



Тези Другої науково-практичної  
конференції

## **КОМП'ЮТЕРНА ГІДРОМЕХАНІКА**

Інститут гідромеханіки НАН України

м.Київ

29-30 вересня 2010р.

<b>Э.Н.Безымяна, А.А.Гуржий, В.В.Мелешко.</b> Хаотическая адвекция электро-осмотическими течениями в прямоугольной полости .....	2
<b>О.М.Бердник, Є.О.Гаєв.</b> Розрахунок стабілізованого потоку в каналах різного геометричного перерізу з урахуванням впливу легкопроникної шорсткості.....	4
<b>Г.Г.Буланчук, О.Н.Буланчук, С.А.Довгий.</b> Алгоритм вставки промежуточных точек при моделировании вихревой пелены.....	6
<b>Г.А.Воропаев.</b> Численное моделирование турбулентных градиентных течений.....	8
<b>В.А.Воскобійник, О.А.Воскобойник, А.В.Воскобійник.</b> Комп'ютерна обробка та аналіз візуалізованих вихрових структур у локальних заглибленнях на обтічній поверхні.....	10
<b>Е.А.Гаєв, Ю.Н.Савченко.</b> Математическая модель брызгального охладителя.....	12
<b>О.Л.Голіченко.</b> Адвекція рідини при взаємодії точкових вихорів.....	14
<b>Н.Ф.Димитриева, Я.В.Загуменный.</b> Совместное влияние деформирующейся поверхности и добавок высокомолекулярных полимеров на структуру пристеночной турбулентности.....	15
<b>А.Ф.Зибольд.</b> Использование метода Галеркина при исследовании устойчивости МГД-вращения.....	17
<b>О.В.Казак, А.Н.Семко.</b> Моделирование электровихревых течений в металлургических печах с подовым электродом.....	19
<b>Ю.Г.Козьменко, Э.Н.Потетюнко.</b> Определение частоты плавучести по известным дисперсионным кривым в задаче о свободных колебаниях стратифицированной жидкости.....	21
<b>Ю.А.Крашаница.</b> Методология численной реализации пространственных краевых задач в динамике вязкой жидкости.....	23
<b>В.М.Лапотко, Ю.П.Кухтин.</b> Полный анализ cloaking-эффектов в 1.5 степени газовой турбины с использованием метода отслеживания струй течений газа.....	24
<b>М.В.Макасеєв.</b> Моделирование кавитационного течения на днище судна.....	26
<b>В.С.Малюга.</b> Численный расчет акустических характеристик эоловых тонов.....	28
<b>А.А.Приходько, О.Б.Полевой, А.А.Пилипенко.</b> Влияние тепломассообмена на автоколебания скачка уплотнения при обтекании аэродинамических профиле.....	30
<b>О.А.Приходько, А.В. Сохацький.</b> Математичне моделювання аеродинаміки перспективного транспортного аппарата з використанням рівнянь Нав'є-Стокса.....	32
<b>Д.А.Редчиц.</b> Математическое моделирование обтекания трехэлементного профиля 30P30N.....	34
<b>В.В.Решетняк.</b> Оптимизация параметров гидропушки.....	36
<b>Н.В.Розумнюк.</b> Генерация вихревых структур в окрестности пары лунок.....	38
<b>О.А.Русанова, А.Н. Семко.</b> Напряженно-деформированное состояние корпуса гидропушки при выстреле.....	39
<b>В.Н.Семеновко.</b> Компьютерное моделирование динамики подводных суперкавитирующих аппаратов.....	41
<b>А.Н.Семко, Н.С.Тимошенко.</b> Система распределенного газоудаления для дуговых сталеплавильных печей.....	43
<b>О.Г.Стеценко.</b> Наведене магнітне поле, обумовлене хвильовими полями за тілом, яке стаціонарно рухається у стратифікованому середовищі.....	45
<b>Ю.Д.Чашечкин, Р.Н.Бардаков, Я.В.Загуменный.</b> Генерация присоединенных внутренних волн при движении пластины в непрерывно стратифицированной жидкости.....	47
<b>А. В. Шеховцов, С. А. Довгий.</b> Моделирование трехмерных вихревых структур при трепещущем полете стрекозы лагранжевым методом в идеальной постановке.....	49
<b>Є.О. Шквар, В.Т. Мовчан.</b> Технології комбінованого управління турбулентними пристінними течіями та їх математичні моделі.....	51
<b>Н.С.Городецкая, В.И.Никишов, Л. В.Ткаченко.</b> Численное моделирование развития вихрей Тейлора-Гертлера.....	53

# ХАОТИЧЕСКАЯ АДВЕКЦИЯ ЭЛЕКТРО-ОСМОТИЧЕСКИМИ ТЕЧЕНИЯМИ В ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ПОЛОСТИ

Э.Н.Безымяна<sup>\*</sup>, А.А.Гуржий<sup>\*\*</sup>, В.В.Мелешко<sup>\*</sup>

<sup>\*</sup> Киевский Национальный университет им. Тараса Шевченко, Киев 01033, Украина

<sup>\*\*</sup> Институт гидромеханики НАН Украины, Киев 01057, Украина

*Summary: Electro-osmotic flows in a two-dimensional rectangular cavity are examined. This problem is reduced to the classic two-dimensional biharmonic problem of viscous flow in Stokes approaching. It is shown that the superposition method appears an effective one for an advection problem in a cavity under action of tangent velocities attached on boundaries. The flow has a system of periodic elliptic and hyperbolic points of a different order. A few examples of advection processes are examined and analysed.*

Стремительное развитие науки и технологий ставит перед исследователями новые задачи, которые уже сегодня требуют своевременного решения и практического приложения. Наиболее показательной в этом смысле является задача о перемешивании растворов электролитов электро-осмотическими течениями в микрополостях, в которых под действие внешнего электрического поля возникает внутреннее поле и ток проводимости [1]. При этом в тонком Дебаевском слое образуется неравномерное распределение зарядов с внутренним электрическим полем, направленным по касательной к границе, которое приводит к образованию объемной силы, приводящей в движение приповерхностный к электродам слой (рис.1,а).

Анализ масштабов [1,2] показывает, что толщина Дебаевского слоя намного меньше характерного размера полости и можно считать, что жидкость находится под действием касательной скорости, приложенной к границе. Применяя аналогию между электро-осмотическими течениями и несжимаемыми течениями в гидродинамике [2], рассматриваемая задача может быть сведена к двумерной задаче о течении вязкой несжимаемой жидкости в приближении Стокса внутри прямоугольной полости с подвижными сегментами границ (рис.1,б). Прикладывание к электро-осмотическому течению периодического знакопеременного электрического поля (что эквивалентно периодической знакопеременной скорости сегментов границ в гидродинамической задаче) при определенных условиях может приводить к существенной интенсификации процессов переноса в прямоугольной полости [3].

Доклад посвящен анализу процессов адвекции вязкой несжимаемой жидкости внутри двумерной прямоугольной полости с подвижными сегментами границ. Неустойчивость и высокая чувствительность таких течений к начальным возмущениям приводят к образованию внутри прямоугольной полости областей с различными режимами адвекции. Открытие явления детерминированного хаоса позволило многим исследователям посмотреть на проблему адвекции жидкостей с новых концептуальных позиций. Различные методы и критерии, применяемые к динамическому хаосу, используются сегодня при изучении явления адвекции [3].

Решение рассматриваемой задачи сводится к решению бигармонического уравнения относительно функции тока [2]

$$\frac{\partial^4 \Psi}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \Psi}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \Psi}{\partial y^4} = 0 \quad (1)$$

с соответствующими граничными условиями.

В дальнейшем задачу удобно пронормировать задачу на высоту полости  $2b$  и на период  $T$  движения границ. При этом скорость будет отнесена на величину  $2b/T$ . Можно ввести безразмерный параметр

$$D = U_0 T / 2a, \quad (2)$$

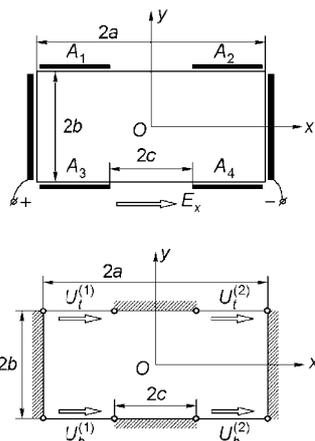


рис.1. Геометрия задачи: а – электро-осмотическое течение, б – течение Стокса внутри прямоугольника

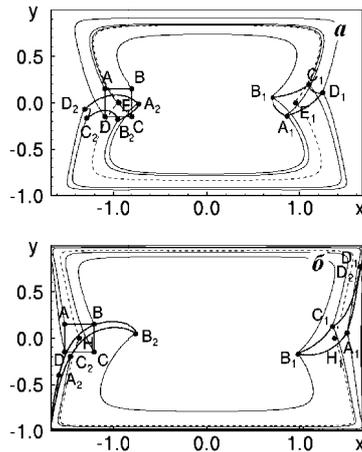


рис.2. Адвекция выделенных жидкостей в виде квадратов, охватывающих эллиптическую и гиперболическую периодические точки течения

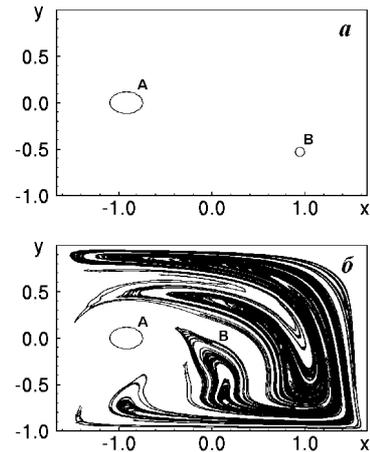


рис.3. Численное моделирование процесса адвекция выделенной жидкости в прямоугольной полости

где  $2a$  - ширина полости, а  $U_0$  - модуль скорости движения границ.

Причину существования разных режимов адвекции в рассматриваемом течении можно пояснить на рис.2, на котором показан процесс адвекции выделенной в виде жидкости, охватывающей периодические эллиптическую и гиперболическую точки первого порядка при  $D = 6.0$ . На рисунках штриховой линией показаны траектории периодических точек  $E$  и  $H$ , которые за один период движения границ возвращаются в свое начальное положение. Сплошными линиями на рисунке показаны траектории вершин квадрата  $A, B, C$  и  $D$ . Их положение в момент  $t=T/2$  отмечено буквами с индексом 1, а в момент  $t=T$  обозначено индексом 2. Видно, что выделенная жидкость, охватывающая эллиптическую периодическую точку, за один период движения границ не возвращается в свое исходное положение, однако вершины квадрата находятся в непосредственной близости к точке  $E$ . С другой стороны квадрат, охватывающий точку  $H$  с течением времени вытягивается вдоль границ полости, что свидетельствует об интенсивном режиме адвекции жидкости.

На рис.3 показан пример адвекции круговых областей  $A$  и  $B$  жидкости, охватывающих периодические точки  $E$  и  $H$  разного типа на рис.2. в рассматриваемом течении при  $D = 6.0$ . Расчеты показывают, что жидкость  $A$  в течении каждого периода возвращается в свое начальное положение, а жидкость  $B$  распределяется в правой части полости (рис.3,б при  $t=8.0$ ). Анализ зависимостей изменения нормированных длин контуров показывает, что границы области  $B$  увеличивается во времени по экспоненциальному закону, что свидетельствует об интенсивном режиме адвекции.

## Литература

- [1] Probstein R. F. *Physicochemical hydrodynamics* / New York: Wiley, 1994. – 416p.
- [2] Мелешко В.В., Гуржий О.А., Безим'янна Е.М. Електро-осмотичні течії в'язкої рідини в прямокутній порожнині / Математичні методи та фізико-механічні поля, 2007. – Т.50, N.1. – сс.107-116.
- [3] Ottino J.M. *The Kinematics of Mixing: Stretching, Chaos and Transport* / Cambridge: Cambridge University Press, 1989. – 364p.

**РОЗРАХУНОК СТАБІЛІЗОВАНОГО ПОТОКУ В КАНАЛАХ  
РІЗНОГО ГЕОМЕТРИЧНОГО ПЕРЕРІЗУ З УРАХУВАННЯМ ВПЛИВУ  
ЛЕГКОПРОНИКНОЇ ШОРСТКОСТІ**

О.М. Бердник, Є.О. Гаєв  
НАУ, ІГМ НАНУ, м. Київ

В розробці нових і удосконаленні існуючих інженерно-технічних конструкцій сьогодні використовують пористі фільтруючі вставки. Зокрема, актуальним питанням є теоретичне вивчення особливостей потоків рідини в призматичних каналах різного перерізу з легкопроникною шорсткістю (ЛПШ) на стінках.

Розглядається задача про внутрішню ламінарну течію, направлену вздовж каналу (вісь –  $Ox$ ) певного геометричного перерізу, незмінного по довжині ( $\Omega$  – площа перерізу). Моделювання досліджуваного явища проведене на припущенні про стаціонарність, ізотермічність потоку ( $p' = \Delta p / L = const$ ,  $\rho = const$ ,  $\mu = const$ ) та однорідність легкопроникної шорсткості (концентрація перешкод в одиниці об'єму –  $const$ ). При цьому дію ЛПШ моделюємо функцією розривного характеру:

$$f^* = \begin{cases} 0, & h = 0 \\ \sum F_i / V, & h > 0 \end{cases}, \quad (1)$$

де  $h$  – висота ЛПШ,  $F_i = -k\rho n U(y, z)$  – індивідуальні локальні сили, що діють з боку кожної перешкоди в одиничному об'ємі. Вільна та загальмована течії взаємодіють між собою, утворюючи єдиний складний розподіл швидкості рідини в каналі даного перерізу, що визначатиметься з рівняння:

$$\mu \left( \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \right) = -p' + f^* \quad (2)$$

з граничною умовою прилипання:

$$U(y, z) = 0, \quad (y, z) \in \partial\Omega. \quad (3)$$

В безрозмірних змінних задача набуде вигляду

$$\frac{\partial^2 \bar{U}}{\partial \bar{y}^2} + \frac{\partial^2 \bar{U}}{\partial \bar{z}^2} = -C_1 - C_2 \bar{U}; \quad \bar{U}(\bar{y}, \bar{z}) = 0 \text{ при } (\bar{y}, \bar{z}) \in \partial \bar{\Omega} \quad (4)$$

(рівняння Гельмгольца), де значення коефіцієнтів  $C_1 = const$  (оскільки масштаб  $W \propto D^2 p' / \mu$ ) і  $C_2$  – залежать від форми перерізу  $\bar{\Omega}$  та від обраних масштабів порівняння. При цьому  $C_2$ , зважаючи на (1), є розривним на границі ЛПШ,  $C_2 = \varphi(\bar{y}, \bar{z})$ .

Чисельний розв'язок граничної задачі (4), (3) базувався на використанні можливостей пакету *MATLAB*. Для кожного конкретного перерізу каналу було створено  $m$ -функцію, що відображає  $\varphi(\bar{y}, \bar{z})$ . Далі *PDE Toolbox* на основі методу скінченних елементів знаходить масив швидкостей  $\{U_{ij}\}$  у серединах трикутних площадок  $\{F_{ij}\}$ , отриманих в результаті триангуляції області перерізу. Типовий розподіл швидкостей у трикутній призматичній трубці наведено на рис. 1 з ЛПШ висотою  $h=0.15$  біля стінок наведено на рис. 1. Звертає на себе увагу загальмована течія у самій ЛПШ.

Визначення величини втрат енергії (напору) при русі рідини є одним з основних завдань гідродинаміки. Для обчислення безрозмірних об'ємних витрат рідини було використано формулу:

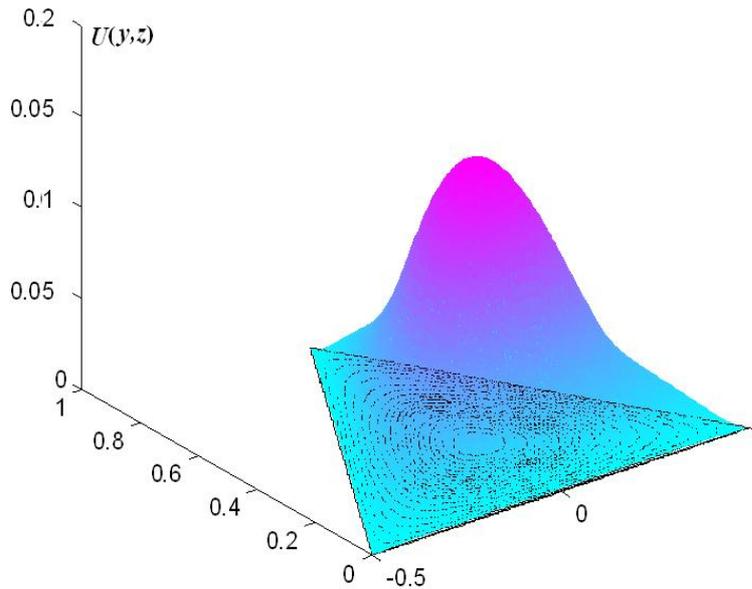


Рис. 1. Розподіл поздовжньої швидкості у трубі трикутного перерізу з ЛПШ  $h=0.15$

де коефіцієнт  $C_3$  залежить від форми перерізу. На рис. 2 представлено такі залежності від щільності ЛПШ для двох форм перерізів: коефіцієнт гідравлічного опору  $\lambda$  зростає із збільшенням щільності  $A$ .

Достовірність отриманих результатів витікає із їх доброї узгодженості з граничними випадками відсутності ЛПШ в каналі, та вже досліджених більш простих течій з ЛПШ [1]. Будуть представлені залежності  $\lambda Re$  від щільності  $A$  та висоти ЛПШ  $\bar{h}$ , характерних розмірів  $\bar{a}, \bar{b}$  поперечного перерізу каналу для еліптичних, прямокутних та трикутних каналів.

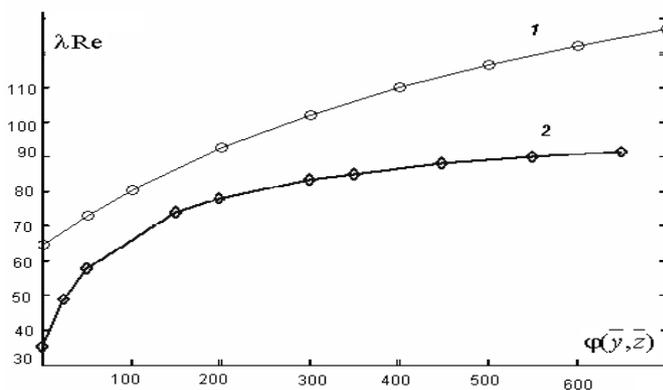


Рис 2. Залежність добутку  $\lambda Re$  від параметрів ЛПШ ( $\bar{A}=2, \bar{h}=0.3$ ):

1 – канал еліптичного перерізу, 2 – канал прямокутного перерізу

$$\bar{Q} \approx \sum_{i,j} U_{ij} F_{ij} . \quad (5)$$

При цьому попередньо здійснено експорт отриманих табличних значень  $\{F_{ij}\}, \{U_{ij}\}$  у командне вікно *MATLAB*. Значення середньої по перерізу швидкості потоку можна обчислити наступним чином:

$$\bar{U}_{cp} = \sum_{i,j} U_{ij} F_{ij} / \sum_{i,j} F_{ij} .$$

Показано, що подальше визначення коефіцієнта гідравлічного опору має проводитися за формулою

$$\lambda Re = \frac{C_3}{\bar{U}_{cp}} ,$$

### Література

1. Гаєв Є.О., Бердник О.М. Одновимірна ламінарна течія через круглу трубу з легкопроникною шорсткістю // Промислова гідравліка і пневматика: №4(22) – 2008. – С.34-38.

## АЛГОРИТМ ВСТАВКИ ПРОМЕЖУТОЧНЫХ ТОЧЕК ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ВИХРЕВОЙ ПЕЛЕНЫ

Г. Г. Буланчук, Приазовский государственный технический университет, Мариуполь  
О. Н. Буланчук, Приазовский государственный технический университет, Мариуполь  
С. А. Довгий, Институт гидромеханики НАН Украины, Киев

При моделировании обтекания тела идеальной жидкостью с помощью метода дискретных вихревых рамок [1] часто возникает ситуация, когда в процессе движения трехмерной вихревой пелены стороны вихревых рамок в некоторых случаях становятся аномально большими.

В работе рассматривается возможность предотвращения неоправданного удлинения стороны рамки путем помещения внутрь вихревых отрезков дополнительных узловых точек. Была разработана методика, в соответствии с которой при удлинении вихревого отрезка длины  $\Delta l$  больше некоторого критического значения  $\Delta l_k$ , этот отрезок разбивается на два путем вставки промежуточной точки (узла) (Рис.1а). Таким образом, вместо одного вихревого отрезка образуются два отрезка, длины которых приблизительно будут равны длине вихревого элемента присоединенной рамки, порождающей данную свободную вихревую рамку. Циркуляции образовавшихся вихревых отрезков будут одинаковыми и равны циркуляции исходного отрезка. Расчет движения образовавшихся вихревых отрезков осуществляется по стандартной методике [1]. Если в дальнейшем длина образовавшегося вихревого отрезка опять превысит критическое значение, то он снова разбивается на два отрезка и т.д.

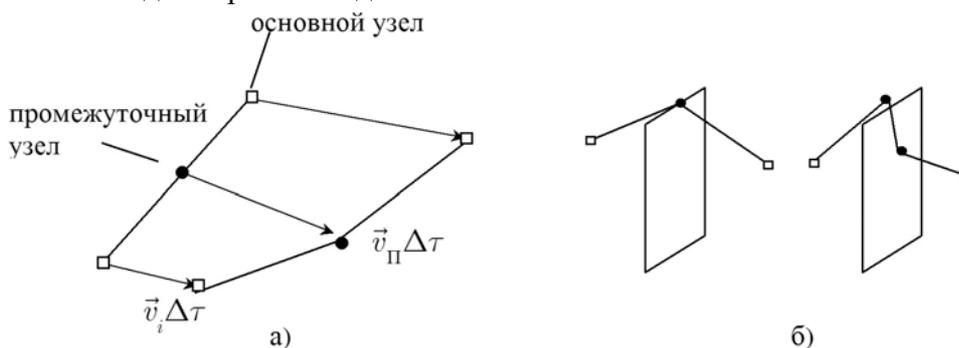


Рисунок 1. Вставка промежуточных узлов

Таким образом, в результате нескольких вставок стороны вихревых рамок становятся ломаными линиями. На каждом шаге осуществляется проверка длин вихревых отрезков и осуществляется вставка промежуточных узлов.

С помощью данной методики удалось также реализовать алгоритм огибания пеленой пластины и тел, поверхность которых можно составить из плоских поверхностей. При пересечении вихревым отрезком плоской поверхности промежуточный узел ставился в точке пересечения вихревого отрезка с ребром пластины или на некотором расстоянии от ребра в плоскости пластины (Рис.1б). В этом случае пелена как бы натягивается на тело или поверхность.

Методические исследования на примере квадратной пластинки, поставленной перпендикулярно набегающему потоку, показали, что вставка промежуточных узлов уменьшает длины вихревых отрезков и позволяет лучше моделировать процесс сворачивания пелены. Для облегчения понимания динамики пелены анализировался случай вставки дополнительных узлов для продольных вихревых нитей. На Рис. 2 показана форма вихревой продольной линии при наличии промежуточных узлов и расчете по обычной схеме в момент времени  $\tau = 2.5$ . Графики представлены для случая  $\Delta \tau = 0.1$ ,  $d = 0.1$  и радиусе вихревых отрезков  $r_0 = \sqrt{7}h$ , где  $h = 0.49d$ . Пунктирной линией и

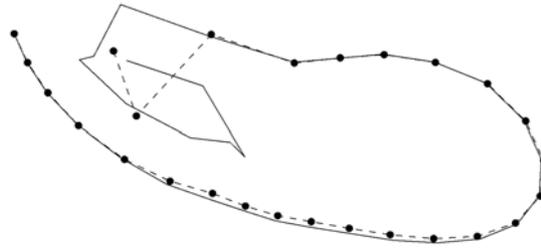


Рисунок 2. Форма вихревой линии

кружечками обозначена пятая вихревая линия (начиная от угла пластинки), вычисленная по классической методике, сплошной линией — со вставкой промежуточных узлов. Вставка промежуточных узлов производилось при  $\Delta l_K = 2d$ . Для уменьшения времени счета максимально возможное количество промежуточных узлов было ограничено семью. Видно, что форма вихревой линии существенно изменяется ближе к концу нити. Причем, если отслеживать динамику пелены при моделировании по обычной схеме, то видно, что концевой вихревой отрезок до момента времени  $\tau = 2.5$  совершает полный оборот вокруг предпоследнего узла, что означает самопересечение пелены. В случае применяемой методики такого самопересечения до данного момента времени не происходит.

На Рис.3 показана зависимость коэффициента нормальной силы от времени для стандартной методики и со вставкой промежуточных узлов для продольных вихревых нитей при  $\Delta l_K = 2d$  ( $d = 0.1$ ). Расчет был выполнен с переменным шагом по времени и радиусом вихря  $r_0 = 2h$ . Сплошной линией обозначен коэффициент нормальной силы при реализации данной методики, кружечками — рассчитанный по стандартной методике. Из рисунка видно, что на начальном этапе кривые практически совпадают. Отличие

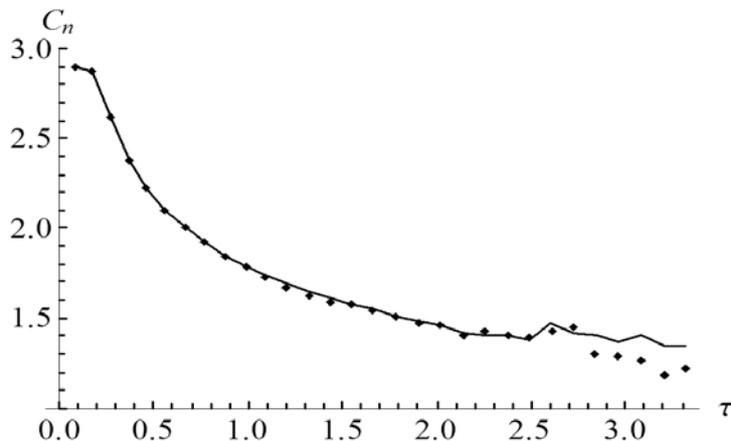


Рисунок 3. Зависимость коэффициента нормальной силы от времени

наблюдается только на больших временах счета, когда начинается процесс разрушения пелены. При этом используемая методика дает несколько меньшие пульсации коэффициента нормальной силы. Недостатком методики является существенное увеличение времени счета.

1. И.К. Лифанов. Метод сингулярных интегральных уравнений и численный эксперимент – М., 1995.– 519 с.

# ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНЫХ ГРАДИЕНТНЫХ ТЕЧЕНИЙ

Воропаев Г.А.

Институт гидромеханики НАН Украины

Численное моделирование турбулентных течений это реализация одного из алгоритмов, трансформирующих дифференциальные (интегро-дифференциальные) уравнения, которые описывают законы сохранения при движении сплошной вязкой среды, для получения численной информации о характеристиках движения этой среды. Эти алгоритмы должны обеспечивать определенную погрешность аппроксимации, быть устойчивыми, согласованными, консервативными, но основа любого алгоритма это исходная система уравнений. Потенциально классическая нестационарная система уравнений Навье-Стокса может быть положена в основу численного моделирования любого течения, в том числе и турбулентного, однако и в настоящее время не существует алгоритмов и мощностей вычислительной техники, обеспечивающих достоверный результат для достаточно больших чисел Рейнольдса. Поэтому для получения численной информации о характеристиках турбулентных течений предложено очень большое количество моделей, описывающих те или другие характеристики турбулентных течений. Нет моделей “плохих” или “хороших” для любых течений. Есть модели, обеспечивающие приемлемый непротиворечивый результат, для определенного класса течений, и чем шире этот класс, тем полезней модель. Однако, как правило, с расширением класса течений теряется способность модели отслеживать особенности каждого течения, если в основу модели не положены основополагающие принципы сохранения, которые должны выполняться для всех течений.

В основу всех моделей турбулентности положена незамкнутая система уравнений Рейнольдса (уравнения сохранения импульса и массы) либо ее расширение с учетом последующих корреляционных моментов более высокого порядка (уравнения сохранения энергии и уравнения переноса моментов различных порядков).

Для замыкания уравнений сохранения импульса применяют модели, моделирующие связь напряжений Рейнольдса с градиентами осредненной скорости течения, вводя коэффициент пропорциональности, называемый по аналогии с коэффициентом динамической вязкости коэффициентом турбулентной (вихревой) вязкости. Функциональная зависимость этого коэффициента пропорциональности от различных параметров течения определяет порядок модели, начиная с первого. Так как в моделях нулевого порядка коэффициент пропорциональности принимался константой, постулируемой для каждого течения.

В модели первого порядка, предложенной еще Прандтлем, коэффициент турбулентной вязкости пропорционален местному градиенту скорости и квадрату масштабного множителя, названного Прандтлем “длиной пути смешения”. Вариации моделей первого порядка заключаются в функциональном представлении этого масштаба, от постулирования вида конкретной функциональной зависимости до модельных уравнений (аналога уравнений сохранения этого масштаба). Однако условие, когда и временной масштаб, и пространственный масштаб возмущений потока определяется местным градиентом осредненной скорости, накладывает существенное ограничение на применимость моделей этого порядка для потоков с градиентами скорости различных знаков, а для нестационарных потоков она вообще не применима. Фактически это и определило появление двухмасштабных моделей “k-L”, “k-ε”, “k-ω” и их модификаций, определяющих один из масштабов турбулентности через энергию турбулентности и скорость диссипации турбулентной энергии, что потребовало применить уравнение сохранения энергии турбулентности. Однако этот шаг потребовал

введения коэффициента турбулентной диффузии и модельного уравнения переноса скорости диссипации. Это существенно усложнило модель, но не устранило необходимость применения формулы Буссинеска, связывающей компоненты напряжений Рейнольдса с градиентами профиля средней скорости, не раскрыло внутреннего механизма генерации этих компонент, что практически исключает применение моделей этого порядка при анализе внутреннего механизма изменения структуры турбулентности при различных способах управления.

Существенным шагом в этом направлении является модель переноса напряжений Рейнольдса, включающей в себя уравнения переноса для всех компонент тензора напряжений Рейнольдса, что позволяет не вводить коэффициент турбулентной вязкости в уравнения сохранения осредненного импульса, так как система уравнений включает уравнения переноса для недиагональных компонент тензора Рейнольдса. Однако при этом необходимо моделировать составляющие энергетического обмена между компонентами тензора напряжений Рейнольдса. Основное достоинство этой модели в том, что даже для двумерных осредненных течений, есть механизм позволяющий сделать турбулентность трехмерной. Так как в энергетическом балансе для компонент тензора напряжений Рейнольдса кроме прямого порождения энергии соответствующих компонент за счет энергии осредненного течения учитывается объемный механизм корреляции пульсаций давления с напряжениями пульсационной скорости, отвечающего за перераспределение пульсационной энергии между компонентами тензора напряжений Рейнольдса.

В результате получена система уравнений, позволяющая для пограничных слоев не только учитывать энергетический обмен между средним течением и пульсационным, но и описывать особенности этого обмена, так как от осредненного течения получает энергию только продольная компонента пульсации скорости, а нормальная и трансверсальная компоненты получают энергию за счет перераспределения от продольной компоненты.

Таким образом, в модели переноса напряжения Рейнольдса уровень моделирования переносится на компоненты турбулентности, где не требуется постулирование связи осредненного течения с “пульсационным” течением, а эта связь уже определяется в результате решения модельной задачи, то есть реакция осредненного течения на изменение структуры турбулентности не задается, а определяется. Это ключевой момент в применении модели переноса напряжений Рейнольдса для задач управления турбулентностью в сдвиговом потоке, так как эта модель позволяет ответить на вопрос – можно ли изменяя структуру турбулентности пограничного слоя изменять интегральные характеристики тел, на поверхности которых формируется этот пограничный слой.

## КОМП'ЮТЕРНА ОБРОБКА ТА АНАЛІЗ ВІЗУАЛІЗОВАНИХ ВИХРОВИХ СТРУКТУР У ЛОКАЛЬНИХ ЗАГЛИБЛЕННЯХ НА ОБТІЧНІЙ ПОВЕРХНІ

В.А. Воскобійник, О.А. Воскобойник, А.В. Воскобійник

*Інститут гідромеханіки НАН України, Київ, Україна*

Заглиблення різноманітної конфігурації та форми часто зустрічаються при обтіканні апаратів та конструкцій. Це гідротехнічні споруди на які діє хвильовий рух у відкритому морі та поблизу берегів, заглиблення конструктивного або випадкового характеру, розташовані на корпусах підводних та надводних човнів, колодязі шасі на літаках і люки в автомобілях, ніши підрулюючих пристроїв на космічних апаратах та багато інших систем. Залежно від режимів обтікання та геометричних параметрів таких неоднорідностей, усередині них формуються складні вихрові течії, які можуть призвести до збільшення опору тіл, шуму та вібрацій.

У доповіді наведено результати фізичного моделювання обтікання заглиблень

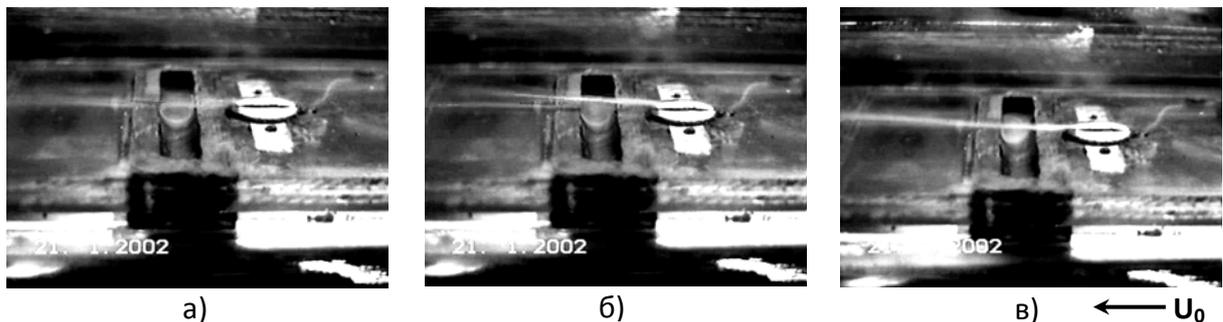


Рис. 1. Візуалізація вихрового потоку в напівциліндричній канавці та поблизу неї: а) – розвиток когерентного вихору в канавці ; б) – викид вихору з заглиблення; в) – зародження великомасштабного вихору

різної геометричної форми, розташованих на гладкій поверхні. Особливості формування вихрових структур усередині заглиблень та у прилеглому шарі поблизу цих локальних неоднорідностей поверхні досліджувалися за допомогою різноманітних методів візуалізації потоку. В якості контрастних речовин використовувалися барвники, дим та кольорові покриття, які змивалися потоком рідини чи повітря. Досліди проводилися на аеродинамічному стенді та у гідродинамічному лотку. В осьовому поздовжньому перерізі яких розташовувалась гідравлічно гладка пластина з встановленими у ній заглибленнями різноманітної форми (напівциліндрична канавка, напівсферична та овальна лунки). Досліди проводилися для різних швидкостей потоку та кутів розташування заглиблення відносно напрямку течії.

Використовуючи цифрові фото та відеокамери, у тому числі і швидкісні, були зафіксовані, оброблені та проаналізовані, з використанням комп'ютерної графічної станції та спеціалізованого програмного забезпечення, картини візуалізації вихрового руху в заглибленні. На рис. 1 наведено характерні етапи розвитку, викиду та формування великомасштабних вихрових структур у напівциліндричній канавці. Так, у такій канавці формується циркуляційна область, яка генерує великомасштабний вихор, поздовжня вісь якого спрямована поперек потоку і знаходиться він у придонній частині канавки. Періодично ця вихрова структура та вихрові системи зсувного шару, а також дрібномасштабні вихори, що формуються разом з великомасштабним вихором усередині канавки, викидаються назовні.

У напівсферичному заглибленні при ламінарному режимові обтікання формується симетрична аркоподібна великомасштабна вихрова структура з джерелами поблизу дна лунки на її бокових стінках та викидом вздовж осі пластини (рис. 2а). Зі збільшенням швидкості спостерігається порушення симетричності вихрової структури і при турбулентній течії усередині лунки генерується асиметрична торнадоподібна вихрова структура. Вона розташована під кутом майже  $45^\circ$  до напрямку потоку, з джерелом в

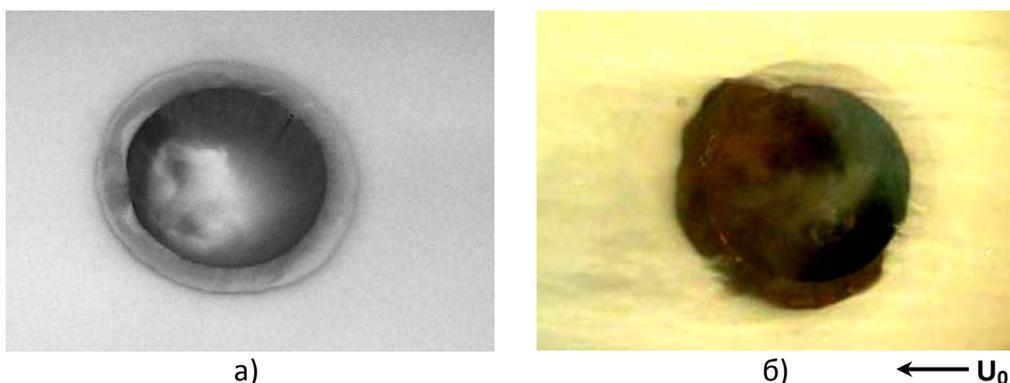


Рис. 2. Візуалізація вихрового руху в напівсферичній лунці та поблизу неї:  
 а) – ламінарний режим обтікання ; б) – турбулентний режим обтікання

передній частині заглиблення та викидом в кормовій частині (рис. 2б). Періодично цей вихор змінює свою орієнтацію на протилежну відносно поздовжньої осі лунки. Викид цих великомасштабних когерентних вихрових структур над пластиною досягає зовнішнього краю примежового шару. Для розвинутого турбулентного режиму обтікання асиметричність вихрових структур зберігається, але спостерігається хаотичність їх формування. Викиди вихрових структур зі сферичної лунки при цьому інтенсивні та нестійкі, що суттєво збурює примежовий шар утворюючи картину, яка у літературі носить назву «гра вихорів». Це обумовлює значне зростання тепло та масопереносу рідини над обтічною поверхнею, а також збільшує її опір, що погіршує застосування поверхонь зі сферичними лунками в енергозберігаючих технологіях. Як показує досвід, використання стійких поздовжніх вихрових структур у примежовому шарі з керованими геометричними та динамічними параметрами, які генеруються у заглибленнях, дозволяє не тільки покращити теплофізичні характеристики потоку, але й зменшити гідродинамічний опір обтічної поверхні. Для керування примежовим шаром використовуються заглиблення специфічної форми, у тому числі й асиметричні.

Чисельні розрахунки показали, що при обтіканні асиметричних лунок усередині них генеруються стійкі вихрові структури з інтенсивною вторинною поперечною течією і фіксованими зонами викиду, що визначає їх перевагу за теплогідролічною ефективністю, як для ламінарного, так і турбулентного режимів обтікання. Одними із таких асиметричних лунок є овальні лунки, які в наших дослідженнях розташовувались під різними кутами до напрямку потоку (від  $30^\circ$  до  $90^\circ$ ). Встановлено, що у придонній частині лунки утворюється інтенсивна великомасштабна вихрова структура, яка періодично викидається у фіксованих місцях із лунки. Наприклад, для ламінарного режиму обтікання овальної лунки під кутом  $60^\circ$  викид спостерігається з кормової частини лунки, а для турбулентного – із її передньої частини. При викиді відбувається трансформація цієї когерентної вихрової структури у поздовжній вихор, який переноситься у примежовий шар позаду лунки. Дія вихрових структур, які викидаються у примежовий шар спостерігається до десяти діаметрів лунки.

З аналізу картин візуалізації було отримано етапи формування та розвитку вихрових структур, місце розташування їх усередині заглиблень, масштаб, напрямок та частоту обертання, зони та періодичність їх викиду. Візуалізація дозволила прослідкувати за взаємодією вихрових структур, які викидалися із заглиблення з примежовим шаром позаду лунки та обтічною поверхнею, а також визначити їх траєкторію руху і час існування.

Робота виконана при фінансовій підтримці за грантом НАН України – 2009-2010 рр. (договори № 5-2009; № 4-2010, Держ. реєстр. № 0109U007050; № 0110U004182).

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ БРЫЗГАЛЬНОГО ОХЛАДИТЕЛЯ

Е.А. Гаев, Ю.Н. Савченко  
ИГМ НАНУ (Киев)

Украина обладает самым большим в мире брызгальным охладителем (БСО) на Запорожской АЭС. Южно-Украинская АЭС планирует свое расширение на БСО. Таким образом, проблемы функционирования БСО различной конструкции и в разнообразных метеоусловиях по-прежнему представляет важную научно-практическую задачу.

Функционирование БСО связано с разнообразными и разномасштабными физическими процессами – дроблением струй воды на капли разных размеров, их движением в потоке воздуха от сопла до высоты  $z = h$  порядка 4 – 8 м, локальным взаимодействием капель с ветровым потоком, их испарением и охлаждением, порождением турбулентности в ветровом потоке, возникновением вертикальных конвективных токов, взаимодействием внутреннего заторможенного потока с наружным атмосферным пограничным слоем.

1. Оценим кинетическую энергию ветрового потока высоты  $h$ , ширины  $B$  и протяжением  $L$ , проходящего сквозь ряды фонтанов БСО:

$$E_{air} = \frac{1}{2} M U_{\infty}^2 = \frac{1}{2} \rho_1 L B h U_{\infty}^2, \text{ дж.}$$

В середину этой массы воздуха выпадает в виде капель радиуса  $r$  количество воды  $Q$  на всю площадь бассейна  $LB$ . Механическая энергия всего ансамбля капель есть

$$E_{drops} = m g h N = \frac{4}{3} \rho_2 \pi r^3 g h N = \frac{4}{3} \rho_2 \pi r^3 g h \frac{Q \tau_{drop}}{\frac{4}{3} \pi r^3} = \rho_2 g h Q \tau_{drop}, \text{ дж.}$$

Где время падения капель  $\tau_{drop} \approx 1,5$  сек. Отсюда получаем, что отношение двух энергий

$$\frac{E_{drops}}{E_{air}} = \frac{\rho_2 g h Q \tau_{drop}}{\frac{1}{2} \rho_1 L B h U_{\infty}^2} = 2 \left( \frac{\rho_2}{\rho_1} \right) \frac{Q}{L B} \frac{g \tau_{drop}}{U_{\infty}^2} = 2 \left( \frac{\rho_2}{\rho_1} \right) \frac{g \tau_{drop}}{U_{\infty}^2} q$$

от размера капель  $r$  и высоты БСО  $h$  не зависит, и составляет примерно  $\frac{1}{2}$ . Плотность

орошения  $q = \frac{Q}{L B}$  обычно выбирается проектировщиками „наугад” как  $0,9 - 1 \text{ м}^3 / \text{м}^2$ .

Это и означает, что на взаимодействие ветер – капли и следует обратить особое внимание.

2. Для моделирования трансформации ветра под действием БСО, следует рассмотреть физические процессы в слое капель и сверху над ним. Механическое поведение многофазной среды в слое капель  $0 \leq z \leq h$  подчиняется уравнениям в приближении пограничного слоя

$$\rho_1 \left( U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial z} \right) = \frac{\partial \tau}{\partial z} - \frac{1}{2} c_x \rho_1 \int_0^{\infty} (U - u(r))^2 S(r) n(r) dr, \quad \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial z} = 0,$$

$$m(r) \left( u(r) \frac{\partial u}{\partial x} + v(r) \frac{\partial v}{\partial z} \right) = \frac{1}{2} c_x \rho_1 (U - u(r))^2 S(r).$$

А тепломассоперенос – уравнениям

$$\rho_1 c_1 \left( U \frac{\partial T}{\partial x} + V \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \frac{\partial j_r}{\partial z} + \alpha \int_0^{\infty} (T - t(r)) S_0(r) n(r) dr,$$

$$\rho_1 \left( U \frac{\partial E}{\partial x} + V \frac{\partial E}{\partial z} \right) = \frac{\partial j_E}{\partial z} + \beta \int_0^{\infty} (E - e(r)) S_0(r) n(r) dr,$$

$$m(r) c_2 \left( u(r) \frac{\partial t}{\partial x} + v(r) \frac{\partial t}{\partial z} \right) = \alpha (T - t(r)) S_0(r) + \beta (E - e(r)) S_0(r).$$

Профили скорости ветра  $U(z,x)$ ,  $V(z,x)$ , температур  $T(z,x)$  и влажности  $E(z,x)$  в середине БСО  $z \in [0, h]$  и вне  $z \geq h$  должны быть сопряжены по общей границе  $z = h$ :

$$U(h-0) = U(h+0), \quad V(h-0) = V(h+0), \quad T(h-0) = T(h+0), \quad E(h-0) = E(h+0),$$

$$\tau(h-0) = \tau(h+0), \quad j_T(h-0) = j_T(h+0), \quad j_E(h-0) = j_E(h+0).$$

Такая формулировка порождает несколько итеративных процессов сопряжения. Дополнительно следует учитывать зависимость названных процессов от стратификации ветра по эмпирической формуле Никитина для константы турбулентности  $\kappa = \kappa(Ri)$ .

3. Пусть спектр размеров капель разбит на два представительных класса  $r_1$  и  $r_2$ ; их концентрация  $n_1(z)$  и  $n_2(z)$  на различных уровнях слоя капель  $0 \leq z \leq h$ . Рассматривая систему достаточно далеко от „входа“ ветра, приходим к математической задаче сопряжения двух систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Такая задача легко реализуется численно. Так, типичные профили скорости ветра над БСО и внутри нее представлены на рис. 1. Обращает на себя внимание их деформированный вид внутри БСО, что, собственно, и было первой целью расчета. Даны также профили скоростей капель. Аналогично деформированы распределения температуры  $T(z)$  и влагосодержания  $E(z)$ . По „погоде в слое капель“ находим их температуру  $t(z)$  и охлаждение  $\Delta t$ . Последнее, его зависимость от конструкции БСО и метеорологических параметров, и представляет наибольший (конечный) интерес для практики. На рис. 2 представлена температура охлажденной воды в зависимости от ее входного значения для того или иного направления ветра. Аналогичные расчеты могут служить оператору электростанции при поиске режимов ее экономичной работы.

Модель трансформации ветра в БСО позволяет вести практические расчеты охлаждения воды. В то же время, остаются незаконченными вопросы более подробной численной реализации и задания эмпирических констант турбулентности.

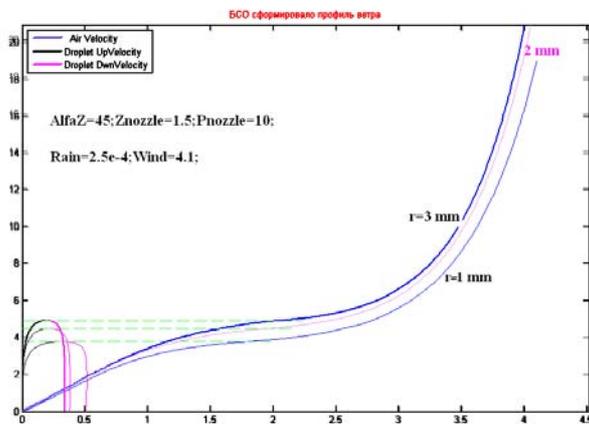


Рис. 1: Расчетные профили ветра внутри и над БСО

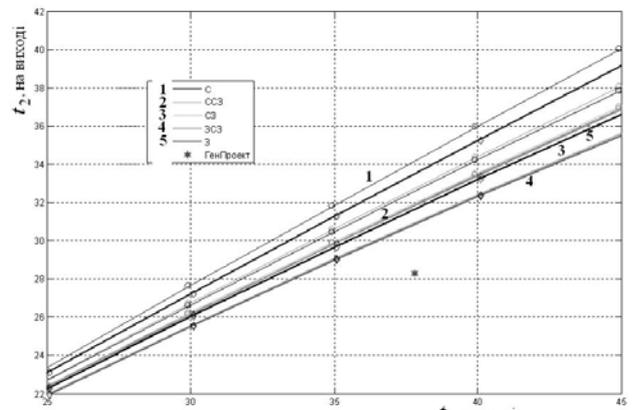


Рис. 2: Типичные кривые охлаждения воды БСО; моделирование влияния направления ветра

## АДВЕКЦІЯ РІДИНИ ПРИ ВЗАЄМОДІЇ ТОЧКОВИХ ВИХОРІВ

Голіченко О.Л.  
КНУ імені Тараса Шевченка

Розглянута двовимірною задачею про адвекцію ідеальної, однорідної, нестисливої, необмеженої рідини при взаємодії точкових вихорів. Увага в дослідженні сконцентрована на русі окремих, однозв'язних областей. Оскільки рідина є однорідною, нестисловою, то рух області повністю визначається рухом границі області. Розроблено чисельний алгоритм прорахунку руху контурів в двовимірній рідині при відомому полі швидкості з апроксимацією контуру набором точок. В алгоритмі реалізовано механізм вставки додаткових точок в контур для врахування характерної особливості руху кривих при взаємодії точкових вихорів, пов'язаної з можливістю суттєвого розтягу або стиску окремої ділянки кривої. Використаний підхід, який полягає в тому, що спочатку додаткова точка вставляється в відповідне місце початкової кривої, а потім відслідковується куди вона перейде в процесі руху. Розглянуто 5 випадків руху точкових вихорів: 3 випадки взаємодії вихрової пари з точковим вихором і 2 випадки взаємодії двох вихрових пар. У всіх випадках досліджувався рух границь атмосферних вихрових пар, а також кругові області навколо одиничних вихорів. При можливості результати чисельних розрахунків порівнювалися з аналітичними формулами та результатами експериментів.

Було встановлено, що застосований підхід дозволяє добре прораховувати рух потрібної області рідини в двовимірному полі швидкості. Порівняння чисельно проінтегрованих траєкторій руху точкових вихорів з їх аналітичним представленням показало, що чисельний метод цілком придатний для знаходження траєкторії руху точкових вихорів. Порівняння одержаних в роботі результатів з результатами експерименту показало адекватність використаних в роботі моделей та підходів реальним явищам, що відбуваються в навколишньому світі. Встановлені типові особливості поведінки оточуючої точкові вихорі рідини, при їх взаємодії. Зокрема встановлено, що більш складні структури втрачають свою цілісність в першу чергу. Розглянуті приклади показали, що після утворення нових, стабільних, вихрових структур, за положенням досліджуваної області на момент їх утворення можна прогнозувати асимптотичну поведінку рідини, яка утворює розглядувану область. Встановлено, що застосований підхід до вставки додаткових точок в криву має як свої переваги, так і недоліки в порівнянні з вставкою за допомогою інтерполяції. Перевагами є відсутність додаткових похибок в процесі інтерполяції, а також можливість додаткової аналітики поведінки кривої. Недоліками є більші вимоги до комп'ютерних ресурсів та можливість ситуації, коли точності представлення чисел в комп'ютері виявляється недостатньо для вставки чергової точки в початковий контур. Розглянуто таку чисельну характеристику як довжина границі досліджуваної області. Помічено існування відповідності між поведінкою області в рідині, та зміною довжини границі області. Доведено важливість дослідження довжини границі рухомої області. На прикладі показано, як графік зміни довжини області з часом може допомогти виявити суттєві особливості поведінки контуру, не помітні при загальному візуальному контакті.

## СОВМЕСТНОЕ ВЛИЯНИЕ ДЕФОРМИРУЮЩЕЙСЯ ПОВЕРХНОСТИ И ДОБАВОК ВЫСОКОМОЛЕКУЛЯРНЫХ ПОЛИМЕРОВ НА СТРУКТУРУ ПРИСТЕНОЧНОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

Димитриева Н. Ф., Загуменный Я. В.  
Институт гидромеханики НАН Украины, г. Киев  
E-mail: [dimitrieva@list.ru](mailto:dimitrieva@list.ru), [zagumennyi@gmail.com](mailto:zagumennyi@gmail.com)

Проблеме структуры турбулентного пограничного слоя при наличии полимерных добавок в потоке и течения вдоль деформирующейся поверхности посвящено достаточно большое количество работ. В то время как, исследований по совместному влиянию полимера в растворе и деформирующейся поверхности насчитываются единицы [1, 2]. Вместе с тем, в них было определено, что эффект снижения сопротивления трения суммируется.

В настоящей работе представлены результаты исследований по теоретической оценке совместного влияния полимерных добавок и деформирующейся поверхности на структуру турбулентности в пограничном слое. Наличие полимерных добавок в растворе определяет объемный фактор воздействия на структуру потока, в то время как деформирующаяся поверхность изменяет граничные условия на обтекаемой поверхности.

Характеристики пристенного турбулентного течения разбавленного раствора полимера на поглощающей поверхности вязко-упругого слоя определяются на основании численного решения осредненной системы уравнений Рейнольдса с линеаризованными потоковыми граничными условиями, которые определяются из решения системы нестационарных уравнений сохранения импульса для вязкоупругого покрытия [3]. Система уравнений Рейнольдса замыкается на основании модели переноса напряжений Рейнольдса. Влияние полимерных добавок в разбавленном растворе учитывается за счет предложенной в работе [4] модификации модельных констант, которая является функцией концентрации и молекулярного веса полимера.

Ранее было показано [3], что существует диапазон значений чисел Рейнольдса, когда вязко-упругая поверхность фиксированных геометрических и механических параметров способна изменять структуру турбулентности пограничного слоя. Деформирующаяся вязко-упругая поверхность может служить как возмущающим фактором, увеличивающим сопротивление трения, так и диссипативным, что может приводить к его снижению (Рис. 1). Этот эффект можно объяснить изменением направления диффузионного потока пульсационной энергии на деформирующейся поверхности (Рис. 2).

Полимерные добавки в турбулентном пограничном слое влияют на перераспределение энергии турбулентности между компонентами тензора напряжений Рейнольдса (Рис. 3), что приводит к изменению анизотропии турбулентности и уменьшению напряжения трения. При течении раствора полимера вдоль вязкоупругой поверхности проявляются оба фактора воздействия на турбулентность в градиентном потоке и эффект суммируется (Рис. 4).

Таким образом, объемный фактор влияния полимерных добавок в потоке изменяет структуру энергетического баланса между компонентами тензора напряжений Рейнольдса. Изменение направления потока пульсационной энергии в энергонесущем диапазоне спектра на податливом покрытии приводит к уменьшению уровня интенсивности турбулентных пульсаций. Эти два фактора, дополняя друг друга, способствуют изменению структуры турбулентности, что приводит к уменьшению суммированию эффекта снижения сопротивления турбулентного трения.

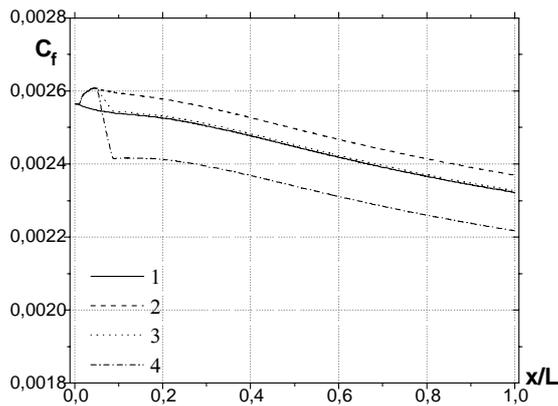


Рис. 1. Коэффициент сопротивления на податливой поглощающей поверхности: жесткая гладкая поверхность (1); колеблющаяся поверхность (2); колеблющаяся поглощающая поверхность с коэффициентами поглощения 4 % (3) и 15 % (4)

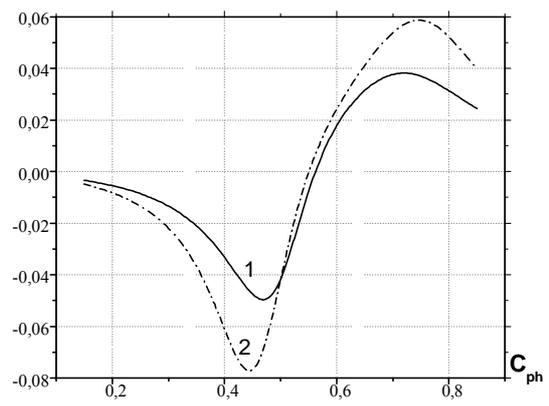


Рис. 2. Поток пульсационной энергии в пограничном слое в зависимости от скорости распространения возмущений:  $\alpha = \beta = 0,35$  (1),  $\alpha = \beta = 0,5$  (2).

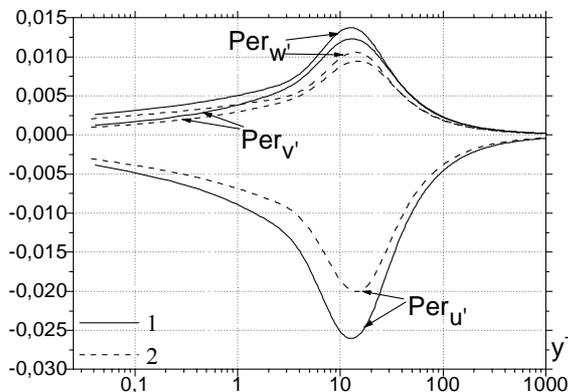


Рис. 3. Перераспределение энергии турбулентности между компонентами тензора напряжений Рейнольдса в пограничном слое для чистого растворителя при  $\varphi = 0$  (1) и разбавленного раствора полимера при  $\varphi = 0,006$  (2)

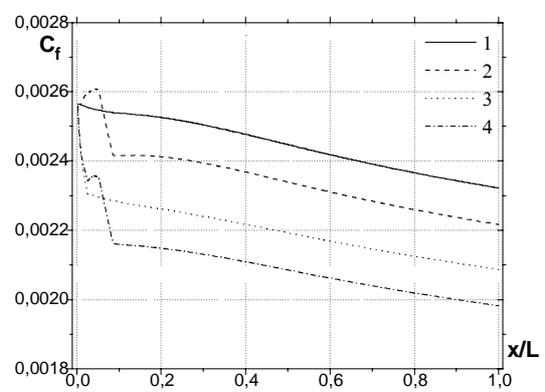


Рис. 4. Коэффициент сопротивления для течения чистого растворителя вдоль жесткой (1) и податливой (2) поверхностей; течения раствора полимера вдоль жесткой (3) и податливой (4) поверхностей

## ЛИТЕРАТУРА

1. Коробов В. И. Комплексное влияние податливости поверхности и высокомолекулярных полимерных добавок на турбулентное трение // Прикладна гідромеханіка. – 2000. – т. 2 (74), – № 2. – С. 59-63.
2. Семенов Б. Н., Кулик В. М., Лопырев В. А. О совместном влиянии малых полимерных добавок в потоке и податливости поверхности на турбулентное трение // Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук. – 1984. – № 4, вып. 1. – С. 89–93.
3. Voropaev G. A., Zagumennyi Ya. V., Turbulent boundary layer over compliant and deformable surface // May C. ISSDR 2005. – 2005. – Busan (Korea). – P. 447-458.
4. Воропаев Г. А., Дмитриева Н. Ф. Модель переноса напряжений Рейнольдса для турбулентных течений слабоконцентрированных растворов полимеров // Вісник Донецького університету, Сер. А: Природничі науки. – 2009. – №. 2. – С. 111-117.

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА ГАЛЕРКИНА ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ УСТОЙЧИВОСТИ МГД-ВРАЩЕНИЯ

А. Ф. Зибольд  
ДонНТУ, г. Донецк

Метод Галеркина (Бубнова-Галеркина), принадлежащий к вариационным методам, широко используется в вычислительной гидродинамике. Многочисленные работы посвящены применению метода и обоснованию его сходимости. Одним из первых на возможность использования метода Галеркина при исследовании гидродинамической устойчивости указал Г. И. Петров [1]. Метод Галеркина дает достаточно высокую точность расчетов при сравнительно небольшом объеме оперативной памяти ЭВМ. Сравнительным расчетом Оржаг [2] показал, что метод Галеркина с  $N^p$  степенями свободы, где  $p$  – размерность пространства, дает такую же точность, как метод конечных разностей с  $(2N)^p$  степенями свободы. Этот вывод был подтвержден и теоретическими соображениями на основе изучения поведения собственных чисел операторов перехода.

Как известно, в методе Галеркина решение задачи ищется в виде разложения в ряд по полной системе ортогональных функций, являющихся собственными функциями соответствующего однородного оператора задачи. При исследовании устойчивости МГД-вращения было использовано разложение по ортогональным функциям согласно методу, тщательно разработанному и обоснованному Чандрасекхаром [3] и развитому в последующих работах Чандрасекхара, Гарриса и Рида [4, приложение V] для задач с цилиндрическими границами.

В линейной постановке исследована устойчивость стационарного осесимметричного течения вязкой несжимаемой электропроводной жидкости, возбуждаемого в бесконечно длинном цилиндре соосно вращающимся магнитным полем произвольной поворотной симметрии. Для широкого диапазона изменения параметров процесса были получены кривые нейтральной устойчивости, отделяющие область одномерного азимутального течения от области трехмерного ламинарно-вихревого течения [5]. При этом на первичное ламинарное течение накладывается система периодических вдоль оси сосуда меридиональных вихрей – так называемых вихрей Тейлора. Для всех исследованных диапазонов значений параметров течения в расчетах была получена одновихревая (по радиусу) структура тейлоровских вихрей, возникающих в пристеночной области. Изменение порядка поворотной симметрии вращающегося магнитного поля, чисел Гартмана и Рейнольдса позволяет достаточно эффективно менять размер вихря.

Необходимость изучения трехмерной структуры, возникающей в сосуде конечной длины, и ее эволюции при изменении параметров течения связана с возможностью использования одномерной модели первичного ламинарного течения в задачах на устойчивость. Если существование одномерного течения в достаточно большой части длинного цилиндрического сосуда возможно, то постановка задачи на устойчивость течения в бесконечно длинном цилиндре, использованная в работе [5], корректна. В противном случае необходимо было бы исследовать устойчивость первичной трехмерной динамической структуры.

Была рассмотрена задача о трехмерном осесимметричном стационарном течении вязкой несжимаемой проводящей жидкости, возбуждаемом в цилиндрическом сосуде ограниченной длины однородным вдоль оси вращающимся магнитным полем произвольной поворотной симметрии [6, 7]. При решении задачи был использован метод итераций с использованием метода Галеркина на каждом шаге итерации. При этом в методе Галеркина использовался достаточно широкий базис: 15 базисных функций по радиусу и 28 – по относительной высоте сосуда. Включение решения в итерационную схему существенно повысило степень достоверности решения. Вычисления показали, что

итерация перестает сходиться, как только параметры задачи приближаются к значениям критических параметров, соответствующим возникновению гидродинамической неустойчивости в задаче о стационарной неустойчивости МГД-вращения в бесконечно длинном цилиндрическом сосуде [5]. Такая связь между сходимостью итерации в задаче для сосуда конечной длины и переходом к неустойчивости в случае бесконечно длинного цилиндра, по-видимому, позволяет по сходимости итерации оценивать устойчивость течения в цилиндре конечной длины. Причем, поскольку исходная система уравнений задачи нелинейная и никаких ограничений на степень малости величины функции тока течения не накладывается (известно, что вихри на торцах имеют конечную интенсивность), такая оценка, возможно, может характеризовать возникновение нелинейной неустойчивости при естественных конечных возмущениях. Область параметров течения, соответствующих сходимости итерации, располагалась таким образом, что окаймляла с внешней стороны кривые нейтральной устойчивости (случай бесконечно длинного цилиндра) и находилась на некотором расстоянии от них. Численный эксперимент позволил изучить возникающие при этом пространственные структуры течения и проследить их эволюцию при изменении параметров течения [7]. При малых значениях числа Гартмана определяющее влияние на структуру оказывает относительная высота сосуда. При небольших  $h$  на половине длины сосуда возникает один интенсивный торцевой вихрь. При увеличении  $h$  происходит оттеснение этого вихря к торцу и появление в центральной по высоте зоне слабых пристеночных меридиональных вихрей чередующегося направления вращения, причем зарождаются эти вихри из торцевого вихря, отделяясь от него парами. С ростом  $h$  число этих малых вихрей увеличивается, а их относительные размеры приближаются к соответствующим размерам вихрей Тейлора, возникающих в бесконечно длинном цилиндре [5].

Использование метода Галеркина при решении задач об устойчивости вращательного МГД-течения позволило расширить наши представления о перестройке возникающей в цилиндре гидродинамической структуры. Результаты численного моделирования позволяют с большой степенью достоверности утверждать, что в средней части достаточно длинного сосуда возникает структура вихрей подобная тейлоровской.

#### Список литературы

1. Петров Г. И. Применение метода Галеркина к задаче об устойчивости течения вязкой жидкости // Прикл. матем. и мех. – 1940. – Т. 4. – № 3. – С. 3 – 12.
2. Orszag S. A. Numerical simulation of incompressible flows within simple boundaries: accuracy // J. Fluid Mech. – 1971. – Vol. 49. – Part 1. – P. 75 – 112.
3. Chandrasekhar S. On characteristic value problems in high order differential equations which arise in studies on hydrodynamic and hydromagnetic stability // Amer. Math. Monthly. ☐ 1954. ☐ 61. ☐ № 7. ☐ Part 2. ☐ P. 32 ☐ 45.
4. Chandrasekhar S. Hydrodynamic and hydromagnetic stability. Oxford: Clarendon Press, 1961. ☐ 652 p.
5. Капуста А. Б., Зибольд А. Ф. Влияние симметрии вращающегося магнитного поля на устойчивость стационарного осесимметричного течения // Магнитная гидродинамика. – 1981. – № 4. – С. 134 – 136.
6. Zibold A. Estimation of the MHD-rotation stability in a cylinder of finite length // Proceedings of the Third International Conference on Transfer Phenomena in MagnetoHydroDynamic and Electroconducting Flows. Aussois, France, 1997. – Vol. 2. – P. 427 – 432.
7. Zibold A. F. Evolution of the hydrodynamical structure arising in the cylinder of the limited length under action of the rotating magnetic field // Proceedings of the 7<sup>th</sup> PAMIR International Conference on Fundamental and Applied MHD. Presqu'île de Giens, France, 2008. – Vol. 1. – P. 467 – 472.

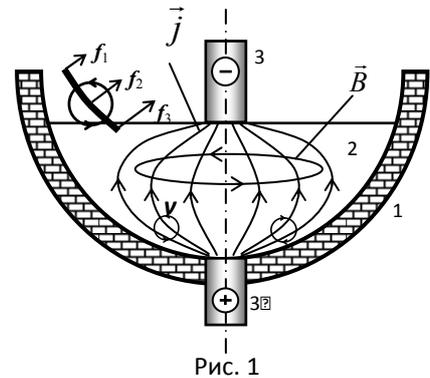
# МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОВИХРЕВЫХ ТЕЧЕНИЙ В МЕТАЛЛУРГИЧЕСКИХ ПЕЧАХ С ПОДОВЫМ ЭЛЕКТРОДОМ

О.В. Казак, А.Н. Семко, ДонНУ

В последнее время в металлургии широкое распространение получили электрические дуговые печи постоянного тока с подовым электродом. Эксплуатация таких печей показала, что они обладают более высоким КПД, низким процентом угара металла, меньшим износом деталей печи, и что наиболее важно, более высоким качеством приготовляемой стали. В этом типе металлургических печей имеет место эффект возникновения вихревого движения жидких проводников под действием собственного магнитного поля при пропускании через них электрического тока. Этот эффект имеет двойственное значение: с одной стороны он приводит к повышенному износу футеровки в области подового электрода (порядка 300-400 плавов), а с другой стороны он необходим для перемешивания и осуществления химических реакций по всему объему расплава [1]. Очевидно, что управление этим эффектом позволит оптимизировать работу печи и сократить расходы на выплавку металла.

Упрощенная схема дуговой печи с двумя электродами приведена на рис. 1, где 1 – огнеупорная футеровка, 2 – жидкий металл, 3 – верхний электрод, 3' – подовый электрод,

$\vec{j}$  и  $\vec{B}$  - линии плотности тока и магнитной индукции. На проводник с током в собственном магнитном поле действует сила Лоренца с объемной плотностью  $\vec{f}_e = [\vec{j}, \vec{B}]$ , которая перпендикулярна вектору плотности тока  $\vec{j}$  и вектору магнитной индукции  $\vec{B}$ . Для рассматриваемой схемы сила  $\vec{f}_e$  направлена к оси симметрии, лежит в меридиональной плоскости и имеет две составляющие: радиальную и осевую. Радиальная составляющая направлена к оси симметрии, а меридиональная к противоположному электроду. Радиальная составляющая силы Лоренца вызывает поперечное сжатие проводника (пинч-эффект). На разные части этого проводника будет действовать разная удельная сила, уменьшающаяся при удалении от оси симметрии ( $f_1 < f_2 < f_3$ ). Эта сила сообщает выделенному элементу поступательное и вращательное движение, так как создает вращающий момент. Под действием этой силы элемент будет перемещаться как целое к оси симметрии и поворачиваться против часовой стрелки. Но так как проводник жидкий, то в нем возникнет вихревое течение, направление которого указано на рис. 1.



Для количественной оценки процессов, протекающих в электрической печи при выплавке металла, построена физическая модель, в которой расплав считается немагнитным и хорошим проводником, конвективный ток не учитывается, физические характеристики расплава одинаковы по объему, расплав является несжимаемой жидкостью, тепловая конвекция не учитывается. Математически такая задача сводится к решению системы уравнений магнитной гидродинамики для изотермической жидкости с учетом турбулентного характера движения расплава. Эта задача не имеет аналитического решения, и решалась численно, как задача из мультифизики, решение которых выполняется поэтапно:

- 1-й этап – моделирование электромагнитных полей;
- 2-й этап – моделирование электровихревых течений.

Предварительно были отработаны методы моделирования электромагнитных и гидродинамических процессов в рамках принятой модели при помощи пакетов ANSYS и CFX. Расчеты проводились с использованием различных видов анализа на различных сетках. Исследовано влияние искусственных граничных условий на границах расчетной области на параметры в центральной зоне. Выяснено существенное влияние на результаты расчетов размеров и формы конечных элементов. Определено несущественное влияние разных граничных условий на параметры в центральной зоне. Результаты расчетов электромагнитных параметров показали, что сила Лоренца в таких печах является определяющей при возникновении электровихревого течения и ее величина составляет около 30 % от величины объемной силы тяжести. На рис. 2 приведено векторное и контурное поле скорости движения расплава, обусловленное действием силы Лоренца. Скорость движения расплава около подового электрода (анода) достигала около 1 м/с. Результаты расчетов в ANSYS сравнивались с аналитическими решениями, расчетами в COMSOL и экспериментальными данными.

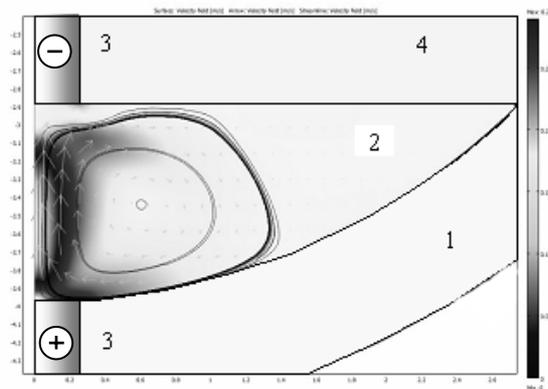


Рис. 2

Методика и тактика, отработанные при решении модельных задач, были применены при расчете электровихревого движения низкотемпературного расплава, экспериментальные исследования которого описаны в [2]. Расчеты проводились в осесимметричной и трехмерной постановках. На рис. 3 слева приведена схема экспериментальной установки, где 1 и 2 – верхний и нижний медные электроды в виде полусфер, 3 – расплав металла. В экспериментах измерялась скорость и температура расплава. Справа приведены вихревые поля скорости, возникающие при пропускании тока в данной установке. Как видно, при пропускании тока в расплаве возникает вихревое движение в меридиональной плоскости. При расчетах в трехмерной постановке установлено, что при определенных условиях в расплаве возникает азимутальное движение, которое не проявляется при расчетах осесимметричной постановке.

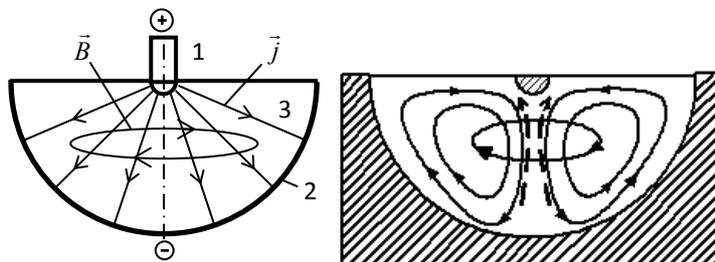


Рис. 3

Отработанные модели и методы были использованы при расчете электромагнитных и гидродинамических полей для промышленной электрометаллургической печи. Практическое применение результатов работы позволит управлять режимами работы электрических металлургических печей, оптимизировать их работу, сократить расходы на выплавку металла и улучшить экологическую обстановку.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. S. M. Nekhamin, A. G. Lunin, M. M. Krutyanskii, and A. K. Filippov DC arc melting furnaces // Refractories and Industrial Ceramics Vol. 46, No. 1, 2005
2. Жилин В. М., Ивочкин Ю. П., Оксман А.А., Тепляков И. О., Вавилов С. Н. Исследование тепловых и гидродинамических эффектов, сопровождающих растекание электрического тока в объеме жидкого металла // VI Minsk international heat and mass transfer for UM MIF 2008, MINSK, MAY 19-23, 2008

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЧАСТОТЫ ПЛАВУЧЕСТИ ПО ИЗВЕСТНЫМ ДИСПЕРСИОННЫМ КРИВЫМ В ЗАДАЧЕ О СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЯХ СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ ЖИДКОСТИ

Ю. Г. Козьменко, Э. Н. Потетюнко  
Южный федеральный университет,  
Ростов-на-Дону, Россия

Решена обратная спектральная задача о свободных колебаниях стратифицированной жидкости в приближении Буссинеска с граничным условием типа «твёрдой крышки» [1]:

$$\begin{cases} \frac{d^2 W}{dz^2} + \frac{\mu(z) - \omega^2}{\omega^2 - f^2} k^2 W(z) = 0 \\ W(-H) = 0, \quad W(0) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Здесь  $W(z)$  - амплитудная функция вертикальных смещений частиц жидкости;  $\omega$  - частота свободных колебаний внутренних волн;  $k$  - волновое число;  $f$  - параметр Кориолиса,  $f = 2\Omega \sin \varphi = 10^{-4} c^{-1}$ , где  $\Omega = \frac{2\pi}{24 \cdot 60 \cdot 60} \frac{1}{\tilde{n}} = 0,0000729 \frac{1}{\tilde{n}}$  - угловая скорость вращения Земли,  $\varphi = \frac{\pi}{4}$  - широта;  $\mu(z)$  - квадрат частоты плавучести (Вяйсяля-Брента),

$\mu(z) \stackrel{def}{=} -g\rho'_0(z)/\rho_0(z)$ , где  $\rho_0$  - плотность жидкости в состоянии покоя,  $g$  - ускорение свободного падения.

Для удобства рассмотрения преобразуем задачу (1) к безразмерным величинам, сделав замену переменного по формуле  $z = -H\zeta$  и введя обозначения

$$W(z) = H\tilde{W}(\zeta), \quad \mu(z) = \tilde{\mu}(\zeta) \frac{f^2}{\tilde{f}^2}, \quad \omega^2 = \tilde{\omega}^2 \frac{f^2}{\tilde{f}^2}, \quad g = \tilde{g}H \frac{f^2}{\tilde{f}^2}, \quad k^2 H^2 = \tilde{k}^2, \quad \tilde{f}^2 = 10^{-2}.$$

Значение величины  $\tilde{f}^2$  является масштабирующим множителем.

После всех подстановок и преобразований, опуская обозначение безразмерности « $\sim$ » и меняя  $\zeta$  на  $z$ , получим следующую задачу:

$$\begin{cases} \frac{d^2 W}{dz^2} + \frac{\mu(z) - \omega^2}{\omega^2 - f^2} k^2 W(z) = 0 \\ W(1) = 0, \quad W(0) = 0, \quad f^2 < \omega^2 < \max_{z \in [0,1]} \mu(z) \end{cases} \quad (2)$$

Сведём краевую задачу (2) к эквивалентному ей интегральному уравнению [2]:

$$\begin{aligned} \tilde{W}(z) &= \frac{k}{sh(k)(\omega^2 - f^2)} \int_0^1 \tilde{W}(\xi) \tilde{G}(\xi, z) d\xi, \quad \tilde{W}(z) = W(z) \sqrt{\mu(z) - f^2}, \\ \tilde{G}(\xi, z) &= \sqrt{\mu(\xi) - f^2} \sqrt{\mu(z) - f^2} G(\xi, z), \quad G(\xi, z) = \begin{cases} sh(k\xi)sh(k(1-z)), & 0 \leq \xi \leq z, \\ sh(kz)sh(k(1-\xi)), & z \leq \xi \leq 1. \end{cases} \end{aligned} \quad (3)$$

По теореме Мерсера о первом следе [3] для интегрального уравнения (3) имеем равенство

$$\int_0^1 (\mu(z) - f^2) \frac{sh(kz)sh(k(1-z))}{sh(k)} dz = \frac{1}{k} \sum_j \gamma_j^2(k), \quad \gamma_j^2 = \omega_j^2 - f^2. \quad (4)$$

Считая  $k$  независимой переменной, равенство (4) будем трактовать как интегральное уравнение Фредгольма первого рода

$$\int_0^1 \varphi(u) L(k, u) du = F(k), \quad \varphi(u) = \mu(u) - f^2, \quad (5)$$

$$L(k, u) = \frac{sh(ku)sh(k(1-u))}{sh(k)}, \quad F(k) = \frac{1}{k} \sum_j \gamma_j^2(k).$$

После преобразований получим

$$\frac{1 + e^{-2k}}{1 - e^{-2k}} C - \frac{1}{1 - e^{-2k}} \int_0^1 (\varphi(u) + \varphi(1-u)) e^{-2ku} du = 2F(k), \quad C = \int_0^1 \varphi(u) du. \quad (6)$$

Полагая  $e^{-2ku} du = -\frac{1}{2k} de^{-2ku}$ , интегрируя по частям и считая функцию  $\mu(u)$  симметричной относительно середины отрезка  $[0,1]$ , получаем асимптотическое при больших значениях  $k$  представление

$$\Psi\left(\varphi(0), \varphi'(0), \varphi''(0), k\right) = \frac{1 + e^{-2k}}{1 - e^{-2k}} C - \frac{1}{k} \varphi(0) + \frac{1}{2k^2} \varphi'(0) + \frac{\varphi''(0)}{4k^3} + O\left(\frac{1}{k^4}\right) = 2F(k). \quad (7)$$

В частном случае, когда  $\mu(z) = \mu_0 + \mu_1 z + \mu_2 z^2$ , асимптотический ряд по  $\frac{1}{k}$  обрывается. Имеем:

$$\varphi(0) = \mu_0, \quad \varphi'(0) = \mu_1, \quad \varphi''(0) = 2\mu_2 = -2\mu_1, \quad O(1/k^4) = 0, \quad C = \mu_0 - f^2 + 1/3 \mu_1. \quad (8)$$

Минимизацией по  $\mu_0$ ,  $\mu_1$  выражения  $\left(\Psi\left(\varphi(0), \varphi'(0), \varphi''(0), k\right) - 2F(k)\right)^2$  определяются параметры стратификации при ее квадратичной параметризации, симметричной относительно середины отрезка.

## Литература

1. Миропольский Ю.З. Динамика внутренних гравитационных волн в океане. – Л.: Гидрометеоиздат, 1981. – 301 с.
2. Потетюнко Э.Н., Черкесов Л.В., Шубин Д.С., Щербак Е.Н. Свободные колебания и обратные спектральные задачи. Волновые движения неоднородной жидкости. 2-е изд.- М.: Вузовская книга, 2007 – 288 с.
3. Краснов М.Л. Интегральные уравнения. – М.: Наука, 1975. – 189 с.

**МЕТОДОЛОГИЯ ЧИСЛЕННОЙ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ  
КРАЕВЫХ ЗАДАЧ В ДИНАМИКЕ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ**

Ю.А. КРАШАНИЦА

*Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков*

В силу многопараметричности и нелинейности основных задач механики сплошных сред, существенное развитие, наряду с физическим, получил вычислительный эксперимент. Значительные достижения получены в численном анализе и, особенно, в численной реализации конкретных математических моделей механики: в газовой динамике существенное развитие получила вычислительная газовая динамика с учетом физико-химических процессов; в динамике вязкой несжимаемой жидкости основное внимание уделяется новым качественным методам исследования начально-краевых задач, которые в свою очередь накапливают математические проблемы и намечают некоторые пути их разрешения, приводят к возникновению новых математических моделей постановок и решений задач движения вязкой жидкости также при малых и средних числах Рейнольдса, имеющих первостепенное значение в вопросах жизнеобеспечения и экологии, технологических процессах; в аэродинамике сложных несущих поверхностей на базе систематического использования метода граничных интегральных уравнений и вариантов численной реализации получены распределенные и суммарные нелинейные аэродинамические характеристики несущих форм, плоских и пространственных, изучены процессы, которые сопровождают отрыв потока, формирование и устойчивость вихревых образований, что позволяет проводить широкомасштабные теоретические и экспериментальные исследования самораскручивающихся аэро- и гидросиловых установок с повышенным коэффициентом полезного действия и широким спектром мощностей.

Опыт последних лет показал, что наряду с универсальными пакетами прикладных программ, возможности которых зачастую декларируются, необходимо продолжать создание, корректных с математической точки зрения, специализированных алгоритмов и программных продуктов. Представляется весьма актуальным сочетание численных и аналитических подходов на базе метода граничных интегральных уравнений в расчетах аэрогидродинамических характеристик летательных аппаратов, транспортных средств и их частей на различных режимах полета или движения, сетей продуктопроводов с усложненной топологией и разветвленной системой потребителей, преобразователей и источников сырья, технологической оснастки литейного производства и подвижных высокоскоростных элементов оборудования, обеспечивающих достаточный экономический эффект. Наиболее развитые, востребованные и в достаточной мере соответствующие многим реальным процессам являются консервативные математические модели аэрогидродинамики.

Представлено развитие нового общего направления аналитического решения широкого класса нелинейных задач механики сплошных сред. Развита новый подход и формализм в построении граничных интегральных уравнений эквивалентных краевым задачам основных математических моделей гидродинамики. Показаны результаты численной реализации метода граничных интегральных уравнений на примере обтекания телесного тела потоком вязкой несжимаемой жидкости.

## ПОЛНЫЙ АНАЛИЗ CLOCKING-ЭФФЕКТОВ В 1.5 СТУПЕНИ ГАЗОВОЙ ТУРБИНЫ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДА ОТСЛЕЖИВАНИЯ СТРУЙ ТЕЧЕНИЙ ГАЗА

к.т.н. В.М. Лапотко, к.т.н. Ю.П. Кухтин  
ГП «Ивченко-Прогресс», Запорожье, Украина  
E-mail: 03504@ivchenko-progress.com

Успешное решение задачи овладения методами управления нестационарного взаимодействия взаимно перемещающихся в пространстве аэродинамических профилей статора и ротора предполагает создание высокоточных, эффективных методов расчета нестационарных течений газа.

По мнению авторов, при построении CFD-алгоритмов для расчета нестационарных течений газа необходимы новые подходы.

Разработанный нами метод отслеживания струй течений (МОСТ) [1] подстраивает в каждый момент времени ориентированные в направлении основного течения сеточные поверхности таким образом, чтобы боковые грани расчетных ячеек всегда совпадали с поверхностями контактного разрыва параметров. Это обеспечивает высокую точность расчета при наличии в поле течения границ раздела между областями с различными веществами или различными температурами, а также при наличии в поле течения произвольно движущихся жестких границ тела.

Процессы тепломассообмена, обусловленные молекулярным и турбулентным движениями среды, воспроизводились потоками субстанции. Эти потоки являлись, таким образом, носителями массы, импульса и энергии, участвующих в тепломассообмене. Определение интенсивностей потоков, обусловленных физической вязкостью, предполагает использование достижений кинетической теории газов. Определение интенсивностей потоков, обусловленных турбулентной вязкостью, предполагает использование основных достижений современных моделей турбулентности [2].

Такой подход к моделированию явлений тепломассообмена позволяет избежать трудностей, связанных с аппроксимацией старших производных уравнений Навье Стокса, что делает расчетную схему весьма эффективной.

Распространенной схемой расчета нестационарных течений газа в ступенях турбомашин является схема расчета, использующая так называемые скользящие сетки. При таком подходе на стыках скользящих сеток наблюдается нефизическая диффузия аэродинамических следов. Для устранения таких ошибок в рамках эйлерово-лагранжева подхода нами был построен алгоритм расчета течений газа в единой системе координат, как для неподвижных, так и для вращающихся решеток.

При проведении численных исследований 1.5 ступени турбины (36/41/36) [3] потребовалось выполнение, по крайней мере, 10 вариантов расчетов течения газа при взаимном окружном смещении статоров с шагом в 1 градус.

Среди рассчитанных взаимных положений статоров можно выделить такое положение, при котором наблюдается устойчивое попадание фрагментов аэродинамических следов от лопаток первого статора, имеющих высокий уровень турбулентности, на лопатки второго статора. Вследствие этого на них развивается пограничный слой, который по своим свойствам ближе к турбулентному пограничному слою. Т. е. наблюдается существенное возрастание энтропии и, как следствие, падение к.п.д. турбины в целом.

И наоборот, существует такое взаимное положение статоров, когда лопатки второго статора не испытывают влияния аэродинамических следов от лопаток первого статора, т.е. постоянно находятся в зоне течения, обладающего умеренной турбулизацией. Вследствие чего, на них развивается пограничный слой, который по своим характеристикам ближе к

ламинарному пограничному слою. В этом положении наблюдается умеренная генерация энтропии и как следствие получаются благоприятные значения к.п.д.

Во всех остальных взаимных положениях статоров, отличных от выше упомянутых, имеет место частичное воздействие фрагментов аэродинамических следов от лопаток первого статора на лопатки второго статора.

Хорошее соответствие приведенных расчетных значений к.п.д. турбины экспериментальным значениям получено во всех взаимных положениях статоров.

Совершенно противоположное решение может быть принято при реализации clocking-эффекта для ступеней турбин высокого давления, для которых особую важность представляет решение проблемы обеспечения охлаждения статорных решеток.

Известно, что лопатки сопловых аппаратов первых ступеней имеют, как правило, пленочное охлаждение. В этом случае спутные струи от лопаток первой статорной решетки являются захлаженными по сравнению со струями ядра течения. Таким образом, для турбин высокого давления «кильватерное» расположение лопаток второго соплового аппарата по отношению захлаженным аэродинамическим следам лопаток первого соплового аппарата, несмотря на возрастание аэродинамических потерь, является весьма целесообразным в смысле обеспечения их благоприятного теплового состояния.

Разработанный метод позволяет поставить задачу оптимизации взаимного расположения статорных венцов с целью снижения амплитуд возбуждающих нагрузок, приводящих к вибрациям рабочих лопаток. Однако, для проведения Фурье-анализа возбуждающих сил, необходимо проведение «глубоких по времени» (в течение 1.5 – 2 оборотов ротора) численных расчетов всей турбины в целом при различной взаимной ориентации статоров.

Численные исследования показали, что существуют такие взаимные окружные положения статоров, которые представляют наибольший интерес в смысле получения экстремальных динамических нагрузок, действующих на рабочую лопатку. Это следует из результатов Фурье-анализа изменения по времени осевой и окружной компонент сил, а также вращающего и скручивающего моментов, действующих на лопатки рабочего колеса.

#### Список литературы:

1. Лапотко В.М., Кухтин Ю.П. «Эйлерово-Лагранжев подход при численном моделировании нестационарных течений идеального газа», в научно-техническом журнале: Авиационно-космическая техника и технология, Харьков: ХАИ, 2007, №7(43), с.12-17.

2. Мунштуков Д.А., Лапотко В.М. «Модель турбулентного движения среды». Харьков 1989. депонир. в ВИНТИ 22.07.1989 № 7158-В89.

3. Volmar, T., Brouillet, B., Benetschik, H., Gallus H.E.: Test Case 6: 1-1/2 Stage Axial Flow Turbine – Unsteady Computation, in: ERCOFTAC Turbomachinery Seminar and Workshop. (1998)

## МОДЕЛИРОВАНИЕ КАВИТАЦИОННОГО ТЕЧЕНИЯ НА ДНИЩЕ СУДНА

М.В.Макаеев, ИГМ НАНУ

Кавитационные течения под днищем судна создаются с целью снижения сопротивления трения и управления гидродинамическими характеристиками [1]. Для создания каверн на корпусах скоростных судов проектируют специальные реданы. Каверны возникают за реданами вследствие высокой скорости либо вследствие поддува газа. На днищах судов водоизмещающего типа создаются в основном искусственные вентилируемые каверны. Регулированием давления в кавернах можно управлять распределением давления на днище – создавать дополнительный подпор либо разрежение. Конструкции корпусов с реданами, воздушными кавернами и управляемыми углами установки обтекаемых плоскостей допускают возможность получения новых гидродинамических эффектов, связанных с волнообразованием, например, снижения волнового сопротивления. В настоящей работе рассматривается двумерная теория кавитационных течений под днищем судна. Она основана на линеаризованных теориях кавитации и поверхностных волн. Исследуется два характерных случая – каверна под днищем скоростного глиссирующего судна с реданом и каверна под днищем судна водоизмещающего типа. Первый случай основан на общей теории глиссирования системы поверхностей [2], связанных в данном случае в жесткую конструкцию. Во втором случае каверна под днищем судна водоизмещающего типа моделируется каверной за клином под твердой горизонтальной стенкой [3].

Из исходной задачи для потенциала скорости можно получить интегральное соотношение, связывающее функцию формы границы жидкости  $\eta(x)$  и функцию распределения давления  $\gamma(x)$  [4]:

$$-\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\eta(s)}{(x-s)^2} ds - \nu \eta(x) = \gamma(x), \quad -\infty < x < \infty, \quad (1)$$

где  $\nu = 1/Fr^2$ ,  $Fr$  – число Фруда. Интеграл понимается в смысле Адамара, а соотношение справедливо в смысле обобщенных функций. Обычные функции  $\eta(x)$  и  $\gamma(x)$  кусочно непрерывны, при этом на тех участках оси  $x$ , где известна форма границы  $\eta(x)$  или ее производная, неизвестно давление  $\gamma(x)$ , и наоборот – где известно давление, там неизвестна форма границы. Соотношение (1) дает интегральное уравнение для задач, где известно давление на части границы, а функция формы границы финитная, т.е. интеграл в (1) заменяется интегралом с конечными пределами. Для других задач необходимо иметь выражение функции  $\eta(x)$  через  $\gamma(x)$ . Решением (1) с условием отсутствия волн на бесконечности перед глиссером и перед клином под стенкой является функция

$$\eta(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \gamma(s) [Q(\nu, x-s) - \sin \nu(x-s)] ds, \quad -\infty < x < \infty, \quad (2)$$

где  $Q(\nu, x) = -\frac{1}{\pi} \left[ \cos \nu x \operatorname{Ci} \nu |x| + \sin \nu |x| \left( \frac{\pi}{2} + \operatorname{Si} \nu |x| \right) \right]$ , а  $\operatorname{Si}$  и  $\operatorname{Ci}$  – интегральные синус и косинус. Соотношения (1)–(2) являются основными для общей теории. На их основе записываются системы уравнений для рассматриваемых задач. Для численного решения систем интегральных уравнений используется метод дискретных особенностей.

На рис. 1 показан пример формы свободной поверхности (жирные линии) перед и за глиссером и каверны за реданным уступом при числе Фруда  $Fr = 1.7$  и числе кавитации  $\sigma = 0.0$ . Тонкие линии – твердые границы. Основные результаты исследования задачи о глиссировании с каверной представлены в [5]. На рис. 2 показана форма каверны за клином под твердой стенкой, состоящая из пяти полуволн, при  $Fr = 0.6$  и  $\sigma = 0.0$ . Теория

с учетом весомости жидкости и волнообразования на границе каверны позволяет построить каверны различной длины, состоящие из различного числа полуволн. Среди них можно указать максимальную и минимальную. Зависимость минимальной длины каверны от числа Фруда при постоянном числе кавитации показана на рис. 3. Сравнение форм каверн при положительном, нулевом и отрицательном числах кавитации – на рис. 4.

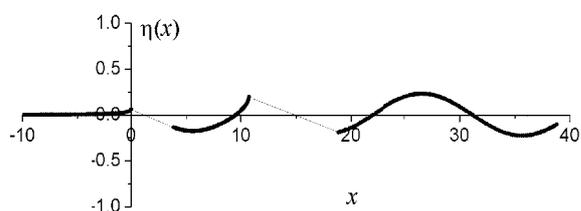


Рис. 1

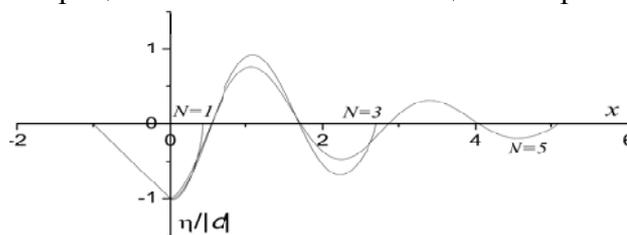


Рис. 2

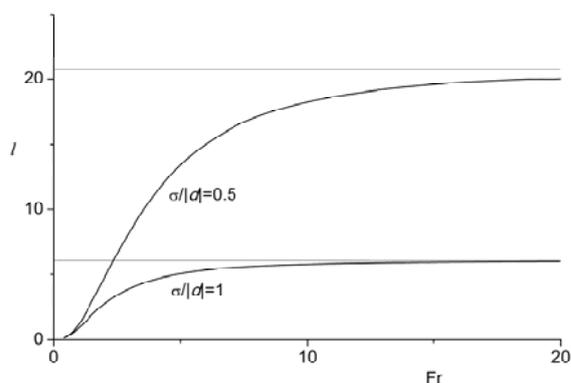


Рис. 3

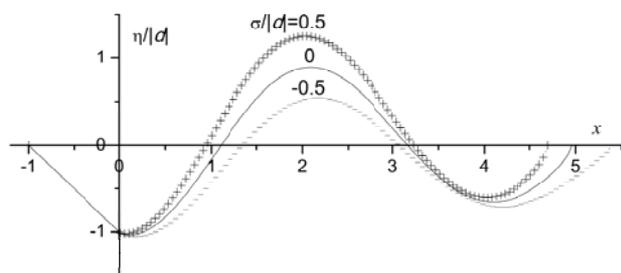


Рис. 4

#### Литература

1. Справочник по теории корабля. В трех томах. Том 3. Управляемость водоизмещающих судов. Гидродинамика судов с динамическими принципами поддержания / Под ред. Я.И.Войткунского. – Л.: Судостроение, 1985. – 544 с.
2. Довгий С.А., Макасеєв М.В. Глисування системи профілей по поверхні весомої жидкости // Доповіді НАН України. 2003. № 9. С. 39–45.
3. Бутузов А.А. Об искусственном кавитационном течении за тонким клином, помещенном на нижнюю полуплоскость горизонтальной стенки // Изв. АН СССР, МЖГ, 1967, № 2, с. 83–87.
4. Макасеєв М.В. Свободное глисування пластины с заданной нагрузкой // High-Speed Hydrodynamics and Numerical Simulation. Proceedings of the III International Summer Scientific Workshop. Kemerovo, Russia. 22–28 June 2006. Pp. 145–153.
5. Makasyeyev M.V. Numerical modeling of cavity flow on bottom of a stepped planing hull // Proceedings of the 7<sup>th</sup> International Symposium on Cavitation (CAV2009). August 17-22, 2009, Ann Arbor, Michigan, USA – Paper No. 116. – 9 p.

# ЧИСЛЕННЫЙ РАСЧЕТ АКУСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЭЛОВЫХ ТОНОВ

В.С.Малюга

Институт гидромеханики НАН Украины, Киев

Звуки, возникающие при обтекании потоком удлиненных тел, таких, например, как струны, тросы, длинные стержни, высокие трубы и т.д., называются эоловыми тонами. История изучения эоловых тонов подробно изложена в [1, 2]. В данной работе нас интересуют, прежде всего, полевые и энергетические характеристики эоловых тонов и зависимость их от числа Рейнольдса течения. Также представлено уточнение эмпирической формулы Филлипса [3] для приближенной оценки подъемной силы, действующую на цилиндрический стержень в потоке, и формулы Голдстейна [4] для приближенной оценки интенсивности эоловых тонов на единицу длины стержня. Целью настоящей работы является получение более строгих оценок акустических характеристик эоловых тонов (в том числе и энергетических характеристик) на основе численного решения уравнения Навье-Стокса и последующего использования решения уравнения Гельмгольца.

Предлагаемый метод оценки акустических характеристик эоловых тонов основан на двух принципиальных предположениях, которые в целом подтверждаются экспериментами, а именно:

- мощность звука, порожденного потоком, набегающим на препятствие, существенно меньше мощности набегающего потока;
- порожденный потоком звук не влияет на характер самого потока.

Тогда задачу определения акустических характеристик эоловых тонов можно разделить на два этапа. На первом этапе рассматривается гидродинамическая задача. В силу того, что размеры источника звука (диаметр цилиндра) малы по сравнению с длиной звуковой волны, гидродинамическую задачу можно рассматривать в рамках модели вязкой несжимаемой ньютоновской жидкости. С этой целью численно решается нестационарная система уравнений Навье-Стокса. На основе полученного решения определяется частота процесса периодического срыва вихрей с поверхности стержня, число Струхала и зависимость изменения давления на поверхности стержня в течение одного периода этого процесса. После этого можно перейти ко второму этапу и рассмотреть акустическую задачу, заключающуюся в определении звукового поля эоловых тонов. Действительно, зависимость изменения давления на поверхности стержня в течение одного периода при постановке акустической задачи можно трактовать как граничное условие. Тогда решение задачи об определении поля эоловых тонов сводится к решению хорошо известной плоской задачи об определении поля излучения цилиндра, на поверхности которого задано некоторое, периодически изменяющееся, распределение давления. При этом, если числа Маха малы, то движением потока можно пренебречь и считать, что звук распространяется также как в неподвижной среде. После решения такой задачи можно определить все акустические характеристики эолового тона, в том числе пространственное распределение звукового давления (диаграмму направленности), давление и силу звука на оси диаграммы направленности и полную излучаемую мощность.

Алгоритм численного решения сформулированной задачи детально описан в [5] и использован в [6] для численного моделирования течения в канале с двумя последовательно расположенными стенозами. Этот алгоритм основан на использовании метода конечных объемов, который в настоящее время можно считать наиболее популярным численным подходом в задачах механики жидкостей. При расчетах использовались библиотеки тулбокса с открытым кодом OpenFOAM, а для дискретизации

дифференциальных операторов, входящих в систему уравнений Навье-Стокса, использовались схемы второго порядка.

Картина обтекания цилиндра набегающим потоком существенно зависит от числа Рейнольдса, определяемого по диаметру цилиндра. Известно, что ламинарное течение за цилиндром, в зависимости от значения числа Рейнольдса, может иметь три режима: безотрывное стационарное течение, стационарный отрыв и периодическое отрывное течение. В диапазоне  $40 \leq Re \leq 300$  реализуется устойчивый ламинарный режим течения, при котором нет необходимости учитывать влияние турбулентных пульсаций. В данной работе мы используем метод прямого численного моделирования также для  $Re = 400$  и показываем, что точность полученных результатов является приемлемой. При более высоких числах Рейнольдса возникает турбулизация течения, что вызывает широкополосные пульсации подъемной силы, и, следовательно, генерирует широкополосный шум. Поскольку в данной работе нас интересуют эоловы тона, мы концентрируем внимание на ламинарных режимах течения.

Сравнительный анализ полученных нами расчетных гидродинамических параметров с ранее полученными другими авторами расчетными данными, а также с многочисленными экспериментальными данными (см. [7], [2]) показывает, что в диапазоне  $Re \leq 400$  наблюдается достаточно хорошее их совпадение. Так в диапазоне  $10 \leq Re \leq 40$  отличие не превышает 1%, в диапазоне  $50 \leq Re \leq 200$  – 3%, а при  $Re = 400$  – 10%. Этот факт дает основание утверждать, что выбранный нами алгоритм численного решения задачи позволяет адекватно описать исследуемое течение в указанном диапазоне чисел Рейнольдса.

На втором этапе, используя данные о распределении давления на поверхности цилиндра в качестве граничного условия, решена задача об излучении звука потоком, набегающим на цилиндр. Получены пространственные распределения звукового поля (диаграммы направленности) при различных значениях числа Рейнольдса. Показано, что ось диаграммы направленности эолового тона ( $p_1$ ), возбуждаемого колебаниями подъемной силы, расположена перпендикулярно направлению потока, а ось диаграммы направленности эолового тона ( $p_2$ ), возбуждаемого колебаниями силы лобового сопротивления, совпадает с направлением потока. Установлено, что  $p_2/p_1 \approx 1$ , однако с ростом числа Рейнольдса отношение  $p_2/p_1$  возрастает.

[1] *Вовк И. В.* Физический взгляд на природу эоловых тонов // Акуст. Вісник – 2007. – 10, N 2 – С. 22–32

[2] *Вовк И. В., Гринченко В. Т.* Звук, рожденный потоком – Киев: Наукова думка, 2010. – 221 с.

[3] *Phillips O. M.* The intensity of Aeolian tones // J. Fluid Mech. – 1956. – 1, pt.6 – P. 607–624

[4] *Голдстейн М. Е.* Аэроакустика – М.: Машиностроение, 1981. – 294 с.

[5] *Малюга В. С.* Численное исследование течения в канале с двумя последовательно расположенными стенозами. Алгоритм решения // Прикл. Гідромех. – 2010. – 12, N 4

[6] *Вовк И. В., Гринченко В. Т., Малюга В. С.* Особенности движения среды в каналах со стенозами // Прикл. Гідромех. – 2009. – 11, N 4 – С. 17–30

[7] *Приходько А.А., Редчиц Д. А.* Численное моделирование нестационарного течения в следе за цилиндром на основе уравнений Навье-Стокса // Прикл. Гідромех. – 2005. – 7, N 1 – С. 56–71

## ВЛИЯНИЕ ТЕПЛОМАССОБМЕНА НА АВТОКОЛЕБАНИЯ СКАЧКА УПЛОТНЕНИЯ ПРИ ОБТЕКАНИИ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОФИЛЕЙ

А.А. Приходько, О.Б. Полевой, А.А. Пилипенко  
Днепропетровский национальный университет,  
Институт транспортных систем и технологий НАН Украины, г. Днепропетровск

В настоящее время трансзвуковой диапазон скоростей является основным для полетов коммерческих и военных самолетов, процессов, происходящих в газовых турбинах и компрессорах. Характерной чертой таких течений является существование сверхзвуковой области в дозвуковом потоке, а так же взаимодействие скачка уплотнения с пограничным слоем. В то же время, многие физические особенности трансзвуковых течений, связанные с развитием отрыва потока, с неустойчивостью пограничного слоя и появлением нестационарных режимов, изучены недостаточно. Особый интерес представляет возникновение автоколебаний скачка уплотнения, которые могут привести к бафтингу летательного аппарата. В этой связи, задача управления автоколебаниями скачка уплотнения на аэродинамическом профиле является актуальной и носит не только прикладной, но и фундаментальный характер. Охлаждение обтекаемой поверхности и отсос пограничного слоя представляют собой наиболее эффективные способы управления отрывом потока. Таким образом, проведение методических численных экспериментов по управлению нестационарными отрывными течениями с помощью тепло- и массообмена представляет как теоретический, так и практический интерес.

В настоящей работе представлены результаты численного моделирования управления автоколебаниями скачка уплотнения при трансзвуковом турбулентном обтекании двух аэродинамических профилей NASA 0012 и BGK No.1 с помощью тепло- и массообмена.

Численное моделирование нестационарного трансзвукового турбулентного обтекания профилей выполнено с помощью двумерных осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса, записанных в произвольных криволинейных координатах. Для замыкания исходных уравнений использовалась однопараметрическая дифференциальная модель турбулентной вязкости Spalart-Allmaras. Дискретизация системы уравнений Навье-Стокса выполнена с помощью метода конечного объема. Для вычисления конвективных слагаемых использовалась схема Roe со вторым порядком точности по пространству. Полученная блочно-матричная система алгебраических уравнений решалась итерационным методом Гаусса-Зейделя. Численный алгоритм реализован в рамках единого пакета программ, разрабатываемого авторами.

Верификация численного алгоритма была проведена на четырех тестовых задачах, воспроизводящих различные режимы течения: ламинарное обтекание кругового цилиндра, характеризующееся периодическим отрывом потока, с наличием дорожки Кармана в следе за ним; дозвуковое слабо-сжимаемое обтекание профиля NASA 4412; закритическое обтекание профиля NASA 0012 с возникновением локальных сверхзвуковых зон малой интенсивности на носике профиля; стационарное трансзвуковое обтекание профиля RAЕ 2822. Для каждого верификационного случая было проведено сравнение с экспериментальными и расчетными данными других авторов; получено хорошее согласование, как по распределенным, так и по интегральным характеристикам.

В настоящей работе подробно анализируются результаты численного моделирования режима автоколебания скачка уплотнения на подветренной стороне профиля BGK No.1 при параметрах невозмущенного потока  $M_\infty = 0.71$ ,  $\alpha = 6.97^\circ$ ,  $Re = 2 \cdot 10^7$ . В рассмотренном случае ударная волна совершает периодические колебания на участке, занимающем примерно 42% длины хорды. В процессе колебаний изменяется

конфигурация, интенсивность скачка уплотнения и, соответственно, структура отрывного течения.

В первой фазе колебаний, при движении ударной волны вверх по потоку, скачок уплотнения имеет форму лямбда-ножки, причем линейные размеры ее уменьшаются по мере того, как скачок перемещается по профилю. Во второй фазе, когда скачок уплотнения движется вниз по потоку, локальная сверхзвуковая зона непрерывно увеличивается в размерах, здесь скачок уплотнения вблизи поверхности профиля имеет форму прямого скачка нормального к поверхности профиля. Следует отметить, что скорость перемещения скачка уплотнения в первой фазе несколько меньше, чем во второй. Получено хорошее согласование с экспериментальными данными.

В работе также исследуются автоколебания скачка уплотнения на профиле NASA 0012 при параметрах набегающего потока  $M_\infty = 0.725$ ,  $\alpha = 5^\circ$ ,  $Re = 3.96 \cdot 10^6$ . Общий характер нестационарного течения на подветренной стороне профиля аналогичен данным полученным для профиля BGK No.1. Отличительной чертой отрывного течения в обоих случаях является то, что во второй фазе колебаний единая отрывная зона распадается на две: отрыв, вызванный скачком уплотнения и отрыв вблизи задней кромки профиля.

Анализ результатов по управлению автоколебаниями скачка уплотнения при трансзвуковом турбулентном обтекании профилей NASA 0012 и BGK No.1 выявил различное воздействие тепло- и массообмена.

Влияние теплообмена на отрыв потока рассматривалось при различных значениях температуры стенки к температуре восстановления  $T_w/T_r = 0.4 \div 1.6$ , которые задавались на всей поверхности профиля. При повышении температуры профиля тепловая энергия передается от обтекающей поверхности к набегающему потоку. Нагрев газа ведет к уменьшению его плотности и количества движения. Происходит утолщение пограничного слоя и увеличение его дозвуковой области, что способствует более интенсивному распространению возмущений вверх и вниз по потоку. Это ведет к усилению интенсивности взаимодействия ударной волны с турбулентным пограничным слоем, увеличению частоты и амплитуды колебаний скачка уплотнения. Осредненные значения аэродинамических характеристик при этом уменьшаются. Охлаждение профиля приводит к уменьшению интенсивности колебаний скачка уплотнения и росту осредненных значений АДХ.

Влияние массообмена рассматривалось на пористом участке от носика профиля до середины его подветренной стороны при параметре отсоса, лежащем в диапазоне  $\lambda_{in} = (\rho v)_{in} / (\rho U)_\infty = 0.0 \div 0.005$ , где  $(\rho v)_{in}$  – массовый расход отсасываемого газа. За счет удаления заторможенных частиц из пристеночной области уменьшается толщина вытеснения пограничного слоя, профиль скорости становится более наполненным. Увеличение количества движения частиц в пограничном слое ведет к уменьшению отрывной зоны и амплитуды колебаний. При определенных значениях параметра массообмена возникает безотрывное течение на всем пористом участке, а автоколебания прекращаются. Отсос пограничного слоя, аналогично охлаждению, приводит к росту осредненных значений аэродинамических характеристик.

Параметрические исследования влияния тепло- и массообмена на автоколебания скачка уплотнения при трансзвуковом обтекании аэродинамических профилей NASA 0012 и BGK No.1 показали, что частота и амплитуда автоколебания скачка уплотнения определяются характеристиками пограничного слоя. Подогрев поверхности профиля ведет к увеличению интенсивности колебаний. Отсос пограничного слоя является более эффективным средством управления автоколебаниями скачка, чем охлаждение поверхности профиля.

# МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ АЕРОДИНАМІКИ ПЕРСПЕКТИВНОГО ТРАНСПОРТНОГО АПАРАТА З ВИКОРИСТАННЯМ РІВНЯНЬ НАВ'Є СТОКСА

О.А. Приходько, А.В. Сохацький

Дніпропетровський національний університет імені Олеся Гончара.

Інститут транспортних систем та технологій НАН України (Дніпропетровськ)

Застосування математичного моделювання з використанням сучасних обчислювальних технологій у поєднанні з фізичними експериментами – це єдиний шлях розв'язування проблем аеродинаміки та динаміки руху швидкісних транспортних апаратів. У зв'язку з цим існує необхідність створення математичного та програмного забезпечення для розв'язування зв'язаних задач аеродинаміки та динаміки руху перспективних наземних швидкісних транспортних апаратів із динамічними системами підтримки, які б дозволили виконувати пошук раціональних аеродинамічних компонувань з придатними технічними та динамічними параметрами.

Необхідність визначення аеродинамічних характеристик транспортних апаратів вимагає застосування математичних моделей, які б описували закономірності досліджуваних явищ з потрібною точністю. В задачах аеродинаміки найбільш точними вважаються фізико – математичні моделі течій, що базуються на рівняннях Нав'є–Стокса.

Математична модель аеродинаміки побудована на основі осереднених за Рейнольдсом рівняннях Нав'є–Стокса у фізичних змінних, записаних у криволінійній неортогональній системі координат

$$\frac{\partial \hat{Q}}{\partial t} + \frac{\partial (\hat{E} - \hat{E}_v)}{\partial \xi} + \frac{\partial (\hat{F} - \hat{F}_v)}{\partial \eta} + \frac{\partial (\hat{G} - \hat{G}_v)}{\partial \zeta} = \hat{H},$$

де  $\hat{Q}$  – вектор невідомих змінних;  $\hat{E}, \hat{F}, \hat{G}$  – вектори нев'язких потоків;  $\hat{E}_v = \xi_x E_v + \xi_y F_v + \xi_z G_v$ ,  $\hat{F}_v = \eta_x E_v + \eta_y F_v + \eta_z G_v$ ,  $\hat{G}_v = \zeta_x E_v + \zeta_y F_v + \zeta_z G_v$  – вектори в'язких потоків;  $\hat{H}$  – вектор джерельних членів.

Для числового розв'язування рівнянь Нав'є–Стокса використано метод контрольного об'єму.

Розрахункові сітки будувались із використанням алгебраїчних методів та розв'язків диференціальних рівнянь у частинних похідних. У розроблених методах реалізовано одноблоковий та багатоблоковий підходи.

Верифікацію розроблених методик, алгоритмів та програм числового розв'язування рівнянь Нав'є–Стокса проведено на прикладі поперечного обтікання циліндра, профілю крила та кулі для ламінарного та турбулентного режимів.

Виконано дослідження аеродинаміки транспортного апарата типу несуче крило малого видовження поблизу шляхової структури.. Форма в плані транспортного апарата представляє собою несуче крило вигляді рівнобедреної трапеції з малим розмахом. Розмах по передні крайці дорівнює  $l_{per} = 0.5$ , по задній  $-l_{zad} = 2.0$ . Носова та кормова частина мають клиноподібні форми. Днище є плоским. Довжина корпусу транспортного апарата складає  $l_{corp} = 5.0$ . Розрахункова область розбита на два блоки. Сітка блоку №1 має Н - подібну форму у поздовжній та у поперечній площинах. Сітка блоку №2 також має Н - подібну форму у поздовжній та у поперечній площинах. Блоки розрахункової області охоплюють транспортний апарат з верхньої частини (блок№1) та з нижньої частини (блок№2). Відстань від поверхні плоскої шляхової структури до площини корпусу складає  $h=0.2$  максимальної висоти міделя транспортного апарата. Розрахунки проведено для чисел Рейнольда  $Re=1000000$  та Маха  $M=0,4$ .

Для розрахунку обтікання використовувалися осереднені за Рейнольдсом рівняння Нав'є-Стокса, замкнені однопараметричною моделлю турбулентності Спаларта-Аллмараса в реалізації відокремлених вихорів.

# МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБТЕКАНИЯ ТРЕХЭЛЕМЕНТНОГО ПРОФИЛЯ 30P30N

Д.А. Редчиц

Институт транспортных систем и технологий НАН Украины

**Введение.** Численное моделирование турбулентного обтекания многоэлементного профиля является весьма сложной задачей вычислительной гидродинамики. Традиционные численные методы, которые широко используются для описания данного класса течений (уравнения потенциала или Эйлера с уравнением пограничного слоя), довольно эффективны с точки зрения вычислительных затрат. Однако эти подходы не способны учитывать сложную структуру течения, возникающую при обтекании многоэлементного профиля. Для более качественного описания физических явлений необходимо использовать подход, основанный на численном решении осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса, замкнутых моделью турбулентности.

**Постановка задачи.** Для исследования процессов аэродинамики многоэлементного профиля применяются осредненные по Рейнольдсу уравнения Навье-Стокса несжимаемой жидкости, замкнутые дифференциальной однопараметрической моделью Spalart-Allmaras.

**Численный метод.** Система исходных уравнений интегрировалась численно с использованием метода контрольного объема. Алгоритм решения уравнений базируется на трехслойной неявной схеме с подитерациями по псевдовремени второго порядка точности по физическому времени. Полученная блочно-матричная система линейных алгебраических уравнений решалась методом минимизации обобщенной невязки GMRES с ILU(0) предобуславливанием.

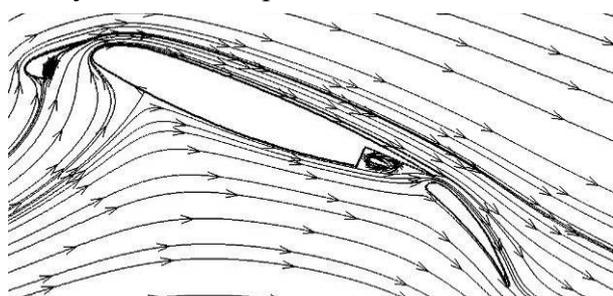
**Результаты и обсуждение.** В работе проведено математическое моделирование турбулентного обтекания трехэлементного профиля 30P30N, состоящего из предкрылка, основного профиля и закрылка, в диапазоне углов атаки от  $0^\circ$  до  $23.393^\circ$ . Экспериментальное исследование обтекания многоэлементного профиля 30P30N проведено в NASA. Число Рейнольдса, определенное по хорде многоэлементного профиля в сложном состоянии и скорости невозмущенного потока составляло  $9 \times 10^6$ .

Для угла атаки  $23.393^\circ$  наглядно видна струя воздуха, образующаяся на верхней поверхности основного профиля (рис. 1, 2). Формирование этой струи обусловлено ускорением потока между предкрылком и носиком основного профиля. Наличие зазора между основным профилем и закрылком приводит к интерференции струйных течений на верхней поверхности закрылка. Распределение коэффициента давления по поверхности профиля для угла атаки  $\alpha = 23.393^\circ$  приведены на рис. 3. Полученные результаты удовлетворительно совпадают с экспериментальными данными. Зависимость коэффициентов подъемной силы и силы лобового сопротивления предкрылка, основного профиля, закрылка и профиля в целом приведены на рис. 4. Наблюдается удовлетворительное совпадение между расчетными и экспериментальными данными по коэффициентам подъемной силы и силы лобового сопротивления.

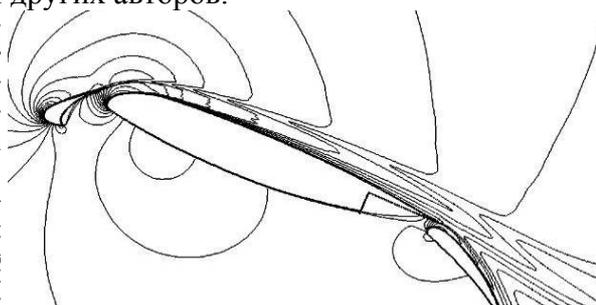
Полученные результаты хорошо согласуются с имеющимися физическими представлениями о эффекте Коанда, когда струя, набегающая на криволинейную поверхность, отсасывает воздух с этой поверхности и создает разрежение, прижимающее струю к поверхности профиля. Благодаря этому обтекание многоэлементного профиля происходит без срыва потока с несущих поверхностей, за исключением небольших угловых вихрей в областях конструктивного сочленения предкрылка и закрылка с основным профилем.

**Выводы.** В результате проведенных исследований выполнен анализ поля течения вокруг многоэлементного профиля, коэффициентов давления, подъемной силы и силы лобового сопротивления. Выделены физические особенности структуры течения при

обтекании многоэлементного профиля 30P30N. Результаты расчетов удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными других авторов.



В)



В)

Рис. 1. Линии тока возле трехэлементного профиля ( $\alpha = 23.393^\circ$ )

Рис. 2. Изолинии модуля скорости возле трехэлементного профиля ( $\alpha = 23.393^\circ$ )

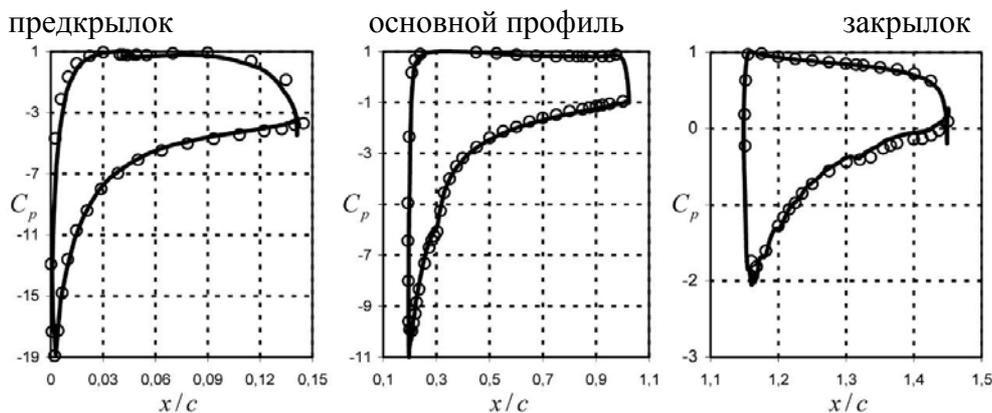


Рис. 3. Распределение коэффициента давления по поверхности профиля при углах атаки  $23.393^\circ$  ( $\circ$  - эксперимент;  $\text{—}$  - настоящая работа).

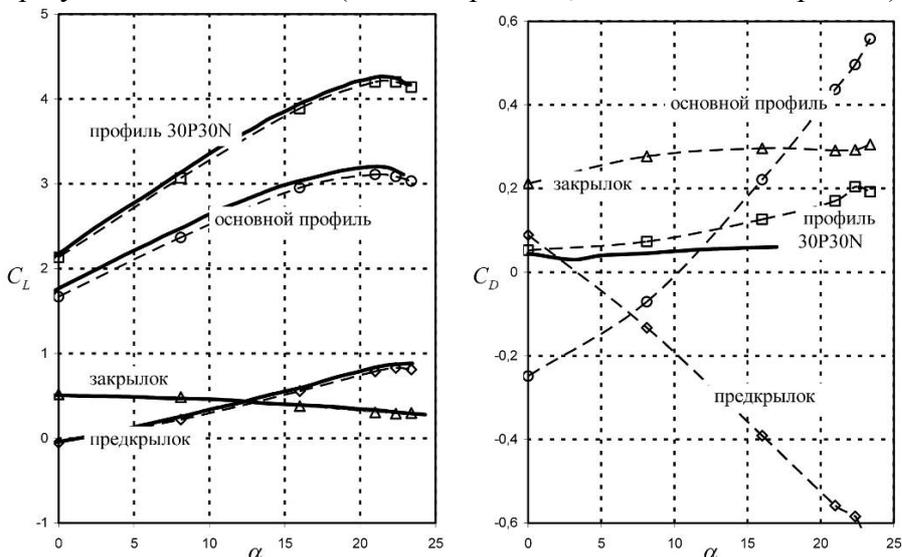


Рис. 4. Зависимость коэффициентов подъемной силы (а) и силы лобового сопротивления (б) от угла атаки 30P30N ( $\circ$  – эксперимент;  $\text{—}$  - настоящая работа).

## ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ ГИДРОПУШКИ

*В. В. Решетняк, ВлГУ, г. Владимир*

Выполнено исследование влияния разных конструктивных факторов на параметры гидропушки. По результатам исследования сформулированы рекомендации по управлению параметрами гидропушки путем изменения ее конструкции. Рекомендации использовались для оптимизации установки конкретной конструкции.

Перспективность применения импульсных высокоскоростных струй жидкости в различных технологических процессах отмечена в работах разных авторов [1]. Тем не менее, коммерческое применение импульсных струй в настоящее время ограничено низкой надежностью и эффективностью гидроимпульсных установок: гидропушки (ГП) и импульсного водомета (ИВ). Возможность повышения надежности и эффективности ГП путем оптимизации ее конструкции показана в работах Атанова, Семко и др.

Схема поршневой ГП безударного действия представлена на рис. 1. Под действием сжатого газа вода вместе с поршнем разгоняется в цилиндрическом стволе ГП. Затем, вода втекает в сужающееся сопло, ускоряясь. Достигая среза сопла, вода истекает импульсной высокоскоростной струей. Истечение часто сопровождается снижением скорости жидкости на срезе сопла. Из-за градиента скорости по длине струи развивается кавитация, которая является причиной низкой дальности ГП.

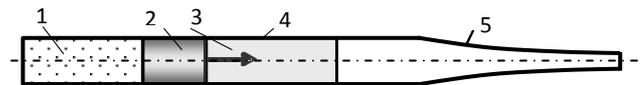


Рис. 1. Поршневая ГП.

1 – резервуар; 2 – поршень; 3 – вода; 4 – ствол; 5 – сопло

Для расчета параметров ГП хорошо себя зарекомендовала модель, в которой жидкость считается идеальной и сжимаемой, движение - одномерным и изоэнтропическим, влияние воздуха и деформации корпуса не учитываются [2]. Тогда внутренняя баллистика ГП описывается системой уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} &= -\frac{\rho u}{F} \frac{dF}{dx}, \\ \frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{\partial (p + \rho u^2)}{\partial x} &= -\frac{\rho u^2}{F} \frac{dF}{dx}, \\ p &= B[(\rho/\rho_0)^n - 1], \end{aligned} \quad (1)$$

с начальными и граничными условиями:

$$u(0, x) = U_0, \quad p(0, x) = 0, \quad \rho(0, x) = \rho_0; \quad -L \leq x \leq 0; \quad (2)$$

$$u(t, x_p) = u_p, \quad \frac{du_p}{dt} = -p_p \frac{F_p}{m_p}; \quad p(t, x_F) = 0, \quad u_F - W_F < a_F; \quad p(t, x_F) = p_F, \quad u_F - W_F \geq a_F.$$

Здесь  $x, t$  – координата и время,  $u, p, \rho$  – скорость, давление и плотность,  $F$  – площадь поперечного сечения канала,  $x_p, u_p, F_p, m_p$  – координата, скорость, площадь и масса поршня,  $p_p$  – давление на поршень со стороны жидкости,  $x_F, W_F$  – координата и скорость смещения правой границы,  $u_F, p_F, a_F$  – скорость, давление и скорость звука, параметры жидкости на правой границе,  $L$  – длина водяного заряда,  $B = 304,5$  МПа,  $n = 7,15$  и  $\rho = 1000$  кг/м<sup>3</sup> – постоянные в уравнении состояния воды в форме Тэта. Начало координат помещено у входа в сопло, за начальный принят момент времени, когда передний фронт жидкости достигает входа в сопло.

Уравнения (1) неоднородные. Левые части уравнений соответствуют плоскому одномерному движению, а зависимость формы канала от координаты учтена в неоднородных членах, которые имеют смысл источников массы и импульса. Из уравнений (1) видно, что параметры ГП зависят от формы сопла  $F(x)$ , начальной скорости воды и

поршня  $U_0$ , длины заряда воды  $L$ , массы и площади поршня. В зависимость площади сопла от координаты входят длина сопла  $L_s$ , радиусы ствола  $R_c$  и среза сопла  $R_s$ .

В настоящей работе проведено исследование влияния перечисленных факторов на параметры выстрела ГП. Исследования выполнялись численно методом второго порядка аппроксимации [3], надежность и эффективность которого для расчета параметров ГП показана в работе [4]. Исследование показало, что изменение конструктивных факторов в большую или меньшую сторону приводит к изменению зависимости скорости жидкости на срезе сопла от времени. Причиной изменения скорости жидкости на срезе сопла являются сложные волновые процессы, сопровождающие выстрел ГП. При определенном выборе конструкции ГП скорость жидкости на срезе сопла может повышаться, достигая максимального значения после начала истечения. Повышение скорости после начала истечения достигается при повышении давления в корпусе установки под действием поршня, генерирующего волны сжатия. Ускорение жидкости на срезе сопла ГП при этом имеет экструзионную природу (выдавливание из отверстия малого диаметра), которая характерна для ИВ. Такая ГП, как и ИВ, характеризуется высокой дальностью, давление гидронапора струи не превышает давления в корпусе установки, а влияние формы сопла на параметры ГП незначительно.

По результатам исследования в работе сформулированы рекомендации по управлению значениями основных характеристик эффективности ГП путем изменения ее конструкции, на базе которых выполнена параметрическая оптимизация конкретной ГП. В ходе оптимизации скорость струи была повышена на 26%, а давление в корпусе установки при этом изменилось не более чем на 6%.

Зависимость от времени скорости истечения жидкости из сопла ГП представлена на рис. 2. За начальный выбран момент начала истечения. Кривые 1 и 2 – зависимости скорости истечения от времени для исходной и оптимальной ГП соответственно. Для исходной установки скорость жидкости на срезе сопла снижается не сразу после начала истечения, а спустя некоторое время. Выстрел исходной установки характеризуется высокой компактностью и дальностью струи, высоким давлением в корпусе установки при небольшой скорости струи. Компактность и дальность струи оптимальной установки снижена по сравнению с исходной. Это необходимо для повышения скорости струи при неизменном давлении в установке.

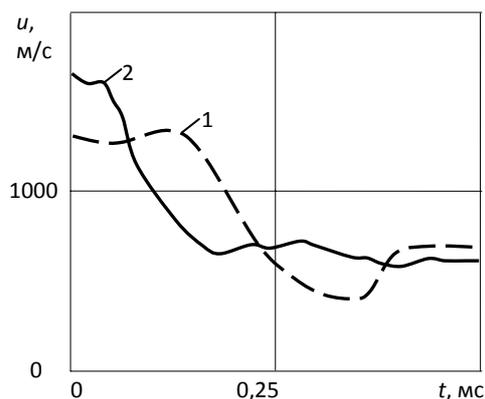


Рис. 2. Зависимость скорости истечения жидкости от времени.  
1 – исходная ГП; 2 – оптимальная ГП

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Vijay M. M. Pulsed jets: fundamentals and applications. - Proc. of the 5th Pacific Rim International Conference on Water Jet Technology. New Delhi, India, February 3 –5, 1998, pp. 610-627.
2. Семко А.Н. Импульсные струи жидкости высокого давления. - Донецк: Вебер (Донецкое отделение), 2007. – 149 с.
3. Родионов А. В. Монотонная схема второго порядка аппроксимации для сквозного расчета неравновесных течений // Журнал вычислительной математики и математической физики. 1987. Том 27. С 585 –593.
4. Решетняк В. В., Семко А.Н. Эффективность метода Родионова при расчете гидроимпульсных установок // Вісник Донецького університету. Серія А: Природничі науки.- 2008, № 2.- С. 587-593

## ГЕНЕРАЦИЯ ВИХРЕВЫХ СТРУКТУР В ОКРЕСТНОСТИ ПАРЫ ЛУНОК

Н.В.Розумнюк

Институт гидромеханики НАНУ

При обтекании потоком жидкости в различного рода углублениях (лунках) в плоской поверхности образуются циркуляционные течения со сложной вихревой структурой. При определенных параметрах внешнего потока и геометрии лунок часть завихренной жидкости из лунки выбрасывается в основной поток и формирует продольные вихри в пограничном слое ниже лунки. Таким образом, лунка работает как вихрегенератор. В то же время, в отличие от различного рода вихрегенераторов, которые выступают над поверхностью, сопротивление трения увеличивается мало.

В данной работе рассматривается пара овальных лунок, размещенных на поверхности крыльевого профиля на различном расстоянии между ними, оси лунок наклонены по отношению к направлению потока под переменным углом  $\beta$  (Рис.1). Изменяется также глубина лунок.

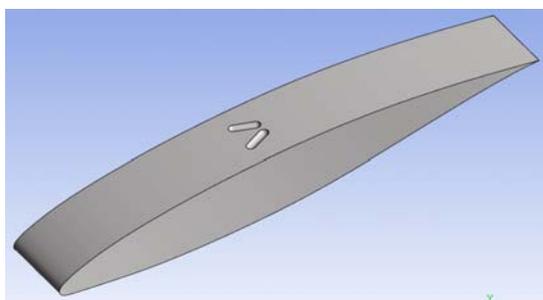


Рис.1

В лунках возникают зеркально симметричные картины течения, главным элементом которых является вихревое образование, вытянутое вдоль длины лунки. При небольшом угле наклона лунок к основному потоку ( $\beta \sim 25^\circ$ ) возле передних кромок наблюдается интенсивное вращение потока, уменьшающееся к нижним кромкам. Возле нижних кромок в лунках существует зона повышенного давления, а непосредственно за кромкой на поверхности

профиля образуется локальный отрыв потока. С увеличением угла наклона вихревые структуры распределяются более равномерно вдоль длины лунки, зоны повышенного давления распространяются на внешние боковые стенки лунок, отрывные зоны существенно сжимаются, а области повышенного трения на поверхности профиля также перемещаются к внешним длинным сторонам лунок.

С нижних по потоку кромок сходят продольные вихри с противоположными знаками завихренности. При этом возле каждого из них возникает вихрь меньшего размера. При сближении лунок они исчезают, и вниз по потоку существует пара продольных вихревых структур.

Интенсивность завихренности как в лунках, так и вниз по потоку зависит (при неизменных размерах лунок) от скорости потока.

Умеренное изменение глубины лунок и неравномерность глубины по длине влияет на локальные параметры течения в лунках, однако существенного изменения течения в пограничном слое за лунками не происходит.

## НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ КОРПУСА ГИДРОПУШКИ ПРИ ВЫСТРЕЛЕ

Русанова О.А., Семко А.Н.

Одной из причин, по которой импульсные высокоскоростные струи жидкости не получили широкого распространения, является низкая надежность гидроимпульсных установок для получения таких струй, которая обусловлена напряжениями, находящимися на пределе прочности корпуса установок. Поэтому актуальной является работа по повышению надежности гидроимпульсных установок, оптимизации их массогабаритных параметров и пониманию механизма поведения материала корпуса установок под действием высоких импульсных нагрузок.

Для отработки метода расчета напряженно-деформированного состояния корпуса гидропушки (ГП) при динамической нагрузке с учетом волновых процессов рассматривается следующая модельная задача, соответствующая реальной пороховой ГП, сопловая часть которой приведена на рис. 1. В корпусе ГП можно выделить цилиндрический ствол, коническое сопло и коллиматор, которые изготовлены из высокопрочной стали и термически обработаны закалкой и отпуском. Модуль Юнга и предел текучести стали после обработки составляют  $E = 2,1 \cdot 10^{11}$  Па,  $\sigma_{np} = 1520$  МПа.

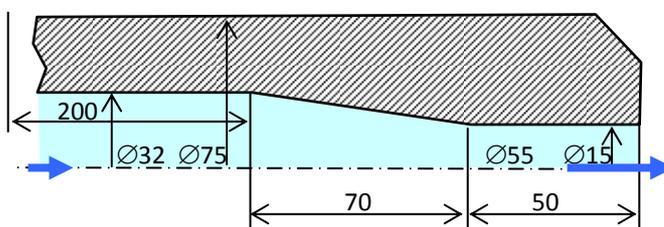


Рис. 1. Профиль ствола и сопла модели ГП

В начальный момент времени в ствол ГП подается вода с постоянной скоростью  $v_0 = 150$  м/с. Необходимо рассчитать гидродинамические параметры внутри ГП и эволюцию напряжений корпуса установки.

В данной задаче на начальной стадии процессы в ГП существенно нестационарные, внутри установки по длине распространяются волны сжатия и разрежения, которые существенно влияют на распределение давления. В корпусе установки так же наблюдаются волновые процессы, которые приводят к существенному перераспределению напряжений. Со временем в ГП устанавливается стационарное распределение гидродинамических параметров и напряжений. Для стационарного режима гидродинамические параметры можно рассчитать аналитически, а напряжения в корпусе ГП в рамках теории сопротивления материалов.

Для оценки длительности процессов выберем в качестве характерного время  $t_{хар}$  распространения волны от одного конца установки до другого, которое определим по формуле  $t_{хар} = L/a$ , где  $L$  - характерная длина, равная длине ствола и сопла с коллиматором,  $a$  - скорость звука в воде, которая сильно зависит от давления. При среднем давлении в установке  $p = 300$  МПа скорость звука  $a = 1980$  м/с, а  $t_{хар} = 0,2$  мс. Эти значения возьмем для оценки длительности волновых процессов в ГП.

Как известно, если время процесса  $t_{np}$  намного превышает характерное время, то волновые процессы становятся несущественными и устанавливается стационарное течение. На практике это условие достаточно хорошо выполняется при  $t_{np} > 10t_{хар}$ , т.е. при значениях порядка  $t_{np} > 2$  мс для данной ГП.

В корпусе установки так же происходят волновые процессы. Характерное время этих волновых процессов определяется аналогично и соответствует времени распространения волны от внутренней до наружной поверхности корпуса установки. Скорость распространения волн сжатия в стали составляет около 5050 м/с. Оценка характерного времени для волновых процессов в металлическом корпусе дает величину  $t_{хар.кор} \approx 0,004$  мс, что на два порядка меньше, чем для жидкости. Исходя из этих оценок, можно предположить, что напряженно-деформированное состояние корпуса установки можно рассчитывать в *квазистационарной постановке*.

Такой подход для модельной задачи позволяет:

- оценить адекватность принятых моделей;
- убедиться, что метод расчета правильно отражает волновые процессы в корпусе установки;
- наблюдать процесс установления и получить установившееся распределение напряжений в корпусе установки, когда время процесса намного больше характерного;
- сравнить деформации и напряжения, полученные при расчете выбранным методом, с результатами расчетов по теории сопротивления материалов для нагруженного толстостенного цилиндра.

Движение идеальной сжимаемой жидкости в ГП описывалось уравнениями нестационарной газовой динамики в квазиодномерном изэнтропическом приближении, которые решались численно методами Родионова и Годунова [1, 2]. Напряженно-деформированное состояние корпуса ГП рассчитывалось с учетом пластических деформаций при помощи пакета ANSYS в рамках переходного анализа, который позволяет рассчитывать нестационарные процессы. Переход металла в пластическое состояние определялся по критерию Мизеса для эквивалентных напряжений. В качестве силовой нагрузки задавалось давление жидкости, полученное при гидродинамическом расчете [3].

На рис. 2 приведено распределение давления и скорости (сплошные и пунктирные кривые) по длине установки на моменты времени  $1,5t_{хар}$ ,  $4t_{хар}$  и  $10t_{хар}$  (кривые 1, 2 и 3). Из результатов расчетов хорошо видно, что гидродинамические параметры действительно устанавливаются через время, которое примерно в десять раз превышает характерное время ( $t_{np} > 10t_{хар}$ ). При этом в стволе ГП по всей длине устанавливается одинаковое давление 280 МПа и скорость 150 м/с, которые заметно изменяются только в сопле. До установления давление в стволе распределено неравномерно и превышает установившееся значение в 2,5 раза, достигая величины около 800 МПа. Приведенная методика позволяет облегчить динамический расчет напряженно-деформированного состояния ГП и других гидроимпульсных устройств.

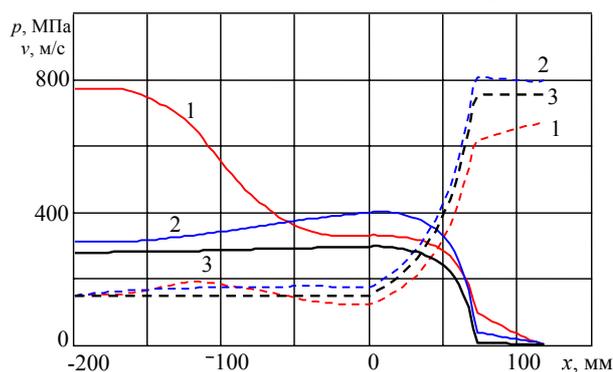


Рис. 2. Распределение давления и скорости по длине ГП

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

5. Семко А.Н. Импульсные струи жидкости высокого давления. - Донецк: Вебер (Донецкое отделение), 2007. - 149 с.
6. Решетняк В. В., Семко А.Н. Применение метода Родионова для расчета квазиодномерных движений идеальной сжимаемой жидкости» // Прикладная гидромеханика. - 2009. - Т. 9 (81). № 3. - С. 56 -64.
7. Гескин Э.С., Петренко О.П., Русанова О.А., Семко А.Н. Прочностной расчет и оптимизация сопла ствола пороховой гидропушки // Проблемы прочности. 2006, № 2. - С. 137 - 146.

# КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ПОДВОДНЫХ СУПЕРКАВИТИРУЮЩИХ АППАРАТОВ

В.Н.Семененко (ИГМ НАНУ, Киев)

Важными свойствами высокоскоростных подводных суперкавитирующих (СК) аппаратов является устойчивость и управляемость их движения (маневренность). Задачи динамики СК-тел существенно нелинейны, содержат разрывные функции и функции запаздывающего аргумента. Единственным методом исследования таких сложных динамических систем является их численный анализ. Для этой цели мы разработали компьютерную модель пространственного движения СК-аппарата, основанную на принципе независимости расширения сечений каверны Г.В.Логвиновича. Модель включает систему дифференциальных уравнений динамики аппарата, уравнения для расчета формы нестационарной каверны, а также соотношения для расчета действующих сил  $\vec{F}_n$  и  $\vec{F}_s$  (рис. 1). Рассмотрены частные случаи продольного и бокового движения СК-аппарата. Выполнен сравнительный анализ двух способов управления движением СК-аппарата: 1) путем наклона и/или поворота дискового кавитатора с двумя степенями свободы ( $\delta$ -управление), и 2) путем отклонения вектора тяги кормового движителя ( $\eta$ -управление).

**Неустойчивость и стабилизация движения СК-аппарата.** Расчеты показали, что продольное движение СК-аппарата является неустойчивым (см. рис. 2, здесь  $\psi$  – угол тангажа,  $\bar{\omega}$  – угловая скорость). Поведение аппарата после потери устойчивости существенно зависит от положения его центра масс  $x_c$ .

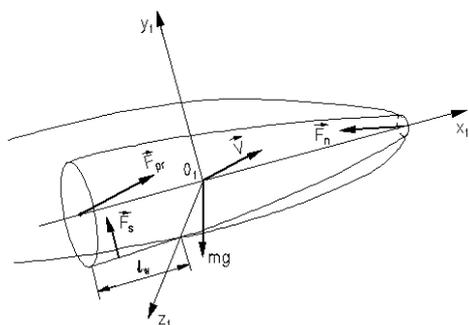


Рис. 1. Схема сил, действующих на СК-аппарат

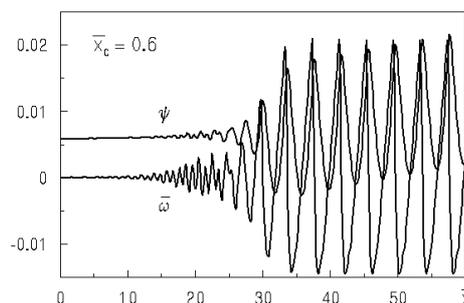


Рис. 2. Неустойчивость продольного движения СК-аппарата

Для поддержания горизонтального движения СК-аппарата необходимо использовать искусственную стабилизацию. Мы исследовали эффективность активной стабилизации движения СК-аппарата путем автоматического регулирования угла наклона кавитатора  $\delta_z$  и угла отклонения вектора тяги  $\eta_z$  с линейными законами обратной связи:

$$\delta_z(t) = \delta_z^* + k_1 \bar{y}(t-t_1) + k_2 [\psi(t-t_1) - \psi^*] + k_3 \bar{\omega}(t-t_1), \quad (1)$$

$$\eta_z(t) = \eta_z^* - a_1 \bar{y}(t-t_1) - a_2 [\psi(t-t_1) - \psi^*] - a_3 \bar{\omega}(t-t_1). \quad (2)$$

Показано, что автоматическое управление (1) и (2) превращает неустановившиеся колебания аппарата по углу  $\psi$  в установившиеся (см. рис. 3 и рис. 4), обеспечивая практическую стабилизацию движения на заданной дистанции [1]. Приведенная частота колебаний на рис. 3 и рис. 4 составляет соответственно 1,71 и 1,55.

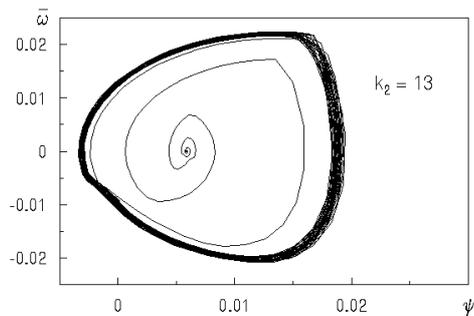


Рис. 3. Фазовый портрет при  $\delta$ -стабилизации СК-аппарата

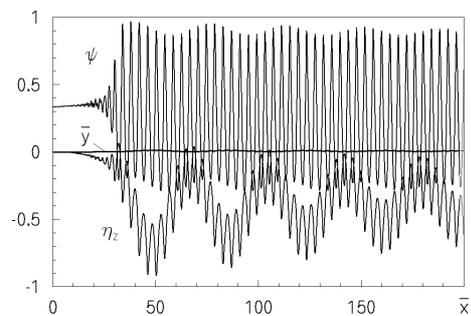


Рис. 4. Изменение параметров движения при  $\eta$ -стабилизации СК-аппарата

**Маневренность СК-аппарата.** Маневренность СК-аппарата по курсу можно характеризовать зависимостью угла траектории аппарата в горизонтальной плоскости  $\chi = \varphi - \beta$  (где  $\varphi$  – угол рыскания,  $\beta$  – угол скольжения) от угла поворота кавитатора  $\delta_y$  (рис. 5, а; дистанция  $\bar{x} = 100$ ) или от угла отклонения вектора тяги  $\eta_y$  (рис. 5, б).

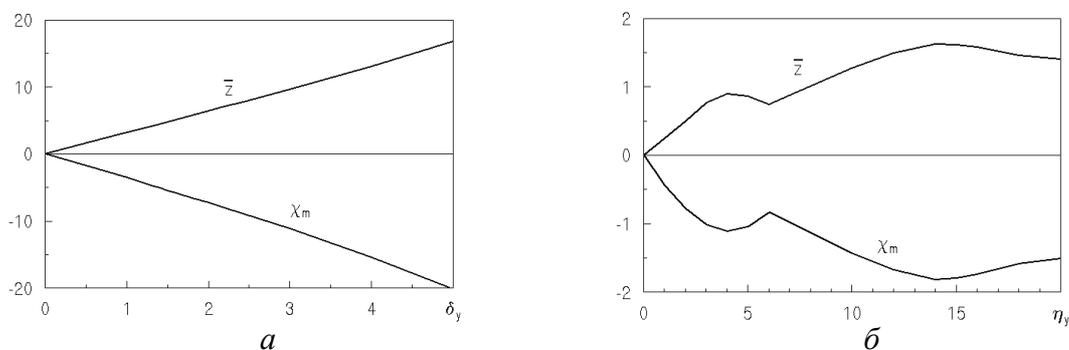


Рис. 5. Отклонение  $\bar{z}$  и средний угол траектории  $\chi_m$  при маневрировании СК-аппарата по курсу: а –  $\delta$ -управление; б –  $\eta$ -управление

Мы также исследовали маневренность СК-аппарата по глубине, которая характеризуется зависимостью угла траектории аппарата в вертикальной плоскости  $\mathcal{S} = \psi - \alpha$  (где  $\alpha$  – угол атаки) от угла поворота кавитатора  $\delta_z$  или от угла отклонения вектора тяги  $\eta_z$  [2].

**Выводы.** Компьютерное моделирование показало, что для стабилизации движения и маневрирования СК-аппарата по глубине  $\delta$ -управление и  $\eta$ -управление практически одинаково эффективны. Напротив, для маневрирования по курсу  $\eta$ -управление является неэффективным (см. рис. 5, б). То же самое, очевидно, можно сказать и об управлении движением СК-аппарата с помощью кормовых рулей. Для стабилизации движения СК-аппарата по курсу можно применять автоматическое регулирование угла  $\delta_y$  по закону, аналогичному (1). Подробности см. в наших статьях [1, 2].

### Литература

1. Семененко В.Н. Моделирование продольного движения подводных суперкавитирующих аппаратов // Прикладна гідромеханіка. – 2010. – Т. 12, № 3.
2. Савченко Ю.Н., Семененко В.Н. О маневренности по курсу подводных суперкавитирующих аппаратов // Прикладна гідромеханіка. – 2010. – Т. 12, № 4.

## СИСТЕМА РАСПРЕДЕЛЕННОГО ГАЗОУДАЛЕНИЯ ДЛЯ ДУГОВЫХ СТАЛЕПЛАВИЛЬНЫХ ПЕЧЕЙ

А.Н. Семко, Н.С. Тимошенко, ДонНУ

В дуговых сталеплавильных печах (ДСП) выплавляется около 40% мирового производства стали. Выплавка металла в ДСП сопровождается образованием значительных объемов пылегазовой среды, методам локализации и эвакуации которой посвящена данная работа.

Экспериментальные исследования интенсивности образования, химического состава и температуры технологических газов на выходе из 130-тонной ДСП показали, что объемный расход технологических газов в среднем за 70 минут плавки находится в пределах 12 - 20 тыс. м<sup>3</sup>/ч [1]. Химический состав газовой смеси существенно меняется по ходу плавки, основными ее компонентами являются N<sub>2</sub>, CO, CO<sub>2</sub>, O<sub>2</sub>, водяной пар. Содержание пыли в отходящих газах ДСП находится в пределах 15 - 25 кг/т стали или 15 - 60 г/м<sup>3</sup> газа. Химический состав пыли представлен оксидами Fe, Ca, Si и Al, оксидами цветных металлов, а также частицами углерода. Потери энергии с отходящими газами (физическое тепло и химическая энергия) в среднем за плавку находятся в пределах 15 - 20 МВт, а в короткие периоды достигают 30 МВт и более при вводимой электрической мощности 60 - 85 МВт.

Система эвакуации и очистки газов в ДСП включает два контура и действует благодаря разрежению, создаваемому дымососом: высокотемпературный контур, обеспечивающий эвакуацию пылегазовой среды из рабочего пространства печи через отверстие в своде, и низкотемпературный контур, который обеспечивает эвакуацию неорганизованных выбросов. Около 20% пыли удаляется через низкотемпературный контур, а более 80% образуется при плавлении и рафинировании металла и удаляется через высокотемпературный контур.

В связи с этим, в настоящее время актуальной проблемой является уменьшение выноса пыли из ДСП. Это позволит снизить удельные расходы материалов и энергии, улучшить экологическую ситуацию. Кроме того, уменьшится нагрузка на блок рукавных фильтров газоочистки и увеличится ресурс их работы.

Разработана и испытана концепция свода ДСП с системой распределенного газоотсоса (рис. 1) [2]. В ней водоохлаждаемые панели свода, закрытые сверху листом экрана, формируют тороидальную камеру 1, в которой поддерживается разрежение, передаваемое через газоотводящий патрубок 2 от дымососа. Камера охватывает практически весь периметр свода и через зазоры между трубами панелей может всасывать технологические газы ДСП, являясь системой распределенного газоотсоса, в отличие от традиционной локальной системы, сосредоточенной в сечении газоотводящего патрубка. В системе распределенного газоотсоса объем отсасываемого газа регулируется зазорами между трубами водоохлаждаемых панелей. Эти зазоры в совокупности образуют щель переменной площади в воздуховоде постоянного сечения. Подбирая определенную площадь щели можно организовать равномерный отсос газа, что позволит существенно снизить скорость газового потока в печи и уменьшит вынос пыли. В данной работе предложен метод повышения эффективности газоудаления через высокотемпературный контур.

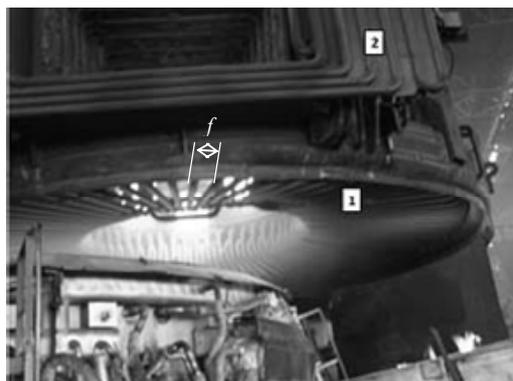


Рис. 1. Свод с системой распределенного газоотсоса

На рис. 2 приведена модель свода ДСП с системой распределенного газоотсоса, состоящего из восьми одинаковых секций, расположенных симметрично относительно вытяжного газохода. Движение газа моделировалось в рамках теории вентиляции, в которой газ считается несжимаемым, а параметры течения усредняются по всему поперечному сечению воздуховода.

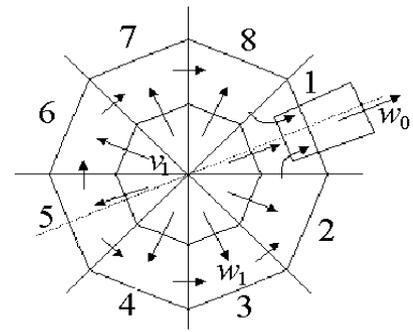


Рис. 2. Модель свода с системой распределенного газоотсоса

Из уравнения баланса массы для  $i$ -ой секции  $Q_{i+1} = Q_i + \delta Q_i$ , условия равномерного отсоса через каждую секцию  $\delta Q_i = Q_0/N$  и уравнения Бернулли

$p_i + \frac{\rho w_i^2}{2} = p_{i+1} + \frac{\rho w_{i+1}^2}{2} + \delta p_i$  получено рекуррентное соотношение для определения площади щелей каждой секции

$$\sigma_{i+1} = \frac{\sigma_i}{\sqrt{1 + \frac{\mu^2}{F^2} \left( (i+1)^2 - i^2 + \frac{\lambda S_\delta}{4F} i^2 \right) \sigma_i^2}}$$

Здесь  $Q_i$  и  $w_i$  - расход и скорость газа через поперечное сечение секции,  $\delta Q_i = \sigma_i v_i$ , - приток газа в секцию через щель,  $\sigma_i$  - эквивалентная площадь щели,  $v_i$  - скорость приходящего газа,  $p$  - статическое давление,  $\rho$  - плотность газа,  $\lambda$  - коэффициент сопротивления,  $S_\delta$  - площадь боковой поверхности секции. Потери на трение учитывались по формуле

$$\delta p_i = \frac{\lambda \rho w_i^2}{4 \cdot 2F} S_\delta.$$

На рис. 3 и 4 приведены расчетные зависимости скорости  $v$  и  $w$  и относительной площади отверстий  $\sigma' = \sigma/S_\delta$  от номера секции для модели свода

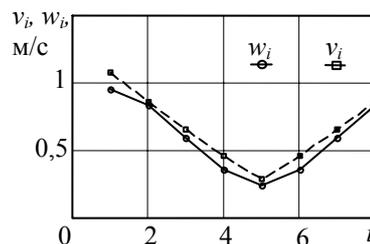


Рис.3. Распределение скоростей  $v$  и  $w$  по секциям

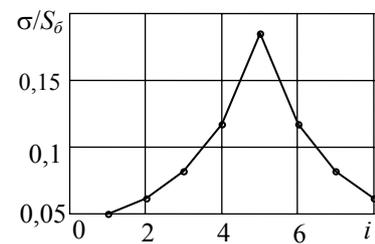


Рис. 4. Распределение площади щелей по секциям

конкретной металлургической печи. Исследовалась зависимость работы системы распределенного газоотсоса на разных режимах. При изменении расхода  $Q_0$  площадь щелей в секциях не изменялась, а изменялась только скорость потока и разрежение. Результаты расчетов были оформлены в виде инженерной методики и использованы при разработке системы газоотсоса конкретной печи.

Сравнительный анализ запыленности технологических газов на выходе из печи показал, что средняя запыленность технологических газов при использовании свода с системой распределенного газоотсоса в 1,5-2 раза меньше, чем для традиционной системы газоудаления.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Kuhn R. Continuous off-gas measurement and energy balance in electric arc steelmaking/ R.Kuhn, H.Geck, K.Schwerdtfeger. - ISIJ International, Vol.25 (2005), No.11, pp.1587-1596.
2. Тищенко П.И. Повышение эффективности первичного газоудаления при модернизации дуговых сталеплавильных печей / Тищенко П.И., Тимошенко С.Н., Дунь Н.Б.; бюллетень научно-технической и экономической информации «Черная металлургия», №2/2006.

# НАВЕДЕНЕ МАГНІТНЕ ПОЛЕ, ОБУМОВЛЕНЕ ХВИЛЬОВИМИ ПОЛЯМИ ЗА ТІЛОМ, ЯКЕ СТАЦІОНАРНО РУХАЄТЬСЯ У СТРАТИФІКОВАНОМУ СЕРЕДОВИЩІ.

Стеценко О.Г.

Інститут гідромеханіки НАН України

Збурення магнітного поля Землі спричиняються механізмами різної природи, як космічного, так і, власне, земного походження. В ряду останніх значне місце належить механізмам, обумовленим процесами гідро- та аеродинамічного характеру в водних акваторіях і в атмосфері. До цього класу належить також збурення середовища, викликане підводним об'єктом, що рухається в стратифікованому морському середовищі.

За тілом, яке рухається у такому середовищі, можна виділити три характерні механізми гідродинамічних збурень. Це затухаючі з віддаленням від об'єкта збурення, обумовлені його тілісністю, а також збурення, породжені поширенням поверхневих хвиль (ПХ) за ним, якщо він рухається достатньо близько від вільної поверхні, та збурення, обумовлені поширенням внутрішніх хвиль (ВХ) за наявності стратифікації середовища. Внутрішні хвилі за реальними об'єктами можуть мати різну природу утворення. Одна з них пов'язана з тілісністю і має той же механізм генерації, що і для ПХ. Інші обумовлені можливістю утворенням за рухомим тілом вихрових пар (ВП). Такі ВП можуть бути утворені системою управляючих підводних крил, які регулюють горизонт руху, або системою рушіїв. Два перші механізми збурень вивчалися раніше. Розв'язана лінійна задача для наведеного магнітного поля від поверхневих хвиль, які утворюються стаціонарним рухом тіла Ренкіна – овоїдом в однорідному глибокому морі [1]. Збурення, обумовлені тілісністю рухомого овоїда за умови, коли утворенням поверхневих хвиль можна знехтувати, також досліджені для однорідного ідеального середовища [2]. В цих дослідженнях показано, що збурення магнітного поля Землі, викликані рухом достатньо габаритних підводних тіл, знаходяться в межах можливості їх фіксації сучасною виміральною апаратурою. Таким чином, в силу детермінованості таких наведених магнітних полів, знання їх структури і законів затухання можуть бути використані при моніторингу області морської поверхні.

На фоні виконаних раніше досліджень представляє інтерес дослідження механізму збурення магнітного поля Землі, обумовленого внутрішніми хвилями, оскільки всі моря і океани є стратифікованими. В даній роботі розв'язуються дві задачі визначення відповідного наведеного магнітного поля. В першій розглядається наведене магнітне поле, обумовлене як поверхневими, так і внутрішніми хвилями, утвореними стаціонарно рухомим овоїдом у ідеальному стратифікованому морі. Розглянена одна з простих схем стратифікації для глибокого моря з тонким термокліном, який заміняється стрибком густини на певній глибині  $L$ , вище якої розташований шар однорідної густини з густиною  $\rho_1$ , а нижче – нескінчено глибокий шар з густиною  $\rho_2 > \rho_1$ , причому  $\kappa = \rho_2 / \rho_1$  незначно відрізняється від одиниці. В другій задачі розглянуто наведене магнітне поле, породжене внутрішніми хвилями, які генеруються при вертикальному русі вихорової пари у шарі скінченної товщини лінійно стратифікованого середовища.

В гідродинамічній задачі про рух овоїда використана постановка задачі для потенціальної функції  $\phi(x, y, z)$  в рухомій системі координат. В задачі про рух вихорової пари використана локально-двовимірна нестационарна постановка задачі в нерухомій системі координат для функції  $\psi(y, z, t)$ . Розглядається вертикальний рух ВП протягом скінченного інтервалу часу, коли ВП пройде деякий скінчений шлях. При цьому реальний рух ВП зі змінними швидкістю та інтенсивністю вихорів в часі замінено на рух з постійною швидкістю та незмінною інтенсивністю вихорів. В цій задачі поверхневі хвилі не розглядаються, а на вільній поверхні виконується наближення “твердої кришки”.

В результаті розв'язання гідродинамічних задач визначені поля збуреної швидкості середовища, які і обумовлюють наведені магнітні поля. Відповідно розглянуто дві задачі визначення наведених полів. Обидві задачі розв'язуються в нерухомій системі координат, в якій в момент часу  $t = 0$  через виділену точку з координатами  $(x = 0, y = 0, z = -h)$  проходить характерна точка джерела збурення. Для визначення наведеного магнітного поля  $\vec{H}(x, y, z, t)$  використано спрощену форму лінеаризованого рівняння, яке в обезрозміреній формі має вигляд [1]:

$$\nabla^2 \vec{H} = \sigma_\mu \left[ \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} - \vec{\nabla} \times (\vec{V} \times \vec{B}_E) \right].$$

Функція  $\vec{H}(x, y, z, t)$  повинна задовольняти також умові бездивіргентності  $\vec{\nabla} \cdot \vec{H} = 0$ . Тут  $\sigma_\mu = LU\sigma_0\mu$  - магнітне число Рейнольдса, а  $U$  - швидкість руху джерела збурення,  $\sigma_0$  - електрична провідність води,  $\vec{V}$  - швидкість збуреного середовища,  $\vec{B}_E$  - геомагнітна індукція Землі, яка задається через власну магнітуду  $F$  як  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  - одиничні орти)

$$\vec{B}_E = F(\vec{i} \cos I \cos \alpha + \vec{j} \cos I \sin \alpha - \vec{k} \sin I).$$

Тут  $I$  - кут заглиблення,  $\alpha$  - кут між віссю руху тіла і напрямком магнітної півночі.

Граничні умови випливають із неперервності поля  $\vec{H}$  на границях шарів середовища.

Розв'язки задач знайдені у вигляді квадратур.

Розрахунки наведеного магнітного поля виконувались для великих значень часу після проходження об'єкта, що дозволило при обчисленні квадратурних інтегралів використати метод стаціонарної фази. Результати їх свідчать про те, що для тіл з достатньо великими габаритами обидва розглянутих механізми, які породжують поле збуреної швидкості, викликають наведене магнітне поле Землі, яке може бути зафіксоване сучасною вимірною апаратурою. Характерною ознакою одержаного наведеного поля є закономірність  $H_z > H_y > H_x$ , причому характер цієї закономірності в задачі про рух ВП суттєво залежить від кута  $\alpha$ . Якщо при  $\alpha = 0$  значення  $H_z$  майже однакові зі значеннями  $H_y$ , то при  $\alpha = \pi/2$  величина  $H_z$  помітно більша значення  $H_y$ . При  $\alpha = 0$  в обох задачах має місце строга антисиметрія в розподілі  $H_y$  і, відповідно, симетрія в розподілі  $H_z$  відносно вісі руху. Цікаво, що характер наведеного магнітного поля такий, що всередині водного середовища в задачі для руху ВП максимум амплітуд може бути ближче до вісі руху тіла, ніж в області атмосфери. Це обумовлено тим, що у водному шарі, в залежності від горизонту руху тіла, максимум енергії збуреного руху середовища може припадати на одну із вищих мод ВХ, швидкість поширення якої менша, ніж у першій моді ВХ. В атмосфері затухання наведеного поля має експоненційний характер. Характер затухання збурень з часом в усій області середовища в області великих  $t$  відповідає закону  $t^{-1/2}$ .

Таким чином, рухомий під вільною поверхнею стратифікованого моря об'єкт може бути джерелом генерації специфічного наведеного магнітного поля Землі, дослідження якого представляє інтерес як такого, що спричинений одним із механізмів гідродинамічної природи з детермінованим характером, і який може бути використаний при моніторингу збурень магнітного поля в районі морської поверхні.

#### Список літератури

1. Mandurasingh D., Tuck E.O. The induced Electromagnetic Field Associated with Submerged Moving Bodies in a Unstratified Conducting Fluid. Jour.of Ocea.Eng.-1994,-19, 2.-193-199.
2. Горбань І.М. Аналіз збурень магнітного поля, викликаного рухом тіла в електропровідній рідині. ПГМ,2010.- 14(86), 2.-с.31-39.

## ГЕНЕРАЦИЯ ПРИСОЕДИНЕННЫХ ВНУТРЕННИХ ВОЛН ПРИ ДВИЖЕНИИ ПЛАСТИНЫ В НЕПРЕРЫВНО СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ ЖИДКОСТИ

Ю.Д.Чашечкин, Р.Н.Бардаков (Институт проблем механики РАН, Москва)  
Я.В.Загуменный (Институт гидромеханики НАН Украины, Киев)

В природных системах (атмосфере и гидросфере) и в технологических установках плотность жидкости, как правило, является переменной, вследствие неоднородности распределения температуры, концентрации растворенных веществ, взвеси или газов, что обуславливает существование ряда движений, отсутствующих в однородной жидкости. Поэтому в последнее время много внимания стало уделяться изучению и описанию картин течения стратифицированной жидкости около тел различной формы. Однако даже для самого простого вида препятствия – полосы или полуплоскости, эта задача не решена точно даже в линеаризованной постановке, поэтому для решения таких задач обычно прибегают к использованию различных численных методик.

В качестве основы исследований выбрана система уравнений механики несжимаемой непрерывно стратифицированной жидкости, включающая уравнение Навье-Стокса с учетом действия гравитационной силы, уравнение неразрывности и диффузии с постоянным коэффициентом, а также замыкающее линеаризованное уравнение состояния:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\frac{1}{\rho_{00}} \nabla P + \nu \Delta \mathbf{v} + S \mathbf{g}; \quad \operatorname{div} \mathbf{v} = 0$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) S = \kappa_S \Delta S + \frac{v_z}{\Lambda}; \quad \rho_0 = \rho_{00} \left( 1 - \frac{z}{\Lambda} + S \right)$$

где  $\mathbf{v}$ ,  $P$ ,  $\rho$  – переменные скорость, давление, плотность,  $\rho_0(z)$ ,  $\rho_{00}$  – невозмущенное экспоненциальное распределение плотности и ее значение на нулевом уровне,  $\mathbf{g}$  – ускорение свободного падения,  $S$  – соленость (концентрация) стратифицирующей добавки,  $\nu$  и  $\kappa_S$  – коэффициенты кинематической вязкости и диффузии соли. Стратификация, характеризуемая масштабом  $\Lambda = |d \ln \rho / dz|^{-1}$ , частотой  $N = \sqrt{g/\rho \cdot d\rho_0/dz}$  и периодом плавучести  $T_b = 2\pi/N$ , предполагается слабой, что обосновывает применимость использованного приближения Буссинеска.

Источником возмущений в непрерывно стратифицированной жидкости служит полоса длиной  $L_x$ , движущаяся со скоростью  $U$  под произвольным углом к горизонту. Граничные условия – прилипания для скорости, непротекания для вещества на всей поверхности пластины и затухания возмущений на бесконечности.

Для численного решения поставленной задачи применяется метод расщепления с использованием разнесенной «шахматной» сетки для пространственных производных, когда компоненты скорости вычисляются в точках, расположенных на гранях разностных ячеек, а значения давления и возмущения солености в их центрах.

На основе описанной численной процедуры выполнен детальный расчет практически важной задачи генерации возмущений в вязкой экспоненциально стратифицированной жидкости полосой, движущейся с постоянной скоростью под произвольным углом к горизонту вдоль подстилающей поверхности и в свободном пространстве. Развиваемый подход равномерно применим во всем пространстве и допускает равномерный переход в полученных решениях к модели однородной жидкости в пределе  $N \rightarrow 0$ . Результаты непосредственно экстраполируются на естественные условия путем задания параметров среды (стратификации, кинетических коэффициентов) и геометрии задачи (размеров, углового положения траектории и скорости движения пластины).

Для задачи движения пластины по наклонной траектории в непрерывно стратифицированной жидкости начальные значения компонент вектора скорости, давления и возмущения солености определяются из решения задачи диффузии на

неподвижной пластине. Численные расчеты наряду с экспериментальными наблюдениями фиксируют возникновение восходящего и нисходящего течений жидкости вдоль поверхностей наклонной неподвижной пластины, которые вблизи ее кромок трансформируются в струйки, порождающие диссипативно-гравитационные волны – горизонтальные полосы (рис.1). При движении пластины интенсивное вытеснение и увлечение жидкости вслед за пластиной приводит к отклонению частиц от своих начальных горизонтов плавучести и инициирует их периодические движения с частотой Брента-Вяйсяля около своих невозмущенных положений, что в результате приводит к развитию характерных картин присоединенных внутренних волн, фиксируемых в ряде экспериментальных наблюдений (рис.2).

Рассчитаны и проанализированы свойства картины полей в широком диапазоне параметров задачи – длины и скорости движения пластины, величин стратификации среды, угла наклона траектории. В картине течения выделены две группы волн и компактные неволновые особенности вблизи краев источника. Проведено сравнение с известными данными независимо выполненных расчетов и экспериментов, показавшее хорошее согласие рассчитанных и наблюдаемых картин течения (рис.3).

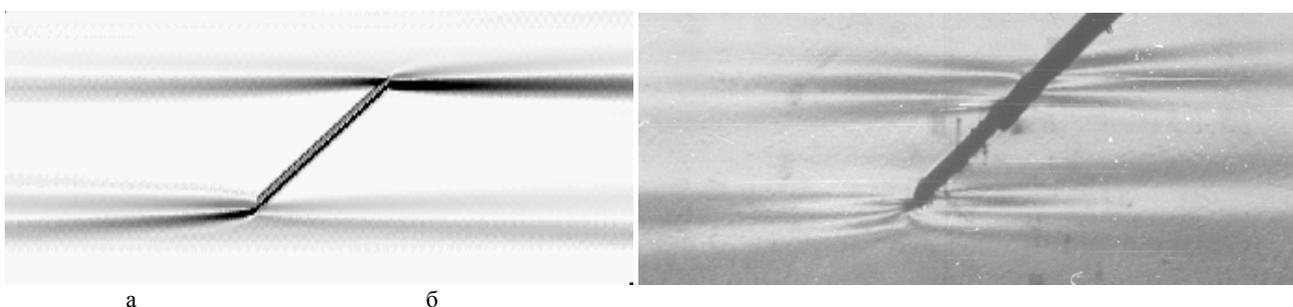


Рис.1. Течение, индуцированное диффузией на наклонной пластине:  
а – численный расчет, б – теневая визуализация

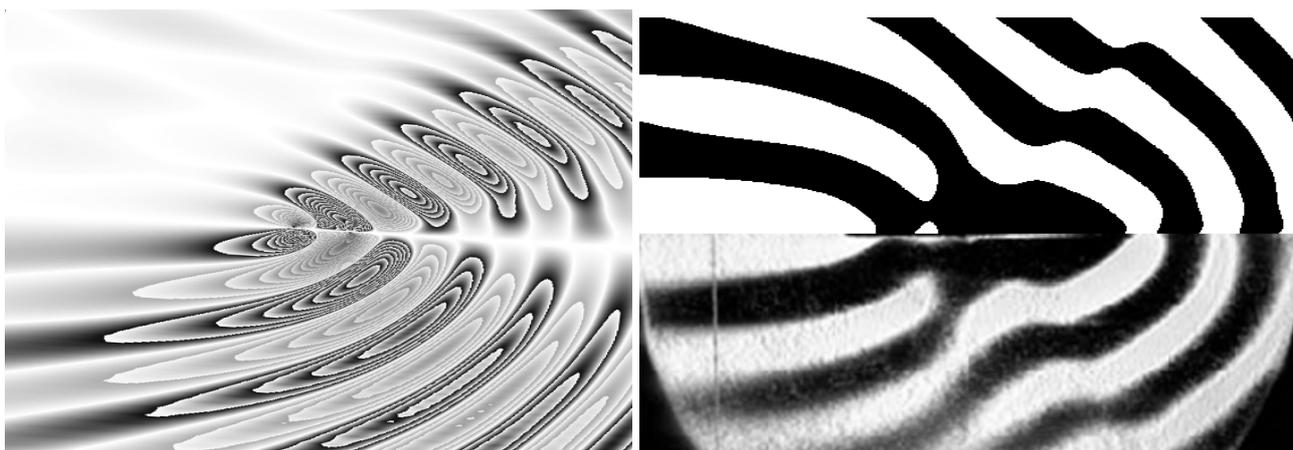


Рис.2. Визуализация численного решения задачи генерации внутренних волн при движении пластины в стратифицированной жидкости:  
 $U=0.47$  см/с,  $T_b=7.3$  с,  $L_x=2.5$  см,  $\alpha=5^\circ$

Рис.3. Поле вертикальной компоненты скорости (верхняя половина изображения) над теневой картиной течения, возникающего при движении горизонтальной пластины:  
 $U=0.32$  см/с,  $T_b=7.6$  с,  $L_x=7.5$  см,  $\alpha=0^\circ$

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 08-05-90901-моб\_снг\_ст)

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРЕХМЕРНЫХ ВИХРЕВЫХ СТРУКТУР ПРИ ТРЕПЕЩУЩЕМ ПОЛЕТЕ СТРЕКОЗЫ ЛАГРАНЖЕВЫМ МЕТОДОМ В ИДЕАЛЬНОЙ ПОСТАНОВКЕ

А. В. Шеховцов, С. А. Довгий  
*Институт гидромеханики НАНУ, Киев, Украина*

Для моделирования трепещущего полета стрекозы в трехмерной идеальной постановке применен усовершенствованный метод дискретных вихрей (УМДВ) с замкнутыми вихревыми рамками, для которого доказана аппроксимируемость нормальной компоненты индуктивной скорости от вихревого слоя в контрольных точках обтекаемой поверхности, а также невырожденность матрицы нормальных компонент возмущенных скоростей от системы замкнутых вихревых рамок в контрольных точках разомкнутой поверхности [1-4].

Особенностью моделирования полета насекомых лагранжевыми методами является то, что условие Кутта-Жуковского-Чаплыгина должно выполняться на всех кромках крыльев насекомого. Данное обстоятельство, в совокупности с отсутствием потока в случае трепещущего полета насекомого, приводит к тому, что крыло в процессе махов будет периодически взаимодействовать с ранее сошедшими вихревыми структурами, что при трехмерном моделировании лагранжевым методом является сложной топологической и вычислительной проблемой.

На рис. 1 показаны трехмерные вихревые структуры, полученные при численном моделировании при помощи УМДВ в рамках идеальной среды, трепещущего полета стрекозы. Для этого задавались следующие параметры синусоидальных махов крыльев:

- амплитуда угла рыскания (маха) –  $60^\circ$  ;
- амплитуда угла тангажа –  $45^\circ$  ;
- амплитуда угла крена –  $0^\circ$  ;
- круговая частота колебаний –  $0,2\pi$  ;
- установочный угол по тангажу –  $90^\circ$  ;
- угол сдвига фаз между колебаниями рыскания и тангажа –  $90^\circ$  ;
- угол сдвига фаз между колебаниями крена и тангажа –  $180^\circ$  ;
- расстояние между крыльями –  $0,5b$  ( $b$  – корневая хорда);
- угол наклона плоскости махов к горизонту –  $45^\circ$  ;
- сдвиг относительно передней кромки оси вращения по тангажу –  $0,5b$  .

Крылья стартовали с крайнего верхнего положения.

Видно, что сходящие с кромок вихри образуют единую вихревую трубку, в которой поток, закрутившись в спиралевидную структуру над крылом (диффузорный участок вихревой трубки), полностью огибает его и выводится сзади корневой хорды крыла стрекозы (конфузорный участок вихревой трубки).

На рис.2 показан гипотетический случай, когда оси вращения крыльев по тангажу находятся в малой окрестности передних кромок крыльев: сдвиг относительно передней кромки оси вращения по тангажу равнялся  $0,05b$  .

Видно, что в этом случае вся вихревая система смещается в сторону задней кромки крыла, вихревой жгут, закручивающийся в спираль по часовой стрелке, зарождающаяся на пересечении корневой хорды и базовой линии передней кромки, расположен гораздо ближе к крылу. При этом задняя часть общей вихревой структуры

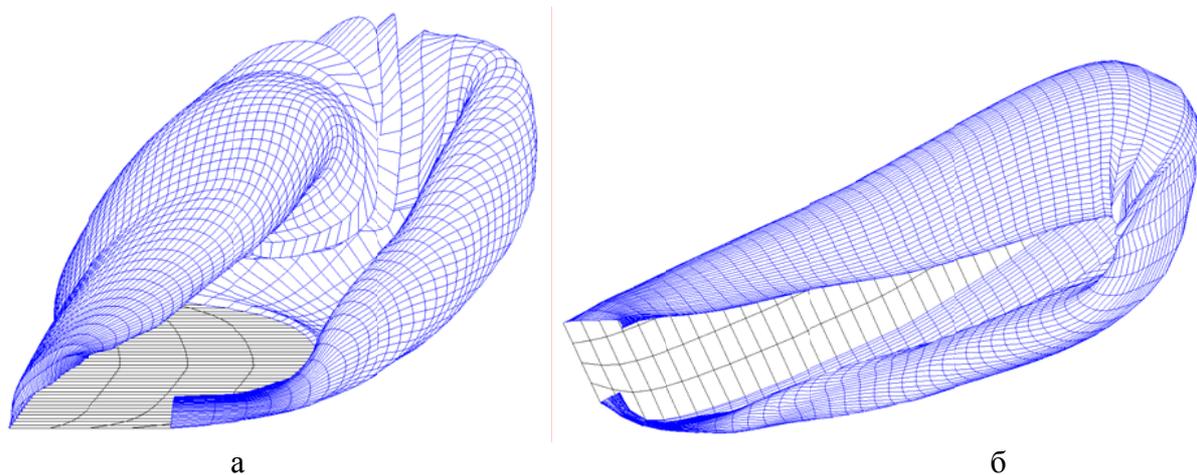


Рис.1 Вихревые структуры при вращении крыла относительно середины корневой хорды

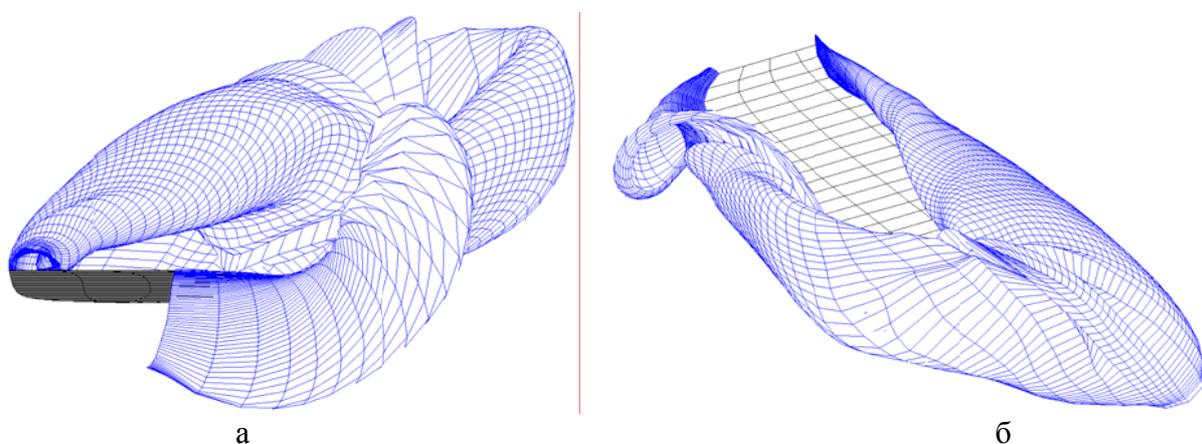


Рис.2 Вихревые структуры при вращении крыла относительно начало корневой хорды.

постепенно разворачивается, закручиваясь в спираль против часовой стрелки, что не наблюдается при полете насекомых и косвенно подтверждает тот факт, что вращение крыльев насекомых по тангажу происходит вокруг осей, проходящих через середины их корневых хорд (см. рис.1).

## ЛИТЕРАТУРА

- Белоцерковский С.М., Ништ М.И. Отрывное и безотрывное обтекание тонких крыльев идеальной жидкостью. – М.: Наука, 1978. – 352с.
- Апарин В.А., Дворак А.В. Метод дискретных вихрей с замкнутыми вихревыми рамками // Труды ВВИА им. проф. Н.Е. Жуковского. – М., 1986. – Вып. 1313. – С. 424-432.
- Дворак А.В. Невырожденность матрицы метода дискретных вихрей в задачах пространственного обтекания // Труды ВВИА им. проф. Н.Е. Жуковского. – М., 1986. – Вып. 1313. – С. 441-453.
- Довгий С.А., Шеховцов А.В. Усовершенствованный метод дискретных вихрей для нестационарных задач // Обчислювальна та прикладна математика. – 1997. – Вип. 2(82). – С. 30– 44.

# ТЕХНОЛОГІЇ КОМБІНОВАНОГО УПРАВЛІННЯ ТУРБУЛЕНТНИМИ ПРИСТІННИМИ ТЕЧІЯМИ ТА ЇХ МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ

Є.О. Шквар, В.Т. Мовчан (НАУ, Київ)

Перспективним, далеко не вичерпаним і остаточно не вивченим до сьогодні ресурсом зниження собівартості перевезень через економію витрат пального та збільшення рівня екологічної безпеки є застосування методів та технологій зменшення опору аерогідродинамічного тертя транспортних засобів, який складає 30-90% лобового опору. **Метою** даного дослідження є вивчення можливостей та подальша верифікація побудованої математичної моделі турбулентних стаціонарних примежових шарів (ПШ) чи пристінних струменів (ПС), що формуються за пристроями руйнування великих вихорів (Large Eddy BreakUp devices – LEBU), на поверхнях з регулярним профілюванням чи рифленням, за умови інжекції полімерних чи мікробульбашкових домішок та у випадку періодичного локального інжектування-відсмоктування.

**Методика дослідження** ґрунтується на використанні методології напівемпіричного моделювання з урахуванням комбінованого впливу ряду факторів управління турбулентними пристінними течіями. **Постановка задачі** полягає у дослідженні спроможності розробленої математичної моделі відтворити відому з експериментальних даних динаміку деформацій розподілів визначальних характеристик пристінних зсувних течій при застосуванні методів управління.

**Математична модель.** Дифузійні коефіцієнти турбулентного обміну в даному методі визначалися на основі гібридної алгебраїчно-диференціальної моделі турбулентності, що була побудована Є.О.Шкваром на базі алгебраїчної моделі В.Т.Мовчана та диференціальної двопараметричної моделі Джонса-Лаундера. З першої з цих моделей використано загальний принцип об'єднання залежностей для внутрішньої та зовнішньої областей пристінної течії

$$v_t = v_{twake} \tanh \frac{v_{twall}}{v_{twake}}; \quad v_{twall} = \chi y_1^+ v \sqrt{\tau} D_m; \quad v_{twake} = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon};$$

$$D_m = \text{th} \frac{\text{sh}^2[\chi_1 y_1^+ \sqrt{\tau}] \text{th}[\text{sh}^2(\chi_2 y_1^+ \sqrt{\tau})]}{\chi y_1^+ \sqrt{\tau}}; \quad y_1^+ = \begin{cases} 0 & \text{при } s \leq 0 \\ s & \text{при } s > 0 \end{cases}, \quad (1)$$

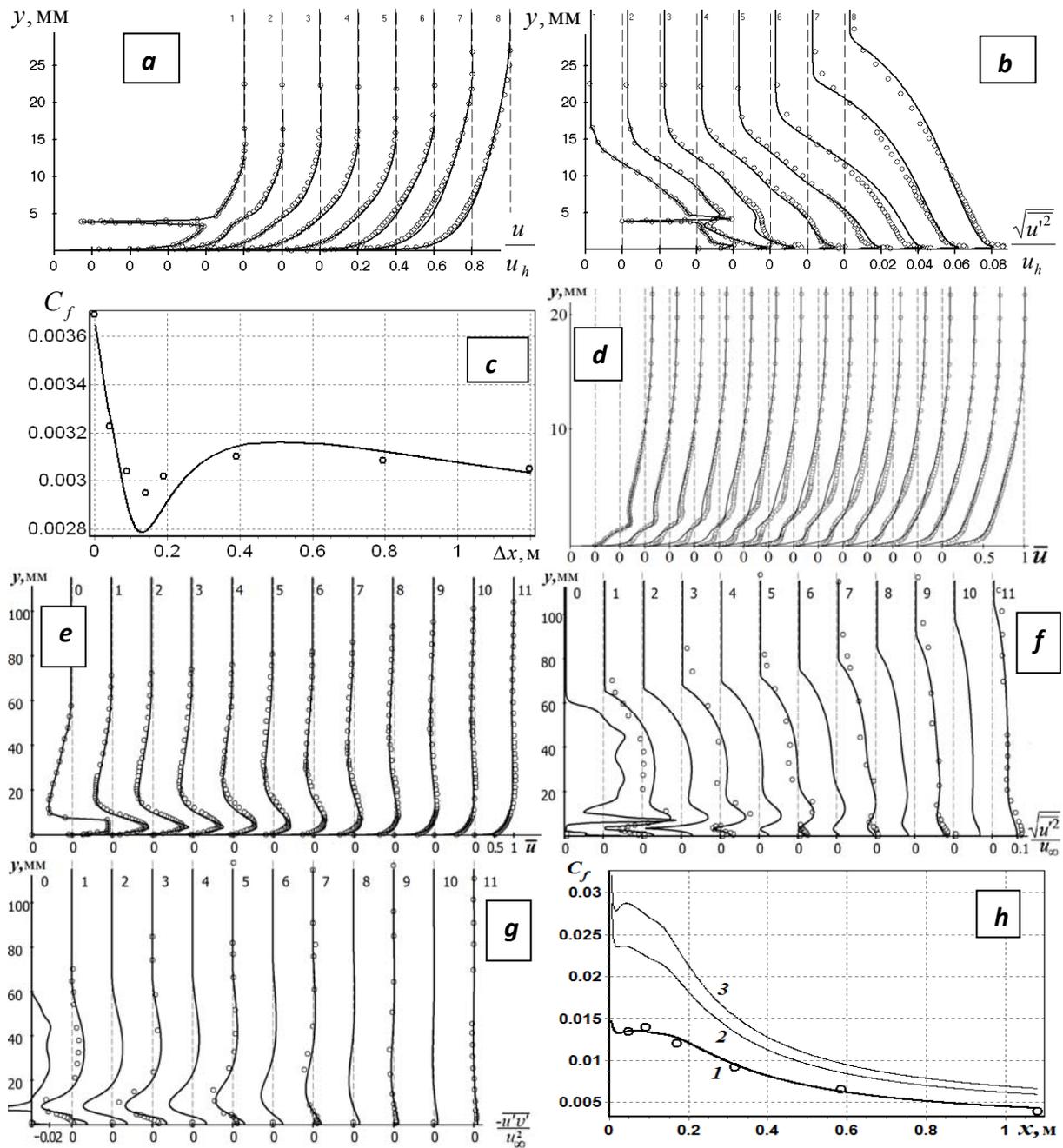
де  $\tau = \frac{\tau}{\tau_w} = 1 + \frac{d\bar{p}}{dx} y$  при  $\frac{d\bar{p}}{dx} \geq 0$  та  $\tau = 1 / \left(1 - \frac{d\bar{p}}{dx} y\right)$  при  $\frac{d\bar{p}}{dx} < 0$ ;  $\bar{p} = \frac{p}{\tau_w}$ ;  $u_* = \sqrt{\tau_w / \rho}$  –

динамічна швидкість;  $\chi = 0.4$ ,  $\chi_1 = 0.072$ ,  $\chi_2 = 0.223$ ;  $C_\mu = 0.09$  – модельні коефіцієнти;

$s = y^+ + \Delta y_{rh}^+ - \Delta y_{pol}^+$ ;  $\Delta y_{rh}^+$ ,  $\Delta y_{pol}^+$  – узагальнені параметри, що враховують вплив мікрорельєфу обтічної поверхні та полімерних домішок і визначаються залежно від зсувів логарифмічної ділянки профілю швидкості  $\Delta u_{rh}^+$ ,  $\Delta u_{pol}^+$  які, у свою чергу, задаються емпіричними залежностями від геометричних параметрів рельєфу, типу та концентрації полімерного розчину. Клас диференціальних моделей у порівнянні з алгебраїчними є більш обґрунтованим щодо опису інерційних властивостей великомасштабної турбулентності зовнішньої області та її реакції на управляючі фактори, спрямовані саме на крупні вихори завдяки моделюванню процесів енергетичного балансу на рівні диференціальних рівнянь переносу, що саме і дозволило врахувати наявність та ефект дії LEBU. Водночас слід зауважити, що  $k-\varepsilon$  модель побудована на принципі локальної рівноваги турбулентності, який втрачає справедливність по мірі наближення до обтічної поверхні, де, згідно побудови моделі (1), ефективно працює алгебраїчне наближення турбулентної в'язкості. Отже, у структурі побудованого модельного представлення турбулентної в'язкості (1) закладені ефективно використання переваг і мінімізація впливу

недоліків кожної з її складових завдяки їх використанню локально у відповідних областях пристінної зсувної течії.

Ілюстрації демонструють співставлення розрахункових розподілів характеристик (лінії) у порівнянні з відповідними експериментальними даними (кола) для наступних модифікованих засобами управління турбулентних течій: ПШ за LEBU на тілі обертання  $d = 100$  мм ((**a**) – осереднена швидкість  $u(y)/u_h$ , (**b**) – поздовжня складова пульсаційної швидкості  $\sqrt{u'^2}/u_h$ ; (**c**) – локальний коефіцієнт тертя  $C_f = 2\tau_w/\rho u_h^2$ , кола – В.Г.Горшков, В.І.Корнілов, ІТПМ, 2003), ПШ за джерелом локального періодичного інжектування-відсмоктування ((**d**) – осереднена швидкість  $u(y)/u_h$ , кола – А.В.Бойко, В.І.Корнілов, ІТПМ, 2008) та ПС на поперечно профільованій пластині ((**e**) –  $u(y)/u_\infty$ , (**f**) –  $\sqrt{u'^2}/u_\infty$ , (**g**) –  $-\overline{u'v'}/u_\infty^2$ , (**h**) –  $C_f$ , кола – А.О.Бондарець, КМУЦА, 1989).



## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗВИТИЯ ВИХРЕЙ ТЕЙЛОРА-ГЕРТЛЕРА.

Городецкая Н.С., Никишов В.И., Ткаченко Л. В.

Интерес к изучению вихрей Гертлера, помимо случаев, когда рассматриваются течения вблизи вогнутых поверхностей, обусловлен в первую очередь тем, что динамические характеристики этих вихрей подобны характеристикам пристеночных вихрей в вязком подслое турбулентного пограничного слоя. Вихри Гертлера, как и пристеночные вихри, обуславливают выброс низкоскоростной жидкости от стенки в нормальном направлении, в результате чего формируются грибообразные структуры и возникают точки перегиба основного профиля течения.

Расчет диаграммы устойчивости течения в пограничном слое над вогнутой поверхностью был выполнен Гертлером.

Дальнейшее развитие проблемы линейной устойчивости течения над вогнутой стенкой асимптотически бесконечного радиуса кривизны было осуществлено на основе метода нормальных мод и предположении о параллельности течения и тем самым пренебрегалось изменением модовой функции вдоль потока (“локально-параллельный” подход). Влияние непараллельности потока на неустойчивость течения в пограничном слое, было изучено Халлом (1983), который показал, что решение изучаемой задачи об устойчивости течения Блазиуса вдоль вогнутой поверхности не может быть сведено к системе обыкновенных дифференциальных уравнений. Было продемонстрировано, что “локально-параллельный” подход может формально применяться только в случаях, когда порядок толщины пограничного слоя больше, чем длина волны продольных вихрей. Если толщина пограничного слоя имеет тот же порядок или меньше, необходимо рассматривать полную нерасщепленную систему уравнений относительно возмущений, которая может быть решена методом прогонки. Указанная система уравнений является параболической, и характер возмущений в заданной области вверх по потоку будет определять поле возмущений во всей области вниз по потоку. Это обуславливает сильную зависимость развивающихся в пограничном слое возмущений от начальных условий, при которых возмущения вводятся в поток. Из данного вывода следует, что не существует единой нейтральной кривой устойчивости и результаты зависят от формы начальных возмущений и от положения точки их ввода в поток. Обзор работ, посвященных изучению проблемы устойчивости течения при воздействии центробежных эффектов, сделан в работе [3].

Наибольший интерес в рассматриваемой проблеме состоит, однако, не в изучении кривых устойчивости, в частности нейтральной кривой, а в исследованиях восприимчивости пограничным слоем возмущений в виде продольных вихрей, их селекции, нелинейного развития и т.д. с целью разработки методов управления пограничным слоем. Продольные вихри существенным образом могут менять структуру течения в пограничном слое. Основная причина – это формирование под их влиянием системы чередующихся в нормальном направлении течений, направленных от поверхности или к ней. На нелинейном этапе развития вихрей в пограничном слое формируются так называемые грибообразные структуры, которые характеризуются сильными сдвигами потока вблизи их границ. В области, где имеет место поток, направленный от стенки, происходит выброс низкоскоростной жидкости от стенки и в этой области профиль основного течения резко изменяется, возникает точка перегиба и течение становится неустойчивым с последующей его турбулизацией. Причиной возникновения грибообразных структур является сильно нелинейный характер взаимодействия продольных вихрей.

В нестационарном течении Куэтта, когда происходит резкая остановка внешнего цилиндра, пограничный слой, возникающий на вогнутой стенке, становится неустойчивым по отношению к трехмерным возмущениям и в нем формируются продольные вихри Тейлора-Гертлера. Причиной их возникновения является дисбаланс

между центробежными силами и градиентом давления в радиальном направлении. Рассматривалось нестационарное осесимметричное течение вязкой несжимаемой жидкости между двумя бесконечно длинными, коаксиальными, вращающимися цилиндрами. Система координат  $(r, \theta, z)$  показана на Рис.1. Уравнения Навье-Стокса и уравнение неразрывности будут в переменных “функция тока-завихренность”.

Характерные масштабы для обезразмеривания следующие  $T = \Omega_2^{-1}$ ,  $X = r_2 = R$ , где  $\Omega_2$  - угловая скорость вращения. Поскольку цилиндры рассматриваются бесконечными, то применяется периодическое продолжение ограниченной по оси Oz области интегрирования. Из условия непротекания следует, что функция тока постоянна на поверхности цилиндров, из условия, что расхода вдоль оси Z нет, можно записать:

$$\psi = 0, \psi_r = 0 \text{ при } r = 1, r = (r_2 - r_1)/r_2.$$

Рассматривался случай “твёрдого вращения”. Полагаем, что до остановки внешнего цилиндра распределение скорости в зазоре описывается формулой  $v(r, z) = \Omega_2 r$ . Для решения задачи был выбран явный по времени конечно-разностный метод. Пространственные производные аппроксимировались с помощью центральных разностей со вторым порядком точности, а производные по времени – с первым порядком точности. После остановки цилиндра в заданный момент времени  $T_m$  в поток вводились регулярные возмущения распределение завихрений в виде  $\zeta(i_d, j, T_m) = \zeta(i_d, j, T_m) + \sin\left(\frac{2\pi \Delta z j}{\lambda}\right) \cdot 10^{-k}$

где  $\lambda$  - длина волны,  $i_d$  - местоположение вводимого возмущения. В результате расчетов обнаружено, что с течением времени наблюдается экспоненциальный рост энергии, что соответствует развитию вихрей в пограничном слое согласно линейной теории. Отклонение от этого «линейного закона» наблюдается в разные моменты времени, в зависимости от интенсивности вносимых возмущений (чем больше амплитуда возмущений, тем быстрее происходит отклонение). Оказалось, что наиболее интенсивно развиваются возмущения, которые внесены на границе пограничного слоя. На рис.2 представлена диаграмма устойчивости, взятая из [3], где приведены экспериментальные результаты Тани и Сакагами ( $\Lambda = 1250$  и  $\Lambda = 650$ ) и Биппса ( $\Lambda = 210$ ). Данные выполненных расчетов ( $\Lambda = 330$ ) обозначены на диаграмме буквой “с”, где  $\alpha$  - волновое число, обезразмеренное по толщине потери импульса. Здесь  $\Lambda = (U_0 \lambda / \nu)(\lambda / R)^{1/2}$ .

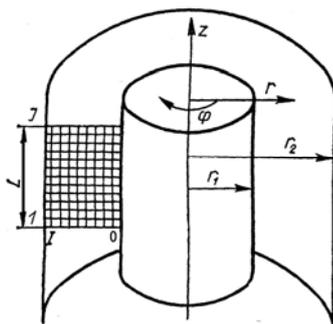


Рис.1

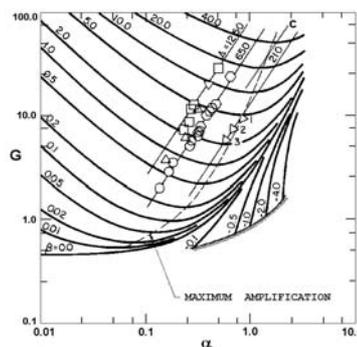


Рис. 2

### Литература

- 1 J. D. Swearingen and R. F. Blackwelder, J. Fluid Mech., 1987, **182**, 225 -290.
2. H. Mitsudharmadi, S. H. Winoto, and D. A. Shah, Phys. Fluids, 2004, **16**, 3983-3996.
3. W.S. Saric Ann. Rev. Fluid Mech., 1994, 26, 379-409.