УДК 551.465

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ВИЗУАЛИЗАЦИИ ПРОЗРАЧНЫХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ МОРСКОЙ СРЕДЫ МЕТОДОМ ТЕПЛЕРА ПРИ ПОВОРОТЕ НОЖА ФУКО

# В. Н. ИЛЬЧЕНКО

Институт гидромеханики НАН Украины, Киев

Получено 09.12.2008

Построена математическая модель, описывающая распределение освещенности в плоскости наблюдения теплеровского прибора в случае установки ножа Фуко под произвольным углом к вертикали при зондировании слабых мелкомасштабных неоднородностей морской среды. Проведено имитационное моделирование процесса регистрации неоднородностей; построены теневые изображения неоднородностей.

Побудовано математичну модель, яка описує розподіл освітленості в площині спостереження теплерівського приладу у випадку розташування ножа Фуко під довільним кутом до вертикалі при зондуванні слабких дрібномасштабних неоднорідностей морського середовища. Проведено імітаційне моделювання процесу реєстрації неоднорідностей; побудовані тіпьові зображення неоднорідностей.

Mathematical model in linear approximation descriptive of intensity distribution in the observation plane of schlieren system (schlieren image) at a investigation of the slight small-scaled transparent inhomogeneities. have been constructed. This model considered possibility various knife angles of setting. Simulation of the recording process of inhomogeneities by schlieren system have been realized. Schlieren images of inhomogeneities are presented.

## введение

Появление в последнее время новых средств измерений с высокой разрешающей способностью и быстродействием, бесконтактным характером измерения (оптических, в частности, теневых приборов) в сочетании с миниатюризацией средств регистрации усилили интерес к исследованиям в области малых масштабов, проникнуть в которую с помощью контактных датчиков было практически невозможно.

Вместе с тем, применение теневых методов в гидрофизических исследованиях пока что носит преимущественно качественный характер. Некоторые успехи по получению количественных данных с использованием теневых методов визуализации были достигнуты лишь в ходе лабораторных экспериментов по изучению тонкой структуры и микроструктуры океана [1, 2]. Что касается натурных исследований, здесь восстановление исходного поля плотности по полученной теневой картине встречает большие сложности, поскольку неоднородности в океане имеют трехмерный характер.

Перспективным направлением в развитии количественных методов визуализации плотностных неоднородностей является имитационное математическое моделирование теневых картин, соответствующих выбранным определенным образом эталонным (модельным) неоднородностям, которые должны строиться на основе имеющихся представ-

© В. Н. Ильченко, 2010

лений о характере неоднородностей в океане. В таком плане были выполнены работы [3, 4], в которых проведено имитационное моделирование визуализации слабых мелкомасштабных неоднородностей морской среды с построением теневых изображений неоднородностей. При этом использовалась отвечающая специфике натурных исследований математическая модель прибора Теплера, начало создания которой было положено работой [5]. Достоинством данной модели является, в частности, учет возможности дефокусировки, вызванной тем, что при натурных исследованиях положение плоскости объекта в пределах просмотрового объема нельзя считать заранее заданным. Вместе с тем в модели теневого прибора, использованной в [3, 4], не учитывалась возможность поворота ножа Фуко, а рассматривался исключительно вариант его вертикальной ориентации.

Используемая в настоящей работе более совершенная математическая модель теплеровского прибора, допускающая произвольную ориентацию ножа Фуко, существенно расширяет возможности имитационного моделирования визуализации неоднородностей. Полученные результаты будут способствовать лучшему пониманию особенностей процесса регистрации неоднородностей морской среды, что является основой для правильной интерпретации результатов измерений и, в конечном итоге, более глубокого понимания эволюции перемешанных пятен в стратифицированной жидкости.



Рис. 1. Схема прибора Теплера

#### 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Имитационное моделирование теневых картин можно осуществить, имея решение задачи распространения излучения в пространстве теневого прибора, т. е. оператор, позволяющий связать входное воздействие (деформацию фронта световой волны, обусловленную прохождением через исследуемую неоднородность) с распределением освещенности на выходе прибора (в плоскости регистрирующего устройства).

Схема теплеровского прибора изображена на рис. 1. В плоскости  $P_1$  находится источник излучения (световая диафрагма), в плоскостях A и B – объективы излучательной и приемной частей системы соответственно. В задней фокальной плоскости второго объектива (плоскости  $P_3$ ) расположена непрозрачная диафрагма (называемая ножом Фуко или теневой диафрагмой), частично перекрывающая изображение источника (рис. 2). В плоскости наблюдения  $P_4$  установлено регистрирующее устройство. В плоскости  $P_2$  расположен транспарант, имитирующий возмущение, вносимое в световую волну исследуемой неоднородностью. Система координат расположена так, что ось z совпадает с оптической осью системы.

Распределение освещенности в плоскости наблюдения  $P_4$  можно найти, осуществляя последовательные преобразования комплексной амплитуды светового поля, соответствующие прохождению волны света через элементы оптической системы и области пространства между ними.

Для указанной цели удобно воспользоваться системой преобразований комплексной амплитуды светового поля, предложенной в работе [6] и основанной на использовании функции

$$\psi(\vec{x};\varrho) = \exp\left\{-ik\varrho \left(x^2 + y^2\right)/2\right\}$$

где i – мнимая единица;  $\rho$  – параметр;  $k = 2\pi/\lambda$  – волновое число;  $\lambda$  – длина световой волны;  $\vec{x}$  – вектор в плоскости x, y. Подробное описание системы преобразований комплексной амплитуды также можно найти в [7].

Хотя указанная система была разработана в первую очередь для использования в задачах голографической обработки информации, этот подход оказалось возможным применить и в случае других оптических систем. Расчет распределения освещенности в плоскости наблюдения теневого прибора указанным способом, по-видимому, впервые был осуществлен в [8] для системы, реализующей прямой теневой метод; объектом исследования служила одномерная фазовая решетка.

Более сложной задачей является расчет распределения освещенности в случае теплеровского прибора, поскольку последний содержит специфический дополнительный элемент, отсутствующий в приборе прямого теневого метода, - теневую диафрагму. Данная задача была решена в [5], причем авторы данной работы, по аналогии с [8], ограничились случаем, когда объект исследования вносит одномерные фазовые возмущения в зондирующую световую волну. Впоследствии авторы разработали математическую модель теплеровского прибора для более общего случая двумерных возмущений, вносимых исследуемым объектом. Это позволило осуществить имитационное моделирование визуализации прозрачных неоднородностей морской среды, в частности, перемешанных пятен [3, 4]. Соответствующие модели распределения плотности (показателя преломления) в неоднородностях также были предложены в [3,4].

Вместе с тем следует отметить, что математическая модель теневого прибора, разработанная в [3, 4], имела довольно существенное ограничение, выражающееся в жестко зафиксированном направлении перемещения кромки ножа – по вертикали. Такое ограничение не вполне соответствует методике натурных исследований, в которых часто применяется именно наклонная установка ножа Фуко [9, 10]. Представляет интерес изучение воздействия изменения ориентации ножа Фуко (т. е. изменения направления перемещения его кромки) на теневую картину, что весьма существенно в случае неоднородностей в среде с выделенным направлением (стратификацией), к каковым относятся перемешанные пятна.

Таким образом, целями настоящей работы являются: построение математической модели теневого

прибора, учитывающей возможность ориентации ножа Фуко под произвольным углом к вертикали, проведение на ее основе имитационного моделированию визуализации неоднородностей и построении теневых изображений неоднородностей, соответствующих различным углам установки ножа.

# 2. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Распределение освещенности в плоскости наблюдения в общем виде описывается выражением [5]:

$$I(\vec{x}_4) = \iint_S B(\vec{x}_1) \,|\, a(\vec{x}_4, \vec{x}_1) \,|^2 \, d\vec{x}_1, \qquad (1)$$

где S – площадь источника излучения;  $B(\vec{x}_1)$  – распределение яркости источника;  $d\vec{x}_1 = dx_1 dy_1$ ;

$$a(\vec{x}_4, \vec{x}_1) = C \int_{-\infty}^{\infty} \kappa(\vec{x}_3) \exp\left(-\frac{ik}{d}\vec{x}_3\left(\frac{D}{2}\vec{x}_3 - \vec{x}_4\right)\right) \times \int_{-\infty}^{\infty} t(\vec{x}_2) \exp\left(\frac{ik}{f}\vec{x}_2\left(\vec{x}_3 + \vec{x}_1\right)\right) dx_2 dy_2 dx_3 dy_3 \quad (2)$$

– комплексная амплитуда световой волны, испущенной источником в точке  $\vec{x}_1$  и пришедшей в точку  $\vec{x}_4$ . Здесь  $C = 1/(\lambda^2 f d)$ ;  $D = 1 + (1 - d_2/f)/M$ ; M = f/d – масштаб изображения; f – фокусное расстояние объектива; d и  $d_2$  – расстояния между элементами оптической системы (см. рис. 1). Можно показать [11], что параметр D выражается через расстояние  $\delta$  между плоскостью  $P_2$  и плоскостью  $P_c$ , оптически сопряженной с плоскостью  $P_4$ , следующим образом:  $D = \delta/(fM)$ . В выражение (2) входят также функции  $t(\vec{x}_2)$  и  $\kappa(\vec{x}_3)$ , описывающие пропускание транспаранта и теневой диафрагмы соответственно.

Выражения (1), (2) формально являются решением задачи, поставленной в предыдущем разделе, однако для использования в практических целях они пригодны слабо, поскольку содержат ряд сложных математических операций. Для их преобразования к более простому виду необходимо ввести некоторые предположения относительно функций  $B(\vec{x}_1), t(\vec{x}_2)$  и  $\kappa(\vec{x}_3)$ .

При конструировании теневых приборов, как правило, стараются обеспечить распределение яркости в плоскости световой диафрагмы, как можно меньше отличающееся от равномерного [12,13]. Поэтому допустимо предположение о постоянстве яркости по площади источника ( $B(\vec{x}_1) \equiv 1$ ), которого мы будем придерживаться при дальнейших расчетах.



Рис. 2. Схематическое изображение ножа Фуко (заштрихован), ориентированного под углом  $\theta$  к вертикали (на врезке показан случай вертикальной ориентации ножа)

Для ножа Фуко в виде полуплоскости  $\kappa(\vec{x}_3)$ можно выразить через функцию Хевисайда. При перемещении кромки ножа в вертикальном направлении (см. врезку к рис. 2), как это было принято в [4, 5],  $\kappa(\vec{x}_3) = H(x_3 + h)$ , где h – положение кромки ножа. При наклонной установке ножа положение его кромки описывается уравнением прямой  $x_3 \cos \theta + y_3 \sin \theta + h = 0$ , т. е.

$$\kappa(x_3) = H(x_3 \cos \theta + y_3 \sin \theta + h), \qquad (3)$$

где  $\theta$  – угол между вертикалью и нормалью к данной прямой (рис. 2).

Для функции  $t(\vec{x}_2)$  в общем случае имеет место представление [7]

$$t(\vec{x}_2) = A(\vec{x}_2) \exp(i\Phi(\vec{x}_2))$$

Здесь действительная составляющая описывает изменение амплитуды зондирующей световой волны, мнимая – изменение фазы. Конкретный вид функций  $A(\vec{x}_2)$  и  $\Phi(\vec{x}_2)$  заранее неизвестен, поскольку зависит от характеристик исследуемой неоднородности.

## 3. ЛИНЕЙНОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ

При исследовании прозрачных неоднородностей с показателем преломления, близким к показателю преломления окружающей среды, можно пренебречь ослаблением светового потока и считать,

что такие неоднородности вносят лишь фазовые изменения в световую волну. В этом случае

$$t(\vec{x}_2) = \exp\bigl(i\Phi(\vec{x}_2)\bigr).$$

Кроме того, в случае малых  $\Phi(\vec{x}_2)$  можно воспользоваться приближением [8]:

$$t(\vec{x}_2) \simeq 1 + i\Phi(\vec{x}_2). \tag{4}$$

В предположении, что зависимость  $\Phi$  от  $\vec{x}_2$  имеет периодический характер, функцию  $\Phi(\vec{x}_2)$  можно представить в виде двойного ряда Фурье

$$\Phi(x_2, y_2) = \sum_{m,\kappa} \Phi_{m,\kappa} \cos(2\pi \eta_m x_2 + \varphi_m) \times$$
(5)  
 
$$\times \cos(2\pi \xi_\kappa y_2 + \phi_\kappa).$$

Здесь  $\Phi_{m,\kappa}$  – амплитуда изменения фазы соответствующей гармонической составляющей световой волны;  $\eta_m, \xi_\kappa$  – пространственные частоты;  $\varphi_m, \phi_\kappa$ – начальные фазы.

С учетом принятых предположений относительно функции  $\Phi(\vec{x}_2)$  и представления  $\kappa(\vec{x}_3)$  в виде (3) выражение для интенсивности  $I(\vec{x}_4, \vec{x}_1)$  светового поля, создаваемого точечным источником  $\vec{x}_1$ , после вычисления интегралов в правой части (2) и умножения полученного результата на комплексно-сопряженную величину в линейном приближении будет иметь вид

$$I(\vec{x}_4, \vec{x}_1) = M^2 H_0 \Big\{ 1 + \frac{1}{2} \sum_{m,\kappa} \Phi_{m,\kappa} G_{m,\kappa} \Big\}, \qquad (6)$$

где 
$$H_0 = H(h-u), \quad u = x_1 \cos \theta + y_1 \sin \theta;$$
  
 $G_{m,\kappa} = H_1 \sin(\Theta_{m,\kappa} + G_m^{(x)} + G_\kappa^{(y)}) +$   
 $+ H_2 \sin(\Theta_{m,\kappa} + G_m^{(x)} - G_\kappa^{(y)}) +$   
 $+ H_3 \sin(\Theta_{m,\kappa} - G_m^{(x)} + G_\kappa^{(y)}) +$   
 $+ H_4 \sin(\Theta_{m,\kappa} - G_m^{(x)} - G_\kappa^{(y)}).$  (7)  
Злесь  $\Theta_{m,\kappa} = \pi \lambda \delta(n^2 + \xi^2):$  (8)

Здесь 
$$\Theta_{m,\kappa} = \pi \lambda \delta(\eta_m^2 + \xi_\kappa^2);$$
 (8)  
 $H_1 = H(h - u - \lambda f \sigma_{m,\kappa}^+); \ G_m^{(x)} = X_m + 2\pi \tilde{\delta} \eta_m x_1;$   
 $H_2 = H(h - u - \lambda f \sigma_{m,\kappa}^-); \ G_\kappa^{(y)} = Y_\kappa + 2\pi \tilde{\delta} \xi_\kappa y_1;$   
 $H_3 = H(h - u + \lambda f \sigma_{m,\kappa}^-); \ X_m = 2\pi M x_4 \eta_m - \varphi_m;$   
 $H_4 = H(h - u + \lambda f \sigma_{m,\kappa}^+); \ Y_\kappa = 2\pi M y_4 \xi_\kappa - \phi_\kappa;$   
 $\sigma_{m,\kappa}^{\pm} = \eta_m \cos \theta \pm \xi_\kappa \sin \theta; \quad \tilde{\delta} = \delta/f.$ 

При расчете распределения интенсивности светового поля в плоскости наблюдения, создаваемого источником конечных размеров, вначале рассмотрим случай, когда плоскость объекта исследования P2 совпадает с плоскостью P<sub>c</sub> (дефокусировка отсутствует). При этом параметры  $\delta$  и  $\delta$  принимают нулевые значения и, как видно из (8), члены  $\Theta_{m,\kappa}$  также обращаются в нуль для всех  $m, \kappa$ . Выражение (7) принимает вид

$$G_{m,\kappa} = (H_1 - H_4) \sin(X_m + Y_\kappa) + + (H_2 - H_3) \sin(X_m - Y_\kappa),$$
(9)

причем тригонометрические функции здесь уже не зависят от переменных  $x_1, y_1$ . Подставляя (9) в выражение (6) и интегрируя последнее по площади источника, приходим к выражению

$$I(x_4, y_4) = S_{\rm H} M^2 \{ 1 + E(x_4, y_4) \}, \qquad (10)$$

где S<sub>н</sub> – площадь неперекрытой части изображения источника;  $E(x_4, y_4)$  – переменная составляющая распределения освещенности:

$$E(x_4, y_4) = \frac{1}{2} \sum_{m,\kappa} \Phi_{m,\kappa} \left( W_{m,\kappa}^+ + W_{m,\kappa}^- \right); \quad (11)$$

$$W_{m,\kappa}^{\pm} = T_{m,\kappa}^{\pm} \sin(X_m' \pm Y_\kappa'), \qquad (12)$$

где  $X'_m = 2\pi M x_4 \eta_m + \varphi_m, \ Y'_\kappa = 2\pi M y_4 \xi_\kappa + \phi_\kappa.$ (Здесь изменены знаки при  $x_4, y_4$ , поскольку изображение в плоскости  $P_4$  перевернуто.)

Величины  $T_{m,\kappa}^{\pm}$ , входящие в (12), являются функциями пространственных частот:

$$T_{m,\kappa}^{+} = \begin{cases} \Lambda_* \sigma_{m,\kappa}^{+}, & \sigma_{m,\kappa}^{+} \leq \sigma_*; \\ 1, & \sigma_{m,\kappa}^{+} > \sigma_*, \end{cases}$$
(13)

$$T_{m,\kappa}^{-} = \begin{cases} \Lambda_* \sigma_{m,\kappa}^{-}, & \sigma_{m,\kappa}^{-} \leq \sigma_*; \\ 1, & \sigma_{m,\kappa}^{-} > \sigma_*. \end{cases}$$
(14)

Здесь  $\sigma_* = h/(\lambda f)$  – критическая пространственная частота;  $\Lambda_* = \sigma_*^{-1}$  – параметр, имеющий размерность длины, значение которого определяется характеристиками теплеровского прибора. В случае вертикальной ориентации ножа выражения (11) - (14) приобретают вид

$$E(x_4, y_4) = \sum_{m,\kappa} \Phi_{m,\kappa} T_m \sin X'_m \cos Y'_{\kappa}, \qquad (15)$$

$$T_m = \begin{cases} \Lambda_* \eta_m, & \eta_m \le \sigma_*; \\ 1, & \eta_m > \sigma_*. \end{cases}$$
(16)

## 4. ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Модели трехмерных неоднородностей (перемешанных пятен в стратифицированной жидкости), применяемые в задаче имитационного моделирования, были построены в [3,4] с использованием данных работы [5]. В указанных работах также

В. Н. Ильченко

Злесь

рассматривались модели примесных неоднородностей в однородной среде.

Распределение показателя преломления n(x, y, z) для среды, содержащей неоднородности, удобно представить в виде

$$n(x, y, z) = n_0 + n'(x, y, z),$$
(17)

где  $n_0$  – показатель преломления невозмущенной среды; n'(x, y, z) – отклонение значения показателя преломления от  $n_0$ . Профиль n'(x) отклонения показателя преломления в неоднородностях обеих классов схематически изображен на графиках в левой части рисунка 3.

Для неоднородностей типа примеси в соответствии с условием однородности окружающей среды  $n_0 = \text{const}$ ; для неоднородностей типа перемешанного пятна полагаем, что  $n_0$  линейно зависит от x. В случае мелкомасштабных неоднородностей предположение о линейности стратификации в фоновом распределении вполне обосновано, поскольку в большинстве стратифицированных сред характерный масштаб изменения стратификации велик.

Отклонение распределения показателя преломления от фонового в сферических неоднородностях радиуса R имеет вид

$$n'(x,y,z) = \Delta n \left\{ \frac{x/R}{1} \right\} \left( 1 - \left( r^2/R^2 \right)^p \right)^q, \ r \le R,$$
(18)

где  $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$ ;  $\Delta n$  – вариация показателя преломления в неоднородности; p = 1, 2, ..., q = 0, 1, 2, ... Отклонение n'(x, y, z) отлично от нуля в пределах неоднородности и равно нулю вне ее. Здесь, а также в выражениях (19)–(20), верхние символы в фигурных скобках соответствуют случаю модели неоднородности типа перемешанного пятна; нижние – модели неоднородности типа примеси.

В настоящей работе мы ограничимся использованием моделей неоднородностей, для которых показатели степени в (18) принимают значения единицы. Изменения фазы зондирующей световой волны в этом случае, вычисленные в приближении физической оптики [14], описываются выражением (см. [3,4]):

$$\Phi(x,y) = \frac{4}{3} k \,\Delta n \left\{ \frac{x}{R} \right\} \left( 1 - \frac{x^2 + y^2}{R^2} \right)^{3/2}.$$
 (19)

Изолинии изменения фазы  $\Phi(x', y')$  зондирующей световой волны, построенные в безразмерных координатах  $x' = x_2/R$ ,  $y' = y_2/R$  (направление

## В. Н. Ильченко

x' является вертикальным), приведены на графиках в средней части рис. 3. В случае неоднородности типа примеси величина  $\Phi(x', y')$  положительна во всей области возмущения. Для неоднородности типа перемешанного пятна области положительных и отрицательных значений  $\Phi(x', y')$  обозначены цифрами 1 и 2 соответственно.

Коэффициенты Фурье-разложения  $\Phi(x,y)$  в области  $|x| \leq L_x, \, |y| \leq L_y$ определяются из выражений

$$\Phi_{m,\kappa} = 8 k \Delta n \sqrt{\frac{\pi^3}{2}} \frac{R^3}{L_x L_y} \left\{ \begin{array}{l} \tilde{\eta}_m \\ 1 \end{array} \right\} \frac{J_{3\{\pm\}\frac{1}{2}}(\tilde{\omega}_{m,\kappa})}{\tilde{\omega}_{m,\kappa}^{3\{\pm\}\frac{1}{2}}},$$
  
где  $\tilde{\omega}_{m,\kappa} = (\tilde{\eta}_m^2 + \tilde{\xi}_\kappa^2)^{1/2}, \quad \tilde{\eta}_m = R\eta_m, \quad \tilde{\xi}_\kappa = R \xi_\kappa,$   
 $J - функция Бесселя.$ 

Подстановка выражения (20) в (11)-(12) дает возможность провести расчеты распределений освещенности в плоскости наблюдения. Выражения (11) - (12) описывают распределение освещенности, обусловленное периодической структурой, элементами которой являются выбранные нами модельные неоднородности. В случае одиночных (локальных) неоднородностей, строго говоря, необходимо в (11)-(12) перейти от ряда к интегралу Фурье по пространственным частотам. Однако этого можно избежать, если имитировать локальные неоднородности элементами сильно разреженных решеток. Такой подход позволяет для расчета теневых изображений локальных неоднородностей использовать те же выражения (11)-(12); платой за удобство вычислений является увеличение числа членов частной суммы ряда Фурье пропорционально степени разреженности решетки [15]. В частности, в настоящей работе при расчетах принималось, что  $L_x/R = L_y/R = 5$ ; вычисление частной суммы ряда производилось до значений  $m, \kappa = 50$ . Параметры теплеровского прибора были выбраны следующими (в мм): h = 0.1;  $f = 600; \lambda = 5 \cdot 10^{-4}.$ 

В правой части рис. З изображены изолинии переменной составляющей распределения освещенности (далее – просто освещенности)  $E(\tilde{x}, \tilde{y})$  в теневых изображениях неоднородностей типов примеси и перемешанного пятна при вертикально ориентированном ноже Фуко, построенные в безразмерных координатах  $\tilde{x} = Mx_4/R$ ,  $\tilde{y} = My_4/R$ . Положение максимумов и минимумов освещенности показано с помощью маркеров о и • соответственно (те же обозначения применены и на рис. 4, 5). Прямую, проведенную через точки максимумов и минимумов и минимумов освещенности показано спомощью маркеров о и • соответственно (те же обозначения применены и на рис. 4, 5). Прямую, проведенную через точки максимумов и минимумов освещенности, назовем осью экстремумов теневой картины (на графиках показана штриховой линией).



Рис. 3. Профиль распределения флуктуации показателя преломления в неоднородности (a); картина изолиний фазового возмущения, вносимого неоднородностью (б); изолинии распределения освещенности в теневой картине неоднородности при вертикальной ориентации ножа (c) для модели неоднородности типа примеси (вверху) и неоднородности типа перемешанного пятна (внизу)

Расположение максимумов и минимумов освещенности, показанное на графиках рис. 3, обусловлено выбором размещения ножа Фуко в нижней полуплоскости. При переносе ножа в верхнюю полуплоскость максимумы и минимумы освещенности поменялись бы местами. Отметим, что такой вариант может быть легко реализован в построенной здесь модели теплеровского прибора, если положить  $\theta = 180^{\circ}$ .

В настоящей работе мы, однако, ограничимся изучением воздействия на теневую картину поворота ножа Фуко в диапазоне значений угла  $\theta = 0...90^{\circ}$ . На рис. 4–5 приведены результаты имитационного моделирования теневых изображений неоднородностей для различных углов поворота ножа Фуко. Величина угла отсчитывается от вертикали в направлении по часовой стрелке. В левом нижнем углу каждого графика схематически изображено положение ножа Фуко; стрелочкой показан вектор нормали к кромке ножа и также указан угол, образуемый данным вектором с вертикалью.

В случае неоднородностей типа примеси изменение теневого изображения выражается только в повороте оси экстремумов и теневой картины в целом на угол, равный углу поворота ножа (рис. 4). Этого и следовало ожидать в силу сферической симметрии распределения показателя преломления n' в моделях неоднородностей этого класса. Более интересный характер носит изменение теневой картины при повороте теневой диафрагмы в случае неоднородностей типа перемешанного пятна в стратифицированной среде (рис. 5). Поворот оси экстремумов теневой картины в этом случае происходит не на угол  $\theta$ , а на угол  $\psi = \theta/2$ . При углах поворота ножа, не превышающих 45°, характер теневого изображения существенно не изменяется по сравнению со случаем вертикальной ориентации ножа. Некоторые изменения теневой картины, выражающиеся в "сглаживании" распределения освещенности в области центрального минимума, имеют место при  $\theta = 60^{\circ}$ . Дальнейшее увеличение угла поворота ножа Фуко на-



Рис. 4. Изолинии распределения освещенности в теневой картине неоднородности типа примеси при установке ножа Фуко под различными углами к вертикали



Рис. 5. Изменение теневой картины в случае неоднородности типа перемешанного пятна в стратифицированной жидкости при повороте ножа Фуко

чинает радикальным образом сказываться на теневой картине. При  $\theta = 70^{\circ}$  в области отрицательных значений переменной составляющей освещенности вместо одного минимума в центре образуются два минимума, смещенных к краям теневой картины; ось экстремумов теневой картины становится осью одних только максимумов, а через точки минимума можно провести вторую ось перпендикулярно первой (на графиках нижнего ряда на рис. 5 показана штриховой линией). При  $\theta = 80^{\circ}$  область отрицательных значений переменной составляющей освещенности практически разделяется на две со своим минимумом в каждой. Наконец, при  $\theta = 90^{\circ}$  теневая картина, состоящая из четырех секторов с диагональным расположением максимумов и минимумов освещенности, уже не имеет ничего общего с изображением неоднородности при нулевом или малых углах поворота ножа Фуко.

На рис. 6 приведены результаты имитационно-



Рис. 6. Изолинии распределения освещенности в теневой картине неоднородностей типов примеси (а) и перемешанного пятна (б) различных пространственных масштабов при наклонной установке ножа Фуко

В. Н. Ильченко

го моделирования в случае наклонной установки ножа Фуко теневых изображений неоднородностей различных пространственных масштабов типа примеси (для угла 45°) и типа перемешанного пятна (для углов 45° и 75°). Из сравнения нормированных теневых изображений неоднородностей видно, что при переходе ко все более мелким масштабам, начиная со значения  $R = \Lambda_*$ , где критический размер  $\Lambda_*$  определяется параметрами теневого прибора, имеют место искажения теневого изображения, которые выражаются в увеличении размеров области светового возмущения при ослаблении экстремумов интенсивности (происходит "расплывание" теневой картины).

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Построена математическая модель теневого прибора, учитывающая возможность изменения угла установки ножа Фуко. Проведено имитационное моделирование визуализации прозрачных неоднородностей водной среды, в ходе которого исследовано влияние поворота теневой диафрагмы на изображения неоднородностей. Установлено, что при достаточно больших углах поворота теневые изображения перемешанных пятен в стратифицированной жидкости радикально меняют свой вид. Исследовано влияние размера неоднородности на характер изображения.

Представляет интерес в дальнейшем применить разработанный здесь математический аппарат для моделирования ансамблей перемешанных пятен в стратифицированной жидкости. При этом будет необходимо использовать выражения для переменной составляющей освещенности  $E(x_4, y_4)$ , соответствующие более общему случаю, когда параметр дефокусировки  $\delta \neq 0$ . Кроме того, целесообразно помимо сферических моделей перемешанных пятен использовать модели, форма которых отражает явление коллапса пятен – сплющивания их в вертикальном направлении под воздействием сил плавучести, происходящее в реальных условиях стратифицированных сред.

- 1. Бардаков Р.Н., Чашечкин Ю.Д. Расчет и визуализация двумерных присоединенных внутренних волн в вязкой экспоненциально стратифицированной жидкости // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана.– 2004.– Т. 40, N 4.– С. 531–544.
- Грудин Б.Н., Кулешов Е.Л., Плотников Е.С., Фищенко Е.К. Исследование пространственновременных характеристик оптической микроструктуры термохалинных неоднородностей морской воды по фазово-контрастным изображениям // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана.– 2001.– Т. 37, N 2.– С. 265–273.
- Ильченко В.Н., Никишов В.И. Моделирование теневых изображений прозрачных неоднородностей водной среды // Прикладные проблемы математики и механики: Материалы XI международной научно-практической конференции.– Севастополь, СевНТУ.– С. 2002.256–260
- Ильченко В.Н., Никишов В.И. Имитационное моделирование регистрации прозрачных неоднородностей теплеровским прибором // Вісник Донецького університету. Сер.А: Природничі науки.– 2002.– вып. 2.– С. 261–264.
- Ильченко В.Н., Никишов В.И. Об исследовании прозрачных неоднородностей методом Теплера // Гидромеханика.– 1997.– вып. 71.– С. 38–50.
- Ван дер Люгт. Формулы для анализа и расчета систем оптической обработки информации // ТИИЭР.– 1966.– N 8.– С. 43–51.
- 7. Кольер Р., Беркхарт К., Лин Л. Оптическая голография.– М.: Наука, 1968.– 688 с.
- Наумов Б.В., Шахрай О.Г., Эйдук В.И. Об особенностях исследования турбулентности прямым теневым методом // ЖПМТФ.– 1981.– N 4.– С. 104–110.
- Авраменко А.С., Дурович Э.Ю., Келбакиани Д.Ф., Красовский Э.И., Наумов Б.В. Дистанционный теневой визуализатор неоднородностей морской воды // Океанология.– 1987.– Т.27, вып. 1.– С. 151– 155.
- Брамсон М.А., Красовский Э.И., Наумов Б.В. Морская рефрактометрия.– Л.: Гидрометеоиздат, 1986.– 248 с.
- Ильченко В.Н. Динамика перемешанных пятен и моделирование их регистрации теневыми методами. Канд. диссертация. – Киев: Институт гидромеханики НАНУ, 2002.– 196 с.
- Абруков С.А. Теневые и интерференционные методы исследования оптических неоднородностей...: Изд. Казанского ун–та, 1962.– 81 с.
- 13. Васильев Л.А. Теневые методы.– М.: Наука, 1968.– 400 с.
- 14. Шифрин К.С. Введение в оптику океана.– Л.: Гидрометеоиздат, 1983.– 280 с.
- Харкевич А.А. Спектры и анализ.– М.: ГИФМЛ, 1962.– 236 с.