

УДК 532.528

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОТРЫВА КАВЕРНЫ НА ГИДРОПРОФИЛЕ

Ю. А. СЕМЕНОВ, В. Н. СЕМЕНЕНКО

*Институт гидромеханики НАН Украины, Киев**Получено 07.12.2005*

Рассмотрена нелинейная задача кавитационного обтекания гидропрофиля с учетом вязких свойств жидкости в области замыкания каверны и поверхностного натяжения, оказывающих влияние на кавитационный отрыв потока. Теоретическая модель базируется на концепции вязко-невязкого взаимодействия внешнего невязкого кавитационного течения и внутреннего турбулентного отрывного течения в следе за каверной. Метод решения задачи внешнего невязкого кавитационного течения основывается на построении комплексного потенциала течения, а расчет течения в следе базируется на методе интегральных соотношений для турбулентных отрывных течений. Результаты расчетов сопоставлены с экспериментальными данными.

Розглянута нелінійна задача кавітаційного обтікання гідропрофіля з урахуванням в'язких властивостей рідини в області замикання каверни та поверхневого натягу, що робить вплив на кавітаційний відрив потоку. Теоретична модель базується на концепції в'язко-нев'язкої взаємодії зовнішньої нев'язкої кавітаційної течії і внутрішньої турбулентної відривної течії в сліді за каверною. Метод розв'язку задачі зовнішньої нев'язкої кавітаційної течії ґрунтується на побудові комплексного потенціалу течії, а розрахунок течії в сліді базується на методі інтегральних співвідношень для турбулентних відривних течій. Результати розрахунків зіставлені з експериментальними даними.

A non-linear problem of the cavity flow past a hydrofoil with taking into account the fluid viscosity in the cavity closure region and the surface tension affecting the cavity detachment is considered. The theoretical model is based on the concept of viscous/inviscid interaction between the external inviscid cavity flow and internal turbulent separated flow behind the cavity. The external inviscid flow is solved by constructing the complex potential of the flow, and the wake model is based on the method of integral relationships for separated turbulent flows. The obtained numerical results and experimental data are compared.

### ВВЕДЕНИЕ

Увеличение скорости движения тела в жидкости ведет к снижению давления на его поверхности до давления паров жидкости, отрыву потока от тела и образованию кавитационной полости. Если форма тела имеет острую кромку, то в первую очередь на ней давление достигает минимального значения. В этом случае точка отрыва потока фиксирована и ее положение известно. В случае гладкой формы тела положение точки отрыва каверны не известно и должно быть определено из решения задачи. В рамках модели идеальной жидкости условие отрыва потока от гладкой поверхности предполагает равенство нулю градиента скорости и давления в точке отрыва, что эквивалентно равенству в точке отрыва кривизны струи и поверхности тела [1, 2]. Как следует из многочисленных экспериментальных исследований, кавитационный отрыв потока в реальной жидкости наступает ниже по течению, чем дают расчеты на основе модели идеальной жидкости.

Влияние вязкости жидкости на положение точки отрыва потока исследовалось экспериментально, в частности, в работах [3, 4]. Здесь показано, что, управляя пограничным слоем, можно менять положение точки кавитационного отрыва потока.

В работе [4] отмечено, что отрыву каверны предшествует отрыв ламинарного пограничного слоя. В соответствии с теорией пограничного слоя, ламинарный отрыв может иметь место при положительном градиенте давления, то есть давление на теле должно возрастать с приближением к точке отрыва каверны. Это противоречит предположению, что давление в каверне является минимально возможным в потоке.

Существование области отрыва ламинарного пограничного слоя перед отрывом каверны подтверждено экспериментально в работе [6]. В [7] представлены экспериментальные данные распределения давления на гидропрофиле NASA 631A012 для кавитационного и бескавитационного режима течения и исследовано влияния поверхностного натяжения и физических свойств контакта жидкость–тело на отрыв каверны. Аналогичные экспериментальные данные для гидропрофиля NASA0009 представлены в работе [8]. В работе [7] экспериментально показано, что при возникновении кавитации на поверхности гидропрофиля имеются два максимума скорости, соответствующие двум минимумам давления, в то время как для бескавитационного режима течения есть только один минимум/максимум. Причем, максимальная скорость вблизи входной кромки боль-

ше, чем на границе каверны. Эти экспериментальные данные указывают на то, что вблизи входной кромки давление на профиле меньше, чем давление насыщенных паров жидкости.

Для определения распределения скорости в потенциальном течении вблизи входной кромки, необходимого для расчета ламинарного пограничного слоя, в работе [7] авторы использовали численное решение задачи безотрывного обтекания гидропрофиля потенциальным потоком. Хотя они показали возможность применения теории отрыва пограничного слоя для случая кавитационного течения, но не объяснили парадокса возникновения положительного градиента давления и не представили метода расчета давления на теле для кавитационных режимов течения.

Полуэмпирический метод расчета отрыва каверны, включающий в рассмотрение вязкость жидкости и поверхностное натяжение, предложен в работе [5]. Авторы вводят в рассмотрение ламинарный пограничный слой вблизи точки отрыва каверны и скачок давления на границе каверны, вызванный поверхностным натяжением и кривизной каверны. Неизвестное распределение давления в области, предшествующей отрыву, аппроксимируется параболой, коэффициенты которой определяются из граничных условий.

В данной работе представлена физическая модель кавитационного отрыва потока на гладкой поверхности, основывающаяся на том, что образование каверн начинается с кавитационных ядер в пограничном слое, для развития которых необходимо некоторое время, а окружающее давление должно быть ниже давления насыщенных паров жидкости. Внешнее потенциальное течение не только формирует градиент давления в области отрыва потока, но и ограничивает размер кавитационных пузырьков в пограничном слое. Если размер паро-газового пузырька превышает толщину пограничного слоя, то пузырек захватывается внешним потенциальным течением и уносится вниз по потоку. Это задерживает процесс слияния пузырьков и образование сплошной кавитационной полости. В то же время, статическое равновесие пузырьков в пограничном слое позволяет определить окружающее их давление и, тем самым, внешнее давление в потенциальном потоке.

Решение нелинейной задачи кавитационного обтекания гидропрофиля с заданным распределением давления на свободной границе вблизи отрыва каверны получено методом построения комплексного потенциала течения. Замыкание каверны осуществляется на турбулентный след по схеме вязко-невязкого взаимодействия. Представле-

ны результаты расчетов контура каверны и исследовано влияние минимального давления на входной кромке гидропрофиля на параметры кавитационного течения.

## 1. ФИЗИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕЧЕНИЯ

Существование вблизи кавитационного отрыва области с давлением ниже давления в каверне экспериментально подтверждено в работах [6–8]. Это означает, что имеют место условия для роста кавитационных ядер, присутствующих в жидкости, и образования кавитационных пузырьков [10]. В работе [9] представлены фотографии начальной стадии зарождения кавитации на гидропрофиле, позволяющие видеть возникновение одиночных пузырьков и их унос вниз по потоку. Скорость жидкости в пограничном слое на поверхности гидропрофиля близка к нулю, следовательно, имеется достаточно времени для установления равновесия паро-газовых пузырьков в соответствии с давлением на внешней границе пограничного слоя. Условие статического равновесия паро-газового пузырька имеет вид

$$p = p_v - \frac{2S}{R}, \quad (1)$$

где  $S$  – коэффициент поверхностного натяжения;  $R$  – радиус пузырька;  $p_v$  – давление паров жидкости.

Обозначим через  $p_{\min}$  – минимальное давление на гидропрофиле, при котором кавитационные ядра в пограничном слое теряют устойчивость и образуются кавитационные пузырьки. Соответствующие коэффициенты давления, определенные по давлению на бесконечности и давлению паров, связаны соотношением

$$C_{p \min}^* = C_{p \min} + \sigma, \quad (2)$$

где  $C_{p \min} = 2(p_{\min} - p_{\infty})/(\rho U_{\infty}^2)$ ,  $C_{p \min}^* = 2(p_{\min} - p_v)/(\rho U_{\infty}^2)$ ;  $U_{\infty}$ ,  $p_{\infty}$  – скорость и давление в набегающем потоке;  $\rho$  – плотность жидкости. Если  $C_{p \min}^* < 0$ , то минимальное давление меньше давления насыщенных паров жидкости. Из выражения (1) можно определить критический радиус пузырька

$$R^* = -\frac{1}{C_{p \min}^*} \frac{4S}{\rho U_{\infty}^2}. \quad (3)$$

Очевидно, что размер кавитационных пузырьков, находящихся в пограничном слое, не может превышать толщину пограничного слоя, то есть

$$2R \leq \delta = y_c - y_p,$$

где  $\delta$  – расстояние от внешней границы пограничного слоя,  $y_c$ , до контура профиля,  $y_p$ . Полагая радиус пузырьков равным предельному значению  $2R = y_c - y_p$ , из выражения (1) и интеграла Бернулли можно найти зависимость между распределением скорости/давления на границе невязкого потока и координатой внешней границы пограничного слоя  $y_c$ :

$$\frac{v}{v_0} = \sqrt{1 + \frac{2R^*|C_{p\min}^*|}{(y_c - y_p)(1 + \sigma)}}, \quad (4)$$

где  $v_0 = U_\infty \sqrt{1 + \sigma}$  – скорость на границе каверны;  $y_c - y_p \geq 2R^*$ . Учитывая, что критический радиус пузырька по данным экспериментов [10] имеет порядок величины  $10^{-5}$ – $10^{-6}$  м, поверхностное натяжение оказывает влияние на распределение скорости вблизи входной кромки профиля, где  $y_c - y_p \sim 2R^*$ . Для сформировавшейся профильной каверны  $y_c - y_p \gg 2R^*$ . Как следует из выражения (4), в этом случае  $v \approx v_0$ , то есть влияние поверхностного натяжения исчезает.

## 2. МЕТОД ВЯЗКО-НЕВЯЗКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Метод вязко-невязкого взаимодействия основан на выделении характерных областей течения и применения упрощенных методов для расчета течения в каждой из них. Условия сильного взаимодействия вязкого и невязкого течения позволяют получить единственное решение задачи. Первоначально метод вязко-невязкого взаимодействия был разработан для отрывных турбулентных течений жидкости и газа в работах [11, 12]. Дальнейшее развитие этого метода для кавитационных течений в решетках профилей, в том числе нестационарных, представлено в работах [14, 15].

### 2.1. Нелинейная задача кавитационного обтекания гидропрофиля потоком идеальной жидкости

Задача внешнего потенциального течения формулируется в нелинейной постановке с замыканием каверны на криволинейный контур, форма которого определяется из совместного расчета вязкого и невязкого течения.

На рис. 1, *a* показана граница невязкого течения  $ODB$  и область вязкого турбулентного следа позади каверны  $DBB'D'$ . Внешний невязкий поток отрывается от профиля в точке  $O$ , в которой давление достигает минимального значения. Продолжением границы невязкого потока в следе за

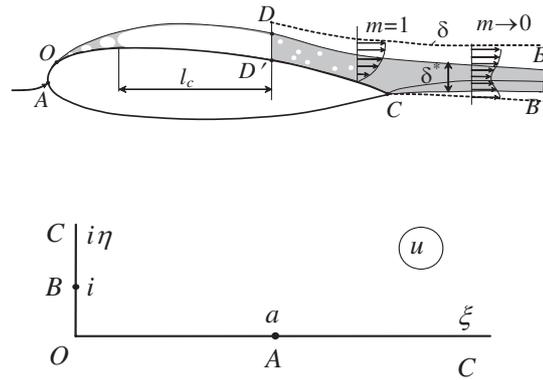


Рис. 1. Схема кавитационного обтекания гидропрофиля:  
*a* – физическая плоскость; *b* – область параметра *u*

каверной является контур интегральной толщины вытеснения  $DB$ . Вниз по потоку от задней кромки профиля  $C$  турбулентный след взаимодействует как с верхней, так и нижней границей невязкого потока. В соответствии с приближением теории пограничного слоя градиент давления поперек следа равен нулю.

Задача внешнего невязкого кавитационного обтекания гидропрофиля решается методом построения комплексного потенциала течения в области параметрического переменного, в качестве которой выбран 1-й квадрант. Действительная ось соответствует смоченной части гидропрофиля, а мнимая ось соответствует свободным границам  $ODB$  и  $CB$ . Соответствие точек физической плоскости и области параметра показано на рис. 1.

В области течения скорость обращается в ноль в точке торможения потока  $A$ . Обходя точку  $u = a$  в области параметра по окружности бесконечно малого радиуса,  $\arg(a - u)$  изменяется на  $\pi$ , так же, как и аргумент комплексно сопряженной скорости  $\arg(dw/dz)$  в физической плоскости. Поэтому выражение комплексной скорости имеет в точке  $A$  ноль первого порядка. В остальных точках области течения скорость не обращается в ноль либо бесконечность. На данном этапе предположим, что зависимость угла наклона касательной к профилю от координаты действительной оси области параметра,  $\beta(\xi)$ , и модуль скорости как функция координаты мнимой оси области параметра,  $v(\eta)$ , на свободных границах  $ODB$  и  $CB'$  есть известные функции. Задача состоит в нахождении выражения комплексной скорости  $dw/dz$  по ее граничным

условиям

$$\left| \frac{dw}{dz} \right| = v(\eta), \quad 0 < \eta < \infty, \quad (5)$$

$$\arg \left( \frac{dw}{dz} \right) = \begin{cases} -\beta(\xi) & 0 < \xi < a, \\ -\pi - \beta(\xi) & a < \xi < \infty. \end{cases} \quad (6)$$

В работе [16] получено выражение комплексной функции для краевой задачи (5), (6). Аналитически продолжая комплексную скорость на всю комплексную плоскость  $u$ , для удовлетворения граничных условий (6) необходимо поместить в точке  $u = -a$  простой полюс. Окончательное выражение комплексной скорости имеет вид

$$\frac{dw}{dz} = v_0 \left( \frac{a-u}{a+u} \right) \exp \left[ \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{d\beta}{d\xi} \ln \left( \frac{\xi-u}{\xi+u} \right) d\xi - \frac{i}{\pi} \int_0^\infty \frac{d \ln v}{d\eta} \ln \left( \frac{i\eta-u}{i\eta+u} \right) d\xi - i\beta_0 \right], \quad (7)$$

где  $v_0$ ,  $\beta_0$  – скорость и угол наклона вектора скорости в точке  $O$  соответственно. Подставляя в выражение (7) поочередно  $u = \xi$  и  $u = i\eta$ , можно видеть, что полученное выражение комплексной скорости удовлетворяет граничному условию (5) на профиле и условию (6) на свободных границах.

Выражение производной комплексного потенциала можно найти методом Жуковского [17]. Комплексный потенциал имеет ноль второго порядка, соответствующий точке раздвоения линий тока  $u = a$  и полюс второго порядка, в точке  $u = i$ , соответствующий струе бесконечного расхода в бесконечно удаленной точке в физической плоскости. Кроме того, в точке  $u = 0$  комплексный потенциал имеет ноль второго порядка, так как область имеет угол  $\pi/2$ , в то время как в плоскости комплексного потенциала  $w$  в точке схода струи угол равен  $\pi$ . Дифференцируя функцию комплексного потенциала в окрестности особых точек, можно получить выражение производной комплексного потенциала в виде

$$\frac{dw}{du} = N \frac{u(u^2 - a^2)}{(u+1)^3}, \quad (8)$$

где  $N$  – масштабный коэффициент. Зависимость между областью параметра и физической плоскостью течения определяется с учетом выражений (7) и (8) отображающей функцией

$$z(u) = \int_0^u \frac{dw}{du} / \frac{dw}{dz} du + z_0, \quad (9)$$

где  $z_0$  – координата точки  $O$  в физической плоскости.

Параметры  $a$  и  $N$ , входящие в выражения (7) и (8), определяются из физических условий: заданной скорости набегающего потока

$$\left. \frac{dw}{dz} \right|_{u=i} = v_\infty \quad (10)$$

и условия отрыва потока в точке  $O$

$$\left. \frac{d}{ds} \left( \frac{dw}{dz} \right) \right|_{u=0} = 0, \quad (11)$$

где  $s$  – координата длины дуги вдоль контура смоченной части гидропрофиля. С учетом выражения (7) уравнение (11) принимает вид

$$\int_0^\infty \frac{d\beta}{d\xi} \frac{d\xi}{\xi} - \int_0^\infty \frac{d \ln v}{d\eta} \frac{d\eta}{\eta} + \frac{\pi}{a} = 0. \quad (12)$$

Функция  $v(s(\eta))$  на свободной границе  $ODBB'C$  определяется из уравнения (4) и расчета течения в турбулентном следе, начинающимся в точке с координатой  $s = s_D$ . Значение  $s_D$  находится из условия замкнутости области невязкого потока справа на бесконечности (условие замкнутости каверны) и должно быть таким, чтобы функция  $v(s(\eta))$ , входящая в выражение (7), удовлетворяла уравнению

$$\text{Im} \oint_{u=i} \frac{dz}{du} du = 0, \quad (13)$$

в котором производная отображающей функции есть

$$\frac{dz}{du} = \frac{dw}{du} / \frac{dw}{dz}.$$

Функции  $\beta(\xi)$  и  $v(\eta)$  определяются из решения интегро-дифференциальных уравнений

$$\frac{d\beta}{d\xi} = \frac{d\beta}{ds} \frac{ds}{d\xi}, \quad \frac{dv}{d\eta} = \frac{dv}{ds} \frac{ds}{d\eta}, \quad (14)$$

в которых с учетом выражений (7) и (8)

$$\frac{ds}{d\eta} = \left| \frac{dz}{du} \right|_{u=i\eta}, \quad \frac{ds}{d\xi} = \left| \frac{dz}{du} \right|_{u=\xi}.$$

Система интегро-дифференциальных уравнений (14) решается методом последовательных приближений. Производные  $d\beta/d\xi$  и  $dv/d\eta$  на  $k+1$  итерации вычисляются с помощью производных  $ds/d\xi$  и  $ds/d\eta$ , известных на предыдущей итерации. Система нелинейных уравнений (10), (11) решается численно на каждой итерации. В результате решения полной системы уравнений с помощью выражения (9) можно определить геометрические и гидродинамические характеристики внешнего невязкого течения.

## 2.2. Модель осредненного по времени течения в следе за каверной

Основываясь на многочисленных экспериментальных наблюдениях, начало следа за каверной можно представить как идеализированную границу, на которой плотность среды скачкообразно изменяется от значения плотности пара в каверне до определенного значения в начале следа [13]. На начальной стадии возникновения кавитации толщина следа и область двухфазного течения позади каверны невелика, поэтому в данной работе плотность в начальном сечении следа принимается равной плотности жидкости, а след моделируется как отрывное турбулентное течение, начинающееся в сечении  $DD'$ . Следуя теории отрывных течений [12], профиль скорости в ближнем следе можно описать однопараметрической зависимостью

$$\frac{u}{v_\delta} = 1 - mf(\bar{y}), \quad (15)$$

где  $u$  и  $v_\delta$  –  $x$ -компонента скорости в следе и на его внешней границе соответственно;  $m = (v_\delta - u_0)/v_\delta$  – формпараметр профиля скорости;  $\bar{y} = y/\delta$  – относительная координата поперек следа;  $u_0$  –  $x$ -компонента скорости на гидропрофиле;  $f(\bar{y}) = 2\bar{y}^3 - 3\bar{y}^2 + 1$  – универсальная функция дефекта скорости для свободных слоев смешения [12]. С учетом профиля скорости (15) выражения интегральных толщин вытеснения и потери импульса имеют вид [12]

$$\delta^* = \int_0^\delta \left(1 - \frac{u}{v_\delta}\right) dy = \frac{m}{2}\delta,$$

$$\delta^{**} = \int_0^\delta \frac{u}{v_\delta} \left(1 - \frac{u}{v_\delta}\right) dy = \frac{m}{2} \left(1 - \frac{26}{35}m\right) \delta.$$

Две функции, скорость  $v_\delta(s)$  на границе вязкого следа и формпараметр  $m(s)$  профиля скорости (здесь  $s$  – координата вдоль контура границы взаимодействия), описывают течение в ближнем следе. В качестве уравнений для определения этих функций используется интегральное соотношение Кармана

$$\frac{d\delta^{**}}{ds} + (2\delta^{**} + \delta^*) \frac{d \ln v_\delta}{ds} = 0 \quad (16)$$

и предполагается постоянство коэффициента турбулентного смешения

$$K = \frac{1}{\rho v_\delta} \frac{d}{ds} \int_0^\delta \rho u dy. \quad (17)$$

Условие взаимодействия вязкого и невязкого течения в форме, предложенной Крокко и Лизом [11], имеет вид

$$\frac{d\delta^*}{ds} = (\delta - \delta^*) \frac{d \ln v_\delta}{ds} + \frac{dy^{up}}{ds} - \frac{dy^{lw}}{ds}, \quad (18)$$

где  $y^{up}$  и  $y^{lw}$  – верхняя и нижняя граница внешнего невязкого течения в области течения позади задней кромки профиля  $C$ ; для области течения на профиле  $C'D'$  след ограничен снизу контуром профиля, то есть  $y^{lw} = y_p$ . Подставляя выражения для интегральных толщин вытеснения и потери импульса в уравнения (16)–(18), можно преобразовать их к системе обыкновенных дифференциальных уравнений для функций  $m(s)$ ,  $v_\delta(s)$  и  $\delta^*(s)$ . Начальные значения параметров соответствуют течению в конце каверны,  $s = s_d$ :  $v_\delta(s_d) = v[s(\eta_d)]$ ,  $\delta^*(s_d) = y^{up}(s_d) - y^{lw}(s_d)$ , где  $\eta_d$  – координата мнимой оси области параметра, соответствующая точке  $D$ . Начальное значение формпараметра определяется в процессе итераций из следующего условия: на начальной стадии возникновения кавитации расстояние от профиля до границы невязкого течения мало, поэтому угол касательной к границе невязкого потока равен углу касательной к профилю, то есть

$$\arg \left( \frac{dw}{dz} \right)_{u=i\eta_d} = \left. \frac{dy_p}{ds} \right|_{s=s(\eta_d)}. \quad (19)$$

Решение задачи вязко-невязкого взаимодействия осуществляется методом последовательных приближений. На  $k + 1$  итерации решается система уравнений для внешнего невязкого течения с использованием распределения скорости на свободных границах, известного на  $k$  итерации. В результате решения задачи определяются координаты контуров границ невязкого течения, входящие в качестве граничных условий в решение задачи турбулентного течения в следе и условие (4).

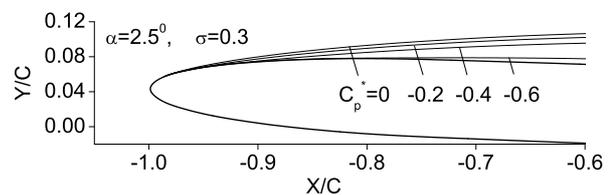


Рис. 2. Влияние коэффициента  $C_p^*$  на кавитационный отрыв потока на гидропрофиле NACA0009 при  $\alpha = 2.5^\circ$  и  $\sigma = 0.3$

Из решения задачи турбулентного течения в следе находится новое распределение скорости на

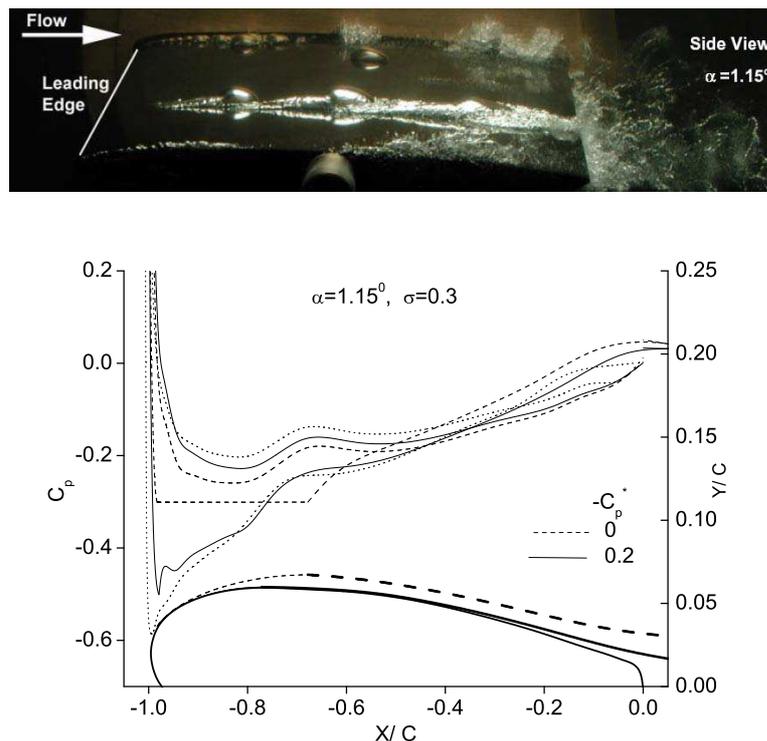


Рис. 3. Фотография обтекания гидропрофиля NASA0009 при угле атаки  $\alpha = 1.15^\circ$  и числе кавитации  $\sigma = 0.3$ , заимствованная из работы [9], и расчет течения для различных значений минимального коэффициента давления вблизи кавитационного отрыва: тонкими линиями показан контур каверны и распределение коэффициента давления на профиле, толстыми линиями – контур замыкания каверны; сплошные линии соответствуют  $C_p^* = -0.2$ , штриховые линии  $C_p^* = 0$ , точечная линия соответствует расчету коэффициента давления для безотрывного течения

контуре замыкания каверны, а из выражения (4) – скорость на свободной границе в области кавитационного отрыва потока. В расчетах требовалось 20 – 30 итераций для достижения сходимости итерационного процесса.

Полное решение задачи зависит от эмпирического коэффициента турбулентного смешения  $K$  и коэффициента минимального давления вблизи кавитационного отрыва потока  $C_p^*$ . В расчетах задавалось значение  $K = 0.075$  [12].

Как отмечено выше, значение параметра  $C_p^*$  зависит от физических свойств жидкости и количества растворенного в ней газа. Нахождение значения  $C_p^*$  является самостоятельной задачей, которая выходит за рамки данного исследования. В данной работе рассматривается влияние параметра  $C_p^*$  на отрыв каверны от профиля и гидродинамические характеристики кавитационного течения.

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Расчеты выполнены для начальной стадии развития кавитации на гидропрофиле NASA0009 и сопоставлены с фотографиями экспериментов из работы Фархадта и Авеллана [9]. На рис. 2 показано влияние коэффициента минимального давления на входной кромке,  $C_p^*$ , на границу невязкого течения. Свободная граница начинается вблизи передней кромки профиля. Однако начальная ее часть, соответствующая внешней границе ламинарного пограничного слоя, сливается на рис. 2 с контуром профиля, так как критический радиус пузырьков,  $R^*$ , очень мал. На этом участке коэффициент давления увеличивается от значения  $C_p = C_p^* - \sigma$  до значения  $C_p = -\sigma$ , которое далее остается постоянным вдоль контура каверны, визуальнo различимой на рис. 2.

Можно видеть, что изменение коэффициента  $C_p^*$  в диапазоне  $-0.4 - 0$  оказывает слабое влияние на

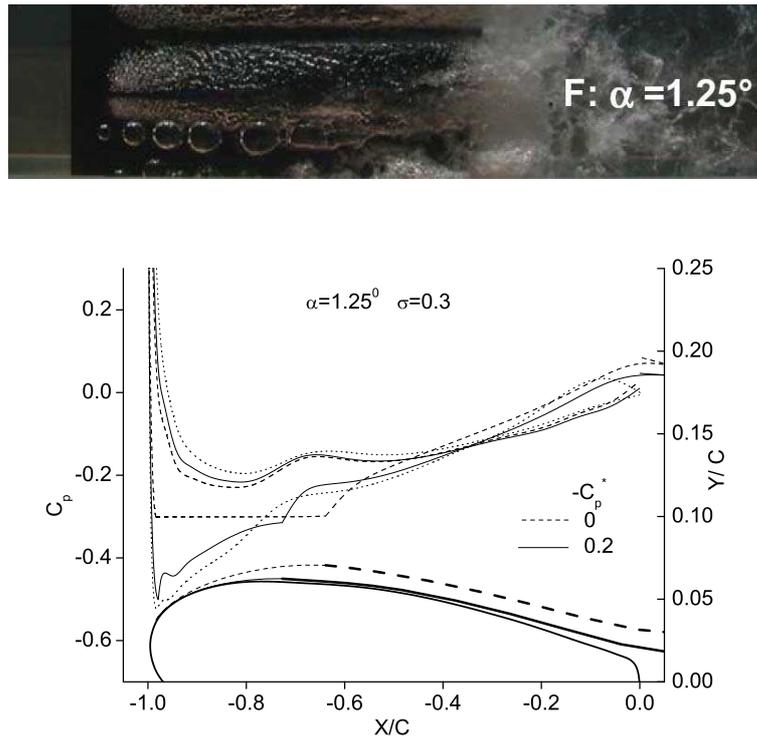


Рис. 4. То же, что на рис. 3 для угла атаки  $\alpha = 1.25^\circ$  и числа кавитации  $\sigma = 0.3$

контур границы невязкого течения, а дальнейшее уменьшение до значения  $-0.6$  существенно уменьшает толщину каверны и сдвигает начало отрыва каверны вниз по потоку. Дальнейшее уменьшение коэффициента  $C_p^*$  ведет к безотрывному и, следовательно, бескавитационному течению.

На рис. 3 представлена фотография обтекания гидропрофиля NASA0009 при угле атаки  $\alpha = 1.15^\circ$  и числе кавитации  $\sigma = 0.3$ , заимствованная из работы [9]. Здесь также представлены расчеты границы невязкого течения и распределение коэффициента давления на верхней и нижней стороне профиля для двух значений минимального коэффициента давления  $C_p^*$ . Результаты расчетов при  $C_p^* = 0$  показаны штриховыми линиями и соответствуют условию Бриллюэна для кавитационного отрыва. В этом случае расчетная длина каверны составляет  $0.33C$ , где  $C$  – хорда профиля. Постоянное значение коэффициента  $C_p = -\sigma$  соответствует контуру каверны. Результаты расчетов при  $C_p^* = -0.2$  показаны сплошными линиями. В этом случае контур каверны совпадает с контуром профиля, а зависимость коэффициента давления вдоль профиля не имеет участка с

постоянным значением  $C_p = -\sigma$ . Распределение давления практически совпадает с распределением давления для безотрывного течения, показанного точками. Таким образом, результаты расчета при  $C_p^* = -0.2$  соответствуют наблюдаемой в эксперименте картине течения.

На рис. 4 представлены аналогичные результаты, что и на рис. 3, для угла атаки потока  $\alpha = 1.25^\circ$  и числа кавитации  $\sigma = 0.3$ . Фотография также заимствована из работы [9]. На рис. 4 можно различить контур свободной границы, соответствующий значению  $C_p^* = -0.2$ . Однако толщина каверны еще очень мала, так что расчетное распределение давления при  $C_p^* = -0.2$  отстает в близком к распределению давления для бескавитационного режима течения. Это согласуется с фотографией картины течения, на которой можно заметить возросшую, по сравнению с фотографией на рис. 3, интенсивность пузырьковой кавитации, которая предшествует режиму профильной кавитации. Из рис. 3 и 4 можно видеть, что расчетное давление на верхней стороне профиля вблизи задней кромки становится большим, чем на нижней стороне. Такой характер распределения давления

согласуется с экспериментальными данными, приведенными в работе [18].

## ВЫВОДЫ

Предложена математическая модель кавитационного отрыва потока на гладкой поверхности гидропрофиля, основанная на определяющем эффекте сил поверхностного натяжения на формирование области с давлением ниже давления насыщенных паров жидкости. Модель позволяет объяснить существование такой области и участок с положительным градиентом давления, предшествующий кавитационному отрыву. Минимальный коэффициент давления на входной кромке гидропрофиля зависит от физических свойств жидкости и является параметром математической модели.

Представленные результаты расчетов показывают, что поверхностное натяжение оказывает существенное влияние на кавитационный отрыв потока и параметры течения на режимах возникновения частичной кавитации. С развитием кавитации на гидропрофиле это влияние снижается, так как точка кавитационного отрыва приближается к передней кромке профиля, а область, где давление ниже давления насыщенных паров жидкости, уменьшается.

Математическая модель базируется на концепции вязко-невязкого взаимодействия и включает описание кавитационного следа за каверной в приближении теории пограничного слоя. Это позволяет использовать модель для расчета гидродинамических характеристик гидропрофилей в широком диапазоне режимных параметров: от возникновения кавитации до суперкавитационных течений.

1. Brillouin M. Les surfaces de glissement de Helmholtz et la resistance des fluids // Ann. Chim. Phys.– 1911.– V.23.– P. 145-230.
2. Villat H. Sur la validite des solutions de certains problemes d'hydrodynamique // J. Math Pure Appl.– 1914.– V.20.– P. 231-290.
3. Arakeri V. H., Acosta A. J. Viscous effects in the inception of cavitation on axisymmetric bodies // Trans. ASME J. Fluids Engng.– 1973.– V. 95.– P. 519-527.
4. Arakeri V. H. Viscous effects on the position of cavitation separation from smooth bodies // J. Fluid Mech.– 1975.– V.68.– P. 779 - 799.
5. Амромин Э.Л., Иванов А.Н. Определение положения точек отрыва границы каверны от тела с учетом вязкости и капиллярности жидкости // ДАН СССР.– 1982.– Том 262 (4).– С. 823 - 826.
6. Franc J. P., Michel J. M. Attached cavitation and the boundary layer: experimental investigation and numerical treatment // J. Fluid Mech.– 1985.– V.154.– P. 63 - 90.
7. Tassin Leger A., Ceccio, S.L. Examination of the flow near the leading edge of attached cavitation. Part 1. Detachment of two-dimensional and axisymmetric cavities // J. Fluid Mech.– 1998.– V.376.– P. 61 - 90.
8. Laberteaux K. R., Ceccio, S. L. Partial cavity flows. Part 1. Cavities forming on models without spanwise variation // J. Fluid Mech.– 2001.– V.431.– P. 1 - 41.
9. Farhat M., Avellan F. On the detachment of a leading edge cavitation // Proc. Forth Intl Symp. on Cavitation.– CAV2001.– session A8.004.– P. .
10. Левковский Ю.Л. Структура кавитационных течений.– Л.: Судостроение, 1978.– 224 с.
11. Crocco L., Lees L. A mixing theory for the interaction between dissipative flows and nearly isentropic streams // J. Aero. Sci.– 1952.– V.19(10).– P. 649 - 676.
12. Гогиш Л.В., Степанов Г.Ю. Турбулентные отрывные течения.– М.: Наука, 1979.– 368 с.
13. Гогиш Л.В., Степанов Г.Ю. Турбулентные отрывные течения // Изв. АН СССР. Механика жидкостей и газов.– 1982.– № 2.– С. 31 - 47.
14. Semenov Yu.A., Tsujimoto Y. A Cavity Wake Model Based on the Viscous/Inviscid Interaction Approach and Its Application to Non-Symmetric Cavity Flows in Inducers // Trans. ASME Journal of Fluid Engineering.– 2003.– V.125 (5).– P. 758 - 766.
15. Semenov Yu.A., Fujii A., Tsujimoto, Y. Rotating Choke Instability on a Cavitating Turbopump Inducer // Trans. ASME Journal of Fluid Engineering.– 2004.– V.126 (1).– P. 87 - 93.
16. Семенов Ю.А. Комплексный потенциал нестационарного течения со свободной границей // Вестник Херсонского университета.– Херсон.– 2003.– С. Том 2.384 - 387
17. Гуревич М.И. Теория струй идеальной жидкости.– М.: Наука, 1979.– 536 с.
18. Wanga G., Senocakb I., Shyyb W., Ikoahagi T., Cao S. Dynamics of attached turbulent cavitating flows // Progress in Aerospace Sciences.– 2001.– V.37.– P. 551-581.