

ІНСТИТУТ ГІДРОМЕХАНІКИ  
НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ

Коновалюк Тетяна Петрівна

УДК 534.2

ЗВУКОВІ ПОЛЯ, ГЕНЕРОВАНІ КОГЕРЕНТНИМИ  
ВИХРОВИМИ СТРУКТУРАМИ, ЯКІ ВЗАЄМОДІЮТЬ

01.04.06 -- Акустика

АВТОРЕФЕРАТ

дисертації на здобуття наукового ступеня  
кандидата фізико-математичних наук

Київ-2018

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана в Інституті гідромеханіки  
Національної академії наук України, м.Київ.

Науковий керівник -- доктор фізико-математичних наук, професор  
**Вовк Ігор Володимирович**,  
Інститут гідромеханіки НАН України,  
провідний науковий співробітник відділу  
гідродинамічної акустики.

Офіційні опоненти: доктор фізико-математичних наук, професор  
**Дудзінський Юрій Михайлович**,  
Одеський національний політехнічний університет МОН,  
завідувач кафедри загальної та медичної фізики;  
  
доктор фізико-математичних наук, професор  
**Калюжний Олександр Яковлевич**,  
Національний технічний університет “КПІ”  
ім. І.Сікорського МОН,  
професор кафедри радіоприймання та обробки  
сигналів.

Захист відбудеться “01” березня 2018 р. о 14 годині на засіданні спеціалізованої  
вченої ради Д 26.196.01 в Інституті гідромеханіки НАН України за адресою:  
03057, м.Київ-57, вул. Желябова, 8/4.

З дисертацією можна ознайомитись у бібліотеці Інституту гідромеханіки НАН  
України за адресою: 03057, м.Київ-57, вул. Желябова, 8/4.

Автореферат розіслано “ 30” 01 2018 р.

Вчений секретар  
спеціалізованої вченої ради  
доктор технічних наук, професор

С.І.Кріль

## ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Дисертаційна робота присвячена моделюванню процесів виникнення та розповсюдження акустичних коливань при взаємодії кількох когерентних вихрових структур.

**Актуальність теми.** Дослідження шумів течій мають самостійний науковий інтерес, оскільки дозволяють зрозуміти сутність фізичних процесів, які виникають при перетворенні енергії переносу речовини (рідина) в енергію переносу стану (звукові хвилі). Шум, сгенерований течією, є значною проблемою в багатьох інженерних застосуваннях. Як відомо, шуми течій породжуються гідродинамічними силами, що виникають в них.

Поява *акустичної аналогії* М. J. Lighthill (1952, 1954 pp.), яка була простимульована бурхливим розвитком реактивної авіації, стала одним з основних поштовхів до послідовного розвитку теорії гідродинамічного шуму. Основні твердження теорії Lighthill отримали розвиток в працях багатьох вчених (наприклад, G. M. Lilley, 1958 p.; O. M. Phillips, 1960 p.; Л. М. Лямшев, 1961 p.; H. S. Ribner, 1964 p.; A. Powell, 1964 p.; M. S. Howe, 1975 p. та ін.), в яких були враховані важливі фізичні процеси, що відповідають за звукоутворення в течіях, а також вплив твердих границь (наприклад, N. Curle, 1955 p.; J. E. Flowcs Williams, 1969 p.; D. L. Hawkins, 1969 p.; L. H. Hall, 1970 p.).

Завдяки зусиллям низки авторів, зокрема, S. C. Crow (1970 p.), D. G. Crighton (1975 p.), W. Möhring (1978 p.), F. Obermeier (1979 p.), спрямованих на формалізацію теорії гідродинамічного шуму за умови малих чисел Маха  $M \ll 1$ , при рішенні задач такого класу став застосовуватись підхід, що базується на *методі зрощуваних асимптотичних розкладань* (ЗАР).

З початку 1990-х років гідроаероакустика отримує новий потужний поштовх в своєму розвитку, який обумовлений використанням *прямого чисельного моделювання при розрахунках звукових полів течій*. Такий підхід до вирішення задач щодо гідродинамічного звуку є безумовно перспективним напрямком, проте дуже витратним з точки зору розрахункового часу.

Відомо, що генерування звуку в течії віддалі від границь обумовлено взаємодією великої кількості вихорів (наприклад, A. Powell, 1964 p.; J. E. Flowcs Williams, 1969 p.; M. S. Howe, 1975 p., 2003 p.; M. E. Голдстейн, 1981 p.; E. A. Müller, F. Obermeier, 1988 p.). Такі вихори при малих числах Маха подібні до компактних (компактність означає, що розмір джерела набагато менший за довжину хвилі, що випромінюється) звукових джерел, які випромінюють лише внаслідок притаманної їм нестационарності. Турбулентні течії віддалі від границь породжують джерела звукових хвиль квадрупольного типу, потужність яких, спектр та характер обертання діаграми напрямленості суттєвим чином залежать від типу взаємодії вихорів. Тому щоб зрозуміти сутність фізичних процесів, що обумовлюють випромінювання звуку, та оцінити внесок окремих актів вихрової взаємодії в звукове поле, треба перейти від рівня статистичного описування процесів в течії до рівня дослідження елементарних актів вихрової взаємодії. *Спрощення течії до взаємодії*

декількох когерентних вихрових структур дає можливість детально дослідити генероване нею звукове поле в межах акустичної аналогії та є необхідним кроком на шляху встановлення якісних та кількісних зв'язків між характеристиками течії та звукового поля. Отримані результати допоможуть передбачити звук від більш складних вихрових течій, таких, як шари зміщення та струмені, для яких акустичні джерела визначаються лише експериментально або шляхом прямого чисельного моделювання.

За виконання умови невзаємодії звуку з течією, зокрема, при  $M < 1$ , зону формування звукового джерела можна відокремити від зони, де досліджується генероване акустичне поле. При цьому саму течію можна замінити на її модельний аналог, який відтворює найбільш суттєві властивості течії. Щодо течії робиться припущення, що вона сформована вихровими структурами, які здатні найбільш ефективно перетворювати енергію своєї взаємодії в звук. Такими структурами в турбулентній течії є когерентні вихори. Модельні підходи широко застосовуються в експертних системах отримання оцінних рішень. Звукове поле обчислюється після розв'язку гідродинамічної задачі, наприклад, методом акустичної аналогії. Такий підхід дозволяє отримати адекватні результати та суттєвим чином економить час розрахунків.

Відзначене вище свідчить про те, що встановлення кількісних зв'язків між динамічними та звуковими характеристиками обмеженої кількості вихорів, що взаємодіють між собою, являє безумовне теоретичне та прикладне значення.

**Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.** Робота виконана в рамках бюджетних науково-дослідних тем Інституту гідромеханіки НАН України: “Розробка методів моделювання вихрового перемішування в неоднорідних рідких середовищах” (2002-2004 рр., № державної реєстрації 0102U000151), “Динаміка вихрових рухів у стратифікованих середовищах” (2006-2008 рр., № державної реєстрації 0106U000607), “Дослідження генерації і розповсюдження хвиль в середовищах з ускладненими фізичними властивостями” (2007-2011 рр., № державної реєстрації 0106U011280).

**Мета та задачі дослідження.** Метою дисертаційної роботи є:

- виявлення якісних та кількісних зв'язків між динамічними та акустичними характеристиками когерентних вихрових структур, що взаємодіють;
- встановлення зв'язків між великомасштабними вихровими рухами та внутрішньою динамікою вихорів Kirchhoff з одного боку та характеристиками звукових полів, що генеруються в процесі взаємодії вихорів, з іншого;
- визначення акустичних критеріїв, що дозволяють моделювати великомасштабні вихрові рухи плям еквівалентною системою точкових вихорів; вирішення питання про можливість моделювати розподілені вихори точковими при побудові звукового джерела.

Для досягнення мети розв'язані наступні задачі:

- досліджена взаємодія двох та трьох когерентних вихрових структур в межах моментної теорії вихрової взаємодії першого та другого порядків;
- в межах акустичної аналогії Lighthill розраховані звукові поля при взаємодії

двох та трьох когерентних вихорів.

**Об'єкт досліджень:** вихрові течії, утворені когерентними вихровими структурами, що взаємодіють між собою.

**Предмет досліджень:** динамічні характеристики декількох когерентних вихрових структур та звукові поля, що обумовлені їхньою взаємодією.

**Методи дослідження.** При дослідженні взаємодії когерентних вихрових структур та генерованих ними акустичних полів були використані відомі апробовані модельні підходи: *моментна модель вихрової взаємодії першого та другого порядків* при описі когерентних вихорів; моделювання акустичних полів здійснювалось в межах *акустичної аналогії Lighthill*.

**Наукова новизна** отриманих результатів полягає в наступних твердженнях:

- отримано нові кількісні та якісні зв'язки між динамічними та акустичними характеристиками когерентних вихрових структур, що взаємодіють між собою;
- в межах моментної моделі вихрової взаємодії другого порядку показано, яким чином внутрішня динаміка вихрових плям впливає на генероване звукове поле;
- встановлено акустичні критерії, що дозволяють моделювати великомасштабні вихрові рухи плям еквівалентною системою точкових вихорів; дана відповідь на запитання щодо можливості описувати розподілені вихори точковими при побудові звукового джерела.

**Вірогідність отриманих результатів** забезпечується використанням апробованих математичних моделей; строгістю математичної постановки задачі; використанням стійких чисельних схем; перевіркою узгодження отриманих чисельних результатів з результатами інших авторів.

**Практичне значення отриманих результатів** полягає в отриманні зв'язків між динамічними та акустичними характеристиками течії, що дає розуміння механізму перетворення її кінетичної енергії в енергію акустичних хвиль.

**Особистий внесок здобувача.** Здобувачу належать побудова аналітичних виразів досліджуваних величин, розробка та реалізація чисельних алгоритмів, участь в аналізі отриманих результатів. Постановка гідродинамічних задач, конструктивна допомога в аналізі отриманих результатів належить **д.ф.-м.н. В. В. Мелешку**. Постановка акустичних задач, конструктивна допомога в аналізі отриманих результатів належить **д. ф.-м. н. І. В. Вовку**.

**Апробація результатів дисертації.** Основні результати дисертації доповідались на: I Всесоюзній школі молодих вчених “Современные проблемы акустики” (Акустичний інститут ім. акад. Н. Н. Андрєєва, Звенигород, 1988 р.); II Міжнародній науковій конференції “Сучасні проблеми механіки” (Київський національний університет ім. Т. Шевченка, Київ, 2013 р.); акустичних симпозіумах КОНСОНАНС-2013 та КОНСОНАНС-2017 (Інститут гідромеханіки НАНУ, Київ, 2013, 2017 рр.); республіканському науковому семінарі по гідромеханіці (ІГМ НАНУ, керівник – акад., д.ф.-м.н., проф. В.Т. Грінченко); протокол №310 від 16.11.2017 р.

**Публікації.** Основні положення дисертації опубліковані у 12 друкованих роботах, серед них: 7 робіт – в наукових фахових виданнях України, 2 роботи – у

виданнях, внесених до міжнародної наукометричної бази SCOPUS.

**Структура і обсяг дисертації:** Дисертаційна робота складається із анотації, вступу, трьох розділів, загальних висновків, переліку джерел посилання, 6-тьох додатків. Повний обсяг дисертації становить 168 сторінок; робота містить в собі 38 рисунків, 3 таблиці, 6 рисунків розташовано на окремих сторінках, 1 таблиця розміщена в додатку; список використаних джерел складає 108 посилань.

## ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

В **анотації** подається узагальнений короткий виклад змісту роботи, поданий українською та англійською мовами; список публікацій здобувача за темою дисертації та список праць, що засвідчують апробацію її матеріалів.

У **вступі** обґрунтовано актуальність теми дисертації; розкрито стан наукової проблеми, викладено зв'язок обраного напрямку досліджень з науковими темами; визначено мету, об'єкт, предмет, методи дослідження; висвітлено наукову новизну, вірогідність та практичне значення отриманих результатів; означено особистий внесок здобувача; вказано, на яких наукових конференціях та симпозіумах оприлюднювалися результати досліджень; вказана кількість публікацій за темою роботи та представлена її загальна структура.

В **першому розділі** стисло проведено огляд літератури за темою дисертації та розглянуто моделі, які було використано при розрахунках взаємодії когерентних вихорів та генерованого при цьому звукового поля.

Когерентні вихрові структури є такими, що здатні найбільш ефективно в порівнянні з іншими вихорами течії перетворювати енергію своєї взаємодії на звук (А.К.М.Ф. Hussain, 1983 р.). Запропоновано низку модельних підходів для опису динаміки когерентних вихорів (див., наприклад, Р. G. Saffman, 1985 р.; М. V. Melander et al., 1986 р.; Z. H. Teng, 1986 р.): вихрові методи – моделі з недеформовними (точкові вихори, вихори Rankine) та деформовними вихровими ядрами (вихори Kirchhoff; вихори з завихреністю, яка розподілена за визначеним законом); метод контурної динаміки, тощо.

Для опису вихорів в вихрових методах з деформовним вихровим ядром застосовується, зокрема, *моментна модель вихрової взаємодії* (М. V. Melander et al., 1986 р.; відома як MZS-модель). В моделі еволюція кожної вихрової плями однорідної сталої завихреності, яка уміщена в потенційне ідеальне середовище, описується системою звичайних диференціальних рівнянь для центра завихреності (центра мас) та для моментів інерції її площі. Моментні моделі широко застосовуються, зокрема, при побудові математичних моделей щодо прогнозування клімату (наприклад, J. A. France, V. L. Harvey, 2013). Дана модель є проміжною між точковою (інваріантною) моделлю та методом контурної динаміки.

Аналогія Lighthill побудована для нестационарного дозвукового потоку (число Маха  $M < 1$ ) відносно невеликої просторової протяжності (струмінь) при великих числах Рейнольдса  $Re$ , уміщеного в однорідне стаціонарне середовище. Викори-

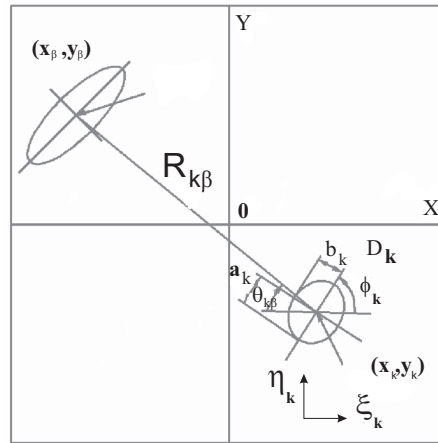


Рисунок 1

стання аналогії Lighthill має передумовою детальне знання характеристик течії, що виконати складно. При цьому виникають складнощі з вибором влучного опису функції джерела. Заміна реальної течії її модельним аналогом є одним із шляхів уникнути цих проблем. При цьому в моделі течії виділяють найбільш важливі її властивості з точки зору формування звуку, решта властивостей ігнорується.

*Підвищити рівень розуміння фізичних процесів, що обумовлюють випромінювання звуку, та оцінити внесок окремих актів взаємодії вихорів в загальне звукове поле дозволяє розгляд елементарних актів вихрової взаємодії. Дослідження кількох вихорів, які взаємодіють, має на меті поглибити існуючі дані, що пов'язують особливості звукових полів з характеристиками вихрової взаємодії.*

Вихрову взаємодію будемо описувати в межах MZS-моделі першого та другого порядків, звукове поле як результат такої взаємодії будемо моделювати за допомогою акустичної аналогії Lighthill. Наведемо основні рівняння та співвідношення моделей, що використовуються.

Розглядається двовимірна потенційна течія нев'язкої нестисливої рідини однорідної щільності. Рідина вважається необмеженою та нерухомою на нескінченності. При вивченні динаміки завихреності ефектом дифузії будемо нехтувати, що слушно при розгляді певного класу течій з високими числами  $Re$  та дозволяє моделювати вихори локалізованими плямами завихреності.  $N$  двовимірних вихрових областей (плям), що взаємодіють між собою, з однорідно розподіленою сталою завихреністю всередині кожної з них уміщено в потенціальну течію. Основні параметри моделі зображено на рис. 1.  $S_k$ ,  $\omega_k$ ,  $\Gamma_k = \omega_k S_k$ ,  $\vec{x}_k = (x_k, y_k)$  - площа, завихреність, інтенсивність та координата центру завихреності плями з номером  $k$  ( $k = 1, \dots, N$ ), відповідно. Згідно з MZS-моделлю поведінку області завихреності  $D_k$  в процесі її взаємодії з іншими вихровими областями можна описати еволюцією в часі її центру завихреності  $\vec{x}_k$  та еволюцією моментів інерції її перерізу  $J_k^{(m,n)}$  порядку  $(m+n)$  (рис. 1). В основу загальної моментної моделі покладено два основні припущення: • максимальний розмір будь-якої плями набагато менший за мінімальну з відстаней між центрами будь-яких двох плям; • центр завихреності будь-якої плями завжди знаходиться всередині неї.

*MZS*- модель в першому наближенні є моделлю точкових вихорів (МТВ) (Н. Helmholtz, 1858 р.). В межах точкової моделі кожна пляма завихреності має два ступені свободи – координати центру завихреності плями. В межах *MZS*- моделі другого порядку поведінка кожної плями однорідної завихреності описується еліптичним вихором Kirchhoff, який збурюється присутністю інших вихорів Kirchhoff. Еліпс цілком визначається положенням його центра мас, відношенням півосей  $\lambda = a/b$  та кутом його нахилу  $\phi$  до координатних осей інерціальної системи (рис. 1). Вихрова пляма в межах *MZS*- моделі другого порядку має чотири ступені свободи: дві координати центру завихреності, відношення півосей еліпса та його кут нахилу до координатних осей. Вихор Kirchhoff (1876 р.) – вихровий еліпс зі сталою однорідною завихреністю всередині нього, що обертається з незмінною кутовою швидкістю навколо свого центру завихреності; вихор не індукує переносної швидкості. У межах *MZS*- моделі другого порядку взаємодія вихрових плям описується гамільтоновою системою рівнянь четвертого порядку:

$$\begin{aligned} \Gamma_k \dot{x}_k &= \frac{\partial H}{\partial y_k}; & \Gamma_k \dot{y}_k &= -\frac{\partial H}{\partial x_k}; \\ \frac{\Gamma_k S_k}{8\pi} \frac{\lambda_k^2 - 1}{\lambda_k^2} \dot{\lambda}_k &= \frac{\partial H}{\partial \phi_k}; & \frac{\Gamma_k S_k}{8\pi} \frac{\lambda_k^2 - 1}{\lambda_k^2} \dot{\phi}_k &= -\frac{\partial H}{\partial \lambda_k}, \end{aligned} \quad (1)$$

де  $H$  – гамільтоніан системи. Також в моделі зберігаються: • циркуляція, площа плями; • імпульс; • момент імпульсу. При виродженні еліпса з номером  $k$  в коло ( $\lambda_k = 1$ ) в диференціальному рівнянні для кута оберту в (1) має місце особливість типу  $O((\lambda_k - 1)^{-1})$ . Кутова швидкість еліпса з фізичних міркувань не може дорівнювати нескінченності при  $\lambda_k = 1$ , тому необхідно у певний момент часу накласти відповідну умову, з якої впливає співвідношення для кута оберту еліпса в цей момент часу. Для отримання придатної для чисельного інтегрування системи робиться заміна змінних:  $(\delta_k, \gamma_k) = (S_k/8\pi\lambda_k)^{1/2}(\lambda_k - 1)(\cos 2\phi_k, \sin 2\phi_k)$ . У змінних  $(\delta, \gamma)$  система (1) набуває вигляду:

$$\begin{aligned} \Gamma_k \dot{x}_k &= \frac{\partial H}{\partial y_k}; & \Gamma_k \dot{y}_k &= -\frac{\partial H}{\partial x_k}; \\ \Gamma_k \dot{\delta}_k &= \frac{\partial H}{\partial \gamma_k}; & \Gamma_k \dot{\gamma}_k &= -\frac{\partial H}{\partial \delta_k}, \end{aligned} \quad (2)$$

Перехід від змінних  $(\delta, \gamma)$  до змінних  $(\lambda, \phi)$ , а також трансформація еліптичної вихрової плями в кругову описана в Додатку А.

Динаміка системи точкових вихорів описується гамільтоновою системою другого порядку (Дж. Бетчелор, 1973 р.):

$$\Gamma_k \dot{x}_k = \frac{\partial H}{\partial y_k}; \quad \Gamma_k \dot{y}_k = -\frac{\partial H}{\partial x_k}, \quad (3)$$

з незалежним від часу гамільтоніаном  $H$ . В межах МТВ також зберігаються імпульс та момент імпульсу. Еквівалентною системою точкових вихорів назовемо



систему точкових вихорів, уміщених у центри завихреності вихрових плям, з інтенсивностями, що дорівнюють інтенсивностям плям.

*Математична постановка гідродинамічної задачі* полягає у розв'язку системи звичайних диференціальних рівнянь (2) та (3) з відповідними початковими умовами. Досліджувані системи інтегрувались чисельно методом екстраполяції. Точність обчислень контролювалася виконанням законів збереження моделей.

*Знання поля швидкості  $(u, v)$  всередині еліптичних вихрових плям* стане у нагоді при обчисленні деформації поля швидкості течії та при дослідженні звукових полів, що генеруються такою течією. Знайдене поле швидкості представимо у вигляді трьох адитивних компонент:  $u_k = u_{k1} + u_{k2} + u_{k3}$ ;  $v_k = v_{k1} + v_{k2} + v_{k3}$ . Ці компоненти описують такі рухи рідини:  $(u_{k1}, v_{k1})$  – обертові рухи;  $(u_{k2}, v_{k2})$  – деформаційні;  $(u_{k3}, v_{k3})$  – переносні.

Дослідження поведінки вихору Kirchhoff, уміщеного у зовнішню зсувну течію, (С. О. Чаплигін, 1899 р.; D. W. Moore & P. G. Saffman, 1971 р.; S. Kida, 1981 р.; D. G. Dritschel, 1990 р.) викликають інтерес, оскільки дана ситуація наближено відтворює вплив на вихрову пляму віддалених вихорів та фонові завихреності. Деформація (розтягнення/стиснення) вихору обумовлена як наявністю ексцентриситету форми плями, так і впливом віддалених вихорів. Вплив цих чинників змодельовано накладенням на вихор деформаційної течії, який описується співвідношенням:  $Q = S \cdot S^T$  (згортка тензорів), де  $S_{ij}$  – тензор швидкостей деформацій поля швидкості;  $T$  – знак транспонування. В межах MZS-моделі другого порядку отримано вираз для швидкості деформації  $Q_k$  всередині вихора з номером  $k$ .

М. J. Lighthill (1952 р.) отримав неоднорідне хвильове рівняння, що є математичним поданням його акустичної аналогії, спільно перетворивши рівняння нерозривності, рівняння динаміки середовища “в напруженнях”, рівняння стану за умови відсутності джерел маси та зовнішніх об’ємних сил. Зробивши вірогідні фізичні припущення щодо течії, М. J. Lighthill апроксимував праву (“джерельну”) частину свого рівняння, залишивши в ньому члени, що відповідають за формування звукового поля. Lighthill зазначив, що подалі від границь турбулентний потік може розглядатись як акустичний еквівалент розподілу квадруполів, розташованих в однорідному нерухливому середовищі. Структура правої частини рівняння Lighthill не вказує явним чином на вихрову природу турбулентного шуму. Цей зв’язок вперше отримав А. Powell (1964 р.):

$$\vec{\nabla}^2 p' - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} = -\rho_0 \vec{\nabla} \cdot (\vec{\Omega} \times \vec{v}), \quad (4)$$

$p' = p - p_0$  – флуктуації звукового тиску ( $p_0$  – тиск стаціонарного навколишнього середовища);  $\vec{v}(v_i)$  – поле швидкості в нестисливій рідині ( $i = 1, 2, 3$ );  $c_0$  – швидкість звуку в дальньому полі (стала величина);  $\vec{\Omega} = \vec{\nabla} \times \vec{v}$  – поле завихреності течії;  $dp = c_0^2 d\rho$ . Формально гідродинамічні джерела в рівнянні Powell (4) мають вигляд диполів. Однак аналіз розв’язку рівняння (4) для вільного простору розкриває їхню квадрупольну природу. Розв’язок рівняння (4) має задовольняти

умовам випромінювання Зомерфельда та початковим умовам. За своєю геометрією задача, що розглядається, двовимірною. Для спрощення перетворень розв'язок записуємо для загального тривимірного випадку. Шукані величини розраховуються на одиницю висоти вихрових трубок. Перетворення розв'язку в дальньому полі виконуємо з урахуванням припущення про компактність джерела в площині перерізів вихрових шнурів. В безрозмірному вигляді розв'язок (4) має вигляд:

$$p'(\vec{x}, t) = -M^2 \int_0^{t-\rho} \frac{x_1^2 W_1(\tau) + x_2^2 W_2(\tau) + x_1 x_2 W_3(\tau)}{\sqrt{(t-\tau)^2 - \rho^2}} \frac{d\tau}{(t-\tau)^2}, \quad (5)$$

де  $W(\tau)$  ( $i = 1, 2, 3$ ) – функції ступенів свободи вихорів та їхніх часових похідних (наведені в *Додатках В, С*);  $M = U/c_0$  – число Маха.

Зокрема, будемо аналізувати наступні характеристики звукового поля. *Діаграма напрямленості за тиском (ДН)* – це залежність звукового тиску в дальній зоні від кутових координат точки спостереження. Мається на увазі переріз ДН в площині перерізів вихрових шнурів. Нормована ДН є відношення значень ДН до її максимального значення. Оскільки джерело звуку є компактным для всіх частот з випромінюваного діапазону, то ДН можна обчислювати для звукового імпульсу цілком, а не для окремих його гармонік. *Ефективність гідродинамічного випромінювання* (Lighthill, 1952 р.), або коефіцієнт корисної дії (ККД) при утворенні звуку, визначається як відношення випромінюваної звукової енергії до кінетичної енергії потоку. Виведення виразу для ККД в межах моделей, що використовуються, наведено в *Додатку D*.

*Оцінка діапазону акустичних хвильових чисел при малих числах Маха дозволяє зробити висновок, що спектр випромінюваного звуку розташований в низькочастотній області.* При обчисленні звукових полів співвідношення (5) чисельно інтегрувалося за квадратурними формулами, що враховували інтегровну особливість при  $\tau = t - \rho$ . Фур'є-образи обчислювалися за допомогою швидкого перетворення Фур'є.

**Другий розділ.** В параграфі 2.1 на прикладі двох початкових вихорів Rankine різного розміру розглядаються можливі типи взаємодії двох розподілених вихорів (рис. 2). Такі вихори можуть демонструвати пружну вихрову взаємодію (ПВВ) (обертання навколо центру завихреності системи) та непружну вихрову взаємодію (НВВ) (перерозподіл завихреності). Характер взаємодії вихорів визначається початковим відношенням радіусів вихорів  $R_2/R_1$  та початковою відстанню між їхніми центрами  $d^{(0)}$ . Початковий радіус  $R_1$  першого вихора дорівнював const; початковий радіус  $R_2$  другого вихора змінювався в діапазоні  $0.1R_1 \leq R_2 \leq R_1$ . Завихреність плям дорівнювала  $\omega = 2\pi$ , як в роботі D.G. Dritschel, D.W. Waugh (1992 р.). Результати обчислень подані в вигляді схеми, яка відтворює типи взаємодії вихорів в залежності від відношення їхніх радіусів  $R_2/R_1$  та відстані між їхніми кромками  $\Delta^{(0)}/R_1 = (d^{(0)} - R_1 - R_2)/R_1$  в початковий момент часу (рис. 3, а). Суцільна крива  $R_2/R_1(\Delta^{(0)}/R_1)$  зображує границю між ПВВ та НВВ (рис. 3, а). Відстані між кромками вихорів  $\Delta_{кр}/R_1$  (рис. 3, а), а також між

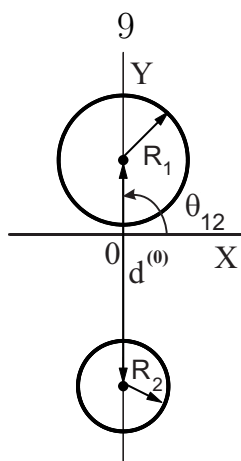


Рисунок 2

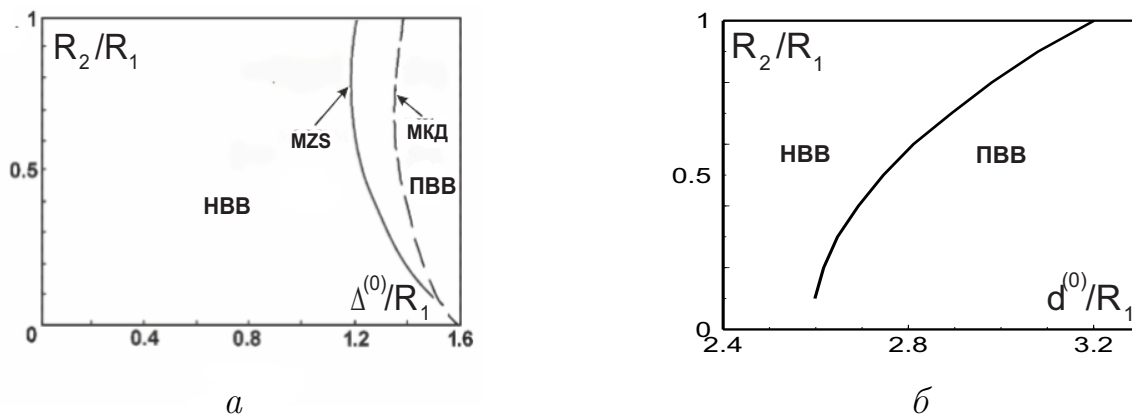


Рисунок 3

їхніми центрами  $d_{кр}/R_1$  (рис. 3, б), що визначаються за цими кривими, зветься критичними: якщо відповідні відстані менші за критичні, то вихори взаємодіють непружним чином. НВВ демонструють лише близько розташовані вихори: відстань між кромками таких вихорів повинна бути не більше, ніж 1.5 радіуса, а міжцентрова відстань не більше, ніж 3.2 радіуса найбільшого вихора  $R_1$  (рис. 3, а, б). Результати обчислення граничної кривої в межах МЗС-моделі (суцільна крива на рис. 3, а) порівняні з даними обчислень в межах МКД (D.G.Dritschel, D.W.Waugh, 1992 р.) (штрихова крива на рис. 3, а). МЗС-гранична крива відтворює загальний характер залежності МКД-граничної кривої. При цьому МЗС-границя зсунута в область НВВ, що розрахована в межах МКД. Відхилення МЗС-граничної кривої від МКД-граничної кривої максимально для однакових вихорів (відносна похибка складає  $\sim 17\%$ ) та зменшується при збільшенні різниці в вихрових розмірах, тобто мінімально для  $R_2/R_1 = 0.1$  ( $\sim 0.8\%$ ). Таким чином, результати обчислення граничної кривої узгоджуються з даними, отриманими МКД, з задовільною точністю. В випадку взаємодії початкових еліпсів крива, що розділяє ПВВ та НВВ, зсунута в бік більших початкових міжцентрових відстаней в порівнянні із випадком початкових вихорів Rankine. Моментна модель добре описує поведінку вихорів при ПВВ та вказує на основні тенденції вихрової поведінки при НВВ.

При ПВВ великомасштабна поведінка вихрових плям може описуватися МТВ при певних умовах. Відмінності в поведінці вихрових плям при ПВВ від точкових вихорів оцінюються за допомогою чотирьох коефіцієнтів:

$$k_1 = \left| \frac{\Omega_{\text{осп}} - \Omega_{\text{т}}}{\Omega_{\text{т}}} \right|; k_2 = \left| \frac{d_{\text{ос}} - d^{(0)}}{d^{(0)}} \right|; k_3 = \left| \frac{\lambda_{\text{ос}1} - \lambda_1^{(0)}}{\lambda_1^{(0)}} \right|; k_4 = \left| \frac{\lambda_{\text{ос}2} - \lambda_2^{(0)}}{\lambda_2^{(0)}} \right|, \quad (6)$$

які виражають:  $k_1$  – відносне відхилення осередненої за часом кутової швидкості обертання плям навколо центру завихреності системи  $\Omega_{\text{осп}}$  від кутової швидкості обертання еквівалентної системи точкових вихорів  $\Omega_{\text{т}}$ ;  $k_2$  – відносне відхилення осередненої за часом міжцентрової відстані плям  $d_{\text{ос}}$  від їхньої початкової відстані  $d^{(0)}$ ;  $k_3, k_4$  – відносні відхилення осереднених за часом відношень півосей вихорів  $\lambda_{\text{ос}i}$  від їхніх початкових значень  $\lambda_i^{(0)} = 1, i = 1, 2$ . Коефіцієнти  $k_1, k_2$  (6) відтворюють відмінності великомасштабних рухів плям від точкових вихорів; коефіцієнти  $k_3, k_4$  (6) характеризують міру збудження внутрішніх ступенів свободи першого та другого вихорів, відповідно. Свої максимальні значення коефіцієнти  $k_1 \div k_4$  приймають поблизу  $d_{\text{кр}}/R_1$ , при зростанні  $d^{(0)}/R_1$  вони демонструють загальну тенденцію до зменшення. Діапазон змінювання коефіцієнта  $k_4$  є найбільшим серед усіх коефіцієнтів внаслідок особливостей поведінки вихора  $R_2$ . На прикладі двох вихорів Kirchhoff сформульовано *динамічний критерій*, що дозволяє описувати великомасштабні рухи плям точковими вихорами; його сутність: побудовано чотири коефіцієнти, що описують різницю в динаміці двох вихорів Kirchhoff та двох точкових вихорів; в якості критерію визначено значення найбільшого з коефіцієнтів ( $k_4 \leq 0.05$ ), нижче якого великомасштабні рухи двох плям можна коректно описувати точковими вихорами. При цьому початкова міжцентрова відстань дорівнює або перевищує  $\sim$  чотири радіуса більшого вихора для вихорів всіх розмірів. При зменшенні даної відстані розрахунки взаємодії двох плям з однаковою завихреністю повинні виконуватись з урахуванням їхніх внутрішніх ступенів свободи. В **параграфі 2.2** розглянуто можливі типи взаємодії трьох точкових вихорів з інтенсивностями різних знаків  $\Gamma_1 = \Gamma_2 = -\Gamma_3 = \Gamma$  (W. Gröbli, 1877 р.). Як показав W. Gröbli (1877 р.), взаємодія досліджуваної вихрової системи цілком визначається моментом імпульсу вихрової системи та початковим радіусом одного з вихорів, який обраний в якості незалежної змінної в розв'язку. Було класифіковано три можливі типи взаємодії: • *пряма взаємодія* – набіжна вихрова пара “відбивається” від поодинокого вихора, зберігаючи при цьому свою цілісність; дана взаємодія описується формулою:  $13 + 2 \rightarrow 13 + 2$ ; • *обмінна взаємодія* – набіжна вихрова пара “відбивається” від поодинокого вихора, втрачаючи при цьому один з вихорів; відбита пара складається із початкового та поодинокого вихора; дана взаємодія описується формулою:  $13 + 2 \rightarrow 1 + 23$ ; • *взаємне захоплення* – вихори обертаються навколо центру завихреності: вихори однакового знаку ( $\Gamma_1 = \Gamma_2 = \Gamma$ ) “петляють” відносно одне одного, третій вихор з  $\Gamma_3 = -\Gamma$  обертається на деякій відстані від перших двох вихорів по “хвилястій” траєкторії, що близька до колової. Для більшої наочності перейдемо від параметрів W. Gröbli до параметрів  $L, l, b$ .

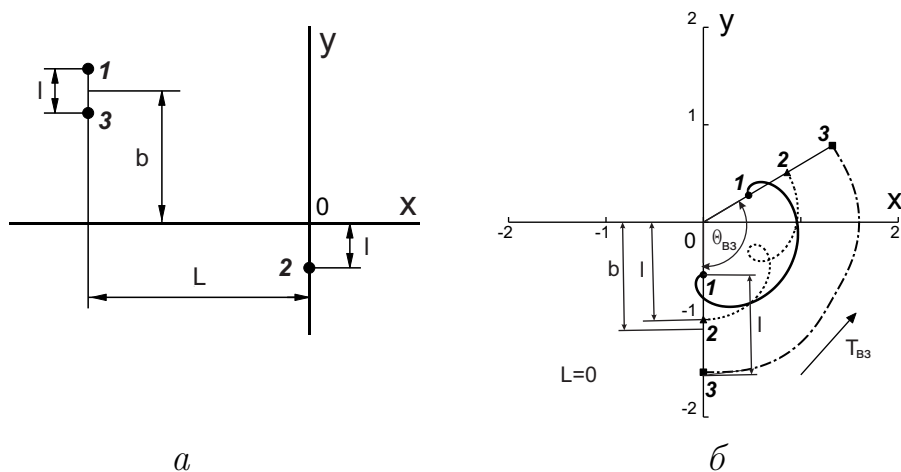


Рисунок 4

Покладемо, що  $L = \text{const}$  та  $l = \text{const}$ . При дослідженні прямої та обмінної взаємодій розглядалися наступні значення параметрів:  $L = 20$ ,  $l = 1$ ,  $-10 \leq b \leq 10$ ; при розгляді взаємного захоплення:  $L = 0$ ,  $l = 1$ ,  $-1.5 < b < -1.0$ . Початкова геометрія взаємодії зображена на рис. 4: *a* – пряма та обмінна взаємодії; 1, 3 – набіжна пара; 2 – поодинокий вихор; *б* – взаємне захоплення.

**Третій розділ** присвячений розрахункам та аналізу звукових полів від декількох вихорів, що взаємодіють між собою. **Параграф 3.1.** *Звукове поле, генероване вихором Kirchhoff з завихреністю  $\omega_{el}$  та інтенсивністю  $\Gamma$  в ідеальному безмежному середовищі, обумовлене тільки його обертанням та є гармонічним коливанням з частотою, що дорівнює подвоєній частоті обертання плями  $\omega = 2\Omega_{об}$ . ДН обертається синхронно з обертанням вихору. Амплітуда флуктуацій звукового тиску досягає свого максимального значення при  $\lambda = 3$ . При  $\lambda = 1$  вихор не випромінює (вихор Rankine). Вихровий еліпс з малим ексцентриситетом випромінює на частоті, що дорівнює половинній завихреності плями (M.S. Howe, 1975 р.):  $\omega = \omega_{ел}/2$ .* **Параграф 3.2** присвячений визначенню акустичних критеріїв щодо апроксимації ПВВ двох вихрових структур точковими вихорами при моделюванні їхніх великомасштабних рухів та побудові джерела звуку. Спектральна смуга звукового поля, що генеруються двома вихорами Kirchhoff при їхній ПВВ (рис. 2), займає кілька безрозмірних частотних одиниць. При ПВВ близько розташованих ( $d^{(0)} = d_{кр} + 10^{-3}$ ) вихорів Rankine ( $R_1 = R_2$ ,  $\omega = 2\pi$ ) частоти звукового тиску густо заповнюють всю відповідну спектральну смугу: всі ступені свободи плям активно взаємодіють між собою. Рівень звукового тиску від плям приблизно в 2 рази вищий за рівень звукового тиску від точок. Звукова частота від еквівалентної системи точок  $\sim$  на 20 % нижча за найбільш енергоємну звукову частоту від рухів центрів плям. Значення коефіцієнтів  $k_1 \div k_4$  (6) істотно вищі за 5%. Сказане свідчить про те, що рухи вихрових плям не можна апроксимувати точками. Збільшення початкової міжцентрової відстані ( $d^{(0)} = 4R_1$ ) веде до розщеплення щільного спектра на частотні смуги та наближення найбільш енергоємної частоти низької смуги плям до частоти випромінювання еквівалентної системи точок (відносна похибка даного прикладу становить  $\sim 1\%$ ). При цьому

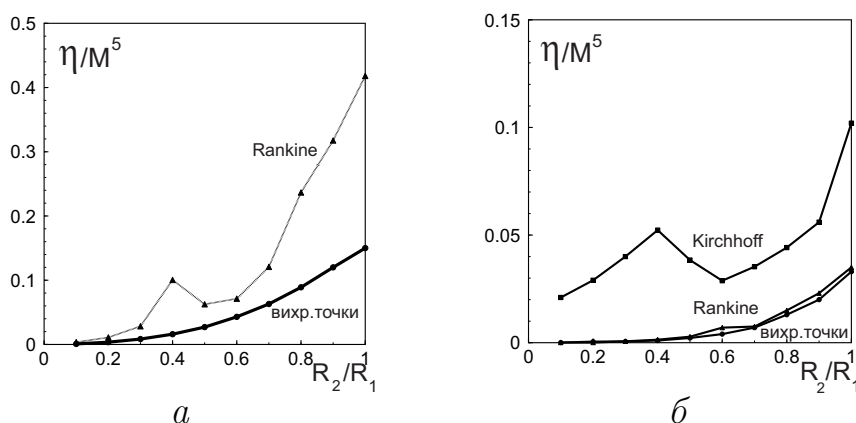


Рисунок 5

$k_4 < 5\%$  (6). Близькість значень відповідних частот в низькій смузі вказує на можливість моделювати рухи центрів плям точковими вихорами. В випадку початково кругових вихорів при збільшенні  $d^{(0)}$  внесок в звукове поле внутрішньої динаміки плям  $\rightarrow$  до 0, тому при певному значенні  $d^{(0)}$  звукове джерело можливо моделювати точковими вихорами. В загальному випадку ПВВ взаємодії вихорів Kirchhoff ( $\lambda_{1,2}^{(0)} = 1.4$ ,  $d^{(0)} = 4R_1$ ) при збільшенні  $d^{(0)}$  внесок в звукове поле внутрішньої динаміки плям не дорівнює 0. Тому моделювання звукового джерела точковими вихорами суттєвим чином зменшить рівень очікуваного результату. При цьому збіг відповідних частот в низькій смузі для вихрових систем, що порівнюються, з відносною похибкою  $\sim 1\%$  свідчить про можливість моделювати великомасштабні рухи плям вихровими точками.

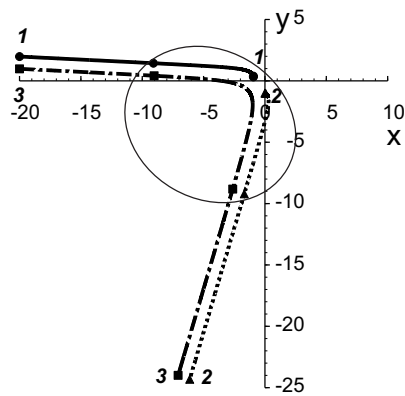
Результати обчислення ККД звукового випромінювання підтверджують зроблені висновки. На рис. 5, а зображено результати обчислення ККД звукового випромінювання  $\eta$  для початково кругових плям:  $\omega = 2\pi$ ,  $R_2/R_1 = 0.1 \div 1$ , відповідні початкові міжцентрові відстані беруться уздовж граничної кривої ( $d^{(0)} = d_{кр} + 10^{-3}$ ) (рис. 3, б), а також  $\eta$  для відповідних еквівалентних точкових систем. При змінюванні  $R_2/R_1$  від 1 до 0.1 для обох систем вихорів  $\eta$  взагалі спадає. При цьому  $\eta$  від плям приблизно в 2÷6 разів вищий за  $\eta$  від вихрових точок: в даному випадку моделювання звукового джерела вихровими точками суттєвим чином зменшить рівень звукового поля. При збільшенні початкової міжцентральної відстані до  $d^{(0)} = 4R_1$   $\eta$  для обох вихрових систем, що порівнюються, мають близькі значення у всьому діапазоні співвідношень радіусів плям (рис. 5, б), тобто в даному випадку звукове джерело можливо моделювати точковими вихорами. При збільшенні відстаней між центрами початково невироджених еліпсів ( $\lambda_i^{(0)} = 1.4$ ,  $d^{(0)} = 4R_1$ )  $\eta$  прямує до певного значення від двох поодиноких плям, а  $\eta$  від вихрових точок  $\rightarrow$  до 0 (рис. 5, б).

Акустичний критерій, що вказує на можливість заміни великомасштабних рухів двох розподілених вихорів еквівалентною системою точкових вихорів, сформулюємо таким чином: необхідно, щоб спектр звуку, генерованого вихровими плямами, був чітко розділений на смуги; відносна похибка між відповідними частотами

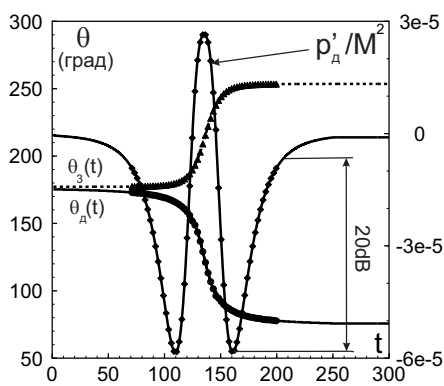
в нижній частині спектра визначає точність апроксимації. Моделювання джерела звуку точковими вихорами призведе до суттєвого зниження рівня звукового поля. У **параграфі 3.3** досліджуються звукові поля при прямій та обмінній взаємодіях трьох точкових вихорів з інтенсивностями  $\Gamma_1 = \Gamma_2 = -\Gamma_3 = \Gamma$  (рис. 4, а). Прямій взаємодії відповідають наступні діапазони змінювання параметру  $b$ :

$b \in [-10; -1[ \cup ]3.41 \dots; 10]$ . Обмінна взаємодія має місце в випадках:  $b \in ]-1; -0.5[ \cup ]-0.5; 3.41 \dots]$ . Для цих типів визначено область *ефективної вихрової взаємодії*: на межі області рівень звукового тиску на 20 dB (в 10 разів) нижчий за його максимальне значення (рис. 6, а, б). Часовий розмір даної області  $T_{\text{еф}}$  визначається проміжком часу, протягом якого вихори перебувають в ній;  $\omega_{\text{еф}} = 2\pi/T_{\text{еф}}$  – характерна частота випромінюваного сигналу. В процесі вихрової взаємодії ДН звукового поля обертається, тому звукове поле досліджувалось з урахуванням його обертання, тобто на опорній пелюстці ДН. Аналіз показав, що уздовж траєкторії набіжної та відбитої вихрових пар завжди орієнтована пелюстка ДН. Оберт вихрової системи в процесі взаємодії описується кутовою координатою вихора  $\mathcal{Z}$  ( $\Gamma_3 = -\Gamma$ ). Вихрова система і генероване звукове поле можуть обертатися як в однаковому, так і в протилежних напрямках. Отримано співвідношення, що встановлюють зв'язок між повним обертом вихрової системи та повним обертом генерованого звукового поля для випадків прямої та обмінної взаємодії: повний оберт вихрової системи  $\Delta\theta_3$  відрізняється від повного оберту ДН  $\Delta\theta_{\text{д}}$  на число, кратне  $180^\circ$ . З'ясовано, що пряма і обмінна взаємодії як джерела гідродинамічного звуку подібні між собою.

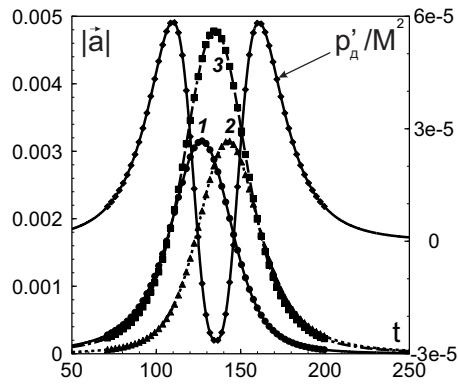
На рис. 6 зображено випадок обмінної вихрової взаємодії: характерні для даного типу вихрового руху траєкторії вихорів (рис. 6, а); часові залежності флуктуацій тиску на пелюстці ДН  $p'_{\text{д}}(t)$ , кута оберту ДН  $\theta_{\text{д}}(t)$ , кута оберту вихрової системи  $\theta_3(t)$  (рис. 6, б); часові залежності модулів прискорень вихорів  $|\vec{a}_k(t)|$ ,  $k = 1, 2, 3$ , і флуктуацій тиску на позитивній пелюстці ДН (рис. 6, в). Цей випадок цікавий тим, що ДН і вихрова система обертаються в протилежних напрямках:  $\Delta\theta_{\text{д}} = \Delta\theta_3 - 180^\circ$ ; в процесі взаємодії відбувається зміна знаку фази звукового тиску на опорній пелюстці ДН (рис. 6, б). Відзначимо характерну особливість для вихрової взаємодії взагалі: екстремуми імпульсу звукового тиску відповідають великим значенням часових похідних прискорень вихорів (рис. 6, в). Граничні значення  $b$  відповідають гармонічним звуковим коливанням, обумовленим обертанням навколо центру завихреності вихрового рівнобічного трикутника ( $b = -1$ ) та обертанням вихрового відрізка ( $b = 3.41 \dots$ ); дуже низькому рівню звукового поля ( $p'/M^2 = O(10^{-14})$ ) при русі вихорів уздовж паралельних прямих ( $b = -0.5$ : обмін). У **параграфі 3.4** досліджується звукове поле, генероване при взаємному захопленні трьох точкових вихорів з інтенсивностями  $\Gamma_1 = \Gamma_2 = -\Gamma_3 = \Gamma$ :  $L=0$ ,  $l=1$ ,  $-1.5 < b < -1.0$  (рис. 4, б). В випадку взаємного захоплення для полярних координат точкових вихорів виконуються співвідношення (W. Gröbli, 1877 р.):  $\rho_k(\tau + nT_{\text{ВЗ}}) = \rho_k(\tau)$ ;  $\theta_k(\tau + nT_{\text{ВЗ}}) = \theta_k(\tau) + n\Theta_{\text{ВЗ}}$ , де  $\Theta_{\text{ВЗ}}$ ,  $T_{\text{ВЗ}}$  – кутовий та часовий періоди взаємодії;  $n$  – ціле, тобто вихрова система за проміжок часу



a



б



в

Рисунок 6

$T_{ВЗ}$  обертається проти годинникової стрілки на угол  $\Theta_{ВЗ}$ .  $\omega_{ВЗ} = \Theta_{ВЗ}/T_{ВЗ}$  – кутова швидкість обертання вихорів як єдиного цілого відносно центру завихрености;  $\omega_0 = 2\pi/T_{ВЗ}$  – основна частота вихрової взаємодії в системі координат, що обертається з кутовою швидкістю  $\omega_{ВЗ}$  (рис. 7, а – траєкторії вихорів). Параметри, які характеризують взаємне захоплення, досліджено в *Додатку Е*. Часові залежності координат вихорів при взаємному захопленні описуються дискретними спектральними компонентами ( $n\omega_0 \pm \omega_{ВЗ}$ ). Флуктуації звукового тиску  $p'_\theta(t)$  в напрямку спостереження  $\theta = \text{const}$  в загальному випадку параметра  $b$  є неперіодичною функцією часу  $t$  з дискретним набором частот ( $2n\omega_0 \pm 2\omega_{ВЗ}$ ), ( $2n\omega_0$ ) (рис. 7, б). На рис. 7, в зображено амплітудний спектр сигналу  $p'_\theta(t)$ : найвищі рівні відповідають спектральним компонентам сумарних частот  $2n\omega_0 + 2\omega_{ВЗ}$ . На рис. 7, б також представлені флуктуації звукового тиску на осі (негативної) пелюстки ДН  $p'_d(t)$ . У загальному випадку параметра  $b$   $p'_d(t)$  є періодичною функцією часу  $t$  з періодом  $T_{ВЗ}/2$  та дискретним набором частот ( $2n\omega_0$ ). Відзначимо, що в околі моментів часу  $mT_{ВЗ}/2$  спостерігаються сплески флуктуацій звукового тиску в фіксованому напрямку  $p'_\theta(t)$  та тиску на осі пелюстки  $p'_d(t)$  (рис. 7, б), що обумовлено великими значеннями часових похідних від прискорень вихорів в околі моментів часу  $mT_{ВЗ}/2$  (рис. 7, в). Вихрова система та ДН обертаються в однаковому, позитивно-



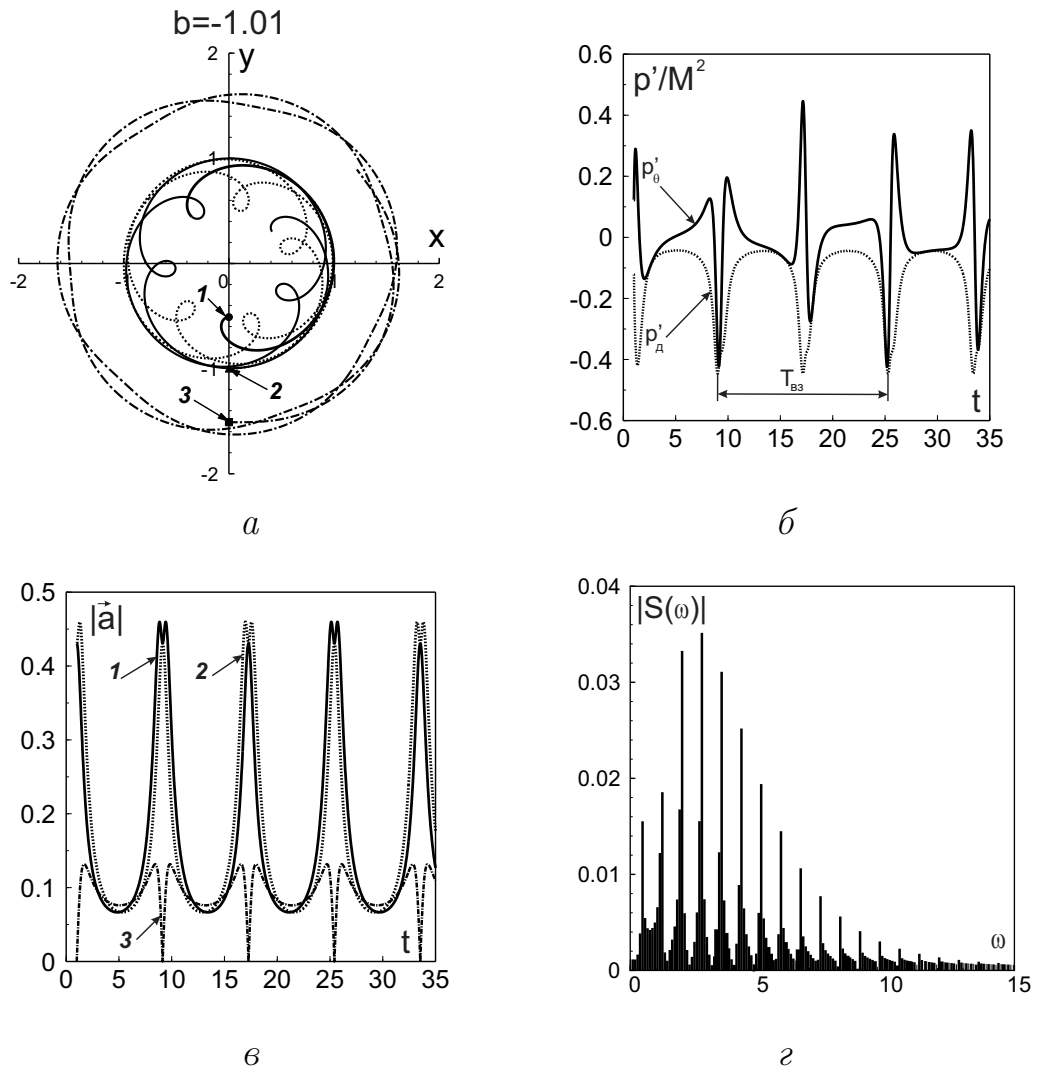


Рисунок 7

му, напрямку. Зв'язок між повним обертом вихрової системи та обертом її ДН за часовий період  $T_{B3}$  для всіх значень параметра  $b$ :  $\Delta\theta_d = \Theta_{B3} + 360^\circ$ . Відзначимо, що рівні генерованого звукового поля в випадку взаємного захоплення на кілька порядків вищі за рівні генерованого звукового поля при прямій та обмінній взаємодії, що обумовлено більшими значеннями кінетичної енергії, притаманної для взаємного захоплення в порівнянні з прямою/обмінною взаємодіями (пор., рис. 6, б та рис. 7, в). У **параграфі 3.5** було показано, що характерна частота низькочастотної смуги спектра звукового поля визначається областю ефективної вихрової взаємодії для великомасштабних рухів, а високочастотна смуга в основному формується частотами деформації еліпсів та подвійними частотами їхнього обертання.

Акустичний критерій, що вказує на можливість заміни великомасштабних рухів розподілених вихорів еквівалентною системою точкових вихорів, сформулюємо таким чином: необхідно, щоб спектр звуку, генерованого вихровими плямами, був чітко розділений на смуги; розміри низькочастотної смуги спектра плям та спектра точок мають бути близькими, при цьому ваги енергоємних частот цієї смуги для порівнюваних систем можуть відрізнятися. Моделювання вихрових плям то-

чками при побудові звукового джерела суттєвим чином занижує очікуваний рівень звукового поля. У **параграфі 3.6** було показано, що при зростанні кількості вихорів, які взаємодіють між собою, частотний спектр генерованого звукового поля розширюється, а його щільність зростає.

## ВИСНОВКИ

У дисертації встановлено зв'язки між динамічними та акустичними характеристиками течій, сформованих кількома когерентними вихорами. Основні результати дисертаційної роботи:

1. В межах MZS-моделі першого та другого порядків при дослідженні динаміки декількох когерентних вихрових структур отримано наступні результати:

- визначено межі застосування MZS-моделі другого порядку: модель описує лише пружні вихрові взаємодії та окреслює особливості непружної вихрової взаємодії; на прикладі двох вихорів Kirchhoff обчислена гранична крива, що розділяє пружну та непружну вихрові взаємодії; дані узгоджуються з результатами, отриманими методом контурної динаміки, з задовільною точністю;

- на прикладі двох вихорів Kirchhoff сформульовано динамічний критерій, що дозволяє описувати великомасштабні вихрові рухи плям точковими вихорами; його сутність: побудовано чотири коефіцієнти, що описують різницю в динаміці двох вихорів Kirchhoff та системи точкових вихорів; в якості критерію визначено значення найбільшого з цих коефіцієнтів, нижче якого великомасштабні рухи плям можна коректно описувати точковими вихорами;

- досліджено особливості взаємодії трьох точкових вихорів різних знаків; знайдено аналітичні вирази для власних частот взаємодії в випадку їхнього взаємного захоплення; відзначено, що тип взаємодії великомасштабних рухів плям залежності від їхніх розмірів може відрізнитися від типу взаємодії точкових вихорів.

2. Результати щодо звукових полів, розрахованих в межах акустичної аналогії Lighthill, в випадку пружної взаємодії декількох вихорів Kirchhoff наступні:

- для випадку взаємодії трьох точкових вихорів знайдено кількісні зв'язки між обертанням діаграми напрямленості та обертанням вихрової системи; виявлено, що напрямки обертання звукового поля та вихрової системи можуть як співпадати, так і бути протилежними; в випадку взаємного захоплення точкових вихорів побудовано аналітичні вирази для частот звукового спектру;

- показано, що максимальні значення звукового поля пов'язані з великими значеннями часових похідних прискорень вихорів;

- визначено просторову область ефективної вихрової взаємодії для великомасштабних рухів плям: протягом її часового розміру випромінюється більша частина звукової енергії, що обумовлена рухами центрів завихреності плям;

- показано, що характерна частота низькочастотної смуги спектра звукового поля визначається областю ефективної вихрової взаємодії для великомасштабних рухів, а високочастотна смуга в основному формується частотами деформації еліпсів

та подвійними частотами їхнього обертання;

- відзначено, що сингулярна модель точкових вихорів в ряді ситуацій задовільно моделює взаємодію розподілених вихорів, але не може використовуватися при дослідженні генерованих вихорами звукових полів.

3. Побудовано акустичний критерій, що оцінює можливість заміни великомасштабних вихрових рухів плям точковими вихорами; показано, що характер звукового спектра визначає ступінь активності взаємодії вихорів в течії.

4. Прийнята в теперішній час концепція, яка стверджує, що звук породжується вихровою взаємодією в потоці, підтверджена чисельними експериментами; показано, що при зростанні кількості вихорів, які взаємодіють між собою, частотний спектр генерованого звукового поля розширюється, а його щільність зростає.

## СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

**Наукові роботи здобувача, в яких відображені основні результати дисертаційної роботи:**

1. Мелешко В. В., Коновалюк Т. П. Взаимодействие вихревой пары с точечным вихрем в безграничной идеальной жидкости. *Доклады АН УССР. Сер. А. Физ.-мат. и техн. науки.* 1988. № 7. С. 43-47.
2. Коновалюк Т. П. Классификация взаимодействия вихревой пары с точечным вихрем в идеальной жидкости. *Гидромеханика.* 1990. Т. 62. С. 64-71. (Переклад: Konovalyuk T. P. Classification of interactions of a vortex pair with a point vortex in an ideal fluid. *Fluid Mech.-Soviet Research.* 1992. Vol. 21, No. 1. P. 113-122.
3. Meleshko V. V., Konstantinov M. Yu., Gurzhi A. A., Konovaljuk T. P. Chaotic advection of fluid particles in a field of point vortices and vortex rings. *Phys. Fluids.* 1991. Vol. A3, No. 5. P. 1462.
4. Meleshko V. V., Gurzhi A. A., Konovaljuk T. P. Mixing during point vortex interactions: scattering, collapse, merging: Proceedings of the conf. EUROTERM SEMINAR 39 on the Heat Transfer Enhancement by Lagrangian Chaos and Turbulence, ISITEM, Nantes, 1994. P. 21.
5. Meleshko V. V., Konstantinov M. Yu., Gurzhi A. A., Konovaljuk T. P. Advection of a vortex pair atmosphere in a velocity field of point vortices. *Phys. Fluids.* 1992. Vol. A4, No. 12. P. 2779-2795.
6. Коновалюк Т. П., Мелешко В. В. Излучение звука системой точечных вихрей. *Прикладная гидромеханика.* 1996. Т. 70. С. 41-52.
7. Коновалюк Т. П. Адвекция частиц жидкости в поле скорости плоских вихрей при их слиянии. *Регулярная и хаотическая динамика.* 1996. Т. 1. С. 72-86.
8. Коновалюк Т. П. Взаимодействие эллиптических вихрей. *Прикладная гидромеханика.* 2005. Т. 7, №2. С. 44-53.
9. Коновалюк Т. П. Особенности структуры звукового поля при взаимодействии точечных вихрей. *Акустичний вісник.* 2012. Т. 15, № 1. С. 38-58.
10. Вовк І.В., Коновалюк Т.П. Особливості динаміки звукового поля при взаємо-

дії точкових вихорів. *Вісник КГУ. Сер. Фіз.-мат. науки.* 2013. Вип.3. С.98-101.

11. Коновалюк Т. П. Особенности звуковых полей при взаимодействии трех точечных вихрей: взаимный захват: збірник праць акустичного симп. КОНСОНАНС, Київ, 2013. С. 120-125.

12. Коновалюк Т. П. Критерії для апроксимції розподілених вихрових структур точковими вихорами, що базуються на акустичних характеристиках. *Вісник КГУ. Сер. Фіз.-мат. науки.* 2016. Вип. 4. С. 47-52.

## АНОТАЦІЯ

**Коновалюк Т.П. Звукові поля, генеровані когерентними вихровими структурами, які взаємодіють.** - Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису. Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук (доктора філософії) за спеціальністю 01.04.06 – АКУСТИКА. Інститут гідромеханіки НАН України, Київ, 2018.

Дисертація присвячена дослідженню взаємодії когерентних вихрових структур та звукового поля як результату такої взаємодії. Вихрова поведінка в ідеальній нестисливій безмежній рідині описується в межах моментної моделі вихрової взаємодії другого порядку. Звукові поля моделюються в межах акустичної аналогії Lighthill. Досліджено взаємодію двох початкових вихорів Rankine різного розміру, зокрема, сформульовано динамічний критерій, який дає можливість замінювати великомасштабні рухи вихорів еквівалентними вихровими точками. Досліджено можливі типи взаємодії трьох точкових вихорів та вихрових плям з інтенсивностями різних знаків. Розраховано звукове поле при пружній взаємодії двох вихорів Kirchhoff. Знайдено кількісні зв'язки між обертом системи трьох точкових вихорів та обертом діаграми напрямленості генерованого звукового поля. Оцінені характерні частоти низькочастотної та високочастотної смуг звукового поля від вихрових плям. Сформульовано акустичний критерій, який дозволяє оцінити можливість заміни великомасштабних вихрових рухів розподілених вихорів їхніми точковими аналогами. Відзначено, що модель точкових вихорів не може бути використана при дослідженні генерованих вихорами звукових полів.

**Ключові слова:** когерентний вихор, точковий вихор, вихор Kirchhoff, звуковий тиск, діаграма напрямленості.

**Коновалюк Т.П. Звуковые поля, генерируемые взаимодействующими когерентными вихревыми структурами.** - Квалификационная научная работа на правах рукописи. Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук (доктора философии) за специальностью 01.04.06 – АКУСТИКА. Институт гидромеханики НАН Украины, Киев, 2018.

Диссертация посвящена исследованию взаимодействия когерентных вихревых структур и звукового поля как результата такого взаимодействия. Вихревое поведение в идеальной несжимаемой безграничной среде описывается в рамках моментной модели вихревого взаимодействия второго порядка. Звуковые поля моделируются в рамках акустической аналогии Lighthill. Исследовано взаимодействие двух первоначальных вихрей Rankine разного размера, в частности, сформули-

рован динамический критерий, позволяющий заменять крупномасштабные движения вихрей эквивалентными вихревыми точками. Изучены возможные типы взаимодействия трех точечных вихрей и вихревых пятен с интенсивностями разных знаков. Рассчитано звуковое поле при упругом взаимодействии двух вихрей Kirchhoff. Найдены количественные связи между поворотом системы трех точечных вихрей и поворотом диаграммы направленности генерируемого звукового поля. Оценены характерные частоты низкочастотной и высокочастотной полос звукового поля от вихревых пятен. Сформулирован акустический критерий, оценивающий возможность замены крупномасштабных вихревых движений пятен их точечными аналогами. Отмечено, что модель точечных вихрей не может быть использована при исследованиях генерируемых вихрями звуковых полей.

**Ключевые слова:** когерентный вихрь, точечный вихрь, вихрь Kirchhoff, звуковое давление, диаграмма направленности.

**Konovalyuk T.P. Sound fields generated by interacting coherent vortex structures.** - Qualifying scientific work on the rights of manuscripts. Dissertation for the degree of a Candidate of Physical and Mathematical Sciences (Philosophy Doctor) in the speciality 01.04.06 – ACOUSTICS. Institute of Hydromechanics of NAS of Ukraine, Kyiv, 2018.

The real flows are formed by a large number of vortices of different scales that interact with each other. Simplifying the flow to the interaction of several coherent vortex structures allows a detailed study of their sound field and is a necessary step in establishing qualitative and quantitative relationships between the flow characteristics and the sound field generated by it.

Within the second-order moment model of vortex interaction and the Lighthill acoustic analogy (Powell formulation), the interaction of several coherent vortex structures and the sound field resulted from this interaction are calculated. In chosen model of vortex interaction, the vorticity is described by the elliptic (Kirchhoff) vortices placed in the potential medium. In absence of boundaries, the sound sources are simulated by the analogues of point quadrupoles. The two-dimensional problem is considered. It is assumed that the Mach number is much smaller than unity.

For two initial Rankine vortices of various sizes, the boundary curve separating the elastic and inelastic vortex interaction was numerically calculated. It is found that the inelastic interaction is observed for the vortices with the distance between the vorticity centers not exceeding three radii of the largest vortex. The moment model well describes the behaviour of vortices at their elastic interaction and points to the main tendencies of vortex behaviour in the domain of inelastic interaction. Computed location of the boundary curve is in agreement with the data obtained by the method of contour dynamics, with a satisfactory accuracy. On an example of two initial Rankine vortices a dynamic criterion is formulated allowing the substitution of motion of the centers of spot vorticity with the equivalent vortex points.

Possible types of interaction of three point vortices with intensities of different signs are investigated in detail, namely, the direct interaction, the exchange interaction and mutual trapping. The eigenfrequencies of vortex interaction with mutual trapping

were found. It is noted that the type of interaction of large-scale motions of the spots, depending on their size, may differ from the type of interaction of point vortices. The spatial size of region of efficient vortical interaction are estimated for large-scale vortical motions.

The sound field for elastic interaction between two Kirchhoff vortices is calculated. It is shown that the sound pressure fluctuations are the oscillations with a discrete spectrum, which width makes several dimensionless frequency units. The lower part of the spectrum is due to the large-scale vortical motions, while the higher frequencies are the result of the interaction or presence of internal degrees of freedom. With an increase in the initial distance between the centers of vorticity of the spots, the sound spectrum splits into separate bands: the most energy intensive frequency of the lower spectral band approaches the radiation frequency of the equivalent system of point vortices, while the most energy intensive frequency of the upper spectral band goes to the double rotation frequency of a single Kirchhoff vortex. The relative deviation of the most energy-intensive low-band frequency from the frequency of radiation by the system of point vortices determines the accuracy of modeling of large-scale vortex motions by the point vortices.

In the analysis of the sound field generated by the elastic interaction of the three Kirchhoff vortices and the interaction of the equivalent point vortex system, the following results were obtained. The quantitative relations between the rotation of the point vortex system and the rotation of the directivity pattern of generated sound field are derived. It is found that in the process of interaction, the sound field and the vortex system can rotate in the same or opposite directions. The frequencies of sound radiation at mutual trapping of three point vortices are obtained. The characteristic frequency of the low-frequency band of the sound field from the vortex spots is determined by time duration of the region of effective vortical interaction for large-scale motions; the main frequencies of the high-frequency band are determined by the frequencies of vortex deformation and the double frequencies of their rotation. The maximum levels of the sound field are found to correspond to the moments when time derivatives from acceleration of the vortices are large. The level of the sound field in the Kirchhoff vortices interaction is generally several orders of magnitude higher than that of the sound field radiated by point vortices; this is due to the interaction / presence of internal degrees of freedom of the vortices.

It is noted that the model of point vortices cannot be used in studying of sound generated by patches, since it substantially lowers the level of the expected sound field due to ignoring the internal degrees of freedom. In general case of a vortex system performing the elastic interaction, an acoustic criterion is formulated which estimates of the possibility of replacing of large-scale vortical motions of distributed vortices with their point counterparts: the spectrum of sound should be clearly separated into individual bands; in doing so, the low-frequency bands of mentioned vortical systems should have close widths, while their spectral scales may differ.

**Key words:** coherent vortex, point vortex, Kirchhoff vortex, sound pressure, directivity pattern.