СОДЕРЖАНИЕ

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ОТРЫВНОГО ОБТЕКАНИЯ КВАДРАТНОГО ЦИЛИНДРА БЕЗГРАНИЧНЫМ ПОТОКОМ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

Е. В. Бруяцкий, А.Г. Костин
Институт гидромеханики НАН Украины, Киев

Режимы отрывных течений вязкой жидкости около плохообтекаемых тел или инженерных конструкций часто встречаются в природе и технике

В данной работе рассматривается обтекание цилиндрических тел с квадратной формой их поперечного сечения. Определенная сложность физической картины обтекания квадратного цилиндра делает эту задачу подходящей для тестирования новых и модифицированных численных схем при расчете отрывных течений с рециркуляциями. Недавно в нашей работе [1] предложен эффективный метод численного интегрирования полной системы нестационарных уравнений Навье-Стокса в физических переменных скорость – давление. Цель данной работы состоит в применении этого метода для расчета полей скорости, давления, вихревой структуры течения и коэффициентов гидродинамических сил, действующих на обтекаемый квадратный цилиндр при различных числах Рейнольдса.

Для описания движения жидкости используются нестационарные двумерные уравнения Навье-Стокса в безразмерной форме. Используемый метод решения этих уравнений основан на методе конечных разностей и разнесенных сетках [2]. Локальная геометрия расположения узлов разнесенной сетки приведена в работе [1].

При дискретизации исходных уравнений движения и неразрывности используются неявная конечно-разностная схема первого порядка точности для производных по времени и второго порядка точности для производных по пространству. Особенностью дискретизации является то, что конечно-разностная аппроксимация центрируется в соответствии с выбранным шаблоном. При этом сеточные индексы для зависимых переменных оказываются сдвинутыми.

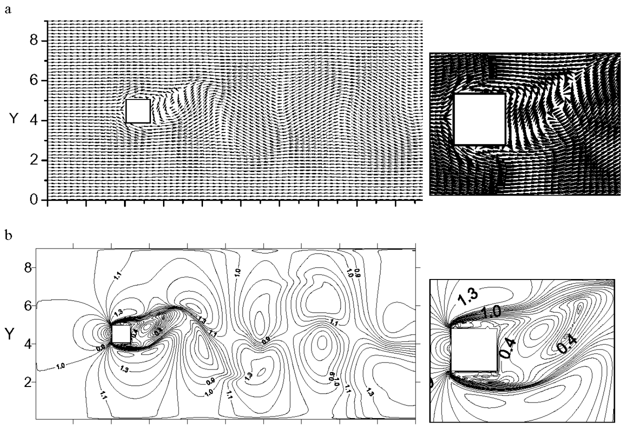
В результате получена система конечно-разностных уравнений движения, которая дополняются дискретным аналогом уравнения типа Пуассона для давления, полученного из уравнений движения. Общая система алгебраических уравнений решается численно методом покоординатного расщепления и использования метода прогонки.

Предполагается, что в начальный момент времени во всей расчетной области безразмерная горизонтальная скорость $U=1$, а вертикальная скорость V и давление P равны нулю. В качестве граничных условий на входе в расчетную область для скорости используются условия невозмущенного потока, которые состоят в том, что $U\big|_{x=0}=1$ и $V\big|_{x=0}=0$. На верхней и нижней границах расчетной области используются условия подвижных стенок с прилипанием. При постановке граничных условий на выходе из расчетной области использованы стандартные условия свободного вытекания в форме Неймана. На твердых стенках неподвижного цилиндра выполняются условия прилипания $U\big|_{\Gamma}=0$ и непротекания $V\big|_{\Gamma}=0$, где Γ - твердая граница препятствия. Основными параметрами задачи являются число Рейнольдса Re=$u_0\ l\ /\nu$ и геометрический размер цилиндра l. Задача решается итерационным методом на установление.

Для численного решения задачи разработана соответствующая программа RCLF, с помощью которой была выполнена серия расчетов по определению полей скорости, давления и гидродинамических сил, действующих на обтекаемый безграничным потоком квадратный цилиндр при различных числах Рейнольдса (Re=50, 70, 100, 250, 500, 1000) на равномерной сетке размером 225 x 500. Как и ожидалось, расчеты показали, что поле скоростей в зоне цилиндра, поле давления и коэффициенты гидродинамического сопротивления и подъемной силы зависят от числа Рейнольдса.

Один из результатов расчета представлен на рис в виде фрагментов векторного поля скоростей и их изолиний в зоне обтекаемого квадратного цилиндра при числе Рейнольдса $\mathrm{Re} = 1000$. Этот и подобные ему рисунки наглядно демонстрируют изменение картины поля скоростей при различных числах Рейнольдса.

Их анализ показывает, что с ростом числа Рейноьдса кинематическая структура течения в зоне за цилиндром качественно изменяется и приводит к интенсивному срыву вихревых сгустков с верхней и нижней правых кромок цилиндра. Это приводит к возникновению периодического течения за цилиндром в виде так называемой вихревой дорожки Кармана, которая хорошо наблюдается в расчетах и в экспериментах при визуализации течения [3].



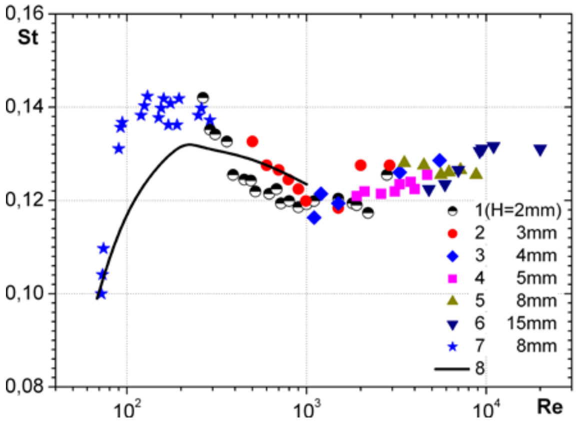


Рис. 1 Рис. 2

Используемый метод наряду с распределением поля скоростей позволяет получить и поле давлений на обтекаемом контуре и поэтому были расчитаны гидродинамические коэффициенты сил сопротивления C_x и подъемной силы C_y. Эти коэффициенты зависят от времени, а с его увеличением их значения выходят на устойчивый периодический режим колебаний. При этом среднее значение коэффициентов C_x зависит от числа Рейнольдса. При $\mathrm{Re} = 250$, коэффициент C_x=1, 81; при $\mathrm{Re} = 500$, коэффициент C_x=1, 95; при $\mathrm{Re} = 1000$, коэффициент C_x =2,12.

Результаты наших расчетов чисел Струхаля при различных числах Рейнольдса показаны на рис. 2 сплошной линией -8 и хорошо согласуются с результатами экспериментов работы [4] (точки 1 - 6 - эксперимент в аэродинамической трубе и 7 - эксперимент в бассейне).

Литература

1. Бруяцкий Е. В., Костин А. Г., Никифорович Е. И., Розумнюк Н. В., Метод численного решения уравнений Навье-Стокса в переменных скорость-давление// Прикладна гідромеханіка.-2008.-10(82), N2.-С.13-23.

2. . Бруяцкий Е.В., Костин А.Г. Прямое численное моделирование течения в плоском внезапно расширяющемся канале на основе уравнений Навье-Стокса// Прикладна гідромеханіка.-2010.-12 (84), № 1.-С. 11-27.

3. Белоцерковский С. М., Котовский В. Н., Ништ М. И., Федоров Р. М. Математическое моделирование плоскопараллельного отрывного обтекания тел.-М.: Наука, 1988.- 132 с.

4. Okajima A. Strouhal numbers of rectangular cylinders// J. Fluid Mech. -1982.–vol. 123. p. 379-398.

ПРОДОЛЬНЫЕ ВИХРЕВЫЕ СТРУКТУРЫ НА СТРУКТУРИРОВАННОЙ ПОВЕРХНОСТИ.

Воропаев Г.А., Розумнюк Н.В.
Институт гидромеханики НАН Украины

Сопротивление среды движущимся телам при безотрывном их обтекании на 50-70% определяется сопротивлением трения, и, следовательно, пограничным слоем, формирующимся на их поверхности. При этом для реальных скоростей движения и размеров тел пограничный слой на большей части поверхности тел, как правило, турбулентный. Турбулентный пограничный слой, формирующийся на обтекаемой поверхности, определяется не только числом Рейнольдса и градиентом давления, но и видом и качеством обтекаемой поверхности. Изменение параметров среды (полимерные добавки, ПАВы), а также параметров обтекаемой поверхности (LEBU, риблеты, демпфирующие покрытия, лунки) может приводить и приводит к изменению структуры турбулентности пограничного слоя, что в конечном счете сказывается на сопротивлении трения.

Структурированные поверхности тел – это поверхности с регулярными геометрическими неоднородностями, к которым можно относить и поверхности с продольными (риблеты) и поперечными (траншеи) углублениями, и поверхности с локальными углублениями (лунки), предназначаются именно для того, чтобы вносить некую регулярность в пристенную турбулентность, навязывать ей вихревые возмущения определенного вида и масштабов.

В настоящем докладе представлены результаты численного эксперимента по исследованию влияния луночного рельефа обтекаемой плоской поверхности на структуру турбулентного пограничного слоя. К определяющим параметрам луночного рельефа относятся плотность расположения углублений на поверхности, форма углублений в плане и их размеры, относительно параметров натекающего пограничного слоя перед углублением. Анализ результатов ранее выполненных исследований по влиянию локальных полусферических углублений показал, что углубления с характерными размерами большими нескольких десятков толщин вытеснения турбулентного пограничного слоя перед углублением генерируют в пограничный слой многомасштабные нестационарные вихревые структуры, возникающие в полости углублений. Эти возмущения, интенсифицируя тепло-массообмен в пристенной области, повышают и сопротивление трения. Поэтому основное внимание уделено выбору луночного рельефа, способного формировать устойчивые продольные вихревые структуры в следе за углублениями.

Численный эксперимент показал, а экспериментальные данные подтвердили, что парная комбинация овальных лунок, расположенных зеркально под некоторым углом относительно вектора потока, генерирует квазиустойчивую пару продольных вихрей, по своей структуре похожих на вихри Гертлера, и при этом не повышает сопротивление обтекаемой пластины при турбулентном режиме обтекания. Показано, что существует определенная взаимосвязь структуры вихря и его интенсивности с глубиной лунки, формой выходной кромки лунки (острая или сглаженная), расстоянием между лунками и параметрами турбулентного пограничного слоя перед углублением. Потери импульса на возникающее сопротивление формы при обтекании лунки и трансформацию вектора завихренности с трансверсального направления на продольное по сравнению с турбулентным обтеканием гладкой плоской пластины компенсируются уменьшением сопротивления трения над лункой и в следе за ней. При повышении величины продольной завихренности вихревых структур, генерированных овальными углублениями, расчеты показывают 5-6% понижение полного сопротивления единицы поверхности с лунным рельефом по сравнению с сопротивлением трения при турбулентном обтекании гладкой плоской поверхности при равных числах Рейнольдса.

Работа выполнена при финансовой поддержке по гранту Совместного конкурса ДФФД-РФФИ 2011-2012гг. (проект №Ф40.7/020, № г/р 0111U004827, 0112U004301)

ФОРМИРОВАНИЕ ВИХРЕВЫХ СТРУКТУР В ПОЛУСФЕРИЧЕСКОЙ И ОВАЛЬНОЙ ЛУНКАХ И ИХ ВЛИЯНИЕ НА ПОЛЕ СКОРОСТЕЙ И ДАВЛЕНИЯ

Воскобойник В.А., Воскобойник А.А., Воскобойник А.В.

Институт гидромеханики НАН Украины, г. Киев, Украина

В докладе приведены результаты экспериментальных исследований особенностей формирования когерентных вихревых структур внутри полусферической и овальной лунок, расположенных на гидравлически гладкой плоской поверхности. Эксперименты проводились в аэродинамической трубе открытого типа и гидродинамической лотке со свободной поверхностью воды. Полусферические лунки диаметром 20 мм и 100 мм, а также овальные лунки в виде двух сферических сегментов, объединенных цилиндрической вставкой, диаметром 40 мм, длиной 80 мм и углублением 9 мм были сделаны на пластинах, которые устанавливались вдоль продольных осей трубы и лотка. В ходе экспериментов проводилась визуализация течения посредством струек дыма в аэродинамической трубе и подачи красителей через миниатюрные трубочки и нанесения водорастворимого покрытия на обтекаемые поверхности в гидродинамическом лотке. Для проведения измерений поля скоростей и давления использовались стандартные проволочные и пленочные термоанемометры и специально разработанные и созданные миниатюрные датчики пульсаций пристеночного давления, которые устанавливались заподлицо с обтекаемой поверхностью лунок и пластины.

В результате исследований обнаружено, что в полусферических лунках генерируются симметричные и асимметричные крупномасштабные вихревые структуры в зависимости от режимов течения (ламинарный или турбулентный). Установлено, что в условиях турбулентного обтекания полусферической лунки формируются когерентные вихревые структуры, которые неустойчиво выбрасываются над различными боковыми частями кормовой стенки лунки. Наоборот, в овальной лунке, наклоненной к направлению течения под различными углами от 30 градусов до 60 градусов, генерируются квазиустойчивые вихревые структуры, которые выбрасываются в пограничный слой из фиксированных областей овальной лунки. При объединении двух овальных лунок в виде Λ–образной или V–образной лунки внутри них также формируются квазиустойчивые вихревые структуры. Таким образом, нанесение овальных лунок на обтекаемую поверхность позволяет генерировать устойчивые когерентные вихревые структуры, параметры которых зависят от геометрии лунок, что может быть использовано в управлении пограничным слоем с помощью генераторов вихрей.

Показано, что вихреобразование внутри лунок существенно изменяет поле скоростей и давления пограничного слоя, образованного над поверхностью с локальным углублением. Эти изменения связаны с особенностями генерации когерентных вихревых структур внутри обтекаемых углублений. Обнаружено, что линии равных скоростей внутри лунок при турбулентном обтекании замыкаются в циркуляционные области, характеризуя местоположение и масштаб квазиустойчивых в статистическом смысле когерентных вихревых структур, генерируемых внутри лунок. При этом, в отверстии лунки генерируются как крупномасштабная вихревая структура, так и мелкомасштабные вихри, особенно в зоне отрыва пограничного слоя и в области взаимодействия вихревых структур сдвигового слоя с кормовой стенкой лунки. С увеличением скорости обтекания или числа Рейнольдса, рассчитанного по диаметру лунки, число мелкомасштабных когерентных вихрей растет.

Наибольшие уровни пульсаций пристеночного давления, независимо от формы лунки, наблюдаются на кормовой стенке, а минимальные – в ее придонной части и на передней стенке вблизи области отрыва пограничного слоя. В спектрах пульсаций скорости и давления обнаружены дискретные тоны, соответствующие низкочастотным колебаниям вихревого течения внутри лунки, частотам вращения и выбросов крупномасштабных когерентных вихревых, а также частотам автоколебаний вихревых структур сдвигового слоя. Получены корреляционные и спектральные характеристики поля скоростей и пристеночного давления и установлена их взаимосвязь с особенностями генерации вихревых структур внутри обтекаемых углублений и выбросом их наружу в пограничный слой. Взаимные корреляции и спектры пульсаций пристеночного давления и продольной скорости в виде функций когерентности позволили определить источники коррелированных сигналов, их пространственно-временные характеристики и конвективные скорости. Обнаружено, что когерентные вихревые структуры сдвигового слоя переносятся вдоль отверстия углубления со скоростями переноса, близкими к 0.5 скорости течения. В придонной части лунки коррелированные сигналы конвектируют со скоростями около (0.1…0.2) скорости потока в направлении от кормовой стенки лунки к ее передней стенке, формируя циркуляционное течение внутри лунки в виде крупномасштабной когерентной вихревой структуры, которая периодически выбрасывается наружу из лунки.

Работа выполнена при финансовой поддержке по гранту Совместного конкурса ДФФД-РФФИ 2011-2012гг. (проект №Ф40.7/020, № г/р 0111U004827, 0112U004301)

ПУЛЬСАЦИИ ПРИСТЕНОЧНОГО ДАВЛЕНИЯ И СТАТИЧЕСКОЕ ДАВЛЕНИЕ НА СТЕНКЕ КАНАЛА СО СФЕРИЧЕСКОЙ ЛУНКОЙ

Воскобойник В.А.[1], Исаев С.А.[2], Корнев Н.В.[3],
Жданов В.Л.[3], Воскобойник А.В.[1]

1-Институт гидромеханики НАН Украины, г. Киев, Украина,
2-Санкт Петербургский государственный университет гражданской авиации, г. Санкт Петербург, Россия,
3-Университет г. Росток, Германия

В докладе приведены результаты численного моделирования и экспериментальных исследований особенностей генерации когерентных вихревых структур внутри глубокой сферической лунки на стенке узкого гидродинамического канала и поля пульсаций скорости, пристеночного давления и статического давления на обтекаемых поверхностях лунки и стенки. Численное моделирование проводилось методами URANS и LES. Эксперименты проводились посредством визуализации течения и измерений пульсаций давления и распределения статического давления с помощью миниатюрных датчиков. Экспериментальные результаты и результаты расчетов гидродинамических характеристик вихревого течения над обтекаемыми гладкими поверхностями и над стенкой канала с локальным углублением удовлетворительно согласуются между собой, а также с литературными данными.

Как показали результаты исследований, в зависимости от режима течения, которое обтекает глубокую сферическую лунку на плоской поверхности, внутри лунки формируется сложное вихревое течение. Генерируются и развиваются различные по форме, масштабам, направлениям движения, частоте вращения и колебания в пространстве и во времени крупномасштабные когерентные вихревые структуры и мелкомасштабные вихри, которые периодически, а нередко и квазипериодически выбрасываются наружу из лунки при соответствующих условиях ее обтекания. Установлено, что в зависимости от режима течения (ламинарный или турбулентный) внутри лунки генерируются симметричные или асимметричные наклонные крупномасштабные вихревые структуры. Для низкоскоростного потока (в условиях образования отрывного течения), внутри лунки генерируются симметричные вихревые системы, что подтверждается экспериментальными исследованиями других авторов, а также результатами численных расчетов. Внутри сферической лунки формируются две симметричные вихревые структуры, источники которых располагаются на дне лунки ближе к ее передней стенке. Эти вихревые структуры вращаются в противоположных направлениях и в своих верхних частях объединяются (при своем росте), формируя аркообразную структуру, располагающуюся внутри лунки. Когда эта структура увеличивается в размере и достигает масштаба лунки, то поток отрывает ее верхушку, образуя два вертикальных, а точнее наклонных вихря, которые выбрасываются наружу из лунки, симметрично продольной оси последней. В некоторый момент времени эта пара вихрей разрывается и та их часть, которая осталась внутри лунки, снова объединяется в аркообразный вихрь, постепенно растущий за счет циркуляционной жидкости, формируемой в передней части лунки. Таким образом, происходит периодический выброс симметричных вихревых систем наружу из лунки, а также генерируются аркообразные и наклонные вихри внутри лунки, совместно с формированием циркуляционного течения внутри лунки и сдвигового слоя в верхней части ее отверстия. С увеличением скорости течения, соответствующей турбулентному режиму обтекания плоской поверхности со сферической лункой, симметричность формирования и выброса вихревых структур внутри лунки нарушается. Формируются асимметричные когерентные крупномасштабные вихри, имеющие наклонное положение относительно направления потока. С увеличением числа Рейнольдса в турбулентном течении наклонные вихревые структуры зарождаются и выбрасываются наружу из лунки под большим углом наклона. При Re_d=Ud/ν=40000 (где U – среднерасходная скорость течения в канале, d – диаметр сферической лунки и ν – коэффициент кинематической вязкости) наклон вихревой структуры составляет ±45 градусов, а при Re_d=60000 угол наклона увеличился до ±60 градусов. Экспериментальные исследования и результаты расчетов поля скоростей и давлений показывают, что для турбулентного режима наблюдается "переключение" вихревого течения из одного наклонного положения в противоположное относительно срединного сечения лунки. Источник наклонного вихря находится в придонной передней части лунки, несколько сбоку от ее срединного продольного сечения. Сток наклонного вихря и его выброс наружу из лунки наблюдается над противоположной боковой стороной кормовой стенки лунки.

При "переключении" вихревого течения из одной части лунки в противоположную ее часть относительно срединного сечения обнаружено противофазное колебание поля пульсаций скорости и пристеночного давления на боковых сторонах, соответственно, над и на передней и кормовой стенках лунки. Вдоль срединного сечения сферической лунки противофазного колебания измеряемых и рассчитанных параметров не наблюдается. Установлено, что максимальные уровни пульсаций пристеночного давления и распределения статического давления наблюдаются на кормовой стенке сферической лунки, а минимальные – в ее придонной передней части. Разница между интенсивностями пульсаций пристеночного давления на указанных стенках лунки превышает порядок. В спектрах пульсаций давления и скорости, измеренных внутри лунки, наблюдаются дискретные подъемы на частотах, которые обусловлены низкочастотными колебаниями, вызванными "переключением" вихревого течения внутри лунки, на частотах вращения и выброса крупномасштабных вихревых структур, а также на частотах автоколебаний вихревых структур сдвигового слоя, формируемого над лункой при отрыве пограничного слоя с ее передней стенки. Как показывают экспериментальные исследования, дискретные подъемы в спектрах наблюдаются в ближнем следе сферической лунки и постепенно вырождаются при удалении от лунки, а пограничный слой восстанавливается. Измерения пространственно-временных корреляций и функций когерентности показали, что на боковых сторонах кормовой и передней стенок лунки, при их турбулентном обтекании, наблюдаются высокие уровни антикорреляции (коррелированные сигналы находятся в противофазе) и они обусловлены переносом коррелированных сигналов, чьи частоты отвечают характерным частотам вихревого течения внутри лунки. А именно, частотам, для которых числа Струхаля имеют значения: St=fd/U=(0.002…0.003) – "переключение" когерентных наклонных крупномасштабных вихревых структур, St=(0.04…0.06) – частота выброса и St=(0.1…0.12) – частота вращения наклонного вихря, а также St=(0.3…0.4) – частота автоколебаний вихревых структур сдвигового слоя. Здесь f - частота, d - диаметр лунки, U - скорость течения.

Для ламинарного обтекания стенки канала со сферической лункой имеет место симметричное распределение статического давления внутри лунки и вблизи нее. Для турбулентного течения распределение поля статического давления имеет наклонный характер, а угол наклона изобар увеличивается с ростом числа Рейнольдса, что согласуется с результатами визуальных исследований вихреобразования внутри и вблизи сферической лунки, расположенной на стенке узкого гидродинамического канала.

РАЗРАБОТКА АЛГЕБРАИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ ДЛЯ ЛЕГКОПРОНИЦАЕМОЙ ШЕРОХОВАТОСТИ И ИХ ВЕРИФИКАЦИЯ НА ОДНОМЕРНОМ ТЕЧЕНИИ В КАНАЛЕ

Е.А. Гаев (ИГМ НАН Украины, г. Киев)

В последние годы наблюдается все возрастающий интерес к исследованию легкопроницаемой шероховатости в потоках жидкости или газа (ЛПШ; в англоязычной литературе – ***canopy***, *покров*) с приложениями как в экологии, так и в технике [1,2]. Для ЛПШ испробованы практически все популярные модели турбулентности, но множество вопросов остаются открытыми. Две алгебраические модели турбулентности и их модификации исследуются здесь для простейшей канонической геометрии – одномерного стабилизированного течения в канале, и сопоставляются с подходящим экспериментом. Для сопоставления надо подобрать одну эмпирическую постоянную.

1. На сегодняшний день известно около десятка лабораторных экспериментов с легкопроницаемой шероховатостью. Для данной работы из них отобраны лишь три, отвечающие названной канонической геометрии. Ставятся вопросы о закономерностях внутреннего (внутри ЛПШ) и внешнего потоков, но анализ эксперимента без использования теории ответов не дает.

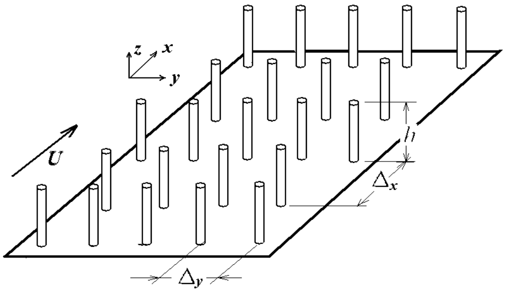


Рис. 1: ЛПШ в виде стержней

2. В потоке в канале, у стенок которого помещена структура из стержней (рис. 1), напряжение турбулентного трения принимаем по гипотезе Буссинеска, а относительно эффективной (вихревой) турбулентной вязкости исследуем две принципиальных гипотезы:

$$\nu_T = \begin{cases} const = \nu_{T0}, \; z \in [0,h] \\ l^2 \left|\dfrac{dU}{dz}\right|, \qquad z \in (h,H] \end{cases}, \qquad (1) \qquad \text{или} \qquad l(z,U,...) = \begin{cases} const = l_h, \qquad z \in [0,h] \\ \left.\begin{matrix}\text{по Прандтлю} \\ \text{по Карману}\end{matrix}\right., \; z \in (h,H] \end{cases}, \qquad (2)$$

где в (1) длина пути смешения вне ЛПШ, $z \in (h,H]$, также принимается либо по Прандтлю-Миллионщикову, либо по Карману. Дискретная ЛПШ-структура порождает распределенную массовую силу на поток в части сечения канала $0 \le z \le h$. Как ее моделировать? В рассматриваемых экспериментах встречаются как малые локальные числа Re', так и большие Re'. В первом случае моделируем ЛПШ линейной зависимостью массовой силы от локальной скорости, во втором – квадратичной. Соответственно, различаем ЛПШ$_1$ и ЛПШ$_2$. Итого возникает 8 комбинированных моделей ЛПШ-турбулентности для исследования, выражаемые в краевых задачах сопряжения для обыкновенных дифференциальных уравнений. Получены не только их решения (аналитические для ЛПШ$_1$ и численные для ЛПШ$_2$), но и выводы о предполагаемой структуре течения внутри и вне ЛПШ.

3. Поток естественно разбить на две части – внутри ЛПШ $0 \le z \le h$ и вне ее $h \le z \le H$, с легко определяемой “скоростью скольжения” $U_h = U(h)$ на линии раздела $z = h$. Внутреннюю часть исследователи обрабатывают в переменных

$$\hat{U} = \frac{U}{U_h}, \qquad \hat{z} = \frac{z}{h}; \qquad (3)$$

исследуется вопрос об универсальность профилей $\hat{U}(\hat{z})$ по отношению к $U_* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} = \sqrt{-\frac{p'H}{\rho}}$, высоте h и безразмерной плотности ЛПШ A. Все модели ЛПШ-турбулентности предсказывают значительное уменьшение „вариабельности" профилей, но только (2) дает полную универсальность для ЛПШ2. Обработка эксперимента подтверждает такой вывод.

4. Наружная часть рейнольдсовых напряжений с хорошей точностью распределена линейно от $\tau_h = \tau(h)$ до $\tau(H) = 0$ при весьма сложной внутренней части профиля $\tau(z)$. Сопоставляются теория и эксперимент.

5. Для наружных профилей осредненной скорости теория дает логарифмику

$$U = U_h + \frac{U_*}{\kappa}\ln\left(1 + \frac{z-h}{z_h}\right) \tag{5}$$

и некоторую связь между „*параметром ЛПШ*" z_h и эмпирическими параметрами моделей ν_{T0} (1) или l_h (2). Как их определить? Данные алгебраические модели ЛПШ-турбулентности предлагают работать с "относительным дефектом скорости"

$$\delta U(\breve{z}) = \frac{U - U_h}{U_0 - U_h}, \qquad \text{где} \qquad \breve{z} = \frac{z-h}{H-h} \in [0,1]. \tag{6}$$

Эксперимент хорошо подчиняется закону (5); показано, как из него определить эмпирический "параметр ЛПШ" z_h.

6. Наконец, эмпирические параметры ν_{T0} для (1) или l_h для (2) можно находить из сравнения экспериментальных и теоретических профилей трения $\tau(z)$ внутри ЛПШ. Рисунок 2 иллюстрирует это.

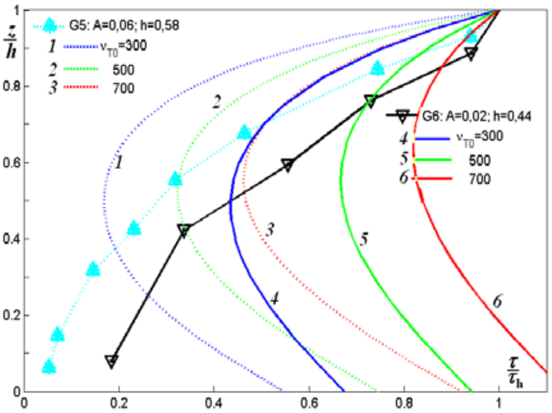


Рис. 2.

7. Хорошее соответствие теории и эксперимента имеет место также по гидравлическим характеристикам канала λ и $\alpha = U_{max}/U_{cp}$.

8. **Вывод:** Все рассмотренные модели дают правдоподобные результаты, коррелирующие с экспериментом и данными других авторов. Однако предсказываемые ими характерные масштабы для внутреннего и наружного течений различны. С одной стороны, это говорит о практической применимости как самих моделей, так и о достоверности прогнозируемых ими свойств ЛПШ-течений. С другой стороны, необходимо уточнять модель турбулентности для них, так и их экспериментальное изучение в данной постановке.

В будущем рассмотрим ЛПШ в канонической геометрии "пограничный слой".

Литература

1. **Flow and Transport Processes with Complex Obstructions:** Applications to Cities, Vegetative Canopies, and Industry (Ye.A. Gayev and J.C.R. Hunt editors). NATO Science Series, Springer Publ., 2006, **236**, 350 pp.
2. **Finnigan J. J.** Turbulence in Plant Canopies. Ann. Review Fluid Mech., 2000, 32, pp. 519 – 571.

СТАЦИОНАРНОЕ ТЕЧЕНИЕ СТОКСА В КОНЕЧНОМ КРУГОВОМ ЦИЛИНДРЕ

А.Л.Голиченко

Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко, Киев

В последние годы в связи с ростом интереса к задачам о микрожидкостных и наножидкостных течениях (microfluidics and nanofluidics) [1] снова возрос интерес к исследованию ползучих течений вязких жидкостей, рассматриваемых в рамках модели Стокса. В этом случае микрореакторы могут иметь цилиндрическую форму. Также интерес к задачам Стокса в цилиндрической геометрии вызван рядом работ, посвященных исследованию течений цитоплазмы в длинных эукариотических клетках стволов водорослей [2, 3].

В данной работе мы рассматриваем стационарное ползучее течение вязкой несжимаемой жидкости в конечном цилиндре кругового сечения. Течение в цилиндре вызывается стационарным движением крышек, которые перемещаются в своих плоскостях. Задача рассматривается в рамках модели Стокса

$$\mu\nabla^2\mathbf{u} = \nabla p, \qquad \nabla\cdot\mathbf{u} = 0,, \tag{1}$$

где $\mathbf{u}$ – векторное поле скорости, p – скалярное поле давления, μ – динамическая вязкость.

Для проведения численных расчетов мы использовали общее решение задачи Стокса в конечном цилиндре, представленное в [4]. Это решение было построено по методу суперпозиции, а удовлетворение граничных условий приводило к бесконечной системе линейных алгебраических уравнений для неизвестных коэффициентов решения. Эта система решалась методом улучшенной редукции. Для улучшения сходимости рядов в решении и, следовательно, для повышения точности расчетов вблизи границы области мы, на основе аппарата преобразования Меллина, детально исследовали асимптотику неизвестных коэффициентов решения. В [5, 6] техника преобразования Меллина использовалась для исследования асимптотического поведения неизвестных коэффициентов решения бигармонической задачи для прямоугольника. В статье [7] мы адаптировали эту технику для исследования неизвестных коэффициентов решения задачи Стокса в конечном круговом цилиндре. Используя асимптотическое разложение для неизвестных коэффициентов решения, мы улучшили точность расчетов полей вблизи границы. Улучшение сходимости рядов в поле скорости проводилось отдельно вблизи угловой окружности (пересечение боковой поверхности и плоской крышки) и вблизи оси цилиндра. В первом случае асимптотические разложения для неизвестных коэффициентов подставлялись в поле скорости и ряды, содержащие теперь только известные величины, заменялись конечными суммами. Во втором случае на основе теоремы о вычетах ряды заменялись интегралами, вычисление которых не представляло технических проблем. Точность выполнения граничных условий проверялась численно. Даже в непосредственной близости угловых окружностей численная ошибка, вызванная тем, что мы учитываем лишь конечное число неизвестных коэффициентов решения, не превышала 0,1%.

В данной презентации мы отдельно рассматриваем симметричную и антисимметричную задачи. В первом случае верхняя и нижняя плоские крышки движутся в одном направлении. Во втором случае – в противоположных. Мы также рассматриваем случай, когда одна крышка движется, а вторая покоится. В этом случае в окрестности покоящейся угловой окружности возникает бесконечная цепочка угловых вихрей Моффатта. В силу трехмерности рассматриваемого течения линии тока в этих угловых вихрях закручиваются по спиралям. Такие угловые вихри с линиями тока, закрученными по спиралям, были описаны ранее в [8, 9, 4]. Спиральный характер линий тока говорит о том, что в отличие от двумерных течений в прямоугольнике в трехмерных течениях в цилиндре даже вблизи угловых окружностей течение не будет локальным.

[1] *Li, Dongqing* Encyclopedia of microfluidics and nanofluidics – New York: Springer, 2008. – 2226 p.
[2] *Meent, van de, J.W., Sederman, A.J., Gladden, L.F., Goldstein, R.E.* Measurement of cytoplasmic streaming in single plant cells by magnetic resonance velocimetry // J. Fluid Mech. – 2010 – **642** – p. 5-14
[3] www.youtube.com/watch?v=kud4qUhsCxg
[4] *Meleshko, V. V., Malyuga, V. S., Gomilko, A. M.* Steady Stokes flow in a finite cylinder // Proc. R. Soc. Lond. A – 2000 – **456** – p. 1741-1758
[5] *Meleshko, V. V., Gomilko, A. M.* Infinite systems for a biharmonic problem in a rectangle // Proc. R. Soc. Lond. A – 1997 – **453** – p. 2139-2160
[6] *Meleshko, V. V., Gomilko, A. M.* Infinite systems for a biharmonic problem in a rectangle: further discussion // Proc. R. Soc. Lond. A – 1997 – **460** – p. 807-819
[7] *Голіченко О.Л., Малюга В.С., Мелешко В.В.* Асимптотична поведінка коефіцієнтів розв’язку задачі стаціонарної Стоксової течії в скінченному циліндрі // Вісник КНУ. Серія фіз-мат. наук – 2012. – N 1 – С. 61-64
[8] *Shankar, P. N.* Three-dimensional eddy structure in a cylindrical container // J. Fluid Mech. – 1997 – **342** – p. 97-118
[9] *Shankar, P. N.* Three-dimensional Stokes flow in a cylindrical container // Phys. Fluids – 1998 – **10** – p. 540-549

ФОРМИРОВАНИЕ ПРОДОЛЬНЫХ ВИХРЕЙ В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ НАД ИСКРИВЛЕННОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

Городецкая Н.С., Ткаченко Л.В.
ИГМ НАНУ, Киев

Известно, что течение в пограничном слое над искривленной поверхностью является неустойчивым по отношению к продольным трехмерным возмущениям. Изучение развития таких вихреобразных возмущений, восприимчивости пограничного слоя является важной задачей в проблеме управления пристеночными течениями с помощью инжекции возмущений в поток.

В работе рассматривается численное моделирование развития регулярных вихревых возмущений в пограничном слое, который формируется на внутренней поверхности внешнего цилиндра после его остановки в круговом течении Куэтта между двумя вращающимися цилиндрами. Основное внимание уделяется исследованию влияния расположения места генерации и времени ввода возмущений в поток на характер развития продольных вихрей, в частности на рост энергии, протяженность линейной стадии развития. Особый интерес представляет изучение вихревых структур разной длины волны.

Рассматривается развитие искусственных вихревых структур разной длины волны, инжектируемых в поток с целью изучить процессы развития возмущений с разными длинами волн и выяснить влияние длины волны на рост энергии возмущений. Как было показано ранее, рост интенсивности вихревых структур зависит от разных параметров, в частности, от начальной энергии, места ввода возмущений по отношению к толщине пограничного слоя, от времени ввода, т.е. от степени развития пограничного слоя. В качестве возмущений рассматривались непрерывно распределенные возмущения завихренности с различными длинами волн.

Обнаружено, что скорость нарастания возмущений слабо зависит от времени ввода возмущений в поток. Величина энергии возмущений, при которой происходит отклонение от линейной теории, обусловлено влиянием нелинейных эффектов взаимодействия возмущений между собой и потоком жидкости. Отсюда следует, что нелинейные эффекты взаимодействия возмущений с потоком начинают проявляться при значительно большей энергии возмущений в случае, когда возмущения вносятся в поток позже и пограничный слой является более развитым. Анализ показывает, что влияние нелинейных эффектов также проявляется позже для возмущений, вносимых на больших расстояниях от границы пограничного слоя, поскольку замедляется рост их энергии, но значение энергии возмущений, когда происходит отклонение от линейного роста, существенно возрастает.

При раннем вводе возмущений в поток, когда толщина пограничного слоя мала, зависимость роста энергии возмущений от длины волны возмущений слабая. Однако на начальной стадии развития имеются заметные различия в развитии возмущений: продолжительность начальной стадии возрастает с ростом длины возмущений и падение энергии на этой стадии по мере приспособления возмущений к условиям потока также наибольшее. Время, при котором энергия возмущений достигает своего максимального значения, после чего происходит ее отклонение от экспоненциального закона из-за влияния нелинейных эффектов, слабо зависит от длины волны возмущений.

Показано, что наибольшей скоростью роста обладают возмущения, характеризуемые волновым параметром, равным 270, что согласуется с результатами исследований других авторов. Наибольшие отличия в нарастании возмущений с различными длинами волн наблюдается в случаях, когда они вносятся в область вне пограничного слоя. При этом наименее медленно растут возмущения больших длин волн.

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ДВУХ ВИХРЕВЫХ КОЛЕЦ ДАЙСОНА ВНУТРИ БЕСКОНЕЧНОГО КРУГОВОГО ЦИЛИНДРА

Гуржий А.А.[*], Мелешко В.В.[**]

[*] *Национальный технический университет Украины "КПИ", Киев 03056, Украина*

[**] *Киевский Национальный университет им. Тараса Шевченко, Киев 01033, Украина*

Summary An axisymmetrical problem on a motion of a system of vortex rings with the small, but nonzero circular cross section, inside a circular cylinder in approaching of an ideal incompressible fluid is considered. To satisfy boundary conditions a system of imaginary vortex filaments are introduced at a fixed distance from the boundary. Researches show that influence of solid surfaces results in decreasing of axial self-induced velocity of rings. It was found that two vortex rings inside a circular cylinder can participate in a periodical motion by analogy with the periodical motion in unbounded space (first discovered by H.Helmholtz in 1858).

В последнее время в современной гидромеханике при проведении теоретических исследований вихревых течений активно используется метод изображений. Теоретическое обоснование этого метода применительно к идеальной несжимаемой жидкости было указано еще H.Helmholtz [1]. Несмотря на широкое применение метода изображений в динамике точечных вихрей, его применение для осесимметричных вихревых потоков представляется ограниченным, а именно: взаимодействие вихревых колец с плоской стенкой, перпендикулярной к плоскости вихря, и движение вихревого кольца вблизи (или внутри) сферической поверхности (подробности в [2]). В докладе рассматривается обобщение метода изображений к задаче о движении системы осесимметричных вихревых колец внутри бесконечного кругового цилиндра, заполненного идеальной несжимаемой жидкостью.

Рассмотрим систему N осесимметричных вихревых колец радиуса R_i, интенсивности Γ_i, кругового поперечного сечения $a_i=n_iR_i$ ($n_i << 1$) и осевого положения Z_i в цилиндрической системе координат, где i = 1,…, N. Пусть течение внутри каждого вихревого кольца является вихревым, а вне его – потенциальным (так называемые вихревые кольца Дайсона [3]). В этом случае распределение функции тока описывается выражением

$$\Psi(r,z)=\sum_{i=1}^{N}\frac{\Gamma_i}{2\pi}\sqrt{R_i\,r}\left[\left(\frac{2}{k_i}-k_i\right)\mathbf{K}(k_i)-\frac{2}{k_i}\mathbf{E}(k_i)\right],\qquad k_i^2=4R_i\,r/[(R_i-r)^2+(Z_i-z)^2]\quad(1)$$

где $\mathbf{K}(\kappa_i)$ и $\mathbf{E}(\kappa_i)$ – полные эллиптические интегралы первого и второго рода, соответственно.

Если система N коаксиальных вихревых колец перемещается внутри бесконечного кругового цилиндра радиуса R_0, то, следуя методу изображения, необходимо удовлетворить граничное условие на цилиндрической поверхности путем введения системы M коаксиальных круговых вихревых нитей (рис.1) интенсивности Γ_β, радиуса $R_C > R_0$ с осевым положением $Z_\beta = Z_C + \beta\Delta_Z$, где β = 1,...,M [4]. Для определения интенсивностей вихревых нитей введем систему M точек коллокации ($R_0, Z_0 + Z_\beta$). В результате, получаем систему линейных алгебраических уравнений

$$\left[\left(\frac{2}{k_{m\beta}}-k_{m\beta}\right)\mathbf{K}(k_{m\beta})-\frac{2}{k_{m\beta}}\mathbf{E}(k_{m\beta})\right]\Gamma_\beta=\sum_{\alpha=1}^{N}\sqrt{\frac{R_\alpha}{R_C}}\left[\left(\frac{2}{k_\alpha}-k_\alpha\right)\mathbf{K}(k_\alpha)-\frac{2}{k_\alpha}\mathbf{E}(k_\alpha)\right],\quad(2)$$

где $k_{m\beta}^2=4R_0R_C/[(R_0+R_C)^2+(Z_\beta-Z_m)^2]$, $\quad k_\alpha^2=4R_0R_\alpha/[(R_0+R_\alpha)^2+(Z_\alpha+Z_m)^2]$, $\quad Z_m=Z_0+m\Delta_z$.

Суперпозиция вкладов действительных вихревых колец и мнимых вихревых нитей определяет распределение функции тока внутри бесконечного цилиндра. Рис.2 иллюстрирует распределение функции тока для одного вихревого кольца (R = 0,8, Z = 0,0, n = 0,01, $\Delta_Z = 0.3$ и М = 7). Значения радиальной скорости но поверхности цилиндра показано на рис.3. Граничное условие для радиальной составляющей скорости выполняется.

Следуя аналогии со случаем для безграничного пространства, получаем следующие уравнения движения системы вихревых колец Дайсона внутри бесконечного цилиндра

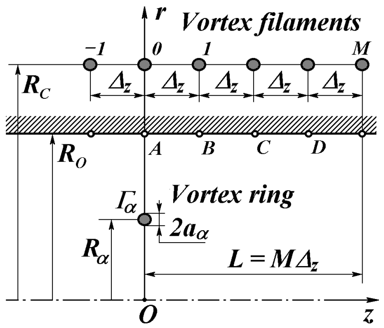


Рис.1. Геометрия задачи

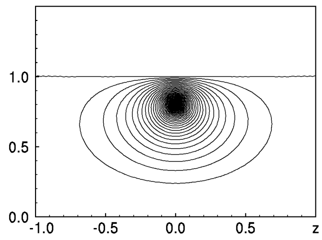


Рис.2. Распределение функции тока в поперечном сечении цилиндра

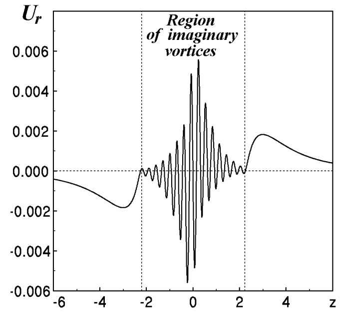


Рис.3. Распределение радиальной скорости на твердой поверхности

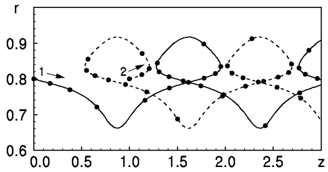


Рис.4. Периодическое взаимодейст-вие двух одинаковых колец

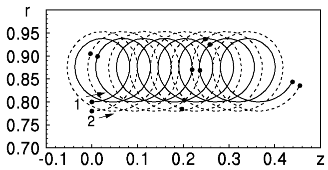


Fig.5 Периодическое движение двух колец в противоположными по знаку интенсивностями

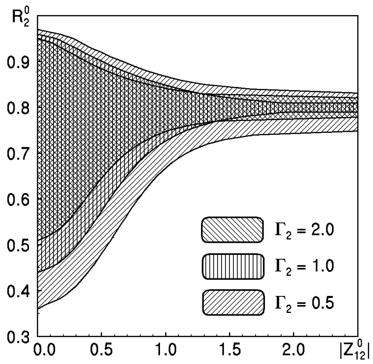


Рис.6. Область допустимых началь-ных усорвий для периодического движения при $\Gamma_1\Gamma_2 > 0$

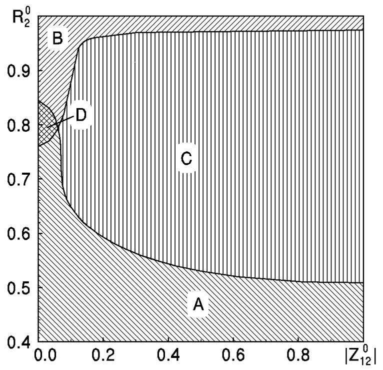


Рис.7. Область допустимых началь-ных усорвий для периодического движения при $\Gamma_1\Gamma_2 > 0$

$$\frac{dR}{dt} = -\frac{1}{\Gamma_i R_i}\frac{\partial U}{\partial Z_i}, \qquad \frac{dZ_\alpha}{dt} = \frac{\Gamma_\alpha}{4\pi R_\alpha}\left(\ln\frac{8R_\alpha}{a_\alpha}-\frac{1}{4}\right)+\frac{1}{\Gamma_\alpha R_\alpha}\frac{\partial U}{\partial R_\alpha}, \qquad a_\alpha^2 R_\alpha = \text{const}, \tag{3}$$

где $U = \sum_{\alpha=1}^{N}\sum_{\gamma=1}^{N}{}' \frac{\Gamma_\alpha\Gamma_\gamma}{4\pi}\sqrt{R_\alpha R_\gamma}\left[\left(\frac{2}{k_{\alpha\gamma}}-k_{\alpha\gamma}\right)\mathbf{K}(k_{\alpha\gamma})-\frac{2}{k_{\alpha\gamma}}\mathbf{E}(k_{\alpha\gamma})\right]+\sum_{\alpha=1}^{N}\sum_{m=1}^{M}\frac{\Gamma_\alpha\Gamma_m}{4\pi}\sqrt{R_\alpha R_C}\left[\left(\frac{2}{k_{\alpha m}}-k_{\alpha m}\right)\mathbf{K}(k_{\alpha m})-\frac{2}{k_{\alpha m}}\mathbf{E}(k_{\alpha m})\right]$

Штрих у знака суммирования означает, что сингулярное слагаемое $\alpha = \beta$ опущено. Система уравнений (3) имеет два независимых инварианта

$$P = \sum_{\alpha=1}^{N}\Gamma_\alpha R_\alpha^2 = \text{const}, \qquad W = \sum_{\alpha=1}^{N}\frac{\Gamma_\alpha^2 R_\alpha}{4\pi}\left(\ln\frac{8R_\alpha}{a_\alpha}-\frac{7}{4}\right)+U = \text{const}, \tag{4}$$

которые соответствуют закону сохранения импульса вдоль оси симметрии и закону сохранения кинетической энергии, соответственно.

Траектории для периодического взаимодействия двух вихревых колец с одинаковыми и противоположными по знаку интенсивностями показаны на рис.4,5. Области допустимых начальных параметров для периодического взаимодействия заштрихованы на рис.6,7. В докладе приводится анализ траекторий движения системы двух точечных вихрей внутри бесконечного кругового цилиндра, заполненного идеальной несжимаемой жидкостью.

Литература

[1] Helmholtz H. Uber Integrale der hydrodynamischen gleichungen welche den wirbelbewegungen entsprechen / J. Reine angew. Math., 1858. - **B55**. – s.25-55.

[2] Мелешко В.В., Константинов М.Ю. Динамика вихревых структур / К: Наукова думка, 1993. – 280с.

[3] Dyson F.W. The potential of an anchor ring. Pt.II. / Phil. Trans. Roy. Soc. London, 1893. – **A184**. – P.1041-1106.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СТРАТИФИЦИРОВАННЫХ ТЕЧЕНИЙ ОКОЛО НЕПРОНИЦАЕМЫХ ПРЕПЯТСТВИЙ

Я.В.Загуменный
Институт гидромеханики НАН Украины, Киев

В природных системах (атмосфере и гидросфере) и технологических установках плотность жидкости, задаваемая распределениями температуры или концентрации растворенных веществ или взвешенных частиц, обычно неоднородна. Устойчивая стратификация сохраняет основные структурные компоненты течений однородных жидкостей и обуславливает существование ряда специфических, таких как внутренние волны и тонкая структура среды [1,2]. В толще неравновесной стратифицированной среды даже около неподвижного непроницаемого препятствия формируется сложная вихревая система медленных течений, индуцированных диффузией на топографии [3].

В качестве основы исследований выбрана система уравнений механики несжимаемой непрерывно стратифицированной жидкости, включающая уравнение Навье-Стокса с учетом действия гравитационной силы в приближении Буссинеска, уравнение неразрывности, диффузии и замыкающее линеаризованное уравнение состояния:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v}(\nabla \cdot \mathbf{v}) = -\frac{1}{\rho_{00}}\nabla P + \nu\Delta\mathbf{v} - s\mathbf{g};$$

$$\operatorname{div}\mathbf{v} = 0; \quad \frac{\partial s}{\partial t} + \mathbf{v}\cdot\nabla s = \kappa_S \Delta s + \frac{\mathrm{v}_z}{\Lambda}; \tag{1}$$

$$\rho = \rho_{00}\left(1 - \frac{z}{\Lambda} + s\right), \quad \Lambda = \left|d\ln\rho/dz\right|^{-1}, \; N_b = \sqrt{\frac{g}{\rho}\frac{d\rho}{dz}}, \; T_b = 2\pi/N_b.$$

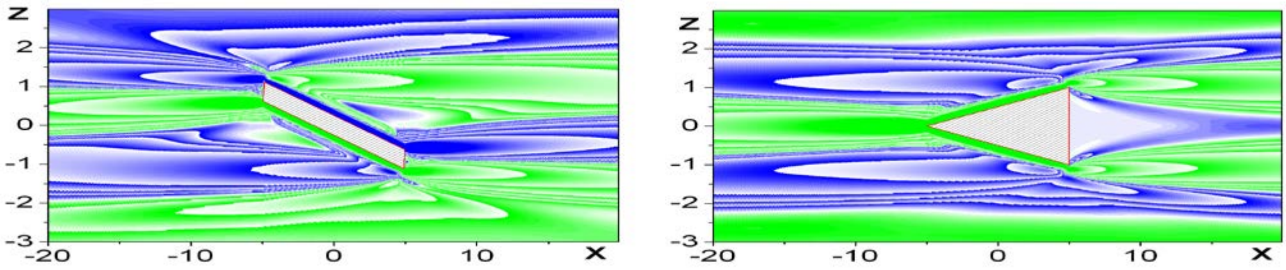
Физически обоснованные начальные и граничные условия задачи (прилипания, непротекания и затухания возмущений на бесконечности) имеют вид

$$\mathbf{v},\, s\big|_{t\le 0} = 0, \quad \mathrm{v}_x\big|_\Sigma = \mathrm{v}_z\big|_\Sigma = 0, \quad \left[\frac{\partial s}{\partial \mathbf{n}}\right]\Bigg|_\Sigma = \frac{1}{\Lambda}\frac{\partial z}{\partial \mathbf{n}}, \quad \mathbf{v},\, s\big|_{x,\, z\to\infty} = 0. \tag{2}$$

Решение фундаментальной системы строится численно в полной нелинейной постановке с использованием конечно-разностных подходов в оригинальных авторских программах и метода конечных объемов в решателях собственной разработки на базе открытого пакета OpenFOAM. Расчеты проводятся на суперкомпьютерных комплексах НИВЦ МГУ (системы ”Чебышев” и ”Ломоносов”), МСЦ РАН и СКИТ Института кибернетики НАНУ.

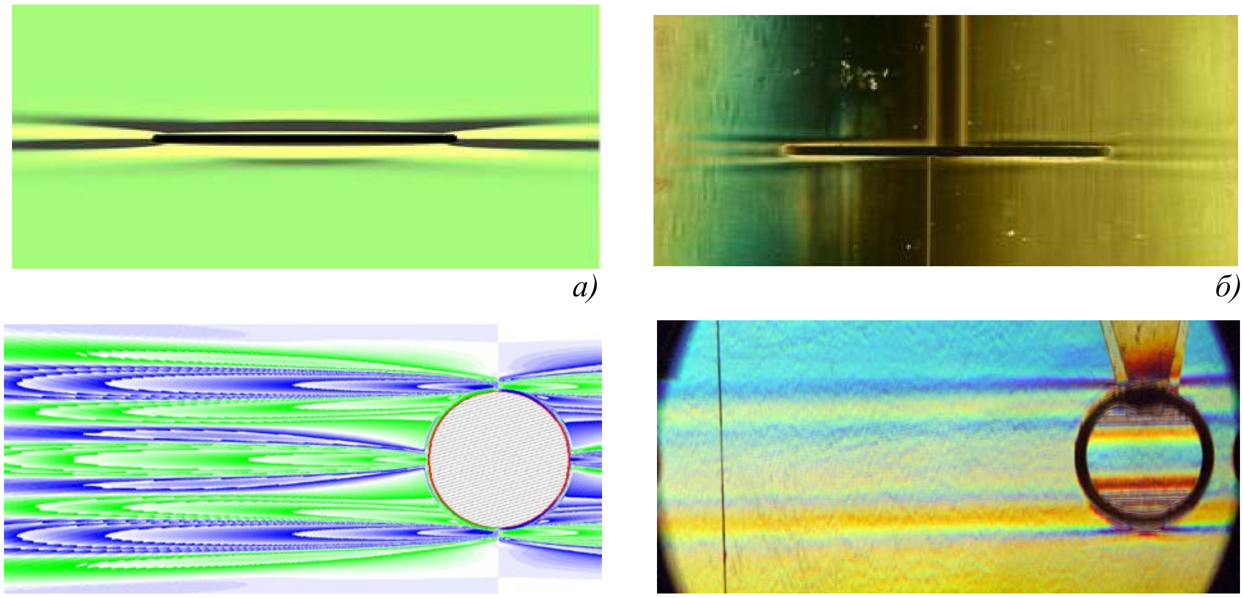
Непроницаемое препятствие, погруженное в толщу непрерывно стратифицированной жидкости, блокирует фоновый диффузионный перенос стратифицирующей компоненты и формирует сложную систему структурированных течений, включающую тонкие главные струи вдоль наклонных сторон с примыкающими противотечениями и систему компенсационных циркуляционных ячеек [3] (рис.1). Формирующиеся струйные течения жидкости создают момент сил, стремящийся повернуть наклонную пластину в устойчивое горизонтальное положение, и генерируют интегральную пропульсивную силу, приводящую к самодвижению клиновидных тел вдоль горизонта нейтральной плавучести [4].

В рассчитанных и теневых картинах стратифицированных течений около горизонтального диска и цилиндра (рис. 2) выделяются протяженные горизонтальные полосчатые структуры, примыкающие непосредственно к особым точкам препятствий. Длина полосок растет с повышением чувствительности метода регистрации: структура течения около цилиндра выражена более отчетливо при использовании цветного теневого метода с горизонтальным положением осветительной щели и визуализирующей решетки [5]. Течения, индицированные диффузией, всегда существуют в неоднородных средах при произвольной геометрии препятствия, и отсутствуют в однородной жидкости.



а) *б)*

Рис.1. Картины течений, индуцированных диффузией на наклонной пластине (*а*) и горизонтальном клине (*б*) (поле горизонтальной компоненты скорости)
($L_x = 10\ см$, $T_b = 7.5\ с$, $N = 0.838\ с^{-1}$, $\kappa_S = 1.41 \cdot 10^{-5} см^2 с^{-1}$)



а) *б)* *в)* *г)*

Рис.2. Рассчитанные (*а,в*) и теневые (*б,г*) картины течений стратифицированной жидкости около непроницаемых неподвижных препятствий: *а,б*) – горизонтального диска и *в,г*) – цилиндра ($D = 5\ см$, $T_b = 7.5\ с$, $N = 0.838\ с^{-1}$, $\kappa_S = 1.41 \cdot 10^{-5} см^2 с^{-1}$)

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 12-07-90912-мол_снг_нр) и НАН Украины (проект № 18-01-12).

Литература

1. Чашечкин Ю.Д. Иерархия моделей классической механики неоднородных жидкостей // Морской гидрофизический журнал. – 2010. – № 5. – С. 3–10.
2. Чашечкин Ю.Д., Бардаков Р.Н., Загуменный Я.В. Расчет и визуализация тонкой структуры полей двумерных присоединенных внутренних волн // Морской гидрофизический журнал. – 2010. – № 6. – С. 3–15.
3. Чашечкин Ю.Д., Загуменный Я.В. Структура течения, индуцированного диффузией на наклонной пластине // Доклады академии наук. – 2012. – Т. 444, № 2. – С. 165–171.
4. Allshouse M.R., Barad M.F., Peacock T. Propulsion generated by diffusion-driven flow // Nature Physics. – 2010. – V.6. – P. 516–519.
5. Chashechkin Yu.D. Schlieren visualization of a stratified flow around a cylinder // Journal of Visualization. – V.1, № 4. – P. 345–354.

О ВОЗНИКНОВЕНИИ ДВОЙНОГО ЛАМИНАРНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ НА ТОРЦЕ ЦИЛИНДРА ПРИ МГД-ВРАЩЕНИИ

А. Ф. Зибольд
Донецк

В работах [1, 2] исследовано трехмерное осесимметричное течение проводящей жидкости, возбуждаемое вращающимся магнитным полем в цилиндре ограниченной длины. Математическая модель задачи описывается следующей системой безразмерных уравнений:

$$\frac{\mathrm{Re}_\omega}{h}\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\psi_\varphi\right)\frac{\partial v_\varphi}{\partial z}-\frac{\partial \psi_\varphi}{\partial z}\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(rv_\varphi\right)\right]=Lv_\varphi+Ha_\partial^2 r^{2p-1}\left(1-v_\varphi/r\right),$$

$$\frac{\mathrm{Re}_\omega}{h}\left[\frac{\partial\left(L\psi_\varphi\right)}{\partial z}\frac{1}{r}\frac{\partial\left(r\psi_\varphi\right)}{\partial r}-r\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{L\psi_\varphi}{r}\right)\frac{\partial \psi_\varphi}{\partial z}+2\frac{v_\varphi}{r}\frac{\partial v_\varphi}{\partial z}\right]= \tag{1}$$

$$=L^2\psi_\varphi-Ha_\partial^2 r^{2p-2}\left[2\Delta\psi_\varphi+\frac{\partial^2\psi_\varphi}{\partial z^2}+4\left(p-1\right)\frac{1}{r^2}\frac{\partial\left(r\psi_\varphi\right)}{\partial r}\right]$$

с граничными условиями $\quad v_\varphi\big|_{r=0}<\infty,\ \ v_\varphi\big|_{\Gamma}=0,$

$$\left.\frac{\partial v_\varphi}{\partial z}\right|_{z=0}=0-\text{ условие симметрии области течения,} \tag{2}$$

$$v_\varphi\big|_{r=0}<\infty,\ \ \psi_\varphi\big|_{\Gamma}=\left.\frac{\partial\psi_\varphi}{\partial n}\right|_{\Gamma}=0,$$

где $Ha_\partial = Ha/\sqrt{2}$ – число Гартмана, образованное по действующему значению индукции; $\mathrm{Re}_\omega = \omega R_0^2/p\nu$ – число Рейнольдса, определенное по относительной скорости движения границы области в магнитном поле; $v_0 = \omega R_0/p$ – масштаб скорости; ψ_φ – φ-компонента векторного потенциала скорости (**v** = rot **Ψ**); $h = Z_0/R_0$; p – число пар полюсов (порядок поворотной симметрии) вращающегося магнитного поля; Γ – внутренняя поверхность цилиндра;

$$\Delta=\frac{\partial^2}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}+\frac{1}{h^2}\frac{\partial^2}{\partial z^2};\ \ L=\Delta-\frac{1}{r^2}.$$

Система уравнений (1) с граничными условиями (2) решалась методом итераций с использованием метода Галеркина на каждом шаге итерации. На *i*-м шаге итерации из первого уравнения системы (1) по известному значению v_i находилось значение азимутальной скорости v_i. Затем уже известные значения ψ_{i-1} и v_i подставлялись во второе уравнение системы (1), из которого находилось значение ψ_i. Итерация начиналась со значения $\psi_0 = 0$.

Численный эксперимент позволил изучить возникающие при этом пространственные структуры течения и проследить их эволюцию при изменении параметров течения. При малых значениях чисел Гартмана (~ 1) определяющее влияние на структуру оказывает относительная высота сосуда. При малой относительной высоте на половине длины сосуда возникает один интенсивный торцевой вихрь. При увеличении относительной высоты происходит оттеснение этого вихря к торцу и появление в центральной по высоте сосуда зоне слабых пристеночных меридиональных вихрей чередующегося направления вращения, причем зарождаются эти вихри из торцевого вихря, отделяясь от него парами. С возрастанием относительной высоты сосуда число этих малых вихрей увеличивается, а их относительные размеры приближаются к соответствующим размерам вихрей Тейлора, возникающих в бесконечно длинном цилиндре [3]. При увеличении чисел Гартмана $(\sim 15-25)$ центр торцевого вихря располагается на расстоянии $0.05-0.04$ полудлины сосуда от торца, несколько смещаясь к оси сосуда при увеличении относительной высоты цилиндра.

Расчет радиальных профилей азимутальной скорости показал, что практически по всей высоте цилиндра характер распределения скорости остается неизменным, величина скорости не меняется, и только вблизи торцов значения скорости уменьшаются. Профили скорости при малых числах Гартмана носят параболический характер, приближаясь к профилям типа "твердого" вращения при увеличении чисел Гартмана. Максимум скорости смещается при этом к боковой поверхности цилиндра.

Распределение азимутальной скорости по высоте сосуда имеет свои особенности. Для малых чисел Гартмана значения скоростей остаются постоянными на достаточно большой части высоты цилиндра, уменьшаясь к торцам. Толщина пограничного слоя составляет $0.35-0.38$ полудлины сосуда. Для достаточно больших чисел Гартмана у торцов цилиндра в месте локализации торцевого вихря возникает двойной ламинарный пограничный слой, причем толщина примыкающего к торцу подслоя приблизительно совпадает с расстоянием от центра вихря до торца и составляет $0.05-0.06$ полудлины сосуда. При малой относительной высоте цилиндра толщина внутреннего слоя достигает ~ 0.3 полудлины сосуда, уменьшаясь до $\sim 0.2-0.15$ при увеличении относительной высоты. Следует отметить, что двойной ламинарный слой возникает при достаточно больших числах Гартмана именно в области расположения торцевого вихря, смещаясь вместе с вихрем при изменении параметров течения. По мере смещения в радиальном направлении от центра вихря к его периферии этот эффект уменьшается, и за пределами функции тока, соответствующей значению ~ 0.3 от максимального значения в центре вихря, на торце цилиндра существует обыкновенный ламинарный пограничный слой. Численный эксперимент показал, что двойной ламинарный пограничный слой на торцах цилиндра возникает именно из-за достаточно интенсивных торцевых вихрей. Если ограничиться решением только первого уравнения системы (1) при $\psi_0 = 0$, то двойной ламинарный слой на торцах не возникает, расчеты дают обыкновенный погранслой. Существование на торцах цилиндра двух ламинарных пограничных слоев отмечалось в эксперименте со ртутью [4].

Выполненное исследование позволило расширить наши знания о гидродинамических процессах, возникающих при МГД-вращении проводящей жидкости в цилиндрическом сосуде.

1. Zibold A. F. Evolution of the hydrodynamical structure arising in the cylinder of the limited length under action of the rotating magnetic field // Proc. of the 7th International PAMIR Conference on Fundamental and Applied MHD. Vol. 1. – Presqu'île de Giens, France, 2008. – P. 467-472.

2. Зибольд А. Ф. Гидродинамические структуры, порождаемые вращающимся магнитным полем в цилиндре конечной длины // Прикладна гідромеханіка. – 2011. – Т. 13 (85), № 2. – С. 17-27.

3. Капуста А. Б., Зибольд А. Ф. Влияние симметрии вращающегося магнитного поля на устойчивость стационарного осесимметричного течения // Магнитная гидродинамика. – 1981. – Т. 17, № 4. – С. 134-136.

4. Капуста А. Б., Дремов В. В., Доронин В. И. Экспериментальное исследование движения ртути во вращающемся магнитном поле // Техническая электромагнитная гидродинамика. Вып. 20 (4). – Донецк: Книжное изд-во, 1970. – С. 187-191.

ВЛИЯНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ НА ГИДРОДИНАМИКУ РАСПЛАВА В ПРОЦЕССЕ ЧОХРАЛЬСКОГО

А. Ф. Зибольд
Донецк

Влияние вращающегося магнитного поля на трехмерную структуру течений, возникающих в расплаве при выращивании монокристаллов по методу Чохральского, достаточно подробно исследовано [1]. Дополнительным фактором, позволяющим активно воздействовать на гидродинамику процесса, является постоянное магнитное поле. Рассмотрим изотермическое стационарное конвективное течение, возникающее в расплаве полупроводникового материала в процессе Чохральского при наложении постоянного осевого и вращающегося поперечного магнитных полей. Течение в этом случае возбуждается в расплаве вращением монокристалла и тигля с различными угловыми скоростями, силовым воздействием вращающегося магнитного поля, создаваемого реальным трехфазным индуктором ограниченной длины [2], и силовым воздействием постоянного осевого магнитного поля. В безындукционном приближении МГД-процессы в расплаве описываются следующей системой безразмерных уравнений [3]:

$$Lv_\varphi - \frac{\mathrm{Re}_\omega}{h}\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\psi_\varphi)\frac{\partial v_\varphi}{\partial z} - \frac{\partial \psi_\varphi}{\partial z}\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rv_\varphi)\right] + \frac{Ha_z^2}{\varpi}\left(\frac{\partial \Phi}{\partial r} - v_\varphi\right) = -\frac{Ha_\partial^2}{\varpi} f_\varphi (1 - v_\varphi / r),$$

$$L^2\psi_\varphi - \frac{\mathrm{Re}_\omega}{h}\left[\frac{\partial (L\psi_\varphi)}{\partial z}\frac{1}{r}\frac{\partial (r\psi_\varphi)}{\partial r} - r\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{L\psi_\varphi}{r}\right)\frac{\partial \psi_\varphi}{\partial z}\right] - \frac{1}{\varpi}\left(\frac{Ha_z}{h}\right)^2\frac{\partial^2\psi_\varphi}{\partial z^2} = 2\frac{\mathrm{Re}_\omega}{h}\frac{v_\varphi}{r}\frac{\partial v_\varphi}{\partial z},$$

$$\Delta\Phi = \frac{1}{r}\frac{\partial (rv_\varphi)}{\partial r},$$

где $V_0 = \omega R_T$ – масштаб скорости, $\mathrm{Re}_\omega = \omega R_T^2 / \nu$ – число Рейнольдса, определенное по относительной скорости движения боковой стенки тигля во вращающемся магнитном поле, ω – угловая скорость вращения магнитного поля, R_T – радиус тигля (характерный размер), $Ha_z = B_z R_T \sqrt{\sigma/\eta}$ – число Гартмана, образованное по индукции осевого магнитного поля, $Ha_\partial = B_в R_T \sqrt{\sigma/2\eta}$ – число Гартмана, образованное по действующему значению индукции вращающегося магнитного поля, $\varpi = \mu_0 \sigma\omega R_T^2$ – относительная частота, Φ – электрический потенциал $(\Phi_0 = V_0 B_z R_m)$, $f_\varphi - \varphi$-компонента безразмерной электромагнитной силы, возникающей при взаимодействии с вращающимся магнитным полем, $\psi_\varphi - \varphi$-компонента векторного потенциала скорости ($\mathbf{v}$ = rot $\mathbf{\Psi}$), $h = H_p / R_T$ – относительная высота расплава в тигле, $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{h^2}\frac{\partial^2}{\partial z^2}$, $L = \Delta - \frac{1}{r^2}$.

Граничные условия определяются прилипанием расплава на поверхности тигля и кристалла, симметрией области течения и непроводимостью границ:

$$v_\varphi\big|_{r=0} = 0,\ v_\varphi\big|_{r=1} = \omega_T,\ v_\varphi\big|_{z=0} = \omega_T r,\ v_\varphi\big|_{z=1} = (Ar + B/r)\theta(r - r_{кр}) + \omega_{кр} r\theta(r_{кр} - r),$$

$$\psi_\varphi\big|_{\substack{r=0\\r=1}} = 0,\ \psi_\varphi\big|_{\substack{z=0\\z=1}} = 0,\ \frac{\partial\psi_\varphi}{\partial r}\bigg|_{r=1} = 0,\ \frac{\partial\psi_\varphi}{\partial z}\bigg|_{\substack{z=0\\z=1}} = 0,\ \frac{\partial\Phi}{\partial r}\bigg|_{r=1} = 0,\ \frac{\partial\Phi}{\partial z}\bigg|_{\substack{z=0\\z=1}} = 0,$$

где $\omega_T = \Omega_T / \omega$ и $\omega_{кр} = \Omega_{кр} / \omega$ – безразмерные угловые скорости вращения тигля и кристалла, $A = \frac{\omega_T - \omega_{кр} r_{кр}^2}{1 - r_{кр}^2}$, $B = -\frac{(\omega_T - \omega_{кр}) r_{кр}^2}{1 - r_{кр}^2}$,

$\theta(x) = \begin{cases} 0, x < 0 \\ 1/2, x = 0 \\ 1, x > 0 \end{cases}$ – симметричная ступенчатая функция.

Граничное условие для $v_\varphi\big|_{z=1}$ задается как решение задачи Куэтта между вращающимися цилиндрами. В нашем случае внешний цилиндр – это вращающийся тигель, а вращающийся кристалл моделируется вырожденным вращающимся внутренним цилиндром (вращающийся диск на поверхности расплава).

Задача приводится к полуоднородной заменой

$$v_\varphi = v_{\varphi 0} + v_{\varphi 1} = v_{\varphi 0} + (1 - z)\omega_T r + z\left[(Ar + B/r)\theta(r - r_{кр}) + \omega_{кр} r\theta(r_{кр} - r)\right].$$

Система уравнений (1) с граничными условиями (2) решается методом итераций с использованием метода Галеркина на каждом шаге итерации. Итерация начинается со значений $\psi_0 = 0$ и $\Phi_0 = 0$. Расчеты выполнены для одного из типовых размеров тигля при относительном радиусе кристалла $r_{кр} = 0.29$. При численном моделировании движения расплава в тигле варьировались следующие параметры: угловые скорости вращения тигля и кристалла; относительная высота расплава в тигле; число $Ha_в$, характеризующее вращающееся магнитное поле; число Ha_z, характеризующее осевое постоянное магнитное поле.

Анализируя эволюцию гидродинамической структуры, возникающей в расплаве при изменении параметров процесса, можно высказать несколько соображений для выбора оптимальных режимов. По-видимому, предпочтительной будет такая гидродинамическая структура, при которой возникает интенсивный пристеночный вихрь с направлением движения на поверхности расплава от стенки к кристаллу. В этом случае газообразная примесь с боковой стенки тигля будет транспортироваться потоком расплава к свободной поверхности и на ней испаряться, а в зону кристаллизации будет, таким образом, поступать обедненный примесью расплав. Кроме того, в случае совпадения направлений вращения тигля и магнитного поля будет уменьшаться напряжение трения на боковой стенке тигля. В этом случае уменьшается размывание стенки тигля расплавом, и примесь со стенки будет поступать в расплав менее интенсивно.

Численный эксперимент позволил проследить эволюцию возникающей в расплаве гидродинамической структуры при различных параметрах механического и электромагнитного воздействий и дал возможность подобрать наиболее рациональные технологические режимы выращивания монокристаллов.

1. Зибольд А. Ф., Капуста А. Б., Кескюла В. Ф., Петров Г. Н., Ремизов О. А. Гидроинамические явления, возникающие при выращивании монокристаллов по методу Чохральского во вращающемся магнитном поле // Магнитная гидродинамика. – 1986. – Т. 22, № 2. – С. 100-104.

2. Кескюла В. Ф., Петров Г. Н. Магнитное поле трехфазного нагревателя с учетом краевых эффектов // Труды Таллиннского политехнического института № 559. – 1983. – С. 41-49.

3. Zibold A. Effect of constant axial and rotating cross-section magnetic fields on hydrodynamics of the melt in Cz process // Proceedings of the 6th International Conference on Electromagnetic Processing of Materials (EPM 2009). October 19 – 23, 2009, Dresden, Germany. – P. 873-876.

РАЗРАБОТКА, ИСПЫТАНИЕ И ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПАКЕТНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ОТКРЫТОГО ТИПА ДЛЯ РЕШЕНИЯ ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ И ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧ АЭРОГИДРОМЕХАНИКИ

С.А. Исаев[1], С.В. Гувернюк[2], П.А. Баранов[1], А.Г. Судаков[1], А.Е. Усачов[3], А.А. Дектерев[4], А.А. Гаврилов[4]
[1]СПбГУГА, Санкт-Петербург, [2]НИИ механики МГУ, [3]МК ЦАГИ, Москва, [4]ИТ СО РАН, Новосибирск

Многолетние усилия по разработке многоблочных вычислительных технологий, основанных на решении факторизованными конечно-объемными методами исходных уравнений на разномасштабных пересекающихся структурированных сетоках с неструктурированными вставками, адаптация и развитие математических моделей турбулентности, неоднородных сред, привели к созданию отечественного специализированного многопрофильного пакета VP2/3 (скорость-давление, двумерная и трехмерная версия). За последнее десятилетие решен широкий круг фундаментальных, прикладных и эксплуатационных задач вихревой аэрогидромеханики и теплофизики, в результате собрана обширная библиотека специализированных моделирующих комплексов, имеющая общие каталоги математических моделей и методов решения уравнений с учетом разнообразных дифференциальных моделей турбулентности. Обобщенная процедура коррекции давления развита для расчета отрывных до- и сверхзвуковых течений вязкого газа и одновременно для течений несжимаемой жидкости. Акцент сделан на моделировании турбулентности в рамках подхода URANS (осредненных по Рейнольдсу нестационарных уравнений Навье-Стокса) при использовании для замыкания уравнений движения модифицированных с учетом кривизны линий тока моделей переноса сдвиговых напряжений (MSST) Ментера и вихревой вязкости (SA) Спаларта-Аллмареса. При решении ряда тестовых задач продемонстрирована приемлемость URANS для прогнозирования характеристик пространственных периодических тепло- и массообменных процессов, а модифицированная MSST широко апробирована в широком диапазоне изменения числа Маха и Рейнольдса. Важно подчеркнуть, что в последние годы тестовые расчеты выполняются в тесном содружестве с экспериментаторами на основе разработанных компьютерных симуляторов экспериментальных установок и условий проведения физических опытов. Детальные численные исследования выполнены совместно с экспериментаторами НИИ механики МГУ, СПбГПУ, ЦНИИ им.А.Н.Крылова, ИТПМ СО РАН, КГТУ (все Россия), ИГМ НАНУ (Украина), университетов Саутгемптона (Великобритания) и Ростока (Германия), CIRA (Италия). С помощью пакета VP2/3 получен ряд важных результатов по вихревой интенсификации теплообмена при обтекании луночных рельефов, по управлению обтеканием тел с помощью вихревых ячеек, снижению сопротивления омываемых поверхностей поверхностными вихрегенераторами. Успешно решен ряд практических задач, в том числе: прогнозирование опасного сдвига ветра на этапах взлета-посадки воздушных судов, моделирование задымленности в залах метрополитена при пожаре в вагоне поезда, оценка вентиляции автомобильных тоннелей (в том числе тоннеля в Лефортово), расчет ветрового воздействия на энергоэффективные высотные сооружения. Разработана концепция объединения отечественных комплексов VP2/3 и σ-FLOW и создания пилотного образца универсального пакета открытого типа – аналога международного пакета OpenFOAM – для решения задач аэрогидромеханики и теплофизики.

Работы выполнены при финансовой поддержке РФФИ (№11-01-00039, 11-08-90403, 11-08-90001) и ФЦП «Научные и педагогические кадры инновационной России» №2009_1.5_000-010.

МОДЕЛИРОВАНИЕ И УПРАВЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОВИХРЕВЫМИ ТЕЧЕНИЯМИ В ОГРАНИЧЕННОМ ОБЪЕМЕ РАСПЛАВА МЕТАЛЛА

О.В. Казак, А.Н. Семко, ДонНУ

Магнитогидродинамический эффект вихревого движения жидкого проводника под действием силы Лоренца, обусловленной неравномерным распределением плотности тока проводимости и собственного магнитного поля, принято выделять в отдельный класс так называемых электровихревых течений (ЭВТ). Такой тип течений широко распространен в природе и технике. Наибольший интерес ЭВТ привлекают в электрометаллургическом переплаве (дуговые и вакуумно-дуговые печи переменного и постоянного тока, электролизеры и индукционные канальные печи), электродуговой сварке, выращивании кристаллов полупроводников. Поэтому моделирование и управление этим эффектом имеет важное теоретическое и практическое значения [1].

В настоящей работе разработаны методы и подходы для моделирования ламинарного и турбулентного ЭВТ в замкнутом полусферическом объеме расплавленного металла. Расхождение расчетных значений скорости для ламинарного течения с известным решением Э.В. Щербинина составило менее 2%, что подтверждает достоверность принятой физической и математической модели, а также выбранную стратегию решения. Сравнение расчетных значений скорости для турбулентного ЭВТ с экспериментальными данными, полученными в ОИВТ РАН, показало, что результаты расчетов сильно зависят от выбора модели турбулентности. Наименьшее отклонение около 15% наблюдалось для $k-\varepsilon$ модели турбулентности, что дает основания использовать $k-\varepsilon$ модель турбулентности как надежную и адекватно отображающую общие тенденции в инженерных задачах.

Используя отработанные методы и подходы, были изучены ЭВТ для целого ряда электросталеплавильных печей постоянного тока с подовым электродом. Исследования проводились для осесимметричных цилиндрических печей и для печей сложной геометрической формы, в том числе и для 420 тонной печи фирмы «DANIELI» [2-4].

Рассмотрим наиболее важные результаты численного моделирования процессов для осесимметричных цилиндрических печей, протекающих в расплаве металла, во время выплавки стали. Значение силы Лоренца в расчетах достигало около 30% от объемной силы тяжести [2]. Результаты расчетов подтверждают факт, что сила Лоренца в таких печах является определяющей при возникновении вихревого течения расплава.

По заданному полю электромагнитных сил рассчитано поле скоростей для ЭВТ расплава без учета конвекции, для модели изотермической жидкости, при небольших перепадах температуры во время работы печи на режиме минимальной тепловой мощности, при котором джоулево тепло компенсирует тепловые потери в печи через футеровку. В расплаве возникает интенсивное вихревое движение. Вихрь образуется вблизи подового электрода. Поток расплава на оси симметрии восходящий. Достигая верхней границы объема расплава, он движется вдоль поверхности расплава, а затем устремляется вниз. Вблизи верхнего электрода существует вихрь расплава с противоположным направлением движения. Максимальная скорость вихревого движения наблюдается в центре печи на оси электродов и достигает 0,3 м/с. Скорость расплава у торца анода возле футеровки около 0,1 м/с. Хорошее совпадение результатов расчетов в 2D и 3D постановках позволяет рассчитывать пространственные 3D течения при несимметричной конструкции печи [3, 4].

На следующем этапе были смоделированы тепловые процессы в расплаве металла в осесимметричной постановке при работе печи на максимальном тепловом режиме, когда горит электрическая дуга. Максимальная температура локализована вблизи катода, где горит электрическая дуга, на расстоянии порядка радиуса электрода. В распределении температуры по объему расплава металла имеется радиальный градиент, который приводит к возникновению конвективного движения. Направление циркуляции конвективного движения зависит от знака градиента температуры. При отрицательном градиенте ($\partial T/\partial r < 0$)

возникает циркуляция по ходу часовой стрелки, конвективное движение совпадает с электровихревым и усиливает его. Согласно стратегии решения задачи, были смоделированы гидродинамические процессы в расплаве металла в осесимметричной постановке с учетом конвекции и силы Лоренца.

При учете конвекции в движение вовлечен весь объем расплава и отсутствуют застойные зоны вблизи края ванны печи, которые существуют при движении расплава без конвективных потоков. Максимальная скорость вихревого движения наблюдается на оси электродов и достигает 0,5 м/с, что примерно в 1,5 раза больше скорости движения без учета конвекции. Кроме того, уменьшился размер вихря в области верхнего электрода. Основной вклад в вихревое движение расплава и на этом режиме работы печи вносит электромагнитная сила Лоренца.

Особый интерес в изучении и проектировании электросталеплавильных печей постоянного тока с подовыми электродами представляет собой эффект повышенного износа футеровки в непосредственной близости подовых электродов и образование воронкообразных углублений в футеровке. Для установления определяющего фактора, влияющего на повышенный износ футеровки, были построены распределения величины сдвигового напряжения на поверхности футеровки создаваемые движущимся расплавом. По результатам численного моделирования было выяснено многократное увеличение величины сдвигового напряжения в непосредственной близости от подового электрода на расстоянии порядка радиуса электрода. Эти результаты хорошо согласуются с практическими данными по повышенному износу футеровки [3].

На основании разработанных методов и подходов, как к моделированию самих магнитогидродинамических процессов, так и их влияния на повышенный износ футеровки, был проведен анализ влияния различных факторов на интенсивность движения расплава и повышенный износ футеровки. Разработан ряд мер по снижению повышенного износа футеровки. Практическое применение результатов работы позволило оптимизировать работу печи и сократить расходы на выплавку металла.

Для верификации полученных данных расчеты проводились параллельно в ANSYS Multiphysics, ANSYS CFX и COMSOL. На каждом этапе результаты расчетов сравнивались с известными теоретическими и экспериментальными данными и расчетами другими пакетами. Хорошее совпадение результатов, полученных разными методами и пакетами, как между собой, так и с теоретическими и экспериментальными данными по всем характеристикам ЭВТ на разных режимах в различных установках говорит о надежности методов и достоверности полученных результатов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бояревич В.В. Электровихревые течения / В.В. Бояревич, Я.Ж. Фрейберг, Е.И. Шилова, Э.В. Щербинин. – Рига: Зинатне. – 1985. – 315 с..
2. Kazak O. Electrovortex field in DC arc steel making furnaces with bottom electrode / O. Kazak, O. Semko // Ironmaking and Steelmaking. – 2011, Volume 38. Number 4. – P. 273-278.
3. Kazak O. Modelling magnetohydrodynamic processes in DC arc steel making furnaces with bottom electrodes / O. Kazak, O. Semko // Ironmaking and Steelmaking. – 2011. Volume 38. Number 5. – P. 353-358.
4. Казак О.В. Электровихревое движение расплава в печах постоянного тока с подовым электродом / О.В. Казак, А.Н. Семко // Инженерно-физический журнал. – 2011. Том 84. №1. – С. 209-217

ПЕРЕМЕШИВАНИЕ И ПОПЕРЕЧНЫЙ ПЕРЕНОС В МЕАНДРИРУЮЩИХ ТЕЧЕНИЯХ

Т.С.Краснопольская
Институт гидромеханики НАН Украины, Киев

Понимание закономерностей поверхностной циркуляции океанских вод является важнейшей задачей естествознания в силу принципиального влияния температуры Мирового океана на изменение глобального климата. Данная работа посвящена исследованию процессов смешивания и массопереноса в меандрирующих течениях, к которым относится течение Гольфстрим, переносящее большие массы теплой воды вдоль атлантического побережья североамериканского континента. На основании предложенного в работе [1] моделирования меандрирующего течения вихревой дорожкой Кармана рассматриваются интересующие процессы при взаимодействии с кругооборотами [2], а также при образовании отсеченных вихрей. Для изучения процессов смешивания и массопереноса применен метод слежения за деформацией контура выделенной круговой области, который был предложен и широко разрабатывался в работах Мелешко В.В. [3,4] . А впервые предложенное отслеживание обратно во времени деформации выделенной области дает возможность показать из какой части течения данное круговое пятно сформировалось. Так было показано, что около половины площади круговой области над впадиной третьего меандра формируется из теплой части течения и, таким образом, впервые демонстрируется, как теплая жидкость переносится поперечно течению в окружающую холодную область.

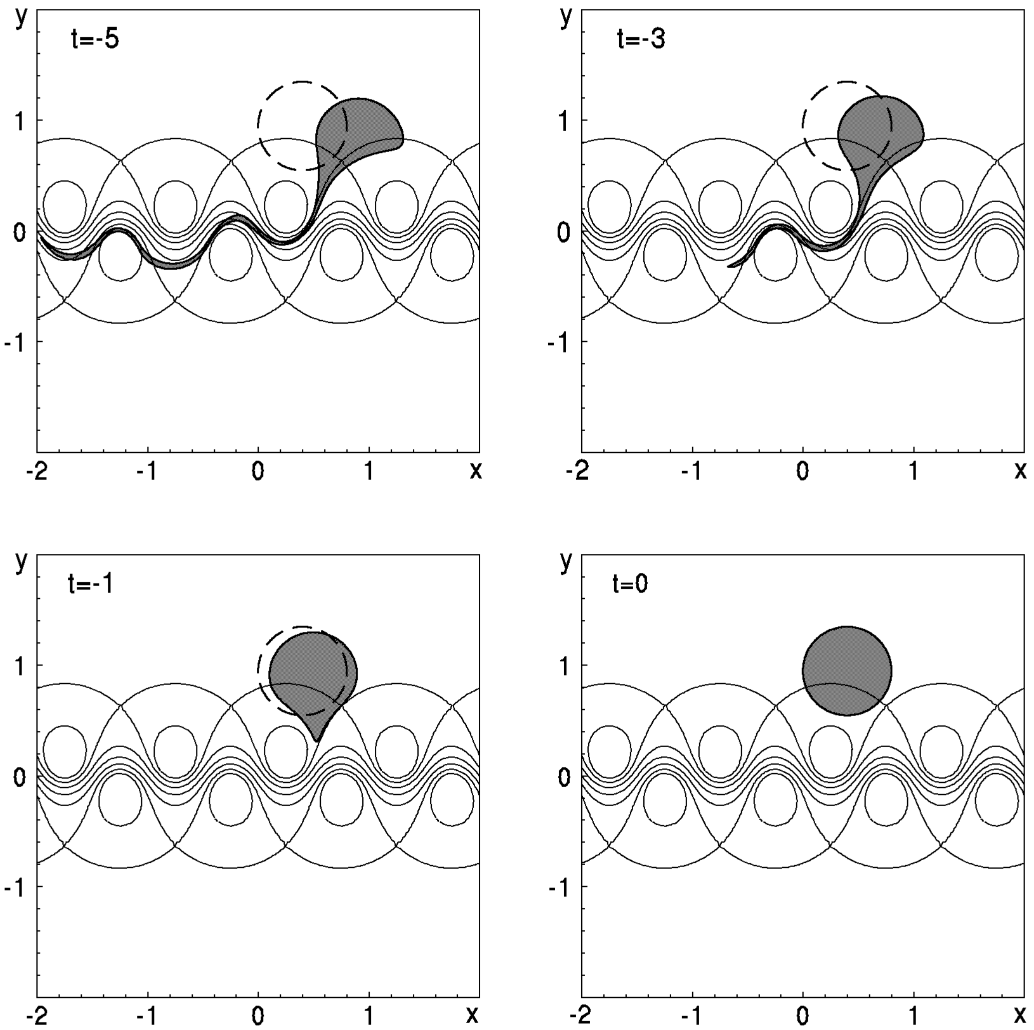


Рисунок 1. Вынос жидкости из струи при взаимодействии с кругооборотами.

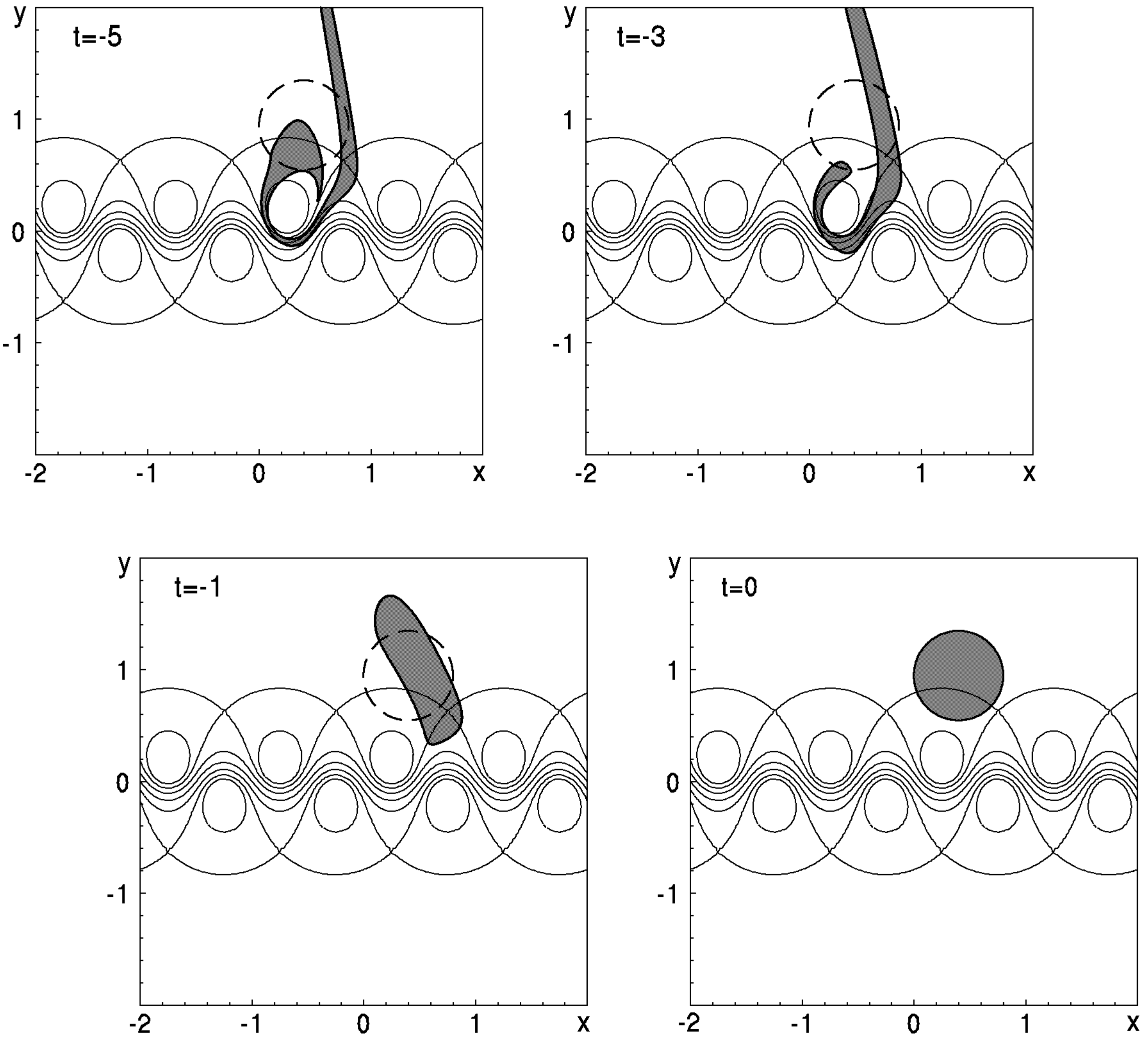


Рисунок 2. Вынос жидкости при образовании отсеченных вихрей.

1. Краснопольская Т.С., Ильченко В.Н. **Кинематическая модель течения Гольфстрим,** *Прикладна гідромеханіка*. – 2008.- Т.10, № 4.- С. 43 -51.
2. Дийкстра Х.А. **Нелинейная физическая океанография**.- М.-Ижевск: НИЦ „Регулярная и стохастическая динамика. Інститут комьютерніх исследований. 2007.- 680 с.
3. Мелешко В.В., Краснопольская Т.С. **Смешивание вязких жидкостей,** *Нелинейная динамика.* - 2005. - Т. 1, № 1. - С. 69-109.
4. Краснопольская Т.С., В.Н.Ильченко, В.В.Мелешко, А.В. Стеценко **Моделирование процессов поперечного переноса в меандрирующем течении,** *Прикладна гідромеханіка,* 2011, т.13(85), № 2, -С. 28-36.

АСИМПТОТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ПРОЦЕССОВ ВЯЗКО-НЕВЯЗКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

И.И. Липатов

1. Введение.

Среди работ, посвященных исследованию течений вязкой жидкости следует упомянуть две работы, сыгравшие исключительную роль в развитии гидродинамики.

Первая из них принадлежит Людвигу Прандтлю [1] и была представлена почти столетие назад на математическом конгрессе в Гейдельберге. В этой работе были заложены основы теории пограничного слоя. В основу теории течений вязкой жидкости были положены опытные данные и физические соображения о малом влиянии вязкости при больших числах Рейнольдса.

Вторая работа была несколько позднее выполнена создателем квантовой механики Вернером Гейзенбергом [2] и была посвящена развитию теории гидродинамической устойчивости и, в частности, исследованию решений линейной теории устойчивости при больших числах Рейнольдса. В дальнейшем оба этих направления получили интенсивное развитие.

Более пятидесяти лет тому назад Джеймс Лайтхилл [3] представил модель распространения возмущений в пограничных слоях и сформулировал линейную постановку задачи, в которой существенную роль играли процессы взаимодействия течения в пограничном слое и внешнего сверхзвукового течения.

Дальнейший прогресс был связан с формулированием и развитием методов асимптотического анализа задач математической физики, в том числе и проблем гидродинамики при больших или малых значениях параметров [4-6]. Эти методы были использованы для формального вывода уравнений пограничного слоя и решения ряда других задач, в том числе и таких, для которых классическая теория пограничного слоя оказалась неприменимой. Основные предположения теории Прандтля были связаны с малостью продольных градиентов по сравнению с поперечными, а также с безотрывным режимом обтекания.

Асимптотический анализ позволил установить, что процессы вязко-невязкого взаимодействия играют существенную роль и при возникновении отрыва пограничного слоя. Для описания указанных процессов была создана нелинейную теория взаимодействия [7-9].

Развитие теории гидродинамической устойчивости шло по пути исследования линейных процессов, хотя и были разработаны методы изучения слабонелинейных процессов неустойчивости[10-11].

В дальнейшем теория взаимодействия была обобщена для описания нестационарных процессов [12] . Линейный аналог этой теории [13-15] как оказалось, описывал развитие длинноволновой неустойчивости в пограничных слоях. При этом в пределе при малых амплитудах возмущений теория взаимодействия приводила к тем же результатам, что были получены Гейзенбергом в пределе при больших числах Рейнольдса. В работе [2] вначале делалось предположение о малой амплитуде возмущений, а затем о большой величине числа Рейнольдса. При выводе теории взаимодействия наоборот вначале делалось предположение о том, что число Рейнольдса велико, а затем следовала линеаризация уравнений для малых амплитуд возмущений. В то же время нелинейная теория взаимодействия, хотя и справедлива только при больших числах Рейнольдса, позволяет исследовать нелинейные процессы, в том числе и гидродинамическую неустойчивость.

В данной работе обсуждаются вопросы приложения теории взаимодействия для исследования развития возмущений, хотя и малой амплитуды, но превосходящей такие величины, при которых в области нелинейных возмущений существенно влияние вязкости.

Список литературы

1. Prandtl L. Uber Flussigkeitsbewegung bei sehr kleiner Reibung // Verhandlg. III. Intern. Kongr. Heidelberg 1904. S. 484-491.
2. Heisenberg W. Uber Stabilitat und Turbulenz von Flussigkeitsstromen // Ann. Phys. Lpz. N 4. 74. S. 577-627.
3. Lighthill M.J. On boundary layers and upstream influence. I. Supersonic flows without separation // Proc. Roy. Soc. London.ser. A.1953. Vol. 217. N 1131. P. 478-507.
4. Friedrichs K.O. Special topics in fluid dynamics. New York Univ. 1953.
Kaplun S. The role of coordinate systems in boundary-layer theory // Z. Angew. Math. Phys. N 5. 1954.
5.Lagerstrom P.A. Note on the preceding two paper // J. Math. Mech.1957. N 6. 605-606.
6. Нейланд В.Я. К теории отрыва ламинарного пограничного слоя в сверхзвуковом плтоке // Изв. АН СССР. МЖГ. N 4. С. 53-57.
7. Stewartson K., Williams P.G. Self-induced separation // Proc. Roy.Soc. London.ser. A. 1969. Vol. 312. N. 1509. P. 181-206.
8. Messiter A.F. Boundary layer flow near the trailing edge of a flat plate // SIAM J. Appl. Math. 1970. Vol. 18. N.1 P. 241-257.
9. Stuart J.T. Nonlinear stability theory // Annu. Rev. Fluid Mech. 1971. Vol. 3. P. 347-370.
10. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. М.: Наука. Гл. ред. физ-мат. лит. 1986. 736 с.
11. Рыжов О.С. Уравнение нестационарного пограничного слоя с самоиндуцированным давлением // Докл. АН СССР. 1977. Т. 234. N 4. С. 780-783.
12. Жук В.И., Рыжов О.С. О решениях дисперсионного уравнения из теории свободного взаимодействия пограничного слоя // Докл. АН СССР. 1979. Т. 247. N 5. С. 1085-1088.
13. Жук В.И. , Рыжов О.С. Об асимптотике решений уравнения Орра-Зоммерфельда, задающих неустойчивые колебания при больших значениях числа Рейнольдса // Докл. АН СССР. 1983. Т. 268. N 6. С. 1328-1332.
14. Жук В.И. Об асимптотике решений уравнения Орра-Зоммерфельда в областях, примыкающих к двум ветвям нейтральной кривой // Изв. АН СССР.МЖГ. 1984. N 4. С. 3-11.
15. Нейланд В.Я. Асимптотические задачи теории вязких сверхзвуковых течений // тр. ЦАГИ. 1974. Вып. 1529. С.1-125.

ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ СЖИМАЕМОСТИ ЖИДКОСТИ НА ПАРАМЕТРЫ ГИДРОПУШКИ

Ю.В. Локтюшина, А.Н. Семко
Донецкий национальный университет, г. Донецк, Украина;

Многие технические задачи гидродинамики включают случаи нестационарного движения жидкости. К ним относятся физические процессы, связанные с кратковременным и интенсивным воздействием на жидкость (удар, взрыв, электрический разряд). Существенной особенностью таких движений жидкости является то, что они носят ярко выраженный волновой характер, который проявляется во взаимодействии волн с границами раздела сред и между собой. Пренебрежение сжимаемостью в этих случаях может привести как к существенным количественным, так и качественным искажениям результатов, которые связаны с конечной скоростью протекания процессов и распространения волн. С другой стороны кратковременность процессов позволяет пренебречь вязкостью и теплопроводностью жидкости, процесс считать адиабатическим, а жидкость – идеальной. Такие течения описываются уравнениями нестационарной газовой динамики с соответствующими начальными и граничными условиями.

В настоящей работе в рамках модели идеальной сжимаемой жидкости для квазиодномерного приближения проведена оценка влияния сжимаемости жидкости на параметры гидропушки (ГП). Получены распределения скорости и давления жидкости по длине ГП на разные моменты времени. Рассчитаны параметры, характеризующие эффективность ГП, которые сравниваются с соответствующими значениями для водяного заряда.

Механика ГП рассматривается в квазиодномерной постановке, вязкость жидкости, деформации корпуса, давление воздуха в сопле не учитываются, передний фронт жидкости считается плоским. В этом случае уравнения нестационарного движения идеальной сжимаемой жидкости в ГП можно записать в виде

$$\frac{\partial \rho F}{\partial t} + \frac{\partial \rho u F}{\partial x} = 0\,, \tag{1}$$

$$\frac{\partial \rho u F}{\partial t} + \frac{\partial \left(\rho u^2 + p\right)}{\partial x} = p\frac{dF}{dx}\,. \tag{2}$$

Здесь u, p и ρ – скорость, давление и плотность, x и t – координата и время, $F = F\left(x\right)$ – площадь поперечного сечения сопла, которая является заданной функцией координаты x [1].

Используя уравнение Тейта $\rho = \rho_0\left(p/B+1\right)^{1/n}$ [2], можно исключить давление и получить для изоэнтропических течений замкнутую систему уравнений для u и ρ [1].

$$\frac{\partial \rho F}{\partial t} + \frac{\partial \rho u F}{\partial x} = 0\,, \tag{3}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{u^2}{2} + \frac{c_0^2}{n-1}\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{n-1}\right) = 0\,, \tag{4}$$

где c_0, ρ_0 – скорость звука и плотность при атмосферном давлении.

Уравнения (3) и (4) однородные и имеют дивергентную форму. Эти свойства использованы для построения разностной схемы для численного решения уравнений движения жидкости.

Расчеты проводились для лабораторной ГП, размеры и параметры которой взяты из работы [3]: радиус ствола и входа в сопло $R_c = 33$ ìì, радиус выхода из сопла $R_s = 5$ ìì, длина сопла $L_s = 253$ ìì, начальная скорость поршня и заряда жидкости $u_0 = 76{,}2$ ì/с, масса поршня $m_p = 2{,}25$ êã, масса жидкости $m = 0{,}85$ êã. Профиль сопла экспоненциальный, который описывается уравнением $R(x) = R_c e^{-kx}$, где $k = L_s^{-1} \ln R_c / R_s$. Начало координат совмещено с входом в сопло. Параметры рассчитывались для нормального гептана, метанола, воды, анилина, глицерина.

Для оценки влияния сжимаемости жидкости на эффективность ГП были использованы следующие критерии: максимальная скорость струи $u_{\max}$, максимальное давление в установке $p_{\max}$, динамическое давление струи $p_b = \rho u_{\max}^2 / 2$, импульс высокоскоростного участка струи $I = \int_{t_0}^{t_{v_{\max}/\sqrt{2}}} \rho u^2 F_s dt$, коэффициент превышения давления $k_p = \rho u^2 / 2 p_{\max}$, коэффициент преобразования энергии $k_e = 0{,}5 E_0^{-1} \int_{t_0}^{t_{v_{\max}/\sqrt{2}}} \rho u^3 F_s dt$ [4].

На основании полученных данных сделана комплексная оценка эффективности ГП в зависимости от сжимаемости рабочих жидкостей (таблица 1). Она проводилась по 100-бальной шкале согласно методике [4] для следующих критериев: $\tilde{u}_{\max}$, $\tilde{p}_{\max}^{-1}$, $\tilde{p}_b$, $\tilde{I}$, $\tilde{k}_p$, $\tilde{k}_E$. Наиболее эффективным считалась жидкость с наибольшей суммой баллов.

Таблица 1 – Комплексная оценка эффективности ГП для рабочих жидкостей

№ п/п	Вид жидкости	Критерий						Σ
		$\tilde{u}_{\max}$	$\tilde{p}_{\max}^{-1}$	$\tilde{p}_b$	$\tilde{I}$	$\tilde{k}_p$	$\tilde{k}_E$	
1	н-гептан	87	39	41	50	100	45	362
2	метиловый спирт	88	46	48	64	100	55	401
3	вода	96	71	73	74	99	69	482
4	анилин	99	79	79	81	97	79	514
5	глицерин	100	100	100	100	96	100	596

По результатам расчетов видно, что из рассмотренных жидкостей, наилучшие показатели имеет глицерин, у которого максимальные значения всех главных параметров ГП, за исключением коэффициента превышения давления (рейтинг 596). Хорошие показатели у анилина, у которого высокие показатели по всем критериям, кроме k_p (рейтинг 514). У метилового спирта и нормального гептана максимальный коэффициент превышения давления. Худшие показатели у н-гептана (рейтинг 362). Следовательно, наиболее эффективной является слабосжимаемая жидкость.

Список литературы:

1. Семко А. Н. Импульсные струи жидкости высокого давления. Донецк: Вебер (Донецкое отделение), 2007. – 149 с.

2. Атанов Г. А. Гидроимпульсные установки для получения ультраструй / Г.А. Атанов, Э. Гескин, А.Н. Семко. – Донецк: ДонНУ, 2009. – 200 с.

3. Атанов Г. А. Исследование внутренней баллистики гидропушки / Г. А. Атанов, А. Н. Семко, Ю. Д. Украинский // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа.- 1983.- № 4.- С. 168-170.

4. Решетняк В. В. Оптимизация параметров гидропушки: Дис. канд.т.н.: 01.02.05. Донецк: ДонНУ, 2010. – 167 с.

МОДЕЛИ КОМПАКТНЫХ ВИХРЕЙ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ В ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ГИДРОМЕХАНИКЕ

П.В. Лукьянов
ИГМ НАНУ

Природа компактности любого течения следует из законов сохранения и превращения энергии. Если мы откроем любой учебник по механике жидкости и газа, то обнаружим, что, например, при обтекании твердых тел (цилиндра, крыла и т.п.) область возмущения потока, вызванная ними, имеет конечные размеры. Иными словами, генерируемые вихревые структуры являются компактными. Тело, возмущающее основной поток, не способно вызвать, за конечный промежуток времени, изменения кинетической энергии, равные бесконечности.

Компактность течения напрямую связана с его когерентностью. Если в механике жидкости и газа под когерентностью понимают продолжительное существование во времени и пространстве, то более общая физическая трактовка этого понятия – это согласованность течения с действием на него диссипативных сил. Чтобы жидкая структура могла находиться долгое время практически без изменений, необходимо, чтобы действие молекулярной и турбулентной диффузии сводилось на нет. Отсюда и следует ограниченность класса математических функций, которые могут описывать когерентные структуры в жидкости и газе.

К сожалению, математические модели течений, на которых вязкость не способна оказывать воздействие, трактуют как невязкие течения. Как раз все есть с точностью до наоборот: также как в стратифицированной жидкости и газе, при вертикальной устойчивой стратификации, последняя позволяет существовать лишь вихревым движениям с вертикальной осью вращения, так как неспособна подавлять такое движение, так и вязкость, турбулентная или молекулярная, оставляет такие когерентные структуры, на которые она также не способна воздействовать. Классическим примером является ламинарное вращение жидкости между двумя соосными цилиндрами: общее решение этой задачи такое, что вязкость равна нулю, хотя решаются уравнения Навье-Стокса и константы интегрирования находятся как раз из условий прилипания, характеризующих именно вязкую жидкость.

Кинематическим условием существования компактных осесимметричных вихревых течений является компенсированность поля вертикальной компоненты завихренности: интеграл от завихренности по всему объему вихря равен нулю.

$$\int_0^R \omega_z r dr = 0. \tag{1}$$

Если вне вихря завихренность равна нулю, то поле азимутальной скорости также равно нулю [1]. Приведем простейшие модели компактных вихревых течений. Все они компенсированы.

1. Компактный компенсированный вихрь [1,2].

$$V_\theta = \begin{cases} \dfrac{V_0}{a} r, & 0 \le r \le a, \\ \dfrac{V_0 a\left(R^2 - r^2\right)}{\left(R^2 - a^2\right) r}, & a \le r \le R. \end{cases}$$

2. Квазиточечный вихрь[3].

$$V_\theta = \frac{\Gamma}{2\pi r}\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)$$

3. Компактный кольцевой (полый) вихрь [2].

$$V_\theta = \begin{cases} \dfrac{\Omega_0\left(r^2 - r_0^2\right)}{2r}, \quad r_0 \le r \le r_0 + a, \\ \dfrac{\Omega_0\left((r_0+a)^2 - r_0^2\right)}{(r_0+R)^2 - (r_0+a)^2} \dfrac{(r_0+R)^2 - r^2}{2r}, \\ r_0 + a \le r_0 + R. \end{cases}$$

4. Компактный вихрь состоящий из трех и более областей завихренности [2].

$$V_\theta = \begin{cases} \dfrac{\Omega_0^2 r}{2}, \quad 0 \le r \le a, \\ -\dfrac{(\Omega_0 - \Omega_1)\Omega_1 a^2}{2r} + \dfrac{\Omega_1^2 r}{2}, \quad a \le r \le R_1, \\ -B\dfrac{(\Omega_0 - \Omega_1)a^2}{2r} + \dfrac{\Omega_1^2 R_1^2}{2r} + \\ +B\dfrac{\left[\Omega_0 a^2 + \Omega_1\left(R_1^2 - a^2\right)\right]\left(r^2 - R_1^2\right)}{\left(R_2^2 - R_1^2\right)2r}, \\ R_1 \le r \le R_2. \end{cases}$$

Чтобы понять роль этих моделей, достаточно их использовать в численном эксперименте. Задав в начальный момент времени компактный вихрь, во все последующие моменты времени течение будет сохранять свою компактность. В докладе приведен конкретный пример вычислительного эксперимента трехмерного нестационарного течения, где реализуются приведенные модели.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лук'янов П.В. Одновимірні моделі компактних вихрів // Наукові вісті НТУУ КПІ. – 2010 –Т. 4 (72). – №4. – С. 145–150.
2. Лукьянов П.В. Модели компактных компенсированных вихрей и их применение в задачах механики жидкости и газа // Прикл. гідромех.–2011.--т.13(85). – №2. – С. 37–43.
3. Лук'янов П.В.Модель квазіточкового вихору //Наукові вісті НТУУ КПІ. –2011 – Т.4(78). – №4. – С. 139–142.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ МЕЖДУ ВРАЩАЮЩИМИСЯ ЦИЛИНДРАМИ С УСЛОВИЕМ ПЕРИОДИЧНОСТИ НА ГРАНИЦАХ

Ф.А. Максимов, Ю.Д. Шевелев
Институт автоматизации проектирования РАН, Москва

Представлены результаты численного моделирования течений вязкого газа между вращающимися цилиндрами в трехмерной постановке. При рассмотрении трехмерных течений возможности численного эксперимента ограничены по количеству узлов расчетной сетки. При моделировании течения между длинными вращающимися цилиндрами можно существенно уменьшить область интегрирования и при этом исключить концевые эффекты, рассматривая только часть всего цилиндра и задавая на его границах по длине условия периодичности. При этом вводится дополнительный размер – длина рассматриваемого участка цилиндра. Этот искусственно назначаемый размер и расстояние между цилиндрами в рассматриваемой задаче определяют масштаб вихрей Тейлора и, фактически, получаемое решение.

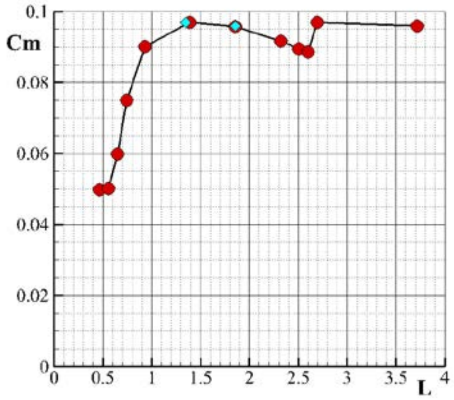
Рассматривается течение между бесконечными цилиндрами. В качестве характерного размера принят радиус внутреннего цилиндра R=1. Радиус наружного цилиндра равен R_2=2. Рассматривается часть длины цилиндра размером L. На границах рассматриваемой области ставятся граничные условия в виде условий прилипания на цилиндрических поверхностях и условия периодичности течения на боковых поверхностях. Решение получается методом установления из первоначально задаваемого плоского течения с разрывом по скорости либо на стенке около вращающегося цилиндра, либо на некотором расстоянии от стенок. Проведены расчеты при различных задаваемых значениях длины периодичности L в условиях, при которых в течении должны образовываться вихри Тейлора. Вращается внутренний цилиндр с угловой скоростью ω, число Рейнольдса $\mathrm{Re} = \frac{\omega R(R_2 - R)}{\nu} = 200.$, где ν - коэффициент кинематической вязкости.

Если задается достаточно малый размер периодичности L, то решение остается плоским и вихри Тейлора не образуются. Момент трения при этом соответствует решению Куэтта. Фактически, при требовании периодичности на малом расстоянии плоское решение дополнительно стабилизируется, не позволяя развиваться трехмерным неустойчивостям. В рассматриваемых условиях плоское решение сохраняется при $L \le 0.56$.

Независимо от варианта начальных условий при достаточно большом значении L в течении развиваются трехмерные неустойчивости, которые в последующем организуются в регулярное трехмерное течение с вихрями Тейлора. В диапазоне размера периодичности $0.65 \le L \le 2.6$ между цилиндрами образуется одна пара вихрей Тейлора. При достижении определенного размера периодичности $L \ge 2.7$ в области течения образуется не 2, а 4 вихря. Фактически при этом определяется максимально возможный размер вихря Тейлора в продольном направлении. Расчеты проводились при L до 4. Очевидно, что при дальнейшем увеличении длины рассматриваемого участка в расчете будет образовываться 6, 8 и так далее, вихрей.

При образовании вихрей Тейлора момент трения существенно увеличивается. На рис.1 в зависимости от размера периодичности L приведен коэффициент момента трения $\mathrm{Cm} = \frac{M}{0.5\rho(\omega R)^2 \pi R^2 L}$. Маркерами приведены рассчитанные точки. При $L \le 0.56$ полученное расчетом значение Cm соответствует решению Куэтта. Течение при этом остается плоским. При $0.65 \le L \le 1.3$ решение ограничено задаваемым размером периодичности с образованием трехмерного течения и ростом момента трения при увеличении L. На участке $1.3 \le L \le 2.6$ момент трения постепенно уменьшается. Такой же характер изменения Cm можно предположить в дальнейшем на участке $2.7 \le L \le 5.2$. На рис.1 светлыми маркерами приведены две точки, полученные при L=2.7 и 3.7 и перемещенные делением абсциссы на 2.

Значения момента трения ложатся на линию, полученную при меньших значениях L.



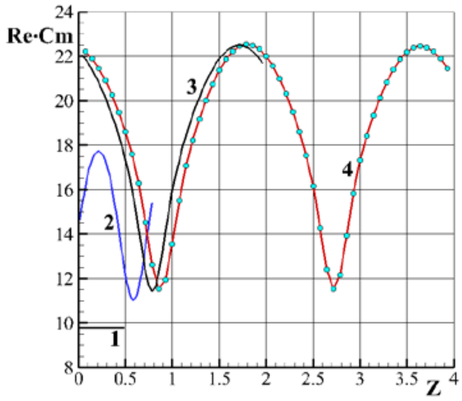
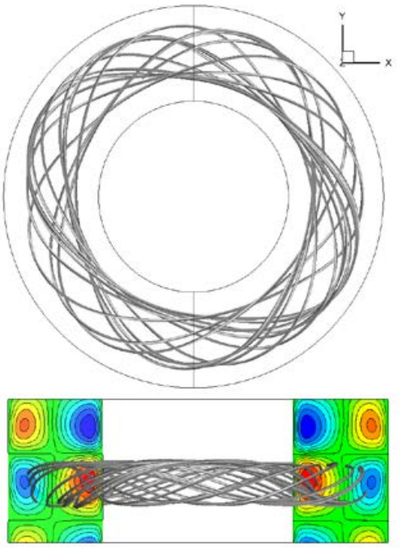


Рисунок 1 Рисунок 2

На рис.2 приведено распределение величины Re·Cm по длине цилиндра Z. Линии 1, 2, 3 и 4 соответствуют расчетам при L=0.464, 0.743, 1.857 и 3.714. Распределения трения при L=1.857 и 3.714 идентичны. На линии 4 приведены маркерами точки, на основе которых поострена линия. При дальнейшем увеличении L необходимо использовать сетки с большим количеством узлов.

На рис.3 в качестве примера расчета приведена одна линия тока в двух проекциях, визуализирующая вихрь Тейлора (L=1.4).



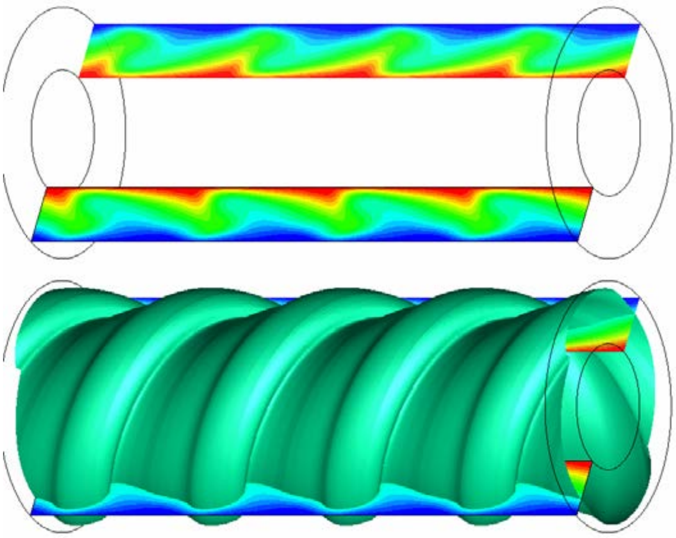


Рисунок 3 Рисунок 4

Условие периодичности может быть поставлено и в условиях, когда, например, внутренний цилиндр движется вдоль оси. На рис.4 приведен пример расчета с образованием спиралевидных вихрей Тейлора. В этих условиях размер периодичности может быть выбран из соотношения скоростей стенки цилиндра в продольном и окружном направлениях.

Моделирование проводилось на многопроцессорной вычислительной машине. Распараллеливание осуществлено на основе геометрической декомпозиции расчетной области. Расчеты проводились на МВС-100К МСЦ РАН.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБТЕКАНИЯ СФЕРЫ ПОТОКОМ ВЯЗКОЙ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ

В.С.Малюга

Институт гидромеханики НАН Украины, Киев

В природе звук возбуждается при обтекании твёрдых тел потоком среды за счёт образования и отрыва вихрей, например при обдувании ветром проводов, труб, гребней морских волн и т.д. История изучения звуковых полей, рожденных потоком, подробно изложена в [1]. В [2, 3] мы численно моделировали обтекание потоком бесконечного кругового цилиндра, и проводили численный расчет звукового поля, порожденного таким течением. Однако, двумерные задачи являются идеализацией, не имеющей места в реальной жизни. Поэтому для практических целей приходится решать трехмерные задачи. Тем более, что развитие современных компьютерных технологий позволяет проводить численное моделирование трехмерных течений.

В данной работе мы численно моделируем обтекание сферы потоком вязкой несжимаемой жидкости в широком диапазоне чисел Рейнольдса, вплоть до $Re = 10^6$. Данная задача является хорошим тестом используемых численных процедур, поскольку в рассматриваемом диапазоне чисел Рейнольдса происходит переключение различных режимов течения, начиная от ламинарного стационарного обтекания при малых числах Рейнольдса и заканчивая нестационарным турбулентным потоком при $Re = 10^6$. Детально исследуются пять различных режимов течения:

- стационарный осесимметричный ламинарный режим ($20 < Re < 210$). След за сферой имеет форму вихревого кольца, которое не отрывается от поверхности сферы. С ростом числа Рейнольдса кольцо лишь удлиняется вниз по потоку, однако остается присоединенным к сфере;
- стационарный ламинарный режим с симметрией относительно некоторой плоскости ($210 < Re < 270$). След за сферой представляет собой две вытянутые по потоку вихревые трубки, равной мощности и противоположного знака;
- периодический ламинарный режим с симметрией относительно плоскости ($270 < Re < 400$). Происходит периодический сброс связанных вихревых петель. Симметрия относительно плоскости все еще сохраняется;
- нестационарный асимметричный режим ($400 < Re < 1000$). Вихревые петли продолжают срываться с поверхности сферы, но азимутальный угол, на котором они формируются, начинает осциллировать иррегулярным образом. Симметрия относительно плоскости нарушается;
- турбулентный режим ($Re > 1000$). Отдельно рассматриваются режим турбулентного течения с ламинарным пограничным слоем ($Re = 10^4$) и режим турбулентного течения с турбулентным пограничным слоем ($Re = 10^6$). В диапазоне $1000 < Re < 3.8\text{x}10^5$ вихревые петли продолжают сбрасываться, но все более иррегулярным образом. Хотя периодические флуктуации в следе все еще явно выражены. В диапазоне $3.8\text{x}10^5 < Re < 1.14\text{x}10^6$ область следа существенно сжимается, сопротивление резко падает, периодический сброс вихрей более не наблюдается.

Таким образом, природа потока вокруг сферы изменяется драматически с ростом числа Рейнольдса. Чем выше число Рейнольдса, тем более сложным является течение.

Алгоритм численного решения сформулированной задачи детально описан в [4] и использован в [5] для численного моделирования течения в канале с двумя последовательно расположенными стенозами. Этот алгоритм основан на использовании метода конечных объемов, который в настоящее время можно считать наиболее популярным численным подходом в задачах механики жидкостей. При расчетах использовались библиотеки тулбокса с открытым кодом OpenFOAM, а для дискретизации дифференциальных операторов, входящих в систему уравнений Навье-Стокса, использовались схемы второго порядка. Для интерполяции конвективных членов использовалась TVD схема, имплементированная в OpenFOAM (limitedLinearV), которая соответствует обобщенной кусочно-линейной схеме Chakravarthy-Osher. Для связанного расчета поля скорости и давления использовалась процедура PISO. Для решения полученной системы линейных алгебраических уравнений использовались солверы PCG и PBiCG - итерационные солверы, использующие методы сопряженных и бисопряженных градиентов с предобусловливанием для симметричных и асимметричных матриц, соответственно. Особо следует отметить процедуру генерации сетки, так как в трехмерных задачах адекватно выбранная процедура генерации сетки позволяет существенно сократить число контрольных объемов. В данной работе мы использовали утилиту snappyHexMesh, имплементированную в OpenFOAM. Во всей расчетной области задавалась эквидистантная гексаэдральная сетка, а затем при помощи утилиты snappyHexMesh улучшение сетки проводилось только в требуемой области течения. Для рассматриваемого течения это окрестность поверхности сферы и область за сферой, где распространяются срывающиеся вихри. Всего число контрольных объемов расчетной сетки варьировалось от 5,2 млн. до 10,2 млн. контрольных объемов, а линейные размеры ячеек вблизи поверхности сферы не превышали 10^{-3} – $2.5x10^{-4}$ диаметра сферы. Распараллеливание вычислений проводилось на основе принципа геометрического параллелизма. То есть расчетная область разбивалась на подобласти, каждая из которых приписывалась отдельному расчетному ядру. Для распараллеливания использовалась технология OpenMPI. Расчеты проводились на кластерном суперкомпьютере СКИТ в Институте кибернетики НАН Украины. С целью проверки эффективности распараллеливания вычислений расчеты проводились на разном числе расчетных ядер: от 4 до 64.

С целью проверки точности расчетов мы вычисляли коэффициенты сопротивления и подъемной силы, а также значения числа Струхаля. Результаты расчетов сравнивались с численными и экспериментальными данными других авторов, среди которых здесь упомянем лишь три работы [6 – 8].

[1] *Вовк И. В., Гринченко В. Т.* Звук, рожденный потоком – Киев: Наукова думка, 2010. – 221 с.

[2] *Вовк И.В., Малюга В. С.* Об одном методе оценки звукового поля эоловых тонов // Акуст. Вісник – 2010. – **13**, N 2 – С. 3-19

[3] *Малюга В. С.* Численный расчет акустического поля эоловых тонов // Доп. НАНУ – 2011. – N 9 – С. 56-61

[4] *Малюга В. С.* Численное исследование течения в канале с двумя последовательно расположенными стенозами. Алгоритм решения // Прикл. Гідромех. – 2010. – **12**, N 4 – С. 45-62

[5] *Вовк И. В., Гринченко В. Т., Малюга В. С.* Особенности движения среды в каналах со стенозами // Прикл. Гідромех. – 2009. – **11**, N 4 – С. 17–30

[6] *Taneda, S.* Visual observations of the flow past a sphere at Reynolds numbers between 10^4 and 10^6 // J. Fluid Mech. – 1978. – **85 –** p.187-192

[7] *Achenbach, E.* Vortex shedding from spheres // J. Fluid Mech. – 1974. – **62 –** p. 209-221 [8] *Constantinescu, G.S., Squires, K.D.* Numerical investigations of flow over a sphere in the subcritical and supercritical regimes // Phys. Fluids – 2004. – **16 – p.** 1449-1466

ПОБУДОВА ГІБРИДНИХ МОДЕЛЕЙ ТУРБУЛЕНТНОЇ В'ЯЗКОСТІ

В.Т. Мовчан, Є.О. Шквар (НАУ, Київ)

Пропонуються два нові підходи, що розвиваються авторами в напрямку розробки моделей турбулентності гібридної структури з метою об'єднання алгебраїчних та диференціальних способів математичного опису турбулентного руху. Одним з них є гібридна модель, що має наступну структуру:

$$\nu_t = \nu_{t\ out}\, th\frac{\nu_{t\ in}}{\nu_{t\ out}},\ \nu_{t\ in} = lD_m,\ l = \kappa y\sqrt{\tau^+}\upsilon_*, \tag{1}$$

$$D_m = th\frac{sh^2(\kappa_1 y^+\sqrt{\tau^+})\,th[sh^2(\kappa_2 y^+\sqrt{\tau^+})]}{\kappa y^+\sqrt{\tau^+}},\ \nu_{t\,out} = C_1\frac{k^2}{\varepsilon},$$

де ν_t– коефіцієнт кінематичної турбулентної в'язкості; $\kappa_1, \kappa_2, \kappa, C_1$ – модельні коефіцієнти; $y^+ = y\upsilon_*/\nu$ – координата y, обезрозмірена згідно закону стінки; ν– коефіцієнт кінематичної в'язкості; $\upsilon_* = \sqrt{\tau_w/\rho}$ – динамічна швидкість; $\tau^+ = \tau/\tau_w$ – обезрозмірене напруження тертя за його значенням на поверхні τ_w, що визначається залежно від параметру градієнта тиску $p^+ = \frac{\nu}{\rho\upsilon_*^3}\frac{dp}{dx}$ наступним чином: $\tau^+ = 1 + p^+y^+$ при $p^+ \geq 0$ та $\tau^+ = (1 - p^+y^+)^{-1}$ при $p^+ < 0$; p – осереднений тиск; ρ – густина.

У основу ще одного альтернативного підходу до побудови гібридної моделі турбулентності покладено знайдені авторами наступні наближено-аналітичні розв'язки для опису розподілів $k(y)$, $\varepsilon(y)$ та $\tau(y)$ у внутрішній області, а саме у в'язкому і буферному прошарках:

$$\bar{k} = \frac{k}{\upsilon_*^2\tau^+} = \frac{1}{C_0}th(\kappa_1 y^+\sqrt{\tau^+})\sqrt{th[sh^2(\kappa_2 y^+\sqrt{\tau^+})]}, \tag{2}$$

$$C_0 = 0{,}16[1 + th(0{,}13\, y^+\sqrt{\tau^+})],$$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\varepsilon\nu}{\upsilon_*^4\tau^{+2}} = \frac{th^2(\kappa_{11}\sqrt{k^+})}{ch^2(\kappa_{11}\sqrt{k^+})}th[sh^2(\kappa_{22}\sqrt{k^+})] + D_\varepsilon \tag{3}$$

$$k^+ = \frac{y\sqrt{k}}{\nu},\quad D_\varepsilon = 0{,}0316\frac{\bar{k}D_0}{k^+},\quad D_0 = 1 - th[0{,}5\sqrt{k^+}(\sqrt{k^+} - 4{,}3)],$$

$$\bar{\tau} = \frac{-\overline{u'\upsilon'}}{\upsilon_*^2\tau^+} = th^2(\kappa_{11}\sqrt{k^+})th[sh^2(\kappa_{21}\sqrt{k^+})], \tag{4}$$

а для логарифмічної області: $\bar{k} \cong 1/C_0$, $\bar{\tau} \cong 1$, $\bar{\varepsilon} = 1/(\kappa_{01}k^+)$.

Наведені аналітичні наближення (2-4) дозволили запропонувати наступну однопараметричну диференціальну модель для k у пристінній області, доповнену алгебраїчною моделлю для ε:

$$\bar{\nu}_{t\,in} = \kappa_{01}k^+\nu D_m,\quad D_m = th\frac{sh^2(\kappa_{11}\sqrt{k^+})\,th[sh^2(\kappa_{21}\sqrt{k^+})]}{\kappa_{01}k^+}, \tag{5}$$

$$\bar{\varepsilon} = max(\hat{\varepsilon}_1, \hat{\varepsilon}_2),\quad \hat{\varepsilon}_1 = \frac{th^2(\kappa_{11}\sqrt{k^+})}{ch^2(\kappa_{11}\sqrt{k^+})}th[sh^2(\kappa_{22}\sqrt{k^+})] + D_\varepsilon,\quad \hat{\varepsilon}_2 = (\kappa_{01}k^+)^{-1},$$

$$D_\varepsilon = 0{,}0316\frac{\bar{k}D_0}{k^+},\quad D_0 = 1 - th[0{,}5\sqrt{k^+}(\sqrt{k^+} - 4{,}3)],$$

де κ_{01}, κ_{11}, κ_{21}, κ_{22}, κ_1, κ_2 – модельні коефіцієнти.

На рис. 1-4 представлені співставлення розрахунків за розробленими моделями (1) та (2-5) у пристінній області як між собою, так і з відомими аналітичними залежностями та даними експериментів. Отримані результати дозволяють дійти висновку про несуперечливість отриманих результатів, покращену деталізацію аналітичного опису визначальних параметрів турбулентного руху поблизу обтічної поверхні та, як наслідок, перспективність подальшого розвитку розроблених гібридних моделей турбулентності алгебро-диференціальної структури.

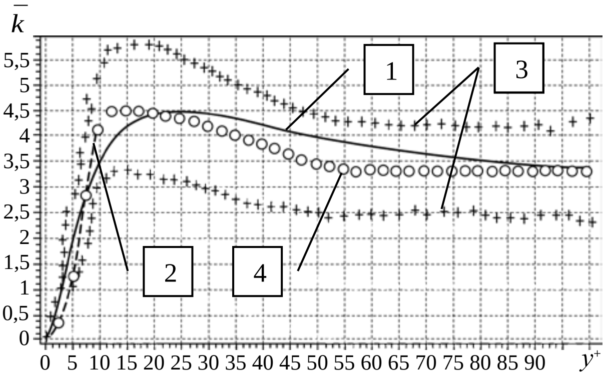


Рис. 1. Залежність $\bar{k}(y^+)$ в околі стінки: 1 – розрахунок за (2); 2 – апроксимація $\bar{k} = 0{,}05(y^+)^2$; 3 – експериментальні дані, зібрані Коулсом (1978р.); 4 - експериментальні дані Patel, Rodi and Scheuerer (1985р.)

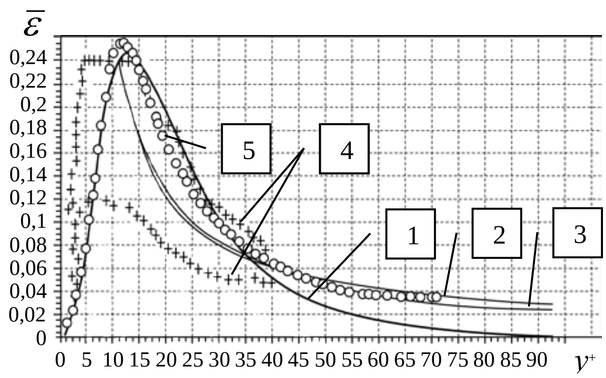


Рис. 2. Залежність $\bar{\varepsilon}(y^+)$ в околі стінки: 1 – розрахунок за (3); 2 – апроксимація $\bar{\varepsilon} = 1/(\kappa_{01}k^+)$; 3 – апроксимація $\bar{\varepsilon} = 1/(\kappa y^+)$; 4 – експериментальні дані, зібрані Коулсом; 5 – експериментальні дані Лауфера

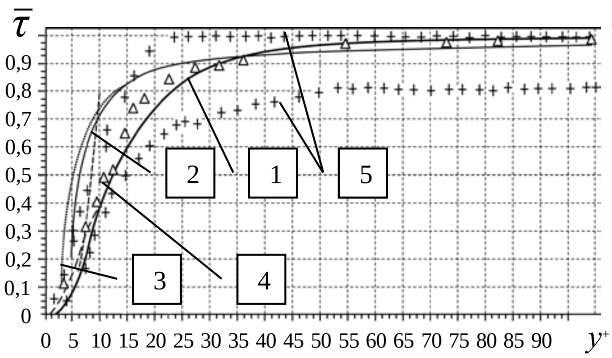


Рис. 3. Залежність $\bar{\tau}(y^+)$ в околі стінки: 1 – розрахунок за (4); 2 – апроксимація $\bar{\tau} = 1 - 1/(k_0 y^+)$; 3 – апроксимація $\bar{\tau} = 1 - 1/(\kappa_{01}k^+)$; 4 – експериментальні дані Аббрехта; 5 - експериментальні дані, зібрані Коулсом

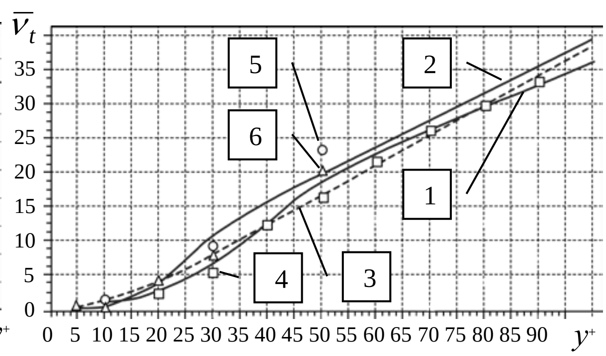


Рис. 4. Залежність $\bar{\nu}_t(y^+)$ в околі стінки: 1 – розрахунок за (5); 2 – розрахунок за алгебраїчною складовою моделі (1); 3 – розрахунок за формулою Ван-Дріста; 4 – експериментальні дані Шубауера; 5 – експериментальні дані Лауфера; 6 – експериментальні дані Аббрехта

РОЗРАХУНКИ ШТУЧНИХ ТОНКИХ ОСЕСИМЕТРИЧНИХ КАВЕРН ДЛЯ РІЗНИХ ФОРМ РОЗТАШОВАНИХ В НИХ КОРПУСІВ

І.Г. НЕСТЕРУК, Б.Д. ШЕПЕТЮК

Інститут гідромеханики НАН України
Чернівецький Національний університет ім. Ю. Федьковича

Суперкавітаційний режим обтікання може значно зменшувати опір тіл, що рухаються у воді з великими швидкостями. Наступного року ми відзначатимемо 100 років з дня народження академіка Г.В.Логвиновича, який зробив видатний внесок в теоретичні та експериментальні дослідження суперкавітації, а також в практичні застосування цього явища. Запропонований ним принцип незалежності [1] і досі залишається потужним засобом розрахунків видовжених нестаціонарних тривимірних каверн. Для збільшення розмірів суперкаверн використовується піддув газу (див., наприклад, [1-10]). Через велику різницю густин води та газу змінами тиску в газовому потоці, як правило, нехтують і вважають тиск на поверхні каверни сталим як в теоретичних [1, 2, 5] , так в експериментальних дослідженнях [9,10].

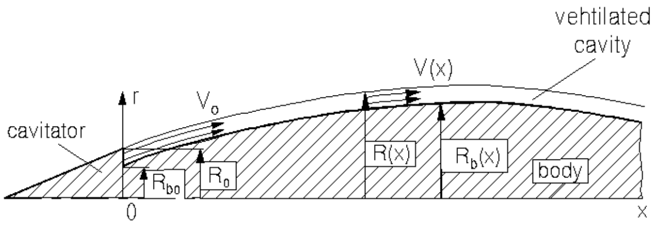


Рис. Осесиметрична суперкавітаційна течія з піддувом газу

Для покращання ефективності суперкавітації (порівняно з безвідривним режимом обтікання) потрібно зменшувати число кавітації і максимально використовувати об'єм каверни для розташування в ньому корпусу апарату (див., наприклад, [11]). Тобто піддув газу повинен відбуватися у вузькому кільцевому каналі між поверхнями каверни та тіла (див. Рис.). При достатньо великій інтенсивності вентиляції тиск на поверхні каверни не можна вважати сталим, тому її форма відрізняється від парової суперкаверни. Це складне явище можна досліджувати шляхом чисельного інтегруванням рівнянь Нав'є-Стокса (див., наприклад, [9]). Деякі цікаві результати були отримані в [12-14] з використанням моделей ідеальної рідини та одновимірного потоку нев'язкого нестисливого газу в кільцевому каналі між поверхнею каверни та тілом обертання. Відповідне рівняння для радіуса $R(x)$ штучної тонкої осесиметричної каверни у невагомій рідині можна записати у вигляді, [12]:

$$\frac{d^2R^2}{dx^2} = \frac{\sigma_0}{\ln\varepsilon} + \Delta[a - \frac{1}{(R^2 - R_b^2)^2}]; \qquad (1)$$

$$\sigma_0 = \frac{2(p_\infty - p_0)}{\rho U^2}, \qquad \Delta = -\frac{\rho_g Q^2}{\pi^2 R_0^4 \rho U^2 \ln\varepsilon}, \qquad a = [1 - \frac{R_{b0}^2}{R_0^2}]^{-2},$$

де всі довжини віднесені до радіуса каверни в її початку R_0; ρ та ρ_g - густини води та газу; U - швидкість потоку води на нескінченності; p_∞ та p_0 - тиски на нескінченності та в перерізі початку каверни ($x = 0$); Q - об'ємне витрачання газу на піддув; R_b та R_{b0} - поточний радіус тіла та його початкове значення при $x = 0$; ε - малий параметр, відношення максимального радіуса системи кавітатор-каверна до її довжини.

В даній роботі детально аналізуються чисельні розв'язки нелінійного диференціального рівняння (1) для випадків штучних каверн, що замикаються на циліндричних корпусах, тілах типу конус-циліндр та еліпсоїд обертання. Показано, що вентиляція може як збільшувати розміри штучних каверн, так і зменшувати. Зокрема, каверни, утворені тонким конічним кавітатором можуть стати нескінченними при деяких обмежених значеннях інтенсивності вентиляції. Ці критичні величини піддуву суттєво зменшуються при зменшенні числа кавітації та ширини кільцевого каналу $1 - R_{b0}$.

Литература:

[1] Логвинович Г.В. 1969, Гидродинамика течений со свободными поверхностями, Киев: Наукова думка.

[2] Эпштейн Л.А. 1970, Методы теории размерностей и подобия в задачах гидромеханики судов, Л.: Судостроение.

[3] Knapp, R.T., Daily J.W., and Hammitt, F.G. 1970, Cavitation, McGraw-Hill, New-York.

[4] Егоров И.Т., Садовников Ю.М., Исаев И.И., Басин М.А. 1971, Искусственная кавитация, Л.: Судостроение.

[5] Spurk, J.H. 2002, "A theory for the gas loss from ventilated cavities", In: High Speed Hydrodynamics, Proc. of Int. Summer Scientific School, Cheboksary, Russia, 191-195.

[6] Zhuravlev, Yu. F., Varyukhin, A.V. 2008, "Numerical simulationof interaction gas jets flowing into water cavity with its free surfaces simulation". Int. Conf. SuperFAST2008, Saint-Petersburg, Russia.

[7] Matveev, K.I., Burnett, T., Ockfen, A. 2009, „Study of Air-Ventilated Cavity Under Model Hull on Water Surface", Ocean Engineering, 36 (12-13), 930-940.

[8] Kuklinski, R., Henoch, C., Castano, J. 2001, „Experimental study of ventilated cavities on dynamic test model". CAV2001, 2001, Pasadena, USA. Pp.1-8.

[9] Wosnik, M., Schauer, T.J., Arndt, R.E.A. 2003, „Experimental study of a ventilated supercavitating vehicle", CAV2003. Osaka, Japan.

[10] Vlasenko, Yu. D. & Savchenko, G. Yu. 2012, Study of the parameters of a ventilated supercavity closed on a cylindrical body. I. Nesteruk (ed.). Supercavitation, Springer, pp. 201-214.

[11] Nesteruk, I. 2012, "Drag Effectiveness of Supercavitating Underwater Hulls". I. Nesteruk (ed.). Supercavitation, Springer, pp. 79-106.

[12] Манова З.І., Нестерук І. Г., Шепетюк Б. Д.. Оцінки впливу інтенсивної вентиляції на форму тонких осесиметричних каверн// Прикладна гідромеханіка. - 2011.- Т. 13 (85). - No.2.- с. 44-50.

[13] Нестерук І.Г., Шепетюк Б.Д. Особливості форми донних штучних осесиметричних каверн// Прикладна гідромеханіка. - 2011.- Т. 13 (85), № 3. – с. 69-75.

[14] Нестерук І.Г., Шепетюк Б.Д. Форма штучних осесиметричних каерн при до- та надкритичних значеннях інтенсивності піддуву// Прикладна гідромеханіка. - 2012.- Т. 14 (86), № 2. – с. 53-60.

ПОВЕРХНОСТНЫЕ ВОЛНЫ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ ПРИ ИСЧЕЗАЮЩЕЙ ВЯЗКОСТИ

Потетюнко Э. Н. (Южный федеральный университет, г. Ростов-на-Дону, Россия),
Leonid Srubshchik (The Cooper Union for Advancement of Science and Art
41 Cooper Square New York NY 10003-7120)

Рассмотрим задачу о волновом движении вязкой несжимаемой жидкости постоянной глубины, вызванном поверхностным напряжением, начальным полем скоростей и начальным возвышением свободной поверхности. Решение задачи проведём на основе линеаризованных уравнений Навье-Стокса [1] в безразмерных переменных [2]:

$$\frac{\partial\vec{v}}{\partial t}+\nabla p-\varepsilon^2\Delta\vec{v}=0,\ div\vec{v}=0;\qquad p=p_г+\lambda z,\ \ \varepsilon^2=\frac{\nu\beta}{\alpha^2},\ \ \lambda=\frac{g\beta^2}{\alpha}; \tag{1}$$

$$t=0,\ \ \zeta=\zeta_*(x,y),\ \ \vec{v}=\vec{v_*}(x,y,z),\ \ div\vec{v_*}=0 \tag{2}$$

$$z=0,\ \ \varepsilon^2\left(\frac{\partial v_x}{\partial z}+\frac{\partial v_z}{\partial x}\right)=P_{*zx}(x,y,t),\ \ \varepsilon^2\left(\frac{\partial v_y}{\partial z}+\frac{\partial v_z}{\partial y}\right)=P_{*zy}(x,y,t) \tag{3}$$

$$z=0,\ -p+\lambda\zeta+2\varepsilon^2\frac{\partial v_z}{\partial z}=-p_{*zz}(x,y,t),\ \ \frac{\partial\zeta}{\partial t}=v_z,\ \ z=-h,\ \ \vec{v}=0 \tag{4}$$

$$|x|\to\infty,\ \ \vec{F_1}\to 0,\ \ \vec{F_1}=\left\{\vec{v},\frac{\partial\vec{v}}{\partial x},p,\frac{\partial p}{\partial x},\overrightarrow{p_{*z}},\vec{v_*},\zeta_*\right\} \tag{5}$$

$$|y|\to\infty,\ \ \vec{F_2}\to 0,\ \ \vec{F_2}=\left\{\vec{v},\frac{\partial\vec{v}}{\partial y},p,\frac{\partial p}{\partial y},\overrightarrow{p_{*z}},\vec{v_*},\zeta_*\right\} \tag{6}$$

Здесь α- единица длины, β- единица времени, $p_г$ - гидродинамическое давление, $p_{*zz}(x,y,t)$- внешнее нормальное напряжение, $p_{*zx}(x,y,t)$, $p_{*zy}(x,y,t)$- внешние касательные напряжения, $\zeta_*(x,y)$- начальное возвышение свободной поверхности, $\vec{v_*}(x,y,z)$- начальное поле скоростей.

Для жидкости бесконечной глубины, покоящейся на бесконечности, следует положить:

$$z\to-\infty,\ \ \vec{v}\to 0,\ \ p\to 0. \tag{7}$$

При $\varepsilon\to 0$ асимптотические разложения решения задачи (1)-(6) строятся в виде:

$$\bar{v}(\varepsilon,x,y,z,t)=\sum_{i=0}^{k}\varepsilon^i\vec{v_i}(x,y,z,t)+\sum_{i=-1}^{k}\varepsilon^i\vec{g_i}\left(x,y,\frac{z}{\varepsilon},t\right)+\sum_{i=0}^{k}\varepsilon^i\vec{b_i}\left(x,y,\frac{z+h}{\varepsilon},t\right)+\vec{u}(\varepsilon,x,y,z,t),$$

$$\vec{v_i}=\{v_{ix},v_{iy},v_{iz}\},\ \ \vec{g}=\{g_{ix},g_{iy},\varepsilon g_{iz}\},\ \ \vec{b_i}=\{b_{ix},b_{iy},\varepsilon b_{iz}\};$$

$$p(\varepsilon,x,y,z,t)=\sum_{i=0}^{k}\varepsilon^i p_i(x,y,z,t)+\sum_{i=-1}^{k}\varepsilon^i h_i\left(x,y,\frac{z}{\varepsilon},t\right)+\sum_{i=0}^{k}\varepsilon^i q_i\left(x,y,\frac{z+h}{\varepsilon},t\right)+q(\varepsilon,x,y,z,t); \tag{8}$$

$$\zeta(\varepsilon,x,y,t)=\sum_{i=0}^{k}\varepsilon^i\zeta_i(x,y,t)+\eta(\varepsilon,x,y,t);$$

$$\frac{\partial\zeta_i}{\partial t}=v_{iz}(x,y,0,t)+g_{i-1z}(x,y,0,t),\ \frac{\partial\eta}{\partial t}=u_z(x,y,0,t,\varepsilon),\ \ i=0,1,2...$$

Здесь в выражениях для $\vec{v}$ и p первая сумма соответствует потенциальной части движения, вторая и третья- вихревой, а $\vec{u}, q$ и η представляют собой остаточные члены асимптотических разложений.

Решение задачи (1)-(6) строится в виде двух итерационных процессов. В первом итерационном процессе находится потенциальная часть решения, регулярно зависящая от ε, во втором итерационном процессе находятся функции пограничного слоя (вихревая часть решения). Для этого из общих уравнений (1)-(6) вычитается регулярная часть решения, делается растяжение переменных $z/\varepsilon = s,\ \ z+h/\varepsilon = s_1$ и после этого в получившихся параболических уравнениях для функций пограничного слоя решение строится в виде степенных рядов по ε, начинающихся с ε^{-1}. Таким образом, сначала при ε^{-1} строятся функции пограничного слоя, удовлетворяющие тем граничным условиям, которым не может удовлетворить потенциальная (регулярная по ε) часть решения. Затем строится нулевое (при ε^0) приближение потенциальной части движения. По нему при ε^0 находится вихревая часть движения. После этого находится первое (при ε^1) приближение регулярной части решения и т.д.

Краевые задачи для первого и второго итерационных процессов решаются при помощи преобразований Фурье по координате x и Лапласа по времени t.

В случае жидкости бесконечной глубины в плоской постановке для конкретно заданных данных $p_{*xz} = 0,\ \ v_* = 0,\ \ \zeta_* = \dfrac{Q}{\pi}\dfrac{b}{x^2+b^2}$ (здесь Q - площадь поднятой жидкости, b - отвечает за ширину поднятой жидкости) построено шесть членов асимптотического разложения по параметру ε, первый из которых имеет вид:

$$\zeta_0 = \frac{Q}{\pi}\int_0^\infty e^{-b\xi}\cos\sqrt{\lambda\xi}t\cos\xi x d\xi = \frac{Q}{\pi\left(x^2+b^2\right)^{\frac{1}{2}}}\sum_{n=0}^{\infty}\left(-1\right)^n\frac{n!\omega_1^n}{\left(2n\right)!}T_{n+1},\quad \omega_1 = \frac{\lambda t^2}{\left(x^2+b^2\right)^{\frac{1}{2}}},$$

$$T_n = T_n\left(\frac{b}{\left(x^2+b^2\right)^{\frac{1}{2}}}\right)$$ - полиномы Чебышева первого рода.

Литература

1. Сретенский Л.Н. О волнах на поверхности вязкой жидкости. Тр.ЦАГИ, 1941, №541
2. Потетюнко Э.Н., Срубщик Л.С. Асимптотический анализ волновых движений вязкой жидкости со свободной границей. ПММ, 1970, т.34, вып.5

ВЛИЯНИЕ РАССТОЯНИЯ ДО ДОРОЖНОГО ПОЛОТНА И УГЛА АТАКИ НА СТРУКТУРУ ОБТЕКАНИЯ И АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ВЫСОКОСКОРОСТНЫХ ТРАНСПОРТНЫХ СРЕДСТВ

А.А. Приходько, М.С. Арсенюк
Днепропетровский национальный университет,
Институт транспортных систем и технологий НАН Украины

В настоящее время перед специалистами в области транспорта многих стран поставлена актуальная проблема по увеличению объема перевозок, пропускной способности авиационного и наземного транспорта, снижению времени перевозок, обеспечению безопасности. Одним из направлений решения проблемы – расширение применения высокоскоростных транспортных средств (ВСНТ) на сверхпроводящих магнитах. Основные проблемы использования высокоскоростных транспортных средств вызваны высокими скоростями, малыми расстояниями до путевой структуры, ростом требований к техническим характеристикам всей транспортной системы. Высокоскоростные транспортные средства на магнитном подвесе развивают большие скорости, порядка 500-600 км/ч. При таких скоростях существенное влияние на динамику движения транспортного средства оказывают аэродинамические силы. Следовательно, исследование аэродинамики ВСНТ – актуальная проблема.

В докладе рассмотрена постановка задачи и результаты численного моделирования обтекания высокоскоростного транспортного средства на сверхпроводящих магнитах. Для численного моделирования обтекания высокоскоростного транспортного средства применяются нестационарные трехмерные осредненные по Рейнольдсу уравнения Навье-Стокса. При замыкании системы уравнений использовалась модель турбулентности SST. На поверхности транспортного средства и экране задавались условия прилипания. На бесконечности задавались параметры невозмущенного потока.

Численное решение системы исходных уравнений получено методом контрольных объемов.

Анализируются результаты двух серий расчетов по исследованию влияния расстояния до путевой структуры и угла атаки высокоскоростного транспортного средства на распределение давления и трения на поверхности, вихревую структуру обтекания корпуса, а также аэродинамические характеристики. В области перед носовой частью ВСНТ образуется область повышенного давления, где поток затормаживается и скорость снижается. Затем, огибая расширяющуюся носовую часть сверху и с боков, поток ускоряется, образуя зоны пониженного давления. Обогнув задние кромки носовой части корпуса, скорость уменьшается примерно до скорости набегающего потока, при этом давление повышается. Лишь малая часть набегающего потока входит в зазор между корпусом и экраном. Часть этого потока носовой части ВСНТ растекается в стороны, остальная часть продолжает прямолинейное движение к корме корпуса. Пограничный слой на центральной части ВСНТ постепенно утолщается. Вдоль нижних и, особенно, верхних кромок формируются продольные вихри, начинающиеся от носа корпуса и продолжающиеся к корме. При обтекании задней кромки корпуса, поток вновь ускоряется, образуя области пониженного давления.

За корпусом наблюдается отрыв потока возле горизонтального перегиба кормы, с образованием возвратного течения и формированием за нижней частью кормы двух крупномасштабных присоединенных вихрей. В потоке дальше за телом у экрана наблюдаются два продольных, противоположно вращающихся вихря. Оба вихря вниз по потоку постепенно расходятся в стороны и увеличивают свой поперечный размер.

Результаты расчетов могут быть использованы для оптимизации аэродинамической формы высокоскоростного транспортного средства на сверхпроводящих магнитах, а также выбора конструктивных параметров системы магнитного подвеса и путевой структуры.

УПРАВЛЕНИЕ ОТРЫВОМ ПОТОКА ВОЗДУХА С ПОМОЩЬЮ ПЛАЗМЕННЫХ АКТУАТОРОВ

Д.А. Редчиц
Институт транспортных систем и технологий НАН Украины

Введение. Управление дозвуковыми потоками воздуха представляет значительный интерес в связи с перспективами развития наземного транспорта, авиации, ветроэнергетики, создании новых типов газовых турбин и других механизмов. Одним из возможных методов воздействия на ламинарный или турбулентный поток воздуха без применения расходных материалов является применение плазменного актуатора (ПА).

Плазменный актуатор состоит из двух расположенных существенно ассиметрично электродов, которые разделены диэлектриком. Один из электродов открытый и контактирует с воздухом, а другой – полностью погружен в диэлектрический материал. Электроды располагаются на аэродинамической поверхности вдоль размаха рассматриваемого обтекаемого тела и являются, как правило, длинными и тонкими.

Среди методов плазменного управления структурой течения воздуха диэлектрический барьерный разряд (ДБР) рассматривается как один из перспективных для практического применения, так как ДБР отличается устойчивой работой при атмосферном давлении без свертывания разряда в сжатую дугу. Диэлектрический барьерный разряд – это электрический разряд в газовой среде, возникающий между двумя электродами, один или оба из которых покрыт диэлектриком.

Анализ плазменных и аэродинамических времен является ключевым моментом в понимании процессов, происходящих при управлении потоком. В случае обтекания тела воздухом в качестве характерных масштабов длины и времени принимаются геометрические характеристики тела (например, длина) и время, за которое воздух пройдет это расстояние. Если рассматривать плазму в воздухе, возникающую при диэлектрическом барьерном разряде, то кроме указанных выше времен возникают характерные времена, связанные со скоростью протекания химических реакций, а также с релаксацией объемного заряда и другими процессами, происходящими в плазме.

Существенное различие во времени аэродинамических процессов ($\tau \sim 10^{-3} \div 10^{-1}$ с) и процессов, происходящих при электрическом разряде ($\tau \sim 10^{-11} \div 10^{-9}$ с), не дает возможности провести прямое численное моделирование рассматриваемых процессов, происходящих в ДБР, даже с использованием современных суперкомпьютеров ни в настоящее время, ни в обозримом будущем. Поэтому для моделирования этих процессов применяются различные модели плазменного воздействия на поток.

Постановка задачи. В настоящей работе рассматривается частично ионизированная квазинейтральная идеальная низкотемпературная неравновесная плазма, генерируемая ДБР при работе плазменного актуатора в сплошной вязкой среде.

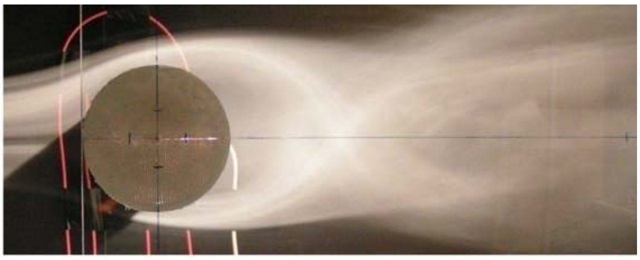
Исходная система уравнений динамики вязкой несжимаемой жидкости. Процессы динамики вязкой несжимаемой жидкости описываются осредненными по Рейнольдсу уравнениями Навье-Стокса с учетом массовых сил.

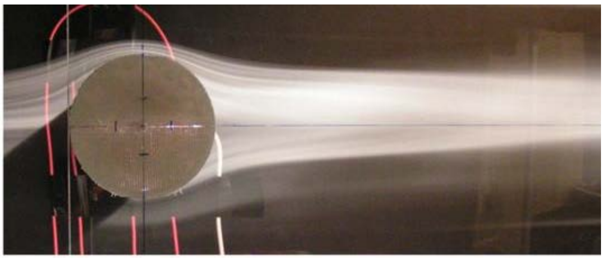
Исходная система уравнений электродинамики. Для данного класса задач плазму можно рассматривать как ионизированный квазинейтральный газ. В общем случае она описывается четырьмя уравнениями Максвелла.

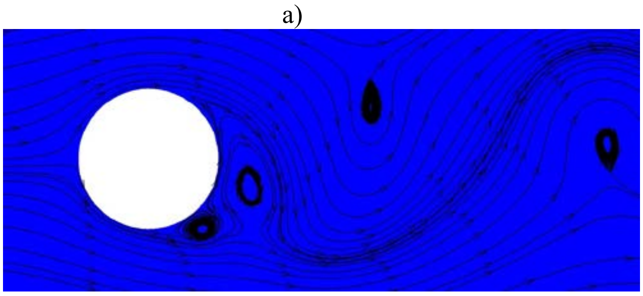
Численный метод. Автором разработан специализированный пакет вычислительной гидродинамики (CFD) на основе уравнений Навье-Стокса, включая несколько дифференциальных моделей турбулентности, для расчета стационарных и нестационарных ламинарных и турбулентных течений. Для моделирования диэлектрического барьерного разряда при работе плазменного актуатора дополнительно решались два уравнения, описывающие распределение приложенного напряжения и плотности заряженных частиц, которые были интегрированы в разработанный CFD пакет. Воздействие диэлектрического барьерного разряда на окружающую среду осуществлялось через силу Лоренца, входящую как источниковый член в уравнения Навье-Стокса.

Результаты и обсуждение. В настоящей работе проведено численное моделирование воздействия диэлектрического барьерного разряда при работе плазменных актуаторов на обтекающий цилиндр поток воздуха при числе Рейнольдса $\mathrm{Re} = 30000$.

Турбулентное обтекание цилиндра характеризуется наличием в следе вихревой дорожки Кармана. Включение четырех плазменных актуаторов ($\phi = 11.5$ кВ), расположенных на поверхности цилиндра $\pm 90^{\circ}$, $\pm 135^{\circ}$, приводит к подавлению вихревой дорожки и обтекание носит присоединенный характер. В результате происходит падение коэффициента лобового сопротивления. Полученные результаты обтекания цилиндра для случая с выключенным и включенными плазменными актуаторами удовлетворительно совпадают с экспериментальными данными.


а)


б)


в)

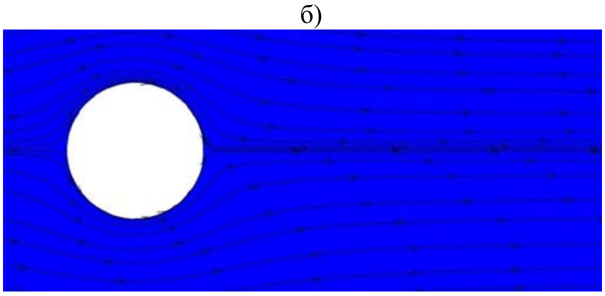

г)

Рис. 1. Турбулентное обтекание цилиндра при числе Рейнольдса $\mathrm{Re} = 30000$ с выключенными (а,в) и включенными (б, г) плазменными актуаторами (а, б – эксперимент, дымовая визуализация потока; в,г – настоящая работа, мгновенные линии тока).

Выводы. Разработан подход к моделированию диэлектрического барьерного разряда при работе плазменного актуатора в подвижной сплошной среде. Предложенная методика учитывает физические особенности рассматриваемого класса задач и обладает высокой вычислительной эффективностью. На основе разработанного подхода выполнено моделирование воздействия диэлектрического барьерного разряда при работе плазменного актуатора на обтекаемый цилиндр поток воздуха. Полученные результаты удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными. Показана возможность уменьшения коэффициента сопротивления цилиндра с помощью плазменного актуатора за счет подавления вихревой дорожки Кармана.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЕФОРМАЦИИ ПЛАСТТИНЫ В ПРЕСС-ПУШКЕ

Семко А.Н., Русанова О.А., ДонНУ

Оценим упругие деформации круглой пластины по гидродинамическим параметрам пресс-пушки. Цилиндрическая пресс-пушка, заполнена водой, в ее основании находится заготовка, закрепленная на матрице. Предварительно разогнанный поршень ударяет по жидкости, которая воздействует на заготовку и деформирует ее. Параметры установки следующие [1]: радиус ствола 56 мм; длина столба жидкости 650 мм; масса поршня 2,3 кг; скорость поршня в момент удара о жидкость 32 м/с, что соответствует энергии поршня, равной 1,18 кДж. Круглая пластина из стали имела следующие характеристики: толщина h = 3 и 4 мм; модуль Юнга $E = 2{\cdot}10^{11}$ Па; коэффициент Пуассона $\nu = 0{,}33$; плотность $\rho = 7800$ кг/м^3. Поставленная задача решалась численно. Течение жидкости рассчитывалось методом Годунова, движение пластины - по конечно-разностным формулам второго порядка аппроксимации.

На рис. 1 приведены графики зависимости давления от времени в центре пластины. Кривая 1 относится к абсолютно жесткой пластине, кривые 2 и 3 – к упругой пластине толщиной 4 и 3 мм соответственно. На рис. 2 представлены графики зависимости давления на поршне от времени для абсолютно жесткой пластины (кривая 1), пластины толщиной 4 и 3 мм (кривые 2 и 3) и давления в центре жесткой пластины (кривая 4). Кружочками на графике отмечены результаты расчетов, полученные в одномерной постановке для абсолютно жесткой пластины на мелкой сетке из 1024 ячеек. Давление отнесено к давлению на фронте ударной волны, образовавшейся сразу после удара поршня, которое составляет 49,3 МПа.

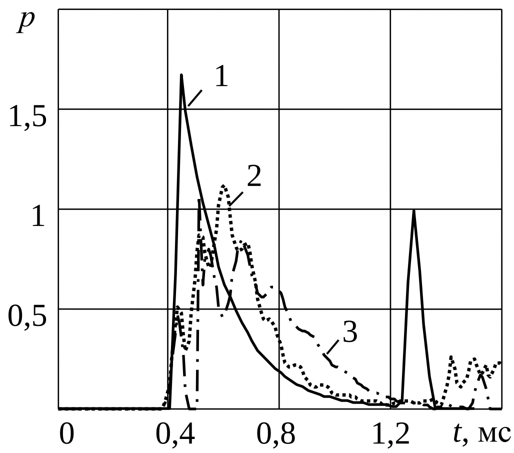


Рис. 1.

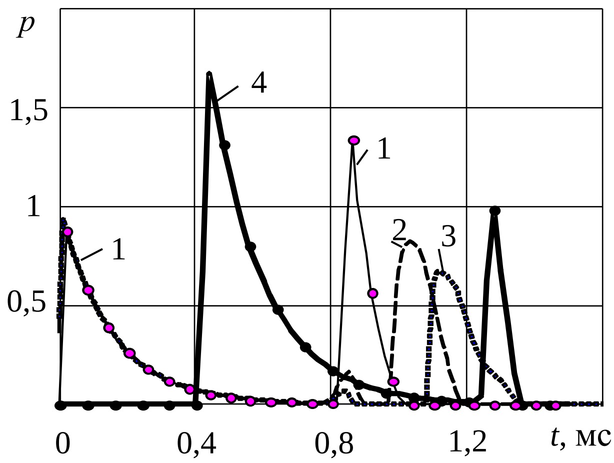


Рис. 2.

К моменту времени t = 0,44 мс ударная волна достигает пластины, давление на пластине повышается. Для жесткой пластины давление превышает начальное давление на фронте волны в 1,7 раза. Для деформируемой пластины давление намного меньше, чем для жесткой. Чем больше жесткость пластины, тем больше давление на ней. Одномерные и двухмерные расчеты для жесткой пластины полностью совпадают. На поршне давления для жесткой и деформируемой пластины совпадают только до прихода волн, распространяющихся от пластины.

Давление, полученное при гидродинамическом расчете, было использовано как нагрузка расчета для напряженно-деформируемого состояния. Расчеты были выполнены при помощи пакета LS-DYNA программного комплекса ANSYS. Приращение по времени задается временными шагами. Как было показано во втором разделе и в [2], если время процесса намного превышает характерное время, то волновые процессы становятся несущественными и устанавливается стационарное течение. Давление, полученное при гидродинамическом расчете методом Годунова прикладывалась в качестве нагрузки к пластине с шагом 0,01 мкс и в течение этого промежутка времени считалась постоянной.

На рис. 3 изображены графики зависимости давления и прогиба в центре четырехмиллиметровой железной пластины (кривые 1 и 2 соответственно) полученные методом Годунова (сплошные кривые) и при помощи пакета ANSYS. Видно, что результаты расчеты разными методами полностью совпадают. Из рис. 3 следует, что максимальный прогиб пластины соответствует по времени максимальному давлению на ней и достигает 7,5 мм.

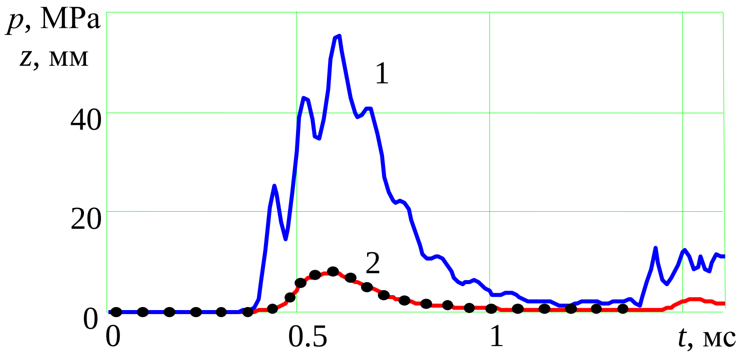


Рис. 3 - Давление и прогиб в центре пластины.
1 – давление, 2 - прогиб

На графиках заметны пульсации давления, которые обусловлены собственными колебаниями пластины. При деформации пластины возникает интенсивная кавитация в жидкости, которая возникает как на пластине, так и на поршне. Примерно к моменту времени t = 0,9 мс отраженная от пластины волна достигает поршня и отражается от него. Поршень начинает интенсивно тормозиться, возле него в жидкости возникает кавитация. Отраженная от поршня волна к моменту времени t = 1,3 мс достигает пластины, вызывая ее дополнительную деформацию. Как показали исследования, распределение давления по длине установки на разные моменты времени существенно неравномерное.

По графикам зависимости давления в центре жесткой пластины, которые получены в результате численного расчета по методу Годунова, можно подобрать аналитическую зависимость давления от времени в виде: $p = 7888 \cdot 10^4 \exp(-3466t)$. Эту зависимость можно теперь использовать в качестве нагрузки для расчета напряженно-деформированного состояния. Показано, что изменение давления на жесткой пластине и на поршне хорошо описывается экспоненциальной зависимостью, которой широко пользуются на практике. Использование такой зависимости при инженерных расчетах существенно упрощает решение задача и сокращает время расчета. Для деформируемой пластины зависимость давления на пластине от времени гораздо сложнее, чем для жесткой, и не соответствует экспоненциальной, но все же можно подобрать близкую аналитическую зависимость.

Выводы. Численно исследованы деформации пластин при ударе высокоскоростной струи жидкости. Показано, что для деформации пластин в пресс-пушке удобно использовать экспоненциальную зависимость давления от времени, которая широко применяется на практике. Использование такой зависимости при инженерных расчетах существенно упрощает решение задача и сокращает время расчета.

Литература

1. Галиев Ш. У. Динамика гидроупругопластических систем / Галиев Ш. У.- К. 1981. - 276 с.

2. Русанова О.А. Напряженно-деформируемое состояние корпуса гидропушки при выстреле / О.А. Русанова, А.Н. Семко // Тези другої науково-практичної конференції «Комп'ютерна гідромеханіка». – Інститут гідромеханіки НАН України, м. Київ, 2010 р. – 39 – 40 с.

ПРОДОЛЬНЫЕ ВИХРЕВЫЕ СТРУКТУРЫ ВО ВНУТРЕННИХ ТЕЧЕНИЯХ

Е. А. Сирош[1], Н. Ф. Димитриева[1], Е. Г. Воропаева[2]

Институт гидромеханики НАНУ, Киев [1], Технический университет “КПИ”, Киев [2].

Во внутренних течениях с частыми изменениями направления течения, в том числе и в осесимметричных трубах, когда отношение длины участков трубы между поворотами к диаметру трубы меньше 10 при радиусах поворота $R_{пов} \le (2\div3)\,R$, говорить о классическом симметричном трубном профиле скорости и общепринятых зависимостях коэффициентов гидравлический потерь от числа Рейнольдса на этих участках не приходится. Формирующиеся парные продольные крупномасштабные вихревые структуры на выходе из поворотного участка трубы искажают не только профиль средней скорости, но и структуру, и интенсивность турбулентности на значительных расстояниях от поворота по сравнению с установившимися характеристиками течения на прямолинейных участках. При малых радиусах поворота возникают участки течения с резкими колебаниями продольных градиентов скорости и могут возникать неустойчивые зоны возвратного течения. Такие режимы течения сопровождаются значительными осцилляциями потока на значительном удалении от поворота. Течение становится существенно несимметричным и трехмерным.

В настоящем докладе представлены результаты численного эксперимента турбулентного течения в осесимметричных тубах с различными поворотными участками, выполненные с помощью пакета FLUENT с одновременной тестовой оценкой внутреннего наполнения пакета моделями турбулентности. В основу тестовой оценки положено сравнение результатов расчетов, полученных с помощью моделей турбулентности: “k-ε” и модели переноса напряжений Рейнольдса.

Качественные результаты по структуре вихревого течения, полученные на основании расчетов с применением этих двух моделей турбулентности на одинаковом количестве расчетных узлов, практически не отличаются друг от друга. Расчеты с применением этих моделей турбулентности фиксируют и зону возвратного течения при $R_{пов} \le 2\,R$, и ее вырождение при увеличении радиуса поворота. Однако величины зон возвратного течения разные, разные и интенсивности завихренности вихревых структур, и значения напряжений трения на различных участках трубы отличается практически на 20 %. Тестовые расчеты прямолинейных участков трубы на основании этих же моделей турбулентности при числах Рейнольдса $\mathrm{Re} = \dfrac{\overline{U}d}{\nu} = (1,3-1,5)\cdot10^6$ показывают аналогичное расхождение зависимостей. Так напряжение трение при расчете по модели “k-ε” превышает на 22 % значение напряжения трения, полученного с помощь модели переноса напряжений Рейнольдса. В свою очередь коэффициент гидравлических потерь в трубе, рассчитанный по модели переноса напряжений Рейнольдса, получается завышенным по сравнению экспериментальными значениями коэффициента гидравлических потерь при таком же числе Рейнольдса более, чем на 15 %. Таким образом, модель “k-ε” с набором констант, применяемых в пакете по умолчанию, завышает значения коэффициент гидравлического сопротивления по сравнению с экспериментальными данными в рассмотренном диапазоне чисел Рейнольдса более, чем на 30 %.

Полученные результаты позволяют утверждать, что с помощью пакета FLUENT со стандартным набором констант (применяемых по умолчанию) при расчете трехмерных задач и высоких числах Рейнольдса и при вынужденном ограничении числа расчетных узлов можно ожидать результаты, только качественно отражают реальные характеристики турбулентных потоков.

КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТУРБУЛЕНТНОГО ОБТІКАННЯ ЛІТАЛЬНОГО АПАРАТА З ВИКОРИСТАННЯМ РІВНЯНЬ НАВ'Є-СТОКСА

А.В. Сохацький, О.А. Сохацький

Академія митної служби України. м. Дніпропетровськ
Інститут чорної металургії імені Некрасова
Національної академії наук України, м. Дніпропетровськ

Розробка та створення аеродинамічних компонувань літальних апаратів різноманітного призначення вимагає використання числового моделювання з використанням сучасних комп'ютерів. На сьогодні найбільш поширеними математичними моделями аеродинаміки є моделі, що основуються на осереднених за Рейнольдсом рівняннях Нав'є-Стокса. Правомірність їх використання підтверджується багаточисельними дослідженнями [1-4]. Фундаментальною основою їх використання є те, що просторово-часові масштаби турбулентності істотно переважають просторово-часові масштаби молекулярного руху. Турбулентні течії володіють наступними властивостями: вихорова природа, нелінійність, континуальність, нерегулярність, тривимірність, високі числа Рейнольдса, дисипативність, дифузійність. З теоретичної точки зору турбулентні течії представляють собою відкриту нелінійну механічну систему з великою кількістю ступенів свободи.

.Для моделювання турбулентних течій найбільш поширеними є наступні підходи:

1. Пряме числове моделювання (Direct Numerical Simulation- DNS).
2. Метод великих вихорів(Large Eddy Simulation- LES).
3. Осереднені за Рейнольдсом рівняння Нав'є-Стокса. (Reynolds-Averaged Navier-Stokes - RANS)

Вважається, що з використанням рівнянь Нав'є-Стокса в принципі можна повністю моделювати реальні турбулентні течії за допомогою DNS. У такому випадку зникає проблема замикання рівнянь Нав'є-Стокса, але зростає кількість дрібних вихорів по відношенню до великих з ростом числа Рейнольдса. Кількість комірок розрахункової сітки пропорціональна $Re^{9/4}$. Зростають необхідні ресурси обчислювальної техніки. В результаті таке моделювання обмежується числами Рейнольдса $Re<10^4$. Таким чином, DNS залишається інструментом для обмежених тестових досліджень.

В основу моделі LES покладено те, що великомасштабні вихори переносять основну турбулентну енергію і мають специфічну структуру і їх потрібно розраховувати напряму з відповідною сітковою роздільністю. Дрібномасштабні вихорові структури є більш універсальними і в основному однорідні та ізотропні. Їх моделювання простіше, ніж моделювання турбулентної в'язкості в моделі RANS в силу простоти підсіткових вихорів.

На практиці має перевагу напівемпірична теорія турбулентності, що основується на розв'язуванні осереднених за Рейнольдсом рівняннях Нав'є-Стокса. Математична модель відтворює тільки середні значення шуканих величин. Питання замикання осереднених за Рейнольдсом рівнянь Нав'є-Стокса вирішуються на різному рівні складності. Вибір моделі турбулентності залежить від властивостей та характеру досліджуваного турбулентного потоку, необхідної точності, доступних обчислювальних ресурсів, часових затрат. Напівемпіричні моделі турбулентності розроблено в основному для розрахунку стаціонарних течій і їх застосування для розрахунку нестаціонарних течій на основі RANS вважається проблематичним [2].

Одним з найбільш поширених гібридних підходів є моделювання відокремлених вихорів (Detached Eddy Simulation) – *DES*[4]. Згідно з гібридними підходами, там, де масштаб сітки є достатнім для розрахунку великих вихорів, використовується *LES*. Якщо ж сітка груба, то виконується перехід до моделі RANS. Він дозволяє скоротити обчислювальні витрати.

На підставі проведеного аналізу методів та ресурсів наявних ПЕОМ в даній роботі використано метод DES.

Турбулентні ефекти описуються в рамках гіпотези Буссинеска про уявлення дотичних напружень з використанням напівемпіричної моделі для турбулентної в’язкості. Система вихідних рівняння замикається диференціальним рівнянням переносу вихорової кінематичної псевдов’язкості однопараметричної моделі Спаларта- Аллмараса [4] в реалізації відокремлених вихорів.

Розробка числових методів є надзвичайно складною процедурою математичного моделювання. Ключовим питанням в числових алгоритмах є процес отримання дискретного аналогу вихідних рівнянь. Найбільш широке розповсюдження одержали скінченно-різницеві методи (СРМ), метод скінченних елементів (МСЕ), метод скінченних об’ємів (МСО), спеціальні методи.

В даній роботі використано МСО.

Виконано дослідження аеродинаміки літального апарата типу несуче крило малого видовження без впливу землі. Обрис транспортного апарата при вигляді зверху представляє собою рівнобедрену трапецію з переходом в прямокутник.

Носова та кормова частина мають клиноподібні форми. Днище є плоским. Форма в плані транспортного апарата представляє собою несуче крило вигляді рівнобедреної трапеції з малим розмахом. Розмах по передні крайці дорівнює $l_{per} = 0.5$, по задній -$l_{zad.} = 4.0$. Довжина корпусу транспортного апарата складає $l_{korp.} = 5.0$. Розрахункова область розбита на два блоки. Сітка блоку №1 має Н - подібну форму у поздовжній та у поперечній площинах. Сітка блоку №2 також має Н - подібну форму у поздовжній та у поперечній площинах. Блоки розрахункової області охвачують транспортний апарат зверхньої частини(блок№1) та з нижньої частини (блок№2).Загальна кількість вузлів складає 2668302 Розрахунки проведено для чисел Рейнольда Re=10^5 та Маха M=0,5.

Для розрахунку обтікання літального апарата використовуються осереднені за Рейнольдсом рівняння Нав’є-Стокса, замкнені диференціальною однопараметричною моделлю турбулентності Спаларта-Аллмараса в реалізації відокремлених вихорів.

За результатами розв’язування рівнянь Нав’є-Стокса були отримано розподіл величин тиску та вектора швидкості навколо транспортного апарата.

Таким чином в роботі розроблено комплексний підхід та виконано математичне моделювання і дослідження обтікання літального апаратау, з використанням осереднених за Рейнольдсом рівнянь Нав’є–Стокса, замкнених диференціальною моделлю турбулентної в’язкості Спаларта–Аллмараса в реалізації відокремлених вихорів.

Література

1. Белоцерковский О.М. Численное моделирование в механике сплошных сред / Белоцерковский О.М. – М.: Изд. «Физ.-мат. лит.», 1994. – 448 с.

2. Волков К.Н, Емельянов В.Н. Моделирование крупных вихрей в расчетах турбулентных течений. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008.-368с.

3. Spalart P.R. Strategies for turbulence modeling and simulation // international Journal of Heat and Fluid Flow. 2000. V.21, No.3. p.252-263.

4. Travin A., Shur M., Strelets M., Spalart P.R. Detached-eddy simulation past a circular cylinder // Flow, Turbulence and Combustion. 1999. V.63, No.1-4. P. 293-313.

СОЗДАНИЕ УПРОЩЕННОЙ МОДЕЛИ ВЫТЯЖНОГО ВОЗДУХОВОДА ДЛЯ ДУГОВЫХ СТАЛЕПЛАВИЛЬНЫХ ПЕЧЕЙ

Н.С. Тимошенко, А.Н. Семко, ДонНУ, Донецк

Вытяжные воздуховоды находят широкое применение, как в бытовых условиях, так и в промышленности. В рамках данной работы рассматривается роль вытяжного воздуховода в удалении печных газов при работе дуговой сталеплавильной печи (ДСП).

При выплаке стали выделяется много печных газов, которые надо отводить из печи и утилизировать. Вместе с печными газами удаляется и металл в виде мельчайших затвердевших капелек. Как показали исследования, количество удаляемого металла в печных газах заметно возрастает с увеличением скорости выноса газов. Традиционные схемы газоудаления устроены таким образом, что вблизи вытяжного патрубка скорость удаляемых газов большая, а на противоположной стороне очень маленькая. Такой неравномерный отсос газа приводит к достаточно большой потере металла при плавке [1;2]. В работе [3] рассматривается возможность снижения выноса пыли из ДСП с применением распределенного газоотсоса. Для выяснения возможностей реализации этого способа удаления газа, в данной работе на основе уравнений гидродинамики и теории вентиляции была разработана упрощенная математическая модель для расчета скорости всасывания и движения воздуха в рассматриваемой конструкции воздуховода.

Схема исследуемого вытяжного воздуховода приведена на рис.1. Это линейный воздуховод, который имеет постоянное поперечное сечение и несколько поперечных щелей разной ширины, расположенных на одной из боковых поверхностей воздуховода на одинаковом расстоянии друг от друга. Ширина щелей много меньше толщины воздуховода. Левый торец воздуховода заглушен, а через правый производится отсос газа. Такая конструкция позволяет пренебречь влиянием верхней и нижней боковых стенок и организовать в воздуховоде плоское течение.

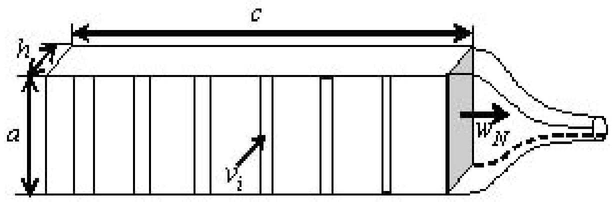


Рис.1. - Схема воздуховода для компьютерного моделирования в двумерной постановке: *a, h, c* – ширина, толщина и длина воздуховода; v_i – скорость газа в отверстии; w_N – скорость газа на выходе из воздуховода

Упрощенная методика расчета вытяжного воздуховода строится в рамках одномерной теории вентиляции, основанной на интегральном законе сохранения массы и уравнении импульсов или Бернулли [4; 5]. В этой теории параметры газа усредняются по поперечному сечению потока, а вязкость учитывается при помощи коэффициента сопротивления, который определяется экспериментально для разных видов сечений. Методика позволяет получить формулу для расчета площади отверстий (1). Она проста в применении и позволяет быстро оценить размеры щелей для воздуховода с заданной геометрией и параметрами на выходе.

$$\sigma_{i+1} = \frac{\sigma_i}{\sqrt{1+\frac{2\mu^2\sigma_i^2}{F^2}\left(2i+1+\frac{\lambda i^2 S_1}{8F}\right)}}, \qquad (1)$$

По разработанной методике был рассчитан вытяжной воздуховод с четырьмя поперечными отверстиями, общим расходом Q_k = 0,25 м^3/с и выходной скоростью w_k = 20 м/с. Расчеты дали следующие результаты.

- Площади щелей - σ_1, σ_2, σ_3 и σ_4 равны 0,0050 м^2, 0,0043 м^2, 0,0035 м^2 и 0,0029 м^2, соответственно.
- Ширина щелей - l_1, l_2, l_3 и l_4 составляют 20 мм, 17мм, 14мм и 12 мм, соответственно.

- Средняя скорость потока на входе в каждую из щелей - v_1, v_2, v_3 и v_4 составляет 12,5м/с, 14,5 м/с, 17,9 м/с, 21,56 м/с.

Именно при таких параметрах всасывание воздуха моделируемым воздуховодом будет равномерным.

Следующим этапом работы является оценка достоверности полученных результатов. Для этого воздуховод той же конструкции моделируется в пакете COMSOL, и решение проводится численно в соответствии с заданными параметрами, граничными и начальными условиями.

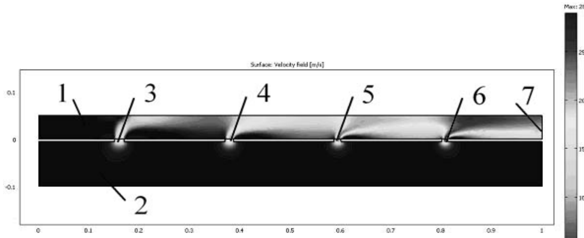


Рис.2. Поле скоростей в воздуховоде: 1 – воздуховод; 2 – область около воздуховода, откуда всасывается воздух; 3–6 – первое, второе, третье и четвертое отверстия; 7 – выходное отверстие

Для уже известного расхода и размеров отверстий создается двумерная модель воздуховода. Необходимый расход, а значит, и скорость достигается разрежением на выходе. Предварительный анализ показывает, что исследуемый поток является турбулентным. Расчет проводится с использованием уравнения Навье-Стокса и уравнения неразрывности.

На рис. 2 приведено поле скоростей в моделируемом воздуховоде. Граничные условия подбирались в соответствии с $k-\varepsilon$ - моделью турбулентности. Для большей точности результатов проводится дополнительное измельчение сетки у стенок воздуховода. Разрежение подбиралась таким образом, чтобы на выходе получилась скорость w_k=20 м/с. Результаты расчета профиля скорости во входных отверстиях приведены на рис. 3. Проинтегрировав по границам отверстий, получаем, что значения средней скорости в первом, втором, третьем и четвертом отверстиях составляют: v_1=14,05 м/с; v_2=15,2 м/с; v_3=17,3м/с и v_4=19,1 м/с. Средняя скорость возрастает с приближением к выходному отверстию.

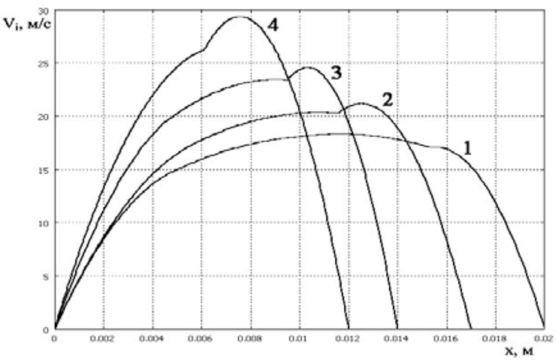


Рис.3. Профиль скорости в первом (1), втором (2), третьем (3) и четвертом (4) отверстиях

Сопоставление этих значений скоростей со скоростями, полученными при расчете упрощенной методикой, показало, что сравниваемые величины отличаются не больше, чем на 10% (графики приведены на рис. 4). Это говорит об адекватности упрощенной модели и возможности ее применения для расчетов параметров воздуховодов данной конструкции.

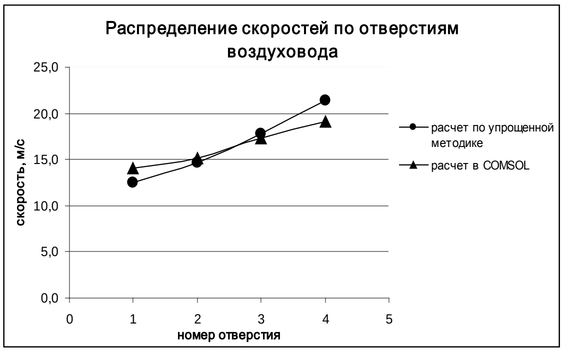


Рис.4. Сопоставление результатов расчета скоростей по упрощенной методике и в COMSOL

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тулуевский Ю.Н. Инновации для дуговых сталеплавильных печей. Научные основы выбора: Монография / Ю.Н. Тулуевский, И.Ю. Зиннуров. – Новосибирск: изд-во НГТУ, 2010. - 347с.
2. Kuhn R. Continuous off-gas measurement and energy balance in electric arc steelmaking/ R.Kuhn, H.Geck, K.Schwerdtfeger. - ISIJ International, Vol.25 (2005), No.11, pp.1587-1596.
3. Тищенко П.И. Повышение эффективности первичного газоудаления при модернизации дуговых сталеплавильных печей / П.И. Тищенко, С.Н. Тимошенко, Н.Б. Дунь // Бюллетень научно-технической и экономической информации «Черная металлургия», №2/2006.
4. Повх И.Л. Техническая гидромеханика. 2-е изд., доп. - Л.: «Машиностроение», 1976. – 504 с.
5. Талиев В.Н. Аэродинамика вентиляции: Учеб. пособие для вузов. - М.: Стойиздат, 1979.-295с.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ПОХОД К МОДЕЛИРОВАНИЮ РАЗДЕЛЕНИЯ ТЕЛ В ПОТОКЕ НА ПЕРСОНАЛЬНОМ КОМПЬЮТЕРЕ

В.И. Шалаев

МФТИ (ГУ), г. Жуковский

На основе асимптотического подхода проанализированы нестационарные задачи аэродинамики и динамики, возникающие при разделении двух тел в набегающем потоке. Предполагается, что вычисленное по его толщине отделяющегося тела число Рейнольдса достаточно велико, а отношение поперечных размеров отделяющегося и несущего тел мало, так что в главном приближении большее тело можно аппроксимировать плоской поверхностью. Рассмотрено два случая: отделение тела от твердой поверхности и из прямоугольной каверны. Во втором случае движение тела подразделяется на три фазы, соответствующие движению внутри полости, пересечению слоя смешения и движению в набегающем потоке. В предположении о малости отношения толщины слоя смешения к поперечному размеру тела, слой аппроксимируется свободной вихревой поверхностью, возмущениями которой пренебрегается. Первому случаю соответствует только третья фаза движения.

Задача невязкого обтекания в присутствии границ решена в рамках теории тонкого тела. Из анализа внутренней асимптотической области получены аналитические выражения для подъемной силы, сопротивления давления и момента для всех фаз движения. Волновое сопротивление определено из анализа внешней задачи для эквивалентного тела вращения. Для вычисления донного сопротивления и сопротивления трения использованы эмпирические соотношения.

Полученные результаты для отделения от плоской поверхности обобщены на случай разделения двух разновеликих тел вращения с использованием конформного преобразования поперечного сечения несущего тела на полуплоскость и интегральных соотношений, учитывающих влияние неоднородности потока, индуцированного несущим телом, на силы и моменты, действующие на отделяющееся тело.

Проведен теоретический анализ уравнений движения отделяющегося тела в свободном потоке. В случае малости аэродинамических сил по сравнению с силой тяжести уравнения движения линеаризуются – на этой основе получены аналитические решения и исследованы возможные режимы движения, включающие нейтральные, растущие или затухающие колебания на фоне среднего дрейфа. Определены параметры подобия, управляющие движением тела. Разработана программа численного решения уравнений трехмерного движения тонкого тела с использованием аналитических результатов для аэродинамических сил. Проведена верификация предложенного метода анализа траекторных параметров на основе сравнения результатов расчетов с экспериментальными данными для случая дозвукового (несжимаемого) набегающего потока. Показана возможность бифуркации траектории движения под воздействием малых возмущений при пересечении телом слоя смешения. Проведены параметрические исследования траекторных характеристик. Рассмотрены случаи рикошета тела от слоя смешения и его возврата к поверхности. Рассчитанные характеристики движения тела согласуются с теоретическими результатами в случае малых аэродинамических сил.

Работа выполнена при поддержке проекта ГЗ 18 Минобрнауки РФ.

АПРОБАЦИЯ ОБОБЩЕННОГО УМДВ ДЛЯ КВАЗИ-ТРЕХМЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ МАХОВ УПРУГИХ МЕМБРАННЫХ КРЫЛЬЕВ ПРИ УМЕРЕННЫХ ЧИСЛАХ РЕЙНОЛЬДЦА

А. В. Шеховцов, С. А. Довгий
Институт гидромеханики НАНУ, Киев, Украина

Усовершенствованный метод дискретных вихрей (УМДВ) [1], обобщенный для вязкой вихревой среды [2], был апробирован для моделирования аэродинамики упругого мембранного махолета полуэллиптической формы в плане с удлинением крыльев $\lambda = 2.66$ и размахом 25 см [3].

Каждое крыло состояло из тонкого гибкого прямолинейного лонжерона (передней кромки) и двух нервюр, соединенных тонкой нерастяжимой мембраной. Крылья совершали симметричные возвратно-вращательные движения (махи) с частотами 10, 15 и 22 Гц в горизонтальной плоскости вокруг общей корневой хорды (оси махов), испытывая крутку (перекладку хорд) вдоль размаха. Рассматривались махи в неподвижной среде $(V_\infty = 0)$, а также случаи махов при наличии горизонтального невозмущенного потока вдоль плоскости симметрии: при $V_\infty = 5.5$ м/с и $V_\infty = 8.3$ м/с. Локальные числа Рейнольдса находились в пределах от $\boldsymbol{Re} = 5 \cdot 10^3$ до $\boldsymbol{Re} = 3.2 \cdot 10^4$.

Среда предполагалась несжимаемой и безвихревой в начальный момент времени. Крылья – непроницаемые, нерастяжимые и бесконечно тонкие.

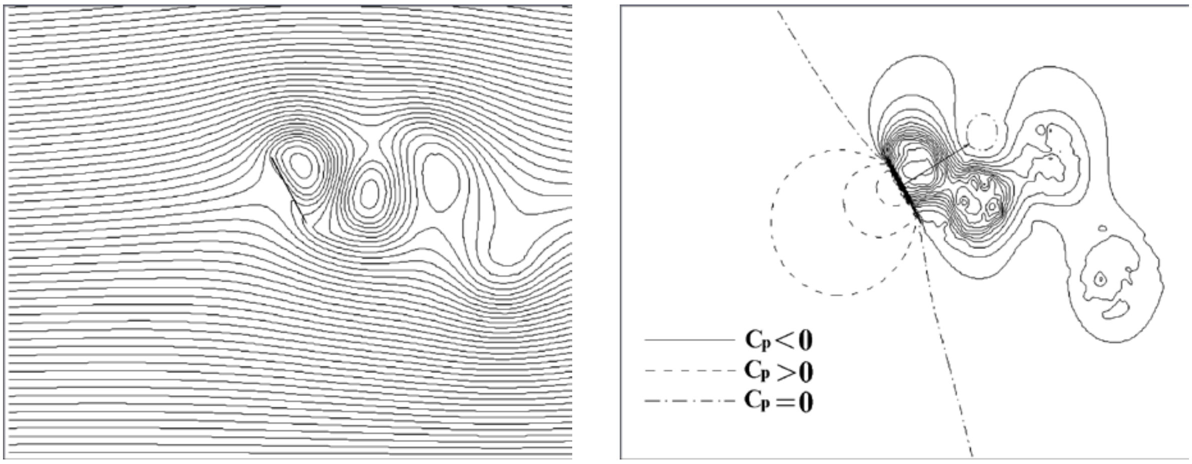
Пренебрегалось вследствие малости: аэродинамическим взаимодействием между крыльями (рассматривались махи одного крыла); деформациями лонжерона в вертикальном направлении; изменением расстояния от оси вращения крыла до любой точки лонжерона – до локальных плоскостей перекладки $(l_k = const)$; деформациями нервюр и хорд крыла, а также их выходом из локальных плоскостей перекладки; течением вдоль размаха и индуктивными потерями.

Сделанные упрощающие предположения позволили свести трехмерную связанную задачу аэродинамики и упругости к решению n двумерных аэродинамических задач обтекания прямолинейной пластины с двумя степенями свободы: возвратно-поступательным колебаниям передней кромки пластины в горизонтальной плоскости $q_k(t) = l_k \varphi_k(t),\ 1 \le k \le n$, где $\varphi_k(t)$ – локальный угол маха, и возвратно-вращательным колебаниям пластины вокруг ее передней кромки с локальным углом перекладки $\beta_k(t)$. Кинематические законы изменения локальных углов $\varphi_k(t)$ и $\beta_k(t)$ были получены в эксперименте [3]. Локальному углу перекладки $\beta_k(t) = 0$ соответствовало вертикальное положение пластины.

Поскольку аэродинамические коэффициенты панелей крыла и расчетных двумерных аналогов предполагались равными, то аэродинамические коэффициенты трехмерного крыла вычислялись по формуле среднего арифметического взвешенного, где в роли весов брались отношения площадей панелей крыла к площади крыла.

Исследовался вклад сил различной природы в формирование главного вектора внешних сил. Получено, что для рассматриваемых законов инерционные силы (за счет мгновенных присоединенных масс) доминируют (их вклад может превышать 100% – см. рис.2). При этом вклад сил циркуляционной и вихревой природы мал и отрицателен, несмотря на интенсивное вихреобразование вблизи крыла (см. рис.1).

Сопоставление результатов расчета с экспериментом [3] показало, что обобщенный УМДВ способен решать данные трехмерные задачи со средней точностью 12% для осредненных за период махов аэродинамических коэффициентов сил.



а б

Рис.1 Линии тока, шаг 0.1 (а); изобары, шаг 0.5, с вектором $\vec{C}_{n2}$ / 5 в ЦД (б) ($t / T = 0.75$)

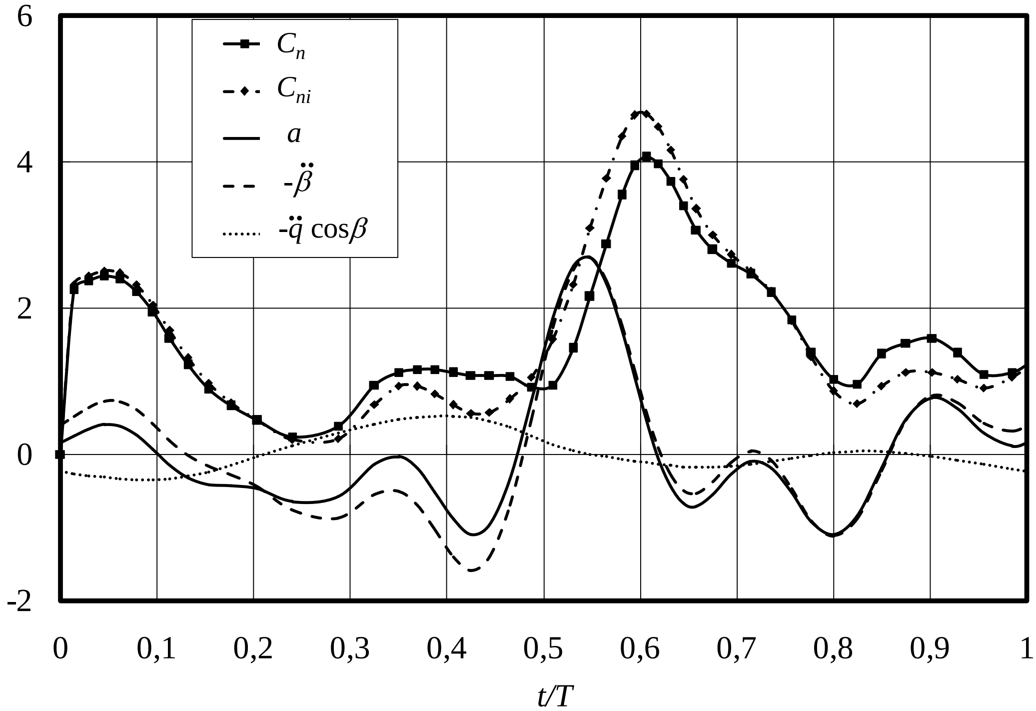


Рис.2 Вклад инерционных сил в коэффициент нормальной силы; $a = -\ddot{\beta} - \ddot{q}\cos\beta$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Довгий С.А., Шеховцов А.В. Усовершенствованный метод дискретных вихрей для нестационарных задач // Обчислювальна та прикладна математика. – 1997. – Вип. **2(82)**. – С. 30– 44.
2. Довгий С.А., Шеховцов А.В. Апробация УМДВ для класса задач о колебаниях крыла в вязкой среде с ограниченным решением на кромках // Вісник Харківського нац. університету. – 2009. – № 863. Сер. "Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління". Вип. **12**. – С. 111–128.
3. Shkarayev, S., Maniar, G., and Shekhovtsov, A.V., "Experimental and Computational Modeling of Kinematics and Aerodynamics of Membrane Flapping Wings," AIAA 2012-1208, 50th AIAA Aerospace Sciences Meeting including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition, 09 – 12 January 2012, Nashville, Tennessee, 45 p.

МЕТОДИ УПРАВЛІННЯ ТУРБУЛЕНТНИМ ВИХРОУТВОРЕННЯМ У ПРИМЕЖОВИХ ШАРАХ

Є.О. Шквар, В.В. Кравченко, О.В. Самусенко, С.О. Шевченко (НАУ, Київ)

Транспортна галузь є однією із найбільш енергозалежних та екологонебезпечних. Враховуючи тенденції постійного зростання перевезень в умовах обмеженості енергоресурсів, яка неухильно загострюється, задачі зменшення витрат пального та контролю належного рівня екологічного стану планети стають дедалі актуальнішими. Одним із найбільших транспортних енергоспоживачів є авіація, оскільки на перевезення одного пасажира на 1 км шляху літак витрачає більше енергії у порівнянні з автомобілем, поїздом та автобусом приблизно в 2, 5.7 та 8.5 разів відповідно. Тому поставлена перед авіаційною галуззю вимога Єврокомісії зменшити до 2020 року вдвічі викиди вуглекислого газу виглядає цілком своєчасною і не лише з екологічної точки зору, оскільки це у свою чергу неухильно призведе і до зменшення споживання пального, витрати на яке складають близько 22% прямих операційних витрат. Звідси безпосередньо випливає актуальність задачі покращення аеродинамічних характеристик і, передусім, зменшення лобового опору, оскільки, наприклад, для великовантажних літаків при зменшенні опору на 1% витрати зменшуються на 0.2%, що є еквівалентним додатковому перевезенню 10 пасажирів чи 1.6 тонни вантажу. Ураховуючи розміри сучасних транспортних засобів і типові швидкості руху, слід зазначити, що переважну частину їх лобового опору складає опір тертя при турбулентному режимі обтікання, доля якого відносно лобового опору сягає для літаків до 50%, для підводних човнів – до 60%, а для газогонних мереж – близько 90%, отже саме її зменшення слід розглядати як найпріоритетніший резерв енергозбереження як для авіації, так і для інших видів транспорту. Тому, з огляду на переважно турбулентний характер обтікання поверхонь транспортних засобів можна конкретизувати, що на першочергову увагу заслуговують ті заходи по зменшенню опору тертя, які спрямовані, в першу чергу, на впорядкування турбулентного руху і його вихрових структур.

Це і визначає мету досліджень авторів, яка полягає у вивченні властивостей та побудові відповідних математичних моделей ряду сучасних методів управління турбулентними течіями, що ґрунтуються на знаннях про протікання і вдалих спробах цілеспрямованого впорядкування вкрай складних фізичних процесів турбулентного обміну.

Одним із пріоритетних з точки зору авторів методів управління є профілювання обтічної поверхні, у тому числі і на мікрорівні, яке при правильно підібраних параметрах геометрії борозенок, що враховують очікувані режими експлуатації транспортного засобу, спроможне забезпечити ефект стабільного зменшення опору тертя до 8%, а для деяких співвідношень умов навіть до 15% і вище, спрямовуючи свою дію на модифікацію пристінної дрібномасштабної вихрової складової турбулентного руху. Але сам процес оптимізації геометрії мікропрофілювання вимагає не лише узагальнення накопиченого досвіду експериментальних досліджень розрізнених конфігурацій, а й побудови відповідних математичних моделей. Ці моделі повинні ґрунтуватися на фундаментальних фізичних законах, втілених в рівняння аерогідродинаміки, надійних підходах до адекватного опису процесів турбулентного обміну та вихроутворення, а також наявній надійній інформації про тонкі ефекти взаємодії рифлення поверхні та властивостей турбулентної течії над нею. Пропонується ряд підходів до опису ефекту впливу рифлення поверхні на формування течії в рамках напівемпіричних моделей алгебро-диференціальної структури. Розглядаються задачі врахування обтікання як на рівні статистичних характеристик рифлення, так і на рівні моделювання течії безпосередньо в самих елементах оребрення та їх околі.

Іншим досліджуваним методом управління є мікроелектромеханічні системи (МЕМС), які неухильно здобувають популярність у різних сферах техніки завдяки бурхливому розвитку електроніки, мініатюризації та зниженню вартості її елементної бази. Для транспортних засобів МЕМС має всі підстави вважатися найновішим з відомих і одним з найперспективніших методів управління примежовими шарами завдяки спроможності здійснювати управління за адаптивним принципом, тобто фіксувати виникнення турбулентних збурень і своєчасно їх гальмувати шляхом злагодженого сумісного функціонування системи мікродатчиків, виконавчих механізмів та мікропроцесорів, що дає змогу негайно реагувати на небажані процеси додаткового вихроутвоенння через турбулентні збурення. Адаптивний принцип здійснення управління робить МЕМС більш універсальним і гнучким засобом модифікації турбулентних течій у порівнянні з іншими методами, суттєво розширюючи діапазон його ефективності на різних режимах руху транспортного засобу. Потенційними перевагами застосування МЕМС є покращення економічності, маневреності, перешкоджання відриву, збільшення підйомної сили, зменшення опору. Залежно від частоти та фази функціонування актюаторів МЕМС спроможні суттєво зменшувати опір обтічної поверхні, а для деяких співвідношень частоти та фази навіть досягати опору, меншого за відповідні величини при ламінарному обтіканні. Тому є очевидним, що запорукою ефективності функціонування МЕМС є вироблення коректного фізично обґрунтованого алгоритму їх функціонування, що є неможливим без розуміння глибинних принципів формування турбулентного збуреного руху та їх відповідного математичного опису. Це у свою чергу, створює іншу проблему – невідомий діапазон оптимальних режимних параметрів, при яких досягається позитивний ефект; опосередкований характер впливу на течію через гальмування пристінних турбулентних збурень і необхідність розробки універсальних та ефективних алгоритмів управління; потреби в споживанні МЕМС додаткової енергії можуть зменшувати чи зовсім нівелювати ефект від їхнього використання, що треба враховувати при проектуванні та оцінці ефективності системи у цілому. Отже, з наведеного вище слідує істотний висновок про те, що витрати на пошукові дослідження з метою подолання вищезазначених проблем та час на впровадження та оптимізацію можна суттєво зменшити, якщо у цій галузі досліджень ефективніше застосовувати технології математичного моделювання. Методологія математичного опису функціонування МЕМС, що розвивається авторами, базується на технології моделювання великих вихорів (Large Eddy Simulation - LES), оскільки саме на цій основі є підстави для опису нестаціонарних процесів адаптивного впливу МЕМС на життєвий цикл пристінного збурення з необхідною роздільною здатністю.

Ще одним спорідненим з вищенаведеними актуальним напрямком досліджень авторів, що також стосується проблем шкідливого вихроутворення і безпосередньо пов'язаний з задачами енергоспоживання та ресурсозбереження, є процес обтікання рельєфу сучасної міської забудови. Ущільнення та стрімке зростання поверховості забудови мегаполісів призводять до погіршення їх вентиляції та, відповідно, створюють негативний екологічний фон. У результаті інтеграції хмарочосів з вже існуючою забудовою при обтіканні формуються складні вихрові системи значних масштабів, надійне прогнозування структури та динаміки взаємодії яких з міським рельєфом з метою передбачення і локалізації небажаних ефектів можливе лише засобами математичного моделювання. Як і в попередньому випадку, автори бачать перспективи застосування методології LES для розв'язання даної задачі разом і розвивають її з розрахунком паралельні обчислення, орієнтовані на розгалужені архітектури сучасних обчислювальних кластерних систем. Таким чином, буде представлено ряд результатів стосовно чисельного вирішення кола задач, об'єднаних визначальною роллю динаміки різномасштабних вихрових структурних особливостей турбулентного руху.

Матеріали Третьої міжнародної конференції
«Комп'ютерна гідромеханіка»

Київ 2012

Друк трафаретний (ризографія).
Надруковано в Інституті гідромеханіки НАН України.
Наклад 100 примірників