

УДК 532.592

ДОСЛІДЖЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ ЗАНУРЕНИХ ПОДВІЙНИХ БАР'ЄРІВ У ЗАХИСТІ ПРИБЕРЕЖНОЇ ТЕХНІЧНОЇ ІНФРАСТРУКТУРИ ВІД ХВИЛЬ

І. М. Горбань[†], А. С. Корольова

Інститут гідромеханіки НАН України
вул. Марії Капніст, 8/4, 03057, Київ, Україна

[†]E-mail: ivgorban@gmail.com

Отримано 26.12.2023

Глобальні зміни клімату призводять до збільшення кількості й інтенсивності екстремальних явищ в морях і океанах, таких як цунамі, повені, штормові нагони води та ін. Вони можуть мати катастрофічні наслідки для прибережних територій, що проявляються у руйнуванні цивільної інфраструктури, затопленні рекреаційних зон та погіршенні середовища існування живих організмів. В роботі обґрунтовано ефективність зануреного хвилегасника у вигляді двох паралельних стінок, призначеного для забезпечення економічного та екологічного захисту берегів природних водойм від руйнівної енергії хвиль. Виконано чисельне моделювання взаємодії солітонної хвилі з двома тонкими зануреними бар'єрами, розташованими один за одним. Використана чисельна процедура базується на комбінації методу граничних інтегральних рівнянь, який описує деформації вільної поверхні, та гібридної вихрової схеми для моделювання ефектів, зумовлених в'язкістю рідини. Коректність її застосування обґрунтовано через порівняння результатів розрахунків з даними лабораторного експерименту, виконаного у хвильовому лотку Інституту гідромеханіки НАН України, а також з чисельними та експериментальними даними інших авторів. Наша мета полягала у виявленні оптимальних геометричних параметрів подвійного бар'єра, як з погляду його захисних властивостей, так і щодо впливу на довкілля. Гідравлічна якість споруди, як хвилегасника, оцінюється хвильовими енергетичними коефіцієнтами проходження та відбиття, а також коефіцієнтом дисипації енергії. Така споруда неефективна у порівнянні з ізольованим бар'єром, якщо ширина зазору між її елементами не перевищує півтори глибини води. Оптимальна відстань, за якої досягається максимальна ефективність з погляду енергетичних втрат набігаючих хвиль, дорівнює 2.5 глибини води h . Дослідження в'язких ефектів, спричинених солітонною хвилею навколо подвійного бар'єра, виявило, що вихрове поле представляють два великі вихори, сформовані відривними течіями, що утворилися при вершині кожного з бар'єрів. Якщо відстань між бар'єрами менша за глибину води, зазначені вихори інтенсивно взаємодіють один з одним. Через це хвиля сприймає подвійний бар'єр, як суцільну широку перешкоду, що погіршує захисні властивості такої споруди. Вихрове поле визначає динаміку водообмінних течій. Захисна споруда з двох непроникних паралельних стінок, які розташовані

одна до одної ближче, ніж на $2.5h$, не сприяє утворенню оберненого потоку води з прибережної зони у відкрите море. Тому відстань $2.5h$ оптимальна, і з погляду захисних властивостей споруди, і щодо збереження сприятливої екології в обмеженій частині акваторії. Передбачається, що отримані результати сприятимуть зменшенню фінансових витрат на спорудження та експлуатацію таких захисних споруд.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: поверхневий солітон, занурена захисна стінка, подвійний бар'єр, метод граничних інтегральних рівнянь, вихровий метод

1. ВСТУП

Розвиток технологій відновлювальної енергетики з використанням енергії поверхневих хвиль – важливий напрямок сучасної морської гідродинаміки. Серед пристроїв, що застосовуються для перетворення енергії хвиль в електричну, помітну роль відіграють OWSC-перетворювачі (Oscillating Wave Surge Converters), які розміщують у ближній прибережній зоні морів. Попри те, що експлуатаційні ресурси тут нижчі, ніж на шельфі, завдяки своїй простоті у використанні та економічності хвильові ферми на основі OWSC набули значного поширення в комерційному застосуванні. Однак, при експлуатації цих пристроїв потрібно враховувати, що, використовуючи горизонтальні переміщення частинок рідини, вони постійно знаходяться під дією ударного хвильового тиску. Ризики значно посилюються в умовах шторму або під дією довгих хвиль. Тому, для безпечного функціонування OWSC-перетворювачів потрібно забезпечити їхній захист від екстремальної хвильової енергії, яку приносять шторми та цунамі [1].

Серед технологій, спрямованих на зменшення енергії хвиль, ефективним є застосування занурених хвилегасників, які влаштовують на певній відстані від берега. Коли хвилі взаємодіють з такою спорудою, вони втрачають енергію через відбиття та розвиток дисипативних процесів. При проектуванні технічних систем такого типу насамперед оцінюють їхні захисні властивості. Разом з тим, створення сучасних захисних споруд вимагає оцінки їхнього впливу на екологію водойми, а також мінімізації фінансових витрат на будівництво і подальше обслуговування. З цього погляду, перспективними є хвилегасники екранного типу, виконані у вигляді литих стінок, з'єднаних опорними палями. Вони встановлюються переважно в невеликих водоймах або на вході в морські бухти для захисту від вітрових та корабельних хвиль [2].

Зважаючи на недовгий час експлуатації захисних стінок, наразі ще недостатньо інформації щодо їхньої ефективності в гасінні хвиль і впливу, який вони мають на навколишнє середовище. Тому, проблема взаємодії поверхневих нелінійних хвиль з зануреним екраном залишається актуальною як з погляду практичних застосувань, так і задля розв'язання фундаментальної задачі про перетворення потенційної енергії хвиль у кінетичну енергію вихрового поля. Оскільки у вертикальній площині така споруда має вигляд підводного бар'єра, то в більшості досліджень використовується саме така термінологія.

Відомо, що особливу загрозу для узбережжя становлять довгі нелінійні хвилі, які в океанах і морях розвиваються як цунамі, а в річках і каналах генеруються плавучими транспортними засобами, що рухаються в транскритичному режимі. Катастрофічні наслідки, викликані цими хвилями, зумовлені тим, що під впливом прибережної топографії їхня амплітуда різко зростає, а також короткими часовими проміжками, впродовж яких вони взаємодіють з берегом. Тому ефективність захисних споруд часто оцінює-

ться за їхньою спроможністю протидіяти довгим нелінійним хвилям. Для дослідження таких хвиль переважно використовується солітонний розв'язок, який відповідає довгій дисперсійній хвилі з однозначним співвідношенням між амплітудою та крутизною [3]. Практичність його застосування також пов'язана з тим фактом, що періодичні хвилі на глибокій воді нестійкі та розпадаються на групи, обвідна лінія яких має властивості солітона [4].

Ранні дослідження взаємодії солітонної хвилі з підводними перешкодами ґрунтувалися на фізичному експерименті, теоретичному аналізі та чисельному моделюванні на основі моделі ідеальної рідини [5–9]. З цього приводу слід зауважити, що теоретичні моделі працюють лише в окремих простих випадках, зокрема, потенційні методи не враховують дисипативні процеси, викликані турбулентністю. Лабораторні ж чи натурні експерименти занадто дорогі, щоб використовувати їх для масових досліджень.

Сучасні комп'ютерні технології та розвиток алгоритмів, на основі рівнянь динаміки в'язкої рідини, зробили можливим пряме чисельне моделювання течій з сильною нелінійністю на вільній поверхні, яке, разом з поверхневими ефектами, враховує розвиток вихрового поля. Ці розрахунки ґрунтуються переважно на математичній моделі, яка складається з осереднених рівнянь Рейнольдса (RANS) і нелінійної k - ϵ моделі турбулентності [10]. Для дискретизації зазначених рівнянь застосовуються сіткові алгоритми, найбільш популярними серед яких є метод скінченних об'ємів (VOF) [11] і метод маркерів та комірок (MAC) [12]. У роботах [13–16] продемонстровано успішність їхнього застосування до розрахунку взаємодії солітонної хвилі з підводними перешкодами різних конфігурацій. Однак при реалізації цих схем виникають технічні проблеми, пов'язані з імплементацією граничних умов на вільній поверхні та визначенням її геометрії. Окрім того, вони потребують значних комп'ютерних ресурсів, оскільки використовують сітки з високою роздільністю. Альтернативний підхід полягає у розвитку безсіткових методів розв'язання рівнянь динаміки рідини, які ґрунтуються на лагранжевому представленні поля течії. Серед них важливе місце займають метод гідродинаміки згладжених частинок (SPH) [17] і напівнеявний метод рухомих частинок (MPS) [18]. У роботі [19] показано застосування SPH-схеми до вивчення вихрового поля, яке генерується солітонною хвилею навколо занурених прямокутників різної висоти й довжини. У статті [20] на основі SPH-схеми досліджено взаємодію солітонної хвилі з хвилегасником, конфігурація якого складається з чверті круга та чверті квадрата. Показано, що серед інших факторів, важливий вплив на дисипацію хвилі має глибина занурення споруди. Докладний опис MPS-методу та його застосування до аналізу взаємодії довгої хвилі з зануреною конструкцією представлено в публікації [21].

У статті [22] для дослідження в'язкої взаємодії солітонної хвилі із зануреною перешкодою розвинено лагранжевий чисельний алгоритм, в якому еволюція вільної поверхні розраховується методом граничних інтегральних рівнянь, а для моделювання в'язкої течії використовується вихровий метод. Цей підхід дозволяє врахувати лише ту завихреність, яка генерується на твердих стінках, у той час, як утворенням завихреності на вільній поверхні нехтують. Зважаючи на те, що розглянута проблема характеризується великим числом Рейнольдса ($Re > 10^5$), таке спрощення цілком прийнятне, особливо, якщо врахувати гарний збіг результатів розрахунків для тестового випадку з даними фізичного експерименту щодо хвильової динаміки й картини вихрового поля. У статті [23] показано, що вихрове поле є головним фактором, який визначає опір підводної

конструкції при проходженні над нею солітонної хвилі.

Прогрес у вивченні хвилегасників екранного типу докладно проаналізований у публікації [24]. Зокрема, наголошено, що значна увага в дослідженнях взаємодії хвиль з бар'єрами приділялася частково зануреним спорудам, верхня частина яких підіймається вище поверхні води. У роботі [25] виконано експериментальне та чисельне моделювання взаємодії солітонної хвилі з частково зануреним бар'єром у широкому діапазоні параметрів задачі – глибини води, висоти хвилі, осадки бар'єра. Аналізувалися характеристики відбитої та прохідної хвиль, а також поле швидкості й динамічні навантаження на споруду. Експериментальні дослідження проводилися за обмеженої кількості параметрів, а отримані дані застосовувалися для валідації чисельної моделі. Чисельне моделювання було виконано в широкому діапазоні параметрів задачі, що дозволило отримати наближені формули для максимальних значень висоти накату хвилі та силового навантаження на перешкоду.

Проходження солітонної хвилі над зануреним вертикальним бар'єром розглянуто в роботах [26–31]. У публікації [26] наведено результати фізичних експериментів щодо виявлення картини циркуляційної течії, спричиненої поширенням поверхневої солітонної хвилі над затопленою вертикальною пластиною. На основі результатів вимірювання швидкості методом лазерної анемометрії (PIV) та візуалізації течії за допомогою мічених частинок автори деталізували процес еволюції вихрового поля при взаємодії солітона з зануреною вертикальною пластиною, розбивши його на чотири фази. Серед них: формування зсувного шару з підвітряного боку пластини; генерація вихорів великого масштабу та їх відрив; утворення вертикального струменя в товщі води; удар струменя об вільну поверхню. У роботі [27] PIV-вимірювання поля швидкості та візуалізація течії застосовані для порівняння циркуляційних процесів, які генеруються при проходженні солітонної хвилі над прямокутником і вертикальною пластиною. Отримано, що як вихрове поле, так і згенеровані струменеві течії для цих випадків суттєво різняться. Зокрема, профіль вертикального струменя, який формується за прямокутником, набагато крутіший, а нерівномірність горизонтальної швидкості вздовж області взаємодії більш виражена за тонкою пластиною. Чисельне моделювання взаємодії солітонної хвилі із зануреним вертикальним бар'єром виконане в дослідженні [28]. Зокрема, розглянуто трансформацію хвилі та динаміку вихрового поля. Розраховано енергетичні коефіцієнти відбиття й проходження хвилі, на основі яких зроблено висновки про ефективність використання такої споруди як хвилегасника. Вихрові процеси, викликані проходженням солітонної хвилі над зануреною вертикальною пластиною, досліджувались експериментально й чисельно в статті [29]. Аналізувався вплив форми вершини підводної пластини на формування зсувної течії та вихрового поля. Показано, що випадки рівної та нахиленої вершини відрізняються, головним чином, інтенсивністю вторинного вихору, який утворюється під дією висхідного струменя, який розвивається вздовж задньої стінки пластини. У публікації [30] взаємодія хвилі з перешкодою досліджувалась чисельно на основі двофазної моделі в'язкої рідини. Це дозволило описати завихреність, яка генерується вільною поверхнею, та процес проникнення повітряної фази в товщу води. Досліджено також вплив висоти бар'єра на коефіцієнти відбиття та проходження хвилі.

У роботі [31] виконано чисельне моделювання гідродинамічних процесів, які розвиваються при проходженні солітонної хвилі над зануреними бар'єрами різної висоти.

Розрахунки виконано за допомогою алгоритму, який поєднує метод граничних інтегральних рівнянь для моделювання еволюції вільної поверхні та гібридну вихрову схему для інтегрування в'язких рівнянь динаміки рідини. Отримано, що тип взаємодії солітонної хвилі з бар'єром залежить від коефіцієнта, який являє собою відношення амплітуди падаючої хвилі до глибини води над перешкодою. Коли його значення менше за критичне (близько одиниці), падаюча хвиля м'яко поділяється на відбитий та прохідний солітони. В іншому разі, вона руйнується, що викликає хаотичні коливання вільної поверхні. Детальне дослідження вихрової течії, генерованої солітонною хвилею поблизу бар'єра, виявило в цій області два великих протилежно спрямованих вихори, послідовно утворених на вершині бар'єра. Взаємодіючи з перешкодою та дном каналу, вони зростають до розмірів, порівнянних із глибиною води, а потім відриваються. Ці вихори визначають розвиток водообмінних течій та інтенсивність турбулентних процесів поблизу перешкоди. Отримано, що вплив вихрового поля на стійкість зануреної конструкції залежить від її висоти. Коли бар'єр високий, вихори підіймаються до вільної поверхні й далі зносяться супутньою течією. У разі низької перешкоди, вихровий потік дисипує поблизу неї, що, очевидно, спричиняє ерозію дна в цій області. Важливий результат цих розрахунків – отримана залежність енергії прохідної хвилі від висоти перешкоди. З неї випливає, що збільшення висоти бар'єра на 10% зумовлює зменшення коефіцієнта проходження приблизно на 30%.

Робіт, присвячених багатобар'єрним хвилегасникам, набагато менше, хоча такі конструкції можуть бути більш ефективними у порівнянні з ізольованим бар'єром. Найбільш повним з них є дослідження [32], де на основі RANS виконано чисельне моделювання взаємодії солітонних хвиль різної амплітуди з двома паралельними бар'єрами, розміщеними один за одним. Встановлено, що оптимальна відстань між бар'єрами, коли енергетичні втрати падаючої хвилі найбільші, дорівнює приблизно $2.5h$, де h – глибина води. Розрахунки й експеримент, результати яких наведені в роботі [33], були спрямовані на дослідження динамічних навантажень зануреного двобар'єрного хвилегасника, викликаних проходженням солітонної хвилі. Показано, що гідродинамічний опір споруди визначається вихровим полем, конфігурація якого істотно залежить від відстані між бар'єрами.

Показано, що головний чинник, який визначає гідродинамічний опір споруди, – вихрове поле, конфігурація якого істотно змінюється залежно від відстані між бар'єрами. Зокрема, в деяких випадках вихрове поле створює таке розрідження між бар'єрами, що коефіцієнт опору першого з них приймає негативне значення. Показано, що збільшення висоти перешкоди завжди супроводжується зростанням коефіцієнта опору. В межах розглянутих параметрів розраховано залежності енергетичних втрат хвилі від висоти бар'єрів і відстані між ними.

Водночас у наведених дослідженнях менше уваги приділено опису перетворень вільної поверхні та поясненню фізичних принципів, завдяки яким досягаються отримані ефекти. Не розглянуті також екологічні аспекти функціонування подвійного бар'єра, такі як генерація водообмінних течій між придонними й поверхневими водами та між прибережною зоною й відкритою акваторією. Тому вивчення взаємодії хвиль з подвійними бар'єрами залишається актуальним і з погляду виявлення оптимальних параметрів цієї споруди як хвилегасника, і щодо оцінки її впливу на навколишнє середовище.

Мета цієї роботи – знаходження конфігурації двобар'єрного хвилегасника, за якої

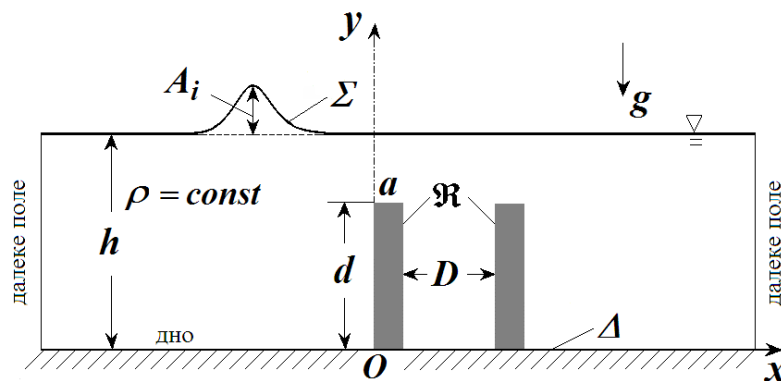


Рис. 1. Схема переміщення солітонної хвилі в розрахунковому каналі

енергетичні втрати хвиль, що набігають, були б максимальними. Інструментом дослідження є чисельний експеримент, який передбачає моделювання взаємодії солітонної хвилі з розглянутою спорудою. Гідрравлічну якість двобар'єрного хвилегасника оцінено в термінах хвильових енергетичних коефіцієнтів проходження й відбиття. Виконано аналіз водообмінних течій, які формуються навколо хвилегасника хвилею і вихровим полем.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Вважатимемо, що захисна стінка розташована перпендикулярно до хвильового фронту. Інше припущення зумовлене тим, що найбільш небезпечними для узбережжя є довгі нелінійні хвилі, які можуть бути описані солітонним розв'язком. Такий підхід дозволяє розглядати динаміку процесу у вертикальному перерізі, що зумовлює можливість двовимірної постановки задачі.

Розглядається поширення поодинокій довгої хвилі (солітону) у двовимірному каналі, заповненому в'язкою нестисливою рідиною, яка знаходиться під дією сили тяжіння (Рис. 1). На дні каналу нижче рівня води встановлено прямокутну перешкоду. Вона складається з двох однакових паралельних стінок, які в перерізі мають вигляд тонких бар'єрів. Головні параметри задачі – глибина води в каналі h , амплітуда хвилі A_i , висота й довжина перешкоди d і a відповідно, а також відстань між бар'єрами D . Система координат Oxy вводиться таким чином, що вісь Ox збігається з дном каналу, вісь Oy спрямована вгору, а початок координат лежить на перетині дна та фронтальної стінки першого з прямокутників. Вільну поверхню позначено Σ , межу перешкоди – \mathfrak{R} , а дно – Δ .

Задача розв'язується в безрозмірному вигляді, де геометричні характеристики віднесені до глибини води h , а за характерну швидкість вибрана фазова швидкість лінійної солітонної хвилі \sqrt{gh} . Число Фруда вводиться як $Fr = c/\sqrt{gh}$, де $c = \sqrt{g(h + A_i)}$ – фазова швидкість нелінійної солітонної хвилі амплітуди A_i ; число Рейнольдса дорівнює $Re = h\sqrt{gh}/\nu$, де ν – кінематична в'язкість рідини; безрозмірний час – $\bar{t} = t\sqrt{gh}/h = t\sqrt{g/h}$. Система рівнянь динаміки рідини, яка описує цю проблему, має вигляд:

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V} = -\nabla P + \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \vec{V}. \quad (2)$$

Тут \vec{V} – швидкість рідини; P – гідродинамічний тиск, який дорівнює різниці загального і гідростатичного тисків: $P = p - (-y/\text{Fr}^2)$.

На вільній поверхні течія має задовольняти кінематичну та динамічну граничні умови. Перша з них полягає в тому, що вільна поверхня є лінією течії. За лагранжевого представлення потоку вона записується як

$$\frac{d\vec{r}_\Sigma}{dt} = \vec{V}(\vec{r}_\Sigma, t), \quad (3)$$

де \vec{r}_Σ позначає радіус-вектори точок, які лежать на вільній поверхні.

Динамічна умова декларує неперервність напружень при переході через вільну поверхню. Це означає, що нормальні напруження на межі Σ мають дорівнювати атмосферному тискові, а дотичні – нулю. Оскільки поверхневий натяг і в'язкість на рідкій границі в цій задачі не враховуються, вона набуває вигляду:

$$p = p_{\text{atm}} \quad \text{або} \quad P - \frac{y}{\text{Fr}^2} = p_{\text{atm}} \quad \text{при} \quad (x, y) \in \Sigma, \quad (4)$$

де P – гідродинамічний тиск.

На твердій границі розрахункового каналу, яка включає дно й занурену перешкоду, повинні виконуватися умови непротікання й ковзання:

$$\vec{V}(\vec{r}, t) \cdot \vec{n} = 0, \quad \vec{r} \in \mathfrak{R} + \Delta, \quad (5)$$

$$\vec{V}(\vec{r}, t) \cdot \vec{\tau} = 0, \quad \vec{r} \in \mathfrak{R} + \Delta, \quad (6)$$

де \vec{n} , $\vec{\tau}$ – нормаль і дотична до дна відповідно.

Щоб уникнути відбиття хвилі від бічних стінок розрахункового каналу, тут влаштовуються чисельні поглинаючі шари (sponge layers), які повинні забезпечити затухання збурень вільної поверхні. У цьому дослідженні поглинаючий шар вводиться відповідно до методики, запропонованої в роботі [34]. Її буде розглянуто пізніше.

Як уже зазначалося, метою цього дослідження є визначення оптимальних геометричних параметрів подвійного підводного бар'єра, за яких він:

- буде найбільш ефективним щодо гасіння хвиль;
- сприятиме формуванню течій водообміну між відкритою акваторією та прибережною зоною.

Гідравлічна перевага конкретної конструкції хвилегасника оцінюється на основі даних про енергію процесів, які розвиваються, коли поверхнева хвиля проходить над зануреною перешкодою. Нелінійна солітонна хвиля, що рухається, формує потік частинок рідини під вільною поверхнею. Коли цей потік зустрічає перешкоду, він перебудовується відповідно до її конфігурації. Рідкі частинки, які знаходяться вище перешкоди, проходять повз неї разом із хвилею. У нижніх шарах води спостерігається відбиття частинок рідини від перешкоди, що призводить до утворення відбитої хвилі. Окрім того,

розвиваються процеси, які зазвичай супроводжують зміну конфігурації області потоку у в'язкій рідині, – генерація зсувної течії, відрив та розвиток вихрового поля. Для кількісної оцінки цих явищ застосовуються енергетичні хвильові коефіцієнти проходження k_t і відбиття k_r , а також коефіцієнт дисипації енергії k_d , які вводяться таким чином:

$$k_t = \sqrt{\frac{E_{tr}}{E_{inc}}}, \quad k_r = \sqrt{\frac{E_{ref}}{E_{inc}}}, \quad k_d = \sqrt{\frac{E_d}{E_{inc}}}, \quad (7)$$

де E_{inc} – енергія падаючої хвилі; E_{tr} , E_{ref} – енергії прохідної та відбитої хвиль відповідно; E_d – енергія дисипативних процесів.

Для знаходження енергетичних хвильових коефіцієнтів будемо використовувати наближені формули з роботи [35], де енергія обчислюється на основі даних про амплітуду хвилі та глибину води:

$$E_{total} = E_K + E_P,$$

$$E_K = \frac{4\rho g}{3\sqrt{3}} A_i^{3/2} h^{3/2} + \frac{4\rho g}{15\sqrt{3}} A_i^{5/2} h^{1/2}, \quad (8)$$

$$E_P = \frac{4\rho g}{3\sqrt{3}} A_i^{3/2} h^{3/2},$$

де E_{total} – загальна енергія хвилі; E_K й E_P – кінетична та потенційна енергії відповідно.

У припущенні, що дно каналу непроникне, а впливом повітря можна нехтується, рівняння балансу енергії в середині заданого об'єму набуває вигляду

$$E_{inc} = E_{tr} + E_{ref} + E_d. \quad (9)$$

Зі співвідношення (9) випливає, що

$$E_d = E_{inc} - E_{tr} - E_{ref}.$$

Відповідно, для обчислення коефіцієнту дисипації k_d отримуємо формулу

$$k_d = \sqrt{1 - k_t^2 - k_r^2}. \quad (10)$$

3. ЧИСЕЛЬНА МОДЕЛЬ

Для розв'язання граничної задачі (1)–(6) використовується чисельний алгоритм, в якому еволюція вільної поверхні розраховується методом граничних інтегральних рівнянь, а циркуляційна течія, що генерується хвилею, моделюється вихровим методом [36]. Докладне описання цього підходу представлено в роботах [31, 37], тому тут будуть розглянуті лише його головні положення.

Метод граничних інтегральних рівнянь передбачає моделювання границь неперервним вихровим шаром, чия інтенсивність визначається стрибком дотичної швидкості. Його обґрунтування для випадку вільної поверхні представлено в [38]. Оскільки в цій постановці задачі в'язкістю на вільній поверхні Σ нехтується, то розташований вздовж неї вихровий шар генерує потенційне поле, яке описується скалярним потенціалом ϕ .

Поле завихреності, сформоване під вільною поверхнею, характеризується векторним потенціалом Φ . Лагранжевий підхід до поля течії та його границь, який використовується в цьому дослідженні, дозволяє застосувати принцип суперпозиції, згідно з яким швидкість в області, що розглядається, може бути представлена сумою градієнтів потенційного і векторного полів:

$$\vec{V}(\vec{r}, t) = \nabla\phi + \nabla \times (\Phi\vec{k}), \quad (11)$$

де \vec{V} – швидкість, t – час, \vec{r} – радіус-вектор точки поля, \vec{k} – одиничний вектор, перпендикулярний до поля течії.

Якщо інтенсивності вихрових шарів, що моделюють вільну поверхню Σ та тверду границю \mathfrak{R} , позначити μ і γ відповідно, а область в'язкої течії S представити функцією завихреності $\omega = \vec{k} \cdot \nabla \times \vec{V}$, то на основі закону Біо–Савара, можна записати рівняння (11) у наступному вигляді:

$$\begin{aligned} \vec{V}(\vec{r}, t) = & \nabla \int_{\Sigma} \mu(\vec{r}', t) \frac{\partial G(\vec{r}, \vec{r}')}{\partial \vec{n}_{\Sigma}} dl(\vec{r}') + \nabla \int_{\mathfrak{R}} \gamma(\vec{r}', t) \frac{\partial G(\vec{r}, \vec{r}')}{\partial \vec{n}_{\mathfrak{R}}} dl(\vec{r}') + \\ & + \int_S \omega(\vec{r}', t) \vec{k} \times \nabla G(\vec{r}, \vec{r}') ds(\vec{r}'), \end{aligned} \quad (12)$$

де n_{Σ} , $n_{\mathfrak{R}}$ – одиничні вектори зовнішніх нормалей до Σ і \mathfrak{R} ; G – фундаментальний розв'язок рівняння Лапласа для вихору в півплощині, обмеженій твердою стінкою, яка збігається з віссю Ox .

Функція G будується методом дзеркальних відображень, що забезпечує точне виконання граничної умови (5) на горизонтальному дні:

$$G(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{1}{2\pi i} \left(\ln |\vec{r} - \vec{r}'| - \ln |\vec{r} - \vec{r}'^*| \right), \quad (13)$$

де зірочка позначає спряження відносно осі Ox .

Далі для зручності будемо зображати точки поля течії комплексною координатою $z = x + iy$. Параметризуємо поверхні Σ і \mathfrak{R} поздовжніми координатами e , s відповідно. Тоді, функції координат точок, що лежать на границях, мають вигляд $z(e, t)$ та $z(s)$, а інтенсивності вихрових шарів, розподілених вздовж них, описуються функціями $\mu(e, t)$ і $\gamma(s, t)$. Поле завихреності ω апроксимуємо множиною вихрових частинок, так що:

$$\omega(z, t) \approx \sum_{j=1}^N \Gamma_j^*(t) f_{\delta}(z - z_j), \quad (14)$$

де Γ_j^* і z_j – циркуляції і координати вихрових частинок, f_{δ} – функція розподілу дискретного вихору [35]. За таких позначень, рівняння (12) для поля швидкості може бути записане у вигляді

$$\begin{aligned} \vec{V}(z, t) = & \frac{1}{2\pi i} \int_{\Sigma} \mu(e', t) n \left[\frac{1}{z - z(e', t)} - \frac{1}{z - \overline{z(e', t)}} \right] de' + \\ & + \frac{1}{2\pi i} \int_D \gamma(s', t) \left[\frac{1}{z - z(s')} - \frac{1}{z - \overline{z(s')}} \right] ds' + \frac{1}{2\pi i} \sum_{j=1}^N \Gamma_j^* f_{\delta} \left[\frac{1}{z - z_j} - \frac{1}{z - \overline{z_j}} \right]. \end{aligned} \quad (15)$$

Якщо розподіли μ і γ , а також поле завихреності ω в заданий момент часу t відомі, то рівняння (15) забезпечує розв'язання поставленої задачі про еволюцію вільної поверхні та розвиток вихрового поля. Таким чином, ключовим завданням розвинутого алгоритму є визначення цих функцій. Для знаходження $\mu(e, t)$ та $\gamma(s, t)$ використовуються динамічна умова на вільній поверхні (4) та умова непроникнення твердої границі (5). На їхній основі будуються граничні інтегральні рівняння відносно μ і γ , які розв'язуються чисельно.

Спосіб дискретизації границь, який застосовується в цьому алгоритмі, докладно описаний в роботі [37]. Він ґрунтується на заміні неперервних вихрових пелен, розташованих уздовж поверхонь Σ і \mathfrak{R} , їхніми кусково-неперервними аналогами. Пелени поділяються на відрізки (панелі) однакової довжини Δe і Δs , кожному з яких відповідає сталі значення завихреності μ чи γ . У дискретній схемі вихрові відрізки замінюються точковими вихорами відповідної циркуляції, що лежать посередині відрізка. Точки колокації, де задовольняються граничні умови, розташовуються на кінцях відрізків. За такої дискретизації інтеграли апроксимуються сумами, які складаються з трапецієдних квадратур підінтегральних функцій по кожній панелі. Це приводить до системи лінійних алгебраїчних рівнянь відносно дискретних аналогів функцій $\gamma(s, t)$ і $\mu(e, t)$.

За лагранжевого представлення вільної поверхні, її еволюція по часові легко знаходиться з кінематичної граничної умови (3). У запропонованій дискретній схемі інтегрування еволюційних рівнянь виконується в точках вільної поверхні, які лежать посередині панелей. Оскільки вони збігаються з положеннями точкових вихорів, швидкість у них визначається з інтегрального рівняння (15), де в першому доданку розглядається лише головне значення інтеграла. Для інтегрування застосовується схема «предиктор-коректор» Адамса–Бешфорда–Моултона (АВМ) четвертого порядку точності [23].

Трансформація хвилі над підводною перешкодою призводить до екстремального розтягування вихрових панелей, через що чисельна схема може втратити стійкість. Тому алгоритм передбачає застосування на кожному кроці по часові регуляризаційної процедури, яка полягає в перерахунку довжини панелей таким чином, щоб усі вони ставали однаковими [37]. Відповідно змінюється значення інтенсивності вихрового шару по кожній панелі. Це дозволило розширити діапазон параметрів хвилі та нерівностей донної поверхні, при яких моделювання було успішним. Такий підхід уможливив розгляд не лише регулярних хвильових процесів, а й розпаду хвилі над перешкодою.

Щоб виключити ефекти відбиття хвилі, на бічних стінках розрахункового каналу влаштувалися поглинаючі шари, які забезпечували затухання збурень вільної поверхні. Цю техніку, запропоновану в роботі [34], успішно застосовують для просторового інтегрування в задачах зі змінюваними межами [22, 37, 39]. Відповідно до цієї процедури, в еволюційні рівняння вводяться додаткові члени, які поглинають збурення змінних на кінцях каналу.

Для моделювання в'язких процесів, що розвиваються при проходженні хвилі над зануреною перешкодою, використовується вихровий метод, який передбачає розв'язання рівнянь динаміки рідини в змінних «завихреність-швидкість». Рух рідини в цьому випадку описується рівнянням перенесення завихреності [36] :

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \nabla) \omega = \frac{1}{\text{Re}} \Delta \omega. \quad (16)$$

Основною змінною, що характеризує тепер поле течії, стає завихреність ω . Зв'язок між нею та швидкістю потоку \vec{V} забезпечується законом Біо–Савара, який представлений рівнянням (15).

При розв'язанні рівняння (16) застосовується його розщеплення на конвективний і дифузійний оператори. Перевага цього підходу полягає в тому, що кожен з операторів можна інтегрувати по часові тим способом, який найбільше підходить саме для нього. При цьому враховується їхній взаємний вплив. Метод, який використовується тут, належить до гібридних вихрових схем, для яких характерне паралельне застосування рухомих вихрових частинок і сітки, накладеної на поле течії. Його докладне обґрунтування представлено в роботі [40]. Цей підхід передбачає застосування ортогональної сітки, але, оскільки межа в цій задачі безперервно змінюється, то на кожному кроці по часові сітка адаптується до нової області течії. За умови, що вихрові частинки знаходяться у вузлах сітки, просторова похідна в дифузійному рівнянні легко апроксимується скінченнорізницевою схемою. Конвективне перенесення завихреності моделюється за допомогою методу скінчених об'ємів, коли підраховується завихреність, яка проходить крізь границі заданої елементарної комірки. При цьому вважається, що всередині комірки завихреність розподілена рівномірно. Зауважимо, що скінченні об'єми формуються навколо вузлів ортогональної сітки, накладеної на поле течії.

Для інтегрування отриманих просторових апроксимацій по часові використовується явна схема другого порядку з коректуванням усіх змінних поля течії після виконання кожного з операторів.

Утворення завихреності твердими стінками області течії моделюється відповідно до механізму генерації, який детально описаний Лайтхілом [41]. Згідно з ним, на поверхнях тіла, що обтікається, в процесі перебудови течії з'являється хибна дотична швидкість, яку компенсують утворенням тут вихрової пелени. Беручи до уваги стрибок дотичної швидкості через вихрову пелену, отримаємо зв'язок між нею та інтенсивністю γ вихрової пелени, яка моделює межу \mathfrak{R} :

$$\vec{V}_\tau \Big|_{\mathfrak{R}} + \frac{\gamma}{2} = 0. \quad (17)$$

Перенесення завихреності зі стінок у потік в чисельній моделі має реалізовуватися через граничну умову для завихреності – Неймана чи Діріхле, залежно від типу розрахункової схеми. У цій роботі використовується підхід на основі умови Діріхле, розвинений в [42], де введено приєднану вихрову пелену на першому від межі тіла шарі розрахункової сітки. Тоді зі співвідношення (17), враховуючи, що $\omega = \gamma/\Delta s$, отримуємо таке рівняння для пристінної завихреності ω_0 :

$$\omega_0 = -\frac{2 \vec{V}_\tau \Big|_{\mathfrak{R}}}{\Delta s}, \quad (18)$$

де Δs – розділення сітки перпендикулярно до стінки.

Завихреність ω_0 , яка створюється на рівних ділянках поверхні, переноситься в потік через механізм в'язкої дифузії. Моделювання відриву в гострих крайках границі реалізується конвективним перенесенням завихреності від крайки у потік.

Цей алгоритм вже з успіхом застосовувався авторами для моделювання двовимірних вихрових течій у різних задачах динаміки в'язкої рідини з твердими межами, де він показав свою ефективність при адекватних параметрах дискретизації [43, 44].

4. ВЕРИФІКАЦІЯ ЧИСЕЛЬНОЇ СХЕМИ

4.1. Параметри моделювання

Розрахунковий канал має глибину $h = 1$ м і довжину 140 м. Далі всі змінні будемо розглядати в нормалізованому вигляді. Ширина поглинаючих шарів на кінцях каналу L_s дорівнює $2h$. Модель підводного хвилегасника у формі двох паралельних тонких стінок розташовано посередині каналу. Солітонна хвиля генерується при $x/h = -20$ і поширюється зліва направо. Початкові дані для хвилі – її профіль і потенціал швидкості течії, яка нею генерується – визначаються за допомогою ітераційного алгоритму, запропонованого в роботі [45] і реалізованого в роботі [46]. Згідно з ним знаходять асимптотичний солітонний розв’язок рівняння Ейлера, який описує переміщення частинок рідини під профілем хвилі як у горизонтальному, так і у вертикальному напрямках. Це дозволяє розглядати не лише динаміку вільної поверхні, а й еволюцію вихрового поля, яке утворюється при проходженні хвилі над зануреною конструкцією.

Вільна поверхня дискретизується вихровими панелями в кількості $N_\Sigma = 2800$; параметри сітки, що накладається на поле течії для розв’язання в’язкої проблеми – $\Delta x = \Delta y = 0.01h$; крок по часові $\Delta t = 0.005\sqrt{g/h}$.

Перед проведенням масових розрахунків було виконано верифікацію описаної вище чисельної схеми на основі даних фізичного експерименту, який проводився авторами цієї роботи. Це порівняння стосувалося деформацій вільної поверхні, викликаних проходженням солітонної хвилі над вертикальним бар’єром. Датчики глибини розташовувалися перед і за перешкодою, що дало можливість оцінити точність алгоритму щодо моделювання як прохідної, так і відбитої хвиль. Окрім того, отримані в розрахунках залежності енергетичних коефіцієнтів відбиття, проходження та дисипації (RTD-coefficients) порівнювалися з аналогічними результатами інших авторів. Виконувалися також модельні розрахунки з метою оцінки точності та чисельної дисипації алгоритму.

4.2. Верифікація чисельної моделі на основі даних лабораторних досліджень

Експериментальні дослідження виконувались у хвильовому лотку Інституту гідромеханіки НАН України довжиною 16 м, шириною 0.3 м і висотою 0.7 м, бічні стінки якого зроблені зі скла (Рис. 2). Підводна перешкода мала вигляд вертикальної пласти-

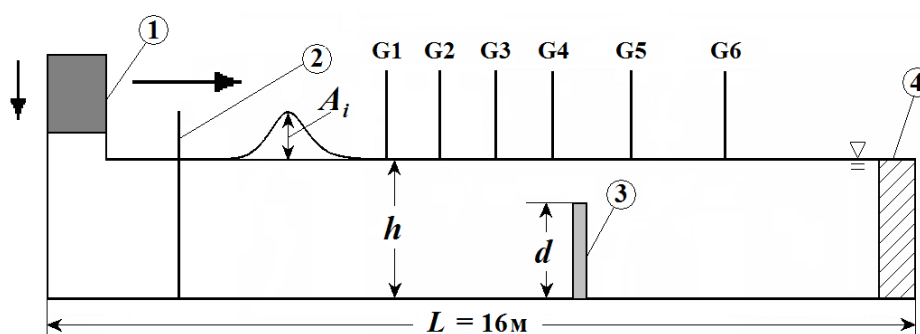


Рис. 2. Схема експериментальної установки:

1 – генератор хвиль; 2 – обладнання для відсікання дисперсійного «хвоста»; 3 – підводна пластина; 4 – погашувач хвиль; $G1, \dots, G6$ – емнісні датчики

ни, закріпленої на дні каналу.

Хвиля генерувалася за рахунок створення локального підйому рівня води при падінні важкого тіла на дно лотка. Еволюція збурення призводила до формування хвильового ланцюжка, що складався з головної хвилі і дисперсійного «хвоста», який пізніше відсікався за допомогою спеціального обладнання. Ефективність відсікання падала з ростом глибини води в лотку, проте інтенсивність дисперсійного «хвоста» залишалася малою у всіх експериментах. Реєстрація деформацій вільної поверхні при поширенні хвилі здійснювалася за допомогою шести емнісних датчиків G1, . . . , G6, встановлених перед і за перешкодою. Сигнали від датчиків подавались на аналого-цифровий перетворювач, з'єднаний з персональним комп'ютером. Величина часового інтервалу між даними, що реєструвались, була 5 мс для кожного датчика. Перед проведенням експериментів виконувалося тарування датчиків. Це дозволило отримати регресійну залежність між сигналами та їхнім заглибленням, по якій визначали середню швидкість поширення хвилі, її амплітуду, енергію та форму профілю. Картина взаємодії хвилі з підводною пластиною реєструвалась також за допомогою цифрової відеокамери.

Типову форму поодинокій хвилі, яка була отримана на основі обробки експериментальних даних, показано маркерами на Рис. 3. Суцільна крива відображає теоретичний профіль солітонної хвилі в мілкій воді (розв'язок рівняння Котевега–де Вріза) [47]:

$$\eta = A_i \operatorname{sech}^2 \left[\left(\frac{3A_i}{4h^3} \right)^{1/2} x \right]. \quad (19)$$

Порівняння експериментальних даних з точним розв'язком на Рис. 3 показує, що хвилі, які формувалися в основі лабораторного каналу, мають властивості солітона.

Дані лабораторних досліджень використовувалися для верифікації розвинутого чисельного алгоритму щодо розрахунку деформацій солітонної хвилі над підводною пластиною. Параметри задачі, при яких виконувалося порівняння результатів, отриманих у фізичному і чисельному моделюваннях, а також положення датчиків, що фіксують висоту вільної поверхні, ілюструє Рис. 4.

На Рис. 5 наведені дані щодо висоти вільної поверхні, отримані датчиками G1 (Рис. 5а) і G2 (Рис. 5б) у фізичному експерименті (чорні криві) і в чисельному моделюванні (червоні криві). Рис. 5а відображає падаючу й відбиту хвилі, Рис. 5б демонструє прохідний солітон і дисперсійні хвилі, які утворюються за ним. Спостерігається відмінний збіг між розрахунком і експериментом щодо падаючої хвилі та невеликі розбіжності

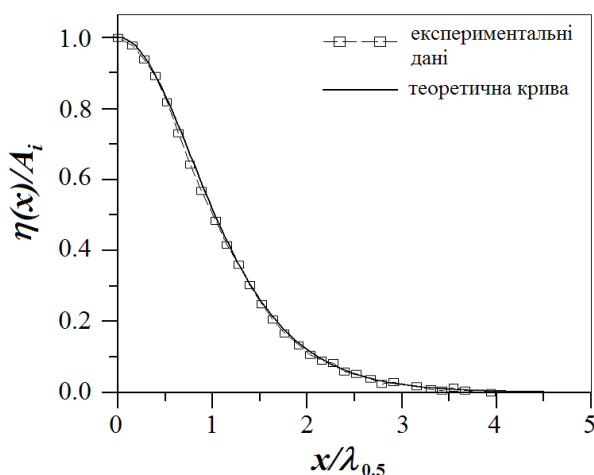


Рис. 3. Форма профілю відокремленої хвилі $\eta(x)/A_i$ по відношенню до $x/\lambda_{0.5}$ ($\lambda_{0.5}$ – відстань від точки, що відповідає гребню хвилі, до точки, яка відповідає половині амплітуди хвилі [47])

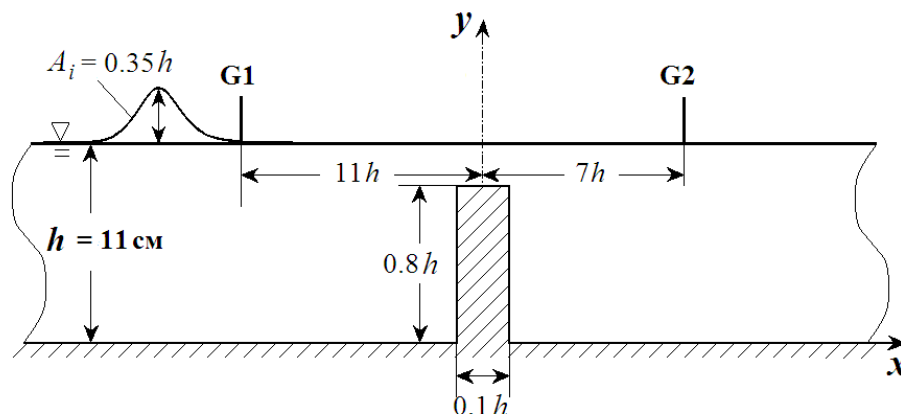
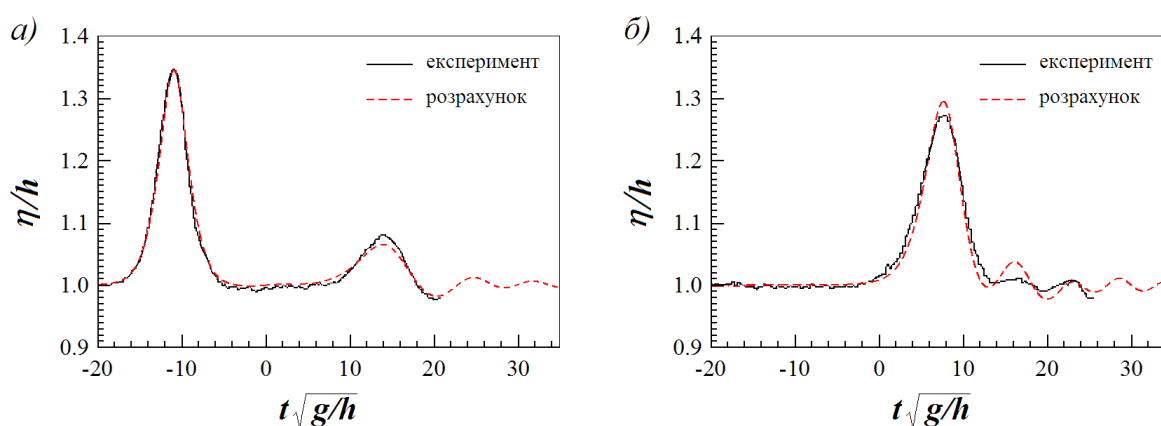


Рис. 4. Параметри експериментального й чисельного дослідження

Рис. 5. Еволюція профілів вільної поверхні, отримана у фізичному експерименті і в розрахунках датчиками G1 і G2:
а – G1; б – G2

для головних солітонів у відбитих та прохідних ланцюжках хвиль. Водночас вторинні солітони відстежуються гірше. Зазначимо також гарний збіг експериментальних і чисельних результатів щодо швидкості поширення збурень вільної поверхні. Тут і далі безрозмірний час $t = 0$ відповідає проходженню солітонної хвилі над центром підводної перешкоди.

4.3. Порівняння RTD-коефіцієнтів з даними аналогічних досліджень

Найбільш повне дослідження взаємодії солітонної хвилі із прямокутною перешкодою проведено в роботі [13], де за допомогою чисельного моделювання за VOF-схемою отримано енергетичні хвильові коефіцієнти відбиття, проходження та дисипації (RTD-coefficients) в широкому діапазоні занурених прямокутних споруд – від тонкої пластини до уступу. Виконане в цьому розділі порівняння є ключовим для обґрунтування ефективності чисельного алгоритму щодо моделювання взаємодії поверхневих хвиль з зануреними перешкодами, оскільки воно дає можливість оцінити не лише здатність алгоритму адекватно описувати фізичні процеси, а й коректність обчислення хвильових

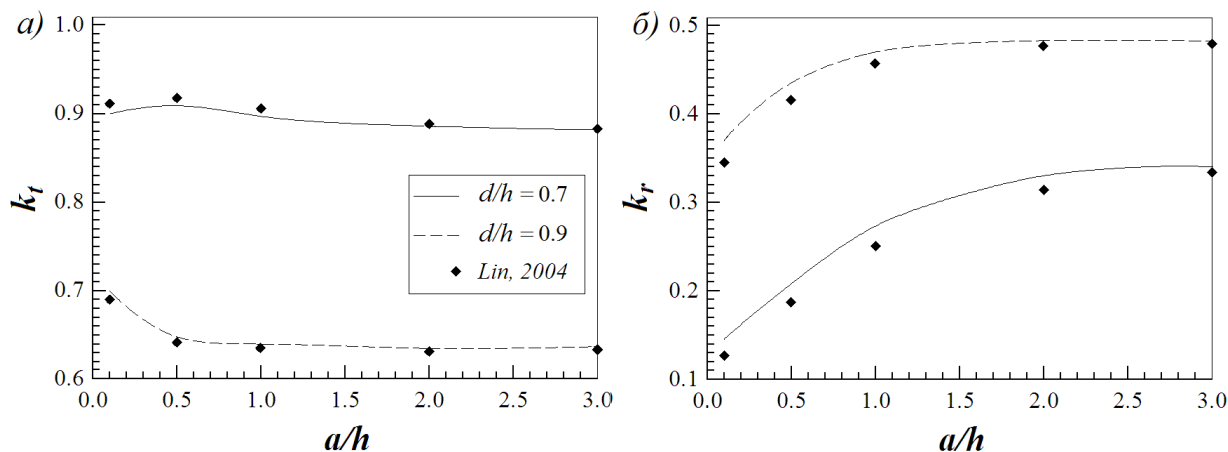


Рис. 6. Порівняння розрахованих енергетичних коефіцієнтів проходження k_t та відбиття k_r з відповідними даними з [13], $A_i/h = 0.1$:
 а – k_t ; б – k_r

енергетичних коефіцієнтів.

Аналізувався вплив довжини й висоти зануреної прямокутної споруди на динаміку солітонної хвилі амплітудою $A_i/h = 0.1$. На Рис. 6 представлено порівняння отриманих у розрахунках енергетичних хвильових коефіцієнтів проходження k_t і відбиття k_r з відповідними даними з роботи [13]. Дві криві на графіках відповідають різним значенням висоти споруди: $d/h = 0.7$ (неперервна) і $d/h = 0.9$ (штрихова). Маркерами представлено дані з [13]. Можна бачити, що обидва дослідження демонструють однакову тенденцію у розвитку коефіцієнтів k_t і k_r при збільшенні ширини споруди в діапазоні $a/h = (0.1 \dots 3)$. Однак, збіг результатів для коефіцієнта k_t набагато кращий, ніж для k_r . Це може бути пов'язано зі складністю оцінки амплітуди відбитої хвилі.

Наведені результати підтверджують, що розвинена чисельна схема адекватно оцінює гідродинамічні процеси, які розвиваються при взаємодії солітонної хвилі з зануреними спорудами.

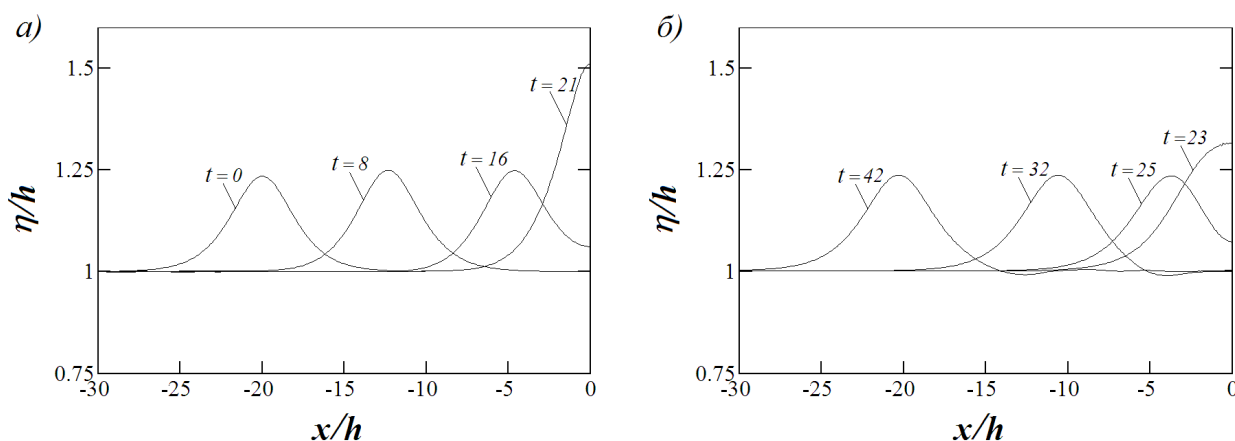


Рис. 7. Еволюція солітонної хвилі з початковою амплітудою $A_i/h = 0.25$ при її взаємодії з непроникною вертикальною стінкою

4.4. Динаміка солітонної хвилі, що набігає на вертикальну стінку

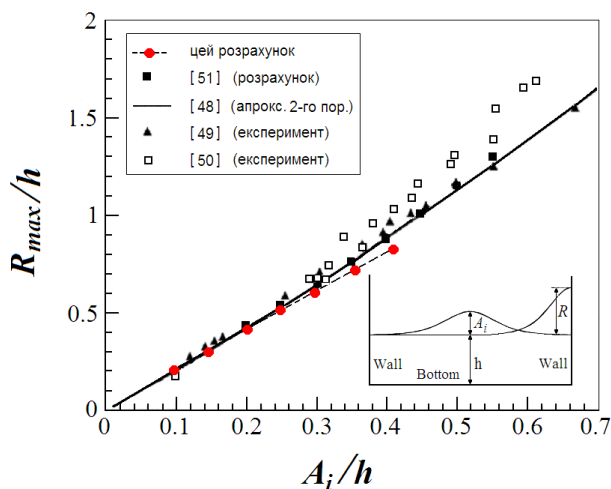


Рис. 8. Порівняння максимального відхилення хвиль різної амплітуди на стінці з даними інших авторів

люцію хвилі, коли вона підходить до перешкоди. Видно, що в цей проміжок часу рівень води на стінці зростає й досягає максимуму, коли вершина хвилі вдаряється об стінку. Збільшення амплітуди в такому випадку становить близько 100%. Після того, як хвиля відбилася, вона починає рухатися назад, поступово відновлюючи свою форму (Рис. 7б). Ці результати демонструють стійкість чисельного алгоритму в умовах різних змін конфігурації акваторії, де поширюються хвилі.

На Рис. 8 наведені розраховані значення максимального зростання рівня води R на стінці при наближенні хвилі при різній початковій амплітуді хвилі. Тут також дано порівняння отриманих результатів з теоретичними та експериментальними даними інших авторів. Очевидно, що розвинений алгоритм коректно описує нелінійні збурення вільної поверхні й може бути застосований до розрахунку складних процесів, викликаних взаємодією хвиль з перешкодами.

5. АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ РОЗРАХУНКІВ

5.1. Трансформації вільної поверхні та енергетичні коефіцієнти

Ключову інформацію про гідравлічні переваги зануреного хвилегасника можна отримати з аналізу процесу розділення падаючої хвилі на прохідну і відбиту й відповідних оцінок хвильових енергетичних коефіцієнтів. У цьому чисельному експерименті виконано розрахунки взаємодії солітонної хвилі відносної амплітуди $A_i/h = 0.2$ з зануреними подвійними бар'єрами різної висоти d та змінної конфігурації. Головним задачі параметром була відстань між бар'єрами D . На основі отриманих результатів виявлено закономірності у розвитку вільної поверхні при проходженні солітонної хвилі над розглянутою спорудою. На Рис. 9 представлено розраховані еволюційні картини профілів вільної поверхні при взаємодії солітонної хвилі з двобар'єрним хвилегасником висотою $d/h = 0.8$ і довжиною $a/h = 0.1$, які відповідають різному взаємному розташуванню елементів споруди. Графіки розташовані в міру збільшення відстані між бар'єрами.

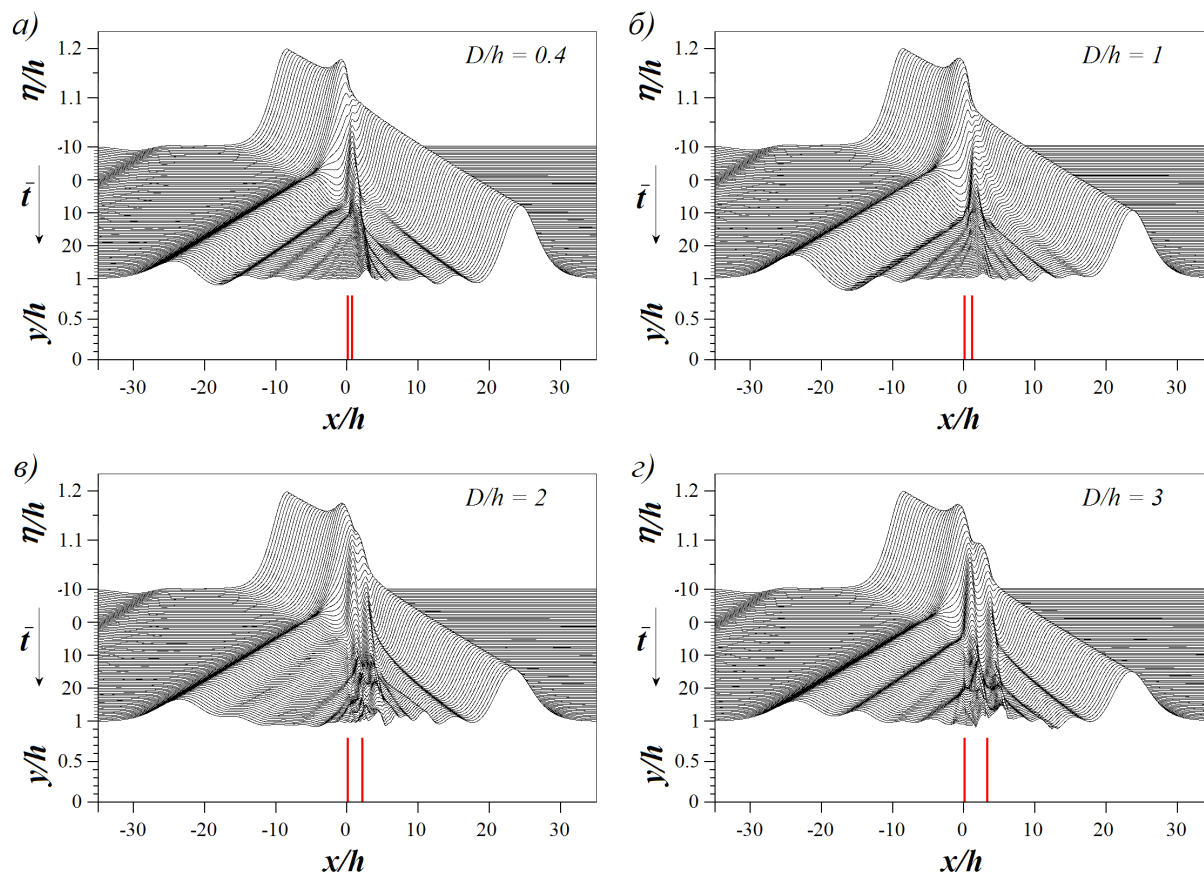


Рис. 9. Вплив відстані між елементами подвійного бар'єра на динаміку профілів вільної поверхні, які утворюються при проходженні солітонної хвилі

З Рис. 9а, який відповідає $D/h = 0.4$, випливає, що за малої (значно меншої за глибину води) відстані між бар'єрами картина деформацій вільної поверхні подібна до тієї, яка формується при проходженні солітонної хвилі над окремим бар'єром: хвиля спочатку накочується на перешкоду, а потім поділяється на прохідний і відбитий солітони. Далі вони розходяться, а за ними утворюються ланцюжки вторинних солітонів. Окрім того, зразу за спорудою спостерігається стояча хвиля, викликана вихровим полем. З Рис. 9б ($D/h = 1$) видно, що коли відстань між елементами споруди та глибина близькі, динаміка процесу якісно залишається такою ж, але накат хвилі на споруду збільшується. Відповідно, змінюються характеристики хвилеутворення: амплітуда відбитої хвилі зростає, а прохідної – падає. Аналіз отриманих результатів показує, що така тенденція зберігається доти, поки відстань D не перевищить глибину води приблизно вдвічі – див. Рис. 9в, де $D/h = 2$. Цей графік демонструє складну динаміку прохідної хвилі, коли її гребінь знаходиться між першим і другим бар'єрами. На цьому проміжку хвиля, яка утворилася на першій перешкоді, ще нестійка. Коли вона натикається на другий бар'єр, повноцінного відбиття від нього не відбувається, а спостерігаються лише дрібні хаотичні збурення вільної поверхні, які слабо затухають з часом. Хоч амплітуда першої відбитої хвилі менша, ніж у попередніх випадках, а друга відбита хвиля майже не фіксується, прохідна хвиля істотно втрачає у висоті та енергії. Очевидно, що

це – наслідок активної поверхневої діяльності та генерації потужного вихрового поля навколо перешкоди. На Рис. 9г, де відстань між бар'єрами досягає $D/h = 3$, видно, що прохідна хвиля, яка утворилася після поділу солітона на першій перешкоді, встигає відновитися і, розігнавшись, накопчується на другу перешкоду. Після цього відбувається повноцінний повторний поділ цієї хвилі, завдяки чому, її амплітуда додатково зменшується. З Рис. 9 випливає, що захисні властивості хвилегасника з двох паралельних бар'єрів, посилюється при збільшенні відстані між ними.

Зроблені висновки підтверджують залежності рівня вільної поверхні від часу в заданих точках, розташованих вздовж напрямку поширення хвилі. Вони представлені на Рис. 10 для двох випадків – коли відстань між бар'єрами менша за глибину води ($D/h = 0.8$, Рис. 10а) або значно її перевищує ($D/h = 4$, Рис. 10б). Датчик G1 знаходиться перед спорудою, а отже фіксує падаючу хвилю та поверхневі процеси, пов'язані з відбиттям. Датчик G2, розташований над першим бар'єром, відображає набігання хвилі на перешкоду. Датчик G3 знаходиться перед другим бар'єром, а отже, демонструє прохідну хвилю, яка утворилася після першої перешкоди. Датчик G4 розташований зразу за другим бар'єром, а датчик G5 фіксує процеси на поверхні води, які відбуваються далеко за спорудою.

Порівняння Рис. 10а та б дозволяє зробити такі висновки:

- набігання хвилі на двобар'єрну споруду зростає, коли відстань між бар'єрами зменшується;
- якщо відстань між бар'єрами менша за глибину води, то відбувається сильний удар хвилі об перешкоду, внаслідок чого формується інтенсивна відображена хвиля, підвітряний бік якої опускається нижче рівня води; водночас не відбувається поділу хвилі на другій перешкоді – дані датчиків G3, G4, G5 практично не відрізняються;
- якщо відстань між бар'єрами значно перевищує глибину води, то поділ хвилі відбувається як на першій, так і на другій перешкодах, про що свідчать дві регулярні

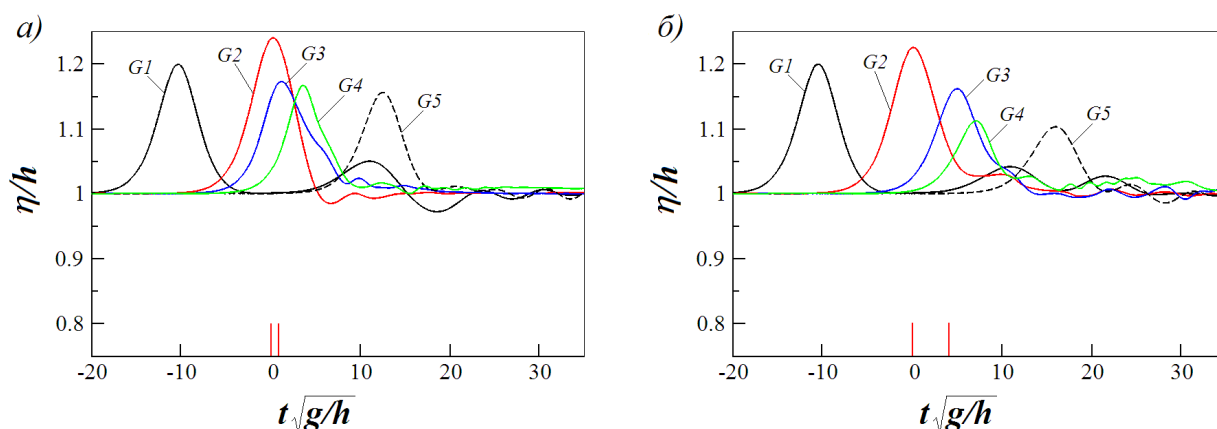


Рис. 10. Рівні вільної поверхні, зафіксовані датчиками глибини води при різних відстанях між бар'єрами:

а – $D/h = 0.8$; б – $D/h = 4$

відбиті хвилі, зафіксовані датчиком G1, а також зафіксоване датчиком G4 істотне падіння рівня води після проходження хвилею другої перешкоди.

Висновки, зроблені з аналізу профілів вільної поверхні, підтверджуються розрахунками енергетичних коефіцієнтів. У чисельному експерименті розглядалися занурені перешкоди різної висоти, хоч основним параметром, вплив якого аналізувався, була відстань між бар'єрами. На Рис. 11 представлено розраховані залежності квадратів енергетичних коефіцієнтів k_t^2 , k_r^2 і k_d^2 від параметра D/h при різній висоті бар'єрів ($d/h = 0.7, 0.8, 0.9$). Зазначимо, що ці величини виражають відсоток енергії, пов'язаної з кожним процесом.

Найбільшу цікавість викликає коефіцієнт проходження, оскільки він характеризує хвилю, яка загрожує береговій лінії. Видно, що в усіх трьох випадках k_t^2 зростає після $D/h = 0$. Це означає, що захисна якість споруди втрачається, якщо порівнювати з ізолюваною захисною стінкою. Незалежно від висоти бар'єрів, максимум функції $k_t^2(D/h)$ досягається при $D/h = (0.4 \dots 0.6)$. З практичного погляду це означає, що така конструкція найменш дієва щодо захисту. Споруда відновлює свої захисні властивості, коли величина k_t^2 спадає до значення, яке вона мала при $D = 0$. Чим менша висота бар'єрів, тим швидше це відбувається. Після цього, k_t^2 продовжує спадати й в усіх розглянутих випадках досягає мінімуму при $D/h \approx 2.5$. Надалі, енергія прохідної хвилі майже не змінюється. Це означає, що $D/h \approx 2.5$ можна вважати оптимальною відстанню у двобар'єрній системі, коли вона є найбільш ефективним хвилегасником.

Інший важливий висновок полягає в тому, що ефективність розглянутого хвилегасника істотно залежить від висоти бар'єрів – якщо висота бар'єра зростає на 10%, коефіцієнт проходження зменшується приблизно на 30%. Як показує Рис. 11в, який відповідає $d/h = 0.9$, застосовуючи двобар'єрний хвилегасник, можна зменшити енергію падаючої хвилі майже на 80%.

При аналізі коефіцієнта k_r^2 розглядається енергія першої відбитої хвилі, оскільки вона формується незалежно від конфігурації споруди. Динаміка k_r^2 підтверджує висновки, зроблені на основі Рис. 9. Ця величина спочатку зростає, досягаючи максимуму при $D/h \approx 1.2$, а потім починає спадати. Ймовірно, це пов'язано з генерацією вихрового поля навколо споруди, через що за малих D/h хвиля сприймає двобар'єрну перешкоду як суцільну. Також величина k_r^2 зростає при збільшенні висоти споруди.

Коефіцієнт k_d^2 характеризує втрати енергії на дисипативні процеси, які виникають через розвиток вихрового поля, а також завдяки генерації вторинних хвиль і хаотичних рухів вільної поверхні. Оскільки він обчислюється через коефіцієнти k_t^2 і k_r^2 , його динаміка є похідною від їхньої поведінки. Оскільки величина k_r^2 мала, то залежно від відстані між бар'єрами функція $k_d^2(D/h)$ поводить себе дзеркально протилежно до коефіцієнта проходження.

5.2. Розвиток вихрового поля та утворення водообмінних течій

Поширення хвиль над зануреними перешкодами супроводжується не лише поверхневими ефектами, а й процесами, які відбуваються в товщі води. У процесі поширення хвиля генерує потік частинок рідини під вільною поверхнею. Поблизу перешкоди він перебудовується відповідно до конфігурації області. Формування зсувного шару, відрив потоку й генерація вихрового поля є послідовними проявами в'язких ефектів, які

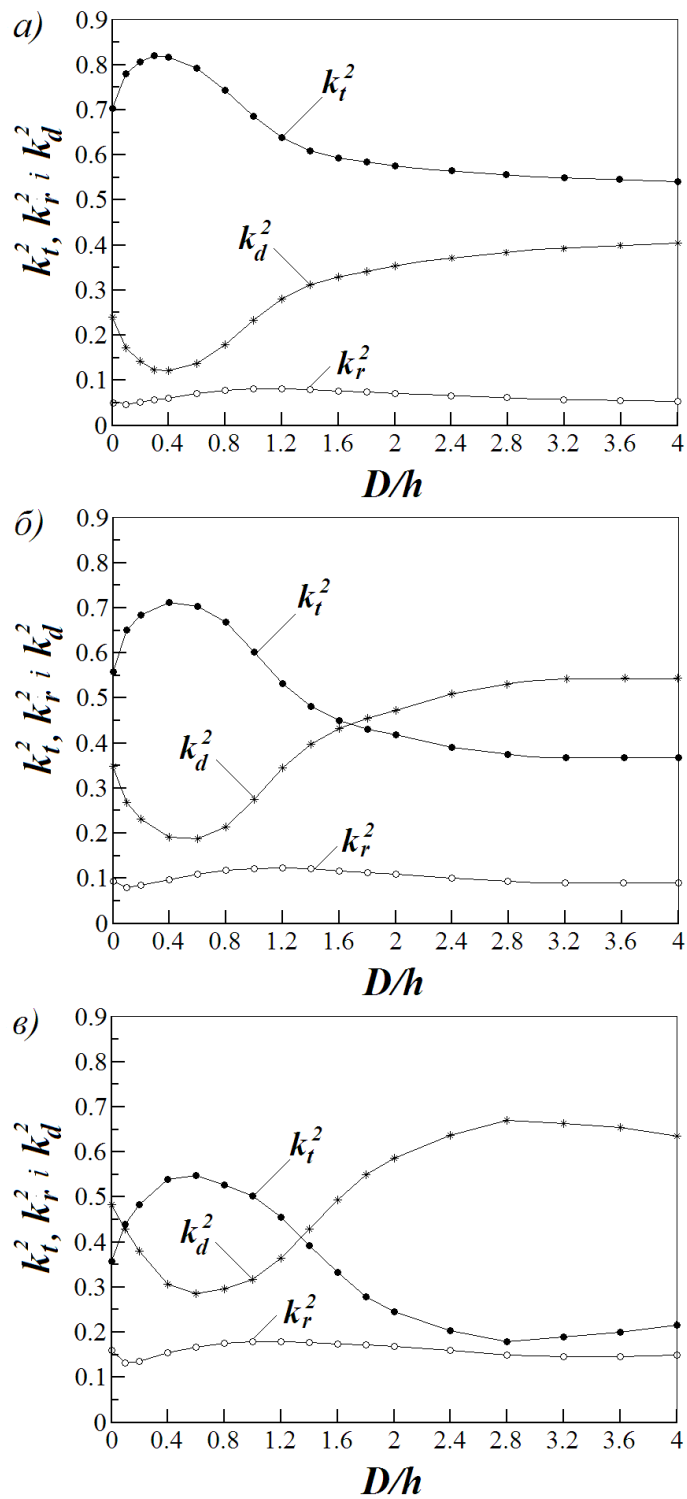


Рис. 11. Залежності квадратів коефіцієнтів проходження, відбиття та дисипації енергії від відстані D/h :
 а – $D/h = 0.7$; б – $D/h = 0.8$; в – $D/h = 0.9$

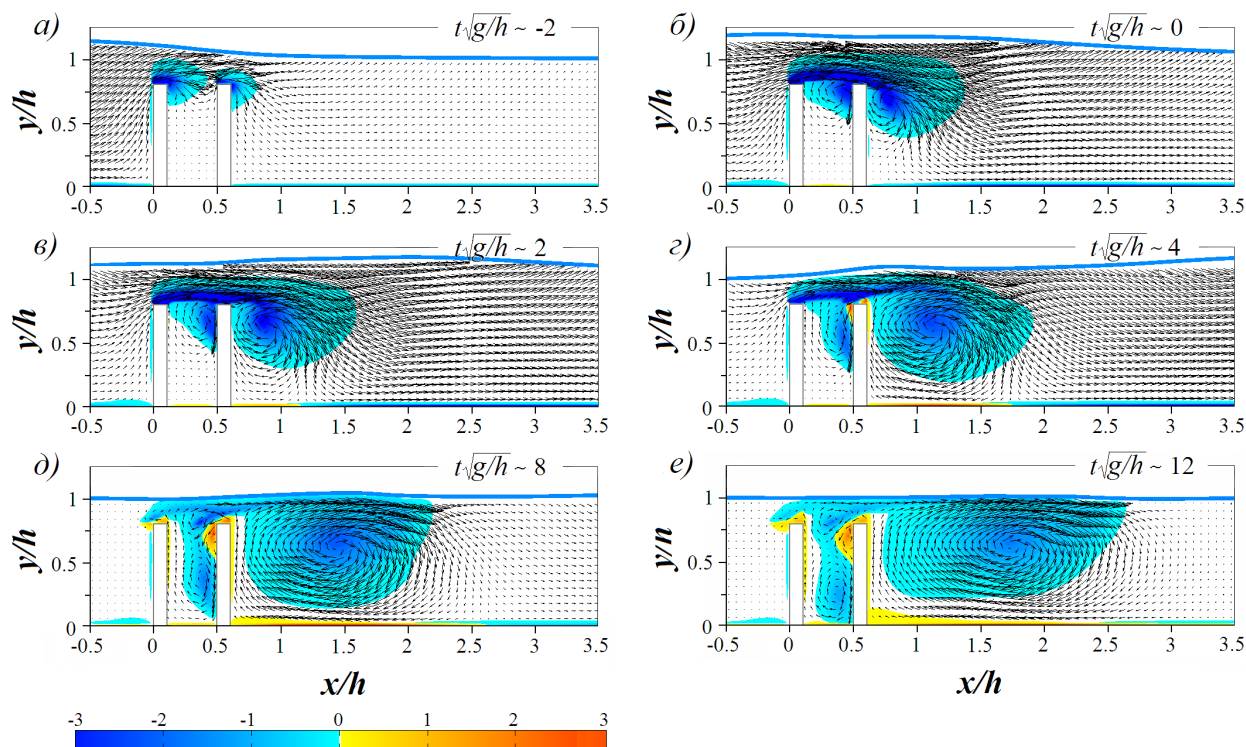


Рис. 12. Чисельна візуалізація еволюції полів швидкості та завихреності, які генеруються солітонною хвилею $A_i/h = 0.2$ навколо зануреної споруди з двох бар'єрів висотою $d/h = 0.8$ при відстані між ними $D/h = 0.4$

супроводжують проходження хвилі над перешкодою. Вихрове поле сприяє дисипації хвильової енергії, але може порушити стійкість хвилегасника внаслідок розмиву донної поверхні та створення надмірних динамічних навантажень. Тому, при проектуванні захисних споруд бажано виконати оцінку в'язких процесів і наслідків, до яких вони можуть призвести.

На Рис. 12 наведені картини швидкості й завихреності в різні моменти часу, які дозволяють спостерігати розвиток вихрового поля, генерованого солітонною хвилею з $A_i/h = 0.2$ навколо двобар'єрного хвилегасника, коли відстань між його елементами становить $D/h = 0.4$. Зазначимо, що число Рейнольдса в цих розрахунках дорівнює $Re = 0.7 \cdot 10^6$. З Рис. 12а видно, що хвиля, яка підходить до споруди, розганяє воду над кожним з її елементів. Як наслідок утворюється зсувний потік, який відривається при вершині кожного з бар'єрів. Тут формуються вихори, які обертаються в напрямку руху хвилі. Оскільки хвильовий потік має найвищу швидкість під вершиною хвилі, проміжок часу, коли вона знаходиться між першою й другою перешкодами, характеризується найбільш інтенсивною течією (Рис. 12б). Завдяки цьому перший вихор наздоганяє другий і вони зливаються в одну велику структуру. Рідина між бар'єрами тут практично не рухається, тобто хвильовий потік не заходить всередину споруди через потужну циркуляційну течію над нею. Унаслідок цього хвиля сприймає двобар'єрну конфігурацію, як суцільну, що проявляється в розвитку форм вільної поверхні, представлених на Рис. 9а.

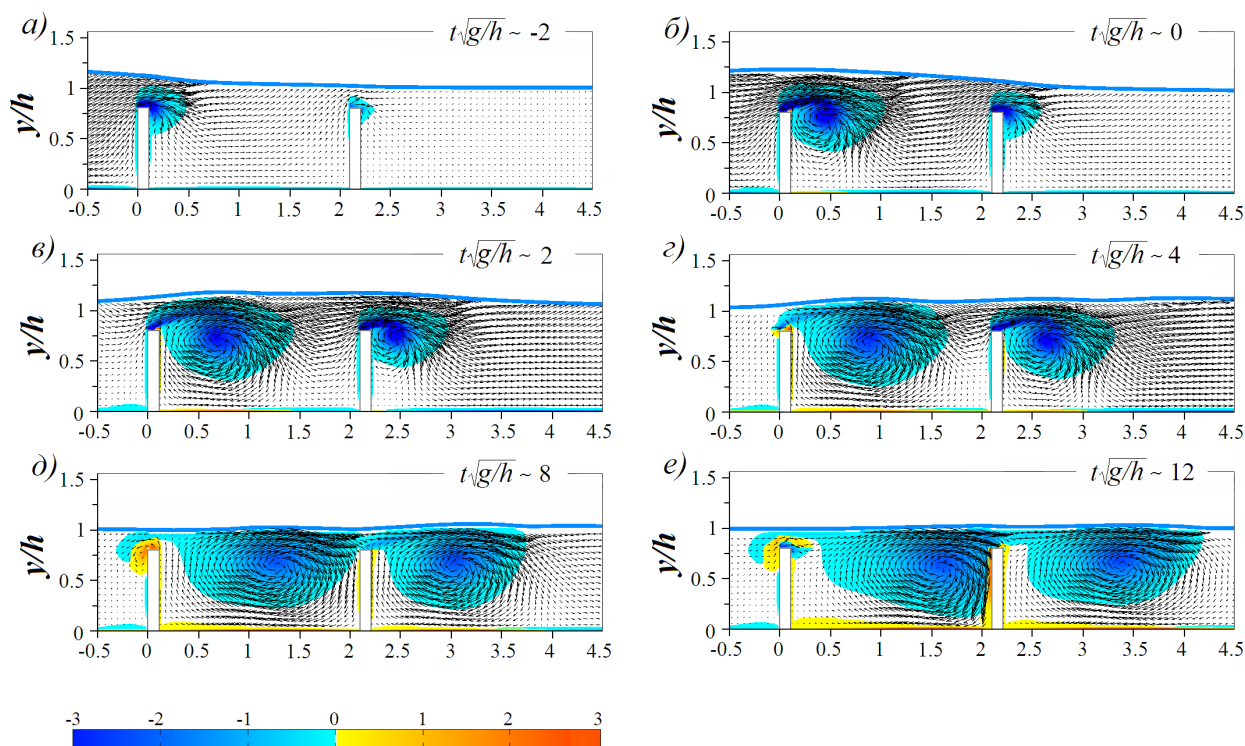


Рис. 13. Чисельна візуалізація еволюції полів швидкості та завихреності, які генеруються солітонною хвилею $A_i/h = 0.2$ навколо зануреної споруди з двох бар'єрів висотою $d/h = 0.8$ при відстані між ними $D/h = 2$

Коли вершина хвилі переходить за споруду (див, Рис. 12в), частина завихреності гальмується й залишається між першим і другим бар'єрами, а інша, навпаки, розганяється та відривається з другого бар'єра, де починає формуватися великий вихор. Чим далі переміщується хвильовий фронт, тим менше він впливає на область поблизу споруди, тому в ній починає домінувати циркуляційна течія. Обертання вихору, що утворився за другим бар'єром, викликає генерацію вторинної завихреності (Рис. 12г, д). Поступово вона розрізає вихор, який знаходиться в міжбар'єрній області, і він ділиться на дві частини – одна з них опускається вниз, а інша підіймається до вільної поверхні. Обертання вихорів приводить у рух рідину між бар'єрами. Це можна сприймати як позитивно, оскільки відбувається обмін водою між верхніми й нижніми шарами, так і негативно – через загрозу розмиву донної поверхні у підніжжі конструкції. Результуюче вихрове поле в цій системі бар'єрів складається з великої циркуляційної течії за другою перешкодою, вихору, розташованого в зазорі споруди біля її підніжжя та пари протилежно спрямованих вихорів між вільною поверхнею й бар'єрами (Рис. 12е). Розрахунки показують, що надалі відбувається їхня повільна дисипація без зміни конфігурації вихрового поля.

При збільшенні відстані між бар'єрами взаємодія вихорів, які формуються за кожним з них, послаблюється. Рис. 13 демонструє розвиток вихрового поля при $D/h = 2$. Тут мають місце два великих вихори, масштаб яких співмірний із глибиною води в каналі. Вони генерують слабку вторинну завихреність на стінках споруди й на дні, яка на

вершині першого бар'єра згортається в невелику вихрову структуру (Рис. 13д). Водночас протилежна завихреність на другому бар'єрі подавлюється великим вихором, що розвинувся в зазорі.

Рис. 12 і 13 наочно ілюструють трансформацію потенційної енергії хвилі в кінетичну енергію вихрового поля. Цей процес належить до фізичних явищ, які становлять фундаментальний інтерес і мають прикладне застосування.

Хоча головне призначення захисних споруд полягає в зменшенні енергії хвиль, при їх експлуатації бажано не допустити погіршення якості води в прибережній зоні, бо від цього залежить функціонування біологічних видів і екосистеми в цілому. Розв'язання цієї проблеми потребує надходження чистої води з відкритої акваторії до прибережної зони та її винесення назовні, а також обміну між придонними та поверхневими водами. За відсутності зовнішньої течії, локальний хвильовий потік і вихрове поле, сформоване навколо споруди, – головні чинники, які визначають переміщення частинок рідини. На Рис. 12 і 13 видно, що перемішування води між вертикальними шарами забезпечується циркуляційною течією. Щоб отримати уявлення про перетікання води над двома зануреними вертикальними стінками в горизонтальному напрямку, за результатами розрахунків були побудовані профілі горизонтальної швидкості, генеровані солітонною хвилею в характерних перерізах у різні моменти часу. Оскільки споруда, що розглядається, не проникна, то перетікання води з однієї частини водойми в іншу може відбуватися лише в зазорі між вершиною бар'єра та вільною поверхнею.

Рис. 14 ілюструє динаміку нормалізованої поздовжньої швидкості $\bar{u} = u/\sqrt{gh}$ у вертикальних перерізах, які збігаються з центральними осями бар'єрів при $D/h = 0.4$. Неперервні криві відповідають моментам часу $\bar{t} \leq 0$, тобто, коли гребінь хвилі знаходиться ще перед спорудою. Їхня форма свідчить про те, що, наближаючись до неї, хвиля формує наростаючий потік води з зовнішньої частини водойми у внутрішню. При $\bar{t} = 0$, коли гребінь хвилі розташований над першим бар'єром, горизонтальна швидкість над заднім бар'єром перевищує її значення над переднім. Це – наслідок взаємного впливу хвильової течії та вихрового поля (див. Рис. 12б). Штриховими лініями на Рис. 14 пока-

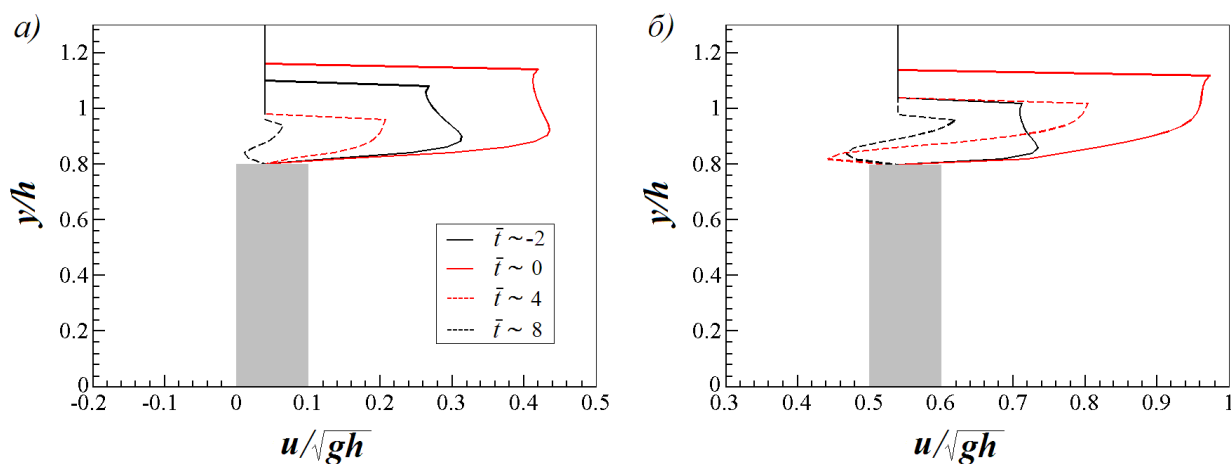


Рис. 14. Динаміка профілів поздовжньої швидкості у вертикальних перерізах, які співпадають з центральним осями бар'єрів при $D/h = 0.4$:

а – над першим бар'єром; б – над другим бар'єром

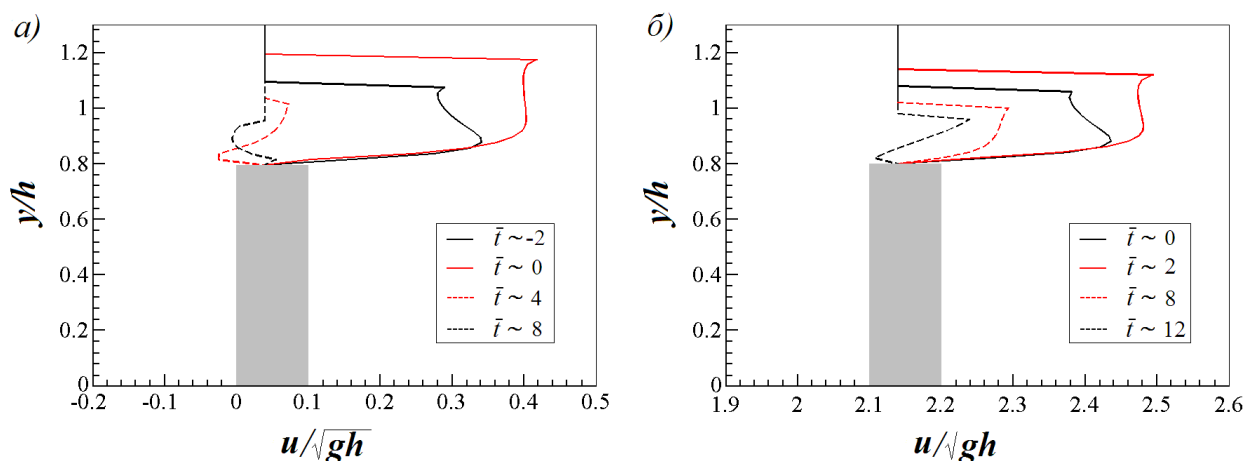


Рис. 15. Динаміка профілів поздовжньої швидкості у вертикальних перерізах, які співпадають з центральним осями бар'єрів при $D/h = 2$:
а — над першим бар'єром; б — над другим бар'єром

зані профілі поздовжньої швидкості, сформовані після проходження фронту хвилі над спорудою. Їхня динаміка свідчить про те, що амплітуди \bar{u} спочатку плавно спадають, а потім профіль перегинається в нижній частині. Це вказує на утворення тут оберненої течії, яка виносить воду з закритої прибережної зони в основну частину водойми. З представлених результатів випливає, що обернена течія над другим бар'єром інтенсивніша, ніж над першим. Це пов'язано з розвитком вторинного вихору, як показано на Рис. 12е.

Навпаки, якщо відстань між бар'єрами велика, то обернений потік води утворюється переважно над переднім бар'єром (Рис. 15а), а над заднім він практично не спостерігається (Рис. 15б). Цей ефект є проявом вторинного вихору, сформованого навколо першої перешкоди (див. Рис. 13д). Над другою ж перешкодою домінує циркуляційна течія, яка обертається в напрямку переміщення хвилі. Вона виносить частинки рідини з міжбар'єрної області в прибережну зону й перешкоджає утворенню протилежної течії. Зазначимо, що в усіх розглянутих випадках вертикальна швидкість у досліджуваній області на порядок менша, ніж горизонтальна.

Кількісні оцінки щодо перетікання рідини над зануреною перешкодою можна отримати, аналізуючи витрату води Q в заданому перерізі. Ця характеристика знаходилася інтегруванням поздовжньої швидкості \bar{u} по висоті зазору між вершиною перешкоди й вільною поверхнею. Потоки, спрямовані в протилежні боки, розглядалися окремо в припущенні, що $Q > 0$ відповідає напрямку руху хвилі, а $Q < 0$ – проти нього. Потік частинок рідини, який переміщується разом із хвилею ($Q > 0$), присутній завжди. Головний фактор, який впливає на нього, – амплітуда хвилі. Обернена течія ($Q < 0$) формується вихровим полем, тому вона істотно залежить від геометрії зануреної споруди. На Рис. 16 представлені залежності нормалізованої потужності оберненої течії від часу для подвійних бар'єрів з висотою $d/h = 0.8$ та різними величинами зазору між ними. Рис. 16а відповідає передньому бар'єру, а Рис. 16б – задньому. Зазначені графіки дозволяють зробити такі висновки:

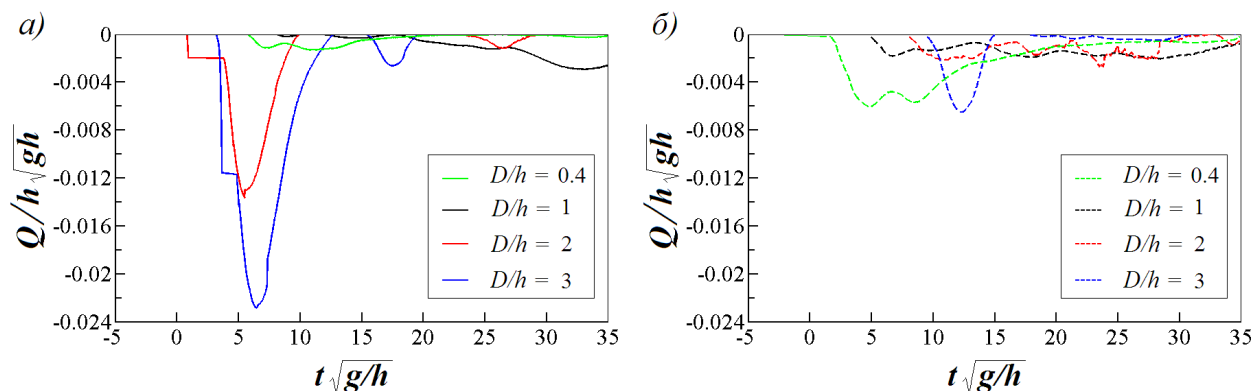


Рис. 16. Часові залежності потужності оберненої течії:

а — над першим бар'єром; б — над другим бар'єром

- якщо зазор між бар'єрами не перевищує глибину води, обернена течія над першою перешкодою при проходженні солітонної хвилі практично не утворюється; вона стає помітною, коли зазор приблизно вдвічі перевищує глибину, а її потужність зростає при збільшенні зазору;
- перетікання води з прибережної зони в міжбар'єрну область при проходженні солітонної хвилі при помірній відстані між бар'єрами $1 < D/h < 2$ буде слабким; потужність оберненої течії над другим бар'єром зростає, коли зазор знаходиться поза цим діапазоном значень.

На загал слід відзначити, що захисна споруда з двох непроникних паралельних стінок, розташованих ближче, ніж на відстань $2.5h$, не сприяє утворенню водообмінних течій між прибережною зоною й відкритим морем.

6. ВИСНОВКИ

Виконано розрахунки взаємодії солітонної хвилі з двома зануреними прямокутними стінками, розташованими паралельно одна за одною (подвійним бар'єром). Розроблений чисельний алгоритм ґрунтується на комбінації методу граничних інтегральних рівнянь, який описує деформації вільної поверхні, та гібридної вихрової схеми, що застосовується для моделювання в'язкої течії під вільною поверхнею. Точність моделювання оцінювалася порівнянням результатів розрахунків з даними власного лабораторного експерименту та з чисельними й експериментальними даними інших авторів.

Для того, щоб знайти оптимальну конфігурацію двобар'єрного хвилегасника в розрахунках змінювалися висота бар'єрів і відстань між ними. При цьому оцінювалися захисні властивості конструкції та її здатність утворювати водообмінні течії між прибережною зоною й відкритим морем. Отримані результати сприятимуть зменшенню фінансових витрат на спорудження й експлуатацію захисних споруд такого типу.

Оптимальна конфігурація подвійного бар'єра знаходилася з аналізу хвильових енергетичних коефіцієнтів проходження та відбиття, а також коефіцієнта дисипації енергії. Показано, що така споруда неефективна в порівнянні з ізольованим бар'єром, якщо

ширина зазору D між її елементами не перевищує півтори глибини води h . Застосовувати подвійний бар'єр доцільно при $D > 1.5h$, а відстань, за якої досягається найвищий ефект з погляду енергетичних втрат хвиль, що набігають, дорівнює $2.5h$. Гідравлічна якість споруди зростає при збільшенні її висоти.

Дослідження в'язких ефектів, породжених солітонною хвилею навколо подвійного бар'єра, виявило, що вихрове поле представлене двома великими вихорами, які формуються потоком, що відривається при вершині кожного з бар'єрів. Якщо $D < h$, ці вихори інтенсивно взаємодіють один з одним. Через це хвиля сприймає подвійний бар'єр, як суцільну широку перешкоду, що спричиняє погіршення захисних властивостей такої споруди.

Вихрове поле визначає динаміку водообмінних течій. Захисна споруда з двох непроникних паралельних стінок, які розташовані одна до одної ближче, ніж на відстань $2.5h$, не сприяє перетіканню води з прибережної зони у відкрите море. Таким чином, відстань $D = 2.5h$ оптимальна як з погляду формування захисних властивостей споруди, так і для забезпечення сприятливої екології в прибережній зоні.

REFERENCES

- [1] Y. Wei, A. Rafiee, A. Henry, and F. Dias, “Wave interaction with an oscillating wave surge converter, Part I: Viscous effects,” *Ocean Engineering*, vol. 104, pp. 185–203, 2015. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2015.05.002>
- [2] D. L. Kriebel, “Vertical wave barriers: wave transmission and wave forces,” in *Coastal Engineering Proceedings*, vol. 1(23). Orlando, FL: ICCE, 1992, p. 1313–1326.
- [3] J. W. Miles, “Solitary waves,” *Annual Review of Fluid Mechanics*, vol. 12, no. 1, pp. 11–43, 1980. DOI: <https://doi.org/10.1146/annurev.fl.12.010180.000303>
- [4] R. K. Zeytunyan, “Nonlinear long waves on water surface and solitons,” *Uspekhi Fizicheskikh Nauk*, vol. 57, no. 8, p. 1403–1456, 1995.
- [5] O. S. Madsen and C. C. Mei, “The transformation of a solitary wave over an uneven bottom,” *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 39, no. 4, pp. 781–791, 1969. DOI: <https://doi.org/10.1017/s0022112069002461>
- [6] F. J. Seabra-Santos, D. P. Renouard, and A. M. Temperville, “Numerical and experimental study of the transformation of a solitary wave over a shelf or isolated obstacle,” *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 176, no. 1, pp. 117–134, 1987. DOI: <https://doi.org/10.1017/s0022112087000594>
- [7] M. A. Losada, C. Vidal, and R. Medina, “Experimental study of the evolution of a solitary wave at an abrupt junction,” *Journal of Geophysical Research: Oceans*, vol. 94, no. C10, pp. 14 557–14 566, 1989. DOI: <https://doi.org/10.1029/jc094ic10p14557>
- [8] P. A. Madsen, R. Murray, and O. R. Sørensen, “A new form of the Boussinesq equations with improved linear dispersion characteristics,” *Coastal Engineering*, vol. 15, no. 4, pp. 371–388, 1991. DOI: [https://doi.org/10.1016/0378-3839\(91\)90017-b](https://doi.org/10.1016/0378-3839(91)90017-b)

- [9] P. L.-F. Liu and M. Abbaspour, “Wave scattering by a rigid thin barrier,” *Journal of the Waterway, Port, Coastal and Ocean Division*, vol. 108, no. 4, pp. 479–491, 1982. DOI: <https://doi.org/10.1061/jwpcdx.0000319>
- [10] P. Lin and P. L.-F. Liu, “A numerical study of breaking waves in the surf zone,” *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 359, pp. 239–264, 1998. DOI: <https://doi.org/10.1017/s002211209700846x>
- [11] C. W. Hirt and B. D. Nichols, “Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries,” *Journal of Computational Physics*, vol. 39, no. 1, pp. 201–225, 1981. DOI: [https://doi.org/10.1016/0021-9991\(81\)90145-5](https://doi.org/10.1016/0021-9991(81)90145-5)
- [12] J. A. Viegelli, “A method for including arbitrary external boundaries in the MAC incompressible fluid computing technique,” *Journal of Computational Physics*, vol. 4, no. 4, pp. 543–551, 1969. DOI: [https://doi.org/10.1016/0021-9991\(69\)90019-9](https://doi.org/10.1016/0021-9991(69)90019-9)
- [13] P. Lin, “A numerical study of solitary wave interaction with rectangular obstacles,” *Coastal Engineering*, vol. 51, no. 1, pp. 35–51, 2004. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.coastaleng.2003.11.005>
- [14] C.-J. Tang and J.-H. Chang, “Flow separation during solitary wave passing over submerged obstacle,” *Journal of Hydraulic Engineering*, vol. 124, no. 7, pp. 742–749, 1998. DOI: [https://doi.org/10.1061/\(asce\)0733-9429\(1998\)124:7\(742\)](https://doi.org/10.1061/(asce)0733-9429(1998)124:7(742))
- [15] K.-A. Chang, T.-J. Hsu, and P. L.-F. Liu, “Vortex generation and evolution in water waves propagating over a submerged rectangular obstacle,” *Coastal Engineering*, vol. 44, no. 1, pp. 13–36, 2001. DOI: [https://doi.org/10.1016/s0378-3839\(01\)00019-9](https://doi.org/10.1016/s0378-3839(01)00019-9)
- [16] C.-J. Huang and C.-M. Dong, “On the interaction of a solitary wave and a submerged dike,” *Coastal Engineering*, vol. 43, no. 3–4, pp. 265–286, 2001. DOI: [https://doi.org/10.1016/s0378-3839\(01\)00017-5](https://doi.org/10.1016/s0378-3839(01)00017-5)
- [17] J. J. Monaghan, “Simulating free surface flows with SPH,” *Journal of Computational Physics*, vol. 110, no. 2, pp. 399–406, 1994. DOI: <https://doi.org/10.1006/jcph.1994.1034>
- [18] S. Koshizuka, A. Nobe, and Y. Oka, “Numerical analysis of breaking waves using the moving particle semi-implicit method,” *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, vol. 26, no. 7, pp. 751–769, 1998. DOI: [https://doi.org/10.1002/\(sici\)1097-0363\(19980415\)26:7<751::aid-fld671>3.0.co;2-c](https://doi.org/10.1002/(sici)1097-0363(19980415)26:7<751::aid-fld671>3.0.co;2-c)
- [19] Y. Ren, M. Luo, and P. Lin, “Consistent particle method simulation of solitary wave interaction with a submerged breakwater,” *Water*, vol. 11, no. 2, pp. 261 (1–16), 2019. DOI: <https://doi.org/10.3390/w11020261>
- [20] X. Han and S. Dong, “Interaction of solitary wave with submerged breakwater by smoothed particle hydrodynamics,” *Ocean Engineering*, vol. 216, pp. 108 108 (1–19), 2020. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2020.108108>

- [21] Y. Huang and C. Zhu, “Numerical analysis of tsunami–structure interaction using a modified MPS method,” *Natural Hazards*, vol. 75, no. 3, pp. 2847–2862, 2014. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11069-014-1464-1>
- [22] M. Y. Lin and L. H. Huang, “Study of water waves with submerged obstacles using a vortex method with Helmholtz decomposition,” *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, vol. 60, no. 2, pp. 119–148, 2008. DOI: <https://doi.org/10.1002/fld.1873>
- [23] M.-Y. Lin and L.-H. Huang, “Vortex shedding from a submerged rectangular obstacle attacked by a solitary wave,” *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 651, pp. 503–518, 2010. DOI: <https://doi.org/10.1017/s0022112010000145>
- [24] I. M. Gorban, A. C. Korolova, and O. G. Lebid, “Interaction of surface solitary wave with submerged and semi-submerged breakwaters,” *Precarpathian Bulletin of the Shevchenko Scientific Society “Number”*, no. 17(64), pp. 118–132, 2022. [Online]. Available: [https://doi.org/10.31471/2304-7399-2022-17\(64\)-118-132](https://doi.org/10.31471/2304-7399-2022-17(64)-118-132)
- [25] P. L.-F. Liu and K. Al-Banaa, “Solitary wave runup and force on a vertical barrier,” *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 505, pp. 225–233, 2004. DOI: <https://doi.org/10.1017/s0022112004008547>
- [26] C. Lin, T.-C. Ho, S.-C. Chang, S.-C. Hsieh, and K.-A. Chang, “Vortex shedding induced by a solitary wave propagating over a submerged vertical plate,” *International Journal of Heat and Fluid Flow*, vol. 26, no. 6, pp. 894–904, 2005. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijheatfluidflow.2005.10.009>
- [27] C. Lin, T.-C. Ho, S.-C. Hsieh, and K.-A. Chang, “Characteristics of vortex shedding process induced by a solitary wave propagating over a submerged obstacle,” in *Volume 2: Ocean Engineering and Polar and Arctic Sciences and Technology*, ser. OMAE2006. Hamburg, Germany: ASMEDC, 2006. DOI: [10.1115/omae2006-92457](https://doi.org/10.1115/omae2006-92457)
- [28] Y.-T. Wu, S.-C. Hsiao, Z.-C. Huang, and K.-S. Hwang, “Propagation of solitary waves over a bottom-mounted barrier,” *Coastal Engineering*, vol. 62, pp. 31–47, 2012. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.coastaleng.2012.01.002>
- [29] C.-H. Chang, C. Lin, K.-H. Wang, and J. M. Jaf, “Numerical simulations and experimental visualizations of the vortex characteristics for a solitary wave interacting with a bottom-mounted vertical plate,” *Journal of Hydro-Environment Research*, vol. 19, pp. 88–102, 2018. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jher.2017.12.001>
- [30] J. Wang, G. He, R. You, and P. Liu, “Numerical study on interaction of a solitary wave with the submerged obstacle,” *Ocean Engineering*, vol. 158, pp. 1–14, 2018. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2018.03.064>
- [31] I. M. Gorban and A. S. Korolova, “Numerical simulation of a solitary wave interaction with submerged obstacles,” *Computer Science and Applied Mathematics*, no. 1, pp. 22–32, 2021. DOI: <https://doi.org/10.26661/2413-6549-2021-1-03>

- [32] Y.-T. Wu and S.-C. Hsiao, “Propagation of solitary waves over double submerged barriers,” *Water*, vol. 9, no. 12, pp. 917 (1–17), 2017. DOI: <https://doi.org/10.3390/w9120917>
- [33] A. Ghafari, M. R. Tavakoli, M. Nili-Ahmadabadi, K. Teimouri, and K. C. Kim, “Investigation of interaction between solitary wave and two submerged rectangular obstacles,” *Ocean Engineering*, vol. 237, pp. 109 659 (1–20), 2021. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2021.109659>
- [34] M. Israeli and S. A. Orszag, “Approximation of radiation boundary conditions,” *Journal of Computational Physics*, vol. 41, no. 1, pp. 115–135, 1981. [Online]. Available: [https://doi.org/10.1016/0021-9991\(81\)90082-6](https://doi.org/10.1016/0021-9991(81)90082-6)
- [35] Y. Li and F. Raichlen, “Energy balance model for breaking solitary wave runup,” *Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering*, vol. 129, no. 2, pp. 47–59, 2003. DOI: [https://doi.org/10.1061/\(asce\)0733-950x\(2003\)129:2\(47\)](https://doi.org/10.1061/(asce)0733-950x(2003)129:2(47))
- [36] G.-H. Cottet and P. D. Koumoutsakos, *Vortex methods: theory and practice*. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2000. DOI: <https://doi.org/10.1017/cbo9780511526442>
- [37] I. M. Gorban, *A numerical study of solitary wave interactions with a bottom step*. Cham, Germany: Springer International Publishing, 2015, pp. 369–387. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-19075-4_22
- [38] G. R. Baker, D. I. Meiron, and S. A. Orszag, “Generalized vortex methods for free-surface flow problems,” *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 123, pp. 477–501, 1982. DOI: <https://doi.org/10.1017/s0022112082003164>
- [39] J. G. Telste, “Potential flow about two counter-rotating vortices approaching a free surface,” *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 201, no. 1, pp. 259–278, 1989. DOI: <https://doi.org/10.1017/s0022112089000935>
- [40] V. O. Gorban and I. M. Gorban, “Vortical flow structure near a square prism: numerical model and algorithms of control,” *Applied Hydromechanics*, vol. 7(79), no. 2, pp. 8–26, 2005.
- [41] M. J. Lighthill, *Laminar boundary layers. Chapter II*. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1963.
- [42] J. C. Wu, “Numerical boundary conditions for viscous flow problems,” *AIAA Journal*, vol. 14, no. 8, pp. 1042–1049, 1976. DOI: <https://doi.org/10.2514/3.61439>
- [43] I. M. Gorban and O. V. Khomenko, *Flow control near a square prism with the help of frontal flat plates*. Cham, Germany: Springer International Publishing, 2016, pp. 327–350. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-40673-2_17
- [44] V. G. Basovsky, I. M. Gorban, and O. V. Khomenko, *Modification of hydrodynamic and acoustic fields generated by a cavity with fluid suction*. Cham, Germany: Springer International Publishing, 2018, pp. 137–158. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-96755-4_9

- [45] V. I. Petviashvili, “On the equation of extraordinary soliton,” *Plasma Physics*, vol. 2, no. 3, pp. 469–472, 1976.
- [46] D. Clamond and D. Dutykh, “Fast accurate computation of the fully nonlinear solitary surface gravity waves,” *Computers and Fluids*, vol. 84, pp. 35–38, 2013. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2013.05.010>
- [47] J. L. Hammack and H. Segur, “The Korteweg–de Vries equation and water waves. Part 2. Comparison with experiments,” *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 65, no. 2, pp. 289–314, 1974. DOI: <https://doi.org/10.1017/s002211207400139x>
- [48] J. G. B. Byatt-Smith, “An integral equation for unsteady surface waves and a comment on the Boussinesq equation,” *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 49, no. 4, pp. 625–633, 1971. DOI: <https://doi.org/10.1017/s0022112071002295>
- [49] T. Maxworthy, “Experiments on collisions between solitary waves,” *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 76, no. 1, pp. 177–186, 1976. DOI: <https://doi.org/10.1017/s0022112076003194>
- [50] R. K.-C. Chan and R. L. Street, “A computer study of finite-amplitude water waves,” *Journal of Computational Physics*, vol. 6, no. 1, pp. 68–94, 1970. DOI: [https://doi.org/10.1016/0021-9991\(70\)90005-7](https://doi.org/10.1016/0021-9991(70)90005-7)
- [51] J. Sung, H. G. Choi, and J. Y. Yoo, “Numerical study on fluid flow and heat transfer in the thin liquid film involving a hydraulic jump,” *Heat Transfer. Asian Research*, vol. 28, no. 1, pp. 18–33, 1999. DOI: [https://doi.org/10.1002/\(sici\)1523-1496\(1999\)28:1<18::aid-htj3>3.0.co;2-u](https://doi.org/10.1002/(sici)1523-1496(1999)28:1<18::aid-htj3>3.0.co;2-u)

ЛІТЕРАТУРА

- [1] Wave interaction with an oscillating wave surge converter, Part I: Viscous effects / Wei Y., Rafiee A., Henry A., and Dias F. // *Ocean Engineering*. — 2015. — Vol. 104. — P. 185–203.
- [2] Kriebel D. L. Vertical wave barriers: wave transmission and wave forces // *Coastal Engineering Proceedings*. — Orlando, FL : ICCE. — 1992. — Vol. 1(23). — P. 1313–1326.
- [3] Miles J. W. Solitary waves // *Annual Review of Fluid Mechanics*. — 1980. — Vol. 12, no. 1. — P. 11–43.
- [4] Зейтунян Р. Х. Нелинейные длинные волны на поверхности воды и солитоны // *Успехи физических наук*. — 1995. — Т. 57, № 8. — С. 1403–1456.
- [5] Madsen O. S., Mei C. C. The transformation of a solitary wave over an uneven bottom // *Journal of Fluid Mechanics*. — 1969. — Vol. 39, no. 4. — P. 781–791.

- [6] Seabra-Santos F. J., Renouard D. P., Temperville A. M. Numerical and experimental study of the transformation of a solitary wave over a shelf or isolated obstacle // *Journal of Fluid Mechanics*. — 1987. — Vol. 176, no. 1. — P. 117–134.
- [7] Losada M. A., Vidal C., Medina R. Experimental study of the evolution of a solitary wave at an abrupt junction // *Journal of Geophysical Research: Oceans*. — 1989. — Vol. 94, no. C10. — P. 14557–14566.
- [8] Madsen P. A., Murray R., Sørensen O. R. A new form of the Boussinesq equations with improved linear dispersion characteristics // *Coastal Engineering*. — 1991. — Vol. 15, no. 4. — P. 371–388.
- [9] Liu P. L.-F., Abbaspour M. Wave scattering by a rigid thin barrier // *Journal of the Waterway, Port, Coastal and Ocean Division*. — 1982. — Vol. 108, no. 4. — P. 479–491.
- [10] Lin P., Liu P. L.-F. A numerical study of breaking waves in the surf zone // *Journal of Fluid Mechanics*. — 1998. — Vol. 359. — P. 239–264.
- [11] Hirt C. W., Nichols B. D. Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries // *Journal of Computational Physics*. — 1981. — Vol. 39, no. 1. — P. 201–225.
- [12] Viegas J. A. A method for including arbitrary external boundaries in the MAC incompressible fluid computing technique // *Journal of Computational Physics*. — 1969. — Vol. 4, no. 4. — P. 543–551.
- [13] Lin P. A numerical study of solitary wave interaction with rectangular obstacles // *Coastal Engineering*. — 2004. — Vol. 51, no. 1. — P. 35–51.
- [14] Tang C.-J., Chang J.-H. Flow separation during solitary wave passing over submerged obstacle // *Journal of Hydraulic Engineering*. — 1998. — Vol. 124, no. 7. — P. 742–749.
- [15] Chang K.-A., Hsu T.-J., Liu P. L.-F. Vortex generation and evolution in water waves propagating over a submerged rectangular obstacle // *Coastal Engineering*. — 2001. — Vol. 44, no. 1. — P. 13–36.
- [16] Huang C.-J., Dong C.-M. On the interaction of a solitary wave and a submerged dike // *Coastal Engineering*. — 2001. — Vol. 43, no. 3–4. — P. 265–286.
- [17] Monaghan J. J. Simulating free surface flows with SPH // *Journal of Computational Physics*. — 1994. — Vol. 110, no. 2. — P. 399–406.
- [18] Koshizuka S., Nobe A., Oka Y. Numerical analysis of breaking waves using the moving particle semi-implicit method // *International Journal for Numerical Methods in Fluids*. — 1998. — Vol. 26, no. 7. — P. 751–769.
- [19] Ren Y., Luo M., Lin P. Consistent particle method simulation of solitary wave interaction with a submerged breakwater // *Water*. — 2019. — Vol. 11, no. 2. — P. 261 (1–16).

- [20] Han X., Dong S. Interaction of solitary wave with submerged breakwater by smoothed particle hydrodynamics // *Ocean Engineering*. — 2020. — Vol. 216. — P. 108108 (1–19).
- [21] Huang Y., Zhu C. Numerical analysis of tsunami–structure interaction using a modified MPS method // *Natural Hazards*. — 2014. — Vol. 75, no. 3. — P. 2847–2862.
- [22] Lin M. Y., Huang L. H. Study of water waves with submerged obstacles using a vortex method with Helmholtz decomposition // *International Journal for Numerical Methods in Fluids*. — 2008. — Vol. 60, no. 2. — P. 119–148.
- [23] Lin M.-Y., Huang L.-H. Vortex shedding from a submerged rectangular obstacle attacked by a solitary wave // *Journal of Fluid Mechanics*. — 2010. — Vol. 651. — P. 503–518.
- [24] Горбань І. М., Корольова А. С., Лебідь О. Г. Взаємодія поверхневої поодинокі хвилі із зануреним та напівзануреним хвилегасниками // *Прикарпатський вісник наукового товариства імені Шевченка «Число»*. — 2022. — № 17(64). — С. 118–132.
- [25] Liu P. L.-F., Al-Banaa K. Solitary wave runup and force on a vertical barrier // *Journal of Fluid Mechanics*. — 2004. — Vol. 505. — P. 225–233.
- [26] Vortex shedding induced by a solitary wave propagating over a submerged vertical plate / Lin C., Ho T.-C., Chang S.-C., Hsieh S.-C., and Chang K.-A. // *International Journal of Heat and Fluid Flow*. — 2005. — Vol. 26, no. 6. — P. 894–904.
- [27] Characteristics of vortex shedding process induced by a solitary wave propagating over a submerged obstacle / Lin C., Ho T.-C., Hsieh S.-C., and Chang K.-A. // *Volume 2: Ocean Engineering and Polar and Arctic Sciences and Technology*. — Hamburg, Germany : ASMEDC. — 2006. — OMAE2006.
- [28] Propagation of solitary waves over a bottom-mounted barrier / Wu Y.-T., Hsiao S.-C., Huang Z.-C., and Hwang K.-S. // *Coastal Engineering*. — 2012. — Vol. 62. — P. 31–47.
- [29] Numerical simulations and experimental visualizations of the vortex characteristics for a solitary wave interacting with a bottom-mounted vertical plate / Chang C.-H., Lin C., Wang K.-H., and Jaf J. M. // *Journal of Hydro-Environment Research*. — 2018. — Vol. 19. — P. 88–102.
- [30] Numerical study on interaction of a solitary wave with the submerged obstacle / Wang J., He G., You R., and Liu P. // *Ocean Engineering*. — 2018. — Vol. 158. — P. 1–14.
- [31] Горбань І. М., Корольова А. С. Чисельне моделювання взаємодії солітонної хвилі із зануреними перешкодами // *Computer Science and Applied Mathematics*. — 2021. — № 1. — С. 22–32.
- [32] Wu Y.-T., Hsiao S.-C. Propagation of solitary waves over double submerged barriers // *Water*. — 2017. — Vol. 9, no. 12. — P. 917 (1–17).

- [33] Investigation of interaction between solitary wave and two submerged rectangular obstacles / Ghafari A., Tavakoli M. R., Nili-Ahmadabadi M., Teimouri K., and Kim K. C. // *Ocean Engineering*. — 2021. — Vol. 237. — P. 109659 (1–20).
- [34] Israeli M., Orszag S. A. Approximation of radiation boundary conditions // *Journal of Computational Physics*. — 1981. — Vol. 41, no. 1. — P. 115–135.
- [35] Li Y., Raichlen F. Energy balance model for breaking solitary wave runup // *Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering*. — 2003. — Vol. 129, no. 2. — P. 47–59.
- [36] Cottet G.-H., Koumoutsakos P. D. *Vortex methods: theory and practice*. — Cambridge, UK : Cambridge University Press, 2000. — 313 p.
- [37] Gorban I. M. A numerical study of solitary wave interactions with a bottom step // *Continuous and Distributed Systems. II. Studies in Systems, Decision and Control*. — Cham, Germany : Springer International Publishing, 2015. — P. 369–387.
- [38] Baker G. R., Meiron D. I., Orszag S. A. Generalized vortex methods for free-surface flow problems // *Journal of Fluid Mechanics*. — 1982. — Vol. 123. — P. 477–501.
- [39] Telste J. G. Potential flow about two counter-rotating vortices approaching a free surface // *Journal of Fluid Mechanics*. — 1989. — Vol. 201, no. 1. — P. 259–278.
- [40] Горбань В. О., Горбань І. М. Вихрова структура потоку при обтіканні квадратної призми: числова модель та алгоритми управління // *Прикладна гідромеханіка*. — 2005. — Т. 7(79), № 2. — С. 8–26.
- [41] Lighthill M. J. *Laminar boundary layers. Chapter II*. — Cambridge, UK : Cambridge University Press, 1963. — 355 p.
- [42] Wu J. C. Numerical boundary conditions for viscous flow problems // *AIAA Journal*. — 1976. — Vol. 14, no. 8. — P. 1042–1049.
- [43] Gorban I. M., Khomenko O. V. Flow control near a square prism with the help of frontal flat plates // *Studies in Systems, Decision and Control*. — Cham, Germany : Springer International Publishing, 2016. — P. 327–350.
- [44] Basovsky V. G., Gorban I. M., Khomenko O. V. Modification of hydrodynamic and acoustic fields generated by a cavity with fluid suction // *Understanding Complex Systems. Modern Mathematics and Mechanics*. — Cham, Germany : Springer International Publishing, 2018. — P. 137–158.
- [45] Петвиашвили В. И. Об уравнении необыкновенного солитона // *Физика плазмы*. — 1976. — Т. 2, № 3. — С. 469–472.
- [46] Clamond D., Dutykh D. Fast accurate computation of the fully nonlinear solitary surface gravity waves // *Computers and Fluids*. — 2013. — Vol. 84. — P. 35–38.

- [47] Hammack J. L., Segur H. The Korteweg–de Vries equation and water waves. Part 2. Comparison with experiments // *Journal of Fluid Mechanics*. — 1974. — Vol. 65, no. 2. — P. 289–314.
- [48] Byatt-Smith J. G. B. An integral equation for unsteady surface waves and a comment on the Boussinesq equation // *Journal of Fluid Mechanics*. — 1971. — Vol. 49, no. 4. — P. 625–633.
- [49] Maxworthy T. Experiments on collisions between solitary waves // *Journal of Fluid Mechanics*. — 1976. — Vol. 76, no. 1. — P. 177–186.
- [50] Chan R. K.-C., Street R. L. A computer study of finite-amplitude water waves // *Journal of Computational Physics*. — 1970. — Vol. 6, no. 1. — P. 68–94.
- [51] Sung J., Choi H. G., Yoo J. Y. Numerical study on fluid flow and heat transfer in the thin liquid film involving a hydraulic jump // *Heat Transfer. Asian Research*. — 1999. — Vol. 28, no. 1. — P. 18–33.

I. M. Gorban, A. S. Koroleva

Studying the effectiveness of submerged double barriers in protecting coastal technical infrastructure from waves

Global climate changes increase the number and intensity of extreme events in the seas and oceans, such as tsunamis, floods, storm surges, etc. They can have catastrophic consequences for coastal areas, manifested in the destruction of civil infrastructure, flooding of recreational areas, and deterioration of the habitat of living organisms. The paper substantiates the effectiveness of a submerged breakwater in the form of two parallel walls, designed to provide economic and ecological protection of the shores of natural reservoirs from the destructive energy of waves. Numerical modeling of the interaction of a soliton wave with two thin submerged barriers, located one behind the other, was performed. The numerical procedure is based on a combination of the method of boundary integral equations, which describes the deformations of the free surface, and the hybrid vortex scheme for modeling the effects caused by the viscosity of the liquid. The correctness of its application is substantiated by comparing the results of calculations with the data of a laboratory experiment performed in the wave trough of the Institute of Hydromechanics of the National Academy of Sciences of Ukraine, as well as with the numerical and experimental data of other authors. The goal is to identify the optimal geometric parameters of the double barrier, both from the point of view of its protective properties and its impact on the environment. The hydraulic quality of the structure as a breakwater is evaluated by the wave energy coefficients of transmission and reflection, as well as the coefficient of energy dissipation. Such a structure is ineffective in comparison with an isolated barrier if the width of the gap between its elements does not exceed one-and-a-half water depths. The optimal distance at which maximum efficiency for energy losses of oncoming waves is obtained makes 2.5 water depth h . The study of viscous effects caused by a soliton wave around a double barrier revealed that the vortex field is represented by two large vortices formed by separation flows at the top of each barrier. If the distance between the barriers is less than the water depth, these vortices intensively interact with one another. Therefore,

the wave perceives the double barrier as a continuous wide obstacle, which worsens the protective properties of such a structure. The vortex field determines the dynamics of water exchange flows. A protection structure consisting of two impermeable parallel walls, which are located to each other closer than $2.5h$, does not contribute to the formation of a reverse flow of water from the coastal zone to the open sea. Therefore, the distance of $2.5h$ is optimal, both from the point of view of the protective properties of the structure and concerning the preservation of favorable ecology in a limited part of the water area. We assume that the obtained results will contribute to reducing the costs of constructing and exploiting protective structures of this type.

KEY WORDS: surface solitary wave, submerged protective wall, double barrier, method of boundary integral equations, vortex method