

УДК 539.374

РЕЗОНАНСНЫЕ КОЛЕБАНИЯ И ДИССИПАТИВНЫЙ РАЗОГРЕВ ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СФЕРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК С УЧЕТОМ ЯВЛЕНИЯ ТЕПЛОВОЙ ДЕПОЛЯРИЗАЦИИ

Ю. А. ВЕНГРЕНЮК*, И. Ф. КИРИЧОК*, Н. И. ОБИЗЮК**

* Институт механики НАН Украины им. С. П. Тимошенко, Киев

** Украинский государственный университет пищевых технологий, Киев

Получено 1.09.98 ◊ Пересмотрено 21.04.99

Рассматривается осесимметричная задача о резонансных колебаниях и диссипативном разогреве усеченной сферической оболочки. Оболочка составлена из двух жестко скрепленных пьезокерамических слоев равной толщины с противоположными направлениями толщинной поляризации. Нелинейная задача решается в рамках электротермомеханической теории оболочек, основанных на гипотезах Кирхгофа–Лява для механических переменных и адекватных им предположениях для электрического и температурного полей. Вязкоупругое поведение пьезокерамики моделируется концепцией комплексных характеристик, зависящих от температуры разогрева. Учитывается явление тепловой деполяризации. С помощью численного анализа исследовано влияние термомеханической связанности, условий теплообмена, геометрии и тепловой деполяризации на температурно-частотные и динамические характеристики сферических пьезоэлементов при гармонических колебаниях. Показано, что учет температурной зависимости характеристик пьезоматериала и явления деполяризации приводит к появлению дополнительной высокотемпературной ветви в нелинейной температурно-частотной характеристике и уточняет значение электрической нагрузки, начиная с которой возможно появление деполяризованной области в элементе.

Розглянуто осесиметричну задачу про резонансні коливання та диссипативний розігрів зрізаної сферичної оболонки. Оболонка складається з двох жорстко скріплених п'єзокерамічних шарів рівної товщини з протилежними напрямками товщинної поляризації. Нелінійна задача розв'язується в рамках електротермомеханічної теорії оболонок, які базуються на гіпотезах Кірхгофа–Лява для механічних змінних і адекватних їм припущеннях для електричного і температурного полів. В'язкопружна поведінка п'єзокераміки моделюється концепцією комплексних характеристик, які залежать від температури розігріву. Враховується явище теплової деполяризації. За допомогою чисельного аналізу досліджено вплив термомеханічної зв'язаності, умов теплообміну, геометрії і теплової деполяризації на температурно-частотні й динамічні характеристики сферичних п'єзоелементів при гармонічних коливаннях. Показано, що урахування температурної залежності характеристик п'єзоматеріала та явища деполяризації приводить до появи додаткової високотемпературної гілки у нелінійній температурно-частотній характеристиці і уточнює значення електричного навантаження, починаючи з якого можлива поява деполяризованої області в елементі.

There is considered an axisymmetric problem on resonant vibration and dissipative heating of truncated spherical shell. The shell is composed from two rigidly fastened piezoceramic layers with equal thickness and opposite directions of thickness' polarization. A nonlinear problem is solved within the scope of electrothermomechanical theory of shells based on Kirchhoff–Love theory for mechanical variables and adequate assumptions for electric and temperature fields. Viscoelastic behaviour of piezoceramics is modelled by a concept of complex characteristics depending on the temperature of heating. A phenomenon of thermal depolarization is considered. By numerical analysis there has been investigated an influence of thermomechanical coupling, conditions of heat exchange, geometry and thermal depolarization on the temperature-frequency and dynamical characteristics of spherical piezoelements at harmonic vibration. It has been shown that account of the temperature dependence of characteristics of the material gives rise to of the additional high-temperature branch in the non-linear temperature-frequency characteristics and refines the value of electric load, beginning from which the appearance of depolarized zone in the element becomes possible.

ВВЕДЕНИЕ

В современной технике широко используются тонкостенные пьезоэлектрические элементы, работающие в режиме гармонических колебаний. Особенно большое распространение получили пьезоэлектрические элементы и различной формы датчики, работающие на изгиб [1, 2]. При этом для исследования их электротермомеханического состояния необходимо привлекать математические модели связанных полей в механике сплошных сред. Постановка сопряженных граничных задач

линейной теории электроупругости представлена в монографии [3]. В статьях [4–7] рассматриваются изотропические и изэнтропические модели термодинамического поведения пьезоэлектрических керамических вибраторов с учетом диссипации и зависимости свойств материала от температуры при общем термоэлектромеханическом нагружении.

В реальных условиях работа пьезоэлектрических элементов в гармоническом режиме сопровождается, зачастую, высоким уровнем диссипативного разогрева. Поэтому для корректного описа-

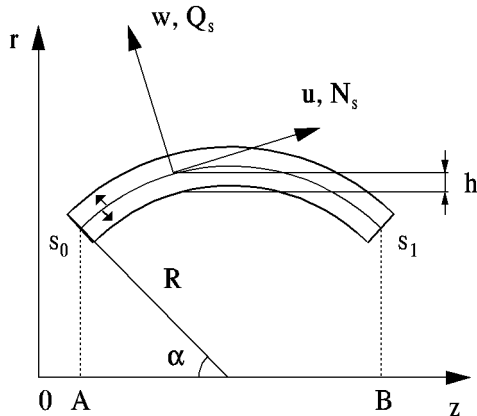


Рис. 1. Электрически возбуждаемая усеченная сферическая оболочка с толщиной поляризации

ния поведения таких элементов необходимо учитывать диссипативные свойства материала. В случае гармонического деформирования вязкоупругое поведение пьезоматериала описывается концепцией комплексных характеристик. Постановка и решение ряда связанных нелинейных задач электротермовязкоупругости, в том числе и тонкостенных оболочек и пластин, содержатся в монографиях [8, 9]. В общем, нелинейность задач обусловлена зависимостью электромеханических характеристик от температуры диссипативного разогрева, амплитуд деформаций и наличием нелинейного источника тепла (диссипативной функции) в уравнении энергии. Однако в этих монографиях не рассматривалось влияние фазовых переходов, связанных, например, с достижением в отдельных материальных точках температурой разогрева тела точки Кюри, при превышении которой материал деполяризуется. Между тем, решение краевых задач и изучение влияния деполяризационных явлений на функциональные способности пьезоэлектрических элементов и определение электромеханических, теплофизических и геометрических параметров, при которых возможно их появление, является актуальным как в теоретическом аспекте, так и в практике эффективного использования пьезоактивных устройств.

Следует отметить, что для пьезоматериалов в научной литературе, кроме статьи [10], практически отсутствуют экспериментальные данные о температурной зависимости всего набора комплексных электромеханических характеристик в широком диапазоне температур, включая точку Кюри. На основании экспериментальных результатов статьи [10], в которой представлен полный

набор комплексных характеристик пьезокерамики типа ЦТСтБС-2 в диапазоне температур от 0 до 180 °С, отдельные задачи о термоэлектромеханическом поведении пьезоактивных цилиндрических оболочек, прямоугольных и кольцевых пластин с учетом явления деполяризации представлены в статьях [11–14]. При этом, в силу того, что в диапазоне температур от 160 до 180 °С имеет место резкое уменьшение значений пьезомодулей, за точку Кюри принимается значение $T_K = 180$ °С. При достижении и превышении температурой диссипативного разогрева значения T_K в какой-либо материальной точке объекта, значения пьезомодулей в этой точке полагаются равными нулю, а остальные характеристики принимаются равными их значениям при $T = T_K$.

Ниже при указанном подходе рассматриваются резонансные колебания и диссипативный разогрев сферических оболочек из поляризованной по толщине пьезокерамики с учетом эффектов термоэлектромеханического сопряжения и тепловой деполяризации материала.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается усеченная сферическая оболочка вращения общей толщины h и радиуса срединной поверхности R . Она составлена из двух одинаковой толщины $h/2$ пьезокерамических слоев, которые поляризованы в противоположных направлениях по толщине. Оболочка отнесена к ортогональной системе криволинейных координат (s, θ, γ) , где s – меридиональная, θ – окружная координаты, а γ – толщинная координата с началом на срединной поверхности $\gamma = 0$, которая совпадает с поверхностью жесткого контакта слоев. Симметричные относительно центра сферы отверстия характеризуются углом между осью вращения $0z$ и нормалью к срединной поверхности на контуре отверстия (рис. 1). Сферические поверхности ($\gamma = \pm h/2$) электродированы и нагружены гармонически изменяющейся во времени разностью электрического потенциала $\Psi(h/2) - \Psi(-h/2) = V_0 \mathbf{Re} e^{i\omega t}$ ($V_0 = \text{const}$, ω – круговая частота, t – время). На контурах ($s = s_0$, $s = s_1$) и сферических поверхностях осуществляется конвективный теплообмен с окружающей средой, температура которой равна начальной температуре объекта T_0 . Условия электрического нагружения и теплообмена считаются таковыми, что температура диссипативного разогрева в некоторых областях оболочки может достигать точки Кюри T_K , при которой наступает деполяризация пьезокерамики. Вязкоупругое поведение пьезо-

зокерамики моделируется концепцией комплексных электромеханических характеристик, которые являются известными функциями температуры разогрева, а явление деполяризации – приравниванием пьезомодулей нулю в точках элемента, где температура разогрева $T \geq T_K$.

Следуя [9, 11], для описания осесимметричного термоэлектромеханического поведения оболочки в качестве исходных принимаются соотношения теории пьезоактивных оболочек вращения, основанные на гипотезах Кирхгофа – Лява для механических переменных и адекватных им предположений относительно индукции электрического поля $\vec{D} = (D_s, D_\theta, D_z)$: $D_z = \text{const}$, $D_s = 0$, $D_\theta = 0$. Построение уравнения теплопроводности тонкостенной оболочки основывается на предположении о независимости температуры диссипативного разогрева T от толщинной координаты γ . Такое допущение оправдывается незначительным изменением температуры по толщине толстостенной пьезоактивной сферы [9].

Для описания связанной задачи о термоэлектромеханическом поведении сферической оболочки при осесимметричных гармонических колебаниях относительно амплитудных величин электромеханического поля (множитель $e^{i\omega t}$ опускается) имеем уравнения колебаний

$$\begin{aligned} \frac{d}{ds}(N_s r) - N_\theta \cos \varphi + \frac{r}{R} Q_s + r \rho h \omega^2 u &= 0, \\ \frac{d}{ds}(M_s r) - M_\theta \cos \varphi - r Q_s &= 0, \\ \frac{d}{ds}(Q_s r) - N_\theta \sin \varphi - \frac{r}{R} N_s + r \rho h \omega^2 w &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

соотношения электровязкоупругости

$$\begin{aligned} N_s &= B_{11} \varepsilon_s + B_{12} \varepsilon_\theta, \\ N_\theta &= B_{12} \varepsilon_s + B_{11} \varepsilon_\theta, \\ M_s &= D_{11} \chi_s + D_{12} \chi_\theta - M_E, \\ M_\theta &= D_{12} \chi_s + D_{11} \chi_\theta - M_E, \end{aligned} \quad (2)$$

формулы, связывающие амплитуды деформаций и перемещений

$$\begin{aligned} \varepsilon_s &= \frac{du}{ds} + \frac{w}{R}, \quad \varepsilon_\theta = \frac{1}{r}(u \cos \varphi + w \sin \varphi), \\ \chi_s &= \frac{d\Theta_s}{ds}, \quad \chi_\theta = \frac{\cos \varphi}{r} \Theta_s, \\ \Theta_s &= -\frac{dw}{ds} + \frac{u}{R}, \end{aligned} \quad (3)$$

электростатическое соотношение

$$\begin{aligned} E_\gamma &= -\frac{d\Psi}{d\gamma} = -\frac{V_0}{h} - \frac{b_{31}}{b_{33}}(\varepsilon_s + \varepsilon_\theta) + \\ &+ \left(\frac{V_0}{h} - \frac{b_{31}}{b_{33}} \right) (\chi_s + \chi_\theta), \end{aligned} \quad (4)$$

уравнение теплопроводности, усредненное за цикл по толщине оболочки

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} = l^2 \frac{\partial^2 \Theta}{\partial s^2} + \frac{\cos \varphi}{r} l \frac{\partial \Theta}{\partial s} - m \Theta + m_0 \bar{W} \quad (5)$$

с граничными и начальными условиями

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Theta}{\partial s} \pm \frac{\alpha_{0,1}^s}{\lambda} \Theta &= 0 \quad (s = s_0, s_1), \\ \Theta &= 0 \quad (\tau = 0). \end{aligned} \quad (6)$$

В уравнениях (1)–(6) введены следующие обозначения:

$$\begin{aligned} W &= \frac{\omega}{2} \left\{ c_{11}'' (|\varepsilon_s|^2 + |\varepsilon_\theta|^2) + 2c_{12}'' (\varepsilon_s' \varepsilon_\theta' + \varepsilon_s'' \varepsilon_\theta'') + \right. \\ &\quad \left. + b_{33}'' |E_\gamma|^2 - b_{31}'' [E_\gamma' (\varepsilon_s' + \varepsilon_\theta') + E_\gamma'' (\varepsilon_s'' + \varepsilon_\theta'')] \right\}; \\ \bar{W} &= \int_{-h/2}^{h/2} W d\gamma; \quad v_2 = \int_{-h/2}^{h/2} \frac{b_{31}}{b_{33}} \gamma d\gamma; \quad M_E = -\frac{h}{4} b_{31} V_0; \end{aligned}$$

$$B_{11} = (c_{11} + \gamma_{33})h;$$

$$B_{12} = (c_{12} + \gamma_{33})h;$$

$$D_{11} = (c_{11} + \gamma_{33}/4)h^3/12;$$

$$D_{12} = (c_{12} + \gamma_{33}/4)h^3/12;$$

$$c_{11} = \frac{1}{s_{11}^E (1 - \nu_E^2)}; \quad c_{12} = \nu_E c_{11};$$

$$b_{31} = \frac{d_{31}}{s_{11}^E (1 - \nu_E)}; \quad b_{33} = \varepsilon_{33}^T (1 - k_p^2);$$

$$\gamma_{33} = b_{31}^2 / b_{33}; \quad \nu_E = -s_{12}^E / s_{11}^E;$$

$$k_p^2 = \frac{2d_{31}^2}{\varepsilon_{33}^T s_{11}^E (1 - \nu_E)};$$

$$\begin{aligned}
 s_{11}^E &= s'_{11}(T)[1 - i\delta_{11}^s(T)]; \\
 s_{12}^E &= s'_{12}(T)[1 - i\delta_{12}^s(T)]; \\
 d_{31} &= d'_{31}(T)[1 - i\delta_{31}^d(T)]; \\
 \varepsilon_{33}^T &= \varepsilon'_{33}(T)[1 - i\delta_{33}^\varepsilon(T)]; \\
 |\varepsilon|^2 &= \varepsilon'^2 + \varepsilon''^2; \quad l = s_1 - s_0; \\
 \Theta &= (T - T_0)/T_2; \quad T_2 = T_0 - T_r; \\
 \tau &= at^2/l^2; \quad \gamma_0 = (\alpha_1 + \alpha_2)h/\lambda; \\
 m &= (l/h)^2\gamma_0; \quad m_0 = l^2/(\lambda h T_2); \\
 e_s &= \varepsilon_s + \gamma\chi_s; \quad e_\theta = \varepsilon_\theta + \gamma\chi_\theta; \\
 r &= R \sin \varphi; \quad \varphi = \alpha + \frac{s - s_0}{R}; \\
 s_0 &= \alpha R; \quad s_1 = (\pi - \alpha)R;
 \end{aligned}$$

$u = u' + iu'' - w = u' + iw'' -$ комплексные амплитуды меридионального и нормального к срединной поверхности перемещений; N_s, N_θ и M_s, M_θ – комплексные усилия и моменты вдоль меридиана и параллели; Q_s – перерезывающая сила; r – расстояние рассматриваемой точки срединной поверхности до оси вращения; φ – угол между нормалью к срединной поверхности и осью вращения; $s_{11}^E, s_{12}^E, d_{31}, \varepsilon_{33}^T$ – комплексные податливости, пьезомодуль и диэлектрическая проницаемость соответственно; λ, α – коэффициенты тепло- и температуропроводности; $\alpha_{0,1}^s$ и $\alpha_{1,2}$ – коэффициенты теплообмена на торцевых $s = s_{0,1}$ и $\gamma = \pm h/2$ меридиональных поверхностях. Диссипативная функция \bar{W} и величина v_2 вычисляются с учетом того обстоятельства, что пьезомодуль d_{31} соответственно при $\gamma > 0$ и $\gamma < 0$ имеет разные знаки. Штрих и два штриха обозначают действительную и мнимую части соответствующих величин. После введения в рассмотрение разрешающих функций

$$\begin{aligned}
 N_r &= N_s \cos \varphi + Q_s \sin \varphi, \\
 N_z &= N_s \sin \varphi - Q_s \cos \varphi, \\
 u_r &= u \cos \varphi + w \sin \varphi, \\
 u_z &= u \sin \varphi - w \cos \varphi
 \end{aligned} \tag{7}$$

и разделения искомых величин на действительные и мнимые составляющие определение напряженно-деформированного состояния задачи электромеханики (1)–(4) сводится к решению системы обыкновенных дифференциальных уравнений нормаль-

ного вида

$$\begin{aligned}
 \frac{d\bar{N}}{ds} &= A(s)\bar{N} + \bar{f}, \\
 A(s) &= \|a_{mn}(s, T)\| \quad (m, n = 1, 2, \dots, 12), \\
 \bar{N} &= \{N'_r, N''_r, N'_z, N''_z, M'_s, M''_s, u''_r, u''_z, \Theta''_s, \Theta''_z\}, \\
 \bar{f} &= \{f_1, f_2, \dots, 12\},
 \end{aligned} \tag{8}$$

с граничными условиями

$$B_1 \bar{N}(s_0) = 0, \quad B_2 \bar{N}(s_1) = 0, \tag{9}$$

где значения ненулевых элементов a_{mn} матрицы A и компонент f_m выписываются на основании уравнений (1)–(4) и для общего случая оболочек вращения приведены в работах [11, 13]; B_1, B_2 – заданные матрицы механических граничных условий.

Нелинейная связанная задача (5), (6), (8), (9) решается методом пошагового интегрирования во времени [9]. При этом в начальный момент времени $t=0$ определяется напряженно-деформированное состояние оболочки путем решения задачи механики (8), (9) с комплексными характеристиками, соответствующими температуре начального состояния T_0 . Далее по найденному напряженно-деформированному состоянию определяется диссипативная функция. Затем на интервале времени $[0, t_1]$ решается задача теплопроводности (5), (6). В соответствии с вычисленным распределением температуры определяются комплексные электромеханические характеристики и вновь решается задача (8), (9); определяется диссипативная функция; в интервале $[t_1, t_2]$ интегрируются уравнения (5), (6) и т.д. При достижении в какой-либо точке оболочки температурой разогрева значения, равного температуре Кюри, пьезомодуль приравнивается нулю.

Отметим, что при интегрировании уравнений (8), (9) использовался устойчивый численный метод дискретной ортогонализации для решения обыкновенных дифференциальных уравнений нормального вида [15], а уравнения теплопроводности (5), (6) – явная схема конечных разностей. Рассматривались условия шарнирного закрепления торцевых граней: $M_s = 0, u_r = 0, u_z = 0$ ($s = s_0, s = s_1$). На торцевых и сферических поверхностях безразмерные параметры теплообмена γ_0 выбирались одинаковыми.

2. ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ

Численный анализ термоэлектромеханического поведения сферических оболочек проводился для пьезокерамики типа ЦТСТБС-2 [10], температурная аппроксимация электромеханических характеристик которой представлена в [13]. Расчеты выполнены для следующих значений исходных параметров: коэффициент теплопроводности $\lambda = 1.25$ Вт/(м·град), удельная плотность пьезокерамики $\rho = 7520$ кг/м³; $h = 0.0014$ м; $R = 0.02$ м; $T_0 = 20$ °C; $T_K = 180$ °C; $T_r = 0$ °C.

Рассматривался сначала случай независимых от температуры электромеханических характеристик пьезокерамики. При этом задача механики (8), (9) с комплексными характеристиками, соответствующими начальной температуре $T = T_0$ тела, будет линейной. После ее решения и определения диссипативной функции интегрируются уравнения теплопроводности (5), (6). В результате решения получены зависимости критического значения приложенного электрического потенциала $V_0 = V_K$, при котором максимальная установившаяся температура диссипативного разогрева достигает точки Кюри ($T = T_K$), и первой резонансной частоты изгибных колебаний ω_p от величины угла α , характеризующего размер отверстия в оболочке. Эти зависимости представлены на рис. 2 кривыми 1–5 для V_K , рассчитанными соответственно при значениях безразмерного параметра теплообмена $\gamma_0 = 0.001; 0.002; 0.005; 0.01; 0.02$ и кривой 7 для ω_p . При этом штриховая кривая 6 отвечает тем значениям V_K , при которых максимальные значения механических напряжений на поверхности пьезоэлемента достигают предела прочности пьезокерамики $\sigma_{п} = 0.2 \cdot 10^8$ Н. Расчеты показали, что с увеличением размеров отверстий в оболочке, что ведет к уменьшению длины ее меридиана, изгибная жесткость повышается и имеет место рост резонансной частоты (кривая 7). В то же время, критические значения потенциала V_K , при которых становится необходимым учет деполяризационных процессов (кривые 1–6), снижаются за счет роста температуры диссипативного разогрева. Такой учет особенно необходим в области параметров теплообмена $\gamma_0 \leq 0.002$ (кривые 2–3), при которых потеря функционального назначения пьезоэлемента обусловлена преимущественно тепловой деполяризацией материала. При более интенсивном теплообмене ($\gamma_0 > 0.002$) разрушение пьезоэлемента вследствие превышения механическими напряжениями предела прочности $\sigma_{п}$ наступит до того, как максимальная температура достигнет точки Кюри.

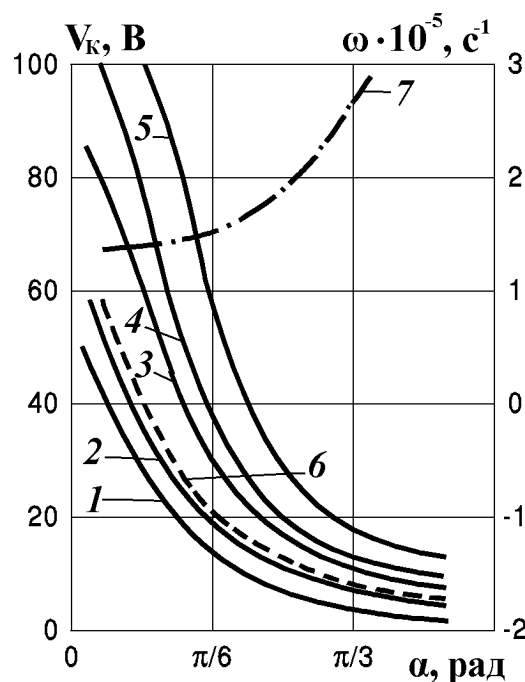


Рис. 2. Зависимость критической электрической нагрузки V_K и резонансной частоты ω_p сферической оболочки от угла α , характеризующего размер отверстий

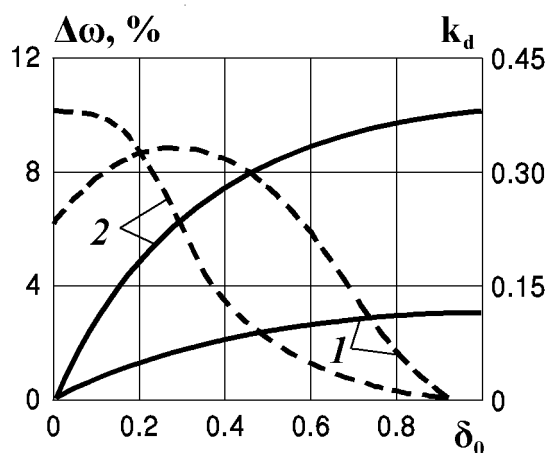


Рис. 3. Зависимость изменения резонансной частоты $\Delta\omega$ (сплошные линии) и коэффициента электромеханической связи k_d (штриховые) от параметра δ_0 зоны деполяризации сферических оболочек с отверстиями:

1 - при $\alpha = \pi/6$; 2 - при $\alpha = \pi/3$

На рис. 3 кривыми 1 и 2, рассчитанными соответственно при $\alpha = \pi/6$ и $\alpha = \pi/3$, демонстрируется зависимость изменения частоты механического резонанса изгибных колебаний $\Delta\omega = (\omega_p - \omega) / \omega_p \cdot 100\%$ и коэффициента электромеханической связи k_d от величины деполяризованной

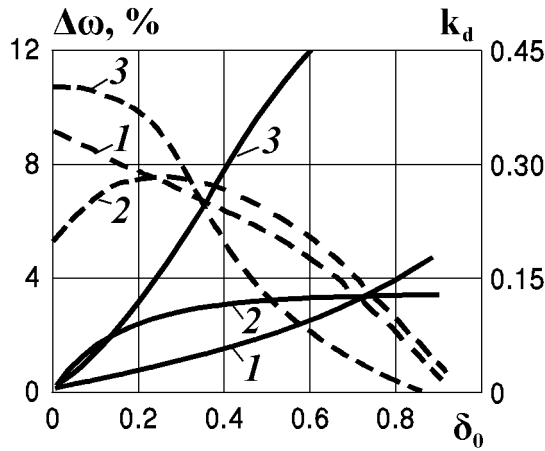


Рис. 4. Зависимость изменения резонансной частоты $\Delta\omega$ (сплошные линии) и коэффициента электромеханической связи k_d (штриховые) изгибных колебаний от величины δ_0 зоны деполяризации при различных значениях стрелы подъема \bar{h}

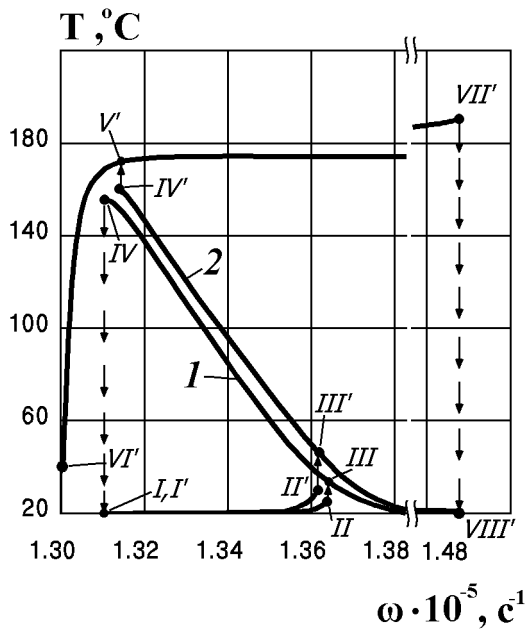


Рис. 5. Температурно-частотные характеристики

зоны $\delta_0 = \Delta l/l$, где Δl – длина деполяризованного участка меридиана. Расчеты показали, что наличие деполяризованной зоны приводит к уменьшению коэффициента k_d и резонансной частоты недеполяризованной оболочки, причем эффект усиливается с увеличением размера отверстия (кривые 2).

Зависимости $\Delta\omega$ и k_d от величины деполяри-

зованной зоны для оболочек с постоянной хордой $AB=0.0283$ м и значениях стрелы подъема $\bar{h}=0.004; 0.002; 0.001$ м показаны соответственно кривыми 1–3 на рис. 4. Из рисунка видно, что сферические оболочки с большим значением стрелы подъема \bar{h} характеризуются меньшей чувствительностью резонансной частоты к появлению и росту зоны деполяризации δ_0 в середине образующей.

Далее рассматривался случай, когда электро-механические характеристики являются функциями температуры, включая точку T_K . Исследовалось совместное влияние температурной зависимости электромеханических характеристик и деполяризационных процессов на термомеханическое поведение сферических пьезоэлементов. При этом решается связанная нелинейная задача (5), (6), (8), (9) с использованием алгоритма выше описанного шагового метода.

На рис. 5 для значения $\alpha=\pi/12$ кривыми 1, 2 представлены температурно-частотные характеристики установившейся максимальной температуры в диапазоне частот первого резонанса изгибных колебаний, рассчитанные при $V_0=30, 50$ В и $\gamma_0=0.002$. Видно, что в области температур саморазогрева (кривая 1), где имеет место монотонный рост податливости пьезокерамики [10], температурно-частотная характеристика представляет собой нелинейную характеристику “мягкого типа” с наличием двух устойчивых ветвей: нижней I–II и верхней – III–IV [8]. По мере приближения температуры саморазогрева к $T_K=180$ °С, при увеличении приложенной разности потенциалов (кривая 2) появляется дополнительная высокотемпературная ветвь V’–VII’. При движении по этой ветви в сторону увеличения частоты нагружения из точки V’ наблюдается дальнейший рост максимальной температуры диссипативного разогрева, выравнивание температуры вдоль меридиана, образование и дальнейший рост деполяризованной зоны, перескок в точке VII’ колебательного процесса на низкотемпературную ветвь (точка VIII’). Влияние тепловой деполяризации на термоэлектромеханическое поведение сферической пьезоактивной оболочки при гармоническом возбуждении проявляется в трансформации температурно- и амплитудно-частотных характеристик и появлении дополнительной высокотемпературной ветви V’–VII’.

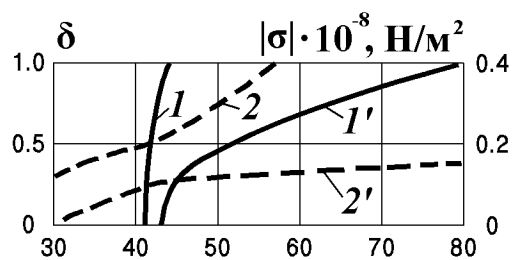
Отметим, что ветвь V’–VII’ имеет характер жесткой частотной характеристики и ее появление обусловлено, по-видимому, уменьшением в диапазоне температур от 160 до 180 °С используемых в расчетах значений комплексных податливо-

стей [10]. Это качественно согласуется с результатами задачи о динамическом поведении стержня с температурно зависящими свойствами [16]. Кроме того, для оболочек с большими отверстиями температурно- и амплитудно-частотные характеристики колебательного процесса в окрестности первого изгибного резонанса имеют такой же характер. Отличие заключается, во-первых, в большей протяженности высокотемпературной ветви $V' - VII'$ вправо, во-вторых, увеличение диаметра отверстия приводит к уменьшению величины приложенного потенциала, при которой максимальная температура диссипативного разогрева в некоторой области оболочки достигает точки Кюри. Последнее обусловлено более высоким уровнем диссипативного разогрева короткой оболочки.

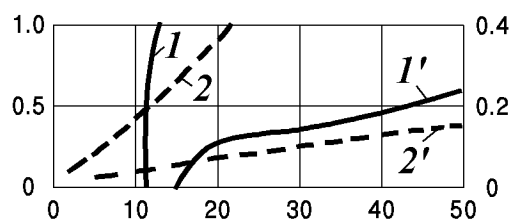
На рис. 6, а, б, в соответственно для $\alpha = \pi/12, \pi/4, \pi/3$ при $\gamma = 0.002$, представлены зависимости относительного размера деполяризованной зоны δ_0 (кривые 1, 1'), а также максимальных механических напряжений (кривые 2, 2') от величины разности потенциалов V_0 . Кривые 1, 2 получены при изотермических характеристиках для частоты механического резонанса системы, кривые 1', 2' – при учете температурной зависимости свойств материала, при значениях частоты нагружения, соответствующей точке VII' срыва колебательного процесса на низкотемпературную ветвь. Из рисунков видно, что учет зависимости свойств пьезокерамики от температуры во всех рассмотренных случаях приводит к значительному снижению уровня максимальных механических напряжений на поверхностях оболочки (кривые 2 и 2'), а также температуры диссипативного разогрева. Поэтому изотермическое приближение дает заниженные значения V_k , начиная с которых возможна частичная деполяризация пьезоэлемента. Однако при небольших отверстиях ($\alpha = \pi/12$, рис. 6, а) оно вполне может использоваться для их определения (погрешность составляет 4%). С увеличением диаметра отверстия эта погрешность увеличивается, достигая, например, при $\alpha = \pi/3$ (рис. 6, в) 300%, так что становится необходимым учет зависимости свойств пьезокерамики от температуры.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

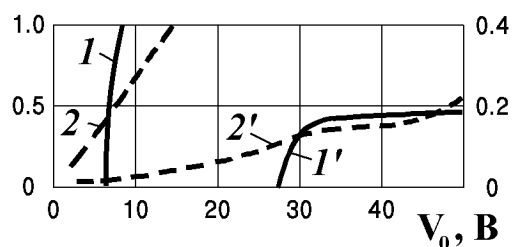
Проведенный анализ решения связанной задачи о термоэлектромеханическом поведении пьезоактивных сферических оболочек при гармонических колебаниях указывает на необходимость учета температурной зависимости пьезоматериала и явления температурной деполяризации, особенно



а



б



в

Рис. 6. Зависимость относительного размера зоны деполяризации (сплошные линии) и максимальных напряжений (штриховые) от величины электрического потенциала

в области резонансных частот. Установлено, что влияние частичной деполяризации проявляется в появлении дополнительной высокотемпературной ветви в нелинейной температурно-частотной характеристике.

Изотермическое приближение дает заниженные значения критической электрической нагрузки, начиная с которой возможно появление деполяризованной зоны в элементе. Учет зависимости электромеханических характеристик пьезокерамики

ки от температуры в области их плавного изменения приводит к снижению уровня механических напряжений на поверхностях оболочки и температуры диссипативного разогрева.

Представленные результаты показывают, что использованный численный подход дает возможность, с одной стороны, подбирать так геометрические параметры сферических пьезоэлектрических элементов, чтобы они обладали достаточной механической прочностью и высокой эффективностью преобразования электрической энергии в механическую. С другой стороны – определить условия теплообмена на поверхностях оболочки, при которых можно избежать необратимых изменений пьезоэлектрических свойств материала вследствие диссипативного разогрева до критических температур.

1. *Пьезокерамические преобразователи. Справочник* / Ред. С. И. Пугачева. – Л.: Судостроение, 1984. – 256 с.
2. Lee C.-K., Moon F. C. Laminated piezopolymer plates for torsion bending sensors and actuator // J. Acoust. Soc. Amer. – 1989. – **85**, N 6. – P. 2432–2439.
3. Гринченко В. Т., Улитко А. Ф., Шульга А. Н. Электростатическая жесткость / Механика связанных полей в элементах конструкций (в 5-ти томах). – Т. 5. – К.: Наук. думка, 1989. – 280 с.
4. Moon W., Busch-Vishniac I. J. Modeling of piezoelectric ceramic vibrators including thermal effects. Part 1. Thermodynamic property considerations // J. Acoust. Soc. Amer. – 1995. – **98**, N 1. – P. 403–412.
5. Moon W., Busch-Vishniac I. J. Modeling of piezoelectric ceramic vibrators including thermal effects. Part 2. Derivation of partial differential equations // J. Acoust. Soc. Amer. – 1995. – **98**, N 1. – P. 413–421.
6. Moon W., Busch-Vishniac I. J. Modeling of piezoelectric ceramic vibrators including thermal effects. Part 3. Bingham model for one-dimensional heat conduction // J. Acoust. Soc. Amer. – 1997. – **101**, N 3. – P. 1398–1407.
7. Moon W., Busch-Vishniac I. J. Modeling of piezoelectric ceramic vibrators including thermal effects. Part 4. Development and experimental evaluation of a Bingham model of the thickness vibrator // J. Acoust. Soc. Amer. – 1997. – **101**, N 3. – P. 1408–1429.
8. Карнаухова В. Г., Киричок И. Ф. Связанные задачи теории вязкоупругих пластин и оболочек. – К.: Наук. думка, 1986. – 222 с.
9. Карнаухова В. Г., Киричок И. Ф. Электротермовязкоупругость / Механика связанных полей в элементах конструкций (в 5-ти томах). – Т. 4. – К.: Наук. думка, 1988. – 320 с.
10. Болжисев А. М., Карлаш В. Л., Шульга Н. А. О зависимости свойств пьезокерамических материалов от температуры // Прикл. мех. – 1984. – **20**, N 7. – С. 70–74.
11. Карнаухова В. Г., Киричок И. Ф., Венгренюк Ю. А. Электромеханические гармонические колебания и диссипативный разогрев оболочек вращения из вязкоупругих пьезоактивных материалов с учетом их деполяризации // Прикл. мех. – 1997. – **33**, N 9. – С. 34–42.
12. Карнаухова В. Г., Козлов В. И., Михайленко В. В., Михайленко С. В. Планарные колебания пьезокерамической пластины с учетом деполяризации материала, вызванной температурой виброзагрева // Прикл. мех. – 1994. – **30**, N 3. – С. 67–73.
13. Киричок И. Ф., Венгренюк Ю. А. О термоэлектромеханическом гармоническом поведении оболочек вращения из пьезоактивных материалов с учетом их температурной зависимости и деполяризации // Прикл. мех. – 1998. – **34**, N 4. – С. 48–52.
14. Киричок И. Ф., Карнаухова Т. В., Венгренюк Ю. А. О влиянии тепловой деполяризации на термоэлектромеханическое поведение кольцевой пластины из вязкоупругого пьезоматериала при гармоническом нагружении // Прикл. мех. – 1998. – **34**, N 6. – С. 85–91.
15. Григоренко Я. М., Мукоед А. П. Решение нелинейных задач теории оболочек на ЭВМ. – К.: Вища школа, 1983. – 278 с.
16. Сенченков И. К. Динамическое поведение стержня с учетом зависимости свойств материала от температуры // Прикл. мех. – 1984. – **20**, N 2. – С. 85–92.