

УДК 532.542.4

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РАСЧЕТА ГРАДИЕНТОВ ДАВЛЕНИЯ ПРИ ДВИЖЕНИИ СМЕСЕЙ ЖИДКОСТИ И КРУПНЫХ ТВЕРДЫХ ЧАСТИЦ ПО ВЕРТИКАЛЬНЫМ ТРУБАМ

С. И. КРИЛЬ, В. П. БЕРМАН

Институт гидромеханики НАН Украины, Киев

Получено 20.06.2006

Изложены результаты теоретических и экспериментальных исследований градиентов давления при установившемся осредненном движении смесей жидкости и крупных твердых частиц по прямым вертикальным трубам. Построена методом гидравлики математическая модель вертикального двухфазного потока. На основе этой модели и опытных данных по определению относительных скоростей движения жидкой и твердой фаз установлена функциональная зависимость градиента давления от определяющих его параметров. Разработанная методика расчета градиента давления обобщена на случай гидротранспорта твердых дисперсных материалов, состоящих из различных по средней крупности и плотности твердых частиц. Приведены результаты сравнения расчетных значений градиента давления с экспериментальными.

Викладено результати теоретичних і експериментальних досліджень градієнтів тиску при усталеному осередненому русі сумішньої рідини і крупних твердих частинок по вертикальних прямих трубах. Побудовано методом гідрравліки математичну модель вертикального двофазного потоку. На основі цієї моделі та дослідних даних щодо визначення відносних швидкостей руху рідинної і твердої фаз встановлено функціональну залежність градієнта тиску від визначальних параметрів. Розроблену методику розрахунку градієнта тиску узагальнено на випадок гідротранспорту твердих матеріалів, які складаються із різних за середньою крупністю та густиною твердих частинок. Наведено результати порівняння розрахункових значень градієнта тиску з експериментальними.

The paper presents the results of theoretical and experimental investigations of pressure gradient for steady averaged flows of suspensions of coarse solid material and water in vertical straight pipelines. The mathematical model of vertical two-phase flow is developed using the methods of hydraulics. Application this model and experimental data on the relative velocity of liquid and solid phases the functional dependence of a pressure gradient on the corresponding parameters is derived. The developed method is generalized for hydraulic transport of wide category of solid dispersed materials with different average size and density. The results on a comparison of computation and experimental data for a pressure gradient are also presented in this paper.

ВВЕДЕНИЕ

Объектом научного исследования в данной работе является установившееся равномерное течение смеси жидкости и крупных твердых частиц в вертикальной трубе или, иначе говоря, вертикальный трубопроводный гидротранспорт крупных твердых тел, размеры которых соизмеримы с диаметром трубы. Гидротранспорт такого рода твердых материалов по вертикальным трубам широко используется в горнодобывающей промышленности и является одним из перспективных видов транспорта, в частности, конкреций при освоении шельфовой зоны морей и океанов.

В отличие от обычных дисперсных твердых материалов (песок, продукты и отходы обогащения руд черных и цветных металлов и др.), трубопроводный гидротранспорт которых достаточно изучен, полезные ископаемые в горнорудной промышленности, а также конкреции представляют собой крупные твердые тела, отношение характерных размеров которых к диаметру трубы может изменяться, скажем, от 0.2 до 0.5 и более. Трубо-

проводный гидротранспорт такого рода твердых материалов изучен к настоящему времени недостаточно и требует своего дальнейшего исследования с целью разработки научно обоснованных методов инженерного расчета параметров гидротранспортирования.

Одним из основных параметров движения смесей жидкости и крупных твердых частиц по вертикальным трубам является градиент давления. Однако существующие методы его расчета носят преимущественно эмпирический характер и не всегда удовлетворяют современным требованиям к проектированию и созданию такого рода гидротранспортных систем [1]. Поэтому разработка научно обоснованной методики определения градиента давления при гидротранспорте крупных твердых частиц по вертикальным трубам – актуальная задача, решению которой и посвящена настоящая работа.

Теоретической основой разработанной методики расчета являются гидравлические уравнения неразрывности и движения двухфазной среды. Использование этих уравнений, а также резуль-

татов специальных теоретических и экспериментальных исследований двухфазных потоков в вертикальных трубах позволило установить функциональную зависимость градиента давления от определяющих его параметров, достоверность которой экспериментально подтверждается в широком диапазоне изменения условий гидротранспортирования.

1. ГИДРАВЛИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ

Гидравлические уравнения неразрывности, выражающие постоянство массовых расходов жидкости и твердых частиц в живых сечениях установившегося равномерного потока, записывают в виде

$$\rho(1-C)uF = G = \text{const}, \quad (1)$$

$$\rho_s C u_s F = G_s = \text{const}, \quad (2)$$

где ρ , u и G – плотность, истинная средняя скорость и массовый расход жидкости; ρ_s , u_s и G_s – то же самое для твердых частиц; F – площадь поперечного сечения трубы; C – средняя по живому сечению объемная концентрация твердых частиц.

В качестве гидравлического уравнения движения используем уравнение Бернулли для потока смеси жидкости и твердых частиц, составленное в [2]:

$$(1 - C_{mp})\rho_p \beta \frac{u^2}{2} + C_{mp}\rho_p \beta_s \frac{u_s^2}{2} + P + \rho_p g z + \rho_p g h = \text{const}, \quad (3)$$

$$C_{mp} = \frac{\rho_s Q_s}{\rho_p Q_c} = \frac{\rho_s}{\rho_p} C_p, \quad (4)$$

$$C_p = \frac{Q_s}{Q_c}, \quad (5)$$

$$\rho_p = \rho(1 - C_p) + \rho_s C_p. \quad (6)$$

Здесь C_{mp} – отношение массового расхода твердых частиц к массовому расходу смеси; Q_s и Q_c – объемные расходы твердых частиц и смеси; C_p – расходная объемная концентрация твердых частиц; ρ_p – расходная плотность смеси; β и β_s – коэффициент Кориолиса для потоков жидкости и твердых частиц; P – давление; h – потеря гидродинамического напора на преодоление сопротивлений; g – ускорение свободного падения; z – отметка над плоскостью сравнения.

Отметим, что в осесимметричном двухфазном потоке, каким является поток смеси жидкости и твердых частиц в вертикальной трубе, коэффициенты Кориолиса β и β_s практически равняются коэффициенту Кориолиса для соответствующего

потока однородной жидкости [3]. Поскольку в гидравлике однородных жидкостей значения коэффициента Кориолиса достаточно близки к единице, коэффициенты β и β_s будем принимать равными единице, т. е. при расчетах их вовсе не будем учитывать.

Далее, преобразуем уравнение (3) следующим образом.

Выразим скорости u и u_s через среднюю скорость движения смеси u_c , равную $u_c = Q_c/F$:

$$u = \frac{1 - C_p}{1 - C} u_c, \quad (7)$$

$$u_s = \frac{C_p}{C} u_c. \quad (8)$$

Кроме того, преобразуем входящие в (3) выражения $(1 - C_{mp})\rho_p$ и $C_{mp}\rho_p$ к соответствующему виду

$$(1 - C_{mp})\rho_p = \rho(1 - C_p), \quad (9)$$

$$C_{mp}\rho_p = \rho_s C_p. \quad (10)$$

Подставив выражения (7) – (10) в (3), получим

$$\left[\rho \frac{(1 - C_p)^3}{(1 - C)^2} + \rho_s \frac{C_p^3}{C^2} \right] \frac{u_c^2}{2} + P + \rho_p g z + \rho_p g h = \text{const}. \quad (11)$$

Выражение в квадратных скобках в (11) представляет собой эффективную плотность смеси. Обозначим ее символом ρ_f :

$$\rho_f = \rho \frac{(1 - C_p)^3}{(1 - C)^2} + \rho_s \frac{C_p^3}{C^2}. \quad (12)$$

Величина ρ_f зависит от условий гидротранспортирования и учитывает посредством параметров C_p и C гидродинамические факторы, связанные с совместным движением жидкости и твердых частиц. И только в частном случае, когда $C_p = C$, что является характерным при гидротранспорте достаточно мелких твердых частиц, эффективная плотность ρ_f равняется обычной плотности смеси $\rho_c = \rho(1 - C) + \rho_s C$.

Учет эффективной плотности смеси в уравнении (11) играет важную роль, поскольку на основе этого уравнения можно получить общее выражение для градиента давления.

2. ГРАДИЕНТ ДАВЛЕНИЯ

Рассмотрим установившийся восходящий поток смеси жидкости и твердых частиц в вертикальной круглоцилиндрической трубе. Для произвольных

поперечных слияний потоков 1-1 и 2-2, находящиеся на расстоянии L друг от друга, из уравнения (11) получаем с учетом постоянства скорости u_c и эффективной плотности ρ_f :

$$P_1 + \rho_p g z_1 = P_2 + \rho_p g z_2 + \rho_p g h_{1-2}, \quad (13)$$

где h_{1-2} – потеря пьезометрического напора между сечениями 1-1 и 2-2; величины P_1, z_1 и P_2, z_2 относятся к сечениям 1-1 и 2-2 соответственно.

Перепишем уравнение (13) в виде

$$P_1 - P_2 = \rho_p g h_{1-2} + \rho_p g (z_2 - z_1) \quad (14)$$

или

$$\Delta P = \rho_p g h_{1-2} + \rho_p g L, \quad (15)$$

где $\Delta P = P_1 - P_2, L = z_2 - z_1$. Разделив обе стороны уравнения (15) на L , получим

$$\frac{\Delta P}{L} = \frac{\rho_p g h_{1-2}}{L} + \rho_p g. \quad (16)$$

Теперь определим потерянный пьезометрический напор h_{1-2} . По аналогии с основным гидравлическим уравнением равномерного движения однородной жидкости в круглой трубе, можем написать:

$$h_{1-2} = \frac{4\tau_0 L}{\rho_p g D}, \quad (17)$$

где τ_0 – касательное напряжение на стенке трубы; D – диаметр трубы. Из соотношения (17) получаем

$$\rho_p g h_{1-2} = \frac{4\tau_0 L}{D}, \quad (18)$$

с учетом чего уравнение (16) принимает вид

$$\frac{\Delta P}{L} = \frac{4\tau_0}{D} + \rho_p g. \quad (19)$$

Величину τ_0 выражают обычно через плотность кинетической энергии потока. В случае движения смеси жидкости и твердых частиц плотность кинетической энергии выражает первое слагаемое левой стороны уравнения (11), поэтому можем написать, используя обозначение (12):

$$\tau_0 = \frac{\lambda}{4} \cdot \frac{\rho_f u_c^2}{2}, \quad (20)$$

где λ – коэффициент гидравлического трения. Подставив (20) в (19), получим

$$\frac{\Delta P}{L} = \lambda \frac{\rho_f u_c^2}{2D} + \rho_p g. \quad (21)$$

Это и есть общее выражение для градиента давления в случае движения смеси жидкости и твердых частиц в вертикальной трубе.

Далее, сделаем в выражении (21) замену средней скорости движения смеси u_c на среднюю скорость движения жидкости u_{cp} , связанную с u_c формулой $u_c = u_{cp}/(1 - C_p)$, затем преобразуем полученное уравнение к безразмерному виду, разделив обе его стороны на удельный вес несущей жидкости ρg . В результате будем иметь, обозначив безразмерный градиент давления $\frac{\Delta P}{L} \cdot \frac{1}{\rho g}$ символом i и приняв во внимание выражение (12):

$$i = \left[\frac{(1 - C_p)^3}{(1 - C)^2} + \frac{\rho_s C_p^3}{\rho C^2} \right] \frac{\lambda}{(1 - C_p)^2} \frac{u_{cp}^2}{2gD} + \frac{\rho_p}{\rho}, \quad (22)$$

Здесь $u_{cp} = Q/F$, где Q – объемный расход жидкости.

При экспериментальном исследовании гидротранспорта твердых частиц по вертикальным трубам перепад давления, вернее разность пьезометрических напоров, на том или другом участке трубы измеряют обычно с помощью дифференциального манометра, рабочей средой которого является несущая жидкость. Экспериментальное значение безразмерного градиента давления получают путем деления измеренной разности пьезометрических напоров на длину измерительного участка трубы. Поэтому для возможного сопоставления расчетных значений безразмерного градиента давления с экспериментальными, формулу (22) нужно представить в несколько другом виде. Для этого перепишем уравнение (13), предварительно разделив обе его стороны на ρg , в виде

$$\begin{aligned} \left(\frac{P_1}{\rho g} + z_1 \right) - \left(\frac{P_2}{\rho g} + z_2 \right) &= \\ &= \frac{\rho_p}{\rho} h_{1-2} + \left(\frac{\rho_p}{\rho} - 1 \right) L. \end{aligned} \quad (23)$$

Левая сторона уравнения (23) выражает разность пьезометрических напоров в соответствующих сечениях 1-1 и 2-2, измеряемую при помощи дифференциального манометра. Обозначим ее через Δh_M . Тогда величина $\Delta h_M/L$ есть не что иное, как измеренный безразмерный градиент давления i_M . Поэтому, разделив обе стороны уравнения (23) на L и приняв во внимание, что выражением величины $\frac{\rho_p h_{1-2}}{\rho L}$ служит первое слагаемое правой стороны уравнения (22), получим

$$\begin{aligned} i_M &= \left[\frac{(1 - C_p)^3}{(1 - C)^2} + \frac{\rho_s C_p^3}{\rho C^2} \right] \frac{\lambda}{(1 - C_p)^2} \frac{u_{cp}^2}{2gD} + \\ &+ \left(\frac{\rho_p}{\rho} - 1 \right). \end{aligned} \quad (24)$$

Сопоставляя выражения (22) и (24), видим, что $i = i_M + 1$. Что касается коэффициента гидравлического трения λ , входящего в (22) и (24), то имеются основания предположить, что для его определения можно использовать формулы, известные в гидравлике однородных жидкостей, поскольку влияние твердых частиц на величину градиента давления учитывается в (22) и (24) посредством эффективной и расходной плотностей смеси.

Таким образом, на основе гидравлического уравнения (11) получены выражения (22) и (24) для градиентов давления i и i_M соответственно.

Теперь задача заключается в том, чтобы выразить концентрации C_p и C , входящие в выражения эффективной и расходной плотностей смеси, через заданные исходные параметры гидротранспортирования, в частности, через массовый расход твердого материала G_s и объемный расход несущей жидкости Q .

Для этого используем параметр α_p , связанный с G_s и Q формулой

$$\alpha_p = \frac{G_s}{\rho_s Q}. \quad (25)$$

Нетрудно убедиться в том, что

$$C_p = \frac{\alpha_p}{1 + \alpha_p}. \quad (26)$$

Что касается концентрации C , то для ее определения используем уравнения неразрывности (2), из которого получаем с учетом (25):

$$C = \frac{G_s}{\rho_s F u_s} = \alpha_p \frac{u_{cp}}{u_s}. \quad (27)$$

Остается определить истинную среднюю скорость движения частиц u_s . Выразим ее через u_{cp} и относительную скорость движения жидкой и твердой фаз \tilde{W} , т.е.

$$u_s = u_{cp} - \tilde{W}. \quad (28)$$

В области исследования гидротранспорта твердых дисперсных материалов по вертикальным трубам полагают обычно, что разность скоростей $u_{cp} - u_s$, т.е. величина \tilde{W} , равняется стационарной скорости группового стесненного падения твердых частиц в жидкости.

Попытаемся теоретически обосновать это допущение, исходя из следующих соображений.

Рассмотрим последовательно три режима движения твердых частиц в вертикальной трубе: режим падения их под действием силы тяжести, режим взвешенного слоя этих частиц в восходящем потоке жидкости и режим гидротранспорта.

Пусть в вертикальной трубе, наполненной жидкостью, падают со стационарной скоростью W твердые частицы, объемная концентрация которых равняется C . Поскольку объемный расход смеси в целом равняется в данном случае нулю, в произвольном поперечном сечении трубы, через которое проходят твердые частицы, объемные расходы этих частиц и вытесняемой ими жидкости компенсируют друг друга. Поэтому из балансового уравнения расходов

$$(1 - C)uF = CWF \quad (29)$$

получаем

$$u = \frac{CW}{1 - C}, \quad (30)$$

где u – истинная средняя скорость движения вытесняемых объемов жидкости относительно стенки трубы. Скорость же движения жидкости относительно твердых частиц равняется $u + W$ и в данном случае объемный расход жидкости Q_{OTH} определяется по формуле

$$Q_{OTH} = (1 - C)(u + W)F. \quad (31)$$

Подставив выражение (30) в (31), затем разделив полученное уравнение на F и приняв во внимание, что величина Q_{OTH}/F есть не что иное, как средняя по всему поперечному сечению трубы скорость движения жидкости относительно твердых частиц \tilde{W} , получим

$$\tilde{W} = W. \quad (32)$$

Таким образом, при установившемся равномерном падении твердых частиц в вертикальной трубе, наполненной жидкостью, средняя относительная скорость движения жидкой и твердой фаз равняется стационарной скорости падения этих частиц.

В случае режима взвешенного слоя твердых частиц в восходящем потоке жидкости, наблюдаемого при критическом расходе жидкости Q_{KP} , массовый расход G_s , а следовательно, и истинная средняя скорость движения твердых частиц u_s , равняются нулю. В этом случае, приняв в уравнении (28) скорость $u_s = 0$, затем умножив полученное уравнение на F и заменив \tilde{W} на W , получим выражение для критического расхода жидкости

$$Q_{KP} = WF. \quad (33)$$

Ясно, что стабильный режим гидротранспорта твердого материала восходящим потоком жидкости, обеспечивающий заданный массовый расход

этого материала G_s , возможен только при расходах жидкости $Q > Q_{KP}$. Такой режим гидротранспорта, собственно, и рассматривается в настоящей работе. Теперь покажем, что и в режиме стабильного гидротранспорта величина \tilde{W} тоже равняется W . Для этого запишем выражение для расхода твердых частиц Q_s в виде:

$$Q_s = C(Q - Q_{KP}). \quad (34)$$

Учитывая, что

$$\begin{aligned} Q_s &= C u_s F, \\ Q &= u_{cp} F, \\ Q_{KP} &= W F, \end{aligned}$$

получаем из (34):

$$u_s = u_{cp} - W. \quad (35)$$

Сравнивая (28) с (35), имеем $\tilde{W} = W$, что и требовалось доказать.

Возвращаясь к рассмотрению выражения (27), перепишем его с учетом (35) в виде

$$C = \frac{\alpha_p}{1 - \frac{W}{u_{cp}}}. \quad (36)$$

Таким образом, для определения концентрации C необходимо предварительно установить функциональную зависимость скорости W от определяющих ее параметров.

Фундаментальному исследованию скоростей оседания взвешенных в жидкости твердых частиц посвящено большое количество теоретических и экспериментальных работ, в частности, работы [4-6]. Однако в них скорость седиментации исследуется, как правило, для мелких стоковых частиц, течение вязкой жидкости относительно которых является ламинарным и достаточно медленным, чтобы при решении уравнений Навье-Стокса можно было не учитывать инерционные эффекты.

Что касается крупных твердых частиц, которые при своем групповом падении в вертикальных трубах обтекаются жидкостью в турбулентном режиме и гидродинамически взаимодействует как между собой, так и со стенками трубы, то для определения скорости их падения были выполнены специальные экспериментальные исследования. В результате получена следующая эмпирическая формула для W :

$$W = W_s \left[1 - \left(\frac{d_s}{D} \right)^{1.25} \right] \times$$

$$\times \left[1 + e^{-2.61 \frac{d_s}{D}} \cdot th(7.65 \cdot C) \right], \quad (37)$$

где W_s – гидравлическая крупность твердой частицы, т. е. стационарная скорость падения одной частицы в неограниченной, покоящейся на бесконечности жидкости; d_s – средний диаметр частицы.

Область применения формулы (37) ограничена значениями: $Re_s \geq 10^3$; $0.2 < \frac{d_s}{D} < 0.7$; $C < 0.3$. Здесь число Рейнольдса $Re_s = W_s d_s / \nu$, где ν – кинематическая вязкость несущей жидкости.

Согласно (37), с увеличением относительного диаметра твердых частиц $\frac{d_s}{D}$ скорость W уменьшается, тогда как с увеличением концентрации C – увеличивается. Увеличение скорости W с ростом концентрации является характерным только для достаточно крупных твердых частиц, которые при падении в вертикальной трубе располагаются одна над другой и обтекаются жидкостью в турбулентном режиме. Об этом упоминается также в [7]. Что касается группового падения сравнительно мелких твердых частиц в трубах, то, как известно, скорость их седиментации уменьшается с ростом концентрации, и ее величину можно определить по формуле

$$W = W_s \left[1 - \left(\frac{d_s}{D} \right)^{1.25} \right] (1 - C)^n, \quad (38)$$

где показатель степени n зависит от числа Re_s [2]. Область применения формулы (38) ограничена по крупности частиц $\frac{d_s}{D} < 0.2$.

Возвращаясь к рассмотрению уравнения (36), отметим, что после подстановки в него выражения (37) получается трансцендентное уравнение, которое можно приближенно решить относительно концентрации C методом последовательных приближений. Первое приближение C_1 находим в результате замены в (37) величины C на C_p и последующей подстановки полученного выражения в (36). Второе приближение C_2 – путем аналогичной замены в (37) величины C на C_1 и т.д.

Таким образом, система уравнений (22), (25), (26), (36) и (37) представляет собой гидравлическую модель движения смесей жидкости и твердых частиц в вертикальных трубах, позволяющую определить градиент давления для заданных условий гидротранспортирования. Методика определения величины i заключается в следующем. Задают исходные параметры: $d_s, \rho_s, W_s, G_s; \rho, \nu, Q; D$. При выполнении расчетов прежде всего вычисля-

ют по известным в гидравлике формулам коэффициент λ , затем определяют по формулам (25), (26), (36) и (6) величины α_p , C_p , C и ρ_p соответственно, после чего находят по формуле (22) искомое значение i .

Отметим, что изложенная выше методика расчета величины i относится к однородным по плотности твердым дисперсным материалам, входящим в состав смесей и характеризующихся соответствующим гранулометрическим составом. При этом частицы условно рассматриваются в форме шара, диаметр которого равняется среднему диаметру d_s , установленному по гранулометрическому составу.

Теперь обобщим эту методику расчета на случай гидротранспорта твердого материала, представляющего собой смесь нескольких твердых дисперсных материалов, различных по среднему диаметру и плотности частиц.

Пусть твердый материал состоит из n дисперсных материалов, каждый из которых характеризуется средним диаметром частиц d_{si} , плотностью ρ_{si} , гидравлической крупностью w_{si} и долевым содержанием (по массе) в общем составе m_i ($i = 1, 2, 3, \dots, n$). Для обобщения вышеуказанной методики расчета на случай гидротранспорта рассматриваемого твердого материала необходимо преобразовать формулы (25), (26), (36) и (37) соответствующим образом:

$$\alpha_p = \sum_{i=1}^n \alpha_{pi} = \sum_{i=1}^n \frac{m_i G_s}{\rho_s Q}, \quad (39)$$

$$c_p = \sum_{i=1}^n c_{pi} = \sum_{i=1}^n \frac{\alpha_{pi}}{1 + \alpha_{pi}}, \quad (40)$$

$$c = \sum_{i=1}^n c_i = \sum_{i=1}^n \frac{\alpha_{pi}}{1 - \frac{w_i}{u_{cp}}}, \quad (41)$$

$$w_i = w_{si} \left[1 - \left(\frac{d_{si}}{D} \right)^{1.25} \right] \times \left[1 + e^{-2.61 \frac{d_{si}}{D}} \operatorname{th}(7.65c_i) \right], \quad (42)$$

где G_s – суммарный массовый расход твердого материала. Входящая в (41) концентрация c_i определяется путем решения методом последовательных приближений трансцендентного уравнения, получающегося в результате подстановки выражения (42) в уравнение

$$c_i = \frac{\alpha_{pi}}{1 - \frac{w_i}{u_{cp}}}. \quad (43)$$

Далее, выражения (6) и (12) следует переписать в соответствующем виде:

$$\rho_p = \rho(1 - c_p) + \sum_{i=1}^n \rho_{si} c_{pi}, \quad (44)$$

$$\rho_f = \rho \frac{(1 - c_p)^3}{(1 - c)^2} + \sum_{i=1}^n \rho_{si} c_{pi} \frac{c_p^2}{c^2}. \quad (45)$$

Разделив обе стороны уравнений (44) и (45) на плотность ρ , получим:

$$\frac{\rho_p}{\rho} = 1 - c_p + \sum_{i=1}^n \frac{\rho_{si}}{\rho} c_{pi}, \quad (46)$$

$$\frac{\rho_f}{\rho} = \frac{(1 - c_p)^3}{(1 - c)^2} + \sum_{i=1}^n \frac{\rho_{si}}{\rho} c_{pi} \frac{c_p^2}{c^2}. \quad (47)$$

При гидротранспорте разнородных по крупности и плотности твердых материалов по вертикальным трубам расчет градиента давления выполняется по формуле (24) только с учетом выражений (40), (41), (46) и (47).

Для проверки достоверности разработанной методики расчета использованы опытные данные по измерению градиента давления при гидротранспорте твердых частиц восходящим потоком воды при расходах $Q > Q_{kp}$.

Экспериментальные исследования выполнены на лабораторной установке, состоящей из следующих основных узлов: дозатора твердых частиц, напорного резервуара, разомкнутого транспортного трубопровода и емкости для приема воды и твердых частиц на выходе из трубопровода. Рабочий вертикальный участок транспортного трубопровода состоял из стеклянной трубы диаметром 0.0337 м и длиной 2 м. На нем были размещены отборники давления, соединенные гибкими шлангами с дифференциальным материалом, рабочей жидкостью которого являлась вода. Безразмерный градиент давления определялся путем деления измеренного с помощью дифференциального манометра перепада пьезометрического напора на расстояние между отборниками давления.

Расход воды в транспортном трубопроводе регулировался с помощью шарового крана и измерялся объемным способом. Объемная концентрация твердых частиц определялась с учетом их количества на измерительном участке трубы, а расходная концентрация – по массовому расходу твердых частиц на выходе из транспортного трубопровода.

Выполнены две серии опытов. В первой серии исследованы градиенты давления при гидротранспортировании однородных по плотности твердых

материалов. В качестве твердых частиц использованы шары, изготовленные из пластилина, диаметрами 0.01, 0.015 и 0.02 м, а также крупный гравий средним диаметром $4 \cdot 10^{-3}$ м. Относительная плотность твердых частиц изменялась от 1.46 до 2.46, а их массовый расход – от $0.7 \cdot 10^{-3}$ до $46 \cdot 10^{-3}$ кг/с.

Вторая серия опытов посвящена исследованию градиентов давления при гидротранспортировании смешанных твердых материалов: песка средней крупности $d_s = 0.278 \cdot 10^{-3}$ м и пластилиновых шаров диаметром 0.01 м, а также этого же песка и пластилиновых шаров диаметром 0.02 м. Массовые расходы рассматриваемых смешанных материалов равнялись $11.1 \cdot 10^{-3}$ и $14.5 \cdot 10^{-3}$ кг/с соответственно.

На рис. 1 сопоставлены значения градиента давления, вычисленные по формуле (24), с экспериментальными значениями. Видно, что все точки группируются у биссектрисы координатного угла. Среднее отклонение расчетных значений i_M от опытных составляет 4.6% и находится в пределах точности измерений, что свидетельствует о достоверности разработанной методики расчета градиентов давления.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для разработки методики инженерного расчета градиентов давления при движении смесей жидкости и крупных твердых частиц по вертикальным прямым трубам основополагающим следует считать гидравлическое уравнение движения смеси – уравнение Бернулли (11). Полученное на его основе общее выражение для градиента давления (22) является научно обоснованным и носит обобщающий характер. Это выражение и дополняющие его расчетные зависимости для нахождения расходной (26) и действительной (36) объемных концентраций твердых частиц в совокупности своей образуют методику расчета градиента давления. Достоверность ее определяется вполне удовлетворительным совпадением расчетных значений градиента давления с экспериментальными в достаточно широком диапазоне изменения условий гидротранспортирования. Несмотря на то, что при разработке данной методики расчета основное внимание уделяется крупным твердым частицам, размеры которых соизмеримы с диаметром трубы, эта методика расчета правомочна, в частности, и для случая вертикального гидротранспорта сравнительно мелких твердых частиц. Все зависит от того, как и при каких условиях определяется относительная скорость движения жидкой и твердой

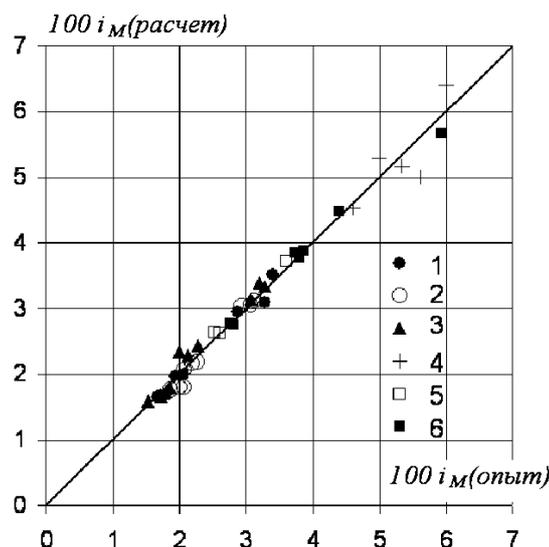


Рис. 1. Сопоставление расчетных и опытных значений градиентов давления:

1 – гравий, $\frac{d_s}{D} = 0.106$; 2–4 – пластилиновые шары:

2 – $\frac{d_s}{D} = 0.265$, 3 – $\frac{d_s}{D} = 0.398$, 4 – $\frac{d_s}{D} = 0.53$;

5 – смесь песка ($\frac{d_s}{D} = 0.74 \cdot 10^{-2}$)

и пластилиновых шаров ($\frac{d_s}{D} = 0.265$);

6 – смесь песка ($\frac{d_s}{D} = 0.74 \cdot 10^{-2}$);

и пластилиновых шаров ($\frac{d_s}{D} = 0.53$)

фаз W , входящая в (36). Для крупных твердых частиц величина W находится по формуле (37), тогда как для сравнительно мелких твердых частиц – по формуле (38).

1. Смолдырев А.Е. Расчет трубопроводного транспорта. – М.: Гостехиздат, 1961. – 59 с.
2. Криль С.И. Напорные взвесенесущие потоки. – К.: Наукова думка, 1990. – 160 с.
3. Криль С.И., Берман В.П. Об измерении расхода гидросмеси трубой Вентуры // Вісник Східноукраїнського державного університету, серія Пром. транспорт. – 1999. – N 2(18). – С. 93–98.
4. Brenner M.P. Screening mechanisms in sedimentation // Phys. Fluids. – 1999. – N 11. – С. 754–762.
5. Guazzelli E. Evolution of particle-velocity correlations in sedimentation // Phys. Fluids. – 2001. – N 13. – С. 1537–1551.
6. Криль С.И., Берман В.П. К вопросу о влиянии концентрации твердых частиц суспензии на скорости их седиментации // Прикладна гідромеханіка. – 2004. – 6(78), N 3. – С. 41–47.
7. Векслер А.Б. К вопросу о гидравлической крупности и коэффициенте сопротивления наносов // Изв.ВНИИГ. – 1971. – т. 96. – С. 74–88.