

УДК 532.528

ЗМЕНШЕННЯ ОПОРУ ВИДОВЖЕНИХ ОСЕСИМЕТРИЧНИХ ВИСОКОШВИДКІСНИХ ТІЛ

І. Г. НЕСТЕРУК

Інститут гідромеханіки НАН України, Київ

Отримано 24.11.2008

З використанням відомих аналітичних залежностей для форми тонких осесиметричних каверн за тонкими та товстими насадками показано, що значення об'ємного коефіцієнта опору суперкавітаційного тіла, а також аналогічних коефіцієнтів, віднесених до квадратів довжини або калібру, суттєво зменшуються при числах кавітації, менших 0.01. Найменші значення цих коефіцієнтів опору відповідають найбільшим видовженням тіла та тонким кавітаторам. Шляхом порівняння опорів суперкавітаційного та безвідривного режимів обтікання доведено існування критичних значень об'єму або розмірів тіла. Суперкавітаційний режим є доцільним лише для докритичних значень цих величин. Необхідність компенсації сили Архімеда для горизонтального суперкавітаційного руху значно зменшує критичні значення об'єму або розмірів тіла, що мають максимум при певній величині швидкості руху. Зроблено оцінки опору тиску суперкавітаційних корпусів при наявності донної каверни та порівняння з безвідривним режимом обтікання. Критичні значення об'єму тіла мають максимум при певному значенні швидкості руху та різко зростають при збільшенні видовження тіла.

С использованием известных аналитических зависимостей для формы тонких осесимметричных каверн за тонкими и толстыми насадками показано, что значения объемного коэффициента сопротивления суперкавитирующего тела, а также аналогичных коэффициентов, отнесенных к квадратам длины или калибра, существенно снижаются при числах кавитации, меньших 0.01. Самые малые значения этих коэффициентов соответствуют самым большим удлинениям тела и тонким кавитаторам. Путем сравнения сопротивлений суперкавитационного и безотрывного режимов обтекания доказано существование критических значений объема или размеров тела. Суперкавитационный режим целесообразно использовать при докритических значениях этих величин. Необходимость компенсации силы Архимеда для горизонтального суперкавитационного движения значительно уменьшает критические значения объема или размеров тела, имеющие максимум при определенном значении скорости движения. Сделаны оценки сопротивления давления суперкавитирующих корпусов при наличии донной каверны и сравнение с безотрывным режимом обтекания. Критические значения объема тела достигают максимума при определенном значении скорости движения и резко возрастают с увеличением удлинения тела.

With the use of known analytic dependences for the slender axisymmetric cavity shapes after the slender or the non-slender cavitators, it was shown that the value of the volumetric drag coefficient and the similar coefficients, based on the squared values of the length and the caliber, can sufficiently be reduced at cavitation number smaller than 0.01. The smallest values of these drag coefficients correspond to the largest aspect ratios and the slender cavitators. Comparison of the drags of the supercavitating and unseparated flow patterns showed the existence of the critical values of the volume and sizes. The supercavitating flow pattern is preferable for the subcritical values of these parameters. For the horizontal supercavitation motion, the necessity of the Archimedes force compensation sufficiently diminishes the critical values of the vehicle volume or its sizes, which achieve maximum at a certain value of the motion velocity. In the case of the base cavity existence, the estimations of the supercavitating hull pressure drag and the comparison with the unseparated flow pattern are presented. The critical values of the body volume have maximum at a certain value of the movement velocity and drastically increase with the aspect ration increasing.

ВСТУП

Питання про ефективність суперкавітаційного режиму обтікання порівняно зі стандартними гідродинамічними формами, що обтікаються без відриву прилежового шару та кавітації, досліджувалось в статтях [1–5]. В якості критерія використовувався об'ємний коефіцієнт опору

$$C_V = \frac{2X}{\rho U^2 V_b^{2/3}}, \quad (1)$$

де V_b – об'єм осесиметричного тіла; ρ – густина води; U – поточна швидкість тіла; X – загальний опір тіла. В роботах [1, 2, 4, 5] було показано, що режим суперкавітації може забезпечувати менші значення C_V лише для достатньо малих значень об'ємного числа Рейнольдса $Re_V = UV_b^{1/3}/\nu$ та числа

кавітації

$$\sigma = \frac{2(p_\infty - p_c)}{\rho U^2} \ll 1, \quad (2)$$

де p_∞ – тиск у воді далеко від перерізу початку каверни на глибині його руху; p_c – тиск у каверні, який можна вважати сталим через велику різницю у густинах води та газів, що заповнюють каверну.

При цьому вважалось, що форма суперкавітуючого тіла мінімального опору збігається з формою каверни. Якщо допустити, що тіло займає лише частину каверни, то об'ємний коефіцієнт опору відповідно до формули (1) буде більшим.

Разом з тим, зменшення числа кавітації призводить не лише до зменшення об'ємного коефіцієнта опору, але і збільшує видовження тіла, форма якого збігається з формою каверни. З міркувань

міцності конструкції тіла його видовження є обмеженим деякою величиною λ_m . В роботах [1, 2, 4, 5] використовувалась величина $\lambda_m = 20$. З цим значенням максимального видовження та припущенням, що оптимальне суперкавітуюче тіло займає весь об'єм каверни, зроблено висновок, що число кавітації повинно бути більшим 0.01, а мінімальне значення об'ємного коефіцієнта опору суперкавітуючого тіла дорівнює приблизно 0.0015.

Збільшення швидкостей руху тіл у воді робить актуальними дуже малі числа кавітації, які можуть бути меншими 0.0001 навіть у випадку парової кавітації, тому цікаво дослідити форму оптимальних суперкавітуючих тіл та об'ємний коефіцієнт опору у випадку $\sigma < 0.01$. Це і стало предметом даного дослідження. Так само, як і в роботах [1, 2, 4, 5], зроблено порівняння опорів суперкавітаційного та безвідривного режимів обтікання для випадків фіксованих об'єму, калібру та довжини тіла.

Окрім того, гранично велике значення видовження $\lambda_m = 20$ відповідає не всім можливим випадкам. Зокрема, в статті [6] наведений приклад успішного використання суперкавітації для зменшення опору тонкого гарпуна з видовженням приблизно 47. Тому в роботі проведений аналіз форми оптимальних тіл для різних значень λ_m .

Поряд з випадком розташування тіла в одній каверні (див. рис. 1, *a, b*) розглянуте обтікання при наявності донної каверни (див. рис. 1, *c, d*). Тоді передня частина тіла може також знаходитись у каверні (так званий двокаверновий режим, рис. 1, *c*), або обтікатись без відриву примежового шару та кавітації (див. рис. 1, *d*). Зроблено порівняння опорів для обох випадків.

Аналіз задач суперкавітаційного руху ускладнюється відсутністю точних розв'язків та нестационарним характером течії. Разом з тим, в деяких випадках високошвидкісного руху існує діапазон квазістационарного обтікання з фіксованим значенням опору тиску, коли можна користуватись відомими співвідношеннями для форми стаціонарної каверни в невагомій рідині.

Мінімальний опір, очевидно, має найменше (точкове) тіло, тому природно обмежити об'єм, максимальний діаметр (калібр) або довжину осесиметричного корпусу. В трьох перших розділах послідовно розглядатимуться задачі мінімізації опору з фіксованими об'ємом, калібром та довжиною. Окремо розглядатимуться випадки товстих та тонких кавітаторів, буде зроблене порівняння з безвідривним режимом обтікання.

1. МІНІМІЗАЦІЯ ОПОРУ ПРИ ЗАДАНОМУ ОБ'ЄМІ ТІЛА

Якщо фіксований об'єм тіла V_b , то зручно користуватись об'ємним коефіцієнтом опору (1), мінімальні значення якого відповідатимуть оптимальній формі. Для суперкавітаційного режиму обтікання основний внесок в опір дає тиск рідини, що діє на поверхні кавітатора. Якщо каверна повністю охоплює тіло (як зображено на рис. 1, *a, b*), то тиск, що діє на решту поверхні тіла, можна не враховувати і використовувати стандартний коефіцієнт опору тиску осесиметричного кавітатора з радіусом перерізу відриву каверни R_n :

$$C_x = \frac{2X}{\pi R_n^2 \rho U^2}. \quad (3)$$

Тоді з формул (1), (3) випливає

$$C_V = \pi C_x \left(\frac{V_b}{R_n^3} \right)^{-2/3}. \quad (4)$$

Далі будуть проводитись розрахунки за формулою (4) окремо для випадків товстих та видовжених кавітаторів і порівняння з випадком безвідривного обтікання.

1.1. Суперкавітація за товстими кавітаторами

Для товстих кавітаторів (наприклад, диск або конуси з кутом при вершині більше 30 градусів) можна використовувати напівемпіричні співвідношення Гарабедяна [7]:

$$\bar{R}^2 = \frac{\bar{x}(1-\bar{x})}{\lambda^2}, \quad (5)$$

$$\lambda = \frac{L}{D} = \sqrt{\frac{-\ln \sigma}{\sigma}}, \quad (6)$$

$$\frac{D}{R_n} = 2\sqrt{\frac{C_x}{\sigma}}, \quad (7)$$

$$\frac{L}{R_n} = \frac{2\sqrt{-C_x \ln \sigma}}{\sigma}, \quad (8)$$

де $\bar{R} = R/L$ – безрозмірний радіус перерізу каверни; $\bar{x} = x/L$ – поздовжня координата; λ – видовження каверни; D – максимальний діаметр каверни; L – довжина каверни.

Якщо $\lambda_m > \lambda$, то вписана в каверну частина оптимального тіла повинна збігатись з формою каверни, а для C_V можна використовувати отриману в [8] формулу, що впливає з (5)–(8):

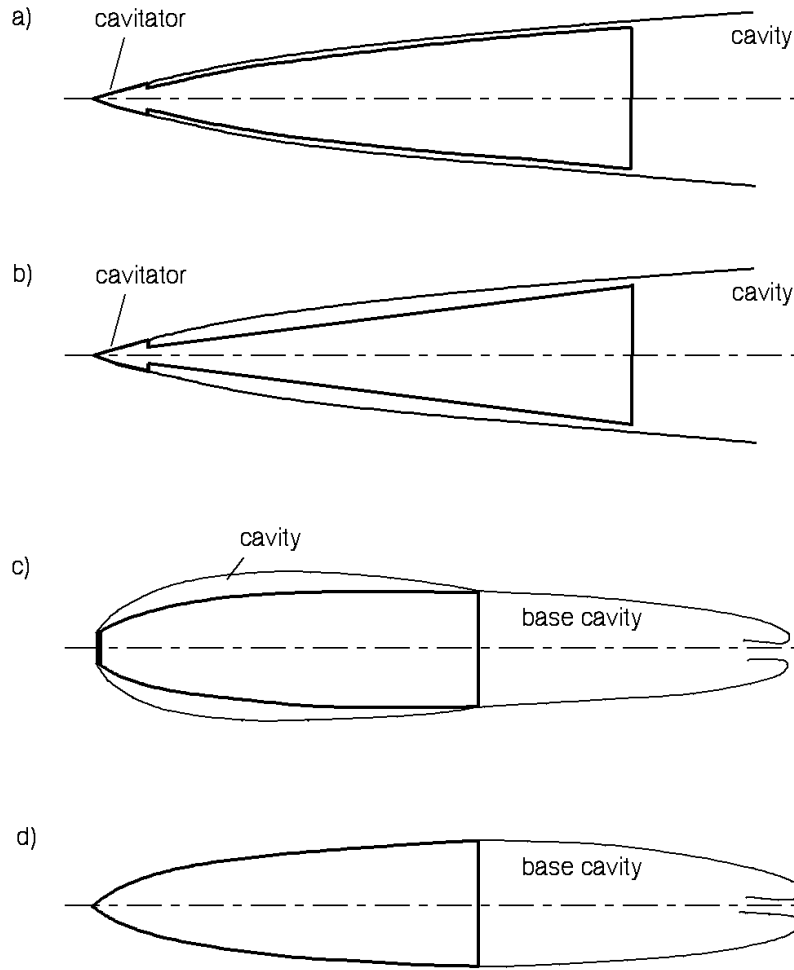


Рис. 1. Різні схеми обтікання та форми оптимальних тіл

$$C_V = \frac{3^{2/3} \pi^{1/3} \sigma^{4/3}}{4^{2/3} (-\ln \sigma)^{1/3}}, \quad \sqrt{\frac{-\ln \sigma}{\sigma}} < \lambda_m. \quad (9)$$

Якщо $\lambda_m \leq \lambda$, то оптимальне тіло займає лише частину каверни (як зображено на рис. 1, *a, b*) з координатами $0 < \bar{x} \leq \alpha \leq 1$. За формулою (5) можна визначити об'єм тіла $\bar{V} = V/L^3$:

$$\bar{V} = \frac{\pi \alpha^2 (3 - 2\alpha)}{6\lambda^2}. \quad (10)$$

А з використанням формул (4), (6), (8), (10) можна отримати

$$C_V = \frac{0.75^{2/3} \pi^{1/3} \sigma^{4/3}}{\alpha^{4/3} (3 - 2\alpha)^{2/3} (-\ln \sigma)^{1/3}}, \quad \sqrt{\frac{-\ln \sigma}{\sigma}} \geq \lambda_m. \quad (11)$$

Для визначення параметра α можна скористатись умовою однаковості видовження тіла та λ_m . Тоді, якщо $0.5\lambda \leq \lambda_m \leq \lambda$, то максимальний діаметр тіла збігається з D і визначається з формули (7). У випадку $\lambda_m < 0.5\lambda$ максимальний радіус тіла визначається з рівняння (5) при $\bar{x} = \alpha$. Остаточно отримуємо:

$$\alpha = \lambda_m \sqrt{\frac{\sigma}{-\ln \sigma}}, \quad \sqrt{\frac{-\ln \sigma}{4\sigma}} \leq \lambda_m \leq \sqrt{\frac{-\ln \sigma}{\sigma}}, \quad (12)$$

$$\alpha = \frac{4\sigma \lambda_m^2}{4\sigma \lambda_m^2 - \ln \sigma}, \quad \lambda_m < 0.5 \sqrt{\frac{-\ln \sigma}{\sigma}}. \quad (13)$$

Результати розрахунків об'ємного коефіцієнта опору за формулами (9), (11)–(13) для різних значень максимально можливого видовження тіла λ_m

показані на рис. 2 суцільними лініями. Видно, що значення C_V можуть бути суттєво зменшені при $\sigma < 0.01$. При цьому видовження тіла не перевищує λ_m і воно займає лише частину каверни. Найменші значення об'ємного коефіцієнта опору відповідають найбільшим величинам λ_m .

Цікаво відзначити, що величина C_V є обмеженою і має мінімум, значення якого зростає при зменшенні величини λ_m . Оскільки мінімальне значення C_V досягається при дуже малих значеннях числа кавітації та параметра α , формула (5) втрачає точність (зокрема, кавітатор не можна вважати точковим), і питання про мінімум об'ємного коефіцієнта опору вимагає додаткових досліджень.

1.2. Суперкавітація за тонкими конічними кавітаторами

Наведений в попередньому розділі аналіз свідчить, що об'ємні коефіцієнти опору та форми оптимального корпусу не залежать від форми насадки, оскільки отримані формули не містять коефіцієнта опору тиску C_x і є інваріантними для всіх нетонких кавітаторів, для яких справедливі напівемпіричні залежності (5)–(8). У зв'язку з цим виникає питання про ефективність тонких кавітаторів, для яких замість залежностей (5)–(8) можна користуватись наведеними в [9, 10] результатами для форми тонкої каверни в першому наближенні та опору тиску тонкого конічного кавітатора:

$$\frac{R^2}{R_n^2} = \frac{\sigma}{2 \ln \beta} \frac{x^2}{R_n^2} + 2\beta \frac{x}{R_n} + 1, \quad (14)$$

$$C_x \approx C_{x0} = -2\beta^2 [\ln(0, 5\beta) + 1], \quad (15)$$

де β – похідна від радіуса кавітатора в точці початку каверни $x = 0$ (для конічного кавітатора β дорівнює тангенсу напівкута при вершині θ).

Якщо $\lambda_m > \lambda$, то вписана в каверну частина оптимального тіла повинна збігатись з формою каверни, а для C_V можна використовувати отриману в [11] формулу, що впливає з (14)–(15) для випадку довгих (порівняно з довжиною кавітатора) каверн ($-2\beta^2 \ln \beta / \sigma \gg 1$). Більш точні розрахунки об'ємних коефіцієнтів опору з використанням другого наближення для форми каверни можна знайти в [8]. Розрахунки в нелінійній постановці наведені в [4, 5].

Якщо $\lambda_m \leq \lambda$, то оптимальне тіло займає лише частину каверни (як зображено на рис. 1, *a, b*) з координатами $0 < x/R_n \leq \alpha_1 \leq L/R_n$. За формулою (14) можна обчислити об'єм тіла $\bar{V} = V/R_n^3$:

$$\bar{V} = \pi \left[\frac{1}{3\beta} + \alpha_1 \left(\frac{\sigma \alpha_1^2}{6 \ln \beta} + \beta \alpha_1 + 1 \right) \right]. \quad (16)$$

Для визначення параметра α_1 можна скористатись умовою однаковості видовження тіла та λ_m . Тоді якщо $\alpha_1 > -2\beta \ln \beta / \sigma$, то максимальний діаметр тіла D_b збігається з діаметром каверни D і визначається за допомогою формули (14).

$$\frac{D_b^2}{R_n^2} = 4 \left(-\frac{2\beta^2 \ln \beta}{\sigma} + 1 \right). \quad (17)$$

У випадку $\alpha_1 \leq -2\beta \ln \beta / \sigma$ максимальний радіус тіла визначається з рівняння (14) при $x/R_n = \alpha_1$. Остаточо за допомогою (14), (17):

$$\alpha_1 = 2\lambda_m \sqrt{\frac{-2\beta^2 \ln \beta}{\sigma} + 1} - \frac{1}{\beta}, \quad (18)$$

$$-\frac{2\beta \ln \beta}{\sigma} < \alpha_1 \leq \frac{-2\beta \ln \beta + \sqrt{4\beta^2 \ln^2 \beta - 2\sigma \ln \beta}}{\sigma};$$

$$\alpha_1 = \frac{w + \sqrt{w^2 + (4\lambda_m^2 - \beta^{-2})w_1}}{w_1}, \quad (19)$$

$$\alpha_1 \leq -\frac{2\beta \ln \beta}{\sigma},$$

$$w = 4\lambda_m^2 \beta - \frac{1}{\beta}, \quad w_1 = 1 - \frac{2\lambda_m^2 \sigma}{\ln \beta}.$$

Результати розрахунків об'ємного коефіцієнта опору за формулами (4), (15)–(19) для тонкого конічного кавітатора з $\beta = 0.1$ показані на рис. 2 маркерами. Так само, як і для товстих кавітаторів, значення C_V можуть суттєво зменшуватись при $\sigma < 0.01$. При цьому тіло займає лише передню частину каверни і його видовження не перевищує λ_m . Найменші значення об'ємного коефіцієнта опору відповідають найбільшим величинам λ_m . Слід відзначити, що тонкі кавітатори забезпечують менші C_V , ніж товсті насадки, при однакових значеннях λ_m, σ . Однак даний факт потребує уточнення через обмежену точність рівняння першого наближення (14). На відміну від товстих насадків величина C_V для тонких кавітаторів не має мінімуму, але дуже повільно змінюється при дуже малих числах кавітації.

Отримані формули дозволяють знайти форму оптимального тіла, що забезпечує наведені значення C_V . Візьмемо до прикладу тіло з $\lambda_m = 10$, основна частина якого знаходиться в каверні, утвореній тонким конусом з $\beta = 0.1$ на швидкості 700 м/с. Для невеликої глибини руху в режимі парової кавітації за формулою (2) отримуємо $\sigma \approx 0.0004$. Співвідношення (4), (15), (16), (19)

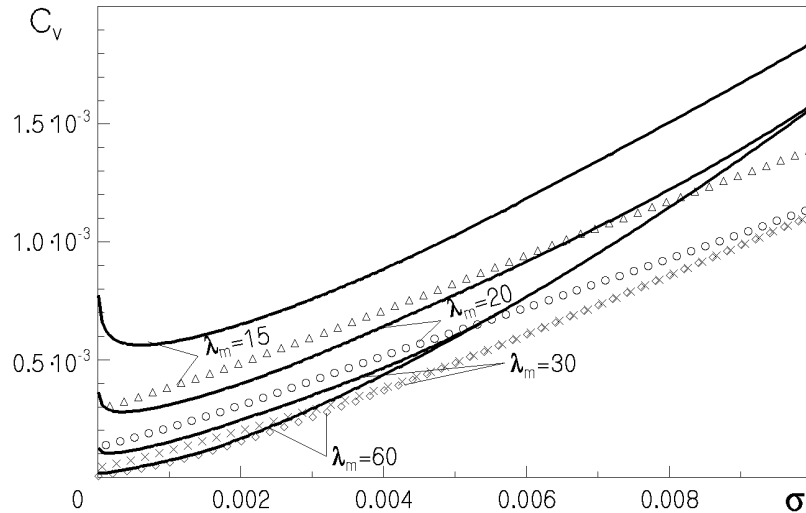


Рис. 2. Залежності об'ємного коефіцієнта опору від числа кавітації для різних значень максимально можливого видовження тіла

дозволяють отримати $\alpha_1 = 62.62$, $C_V = 0.00099$. Відповідні форми каверни та оптимального тіла схематично зображені на рис. 1, а. Форма частини тіла, що знаходиться в каверні, має максимально наблизитись до форми каверни, розрахованої за формулою (14).

У тих випадках, коли фіксовані не об'єм, а мідель або довжина тіла, оптимальний корпус має бути лише вписаним у передню частину каверни так, щоб його довжина дорівнювала α_1 , а максимальний радіус наближався до значення радіуса каверни при $x/R_n = \alpha_1$. Приклад оптимальної форми для цих двох випадків схематично показаний на рис. 1, б.

Для товстого насадка відповідні оптимальні форми можна розрахувати за співвідношеннями (5), (8), (12), (13). Зокрема, для попереднього прикладу: $\alpha = 0.02$, $C_V = 0.0016$. Якщо в якості довжини тіла вибрати значення 60 мм та обмежитись випадком дискового кавітатора (саме таке тіло розглядається в [12]), то за формулою (8) отримуємо $R_n = 0.237$ мм. Варто зауважити, що радіус дискового кавітатора для тіла зі статті [12] більше, ніж в 4 рази перевищує радіус оптимального диска, відповідно опір цього тіла майже у 18 разів перевищує оптимальне значення.

1.3. Порівняння кавітаційного та безвідриного режимів обтікання

В роботі [8] зроблено порівняння об'ємних коефіцієнтів опору для безвідриного тіла та корпусу,

що обтікається в режимі парової кавітації. Для цього використовувалась отримана в [2] оцінка коефіцієнта опору тертя для тонкого тіла, що обтікається без відриву повністю турбулентного прилежового шару:

$$C_{VU} \approx \frac{0.062}{\lambda_m^{10/21} \text{Re}_V^{1/7}}, \quad (20)$$

Критичне значення числа Рейнольдса можна знайти з рівняння $C_V = C_{VU}$ та співвідношення (20):

$$\text{Re}_{V*} \approx \frac{3.5 \cdot 10^{-9}}{C_V^7 \lambda_m^{10/3}}, \quad (21)$$

Для значень об'ємного числа Рейнольдса, менших цього критичного, переваги має суперкавітаційний режим обтікання. Відповідно для більших значень конкурентноспроможними є стандартні безвідрині форми. Завдяки значному зменшенню C_V для тіл, що використовують при дуже малих числах кавітації лише передню частину каверни, можна суттєво збільшити критичне значення числа Рейнольдса і, відповідно, критичні розміри суперкавітуючого тіла. Наприклад, для тіла з максимальним видовженням $\lambda_m = 20$, що рухається на невеликій глибині зі швидкістю 1000 м/с в режимі парової кавітації (число кавітації становить приблизно 0.0002) $C_V \approx 0.00028$ для товстого насадка і приблизно вдвічі менше для тонкого. Використання формули (21) дає $\text{Re}_{V*} \approx 1.2 \cdot 10^{12}$ для товстих кавітаторів, що на п'ять ступенів перевищує значення для тіл такого ж видовження, що

використовують весь об'єм каверни. Тобто суперкавітаційний режим у цьому випадку має переваги для $V < 10^9 \text{ м}^3$, тобто для всіх практично цікавих апаратів.

Разом з тим, режим суперкавітації призводить до ситуації, коли корпус тіла рухається в газі (див. рис. 1, a, b, c) і на нього діє дуже мала сила Архімеда (приблизно у 800 разів менша, ніж при обтіканні в змоченому водою режимі). Тому для суперкавітуючих апаратів виникає проблема підтримки ваги (подібна для літаків). Вона вирішується за рахунок глісування корпусу по поверхні каверни або використання крил. При цьому виникає додатковий опір, що може значно збільшувати об'ємний коефіцієнт опору суперкавітуючих тіл.

Для оцінки цього додаткового опору ΔC_V можна скористатись коефіцієнтом аеродинамічної якості $k = C_y/C_x$. Тоді з формули (1) випливає

$$\Delta C_V = 2 \frac{\bar{\rho}_b g V^{1/3}}{k U^2}, \quad (22)$$

де $\bar{\rho}_b = \rho_b/\rho$ – середня безрозмірна густина тіла; $\rho_b = m/V$; m – маса тіла. Найбільше значення об'єму V_* , для якого ще доцільно використовувати суперкавітаційний режим обтікання, можна знайти з рівняння

$$C_V + \Delta C_V = C_{VU}. \quad (23)$$

Результати розв'язання рівняння (23) представлені на рис. 3 та 4. Величина $V_*^{1/3}$ вимірюється в метрах, швидкість руху U в м/с. Для розрахунків використовувались значення $\nu = 1.3 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$; $g = 9.8 \text{ м}/\text{с}^2$; $\bar{\rho}_b/k = 0.1$ (суцільні криві) та $\bar{\rho}_b/k = 1$ (маркери). Видно, що деякі зображені на рис. 3 криві мають максимум. Аналіз нелінійного рівняння (23) показує, що максимально можливе значення критичного об'єму задається формулою

$$V_{*m} \approx \frac{1,7 \cdot 10^{-19} k \nu^2}{g \bar{\rho}_b C_V^{13} \lambda_m^{20/3}}$$

і досягається на швидкості

$$U_{*m} \approx \frac{0,0038 \nu^{1/3} g^{1/3} \bar{\rho}_b^{1/3}}{k^{1/3} C_V^{8/3} \lambda_m^{10/9}}.$$

Відсутність максимуму для деяких зображених на рис. 3 кривих пояснюється дуже малими значеннями C_V , для яких величини U_{*m} виходять за межі, показані на рис. 3 (зокрема, швидкості можуть ставати надзвуковими, що робить непридатним наведений аналіз). Критичний об'єм дуже різко спадає при зростанні об'ємного коефіцієнта

опору (особливо на великих швидкостях руху, див. рис. 4).

Рис. 3 та 4 свідчать також, що врахування необхідності компенсації сили Архімеда значно зменшує критичні значення об'єму тіла та обмежує область застосування суперкавітуючих корпусів. Особливо сильно це видно при збільшенні значень C_V (див. рис. 4). Силу Архімеда важче компенсувати для більш важких апаратів (більші значення $\bar{\rho}_b$) та при малих коефіцієнтах гідродинамічної якості k . Цей факт можна побачити наочно порівнянням суцільних кривих та маркерів на рис. 3 та 4.

2. МІНІМІЗАЦІЯ ОПОРУ ПРИ ЗАДАНОМУ КАЛІБРИ ТІЛА

Якщо фіксований калібр тіла D_b , то зручно користуватись віднесеним до площі міделя тіла коефіцієнтом опору C_D , пов'язаним з C_x очевидним співвідношенням

$$C_D = \frac{4 C_x R_n^2}{D_b^2}. \quad (24)$$

Мінімальні значення C_D відповідатимуть оптимальній форми. Для суперкавітаційного режиму обтікання основний внесок в опір дає тиск рідини, що діє на по поверхні кавітатора. Як і в попередньому розділі, вважатимемо, що каверна повністю охоплює тіло. Тому тиск, що діє на решту поверні тіла, можна не враховувати і використовувати стандартний коефіцієнт опору тиску осесиметричного кавітатора з радіусом перерізу відриву каверни R_n .

Далі будуть проводитись розрахунки за формулою (24) окремо для випадків товстих та видовжених кавітаторів і порівняння з випадком безвідривного обтікання.

2.1. Суперкавітація за товстими кавітаторами

Як і в попередньому розділі, для товстих кавітаторів (наприклад, диск або конуси з кутом при вершині більше 30 градусів) будемо використовувати напівемпіричні співвідношення Гарабедяна (5)–(8).

Якщо $\lambda_m > \lambda$, то оптимальний корпус тіла повинен бути вписаним в каверну, а його мідель повинен збігатись з міделем каверни. Тоді для C_D можна отримати просту формулу, що впливає з (7), (24):

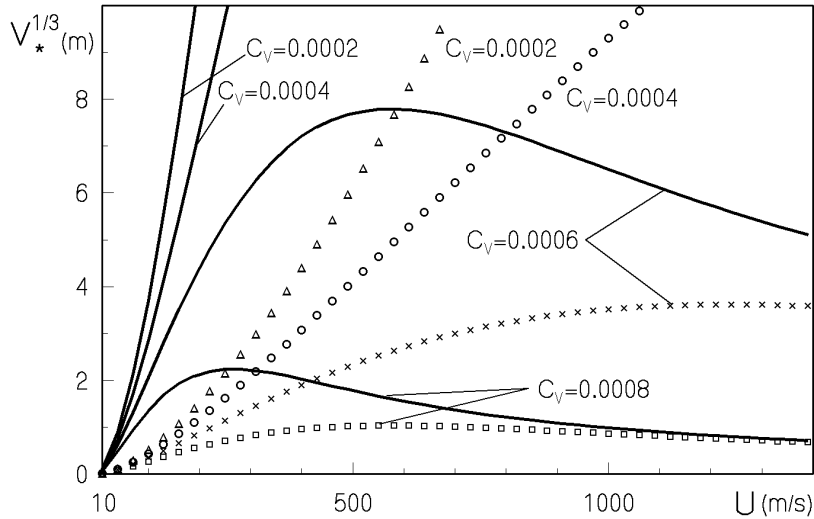


Рис. 3. Залежності критичного об'єму тіла від швидкості руху для різних значень C_V та $\bar{\rho}_b/k$

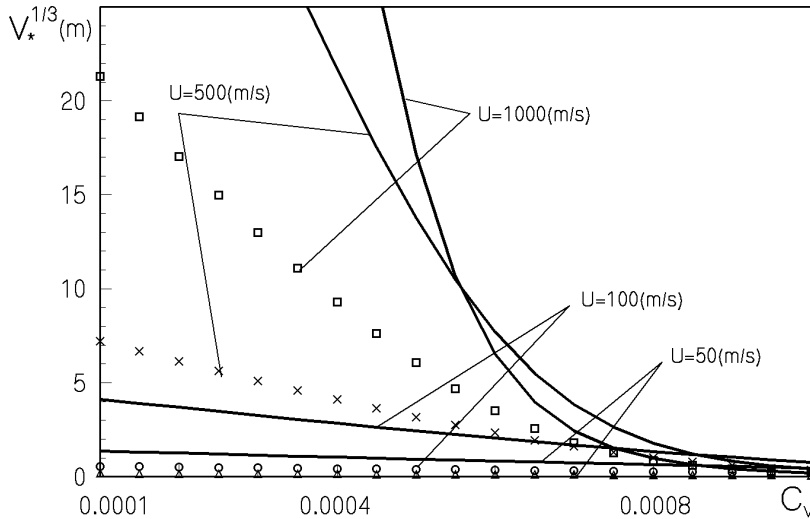


Рис. 4. Залежності критичного об'єму тіла від C_V для різних значень швидкості руху та величини $\bar{\rho}_b/k$

$$C_D = \sigma. \quad (25)$$

Якщо $\lambda_m \leq \lambda$, то оптимальне тіло займає лише частину каверни з координатами $0 < \bar{x} \leq \alpha \leq 1$. Якщо $0.5\lambda \leq \lambda_m \leq \lambda$, то максимальний діаметр тіла збігається з D , а для коефіцієнта опору C_D також справедлива формула (25).

У випадку $\lambda_m < 0.5\lambda$ максимальний радіус тіла визначається з рівняння (5) при $\bar{x} = \alpha$, тому для C_D справедлива формула:

$$C_D = \frac{\sigma}{4\alpha(1-\alpha)}, \quad (26)$$

де параметр α визначається формулою (13).

Результати розрахунків коефіцієнта опору C_D за формулами (13), (25), (26) для різних значень максимально можливого видовження тіла λ_m показані на рис. 5 лініями.

Видно, що значення C_D можуть бути суттєво зменшені при $\sigma < 0.01$. При цьому видовження тіла не перевищує λ_m і воно займає лише частину каверни. Найменші значення коефіцієнта опору C_D відповідають найбільшим величинам λ_m .

Цікаво відзначити, що величина C_D є обмеженою і має мінімум, значення якого зростає при

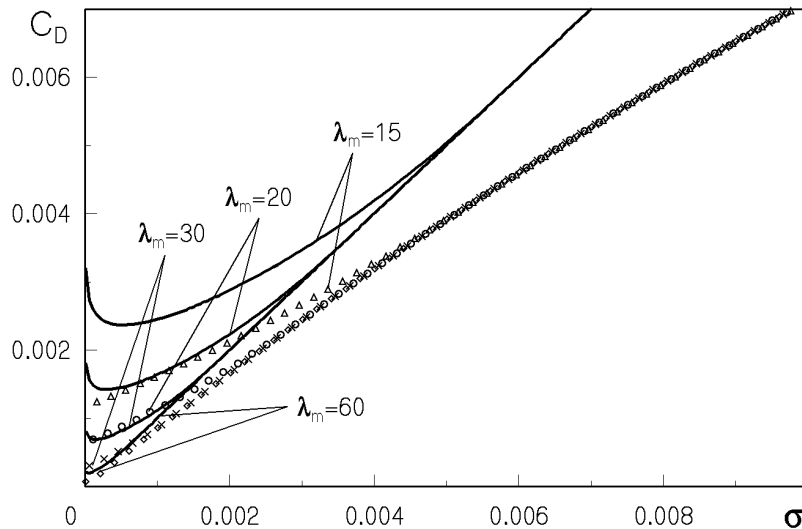


Рис. 5. Залежності коефіцієнта опору C_D від числа кавітації для різних значень максимально можливого видовження тіла

зменшенні величини λ_m . Оскільки мінімальне значення C_D досягається при дуже малих значеннях числа кавітації та параметра α , формула (5) втрачає точність (зокрема, кавітатор не можна вважати точковим) і питання про мінімум C_D вимагає додаткових досліджень.

2.2. Суперкавітація за тонкими конічними кавітаторами

Так само, як і в попередньому розділі, будемо користуватись формулами (14), (15), отриманими в [9, 10].

Якщо $\lambda_m > \lambda$, то оптимальний корпус тіла має бути вписаним в каверну, а його мідель повинен збігатись з міделем каверни. Тоді для C_D можна отримати просту формулу, що впливає з (14), (15), (17), (24):

$$C_D = -\frac{2\sigma\beta^2[\ln(0,5\beta) + 1]}{(\sigma - 2\beta^2 \ln \beta)}. \quad (27)$$

Якщо $\lambda_m \leq \lambda$, то оптимальне тіло займає лише частину каверни з координатами $0 < x/R_n \leq \alpha_1 \leq L/R_n$. Якщо $\alpha_1 > -2\beta \ln \beta / \sigma$, то максимальний діаметр тіла збігається з D , а для коефіцієнта опору C_D також справедлива формула (27).

У випадку $\alpha_1 \leq -2\beta \ln \beta / \sigma$ максимальний радіус тіла визначається з рівняння (14) при $x/R_n = \alpha_1$, тому за допомогою (14), (15), (17), (24) можна отримати:

$$C_D = -\frac{4\beta^2 \ln \beta [\ln(0,5\beta) + 1]}{(\sigma\alpha_1^2 + 4\beta \ln \beta \alpha_1 + 2 \ln \beta)}. \quad (28)$$

Для визначення параметра α_1 можна скористатись умовою однаковості видовження тіла та λ_m . У випадку $\alpha_1 \leq -2\beta \ln \beta / \sigma$ цей параметр визначається з рівняння (19).

Результати розрахунків коефіцієнта опору C_D за формулами (27), (28) для різних значень максимально можливого видовження тіла λ_m показані на рис. 5 маркерами.

Так само, як і для товстих кавітаторів, значення C_D можуть бути суттєво зменшені при $\sigma < 0.01$. При цьому видовження тіла не перевищує λ_m і воно займає лише передню частину каверни. Найменші значення коефіцієнта опору C_D відповідають найбільшим величинам λ_m . Слід відзначити, що тонкі кавітатори забезпечують менші C_D , ніж товсті насадки при однакових значеннях λ_m , σ . Однак даний факт потребує уточнення через обмежену точність рівняння першого наближення (14). На відміну від товстих насадків величина C_D для тонких кавітаторів не має мінімуму, але дуже повільно змінюється при дуже малих числах кавітації.

Отримані формули дозволяють знайти форму оптимального тіла, що забезпечує наведені значення C_D . Візьмемо до прикладу тіло з $\lambda_m = 10$, основна частина якого знаходиться в каверні, утвореній тонким конусом з $\beta = 0.1$ на швидкості 700 м/с. Для невеликої глибини руху в режимі парової кавітації за формулою (2) отриму-

емо $\sigma \approx 0.0004$. Співвідношення (19), (28) дозволяють отримати $\alpha_1 = 62.62$, $C_D = 0.003$. Форма частини тіла, що знаходиться в каверні, має бути вписаною у передню частину відповідної каверни, максимальний діаметр тіла повинен максимально наближатись до діаметра каверни при $x/R_n = \alpha_1$. Приклад оптимальної форми схематично показаний на рис. 1, *b*.

Для товстого насадка відповідні оптимальні форми можна розрахувати за співвідношеннями (5), (7), (12), (13), (25), (26). Зокрема, для попереднього прикладу: $\alpha = 0.02$, $C_D = 0.01$. Отримане значення C_D більше, як в 3 рази перевищує величину коефіцієнта опору для випадку тонкого кавітатора. Однак остаточний висновок про більшу ефективність тонких насадків може бути зроблено лише після уточнених розрахунків. Якщо в якості максимального діаметра тіла вибрати значення 6 мм та обмежитись випадком дискового кавітатора (саме таке тіло розглядається в [12]), то за формулою (8) отримуємо $R_n = 0,237$ мм. Варто зауважити, що радіус дискового кавітатора для тіла зі статті [12] більше, ніж в 4 рази перевищує радіус оптимального диска, відповідно опір цього тіла майже у 18 разів перевищує оптимальне значення.

2.3. Порівняння кавітаційного та безвідриного режимів обтікання

У випадку фіксованого калібру тіла, що розглядається в даному розділі, можна користуватись результатами підрозділу 1.3 для критичних значень об'єма тіла, якщо розрахувати залежність $V^{1/3}/D$ з використанням формул (5), (6), (10), (12), (13) для товстого кавітатора та (14), (16)–(19) для тонкого. Результати обчислень показують, що для чисел кавітації, менших 0.01, відношення $V^{1/3}/D$ змінюється дуже повільно і становить від 1.74 до 2.06 для $\lambda_m = 15$ і змінюється в межах 1.98 до 2.28 для $\lambda_m = 20$. Отже, для оцінок критичних значень калібру тіла достатньо брати приблизно половину відповідних величин $V_*^{1/3}$. Суперкавітаційний режим обтікання буде доцільним при менших значеннях калібру.

3. МІНІМІЗАЦІЯ ОПОРУ ПРИ ЗАДАНІЙ ДОВЖИНІ ТІЛА

Якщо фіксована довжина тіла L_b , то зручно користуватись віднесенням до квадрата довжини тіла коефіцієнтом опору C_L , пов'язаним з C_x очевидним співвідношенням

$$C_L = \frac{\pi C_x R_n^2}{L_b^2}. \quad (29)$$

Мінімальні значення C_L відповідатимуть оптимальній формі. Для суперкавітаційного режиму обтікання основний внесок в опір дає тиск рідини, що діє на поверхні кавітатора. Як і в попередніх розділах, вважатимемо, що каверна повністю охоплює тіло. Тому тиск, що діє на решту поверхні тіла, можна не враховувати і використовувати стандартний коефіцієнт опору тиску осесиметричного кавітатора з радіусом перерізу відриву каверни R_n .

Далі будуть проводитись розрахунки за формулою (29) окремо для випадків товстих та видовжених кавітаторів і порівняння з випадком безвідриного обтікання.

3.1. Суперкавітація за товстими кавітаторами

Як і в попередніх розділах для товстих кавітаторів (наприклад, диск або конуси з кутом при вершині більше 30 градусів) будемо використовувати напівемпіричні співвідношення Гарабедяна (5)–(8).

Якщо $\lambda_m > \lambda$, то оптимальний корпус тіла повинен бути вписаним в каверну, а його довжина має збігатись з довжиною каверни. Якщо $\lambda_m \leq \lambda$, то оптимальне тіло займає лише частину каверни з координатами $0 < \bar{x} \leq \alpha \leq 1$. В обох випадках з виразів (8), (29) можна отримати просту формулу:

$$C_L = -\frac{\pi \sigma^2}{4\alpha^2 \ln \sigma}, \quad (30)$$

де параметр α визначається формулами (12), (13) і дорівнює одиниці при $\lambda_m > \sqrt{-\ln \sigma}/\sigma$.

Результати розрахунків коефіцієнта опору C_L за формулами (12), (13), (30) для різних значень максимально можливого видовження тіла λ_m показані на рис. 6 лініями.

Видно, що значення C_L можуть бути суттєво зменшені при $\sigma < 0.01$. При цьому видовження тіла не перевищує λ_m і воно займає лише частину каверни. Як варто було сподіватись, найменші значення коефіцієнта опору C_L відповідають найбільшим величинам λ_m .

Цікаво відзначити, що величина C_L є обмеженою і має мінімум, значення якого зростає при зменшенні величини λ_m . Оскільки мінімальне значення C_L досягається при дуже малих значеннях числа кавітації та параметра α , формула (5) втрачає точність (зокрема, кавітатор не можна вважа-

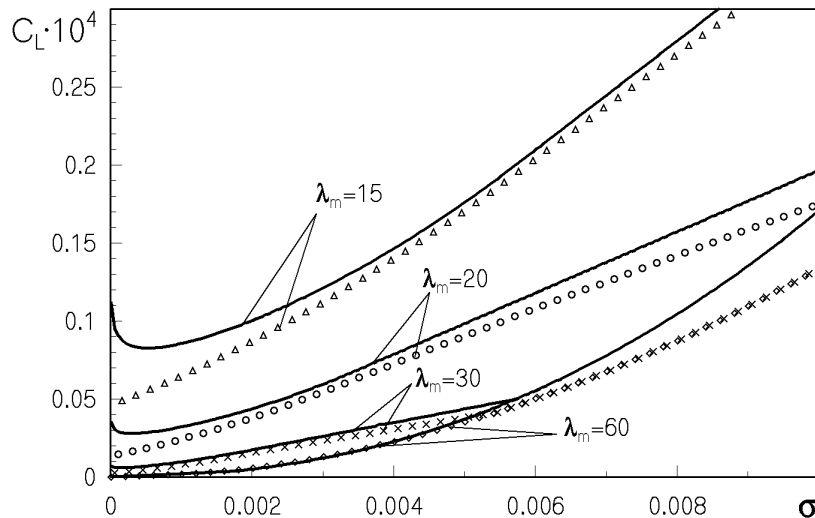


Рис. 6. Залежності коефіцієнта опору C_L від числа кавітації для різних значень максимально можливого видовження тіла

ти точковим) і питання про мінімум C_L вимагає додаткових досліджень.

3.2. Суперкавітація за тонкими конічними кавітаторами

Так само, як і в попередніх розділах, будемо користуватись формулами (14), (15), отриманими в [9, 10].

Якщо $\lambda_m > \lambda$, то оптимальний корпус тіла повинен бути вписаним в каверну, а його довжина збігатися з довжиною каверни. Якщо $\lambda_m \leq \lambda$, то оптимальне тіло займає лише частину каверни з координатами $0 < x/R_n \leq \alpha_1 \leq L/R_n$. В обох випадках з (15), (29) можна отримати просту формулу:

$$C_L = -\frac{2\pi\beta^2[\ln(0,5\beta) + 1]}{\alpha_1^2}. \quad (31)$$

Для визначення параметра α_1 можна скористатись умовою однаковості видовження тіла та λ_m , співвідношеннями (19), (20) та значенням

$$\alpha_1 = \frac{-2\beta \ln \beta + \sqrt{4\beta^2 \ln^2 \beta^2 - 2\sigma \ln \beta}}{\sigma}$$

при $\lambda_m > \lambda$. Результати розрахунків коефіцієнта опору C_L за формулами (18), (19), (31) для різних значень максимально можливого видовження тіла λ_m показані на рис. 6 маркерами.

Так само, як і для товстих кавітаторів, значення C_L суттєво зменшуються при $\sigma < 0.01$. При цьому видовження тіла не перевищує λ_m і воно займає

лише передню частину каверни. Найменші значення коефіцієнта опору C_L відповідають найбільшим величинам λ_m . Слід відзначити, що тонкі кавітатори забезпечують менші значення C_L , ніж товсті насадки при однакових значеннях λ_m , σ . Однак даний факт потребує уточнення через обмежену точність рівняння першого наближення (14). На відміну від товстих насадків величина C_L для тонких кавітаторів не має мінімуму, але дуже повільно змінюється при дуже малих числах кавітації.

Отримані формули дозволяють знайти форму оптимального тіла, що забезпечує наведені значення C_L . Приклад такого тіла з параметрами $\lambda_m = 10$; $\beta = 0.1$; $U = 700$ м/с схематично показаний на рис. 1, b.

3.3. Порівняння кавітаційного та безвідривного режимів обтікання

У випадку фіксованої довжини тіла, що розглядається в даному розділі, можна користуватись результатами підрозділу 1.3 для критичних значень об'єма тіла, якщо розрахувати залежність $V^{1/3}/L$ з використанням формул (5), (8), (10), (12), (13) для товстого кавітатора та (14), (16)–(19) для тонкого. Результати обчислень показують, що для чисел кавітації, менших 0.01, відношення $V^{1/3}/L$ змінюється дуже повільно і становить від 0.12 до 0.14 для $\lambda_m = 15$ і змінюється в межах 0.10 до 0.11 для $\lambda_m = 20$. Отже, для оцінок критичних значень довжини тіла достатньо відповідні величини $V_*^{1/3}$ збільшити приблизно в 7–10 разів. Суперка-

вітаційний режим обтікання буде доцільним при докритичних значеннях довжини тіла.

4. МІНІМІЗАЦІЯ ОПОРУ ПРИ НАЯВНОСТІ ДОННОЇ КАВЕРНИ

В попередніх розділах розглядався випадок, коли каверна повністю охоплює тіло (див. рис. 1, *a*, *b*). Розглянемо тепер обтікання при наявності донної каверни (див. рис. 1, *c*, *d*). Тоді передня частина тіла може також знаходитись у каверні (так званий двокаверновий режим, рис. 1, *c*) або обтікати без відриву примежового шару та кавітації (див. рис. 1, *d*). Зробимо порівняння опорів товстих та тонких кавітаторів, а також для безвідривного обтікання. Слід звернути увагу, що в цьому випадку з'являється додаткова складова коефіцієнта опору тиску ΔC_x , пов'язана з необхідністю інтегрування коефіцієнта тиску по поверхні тіла, що знаходиться в каверні (рис. 1, *c*) або обтікається рідиною (рис. 1, *d*). В першому випадку (рис. 1, *c*) тиск в каверні і, відповідно, на розташованій в ній частині поверхні тіла є сталим, тому

$$\Delta C_x = -\sigma(R_f^2/R_n^2 - 1), \quad (32)$$

де R_f – радіус тіла в точці замикання каверни. З формули (32) видно, що величина ΔC_x зменшується при збільшенні R_f .

4.1. Суперкавітація за товстими насадками

Якщо вважати, що $R_f = 0,5D$, то з формул (7), (32) випливає, що нове мінімальне значення коефіцієнта опору тиску становить

$$C_x + \Delta C_x = \sigma. \quad (33)$$

Формула (33) свідчить, що кавітаційний опір тиску значно зменшується порівняно з випадком повного охоплення корпусу тіла каверною (рис. 1, *a*, *b*) і практично наближається до нуля для дуже малих чисел кавітації.

4.2. Суперкавітація за тонкими конічними насадками

Якщо вважати, що $R_f = 0,5D$, то з формул (15), (17), (32) випливає, що нове мінімальне значення коефіцієнта опору тиску становить

$$C_x + \Delta C_x = 2\beta^2(\ln 2 - 1). \quad (34)$$

Формула (34) свідчить, що кавітаційний опір тиску значно зменшується порівняно з випадком повного охоплення корпусу тіла каверною (рис. 1, *a*, *b*) і набуває від'ємних значень, хоча для дуже тонкого кавітатора опір практично наближається до нуля.

4.3. Порівняння кавітаційного та безвідривного режимів обтікання

Візьмемо для порівняння форму осесиметричного корпусу у вигляді параболоїда

$$\frac{R(x)}{R_n} = \frac{bx^2}{R_n^2} + 1, \quad -\sqrt{-\frac{1}{b}} \leq \frac{x}{R_n} \leq 0, \quad (35)$$

показаного на рис. 1, *d*.

Для визначення коефіцієнта тиску C_p на поверхні тіла можна скористатись рівнянням першого наближення (див., наприклад, [9]):

$$\frac{d^2 R^2}{dx^2} = -\frac{C_p}{\ln \epsilon}, \quad (36)$$

де в якості параметра тонкості тіла ϵ можна вибрати його обернену довжину $\sqrt{-b}$. З формул (35), (36) отримуємо

$$C_p = -2b \ln(-b) [3b(x/R_n)^2 + 1]. \quad (37)$$

Формула (37) свідчить, що градієнт тиску є від'ємним для від'ємних значень координати x , що відповідають поверхні тіла, тому режим обтікання корпусу буде безвідривним.

Інтегрування (37) по поверхні тіла дає формулу для коефіцієнта опору безвідривного тіла:

$$\Delta C_x = -2b \ln(-b)/3, \quad (38)$$

Від'ємні значення опору (наявність тяги на корпусі тіла), що випливають з формул (34), (38), не суперечать фізичним принципам, оскільки зображена на рис. 1, *d* схема обтікання вимагає піддуву газу в донну каверну, на який витрачається додаткова енергія.

Для порівняння ефективності кавітаційного та безвідривного режиму обтікання при наявності донної каверни потрібно в рівнянні (23) врахувати зміни в опорі тиску (33) або (34) та (38). Приклади обчислень критичного об'єму суперкавітаційного тіла з тонким кавітатором ($\beta = 0,1$) для різних значень λ_m представлені на рис. 7. Для розрахунків використовувались значення $\nu = 1,3 \cdot 10^{-6}$ м²/с; $g = 9,8$ м/с²; $\bar{\rho}_b/k = 0,1$ (суцільні криві) та $\bar{\rho}_b/k = 1$ (маркери). Видно, що деякі зображені на рис. 7 криві мають максимум (так само як

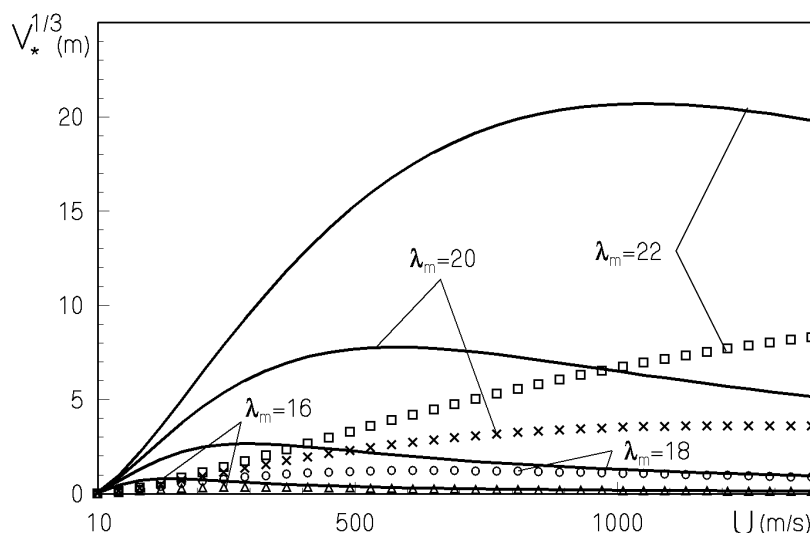


Рис. 7. Залежності критичного об'єму тіла від швидкості руху для різних значень λ_m та \bar{p}_b/k

у випадку повного охоплення корпусу однією каверною, див. рис. 3). Зі збільшенням величини λ_m цей максимум досягається при більших значеннях швидкості руху і може виходити в трансзвукову область, де втрачається придатність застосованої теорії.

Силу Архімеда важче компенсувати для більш важких апаратів (більші значення \bar{p}_b) та при малих коефіцієнтах гідродинамічної якості k . Цей факт унаочнює порівняння суцільних кривих та маркерів на рис. 7. Видно також, що значення критичного об'єму різко зростають при збільшенні видовження тіла.

ВИСНОВКИ

Значення об'ємного коефіцієнта опору суперкавітаційного тіла C_V , а також коефіцієнтів C_D та C_L можуть бути суттєво зменшені при $\sigma < 0.01$. При цьому видовження тіла не перевищує λ_m і воно займає лише передню частину каверни. Найменші значення цих коефіцієнтів опору відповідають найбільшим величинам λ_m .

Порівняння опорів суперкавітаційного та безвідривного режимів обтікання свідчить про існування критичних значень об'єму або розмірів тіла. Суперкавітаційний режим обтікання є доцільним лише при докритичних значеннях цих величин. Необхідність компенсації сили Архімеда для горизонтального суперкавітаційного руху значно зменшує критичні значення об'єму або розмірів тіла. Критичні об'єм або розміри тіла мають максимум при

певній швидкості руху. Для відносно великих значень об'ємного коефіцієнта опору ($C_V > 0.001$) критичні розміри суперкавітаційного тіла стають дуже малими в усьому діапазоні швидкостей руху.

Зроблено оцінки опору тиску суперкавітаційних корпусів при наявності донної каверни та порівняння з безвідривним режимом обтікання. Критичні значення об'єму тіла мають максимум при певній швидкості руху та різко зростають при збільшенні видовження тіла.

Наведений аналіз засвідчив, що тонкі кавітатори забезпечують менші C_V , C_D та C_L , ніж товсті насадки при однакових значеннях λ_m , σ . Однак даний факт потребує додаткових досліджень через обмежену точність рівняння першого наближення. Так само уточненню потребує факт наявності мінімумів величин C_V , C_D , C_L для товстих насадок при дуже малих числах кавітації.

1. Нестерук І. Г. Часткова кавітація на видовжених тілах // Прикладна гідромеханіка. – 2004. – Т. 6 (78), N 3. – С. 64-75.
2. Nesteruk I. Drag reduction in high-speed hydrodynamics: supercavitation or unseparated shapes // Sixth International Symposium on Cavitation CAV2006. – September 2006. – Wageningen, The Netherlands. – P. 1-16.
3. Савченко Ю. Н. Исследования суперкавитационных течений // Прикладна гідромеханіка. – 2007. – Т. 9 (81), N 2-3. – С. 150-158.
4. Нестерук І. Г. Задачі оптимізації дальності суперкавітаційного руху за інерцією з фіксованою по-

- чатковою глибиною // Прикладна гідромеханіка.– 2008.– Т. 10 (82), N 3.– С. 51-64.
5. *Nesteruk I.* Hull optimization for high-speed vehicles: supercavitating and unseparated shapes // International Conference SuperFAST2008.– July 2-4, 2008.– Saint-Petersburg, Russia.– P. 1–15.
 6. *Chalov S.A.* Use of artificial cavities for increase range of fight of the guns for fish hunting // International Conference SuperFAST2008.– July 2-4, 2008.– Saint-Petersburg, Russia.– P. 1-6.
 7. *Garabedian P.R.* Calculation of axially symmetric cavities and jets // Pac. J. Math.– 1956.– Vol. 6, No. 4.– P. 611-684.
 8. *Нестерук І. Г.* Розрахунок опору тонких конусів з використанням другого наближення для форми утворених ними каверн // Прикладна гідромеханіка.– 2003.– Т. 5 (77), N 1.– С. 42-46.
 9. *Нестерук И.Г.* О форме тонкой осесимметричной нестационарной каверны // Изв. АН СССР, МЖГ.– 1980.– N 4.– С. 38-47.
 10. *Нестерук И.Г.* Некоторые задачи осесимметричных кавитационных течений // Изв. АН СССР, МЖГ.– 1982.– N 1.– С. 28-34.
 11. *Бурага О.А., Нестерук І. Г., Савченко Ю.М.* Порівняння опору тонких осесиметричних тіл при безвідривному та суперкавітаційному режимах обтікання // Прикладна гідромеханіка.– 2002.– Т. 4 (76), N 2.– С. 3-8.
 12. *Karimi H., Mohammadi J, Arabi H., Fesanghari R., Farhadzadeh F., Shariati* Design, production and experiment of small caliber supercavitating projectile // International Conference SuperFAST2008.– July 2-4, 2008.– Saint-Petersburg, Russia.– P. 1-11.