

УДК 532.465

# КЛАССИФИКАЦИЯ РЕЖИМОВ НАКАТА ВНУТРЕННИХ УЕДИНЕННЫХ ВОЛН НА ТРАПЕЦЕИДАЛЬНЫЙ ШЕЛЬФ

К. ТЕРЛЕЦКАЯ

Институт проблем математических машин и систем НАН Украины, Киев  
03187, просп. академика Глушкова, 42  
e-mail: kterletska@gmail.com

Получено 9.12. 2015

Предложена новая классификация режимов взаимодействия внутренних уединенных волн с трапецеидальной топографией для двухслойной стратифицированной жидкости. Построены новые трехмерные зависимости, определяющие режимы взаимодействия внутренних уединенных волн с трапецеидальной топографией в пространстве параметров  $\alpha$ ,  $B$ ,  $\gamma$  (здесь  $\alpha$  – безразмерная амплитуда волны, нормализованная на толщину верхнего слоя ( $\alpha > 0$ ),  $B$  является параметром блокировки, который равен отношению высоты нижнего слоя над шельфом к амплитуде набегающей волны, а  $\gamma$  является параметром, обратным наклону склона ( $\gamma > 0.01$ )).

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** уединенные внутренние волны, взаимодействие волн с топографией

Запропоновано нову класифікацію режимів взаємодії внутрішніх усамітнених хвиль з трапецеїдальною топографією для двошарової стратифікованої рідини. Побудовано нові тривимірні залежності режимів взаємодії внутрішніх усамітнених хвиль з трапецеїдальною топографією в просторі трьох параметрів  $\alpha$ ,  $B$ ,  $\gamma$  (тут  $\alpha$  – безрозмірна амплітуда хвилі, нормалізована на товщину верхнього шару ( $\alpha > 0$ ),  $B$  є параметром блокування, який дорівнює відношенню висоти нижнього шару над шельфом до амплітуди хвилі, що набігає, а  $\gamma$  є параметром, оберненим нахилу схилу ( $\gamma > 0.01$ )).

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** усамітнені внутрішні хвилі, взаємодія хвиль з топографією

A new classification of regimes of internal solitary wave interaction with a shelf-slope topography for two-layer fluid is proposed. A new three-dimensional relations of regimes of internal solitary wave interaction with a shelf-slope topography in the space of three parameters  $\alpha$ ,  $B$ ,  $\gamma$  are introduced. Where  $\alpha$  – is a non dimensional amplitude normalized on the thermocline thickness ( $\alpha > 0$ ),  $B$  – is the blocking parameter that is the ratio of the height of the bottom layer over the shelf to the amplitude of the incident wave and  $\gamma$  is the parameter inverse to the slope inclination ( $\gamma > 0.01$ ).

**KEY WORDS:** internal solitary waves, wave interaction with a topography

## ВВЕДЕНИЕ

Внутренние волны – важное физическое явление на континентальном шельфе. Они оказывают большое влияние на процессы вертикального и горизонтального обмена температуры и солености, а их обрушение на склоне приводит к диссипации энергии и перемешиванию. Внутренние волны могут взмучивать седименты посредством бортов, которые возникают в результате взаимодействия внутренних приливов с материковым склоном [1] или посредством неустойчивости, порождаемой сильными течениями под внутренними волнами [2]. Как следствие, они могут играть важную роль в формировании шельфа, перенося седименты как вверх по склону, так и вниз [3]. Внутренние волны в стратифицированном океане существуют в различных формах и могут трансформироваться и разрушаться различными способами. Механизмами обрушения внутренних волн на склоне могут быть: неустойчивость придонного пограничного слоя, сдвиговая неустойчивость, а также "переворот" волн при накате. В результате наката волн

на шельфе могут возникать волны с "захваченным ядром" [4, 5]. Такие волны способны переносить массу на большие расстояния и являются важным объектом исследования в современной океанологии. Теоретические, численные и лабораторные исследования в значительной степени сосредоточены на простой геометрии, в то время как течения в океане намного сложнее из-за сложной геометрии и непрерывной стратификации. Внутренние волны наиболее полно изучены для случая двухслойной жидкости. Такая упрощенная модель хорошо описывает стратификацию в большинстве водоемов, для которых характерно наличие приповерхностного слоя более легкой, пресной и прогретой жидкости и нижнего слоя более тяжелой, соленой и холодной воды. В этом случае возможно существование только первой бароклинной моды, характеризующейся синфазными колебаниями в верхнем и нижнем слоях. Именно внутренние волны этого типа преобладают в устойчиво стратифицированном океане.

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Стратифицированные океаны и озера с тонким относительно полной глубины водоема  $H$  поверхностным слоем  $h_1$  могут быть аппроксимированы двухслойной системой, состоящей из слоя  $h_1$  с плотностью  $\rho_1$ , находящегося поверх слоя  $h_2$  с плотностью  $\rho_2$ , где  $H = h_1 + h_2$  (рис. 1). В зависимости от расположения пикноклина относительно дна и поверхности, внутренние волны первой моды бывают двух типов - волны повышения (пикноклин ближе ко дну,  $h_1 > h_2$ ) и волны понижения (пикноклин ближе к поверхности,  $h_1 < h_2$ ). В данном исследовании будем рассматривать волны второго типа с амплитудой  $a_i$ . Континентальный шельф (рис. 1 *а, б*) – это мелкая область подводной окраины с небольшим уклоном, находящаяся между берегом моря или океана и так называемой бровкой, резким перегибом поверхности морского дна (глубина которой обычно составляет 100 – 200 метров). Далее материковый склон с углом наклона от 2 до 4 градусов переходит в ложе океана.

Накат внутренних уединенных волн на наклонный шельф в двухслойной жидкости рассматривался в экспериментальных работах [6–11]. В работах [12–15] обрушение волн изучалось с помощью численного моделирования.

Волны произвольной амплитуды первой бароклинной моды при условии невозмущенной свободной поверхности, исключая эффекты вращения Земли, могут быть описаны решениями уравнения Дюбрель-Жакотен [16]. Однако в большинстве работ для описания эволюции уединенных волн малой амплитуды, распространяющихся в двуслойной жидкости, используется теория Кортевега-де Вриза (КдВ) [17]:

$$\begin{aligned} \eta_t + c_0 \eta_x + \alpha_{KdV} \eta \eta_x + \beta_{KdV} \eta_{xxx} &= 0, \\ \alpha_{KdV} &= \frac{3c_0}{2} \frac{h_1 - h_2}{h_1 h_2}, \\ \beta_{KdV} &= \frac{c_0}{6} h_1 h_2, \\ c_0 &= \sqrt{g' \frac{h_1 h_2}{h_1 + h_2}}. \end{aligned} \quad (1)$$

Данные уравнения получены путем применения методов теории возмущений к гидродинамическим уравнениям для идеальной жидкости в приближении Буссинеска, при условии, что волны являются длинными в сравнении с глубиной одного из слоев. В уравнениях (1)  $\eta$  – вертикальное смещение пикноклина;  $c_0$  – линейная скорость длинных волн в приближении Буссинеска;  $g' = g(\rho_2 - \rho_1)/\rho_1$ .

В более общем случае, когда на амплитуду не накладываются условия малости, уединенные

волны описываются теорией Мияты-Чоя-Камассы [18]. Амплитуда этих уединенных волн ограничена значением

$$a_{max} = \frac{h_1 - h_2}{2}. \quad (2)$$

В работе ставится задача описать взаимодействие уединенной волны с континентальным склоном в случае упрощенной (двухслойной) стратификации и трапецеидального дна и классифицировать типы взаимодействия в зависимости от угла наклона шельфа, амплитуды волны, стратификации и глубины шельфа. Оценить потери энергии при накате внутренних волн на континентальный шельф и составить карту областей, где диссипация энергии на континентальном шельфе будет значительной.

## 2. СМЕНА ПОЛЯРНОСТИ ВНУТРЕННИХ ВОЛН ПРИ НАКАТЕ НА НАКЛОННОЕ ДНО

При двухслойной стратификации внутренние волны понижения могут трансформироваться в волны повышения при накате на наклонное дно в точке, в которой глубина верхнего слоя равна глубине нижнего слоя (рис. 1, *а*). Когда внутренняя волна понижения распространяется вдоль материкового склона из глубоководной области, где  $h_2 > h_1$ , в мелководную, где  $h_1 > h_2$ , она проходит положение “смены полярности”, в которой

$$h_2(x) = h_1, \quad (3)$$

и соответственно коэффициент нелинейности в уравнении КдВ (1)  $\alpha_{KdV} = 0$ . Смена полярности внутренней волны при накате на шельф может проявляться на спутниковых снимках, на которых видны поверхностные проявления цугов внутренних волн. Внутренние волны понижения на спутниковых снимках идентифицируются как светлые полосы впереди темных полос, и наоборот, волны повышения визуализируются как темные полосы впереди светлых. Таким образом, смена характера следования полос от светлой впереди темной к темной впереди светлой демонстрирует явление смены полярности в направлении распространения волны из глубоководной части океана на шельф. Такого рода явление было недавно зафиксировано в работах [19–21] в северной части Южно-Китайского моря. Топография этой области состоит из двух хребтов на востоке, на которых под действием приливов генерируются внутренние волны больших амплитуд. А на западе Южно-Китайское море имеет трапецеидальный

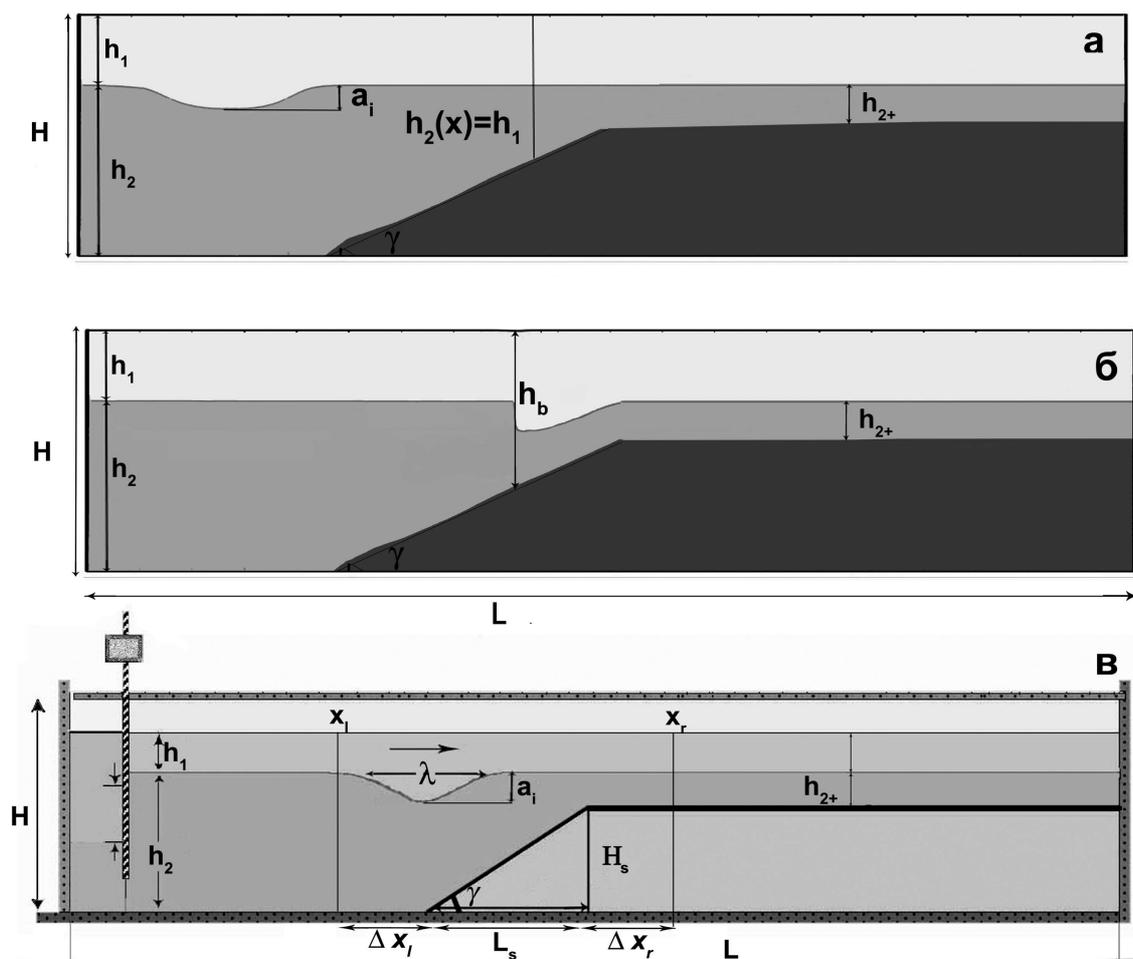


Рис. 1. Внутренние волны у материкового склона (схема);  
 а – точка смены полярности, в которой  $h_2(x) = h_1$ ; б – глубина  $h_b$ , на которой волна обрушается; в – схема численного лотка

шельф, на котором и происходит трансформация внутренних уединенных волн.

$$\bar{a} = \frac{a_i}{h_b - h_1} = \frac{0.8}{\gamma} + 0.4 \quad (4)$$

### 3. ОБРУШЕНИЕ ВНУТРЕННИХ ВОЛН ПРИ НАКАТЕ НА НАКЛОННОЕ ДНО

В работе [15] проводилось численное моделирование наката внутренних волн на шельф для трех различных типов стратификации, аналогичной наблюдаемым профилям плотности в Андамском море. Было показано, что кроме угла наклона склона на характер взаимодействия влияет еще и отношение амплитуды набегающей волны  $a_i$  к отношению  $h_b - h_1$  (рис. 1, б). В результате моделирования трех серий численных экспериментов с различными стратификациями в работе [15] был предложен критерий обрушения:

где  $\gamma$  – угол наклона дна;  $h_b$  – глубина, на которой происходит обрушение (рис. 1, б). Моделирование в [15] проводилось для углов наклона  $\gamma \in (0.52^\circ, 21.8^\circ)$ . Критерий (4) разделяет области параметров  $\bar{a}$  и  $\gamma$ , где происходит обрушение (над кривой) и где волна проходит на шельф без обрушения (рис. 2, а). Результаты моделирования не зависели существенно от угла наклона  $\gamma$ . В связи с этим, для случая непрерывной стратификации можно отметить слабую зависимость обрушения волны от угла наклона дна для  $\gamma > 5^\circ$  и сильную зависимость при  $\gamma < 5^\circ$  (в случае пологих склонов). Причина такой сильной зависимости в дисперсии. В набегающей волне, описываемой в рамках уравнения КдВ (1), нелинейность

и дисперсия компенсируют друг друга, и волна распространяется в водоеме постоянной глубины как уединенная волна постоянной формы. Этот баланс нарушается при распространении волны вдоль склона и профиль волны начинает трансформироваться. Если уклон крутой и зона трансформации волны короткая,  $\gamma > 5^\circ$ , то преобладают нелинейные эффекты и волна обрушается. Если же уклон пологий, то в этом случае доминирует дисперсия, и волна распадается на вторичные волны и генерируются дисперсионные хвосты.

Критерию обрушения (4) удовлетворяют данные натурных измерений на континентальном шельфе возле Хантингтон-Бич (Калифорния) [22] и наблюдения на шельфе Орегона [23].

Кривая (4) из [15] вместе с характеристиками волн, при которых происходило обрушение в натурных измерениях на шельфе возле Хантингтон-Бич [22] и на шельфе Орегона [23], показаны на рис. 2, а.

В работе [11] рассматривались лабораторные эксперименты по трансформации волн понижения, которые проходят через точку смены полярности в двухслойной жидкости. В данной работе амплитуда набегающей волны нормировалась не на величину  $h_b - h_1$ , как в (4), а на глубину нижнего слоя над ступенькой  $h_{2+}$  (рис. 1) и  $\tilde{a} = \frac{a_i}{h_{2+}}$ .

В [11] показано, что для  $\tilde{a} < 0.3$  набегающая волна приходит на шельф без обрушения, а для значений  $\tilde{a} > 0.4$  происходит обрушение (рис. 2, б). В недавних работах [10–12] проводились серии численных экспериментов, в которых изучалось влияние уклонов на эволюцию и изменения формы профилей при прохождении трапецеидального препятствия. По результатам численных и лабораторных экспериментов [11]–[12] была построена аналогичная (4) зависимость для  $\tilde{a}$ :

$$\tilde{a} = \frac{a_i}{h_{2+}} = \frac{0.1}{\gamma} + 0.3. \quad (5)$$

Предложенная автором кривая обрушения (5) изображена на рис. 2, б сплошной линией вместе с результатами численных и лабораторных экспериментов.

В работе [13] рассматривался лоток, заполненный двухслойной жидкостью, который изначально отклонялся от горизонтального положения для создания начальной внутренней сейши. При значительном отклонении лотка генерировалась внутренняя сейша, которая укручалась, формируя цуг солитонов, который набегаёт на уклон ( $\text{tg } \gamma = 0.1, 0.15$ ), находящийся на другой стороне лотка. Критерий обрушения, а именно зависимость нор-

мированной амплитуды  $\bar{a}$  от отношения длины волны и длины уклона  $\frac{\lambda}{L_s}$ , полученный в [13], имеет вид:

$$\bar{a} = \frac{a_i}{h_b - h_1} = \frac{0.14}{\left(\frac{\lambda}{L_s}\right)^{0.52}} - 0.03. \quad (6)$$

В работе [14] проводились численные эксперименты, в которых угол уклона изменялся в пределах  $\gamma \in (0.6^\circ, 17^\circ)$ , и они включали в себя воспроизведение лабораторных экспериментов [7]. Критерий обрушения, полученный для этих расчетов, имеет вид:

$$\bar{a} = \frac{a_i}{h_b - h_1} = \frac{0.4}{\left(\frac{\lambda}{L_s}\right)^{0.28}} + 0.13. \quad (7)$$

#### 4. СХЕМА РЕЖИМОВ НАКАТА ВНУТРЕННИХ УЕДИНЕННЫХ ВОЛН НА НАКЛОННОЕ ДНО

Два механизма важны во время наката волны на наклонное дно: опрокидывание волны вследствие нелинейного укручения профиля волны и смена полярности волны понижения при переходе через точку  $h_1 = h_2$ . Основываясь на этом, предлагается описание режимов взаимодействия посредством трех параметров  $\alpha$ ,  $B$ ,  $\gamma$ .

1.  $\alpha$  – **безразмерная амплитуда волны**. Она является важным безразмерным параметром, характеризующим нелинейность волны:

$$\alpha = \frac{a_i}{h_1}. \quad (8)$$

В переменных  $\frac{a_i}{h_1}$  и  $\frac{h_1}{H}$  критерий максимальной амплитуды (2) имеет вид:

$$\alpha < \frac{0.5}{\frac{h_1}{H}} - 1. \quad (9)$$

Это соотношение определяет геометрические параметры существования уединенных внутренних волн. На рис. 3 показано соотношение (9) и характеристики волн, полученные из наблюдений, собранных в работе [14]. Как видно из рис. 3, параметр  $\alpha$  для большинства волн, наблюдаемых на шельфе, изменяется в пределах [0.2 – 3].

2.  $B$  – **Параметр блокировки**. Он определяет степень взаимодействия волн с подводными препятствиями и равен отношению высоты нижнего

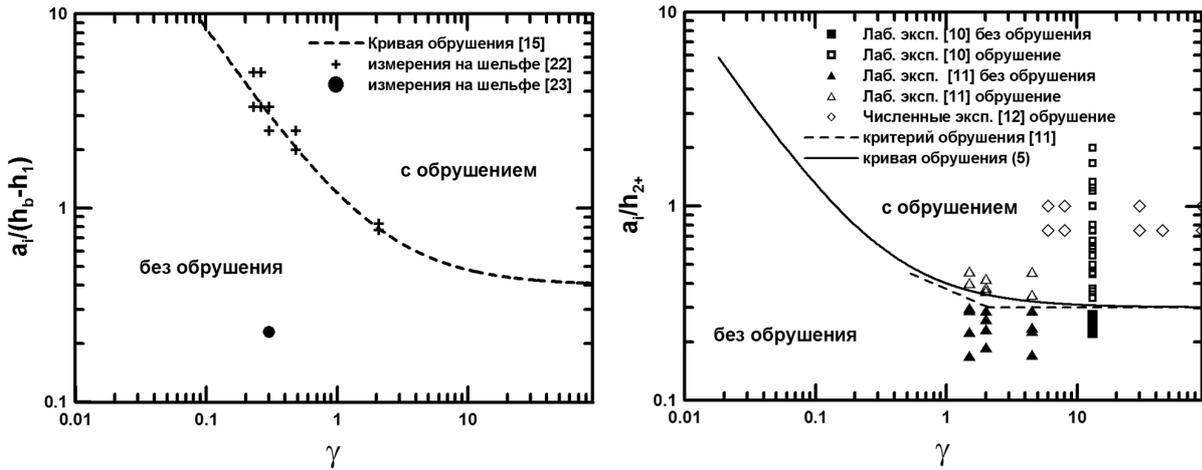


Рис. 2. Графики: *a* – критерий обрушения (4) из [15] и данные натуральных измерений (приведены характеристики волн при которых происходило обрушение) [22]; *b* – результаты лабораторных [10], [11] и численных [12] экспериментов и критерий обрушения (5)

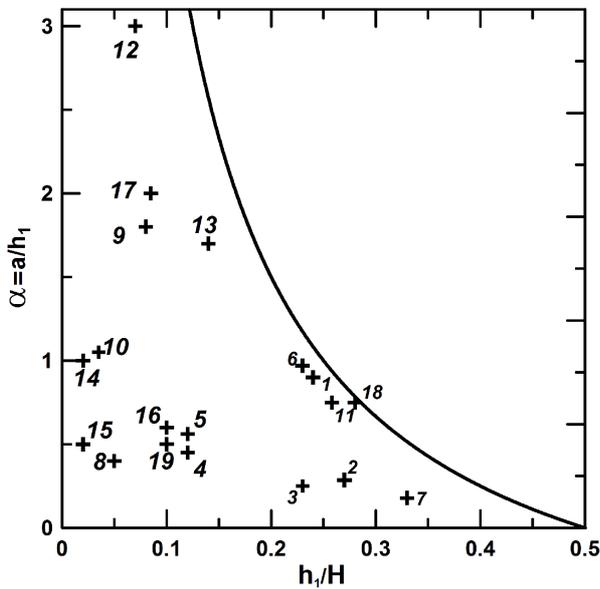


Рис. 3. Кривая выражения (9) и характеристики волн, полученные из наблюдений: 1 – озеро Бива [13], 2 – озеро Пусиано [13], 3 – озеро Лох Несс [13], 4, 5 – озеро Бабин [13], 6 – озеро Сенека [13], 7 – озеро Кутеней [13], 8 – море Сулу [13], 9 – залив Массачусетс [13], 10 – пролив Гибралтар [13], 11 – Боденское озеро [13], 12 – шельф Орегона [13], 13 – устье реки Св. Лаврентия [13], 14, 15 – Бискайский залив [28], 16 – Андаманское море [29], 17 – Кельтское море [30], 18 – Южно-Китайское море [31], 19 – Японское море [33]

слоя над шельфом  $h_{2+}$  к амплитуде набегающей волны  $a_i$ :

$$B = \frac{h_{2+}}{a_i}. \quad (10)$$

Данный параметр был представлен в работе [24], где изучалось взаимодействие внутренних уединенных волн как повышения, так и понижения с подводной ступенькой.

### 3. $\gamma$ – Параметр, обратный углу наклона материкового склона.

Перейдем теперь к построению трехмерных областей, соответствующих разным режимам взаимодействия внутренних волн с трапецидальным шельфом.

В переменных  $\alpha$ ,  $B$ ,  $\gamma$  критерий обрушения (5) будет иметь вид:

$$B = \frac{1}{\frac{0.1}{\gamma} + 0.3}. \quad (11)$$

Поверхность (11) разделяет пространство значений  $\alpha$ ,  $B$ ,  $\gamma$  на две области (рис. 4). Область параметров, в которой возникает обрушение (ниже (11)), и области над данной поверхностью, в которой обрушения не происходит. Условие смены полярности волны на шельфе  $h_1 = h_{2+}$  в переменных  $\alpha$ ,  $B$ ,  $\gamma$ , учитывая соотношения (8) и (10), трансформируется в условие:

$$B = \frac{1}{\alpha}. \quad (12)$$

Для значений, лежащих выше поверхности (12), волны на шельфе меняют полярность и трансформируются в волны повышения, а значения, которые соответствуют области под поверхностью (12),

соответствуют накату без смены полярности. Построим поверхности (11) и (12) в системе координат  $\alpha$ ,  $B$ ,  $\gamma$ . Трехмерная диаграмма режимов взаимодействия внутренних волн с наклонным дном показана на рис. 4. Две поверхности (11) и (12) пересекаются и делят пространство на четыре области.

**Область 1.** Находится выше обеих поверхностей (11) и (12) и соответствует режиму взаимодействия, когда волны не обрушаются и не меняют полярность на шельфе.

**Область 2.** Выше поверхности обрушения (11), но ниже поверхности смены полярности (12). В данном случае происходит обрушение, но без смены полярности волны.

**Область 3.** Выше поверхности смены полярности (11), но ниже поверхности обрушения (12). В данном случае происходит смена полярности волны, и внутренняя волна понижения трансформируется в волну повышения на шельфе, и при этом не обрушается.

**Область 4.** Ниже поверхностей смены полярности (11) и обрушения (12). В данном случае происходит смена полярности волны, волна обрушается.

## 5. ЧИСЛЕННЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ

Для моделирования взаимодействия внутренних уединенных волн с трапецидальной топографией в рамках двухслойной стратифицированной жидкости в настоящей работе используются гидродинамическая негидростатическая численная модель со свободной поверхностью NH-РОМ [25]. Эта модель основана на численном решении уравнений гидродинамики для вязкой несжимаемой жидкости в приближении Буссинеска. Особенностью численного алгоритма решения уравнений есть расщепление трехмерных полей скорости и давления на гидростатическую и негидростатическую составляющие. Решение задачи разбивается на две составляющие задачи. В первой находится двумерная баротропная составляющая движения, затем решается задача для возвышения уровня и осредненных по глубине скоростей. Во второй находится негидростатическая компонента давления из трехмерной задачи для нахождения скорости и давления из уравнения Пуассона. Для решения уравнения Пуассона используется метод сопряженных градиентов. Детально модель описана в [25, 26]. Схема численного лотка, заполненного двухслойной стратификацией с трапецидальной топографией, показана на рис. 1, в. Длина лотка задавалась равной  $L = 46$  м, а глубина

$H = 0.46$  м. В рамках данной работы стратификация для всех экспериментов оставалась одинаковой, а высота ступеньки, начальная амплитуда уединенной волны  $a_i$  варьировались. Значения амплитуд волн  $a_i$  и параметров  $\alpha$ ,  $B$ ,  $\gamma$  приведены в таблице 1. В рамках моделирования было проведено 36 численных экспериментов: три серии для различных амплитуд  $\alpha = 1.5$  – сильно нелинейные волны,  $\alpha = 1$  – волны умеренной амплитуды,  $\alpha = 0.25$  – слабо нелинейные волны. Профиль вертикальной плотности задавался в виде двух слоев: верхнего  $h_1 = 0.08$  м и нижнего  $h_2 = 0.38$  м с плотностями  $\rho_1 = 1000$  кг/м<sup>3</sup>,  $\rho_2 = 1020$  кг/м<sup>3</sup> соответственно.

На рис. 5 показаны сечения трехмерной диаграммы режимов для трех разных значений  $\alpha = 0.25, 1, 1.5$ , которые соответствуют проведенным сериям численных экспериментов. В каждом сечении обозначены границы режимов и точки, соответствующие экспериментам. Для слабо-нелинейных волн при  $\alpha = 0.25$  область 2 (обрушение без смены полярности волны) отсутствует, а при увеличении амплитуды при  $\alpha = 1$  область 3 (смена полярности без обрушения) уменьшается, и существует при очень малых углах  $\gamma$ , а для больших  $\alpha$ , ( $\alpha = 1.5$ ) перестает существовать.

Рассмотрим результаты численного моделирования, приведенные на рис. 6. Показаны временные фреймы эволюции поля плотности для четырех численных экспериментов, которые соответствуют четырем типам взаимодействия.

При взаимодействии внутренних волн с шельфом в области 1 профиль набегающей волны незначительно трансформируется. Пример такого взаимодействия для параметров  $\alpha = 1.5$ ,  $B = 1.5$ ,  $\gamma = 0.5^\circ$  приведен на рис. 6, а.

Область 2 существует только для внутренних волн с  $\alpha > 0.3$ , а параметр блокировки для этой области  $B < 3.3$ . Пример такого взаимодействия для параметров  $\alpha = 1.5$ ,  $B = 1.5$ ,  $\gamma = 0.5^\circ$  показан на рис. 6, б. В этом случае происходит интенсивное перемешивание, а также формирование на шельфе волны второй бароклинной моды.

Область 3 охватывает параметры, соответствующие слабо-нелинейным волнам. Эволюция профиля волны в этом случае иллюстрируется случаем  $\alpha = 0.25$ ,  $B = 1.5$ ,  $\gamma = 0.5^\circ$ . Как видно из рис. 6, в волна малой амплитуды меняет полярность на склоне и при этом не обрушается, перемешивание в этом случае незначительно.

Пример трансформации волны на шельфе для области 4 приведен на рис. 6, г для параметров  $\alpha = 1.5$ ,  $B = 0$ ,  $\gamma = 0.5^\circ$ , где происходит как обрушение, так и смена полярности волны. При при-

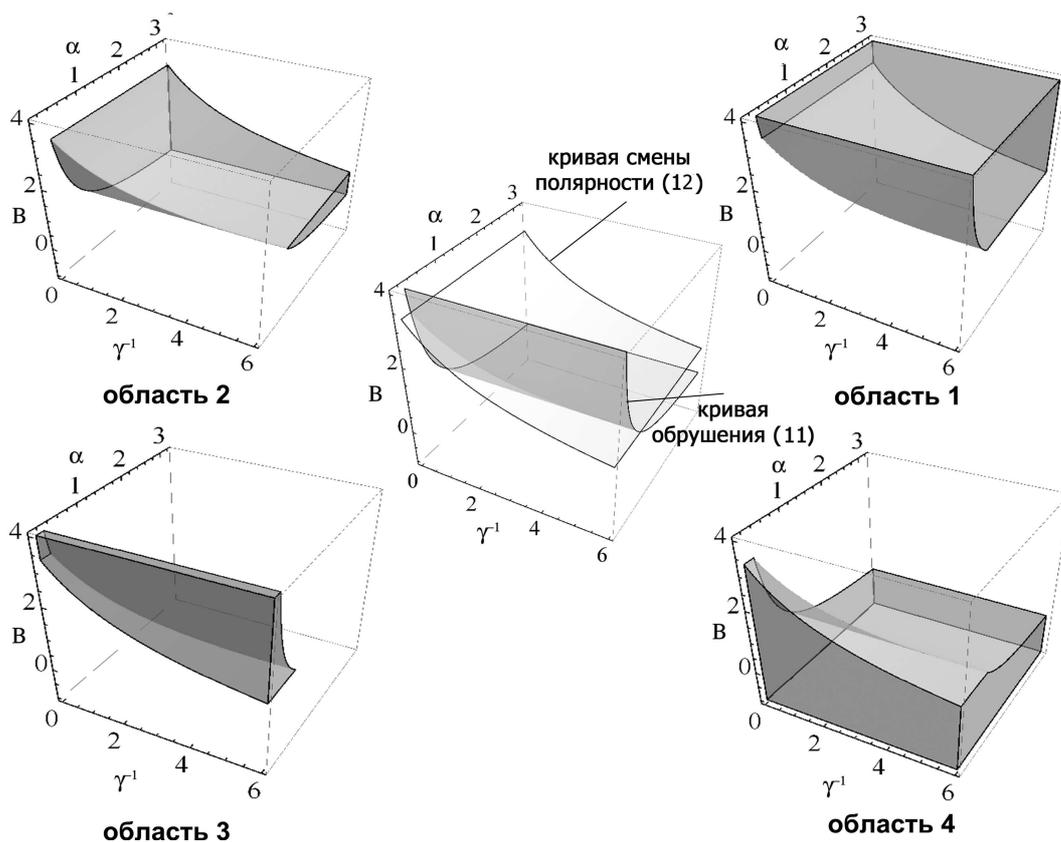


Рис. 4. Схемы трехмерных областей, соответствующих разным типам взаимодействия внутренних уединенных волн с наклонным дном

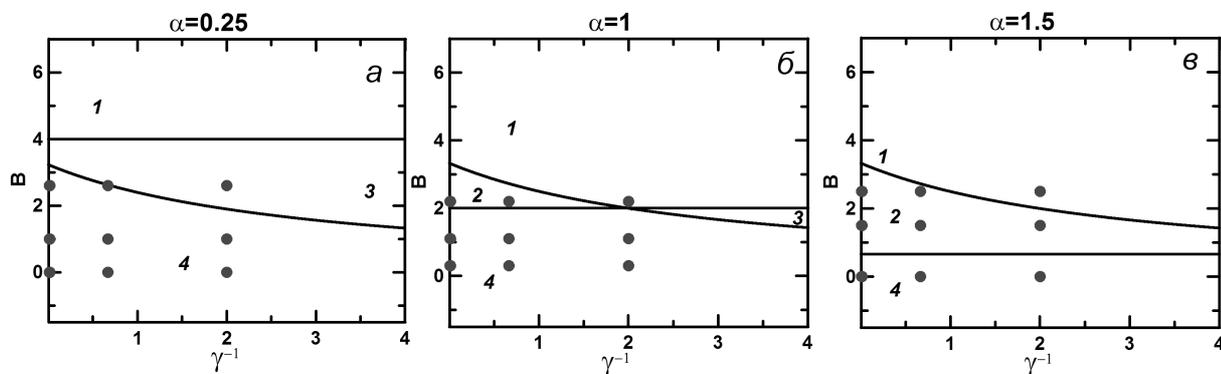


Рис. 5. Двухмерные сечения трехмерного пространства  $(\alpha, B, \gamma)$  для трех значений  $\alpha$ : а -  $\alpha = 0.25$ , б -  $\alpha = 1$ , в -  $\alpha = 1.5$ . Точками обозначены численные расчеты

ближении значения коэффициента  $B$  к нулю на шельф проникают болусы, которые распространяются вверх по склону.

## 6. ЭНЕРГЕТИКА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Важной характеристикой взаимодействия является потеря энергии при трансформации волн на склоне. Потери энергии за счет диссипации и перемешивания, приводящего к переходу в неоднородную фоновую потенциальную энергию, могут

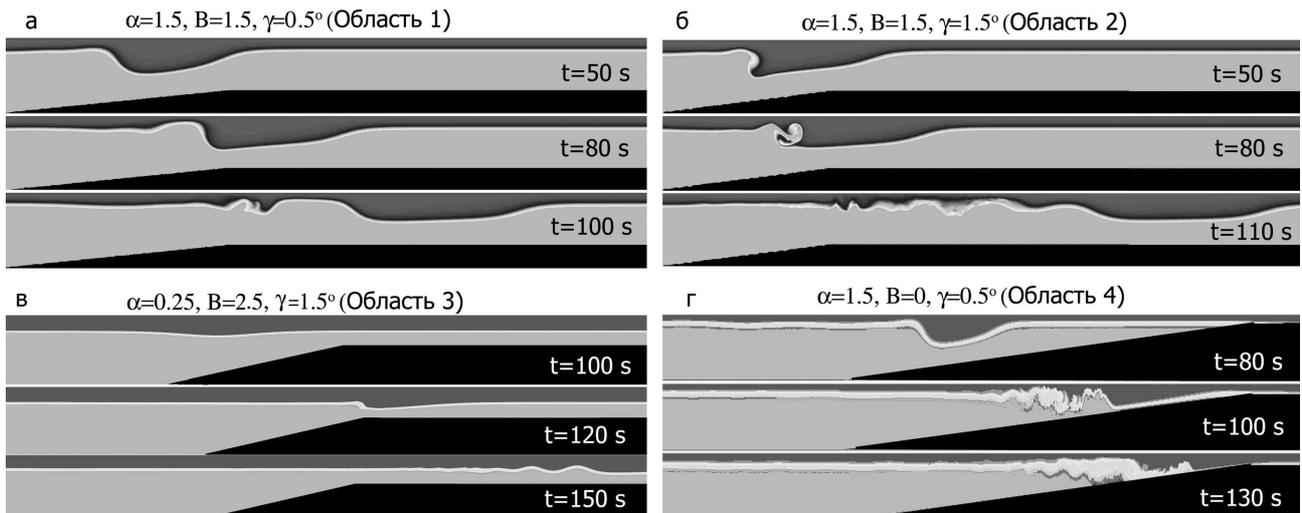


Рис. 6. Эволюция поля плотности для четырех различных типов взаимодействия: а – режим взаимодействия, когда волна не обрушается и не меняет полярность на шельфе (область 1), б – режим взаимодействия, когда происходит обрушение, но без смены полярности волны (область 2), в – режим взаимодействия, когда происходит смена полярности волны (область 3), и внутренняя волна понижения трансформируется в волну повышения на шельфе, и при этом не обрушается, г – режим, когда происходит смена полярности и обрушение волны (область 4).

Табл. 1. Параметры внутренних волн в численных экспериментах

$ a_i $ (м)	$\alpha$	$B$	$\gamma$
0.02	0.25	0, 1, 2.5	$0.5^\circ, 1.5^\circ, 60^\circ, 90^\circ$
0.08	1	0.3, 1.1, 2.2	$0.5^\circ, 1.5^\circ, 60^\circ, 90^\circ$
0.15	1.5	0, 1.5, 2.5	$0.5^\circ, 1.5^\circ, 60^\circ, 90^\circ$

быть оценены, исходя из бюджета энергии волны до трансформации и после. Сумма кинетической и доступной потенциальной энергии называется псевдоэнергией [27]. Метод расчета доступной потенциальной энергии детально описан в [27]. Обозначим псевдоэнергию волны, набегающей на уклон в сечении  $x_l$  (рис. 1,б), как  $PSE_{in}$ , прошедшей на шельф в сечении  $x_r$  (рис. 6,б) – как  $PSE_{tr}$ , а отраженной от уклона в сечении  $x_l$  – как  $PSE_{ref}$ , соответственно. Тогда потери псевдоэнергии на перемешивание можно оценить так:

$$\Delta E_{loss} = \frac{PSE_{in} - (PSE_{tr} + PSE_{ref})}{PSE_{in}}. \quad (13)$$

Характеристики набегающей и отраженной волн фиксировались в сечении  $x_l$ , отстоящем от подножия уклона на расстоянии  $\Delta x_l = 1.1$ , а прошедшей на шельф волны в сечении  $x_r$  – на расстоянии  $\Delta x_r = 1.9$  от бровки шельфа. Потери энергии

на перемешивание при взаимодействии волны с уклоном  $\delta E_{loss}$  для численных экспериментов приведены в процентах для всех четырех областей в таблице 2. Режим взаимодействия, относящийся к области 4, является наиболее диссипативным. При таком типе взаимодействия потери энергии достигают 85 %.

Табл. 2. Оценки потерь энергии при накате внутренних волн на трапецидальный шельф

$\alpha$	$\Delta E_{loss}$ (в обл. 1)	$\Delta E_{loss}$ (в обл. 2)	$\Delta E_{loss}$ (в обл. 3)	$\Delta E_{loss}$ (в обл. 4)
0.25	3 – 10	–	48 – 60	28 – 85
1	2 – 10	15 – 36	45 – 60	30 – 85
1.5	1 – 5	10 – 25	–	20 – 70

## ВЫВОДЫ

В работе предложена новая классификация режимов взаимодействия внутренних уединенных волн с трапецидальной топографией для двухслойной стратифицированной жидкости. Она может быть полезной для определения “hot spot” – регионов на континентальном шельфе, где диссипация энергии существенна. Идея, положенная в основу классификации в том, что при накате волн на конти-

Табл. 3. Параметры внутренних волн в наблюдениях и лабораторных условиях

Местоположение	$\alpha$	$B$	$\gamma$	Область	источник
Бискайский залив	1 – 2	0. – 1.5	$4.5^\circ$	3	[28]
шельф Андаманского моря	0.75 – 1	1.5	$0.33^\circ$ – $1.5^\circ$	1 – 2	[29]
Кельтское море	0.8 – 3.3	0.8	$3^\circ$	3	[30]
Южно-Китайское море, атолл Донгша	1.25	0.2	$3^\circ$	4	[31]
Южно-Китайское море	0.8 – 1.4	1.4	$1^\circ$ – $6^\circ$	2, 4	[19]
Залив Массачусетс	0.3	1.5	$0.3^\circ$	4	[32]
Хантингтон-Бич, Калифорния	0.06 – 0.83	0.26 – 1.28	$0.23^\circ$ – $2.08^\circ$	1, 3, 4	[22]
Японское море	0.5	1.	$0.1^\circ$	2	[33]
шельф Орегона	0.67	4.3	$0.3^\circ$	1	[23]
лабораторные эксперименты	0.2 – 0.71	0.5 – 4.5	$14^\circ$	1 – 4	[10]
лабораторные эксперименты	0.12 – 0.18	0.2 – 5.9	$1.5^\circ$ – $4^\circ$	1, 3, 4	[11]
численные эксперименты	0.25 – 1.5	0 – 2.5	$0.5^\circ$ – $90^\circ$	1 – 4	данная работа

нентальный шельф два механизма являются существенными: первый – опрокидывание волн, а второй – изменение полярности набегающей волны понижения на склоне. Диапазон параметров, при которых волна разрушается, определены на основе критериев, полученных экспериментальным путем. В трехмерном пространстве  $\alpha$ ,  $B$ ,  $\gamma$  этот критерий представляется поверхностью (11), что отделяет область параметров, где обрушение имеет место, от области, где обрушение не происходит. Поверхность изменения полярности (12) получается из условия равенства глубины  $h_1$  верхнего и нижнего  $h_2$  слоя. В двухслойной стратификации внутренние волны-понижения могут трансформироваться в волны-повышения при прохождении точки “переворота”, для которой  $h_2 = h_1$ . Пересекающиеся поверхности (11) и (12) разделяют трехмерную диаграмму на четыре зоны. Область 1 расположена выше двух поверхностей и соответствует режиму, когда волны не обрушаются и не меняют полярность на шельфе. Область 2 лежит выше поверхности обрушения (11), но ниже поверхности смены полярности (12). В данном случае происходит обрушение, но без смены полярности волны. Область 3 располагается выше поверхности смены полярности (11), но ниже поверхности обрушения

(12). В этом случае происходит смена полярности волны, и внутренняя волна понижения трансформируется в волну повышения на шельфе, не обрушаясь. Область 4 лежит ниже обеих поверхностей и соответствует режиму обрушения со сменой полярности. Предложенная схема сопоставлена с результатами известных лабораторных, полевых наблюдений и проведенных численных экспериментов. Режимы, предсказанные схемой, согласуются с результатами численного моделирования и данных наблюдений. На основании выделенных на диаграмме зон были определены области с высокой диссипации энергии.

Автор благодарит доктора физ.-мат. наук, профессора В.С. Мадерича за консультации и полезные советы.

1. *Jeans D.R.G., Sherwin T.J.* The evolution and energetics of large amplitude nonlinear internal waves on the Portuguese shelf // *J. Mar. Res.* – 2001. – **59**. – P. 327-353.
2. *Bogucki D., Redekopp L.G., Barth J.* Internal solitary waves in the Coastal Mixing and Optics 1996 experiment: multimodal structure and resuspension? // *J. Geophys. Res.* – 2005. – **110**. – P. 2–24.

3. *Klymak J.M., Alford M.H., Pinkel R., Lien R.C., Yang Y.J., Tang T.Y.* The breaking and scattering of the internal tide on a continental slope. // *J. Phys. Oceanogr.*– 2001.– **41**.– P. 926–945.
4. *Lamb K.G.* A numerical investigation of solitary internal waves with trapped cores formed via shoaling // *J. Fluid Mech.*– 2002.– **451**.– P. 109–144.
5. *Мадерич В.С., Терлецкая Е.В., Бровченко И.А., Талипова Т.Г.* Неполная автомодельность внутренних волн второй моды в слое раздела // *Прикладна гідромеханіка.*– 2013.– **15(87)**.– P. 68–77.
6. *Helfrich Karl R. and Melville W. K. and Miles W.* On interfacial solitary waves over slope-shelf topography // *J. Fluid Mech.*– 1984.– **149**.– P. 305–317.
7. *Helfrich Karl R.* Internal solitary waves breaking and run-up on a uniform slope // *J. Fluid Mech.*– 1992.– **243**.– P. 133–154.
8. *Kao T.W., Pan R.S., Renouard D.* Internal solitons on the pycnocline: generation, propagation, and shoaling and breaking over a slope. // *J. Fluid Mech.*– 1985.– **159**.– P. 19–53.
9. *Michallet H., Ivey G.N.* Experiments on mixing due to internal solitary waves breaking on uniform slopes // *J. Geoph. Res.*– 1999.– **104**.– P. 13487–13477.
10. *Cheng M.-H., Hsu J. R.-C., Chen C.-Y.* Laboratory experiments on waveform inversion of an internal solitary wave over a slope-shelf // *Environ Fluid Mech.*– 2011.– **11**.– P. 353–384.
11. *Helfrich Karl R. and Melville W. K.* On long nonlinear internal waves over slope-shelf topography // *J. Fluid Mech.*– 1986.– **167**.– P. 285–308.
12. *C. M. Hsieh, M. H. Cheng, R. R. Hwang and John R. C. Hsu* Numerical study on evolution of an internal solitary wave across a trapezoidal obstacle with different front slopes // *Appl. Ocean Research.*– 2016.– **20**.– P. 125–135.
13. *Boegman L., Ivey G.N., Imberger J.* The degeneration of internal waves in lakes with sloping topography. // *Limnol. Oceanogr.*– 2005.– **50**.– P. 1620–1637.
14. *Aghsaee P., Boegman L., Lamb K.G.* Breaking of shoaling internal solitary waves. // *J. Fluid Mech.*– 2010.– **659**.– P. 289–317.
15. *Vlasenko V. and Hutter K.* Numerical experiments on the breaking of solitary internal waves over a slope-shelf topography. // *J. Phys. Oceanogr.*– 2002.– **32**.– P. 1779–1793.
16. *Dubreil-Jacotin L.* Sur les ondes type permanent dans les liquides heterogenes // *Atti R. Accad. Naz. Lincei, Mem. Cl. Sci. Fis., Mat. Nat.*– 1932.– **15**.– P. 44–72.
17. *Osborne A. R., Burch T.L.* Internal solitons in the Andaman Sea // *Science.*– 1932.– **208**.– P. 451–460.
18. *Choi W., Camassa R.* Fully nonlinear internal waves in a two-fluid system // *J. Fluid Mech.*– 1999.– **396**.– P. 1–16.
19. *Orr M., Mignerey P.C* Nonlinear internal waves in the South China Sea: observation of the conversion of depression internal waves to elevation internal waves // *J Geophys Res.*– 2003.– **108**.– P. 9–16.
20. *Ramp S.R., Tang T.Y., Duda T.F., Lynch J.F., Liu A.K., Chiu C.S., Bahr F.L, Kim H.R., Yang Y.J.* Internal solitons in the northeastern south China Sea. Part 1: sources and deep water propagation. // *IEEE J Oceanic Eng.* – 2004.– **29**.– P. 1157–1181.
21. *Yang Y.J., Tang T.Y., Chang M.H., Liu A.K., Hsu M.K., Ramp S.R.* Solitons northeast of Tung-Sha Island during the ASIAEX pilot studies // *IEEE J Oceanic Eng.* – 2004.– **29**.– P. 1182–1199.
22. *Nam S. H. and Send U.* Direct evidence of deep water intrusions onto the continental shelf via surging internal tides // *J. Geophys. Res.*– 2010.– **116**.– P. doi:10.1029/2010JC006692.
23. *Moum, J. N., Farmer, D. M., Smyth, W. D., Armi, L., Vagle S.* Structure and Generation of Turbulence at Interfaces Strained by Internal Solitary Waves Propagating Shoreward over the Continental Shelf // *J. Phys. Oceanogr.*– 2003.– **33**.– P. 2093–2112.
24. *Talipova T., Terletska K., Maderich V., Brovchenko I., Pelinovsky E., Jung K.T., Grimshaw R.* Solitary wave transformation on the underwater step: Asymptotic theory and numerical experiments // *Physics of Fluids.*– 2013.– **25**.– P. doi: 10.1063/1.4797455.
25. *Kanarska Y., Maderich V.* A non-hydrostatic numerical model for calculating free-surface stratified flows // *Ocean Dynamics.*– 2003.– **53**.– P. 176–185.
26. *Maderich V., Brovchenko I., Terletska K., Hutter K.* Numerical simulations of the nonhydrostatic transformation of basin-scale internal gravity waves and wave-enhanced meromixis in lakes // Ch. 4 in *Hutter K. (Ed.) Nonlinear internal waves in lakes.* – Springer. Series: Advances in Geophysical and Environmental Mechanics.– 2012.– P. 193–276.
27. *Maderich V., Talipova T., Grimshaw R., Terletska K., Brovchenko I., Pelinovsky E., Choi B.H.* Interaction of a large amplitude interfacial solitary wave of depression with a bottom step. // *Physics of Fluids.*– 2010.– **22**.– P. doi:10.1063/1.3455984.
28. *New A. L. and Pingree R. D.* Local generation of internal soliton packets in the central Bay of Biscay // *Deep-Sea Research.*– 1992.– **23**.– P. 1521–1534.
29. *Alpers W., H. Wang-Chen and L. Hock* Observation of Internal Waves in the Andaman Sea by ERS // *ERS Symp. on Space at the Service of our Environment, Florence Italy, 17-21 March.*– 1997.– **1**.– P. 1287–1291.
30. *Vlasenko V., Stashchuk N., Inall M. E. and Hopkins J. E.* Tidal energy conversion in a global hot spot: On the 3-D dynamics of baroclinic tides at the Celtic Sea shelf break // *J. Geoph. Res.*– 2014.– **119**.– P. 3249–3265.
31. *Fu K.-H., Wang Y.-H., St. Laurent L., Harper S., Wang D.-P.* Shoaling of large-amplitude nonlinear internal waves at Dongsha Atoll in the northern South China Sea // *Continental Shelf Research.*– 2012.– **37**.– P. 1–7.
32. *Scotti A., Beardsley R. C., Butman B. and Pineda J.* Shoaling of nonlinear internal waves in Massachusetts Bay // *J Geophys Res.*– 2008.– **113**.– P. doi:10.1029/2008JC00472.
33. *Navrotsky V.V., Lozovatsky I.D., Pavlova E.P., Fernando H.J.S.* Observations of internal waves and thermocline splitting near a shelf break of the Sea of Japan (East Sea) // *Continental Shelf Research.*– 2004.– **24**.– P. 1375–1395.
34. *Vlasenko V., Ostrovsky L., Hutter K.* Adiabatic behavior of strongly nonlinear internal solitary waves in slope-shelf areas // *J. Geoph. Res.*– 2005.– **110**.– P. 289–317.