203.
241. Luhar M., Nepf H.M. Flow-induced reconfiguration of buoyant and flexible aquatic vegetation. *Limnol. Oceanogr.* 2011. V. 56. P. 2003–2017.
242. Lumley J.L. Drag reduction in two phase and polymer flows. *Physics of Fluids*. 1977. V. 20, N 10, Pt. 2. P. S64–S71.
243. MacCormack R. W. The effect of viscosity in hypervelocity impact cratering. *AIAA Paper*. 1969. N 69–354.
244. MacCormack R. W. A numerical method for solving the equations of compressible viscous flow. *AIAA Paper*. 1981. N 81-0110.
245. Madavan N.K, Deutsch S., Merkle C.L. Measurements of local skin friction in a microbubble-modified turbulent boundary layer. *J. Fluid Mech.* 1985. V. 156. P. 237–256.
246. Maksutov D. D. Shadow methods of analyzing optical systems. *GTI. Seriya Problemy Noveishei Fiziki*. 1934. N 23.
247. Jimenez J., Moin P. The minimal flow unit in near-wall turbulence. *J. Fluid Mech.* 1991. V. 225. P. 213–240.
248. Meng J.C.S. Engineering insight of near-wall microturbulence for drag reduction and derivation of a design map for seawater electromagnetic turbulence control. Proc. of the International Symposium on Seawater Drag Reduction. 1998. Newport, USA. P. 336–358.
249. Morkovin M.V., Reshotko E. Dialogue on progress and issues in stability and transition research. Opening Invited Lecture Third IUTAM Symp. on Laminar Turbulent Transition. Toulouse, France, Sept. 1989, P. 1–24.

250. Muzaferija S. Adaptive Finite Volume method for flow prediction using unstructured meshes and multigrid approach, PhD thesis, Imperial College, University of London, 1994.
251. Nonweiler T.R.F. Qualitative solution of the stability equation for boundary layer in contact with forms of flexible surface. *Aeronaut. Res. Council Curr. Pap.* ARC Rep. 1963. N 22.670. P. 3–75.
252. Oertel Jr. H, Delfs J. Dynamics of localized disturbances in engineering flows: Report on Euromech Colloquium 353. *J. Fluid Mech.* 1997. V. 347. P. 369–374.
253. Okajima A. Strouhal numbers of rectangular cylinders. *Journal of Fluid Mechanics.* 1982. V. ED-123. P. 379–398.
254. Osher S., Chakravarthy S. High resolution schemes and the entropy condition. *SIAM J. Numer. Analysis.* 1984. V. 21. P. 955–984.
255. Parry D.A. The swimming of whales and a discussion of Gray's paradox. *J. Exp. Biol.* 1949. V. 26, N 1. P. 24–34.
256. Patankar S. V., Spalding D. B. A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows. *Int. J. Heat Mass Transfer.* 1972. V. 15. P. 1787–1806.
257. Perić M. A. Finite Volume method for the prediction of three-dimensional fluid flow in complex ducts. PhD Thesis. London: Imperial College. 1985. 394 p.
258. Phillips O.M. On flows induced by diffusion in a stably stratified fluid. *Deep-Sea Res.* 1970. V. 17. P. 435–443.
259. Phillips N., Knowles K., Bomphrey R. Petiolate wings: effects on the leading-edge vortex in flapping flight *Interface Focus.* 2017. V. 7, N 1. 20160084
260. Plesniak M.W., Nagib H.M. Net drag reduction in turbulent boundary layers resulting from optimized manipulation. *AIAA Paper.* 1985. N 85–0518.
261. Pope S.B. *Turbulent Flows.* Cambridge University Press. 2000. 771 p.
262. Prandtl L. Über Flüssigkeitsbewegung bei sehr kleiner Reibung. *Verhandlungen des III Internationalen Mathematiker-Kongress, Heidelberg, 1904.* Leipzig, Germany: Teubner. 1905. P. 484–491.

263. Raithby G. D. A critical evaluation of upstream differencing applied to problems involving fluid flow. *Comp. Meth. Appl. Mech. Engin.* 1976. V. 9. P. 75–103.
264. Raithby G. D. Skew upstream differencing schemes for problems involving fluid flow. *Comp. Meth. Appl. Mech. Engineering.* 1976. V. 9. P. 153–164.
265. Raithby G. D., Torrance K. E. Upstream-weighted schemes and their application to elliptic problems involving fluid flow. *Comp. Fluids.* 1974. V. 2. P. 191–206.
266. Rao K. N., Narasimha R., Bardi Narayanan M. A. The ‘bursting’ phenomenon in a turbulent boundary layer. *J. Fluid Mechaics.* 1971. V. 48, pt.2. P. 339–352.
267. Rayleigh J. W. S. On stability or instability of certain fluid motions. *Proc. London Math. Soc.* 1880. V. 9. P. 57–70.
268. Rettenmaier D., Deising D., Ouedraogo Y. Load balanced 2D and 3D adaptive mesh refinement in OpenFOAM. *SoftwareX.* 2019. V. 10. 100317.
269. Robinson S.K. Coherent motions in the turbulent boundary layer. *Ann. Rev. Fluid Mech.* 1991. V. 23. P. 601–639.
270. Roe P. L. Large scale computations in fluid mechanics, Part 2. Lectures in Applied Mathematics. Springer. 1985. V. 22. P. 163–193.
271. Rohr J.J., Hendricks E.W., Quigley L., Fish F.E., Gilpatrick J.W. Scardina_Ludwig. Observations of Dolphin Swimming Speed and Strouhal Number. Technical Report 1769. SSC 1998. 48 p.
272. Romanenko E.V. Fish and dolphin swimming. Sofia: Pensoft. 2002. 430 p.
273. Rostami A.B., Armandei M. Renewable energy harvesting by vortex-induced motions: review and benchmarking of technologies. *Renewable and Sustainable Energy Reviews.* 2017. Vol.70. P. 193–214.
274. Roth M., Peikert R. Higher-order method for finding vortex core lines. Proceedings of IEEE Visualization Conference. Research Triangle Park, NC, USA. 1998. P. 143–150.
275. Shen L., Zhang X., Yue D.K.P., Triantafyllou M., Turbulent flow over flexible wall undergoing a streamwise traveling wave motion. *J. Fluid Mech.* 2003. V. 484. P. 197–221.

276. Shen H.-W., Kao D.L. A new line integral convolution algorithm for visualizing time-varying flow fields. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*. 1998. V. 4, N 2. P. 98–108.
277. Schlichting H. Über die Stabilität der Couette-stromung. *Ann. Phys.* 1932. V. 5, N 14. P. 905–936.
278. Schubauer G. B., Skramstad H. K. Laminar boundary layer oscillations and transition on a flat plate. NACA TN 909. 1948.
279. Siekmann J. Theoretical studies of sea animal locomotion, part 1. *Ingenieur_Archiv*. 1962. Bd. 31, N 3. P. 214–227.
280. Spalding D. B. A novel finite-difference formulation for differential expression involving both first and second derivatives. *Int. J. Num. Meth. Engineering*. 1972. V. 4. P. 551–559.
281. Spencer B., Laramée R.S., Chen G., Zhang E. Evenly spaced streamlines for surfaces: an image-based approach. *Computer Graphics Forum*. 2009. V. 28, N 6. P. 1618–1631.
282. Sweby P. K. High resolution schemes using flux limiters for hyperbolic conservation laws. *J. Numer. Anal.* 1984. V. 21. P. 995–1011.
283. Taneda S. Fluid dynamics learned from images. Tokyo: Asakura-Shoten Publishing. 1988.
284. Thomareis N., Papadakis G. Effect of trailing edge shape on the separated flow characteristics around an airfoil at low Reynolds number: a numerical study. *Phys. Fluids*. 2017. V. 29. 014101.
285. Thomas A.S.W., Bull M.K. On the role of wall-pressure fluctuations in deterministic motions in the turbulent boundary layer. *J. Fluid Mech.* 1983. V. 128. P. 283–322.
286. Tiana F.-B. et. al. Fluid–structure interaction involving large deformations: 3D simulations and applications to biological systems. *J Comput Phys*. 2014. V. 258. P. 451–469.

287. Tollmien W. Über die Entstehung der Turbulenz. 1: Mitteilung. Math. Phys. Klasse. Gottingen: Nachr. Ges. Wiss. 1929. p. 24–44.
288. Van Doormal J. P., Raithby G. D. Enhancements of the simple method for predicting incompressible fluid flows. *Numer. Heat Transfer*. 1984. V. 7. P. 147–163.
289. Van Leer B. Upwind and high-Resolution methods for compressible flow: from donor cell to residual-distribution schemes. *Commun. Comput. Phys*. 2006. V. 1. P. 192–206.
290. Van Leer B. Towards the ultimate conservative differencing scheme. Parts I–V. *J. Comp. Physics*. 1977. V. 23. P. 101–299.
291. Van Wijk J.J. Spot noise texture synthesis for data visualization. *ACM Siggraph Computer Graphics*. 1991. V. 25, N 4. P. 309–318.
292. Versteeg H. K., Malalasekera W. An introduction to computational fluid dynamics. The finite volume method. New York: Longman. 1995. 258 p.
293. Voropaev G.A., Zagumennyi Ia. V. Numerical simulation of flows around unsteady moving bodies. Proc. Int. Conf. "High Performance Computing" HPC-UA, 2018, Kyiv. P. 179–182.
294. Voropaev G.A., Zagumennyi Ia. V. Boundary layer perturbations generated by locally deformable surface. *Int. J. of Fluid Mechanics Research*. 2019. V. 46, N 4. P. 325–335.
295. Voropayev G.A., Rozumnyuk N.V. Turbulent boundary layer over a compliant surface. High Speed Body Motion in Water. *AGARD Report827*. 1998. P.4.1-11.
296. Voropayev G.A., Zagumenniy Ya.V., May C. Turbulent boundary layer over compliant and deformable surface. ISSDR 2005, May 23-26, Busan, Korea. 2005. P. 447–458.
297. Voropaev G. A., Zagumennyi Ia. V. Wave and vortex structure of transitional boundary layer over deformable surface. *Physica Scripta*. 2010. T 142. 014010.
298. Voropaev G. A., Zagumennyi Ia. V. Boundary layer structure control by actuating local surface oscillations. Proc. European Drag Reduction and Flow Control Meeting, 26–29 March 2019, Bad Herrenalb, Germany, P. 55–56.

299. Voropaev G. A., Zagumennyi Ia. V. Study of flow patterns past an unsteady moving solid for biological and technical applications. Proc. AMMODIT Conf. “Mathematics for Life Sciences”, 18–22 March 2019, Kyiv, Ukraine, P. 55–56.
300. Voropaev G. A., Zagumennyi Ia. V. Boundary layer perturbations generated by locally deformable surface. Proc. 7th International Conference on Vortex Flows and Vortex Models, 19–22 September 2016, Rostock, Germany, P. 91–94.
301. Voropaev G.A., Zagumennyi Ia.V., Shkvar Ye.A. Vortex formation on an oscillating wing. Proc. Int. Conf. Vortex Flows Dynamics, 2018, Xi'an, China, P.25.
302. Walsh M.J., Weinstein L.M. Drag and heat transfer characteristics of small longitudinally ribbed surfaces. *AIAA J.* 1979. V. 17, N 7. P. 770–771.
303. Wang Z., Yeo K.S., Khoo B.C. On two-dimensional linear waves in Blasius boundary layer over viscoelastic layers. *European Journal of Mechanics B/Fluid.* 2006. V. 25. P. 33–58.
304. Warming R. F., Beam R. M. Upwind second order difference schemes and applications in aerodynamic flows. *AIAA Journal.* 1976. V. 14. P. 1241–1249.
305. Waterson N.P., Deconinck H. Design principles for bounded higher-order convection schemes – a unified approach. *J. Comp. Phys.* 2007. V. 224. P. 182–207.
306. Willmarth W.W., Bogar T.J. Survey and new measurement of turbulent structure near the wall. *Phys. Fluids.* 1977. V. 20, N 10, pt.2. P. 9–21.
307. Wiplier O., Ehrenstein U. Numerical simulation of linear and nonlinear disturbance evolution in a boundary layer with compliant walls. *Journal of Fluid and Structures.* 2000. V. 14. P. 157–182.
308. Wong H. H., Raithby G. D. Improved finite-difference methods based on a critical evaluation of the approximating errors. *Numerical Heat Transfer. Part B: Fundamentals.* 1979. V. 2. P. 139–163.
309. Wright W., Wright O. Pioneering aviation works of Wright Brothers. http://www.paperlessarchives.com/wright_brothers_papers.html
310. Wu T.Y. Swimming of a waving plate. *Fluid Mech.* 1961. V. 10, Pt. 3. P. 321–344.

311. Wunsch C. On oceanic boundary mixing. *Deep-Sea Res.* 1970. V.17. P.293-301.
312. Xiao Q., Zhu Q. A review on flow energy harvesters based on flapping foils. *Journal of Fluids and Structures.* 2014. Vol. 46. P. 174–191.
313. Yeo K.S., Dowling A.P. The stability of inviscid flow over passive compliant wall. *J. Fluid Mech.* 1987. V. 183. P. 265–292.
314. Yoon H.S., Lee J.B., Chun H.H. A numerical study on the fluid flow and heat transfer around a circular cylinder near a moving wall. *Int. J. of Heat and Mass Transfer.* 2007. V. 50, N 17-18. P. 3507–3520.
315. Young J., Lai J., Platzer M. A review of progress and challenges in flapping foil power generation. *Prog. Aerosp. Sci.* 2014. V. 67. P. 2–28.
316. Yurchenko N., Rosumnyuk N., Zagumennyi Ya. Numerical simulation of near-wall turbulence structure affected by MW-generated point plasma discharges. *AIAA Paper.* 2008. N 2008-1440.
317. Zagumennyi Ia. V. The features of diffusion-driven flow fine structure around a thin sloping plate. Selected Papers Int. Conf. “Fluxes and structures in fluids: Physics of geospheres”. Moscow: MAKSPress. 2012. P. 158–163.
318. Zagumennyi Ia. V. HPC calculations of inhomogeneous fluid flows using open source packages. Proc. Int. Conf. Cluster Computations, Lviv, 2013. P.240–247.
319. Zagumennyi Ia. V., Dimitrieva N. F. Parallel computations of stratified flows using continuum mechanics web-laboratory. Proc. Int. Conf. on High Performance Computing, Kyiv, 2013. P. 107–113.
320. Zagumennyi Ia. V., Chashechkin Yu. D. The structure of convective flows driven by density variations in a continuously stratified fluid. *Physica Scripta.* 2013. T 155. 014034.
321. Zagumennyi Ia. V., Bardakov R. N. Ground effect in hydrodynamics of a strip in a stratified fluid. *Procedia IUTAM.* 2013. V. 8. P. 248–256.
322. Zagumennyi Ia. V., Chashechkin Yu. D., Fine structure of unsteady diffusion-induced flow over a fixed plate. *Fluid Dynam.* 2013. Vol. 48, N 3. P. 374–388.

- 323. Zagumennyi Ia. V. Ground effects on a horizontal plate in a stratified environment. Selected Papers Int. Conf. "Fluxes and structures in fluids". Moscow: MAKSPress. 2014. P. 242–249.
- 324. Zagumennyi Ia. V., Dimitrieva N. F. Calculation of admixture transport around a horizontal plate in a continuously stratified fluid. Selected Papers Int. Conf. "Fluxes and structures in fluids". Moscow: MAKSPress. 2014. P. 61–68.
- 325. Zagumennyi Ia. V., Dimitrieva N. F. Diffusion induced flow on a wedge-shaped obstacle. *Physica Scripta*. 2016. V. 91, N 8. 084002.
- 326. Zagumennyi Ia. V. Modeling of molecular diffusion in non-homogeneous media. *Naukovi Visti NTUU KPI*. 2017. N 2. P. 65–73.
- 327. Zagumennyi Ia. V. Flow vortex structure control past a body by changing its shape and angular position. Proc. Topical Problems of Fluid Mech, 2019, Prague. P. 235–240.
- 328. Zagumennyi Ia. V. The features of diffusion-driven flow fine structure around a thin sloping plate. Selected Papers Int. Conf. "Fluxes and structures in fluids: Physics of geospheres". Moscow: MAKSPress. 2012. P. 158–163.
- 329. Zalesak S. T. Fully multidimensional flux-corrected transport algorithms for fluids. *J. Comp. Physics*. 1979. V. 31. P. 335–362.
- 330. Zhang J., Liu N., Lu X. Route to a chaotic state in fluid flow past an inclined flat plate. *Phys. Review E*. 2009. V. 79, Is. 4. 045306.

Додаток А

Список публікацій здобувача за темою дисертації:

1. Воропаев Г. А., Загуменный Я. В. Численное моделирование взаимодействия локальных возмущений пограничного слоя с деформирующейся поверхностью. *Вісник Донецького Університету, Сер. А: Природничі науки*. 2009. Вип. 1. С. 154–165 (здобувачу належить участь у постановці задачі, розробка чисельного моделювання, проведення чисельних розрахунків, аналіз та обговорення чисельних результатів).
2. Чашечкин Ю. Д., Бардаков Р. Н., Загуменный Я. В. Расчет и визуализация тонкой структуры полей двумерных присоединенных внутренних волн. *Морський гідрофізичний журнал*. 2010. N 6. С. 3–15 (здобувачу належить участь у проведенні чисельної візуалізації аналітичного розв'язку задачі генерації внутрішніх хвиль, аналіз та обговорення результатів).
3. Загуменный Я. В., Чашечкин Ю. Д. Течения непрерывно стратифицированной жидкости, индуцированные прерыванием диффузионного переноса неподвижной пластиной. *Морський гідрофізичний журнал*. 2012. N 5. С. 3–23 (здобувачу належить участь у постановці задачі, проведення чисельного моделювання і розрахунків, аналіз лабораторних і чисельних даних).
4. Воропаев Г. А., Димитриева Н. Ф., Загуменный Я. В. Структура турбулентного пограничного слоя при совместном использовании деформирующейся поверхности и полимерных добавок слабой концентрации. *Прикладна гідромеханіка*. 2013. Т. 15, N 2. С. 3–12 (здобувачу належить участь у постановці задачі, проведення розрахунків, обговорення та аналіз результатів).
5. Загуменный Я. В., Чашечкин Ю. Д. Индуцированное диффузией течение на клине. *Доповіді НАН України*. 2013. N 3. С. 31–39 (здобувачу належить

участь у постановці задачі, проведення чисельного моделювання і розрахунків, аналіз чисельних результатів).

6. Загуменний Я. В. Динамика и структура стратифицированного течения около горизонтальной пластины. *Доп. НАН України*. 2014. № 7. С. 60–67.
7. Zagumennyi Ia. V. Modeling of molecular diffusion in non-homogeneous media. *Naukovi Visti NTUU KPI*. 2017. N 2. P. 65–73.
8. Воропаев Г. А., Загуменний Я. В. Численное моделирование обтекания нестационарно движущихся тел. *Комп'ютерна математика*. 2018. N 2. С. 13–20 (здобувачу належить участь у постановці задачі, розробка чисельного моделювання, проведення чисельних розрахунків, аналіз та обговорення отриманих чисельних результатів).
9. Воропаев Г. А., Загуменний Я. В. Управление динамическими характеристиками обтекаемого колеблющегося крыла. *Вісник НТУ «ХПИ». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях*. 2019. N 8 (1333). С. 87–93 (здобувачу належить участь у постановці задачі, чисельне моделювання і розрахунки, аналіз та обговорення результатів).
10. Voropaev G. A., Zagumennyi Ia. V. Boundary layer perturbations generated by locally deformable surface. *International Journal of Fluid Mechanics Research*. 2019. V. 46, N 4. P. 325–335 (здобувачу належить участь у постановці задачі, проведення чисельного моделювання і розрахунків, аналіз та обговорення результатів).
11. Yurchenko N., Rosumnyuk N., Zagumennyi Ya. Numerical simulation of near-wall turbulence structure affected by MW-generated point plasma discharges. *AIAA Paper*. 2008. N 2008-1440 (**SCOPUS**) (здобувачу належить розробка чисельного моделювання, проведення розрахунків, аналіз та обговорення отриманих результатів).
12. Voropaev G. A., Zagumennyi Ia. V. Wave and vortex structure of transitional boundary layer over deformable surface. *Physica Scripta*. 2010. T 142. 014010 (**SCOPUS**) (здобувачу належить участь у постановці задачі, проведення

чисельного моделювання і розрахунків, аналіз та обговорення чисельних результатів).

13. Chashechkin Yu. D., Zagumennyi Ia. V. Structure of diffusion-induced flow on an inclined plate. *Doklady Physics*. 2012. Vol. 57, N 5. P. 210–216 (**SCOPUS**) (здобувачу належить участь у постановці задачі, проведення чисельного моделювання і розрахунків, аналіз, обговорення та співставлення експериментальних і чисельних даних).
14. Zagumennyi Ia. V., Chashechkin Yu. D. The structure of convective flows driven by density variations in a continuously stratified fluid. *Physica Scripta*. 2013. T 155. 014034 (**SCOPUS**) (здобувачу належить проведення чисельного моделювання і розрахунків, аналіз, обговорення та співставлення експериментальних і чисельних даних).
15. Chashechkin Yu. D., Zagumennyi Ia. V. Fine structure of unsteady diffusion-induced flow over a fixed plate. *Fluid Dynamics*. 2013. Vol. 48, N 3. P. 374–388 (**SCOPUS**) (здобувачу належить участь у постановці задачі, проведення чисельного моделювання і розрахунків, аналіз, обговорення та співставлення експериментальних і чисельних даних).
16. Chashechkin Yu. D., Zagumennyi Ia. V. Non-equilibrium processes in non-homogeneous fluids under the action of external forces. *Physica Scripta*. 2013. T 155. 014010 (**SCOPUS**) (здобувачу належить проведення чисельного моделювання і розрахунків, аналіз, обговорення та співставлення експериментальних і чисельних даних).
17. Zagumennyi Ia. V., Bardakov R. N. Ground effect in hydrodynamics of a strip in a stratified fluid. *Procedia IUTAM*. 2013. V. 8. P. 248–256 (**SCOPUS**) (здобувачу належить чисельне моделювання, розрахунки, аналіз та обговорення результатів).
18. Chashechkin Yu. D., Zagumennyi Ia. V. The structure of convective flows driven by density variations in a continuously stratified fluid. *Procedia IUTAM*. 2013. V. 8. P. 257–266 (**SCOPUS**) (здобувачу належить проведення

чисельного моделювання і розрахунків, аналіз, обговорення та співставлення лабораторних і чисельних результатів).

19. Chashechkin Yu. D., Zagumennyi Ia. V. Structure of the pressure field on a plate in the transient flow regime. *Doklady Physics*. 2015. Vol. 60, N 7. P. 299–304 (**SCOPUS**) (здобувачу належить участь у постановці задачі, проведення чисельного моделювання і розрахунків, аналіз та співставлення лабораторних і чисельних даних).
20. Chashechkin Yu. D., Zagumennyi Ia. V. 2D fluid flow around a plate: consistent analytical, numerical and laboratory investigations. Proc. Topical Problems of Fluid Mechanics 2016, Prague, 2016, P. 29–36 (**WoS**) (здобувачу належить, проведення чисельних розрахунків, аналіз та співставлення експериментальних і чисельних результатів).
21. Chashechkin Yu. D., Zagumennyi Ia. V. Pattern of unsteady vortex flow around plate under a zero angle of attack. *Fluid Dynamics*. 2016. Vol. 51, N 3. P. 53–70 (**SCOPUS**) (здобувачу належить участь у постановці задачі, проведення чисельного моделювання і розрахунків, аналіз та співставлення експериментальних і чисельних даних).
22. Zagumennyi Ia. V., Dimitrieva N. F. Diffusion induced flow on a wedge-shaped obstacle. *Physica Scripta*. 2016. V. 91, N 8. 084002 (**SCOPUS**) (здобувачу належить проведення чисельних розрахунків, аналіз та співставлення лабораторних і чисельних даних).
23. Chashechkin Yu. D., Zagumennyi Ia. V., Dimitrieva N. F. Dynamics of formation and fine structure of flow pattern around obstacles in laboratory and computational experiment. *Communications in Computer and Information Science*. 2016. V. 687. P. 41–56 (**SCOPUS**) (здобувачу належить участь у постановці задачі, чисельне моделювання і розрахунки, аналіз та співставлення експериментальних і чисельних даних).
24. Chashechkin Yu. D., Zagumennyi Ia. V. Stratified flow fine structure around a sloping plate. Proc. Topical Problems of Fluid Mechanics, 2017, Prague, P. 87–

- 94 (**WoS**) (здобувачу належить проведення чисельного моделювання і розрахунків, аналіз, обговорення та співставлення експериментальних і чисельних результатів).
25. Chashechkin Yu. D., Zagumennyi Ia. V. Features of flows past a horizontal plate in stratified and homogeneous media. *WSEAS Transactions on Fluid Mechanics*. 2017. V. 12. P. 33–42 (**SCOPUS**) (здобувачу належить участь у постановці задачі, проведення чисельного моделювання і розрахунків, співставлення експериментальних і чисельних даних).
 26. Chashechkin Yu. D., Zagumennyi Ia. V., Dimitrieva N. F. Unsteady vortex dynamics past a uniformly moving tilted plate. *Proc. Topical Problems of Fluid Mechanics*, 2018, Prague, P. 47–56 (**WoS**) (здобувачу належить, проведення чисельного моделювання і розрахунків, аналіз та співставлення експериментальних і чисельних результатів).
 27. Chashechkin Yu. D., Zagumennyi Ia. V. Formation of waves, vortices and ligaments in 2D stratified flows around obstacles. *Physica Scripta*. 2019. V. 94, N 5. 054003 (**SCOPUS**) (здобувачу належить участь у постановці задачі, проведення чисельного моделювання, аналіз, обговорення та співставлення експериментальних і чисельних даних).
 28. Chashechkin Yu. D., Zagumennyi Ia. V. Numerical analysis of flows of stratified and homogeneous fluids near horizontal and inclined plates. *Fluid Dynamics*. 2019. Vol. 54, Suppl. 7. P. S59–S70 (**SCOPUS**) (здобувачу належить, проведення чисельного моделювання, аналіз, обговорення та співставлення експериментальних і чисельних даних).
 29. Chashechkin Yu. D., Zagumennyi Ia. V. The 2D flow around tilted plate. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Natural Sciences*. 2019. N 4. P. 73–88 (**SCOPUS**) (здобувачу належить проведення чисельного моделювання і розрахунків, аналіз, обговорення та співставлення експериментальних і чисельних даних).

30. Chashechkin Yu. D., Zagumennyi Ia. V. Visualization of stratified flows around a vertical plate: laboratory experiment and numerical simulation. *International Journal of Computational Methods and Experimental Measurements*. 2020. V. 8, N 2. P. 148–161 (**SCOPUS**) (здобувачу належить участь у постановці задачі, проведення чисельних розрахунків, аналіз та співставлення експериментальних і чисельних даних).
31. Chashechkin Yu. D., Bardakov R. N., Zagumennyi Ia. V. Flow generated by uniformly moving strip in a continuously stratified fluid. Proc. Topical Problems of Fluid Mechanics, 2010, Prague, Czech Republic, P. 25–27.
32. Загуменний Я. В. Волновая структура течений неоднородной жидкости около наклонной пластины. Праці акустичного симпозіуму «Консонанс-2011». Київ. 2011. С. 129–134.
33. Chashechkin Yu. D., Bardakov R. N., Zagumennyi Ia. V. Stratified flow around a strip: analytical, numerical and laboratory studies. Proc. Topical Problems of Fluid Mechanics, 2012, Prague, Czech Republic. P. 21–22.
34. Zagumennyi Ia. V., Bardakov R. N. Hydrodynamics of the moving plate in an inhomogeneous fluid. Selected Papers Int. Conf. “Fluxes and structures in fluids: Physics of geospheres”. Moscow: MAKSPress. 2012. P. 9–12.
35. Bardakov R. N., Zagumennyi Ia. V. Analytical and numerical calculations of the flow pattern around a moving plate in a stratified fluid. Selected Papers Int. Conf. “Fluxes and structures in fluids”. Moscow: MAKSPress. 2012. P. 163–167.
36. Zagumennyi Ia. V. The features of diffusion-driven flow fine structure around a thin sloping plate. Selected Papers Int. Conf. “Fluxes and structures in fluids: Physics of geospheres”. Moscow: MAKSPress. 2012. P. 158–163.
37. Чашечкин Ю. Д., Загуменний Я. В. Расчет течений непрерывно стратифицированной жидкости с использованием открытых вычислительных пакетов на базе технологической платформы UniHUB. *Труды ИСП РАН*. 2013. Т. 24. С. 87–106.

38. Чашечкин Ю. Д., Загуменный Я. В., Димитриева Н. Ф. Расчет и визуализация волновых процессов в неоднородных средах. Праці акустичного симпозіуму «Консонанс-2013», Київ, 2013. С. 101–107.
39. Zagumennyi Ia. V. HPC calculations of inhomogeneous fluid flows using open source packages. Proc. Int. Conf. "Cluster Computations", Lviv, 2013. P. 240–247.
40. Zagumennyi Ia. V., Dimitrieva N. F. Parallel computations of stratified flows using continuum mechanics web-laboratory. Proc. Int. Conf. "High Performance Computing", Kyiv, 2013. P. 107–113.
41. Zagumennyi Ia. V. Ground effects on a horizontal plate in a stratified environment. Selected Papers Int. Conf. "Fluxes and structures in fluids". Moscow: MAKSPress. 2014. P. 242–249.
42. Zagumennyi Ia. V., Dimitrieva N. F. Calculation of admixture transport around a horizontal plate in a continuously stratified fluid. Selected Papers Int. Conf. "Fluxes and structures in fluids". Moscow: MAKSPress. 2014. P. 61–68.
43. Загуменный Я. В., Димитриева Н. Ф. Численное моделирование стратифицированных течений с использованием OpenFOAM. *Труды ИСП РАН*. 2014. Т. 26, Вып. 5. С. 187–200.
44. Чашечкин Ю. Д., Загуменный Я. В. Гидродинамика горизонтальной полосы. *Проблемы эволюции открытых систем*. 2015. Т. 2, Вып. 18. С. 25–50.
45. Voropaev G. A., Zagumennyi Ia. V. Boundary layer perturbations generated by locally deformable surface. Proc. 7th International Conference on Vortex Flows and Vortex Models, 19–22 September 2016, Rostock, Germany, P. 91–94.
46. Voropaev G. A., Zagumennyi Ia. V., Shkvar Ye. A. Vortex formation on an oscillating wing. Proc. 8-th Int. Conf. on Vortex Flows Dynamics, 2018, Xi'an, China, P. 25.

47. Voropaev G. A., Zagumennyi Ia. V. Numerical simulation of flows around unsteady moving bodies. Proc. Int. Conf. High Performance Comput., 2018, Kyiv, P. 179–182.
48. Voropaev G. A., Zagumennyi Ia. V. Boundary layer structure control by actuating local surface oscillations. Proc. European Drag Reduction and Flow Control Meeting, 26–29 March 2019, Bad Herrenalb, Germany, P. 55–56.
49. Voropaev G. A., Zagumennyi Ia. V. Study of flow patterns past an unsteady moving solid for biological and technical applications. Proc. Final AMMODIT Conference “Mathematics for Life Sciences”, 18–22 March 2019, Kyiv, Ukraine, P. 55–56.
50. Zagumennyi Ia. V. Flow vortex structure control past a body by changing its shape and angular position. Proc. Topical Problems of Fluid Mechanics, 2019, Prague, Czech Republic, P. 235–240.
51. Воропаев Г. А., Загуменний Я. В. Структура нестационарного пограничного слоя на деформирующейся поверхности. Праці Міжнародної науково-технічної конференції «Гідроаеромеханіка в інженерній практиці», 27-30 травня 2019, С. 110–114.
52. Загуменний Я. В. Зв’язані методи розв’язання рівнянь механіки рідини і деформівного твердого тіла в задачах гідропружності та біоніки. Матеріали XVI науково-технічної конф. «Інноваційні технології», 2019, Київ. С. 331–335.
53. Chashechkin Yu. D., Zagumennyi Ia. V. Natural unsteadiness of the flow pattern around a plate in numerical simulation and laboratory modeling. Proc. Topical Problems of Fluid Mechanics, 2020, Prague. P. 11–18.

Відомості про впробацію результатів дисертації:

- Fluxes and Structures in Fluids: Physics of Geospheres. June 24–27, 2009. Moscow, Russia; September 27–30, 2011. Vladivostok, Russia; June 25–28, 2013. Saint-Petersburg, Russia; June 23–26, 2015. Kaliningrad, Russia; August 8–14, 2018. Vladivostok, Russia;
- Topical Problems of Fluid Mechanics. February 10–12, 2010; February 15–17, 2012, Prague; February 10–12, 2016; 15–17 February, 2017; 21–23 February, 2018; 20–22 February, 2019; 19–21 February, 2020. Prague, Czech Republic;
- Approximation Methods for Molecular Modelling and Diagnosis Tools. January 26–30, 2017; 18–22 March 2019. Kyiv;
- Vortex Flows and Vortex Models. 19–22 September 2016. Rostock, Germany; 15–18 October 2018. Xi'an, China;
- General Assembly of European Geosciences Union. May 02–07, 2010; 03–08 April, 2011. Vienna, Austria;
- Turbulent Mixing and Beyond. 27 July – 7 August, 2009; August 21–28, 2011; August 04–09, 2014; 14–18 August, 2017. Trieste, Italy;
- Advanced Polymer Science and Turbulent Drag Reduction. March 10–20, 2008. Trieste, Italy;
- 46th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit. 07–10 January, 2008. Reno, USA;
- Dynamical System Modelling and Stability Investigation. 25–27 May, 2011; 22–24 May, 2019. Kyiv;
- Акустичний симпозіум “Консонанс”. 27–29 вересня, 2011; 01–02 жовтня 2013. Київ;
- Компютерна гідромеханіка, 30 вересня – 1 жовтня, 2008; 29–30 вересня, 2010; 1–2 жовтня, 30 вересня – 1 жовтня 2014; 29–30 вересня, 2016; 26–27 вересня, 2018. Київ;
- Інноваційні технології. 20–21 листопада, 2019. Київ;

- Методи дискретних особливостей у задачах математичної фізики. 24–27 червня, 2019. Одеса;
- Гідроаеромеханіки в інженерній практиці. НТТУ «КПІ» 27–30 травня, 2019 Київ;
- European Drag Reduction and Flow Control Meeting. ERCOFTAC. 02–04 September. 2010. Kyiv; March 26–29, 2019. Bad Herrenalb, Germany;
- High Performance Computing. HPC-UA. October 07–11, 2013. October 22–23, 2018. Kyiv;
- Cluster Computations. CC'13. June 03–05, 2013. Lviv;
- Обчислювальна і прикладна математика. 10–11 вересня, 2012. Київ;
- Cloud Computing: Education, Investigations, Developments. December 6–7, 2012; December 5–6, 2013; December 4–5, 2014. Moscow, Russia;
- Waves and Vortices in Complex Media. November 30 – December 2, 2010; December 3–5, 2012; November 26–29, 2013; November 25–28, 2014; June 21–13 2015; November 30 – December 2, 2016; December 7–9, 2017; December 5–7, 2018; December 3–5, 2019. Moscow, Russia;
- Russian Supercomputing Days. September 26–27, 2016. Moscow, Russia;
- IUTAM Symposium 12–3 = GA.10-08 “Waves in Fluids: Effects of Non-linearity, Rotation, Stratification and Dissipation”. June 18–22, 2012. Moscow, Russia;
- Colloquium Euromech 531 ”Vortices and waves: Identifications and Mutual Influences”. June 21–24, 2011. Moscow, Russia;
- Marine Measurements in Geophysics and Hydrophysics. September 22–26, 2011; June 23–26, 2015; August 11–14, 2018. Vladivostok, Russia;
- Республіканський семінар з гідромеханіки під керівництвом академіка НАН України В.Т.Грінченка. Інститут гідромеханіки НАН України. 23.01.2020. Київ.