

**НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ІНСТИТУТ ГІДРОМЕХАНІКИ**

ТЕРЛЕЦЬКА Катерина Валеріївна

УДК 532.5.517

ДИНАМІКА ВНУТРІШНІХ ХВИЛЬ ВЕЛИКОЇ АМПЛІТУДИ

01.02.05 – механіка рідини, газу та плазми

Автореферат

дисертації на здобуття наукового ступеня
доктора фізико-математичних наук

Київ – 2019

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана в Інституті проблем математичних машин і систем НАН України.

Науковий консультант: доктор фізико-математичних наук, професор
Мадерич Володимир Станіславович,
завідувач відділу математичного моделювання морських та
річкових систем Інституту проблем математичних машин і
систем НАН України

Офіційні опоненти: доктор фізико-математичних наук,
старший науковий співробітник
Стеценко Олександр Григорович,
завідувач відділу вихрових рухів
Інституту гідромеханіки НАН України

доктор фізико-математичних наук,
старший науковий співробітник
Гуржій Олександр Андрійович,
професор кафедри автоматизації проектування
енергетичних процесів та систем
Національного технічного університету «Київський
політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

доктор технічних наук, професор
Лимарченко Олег Степанович,
професор кафедри механіки суцільних середовищ механіко-
математичного факультету Київського Національного
Університету імені Тараса Шевченка

Захист відбудеться 30 травня 2019 р. о 14-й годині на засіданні спеціалізованої вченої
ради Д 26.196.01 в Інституті гідромеханіки НАН України за адресою:
03057, Київ, вул. Марії Капніст (Желябова) 8/4.

З дисертацією можна ознайомитись у бібліотеці та на офіційному сайті Інституту
гідромеханіки НАН України <http://hydromech.org.ua/> .

Автореферат розісланий 26 квітня 2019 р.

Вчений секретар спеціалізованої
вченої ради Д 26.196.01
доктор технічних наук, професор

 С.І. Криль

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Внутрішні хвилі є невід’ємною частиною динаміки всіх природних водойм (озер, морів, океанів) внаслідок стійкої вертикальної стратифікації по температурі або солоності. Вони впливають на розповсюдження акустичних сигналів [Parnum et al., 2017], на рух підводних апаратів, на розмив шельфу під нафтовими і газовими платформами в прибережних зонах [Duda and Preisig, 1999] та на процеси вертикального перемішування в океані [Wunsch and Ferrari, 2004], що пов’язані із змінами клімату. Вже зареєстровані інциденти, коли інтенсивні внутрішні хвилі впливають на бурові установки та призводять до розмиву дна при прокладанні підводних труб [Fraser, 1999]. Оцінки, що були зроблені на основі чисельного моделювання в Південнокитайському морі [Song et al., 2011] показали, що навантаження від внутрішніх хвиль, які діють на підводні частини платформи, перевершують навантаження від вітрових хвиль. Дія внутрішніх хвиль призводить до транспорту донних намулів і розмиву дна. У деяких місцях на шельфі ерозія, що спричинена дією внутрішніх хвиль, є причиною формування геологічних структур [Quaresma et al., 2007]. У шельфових зонах вплив внутрішніх хвиль підсилюється у порівнянні з відкритим морем. Запліск внутрішніх хвиль в зону відсутності термокліну, їх руйнування у шельфових зонах призводять до інтенсивного перемішування та формування шару води, насиченого поживними речовинами. Оскільки первинна продукція фітопланктону є початковою ланкою продукції всієї біомаси в океані, то локальні процеси посилення нелінійності внутрішніх хвиль і їх руйнування при виході термокліну на мілководдя мають значний вплив на продуктивність шельфової зони моря. **Актуальність теми** дисертації визначається широким спектром прикладних задач, спричинених дедалі активнішим видобутком енергоносіїв на морському та океанічному шельфі, впливом внутрішніх хвиль на акустичні сигнали від підводних рухомих об’єктів та необхідністю параметризації процесів перемішування в глобальних кліматичних моделях, що в цілому викликає необхідність глибокого розуміння закономірностей динаміки внутрішніх хвиль великих амплітуд.

Актуальність роботи полягає в необхідності дослідження динаміки внутрішніх хвиль великих амплітуд методами чисельного моделювання.

Зв’язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Робота виконувалась в рамках бюджетних тем та фундаментальних досліджень Інституту проблем математичних машин та систем НАН України: “Розробка теоретичних основ побудови нових моделей, алгоритмів і розподілених інформаційних технологій підтримки прийняття рішень в системах електронного урядування (Е-СИСТЕМА)”;

“Методи та моделі створення та інтеграції новітніх інформаційних технологій в системах підтримки прийняття рішень різного призначення (ІНТЕГРАЦІЯ)”;

спільного проекту РФФД (Росія) - ДФФД (Україна) № Ф28.6/010 “Внутрішні хвилі великої амплітуди в океані із

змінною глибиною: аналітичні розв'язки та чисельне моделювання” (2009-2010); спільного проекту РФФД (Росія) - ДФФД (Україна) № Ф53.6/009 “Інтенсивні внутрішні хвилі в океані і їх вплив на підводні споруди та платформи” (2013-2014); проекту Державного Фонду Фундаментальних Досліджень Ф64/22 “Моделювання змін рівня, температури, солоності у Чорному та Азовському морях та їх впливу на навколишнє природне морське середовище згідно сценаріїв змін клімату в ХХІ столітті”; науково-дослідних робіт молодих вчених НАН України: “Інтелектуальна інформаційна система стану прибережної зони моря” (2005-2006); “Моделювання плавучих струменевих течій та прогнозування їх впливу на оточуюче середовище” (2007-2008); “Тривимірне моделювання взаємодії хвиль та течій в задачах прибережної гідродинаміки”; (2009-2010); проекту Державного Фонду проектів INTAS № 03-51-3728 “Північні моря в глобальній кліматичній системі” (2004-2007), № 03-51-4620 “Сильнонелінійні внутрішні хвилі в озерах: виникнення, трансформація та перемішування” (2004-2007).

Основною метою роботи є дослідження та класифікація процесів трансформації внутрішніх усамітнених хвиль першої і другої бароклінної моди над особливостями рельєфу дна, та при їх фронтальній взаємодії. Поставлена мета передбачає такі основні задачі, що підлягають вирішенню в рамках дисертаційної роботи:

- Дослідження трансформації внутрішніх хвиль великої амплітуди першої та другої бароклінної моди над особливостями рельєфу дна.
- Вдосконалення та застосування чисельної гідродинамічної моделі із вільною поверхнею для дослідження динаміки усамітнених внутрішніх хвиль великих амплітуд.
- Перевірка моделі на результатах натурних і лабораторних експериментів та порівняння з результатами моделювання іншими чисельними гідродинамічними моделями.
- Дослідження динаміки фронтальної взаємодії внутрішніх хвиль великої амплітуди першої та другої бароклінної моди.
- Класифікація режимів взаємодії внутрішніх хвиль у двошаровій стратифікації із ідеалізованим трапеційдальним шельфом.
- Оцінка втрат енергії при перемішуванні, що спричиняється внутрішніми хвилями при їх накаті на континентальний схил та знаходженням місць, де відбувається інтенсивне перемішування на континентальному шельфі.
- Дослідження процесу розпаду довгих хвиль на цуги нелінійних коротких хвиль та обвалення цих хвиль у замкнених водоймах.
- Дослідження нелінійної трансформації внутрішніх сейш (стоячих хвиль масштабів водойм) та їх взаємодії з тривимірним рельєфом дна у вузьких стратифікованих озерах.

Об'єктом наукового дослідження є динаміка внутрішніх хвиль великої амплітуди.

Предметом наукового дослідження є методи моделювання внутрішніх хвиль великих амплітуд.

Наукова новизна одержаних результатів полягає в:

- Визначенні меж застосовності асимптотичних слабонелінійних моделей для опису динаміки внутрішніх усамітнених хвиль першої та другої моди.
- У вдосконаленні, з урахуванням нової узагальненої системи координат та паралелізації коду, чисельної гідродинамічної моделі NH-ROM для задач динаміки внутрішніх хвиль великих амплітуд.
- Визначенні основних параметрів, що характеризують динаміку хвиль першої і другої бароклінних мод. Показано, що важливими характеристиками, які впливають на динаміку хвиль другої моди є локальне число Фруда Fr та мінімальне число Річардсона Ri_{min} . Виходячи з цього, запропоновано нову класифікацію хвиль другої моди відносно цих параметрів. Показано, що хвилі другої моди затухають по-різному в залежності від типу хвилі і кожному класу хвиль притаманний свій механізм затухання.
- Запровадженні параметру блокування B , який дорівнює відношенню глибини нижнього шару над шельфом до амплітуди хвилі. Він є ефективним для опису трансформації внутрішніх усамітнених хвиль над особливостями рельєфу дна. За допомогою цього параметру було виділено різні типи взаємодії хвиль першої моди із підводними перешкодами і різкими змінами глибин дна та отримано авто модельні залежності втрат енергії при трансформації внутрішніх усамітнених хвиль.
- Виявленні залежності втрат енергії внутрішніх усамітнених хвиль при трансформації над перешкодами різної форми від довжини перешкод та форми.
- У відкритті механізму генерації брізероподібних пакетів внутрішніх хвиль при взаємодії хвиль другої бароклінної моди з підводною сходинкою.
- Виявленні неповної авто модельності динаміки внутрішніх бароклінних хвиль другої моди за числом Рейнольдса, що виражається у залежності мінімального числа Річардсона Ri_{min} від нього при великих значеннях чисел Рейнольдса Re_{eff} .
- Виявленні нового режиму при фронтальній взаємодії внутрішніх усамітнених хвиль великих амплітуд з утвореннями нестійкості Кельвіна-Гельмгольца, яка виникає як до, так і після зіткнень.
- Виявленні немонотонного характеру залежності втрат енергії від нормованої амплітуди при зіткненні хвиль із замкненими ядрами.

- Виявленні нового режиму трансформації внутрішніх усамітнених хвиль над похилим дном, у якому зсувна нестійкість є домінуючим механізмом трансформації хвиль.
- Класифікації режимів взаємодії внутрішніх хвиль із ідеалізованим трапеційдальним шельфом, яка основана на параметрі блокування B , куті нахилу дна γ та безрозмірній амплітуді хвилі. Встановлено відповідність запропонованої класифікації з результатами лабораторних та натурних експериментів. Проведено оцінки втрати енергії хвиль на шельфі та побудовано залежність втрат енергії від характеристик хвиль і рельєфу.
- Побудові карти зон, що відповідають різним режимам трансформації внутрішніх хвиль (як приклад, наведено карту для Південнокитайського моря), із місцями інтенсивного перемішування на шельфі.
- Відкритті нових ефектів, що виникають при взаємодії внутрішньої сейші із неоднорідностями рельєфу дна у вузькому озері, а саме формування донних надкритичних струменів, що породжують вихрові пари з вертикальною віссю, які при русі створюють слідоподібне збурення в термокліні і на поверхні.

Достовірність наукових положень дисертації забезпечується: використанням загальноприйнятих гідродинамічних моделей рідини, коректною постановкою задач, застосуванням надійних аналітичних методів їх розв'язку, контрольованою точністю чисельних обчислень, узгодженістю між собою чисельних, аналітичних та експериментальних результатів, отриманих в роботі та несуперечливістю одержаних результатів відповідним опублікованим результатам інших авторів.

Практичне значення одержаних результатів полягає у створенні вдосконаленої версії чисельної гідродинамічної моделі NH-ROM, що дозволяє виконувати моделювання динаміки внутрішніх хвиль великих амплітуд у басейнах з довільною стратифікацією та довільними змінами рельєфу дна, у проведенні оцінки втрат енергії хвиль на шельфі та побудові залежності втрат енергії від характеристик внутрішніх хвиль, стратифікації та рельєфу. Як приклад, побудована карта зон режимів трансформації внутрішніх хвиль для Південнокитайського моря із областями інтенсивного перемішування на шельфі.

Методи досліджень. В роботі використовувались методи чисельної гідродинаміки, аналітичні методи, методи аналізу розмірностей, статистичний аналіз експериментальних даних та результатів моделювання.

Особистий внесок здобувача. В роботах [7-13,16,18] здобувачу належить участь у постановці задач, проведенні розрахунків та інтерпретації чисельних результатів разом із міжнародною групою співавторів, обговорення та формулювання висновків. В роботі [3] здобувачу належить проведення

чисельних розрахунків, співставлення результатів чисельних експериментів МІТ и NH-ROM. В роботах [17-24] здобувачу належить участь у постановці задачі, проведенні чисельних розрахунків, та співставленні з результатами, отриманими іншими моделями та аналітичними розв'язками. В роботах [1,2,32,33] здобувачу належить розробка чисельної гідродинамічної моделі негідростатичних гравітаційних течій, розрахунки, участь в обговоренні постановки задач та висновків разом із групою чл.-кор. НАНУ В.І. Нікішова, якій належить проведення лабораторного експерименту. В роботах [14,27,28] здобувачу належить постановка задач з оцінки стійкості дна під дією струменевих течій та чисельна реалізація розрахунків. В роботі [17] автору належить проведення чисельних розрахунків негідростатичною моделлю плавучих струменевих течій та співставлення результатів із розрахунками інших моделей. В роботі [25] здобувачу належить проведення чисельних розрахунків. В роботі [15] здобувачу належить проведення чисельних розрахунків циркуляції Чорного моря. В роботі [26] здобувачу належить застосування вейвлет-перетворення для аналізу динаміки хвиль. В роботах [29,30] здобувачу належить проведення чисельних розрахунків циркуляції в морі Ведделла. Доповіді на 24 конференціях проведені особисто автором.

Апробація результатів дисертації. Матеріали різних розділів дисертації доповідались та обговорювались на міжнародних та вітчизняних наукових конференціях, зокрема на: 7-ти конференціях Інституту проблем моделювання в енергетиці ім. Г.Е. Пухова НАН України (2006, 2010, 2012, 2013, 2014, 2016, 2018); 11-ти конференціях «Математичне та імітаційне моделювання систем» (МОДС) (2006, 2007, 2008, 2009, 2010, 2011, 2013, 2014, 2016, 2017, 2018); 10-ти конференціях Європейської Геофізичної Спілки (EGU), Відень (2005, 2007, 2012, 2013, 2014, 2015, 2016, 2017, 2018, 2019); на конференції Американської Геофізичної Спілки (AGU) Сан-Франциско (2010), на щорічному з'їзді Кореїської Асоціації наук та технологій про океан (KAOST) (2008); на IV Міжнародній Антарктичній конференції, Київ (2009); на V Міжнародній Антарктичній конференції, Київ (2011); на XXIII конференції ICTAM, Пекін (2012); на XXII Науковій сесії Ради РАН з нелінійної динаміки, Москва (2013); на конференції Wave interaction WIN 2014, J. Kepler University Linz, Austria (2014) та на двох конференціях «Комп'ютерна Гідромеханіка», Київ (2016, 2018).

Робота в цілому доповідалась на семінарі в Інституті проблем математичних машин та систем НАНУ (2017-2018), на серії з трьох семінарів в Інституті Гідромеханіки НАНУ (2018), на семінарі кафедри механіки суцільних середовищ механіко-математичного факультету Київського Національного Університету імені Тараса Шевченка (2019). Окремі розділи роботи доповідались на засіданні Президії НАНУ за темою «Чисельне негідростатичне моделювання у задачах прибережної гідродинаміки» (травень 2009), на семінарах Першого Океанографічного Інституту (FIO), Циндао, Китай (2012-2018); семінарах Кореїського Інституту Наук про Океан (KIOST), Ансан, Південна Корея (2011-

2018); семінарах Національного Університету Сеулу (2014, 2016), університету ІННА, Інчон, Південна Корея (2015), Інституту Океанографії Китайської Академії Наук ІОСАС, Циндао (2017, 2018) та на семінарі бюро відділення наук про Землю президії НАНУ (2018) та на семінарах Ради молодих вчених ІПММС НАНУ (2017-2018).

Публікації. Результати дисертації опубліковано у 54 роботах: у главі монографії [1] (у співавторстві), 27 статтях [2-26,29,30], в тому числі у фахових вітчизняних та зарубіжних виданнях 23 [2-24] (з них 3 одноосібні [4-6]), 26 робіт в збірниках праць та тез міжнародних конференцій [27,28,31-54]. З опублікованих по дисертації робіт налічується 12 [14,15,17-24,27,28] публікацій у виданнях, включених до наукометричних баз Scopus та Web of Science.

Структура й обсяг дисертаційної роботи. Дисертація складається зі вступу, семи розділів, висновків, додатків та списку використаних джерел з 288 найменувань. Робота включає 330 сторінок основного тексту, 181 рисунок, 24 таблиці усього 390 сторінок.

Автор висловлює щирю вдячність науковому консультантові, доктору фізико-математичних наук, професору Володимиру Станіславовичу Мадеричу за постійну увагу до роботи та корисні дискусії.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі розкрито сутність і стан наукової проблеми, обґрунтовано важливість і актуальність теми дисертації, викладено мету роботи та сформульовано основні положення, що виносяться на захист, її практичне значення та наукова новизна.

Початок сучасних досліджень внутрішніх хвиль у прибережній зоні океанів припадає на середину 1950-х рр. Це явище стало об'єктом пильної уваги дослідників відразу декількох розділів науки: океанології, прикладної математики, теоретичної та експериментальної гідромеханіки, а останні двадцять років - дистанційного зондування і обчислювальної гідромеханіки. Результати натурних спостережень показали, що внутрішні хвилі в океанах і озерах часто приймають форму *усамітнених* хвиль, які можуть поширюватися на великі відстані без втрат енергії. Рівняння Кортевега-де Вріза (КдВ) непогано описує такі усамітнені слабонелінійні і довгі по відношенню до повної товщини рідини внутрішні хвилі. Рівняння КдВ для внутрішніх хвиль було отримано в наближенні слабкої нелінійності і дисперсії ще в 1966 році [Benney, 1966]. Узагальнення цього рівняння були зроблені в роботах Ю. Пеліновського, Ю. Степанянца, К. Лемба, Л. Островського, Р. Грімшоу, Т. Таліпової. Аналітичні розв'язки були отримані для сильнонелінійних внутрішніх хвиль у роботах А. Тер-Крікорова, В. Чоя, Р. Камасси, Дж. Гру та ін. Але аналітичні моделі не описують динаміку хвиль великих амплітуд, що розповсюджуються при довільній стратифікації над неоднорідним рельєфом дна. Довільна стратифікація та різкі зміни рельєфу дна передбачають появу нелінійних

внутрішніх хвиль вищих бароклінних мод. Окрім внутрішніх усамітнених хвиль першої бароклінної моди (рис. 1а), які можуть поширюватися або у вигляді хвиль-пониження, коли товщина верхнього шару менше глибини океану, або у вигляді хвиль-підвищення у протилежному випадку, виникають хвилі другої бароклінної моди (рис. 1б), які не настільки часто зустрічаються в океані. Усамітнені хвилі другої бароклінної моди розповсюджуються в середньому шарі, що міститься між двома іншими шарами постійної густини. Такі хвилі характеризуються симетричним зміщенням верхніх та нижніх ізопікн у середньому стратифікованому шарі. На рис. 1б зображено хвилю другої бароклінної моди “опуклого” типу.

Лабораторні експерименти, що розглядаються у роботі, включають дослідження з трансформації внутрішніх усамітнених хвиль над перешкодами [Chen, 2007], [Wessels and Hutter, 1996], накат на похиле дно [Bourgault et al., 2007], [Cheng et al., 2011], [Helfrich, 1992], [Helfrich, 1986], [Kao et al., 1985], [Michallet, 1996], стоячі коливання в замкнених басейнах [Boegman et al., 2005], [Horn et al., 2001] генерацію та трансформацію хвиль першої та другої бароклінної моди [Bourgault and Kelley, 2007], [Fructus et al., 2009], [Honji et al., 1995]. Слід відзначити значний внесок у лабораторні та теоретичні дослідження внутрішніх хвиль співробітників Інституту Гідромеханіки НАН України. Роботи з генерації внутрішніх хвиль рухомими об'єктами представлено в працях О. Г. Стеценка та В. І. Нікішова [Мадерич та ін., 1988]. В роботах В.І. Нікішова досліджена генерація внутрішніх хвиль локальними збуреннями [Мадерич та ін., 1988], [Нікішов, 1981]. Задачі генерації внутрішніх хвиль при колапсі в стійко стратифікованій рідині були розглянуті В.С. Мадеричем [Мадерич та ін., 1988], [Maderich et al., 2001]. Результати численних лабораторних експериментів із моделювання взаємодії внутрішніх хвиль із підводними перешкодами та похилим дном представлено в роботах В. І. Нікішова та Н. С. Городецької [Gorodetska et al., 2012], [Бровченко та ін., 2007], [Нікішов та ін., 2011]. Великий цикл робіт було проведено в Морському гідрофізичному Інституті НАН України під керівництвом Л.В. Черкесова [Черкесов, 1976] і його учнів А. Букатова та С. Доценко.

Завдяки зростаючим можливостям обчислювальної техніки в останні тридцять років почали розвиватися чисельні моделі, засновані на розв'язанні вихідних рівнянь гідродинаміки, що привело до створення «чисельних лабораторних басейнів», в яких можна досліджувати генерацію та розповсюдження внутрішніх хвиль.

В середині 90-х років було розвинено двовимірні чисельні моделі, які базуються на розв'язанні двовимірних у вертикальній площині рівнянь Ейлера і Нав'є–Стокса, за допомогою яких вдалося описати важливі процеси еволюції сильнонелінійних хвиль. Обчислювальні труднощі і вимоги до комп'ютерних ресурсів перешкоджали розвитку тривимірних моделей, заснованих на рівняннях Нав'є–Стокса. Проте, в 1996-1998 роках Маршалом та ін. [Marshall et

al., 1997, Casulli and Stelling, 1998], [Mahadevan et. al, 1996] було розвинено перші, так звані негідростатичні моделі океану.

В негідростатичних моделях використовується представлення тиску як суми гідростатичного тиску та негідростатичної поправки. На відміну від моделей, що засновані на розв'язку повних рівнянь, положення вільної поверхні в таких моделях розраховується з інтегрованого по вертикалі рівняння нерозривності. Тому ці моделі не можуть описувати розриви вільної поверхні, а саме обвалення поверхневих хвиль, на відміну від моделей, які використовують MAC (Marker and Cell) методи або інші спеціальні алгоритми, що значно ускладнюють чисельний розв'язок та дають можливість описувати обвалення поверхневих хвиль.

У першому розділі сформульовано постановку задачі, дано короткий огляд деяких асимптотичних моделей внутрішніх хвиль.

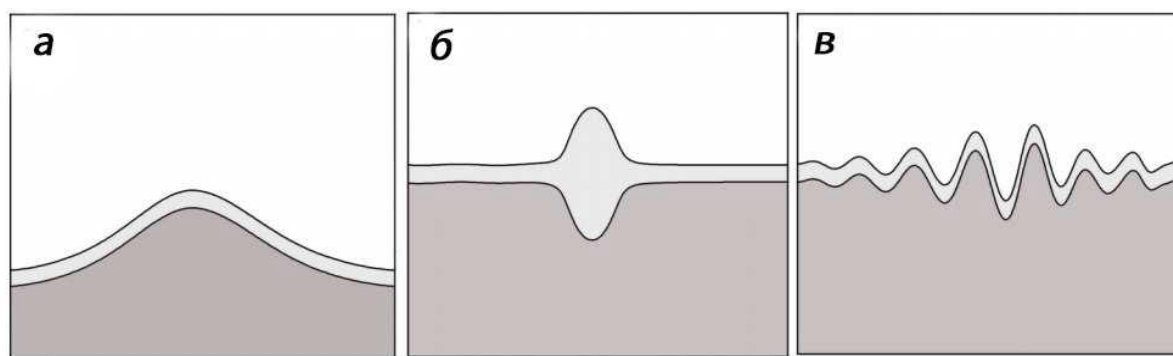


Рисунок 1. Усамітнена хвиля-підвищення першої моди (а), усамітнена хвиля другої моди (б), бризероподібний хвильовий пакет в тришаровій рідині (в).

Для опису таких течій використовуються рівняння Нав'є-Стокса в наближенні Бусінеска:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_i \partial x_j} - g_i \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + u_j \frac{\partial \phi}{\partial x_j} = \frac{\nu}{\text{Pr}} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_i^2}, \quad (3)$$

де $x_i=(x,y,z)$ – декартові координати, вісь z напрямлена вгору, $u_i=(u,v,w)$ – компоненти швидкості, p – тиск, ρ – густина, ρ_0 – постійна густина незбуреного середовища, $g_i=(0,0,g)$ – вектор прискорення сили тяжіння, скаляр $\phi=(T,S)$, де T та S – температура та солоність, Pr – число Прандтля, ν – молекулярна в'язкість. Температура та солоність пов'язані рівнянням стану $\rho=\rho(p,T,S)$.

Течії у реальних озерах, морях та океанах характеризуються великими числами Рейнольдса, і вони можуть бути турбулентними. Вихідні рівняння задачі, одержані з рівняння нерозривності (1), рівнянь Нав'є-Стокса (2), рівняння переносу скалярів (3) усередненням по Рейнольдсу, коли миттєві значення гідродинамічних параметрів потоку представляються у вигляді суми усередненої по часу величини (позначається $\bar{u}_i$) та її пульсаційної складової u'_i , мають вигляд:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0, \quad (4)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} - \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_j} - g_i \frac{\bar{\rho} - \rho_0}{\rho_0}, \quad (5)$$

$$\frac{\partial \bar{\phi}}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial x_j} = -\frac{\partial \overline{u'_i \phi'}}{\partial x_j}. \quad (6)$$

Тензори напружень $\overline{u'_i u'_j}$ та потоки скалярів $\overline{u'_i \phi'}$ визначаються згідно гіпотези Бусінеска:

$$\overline{u'_i u'_j} = -K_M \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{\delta_{ij}}{3} \overline{u'_i u'_i}, \quad (7)$$

$$\overline{u'_i \phi'} = -\frac{K_M}{Pr_t} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial x_i}, \quad (8)$$

де δ_{ij} – символ Кронекера, підсіткова в'язкість K_M знаходиться з [Siegel and Domaradzki, 1994]:

$$K_M = \max \left(\nu, (C_s \Delta)^2 \sqrt{S^2 - N'^2} \right), \quad (9)$$

де

$$S^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right)^2, \quad N'^2 = -\frac{g}{\rho_0 Pr_t} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial z},$$

C_s – константа Смагоринського, $\Delta = \min(l, (\Delta_1 \Delta_2 \Delta_3)^{1/3})$ – характерний розмір, $(\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3)$, l – відстань до твердої стінки, $K_M = \nu$, $Pr_t = Pr$ для випадку $M'^2 < N'^2$. Кінематичні граничні умови на вільній поверхні $z = \eta(x, y, t)$ мають вигляд:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + u \frac{\partial \eta}{\partial x} + v \frac{\partial \eta}{\partial y} = w, \quad (10)$$

де η – відхилення вільної поверхні від незбуреного стану. Тиск на вільній поверхні $p = p_a$, p_a – атмосферний тиск. На твердих границях задаються умови прилипання або ковзання для швидкості. Потоки імпульсу та скалярів (температури та солоності) на вільній поверхні задаються як:

$$K_M \frac{\partial \vec{V}_h}{\partial z} = \vec{\tau}, \quad K_H \frac{\partial \phi}{\partial z} = F_\phi, \quad (11)$$

де $\vec{V}_h = (u, v)$ – горизонтальна швидкість, $\vec{\tau} = (\tau^{(x)}, \tau^{(y)})$ – дотичне напруження вітру. При певних спрощеннях системи (1) – (3), таких як відсутність в'язкості, лінеаризація, наближення твердої кришки, спеціальна стратифікація, можна отримати рівняння, що мають аналітичні розв'язки. У Розділі 1 розглянуто такі рівняння та межі їх застосовності: рівняння Кортевега-де Вріза, Гарднера, Бенджаміна-Оно, Міяти-Чоя-Камаси. Розв'язки цих рівнянь не описують динаміку внутрішніх усамітнених хвиль великої амплітуди, що розповсюджуються в неперервній стратифікації та їх трансформацію над різкими змінами дна. Описати цю динаміку можна за допомогою чисельного розв'язку системи рівнянь (1)–(3) та (4)–(6). Чисельне моделювання дає можливість розглянути динаміку внутрішніх хвиль великих амплітуд, їх трансформацію над неоднорідностями дна, дисипацію при розповсюдженні, взаємодію однієї хвилі з іншою та, обвалення внутрішніх хвиль на шельфі.

Втрати енергії при розповсюдженні та трансформації хвиль визначаються різницею псевдоенергій до і після трансформації. Псевдоенергія *PSE* [Shepherd 2006, Winters et al. 1995], є сумою доступної потенціальної енергії *APE* (енергія, доступна для переходу в кінетичну енергію) та кінетичної енергії *KE*:

$$PSE = APE + KE. \quad (12)$$

В роботі були розроблені алгоритми для розрахунку псевдоенергії.

Другий розділ присвячено огляду гідродинамічних негідростатичних чисельних моделей, детальному опису чисельного алгоритму моделі NH-POM, розробленої в ІПММС НАНУ, та відомої гідродинамічної моделі MITgcm, які обидві застосовувалися в роботі для моделювання внутрішніх хвиль. В цьому ж розділі представлено деякі приклади порівняння результатів моделювання моделями MITgcm та NH-POM з аналітичними розв'язками та результатами лабораторних експериментів.

Модель NH-POM [Kanarska and Maderich, 2003], [1] заснована на рівняннях Нав'є-Стокса в наближенні Бусінеска, що усереднені по Рейнольдсу (4) - (6). На відміну від MITgcm в моделі NH-POM використовується метод розщеплення тривимірних полів швидкостей та тиску на гідростатичну та негідростатичну компоненти та розділення задачі на внутрішню та зовнішні моди. Цей метод є більш швидким, ніж розв'язання повних рівнянь Нав'є-Стокса, але більш повільний, ніж гідростатична версія моделі.

Для підвищення чисельної ефективності модель NH-POM була доповнена узагальненою вертикальною системою координат [1] та паралельною версією коду моделі, створеної за допомогою використання MPI бібліотек. В моделі NH-POM було реалізовано найбільш розповсюджений підхід до чисельного розв'язку задач механіки рідини та газу, заснований на просторовій декомпозиції розрахункової області на підобласті, кількість яких дорівнює числу процесорів.

В моделі усереднена за глибиною швидкість та зміни рівня вільної поверхні (зовнішня мода) розраховуються за явною схемою з малим кроком зовнішньої моди, що визначається з умови Куранта з урахуванням швидкості поверхневих хвиль. Змінна по глибині швидкість та скаляри розраховуються з великим кроком по часу (внутрішня мода), що також визначається з умови Куранта, побудованої з використанням швидкості внутрішніх хвиль. Для опису вертикального перемішування в моделі для усереднених за Рейнольдсом характеристик використовувалась модель підсіткової в'язкості (7) - (9).

Було проведено перевірку збіжності результатів моделювання для випадку різної роздільної здатності розрахункової сітки. На рис. 2 приведено порівняння поля густини у вихорах Кельвіна-Гельмгольца для моделювання із розрахунковими сітками (а) 2мм x 2мм, (б) 1мм x 1мм, що демонструє збіжність розв'язку. Було досліджено вплив числа Шмідта на стійкість розв'язку. Показано, що структура поля густини всередині вихорів Кельвіна-Гельмгольца на рис. 2 дуже близька для $Sc = 10$ (рис. 2в) і $Sc = 1000$ (рис. 2г).

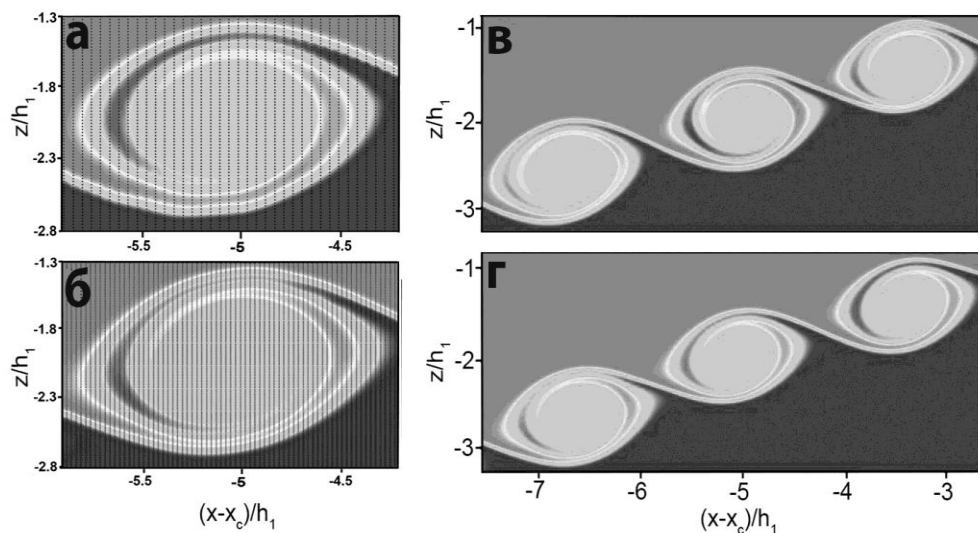


Рисунок. 2. Поле густини у вихорах Кельвіна-Гельмгольца для випадку різної роздільної здатності розрахункової сітки 2мм x 2мм та 1мм x 1мм (а) та (б) відповідно. Точки відображають вузли сітки. Поле густини у вихорах Кельвіна-Гельмгольца для випадку значень числа Шмідта $Sc = 10$ і $Sc = 1000$ (в) та (г) відповідно [24].

У третьому розділі розглядається динаміка внутрішніх хвиль великих амплітуд першої бароклінної моди в прибережних зонах, а саме їх трансформація над неоднорідностями дна, дисипація при розповсюдженні та руйнування на шельфі в двошаровій та тришаровій стратифікаціях. Розглянемо трансформацію усамітненої хвилі із амплітудою a у двошаровій стратифікації з глибинами шарів h_1 (верхній) та h_2 (нижній) та відповідними густинами ρ_1 та ρ_2 над ідеалізованим континентальним шельфом (рис. 3а), який представляється горизонтальною ділянкою. Основними характеристиками, що впливають на

взаємодію внутрішніх хвиль з континентальним схилом та підводними перешкодами в разі спрощеної двошарової стратифікації, є:

1. нормована на глибину верхнього шару амплітуда внутрішньої хвилі $\alpha = a/h_1$,

2. параметр блокування B , який дорівнює відношенню глибини нижнього шару над шельфом до амплітуди хвилі:

$$B = \frac{h_{2+}}{|a|}, \quad (13)$$

3. кут нахилу континентального схилу γ для випадку шельфу та довжина L і форма для підводної перешкоди.

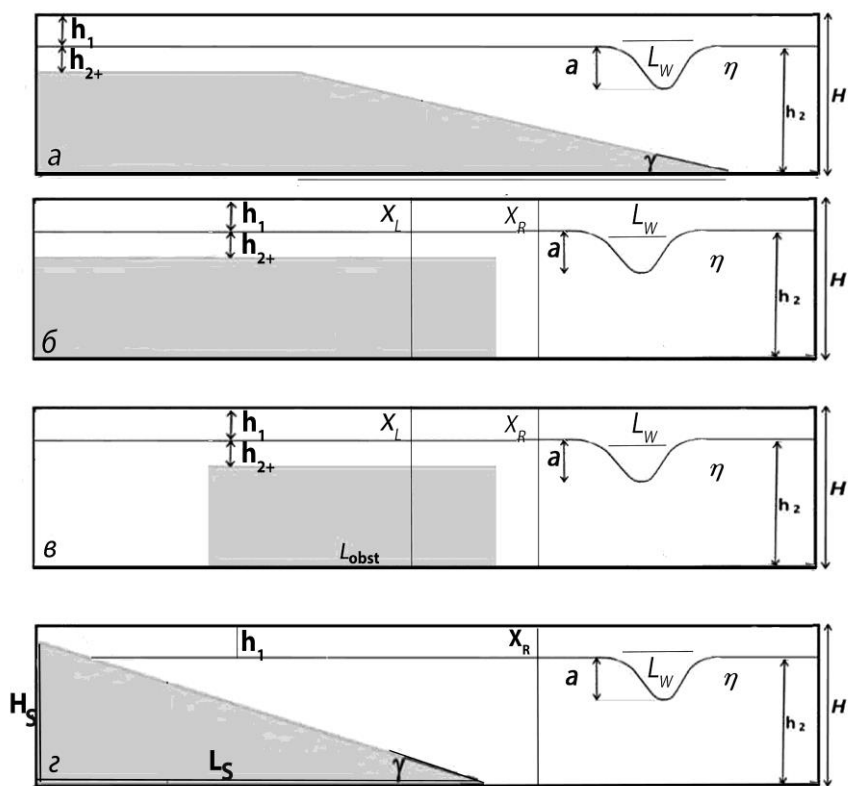


Рисунок 3. Схема ідеалізованого шельфу (а), підводної сходинки (б), підводної перешкоди (в), схилу (г).

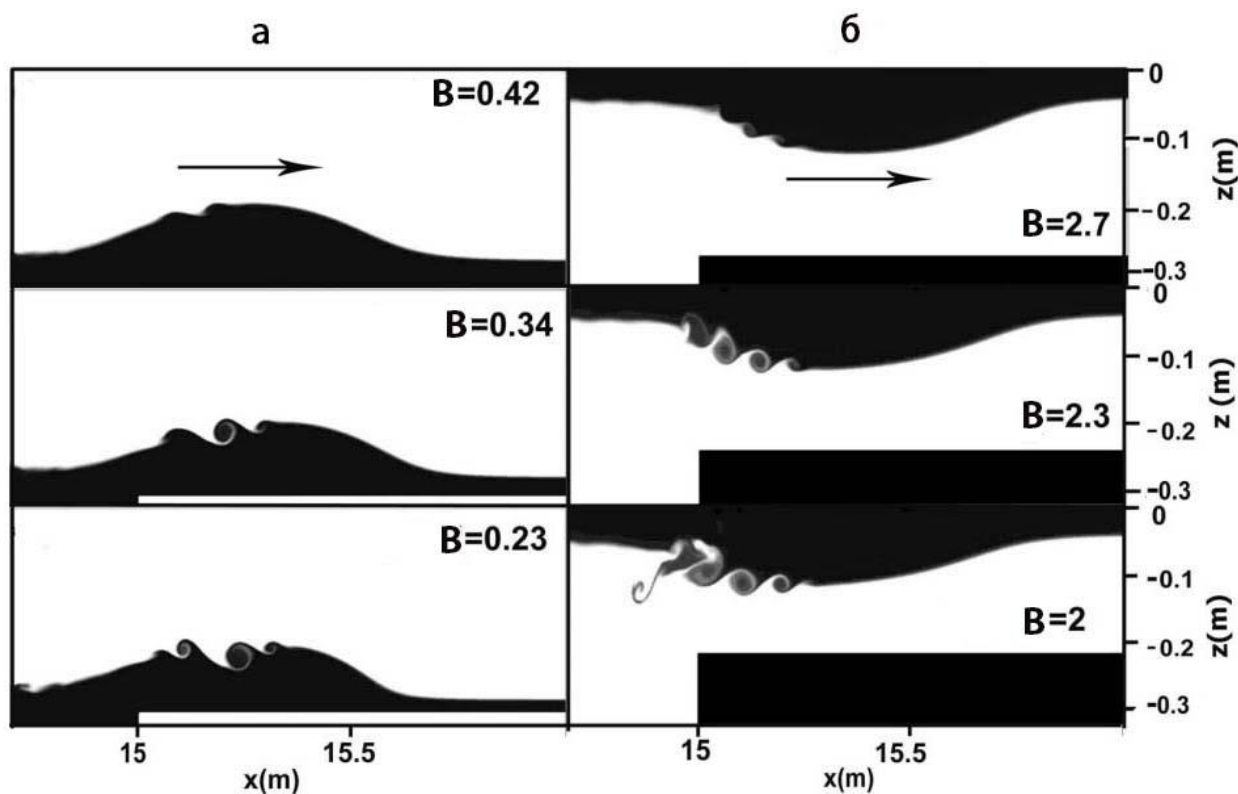


Рисунок 4. Формування нестійкості Кельвіна-Гельмгольца на гребні хвилі-підвищення (а) та хвилі-пониження (б) для різних значень параметру блокування [22].

В цьому розділі досліджується вплив параметру B на трансформацію внутрішніх хвиль. Спочатку розглянемо граничний випадок, коли $\gamma=90^\circ$, тобто внутрішня хвиля трансформується над підводною сходинкою (рис. 3б). При цьому амплітуда хвилі a та глибини шарів h_1 та h_2 варіювалися. В повному діапазоні значень B виявлено п'ять різних режимів взаємодії внутрішньої усамітненої хвилі першої бароклінної моди у двошаровій стратифікації зі сходинкою на дні:

I. Слабка взаємодія ($B > 0.75$ для хвиль-підвищення, $B > 3.1$ для хвиль-пониження), коли хвильова динаміка може бути повністю описана слабонелінійною теорією [Grimshaw et al., 2005].

II. Помірна взаємодія ($0.2 < B < 0.75$ для хвиль-підвищення, $2 < B < 3.1$ для хвиль-пониження), коли механізм обвалення хвилі відбувається за рахунок зсувної нестійкості. Механізм нестійкості Кельвіна-Гельмгольца (рис.4) має місце для помірних амплітуд хвиль-пониження і підвищення та виникає під час взаємодії з підводною сходинкою. Цей режим визначається тим, що мінімальне число Річардсона

$$Ri = -\frac{g}{\rho_0} \frac{\partial \rho}{\partial z} / \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \quad (14)$$

падає менше критичних значень $Ri_{\min} < 0.25$ [Miles, 1964].

III. Сильна взаємодія ($-0.8 < B < 0.2$ для хвиль-підвищення, $0.47 < B < 2$ для хвиль-пониження), коли виникає надкритичний потік у зоні сходинки. При цьому важливою характеристикою є складене число Фруда:

$$Fr^2 = \frac{u_1^2}{g'(h_1 - \eta)} + \frac{u_2^2}{g'(h_2(x) - \eta)}, \quad (15)$$

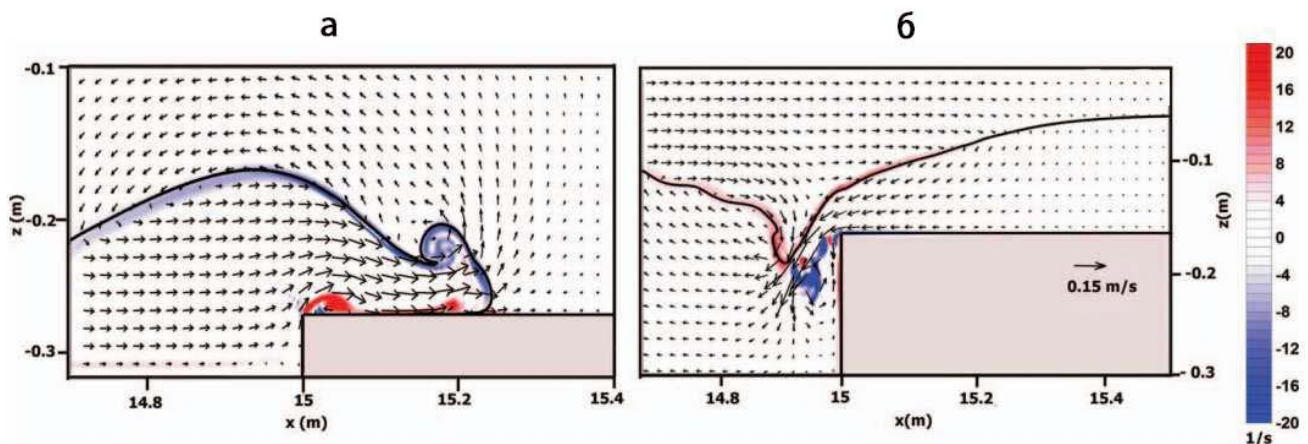


Рисунок 5. Вектори швидкості та поле завихореності в околицях сходинки, що демонструють (а) – утворення вихорів у хвилі-підвищення для $B=0.25$ і (б) – струменя в хвилі-пониження $B=1$ [22].

де u_1 та u_2 – усереднені за глибиною швидкості у верхньому та нижньому шарах, відповідно, $h_2(x)$ – глибина нижнього шару. Потік надкритичний при $Fr > 1$ або докритичний при $Fr < 1$. Сильна взаємодія внутрішніх хвиль зі сходиною характеризується значеннями $Fr > 1$ та призводить до зворотного струменя (рис. 5б) для хвиль-пониження та болусів, що поширюються за сходиною для випадку хвиль-підвищення (рис. 5а).

IV. *Перехідний режим* ($-2 < B < -0.8$ для хвиль-підвищення, $-0.75 < B < 0.47$ для хвиль-пониження) – режим взаємодії між запліском на сходиці та повним відбиттям.

V. *Режим повного відбиття* ($B < -2$ для хвиль-підвищення, $B < -0.75$ для хвиль-пониження) коли майже вся енергія передається в енергію відбитої хвилі.

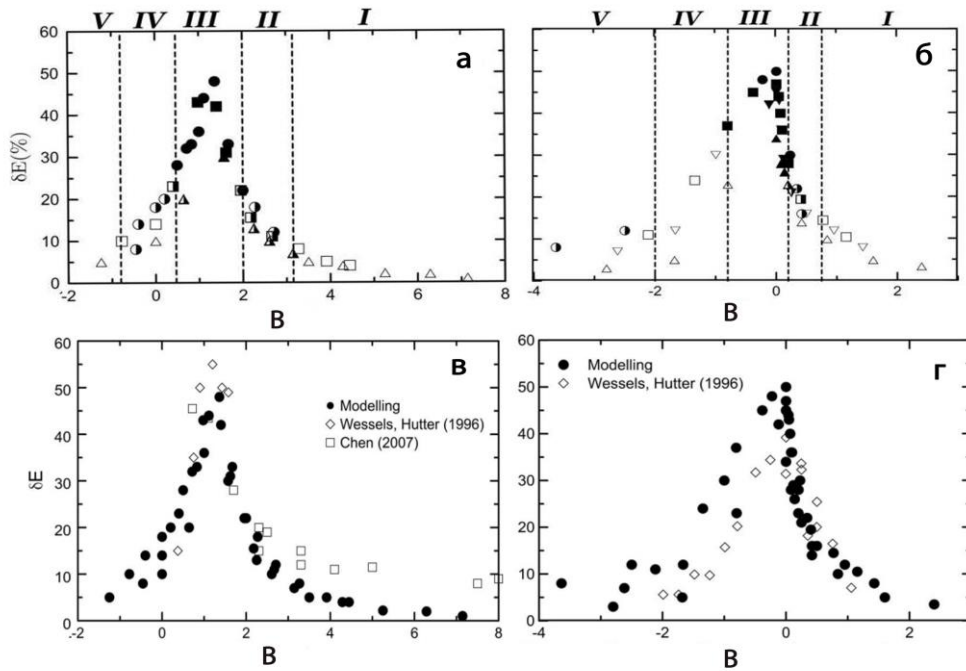


Рисунок 6. Залежність втрат енергії при взаємодії хвиль першої бароклінної моди зі сходиною для хвиль-пониження (а) і для хвиль-підвищення (б) (позначені режими: I. слабка взаємодія, II помірна взаємодія, III сильна взаємодія, IV перехідний режим, V режим повного відбиття) та порівняння результатів моделювання з результатами лабораторних експериментів для хвиль-пониження (в) і хвиль-підвищення (г) [22].

Ці режими позначено на графіку залежності втрат енергії при проходженні внутрішньої хвилі сходинок (рис.6) як для хвиль-підвищення так і для хвиль-пониження. Втрати енергії при проходженні внутрішньою усамітненою хвилею підводної сходинок знаходились за формулою:

$$\begin{aligned}\Delta E_{transf} &= \Delta E_{tot} - \Delta E_{vis}, \\ \Delta E_{tot} &= \frac{PSE_R^+ - PSE_L^+ - PSE_R^-}{PSE_R^+}, \\ \Delta E_{vis} &= PSE_R^+ - PSE_L^+, \end{aligned} \quad (16)$$

де PSE_R^+ (12) – псевдоенергія набігаючої хвилі у перетині X_R (рис. 3в), PSE_R^- , PSE_L^+ – псевдоенергії хвиль, що відбилася та пройшла у перетинах X_R та X_L відповідно, а PSE_L^+ – псевдоенергія набігаючої хвилі, що пройшла через перетин X_L без трансформації над сходинкою ((+) або (-) характеризує напрямок хвилі справа та зліва від перетину, відповідно). Втрати енергії при взаємодії хвиль першої бароклінної моди зі сходинкою як для хвиль-пониження так і для хвиль-підвищення показані на рис.6. Ці залежності від параметра блокування B є автономними та не залежать від амплітуди хвилі. Класифікація взаємодії внутрішніх хвиль першої бароклінної моди з підводною сходинкою відносно параметра блокування B створена і для тришарової стратифікації [13]. Таким чином проведене чисельне моделювання продемонструвало, що запропонований параметр B підходить для опису трансформації внутрішніх усаїтнених хвиль над перешкодами та різкими змінами дна. За допомогою цього параметру визначаються різноманітні типи взаємодії хвиль першої та другої моди для двошарової та тришарової стратифікації.

Далі розглянемо вплив кута нахилу γ на трансформацію внутрішніх хвиль, при накаті на схил (рис. 3г), коли B фіксований. За аналогією з поверхневими хвилями режим обвалення внутрішніх хвиль визначається числом Ірібарена, що представляє собою відношення крутизни хвилі до крутизни схилу (див. рис 3г):

$$\xi = \frac{H_S / L_S}{\sqrt{a / L_W}}. \quad (17)$$

При чисельному дослідженні трансформації внутрішніх хвиль на схилі було одержано залежність втрат енергії та коефіцієнту відбиття R :

$$R = \frac{PSE_R^+ - PSE_R^-}{PSE_L^+}. \quad (18)$$

Суцільна крива на рис.7 відповідає експоненціальній апроксимації результатів двовимірних чисельних експериментів з роботи [Bourgault and Kelley, 2007]

$$R(\xi) = 1 - \exp(-\xi / \xi_0), \quad (19)$$

де $\xi_0 = 0.78 \pm 0.02$ і результатів лабораторних експериментів [Michallet and Ivey, 1998]. Як

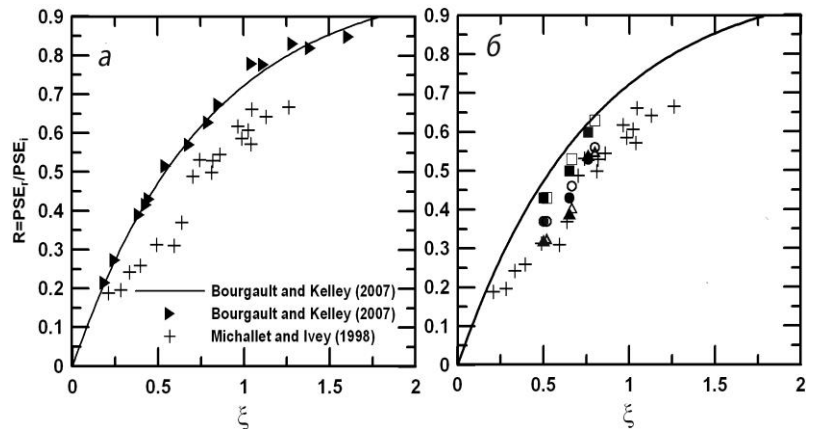


Рисунок 7. Залежність коефіцієнту відбиття внутрішніх усаїтнених хвиль від похилого дна від числа Ірібарена. (а) – порівняння моделювання [Bourgault and Kelley, 2007] з результатами лабораторних досліджень [Michallet and Ivey, 1998]; (б) – порівняння коефіцієнту відбиття R для тривимірних (чорні позначки) та двовимірних (білі позначки) чисельних експериментів [1].

видно з рис. 7а двовимірне моделювання дає більші значення коефіцієнту відбиття у порівнянні з лабораторними експериментами. На рис. 7б зображено порівняння значень коефіцієнтів відбиття R , що були отримані за допомогою тривимірного (чорні позначки) та двовимірного (білі позначки) моделювання NH-РОМ. Коефіцієнт відбиття R більший для двовимірних розрахунків, що пояснюється тертям об бічні стінки для тривимірного моделювання. Це пояснює розбіжності в результатах при порівнянні результатів для лабораторних та чисельних експериментів, що зображені на рис. 7а.

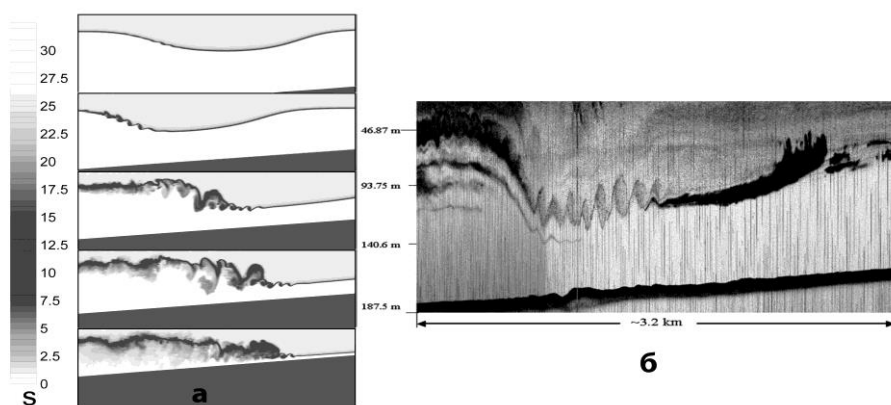


Рисунок 8. Процес обвалення внутрішньої хвилі в рамках нового неадіабатичного сценарію трансформації хвиль великих амплітуд на пологих схилах для випадку чисельного експерименту з числом Ірібарена $\xi=0.139$ [1] (а), трансформація внутрішньої хвилі на шельфі Південнокитайського моря з $\xi=0.1$ [Orr and Mignerey, 2003] (б).

В рамках чисельного моделювання трансформації внутрішніх хвиль на схилі було виявлено новий неадіабатичний сценарій трансформації хвиль великих амплітуд на пологих схилах, коли спочатку переважає зсувна нестійкість, а потім хвиля змінює полярність без перекидання (рис. 8а). Знак завихореності змінюється при наближенні хвилі до схилу, та одночасно відбувається зміна полярності хвилі з хвиль-пониження на хвилю-підвищення. В цьому випадку зсувна нестійкість є домінуючим механізмом перетворення хвиль. Польові спостереження в Південнокитайському морі [Orr and Mignerey, 2003]

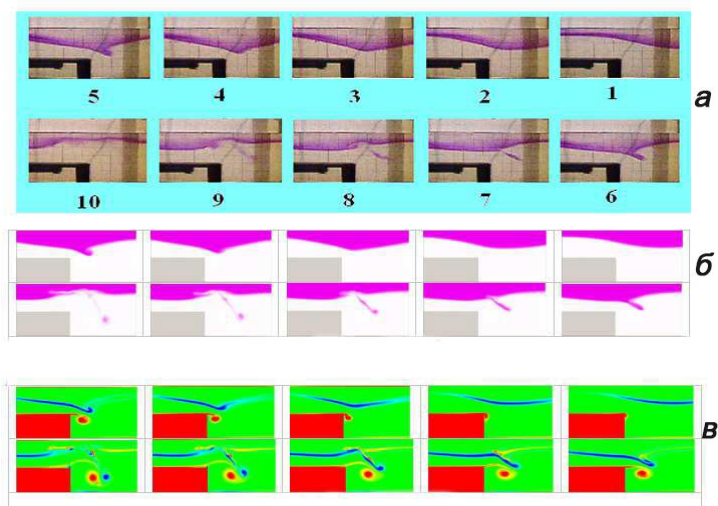


Рисунок 9. Трансформація внутрішньої усамітненої хвилі з прямокутною перешкодою (а) – лабораторний експеримент [Gorodetska et al., 2012], (б) – поле густини та (в) – поле завихореності, отримані чисельним моделюванням

підтверджують існування такого сценарію обвалення внутрішньої хвилі (рис. 8б).

Досліджено трансформацію хвиль над перешкодами (рис. 3в) різної форми: прямокутника (рис. 9), трикутника та півкола [6]. Отримано авто модельні залежності втрат енергії при трансформації внутрішніх хвиль різних типів та для різних стратифікацій над перешкодами різної форми від параметра блокування B при фіксованій довжині перешкоди. Показано, що зміна довжини перешкоди змінює форму хвилі, що проходить за перешкоду. Із ростом довжини перешкоди амплітуди хвиль, що пройшли, зменшуються та починають генеруватися вторинні хвилі [6].

В четвертому розділі представлено задачі динаміки внутрішніх хвиль великої амплітуди другої бароклінної моди (рис. 1 б), які розповсюджуються вздовж середнього шару з глибиною h_2 та густиною $\rho_2 = (\rho_1 + \rho_3)/2$, між двома іншими шарами з глибинами h_1 та h_3 постійної густини ρ_1 та ρ_3 , відповідно. Такі хвилі характеризуються антисиметричним зміщенням верхніх та нижніх ізопікн в середньому стратифікованому шарі. Коли проміжний шар у стратифікованих водоймах тонкий, то можуть утворюватися так звані хвилі з захопленими ядрами, які можуть транспортувати масу на значні відстані. Слабонелінійна теорія усамітнених внутрішніх хвиль другої моди на глибокій воді була розвинена в роботах [Benjamin, 1967], [Ono, 1975]. Розв'язки рівняння Дюбрей-Жакотен [Dubreil-Jacotin, 1932] дозволяють описувати відокремлені хвилі великих амплітуд [Davis and Acrivos, 1967]. Особливістю цього розв'язку є можливість існування замкнених ліній току в рухомій системі координат та, як наслідок, перенос маси такими хвилями. Важливою характеристикою, що впливає на динаміку внутрішніх хвиль другої моди, є мінімальне число Річардсона $Ri_{\min}$ (2) та локальне число Фруда Fr , яке визначається як:

$$Fr = \frac{U_m}{U_c}, \quad (19)$$

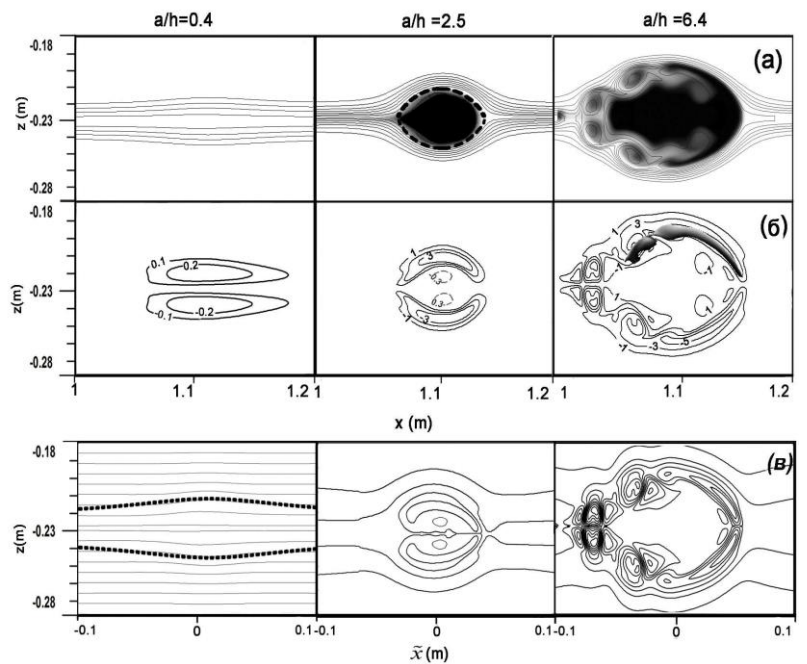


Рисунок 10. Розподіл у вертикальних перетинах вздовж хвилі поля солоності та пасивної домішки (а), завихореності (б) і поля ліній току в рухомій системі координат (в), для $a/h=0.4; 2.5; 6$ [20].

де U_m – максимальна локальна швидкість, U_c – фазова швидкість хвиль другої бароклінної моди. Ефективне число Рейнольдса визначається як:

$$Re_{eff} = \frac{U_m}{\nu_{eff}}, \quad (20)$$

де $\nu_{eff} = \nu$ для лабораторних експериментів та $\nu_{eff} = K_M$ (9) для океанічних масштабів. За допомогою чисельного моделювання було показано, що хвилі із $Fr > 1$ формують зони із замкненими лініями току (ядра) (рис. 10 а) та можуть переносити в цих областях масу, а для розвитку нестійкості необхідно, щоб розмір області L_{Ri} з числами Річардсона $Ri_{min} < 0.25$ (див. Рис 10 б, $a/h=6.4$) відповідав умові $L_w/L_{Ri} < L_{cr}$. Знайдене з розрахунків значення $L_{cr} = 0.9$ відрізняється від отриманого для хвиль першої бароклінної моди в [Fructus et al, 2009] $L_{cr} = 0.76$. Це свідчить про відмінності в механізмах нестійкості: в разі хвиль першої моди шар розділу відокремлює два різноспрямовані потоки, тоді як для хвиль другої бароклінної моди шар розділу відокремлює від зовнішнього потоку внутрішнє захоплене ядро зі слабкою циркуляцією. Мінімальне число Річардсона Ri_{min} в цих випадках падає до значень, менших ніж 0.1. Виходячи з досліджених властивостей внутрішніх хвиль другої моди, було запропоновано нову класифікацію хвиль другої моди відносно параметрів Ri_{min} та Fr_{max} : (i) *слабонелінійні хвилі* при $Fr_{max} < 1$, (ii) *стійкі сильнонелінійні хвилі*, що переносять масу, при $Ri_{min} > 0.15$ та $Fr_{max} \approx 1.2$, (iii) *нестійкі сильнонелінійні хвилі* при $Ri_{min} < 0.1$. Приклади таких хвиль показано на рис. 10. Кожен з класів еволюціонує з різною швидкістю затухання та завдяки різним механізмам: (i) *слабонелінійні хвилі* затухають завдяки в'язкості, (ii) *стійкі сильнонелінійні хвилі*, що переносять масу, затухають завдяки ерозії ядер зовнішнім потоком та за рахунок слабкої внутрішньої циркуляції, (iii) *еволюція нестійких сильнонелінійних хвиль*, характеризується втратою маси за рахунок розвитку нестійкості Кельвіна-Гельмгольца, що спричиняє перемішування.

Для внутрішніх хвиль другої бароклінної моди виявлено неповну автотомельність динаміки хвиль другої моди за числом Рейнольдса, що виражається у залежності параметра Річардсона від нього при великих значеннях чисел

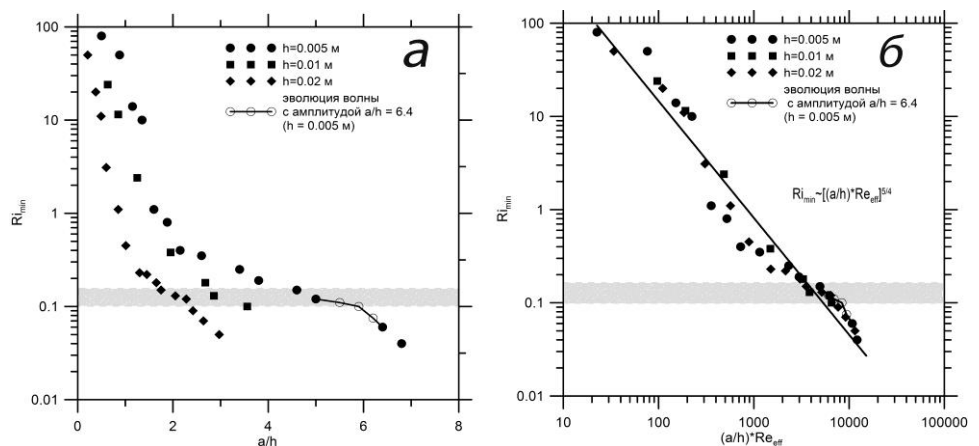


Рисунок 11. Залежність мінімального числа Річардсона Ri_{min} (14) від нормованої амплітуди хвиль (а), (б) від ефективного числа Рейнольдса Re_{eff} (20).

Рейнольдса Re_{eff} (20). Показано, що еволюція хвиль великих амплітуд із захопленими ядрами відбувається таким чином, що число Річардсона зростає з часом за автономною залежністю (рис. 11).

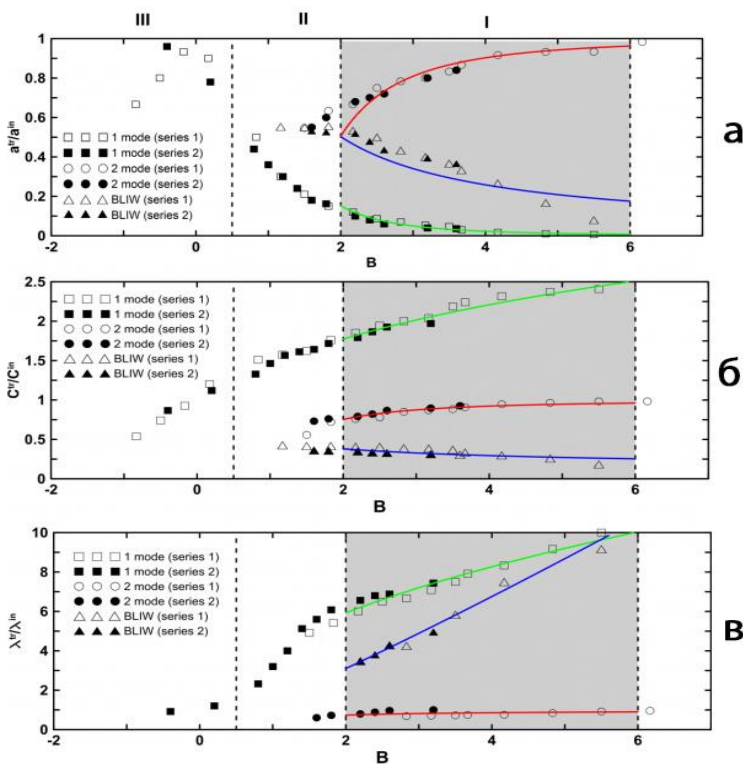


Рисунок 12. Залежність амплітуди (а), фазової швидкості (б), (в) – довжини хвиль, що пройшли за сходінку від параметру блокування B [23].

показано на рис. 12 амплітуда хвилі першої моди, що проходить за сходінку, збільшується зі зменшенням B , тоді як відповідна хвильова швидкість і довжина хвилі зменшується зі зменшенням B . В цьому режимі формується брізероподібний хвильовий пакет (хвильовий осцилюючий пакет, який має постійну обвідну (рис. 1в)). Хвилі другої моди за сходінкою відновлюють симетрію (рис. 14), але швидкість та амплітуда цих хвиль зменшується. Амплітуда осцилюючого хвильового пакету збільшується зі зменшенням B , а його довжина зменшується зі зменшенням B , тоді як хвильова швидкість залишається майже незмінною.

Режим II відповідає значенням параметру блокування $0.5 < B < 2$ (рис. 12). Для цього діапазону значень друга мода за сходінкою генерує хвилю-підвищення першої моди, що поширюється зі швидкістю вдвічі більшою, ніж швидкість хвилі перед сходінкою, хвилю другої моди і брізероподібний пакет внутрішніх хвиль (див. рис. 13). При цьому, при зменшенні значення параметру блокування B до одиниці швидкості і амплітуди другої моди і брізероподібного пакету стають близькими за значеннями.

У *режимі III* ($B < 0.5$) (див. рис. 13) тільки хвилі-підвищення першої моди проходять на сходінку.

Досліджено взаємодію хвиль другої бароклінної моди зі сходінкою на дні. За результатами дослідження було продемонстровано існування трьох різних режимів трансформації усамітненої хвилі другої бароклінної моди над сходінкою на дні (рис. 12) у залежності від параметру блокування B . Коли $B > 6$, при взаємодії другої моди зі сходінкою, окрім трансформованої усамітненої внутрішньої хвилі другої бароклінної моди, за сходінкою формується дисперсійний пакет, який не має незмінної обвідної.

У *режимі I* ($2 < B < 6$), як

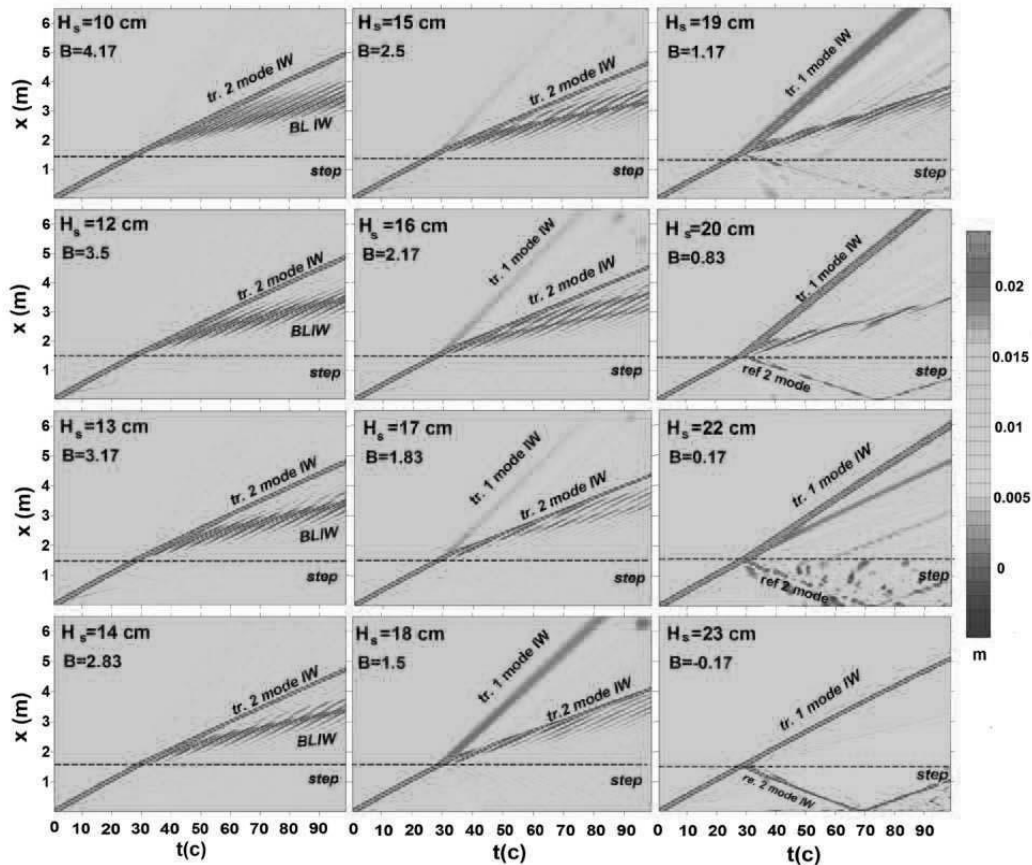


Рисунок 13. Діаграма Ховмюллера (x - t діаграма) еволюції ізопікни $\rho_u = (\rho_1 + \rho_2)/2$. Положення сходинок відмічено пунктиром. Хвилі другої моди, першої моди, бізероподібні хвилі позначені як “2 mode IW,” “1 mode IW,” та “BLIW,” відповідно [23].

Ці експерименти вперше продемонстрували можливість генерації бізероподібних пакетів внутрішніх хвиль у діапазоні проміжних (між довгими та короткими) довжин хвиль.

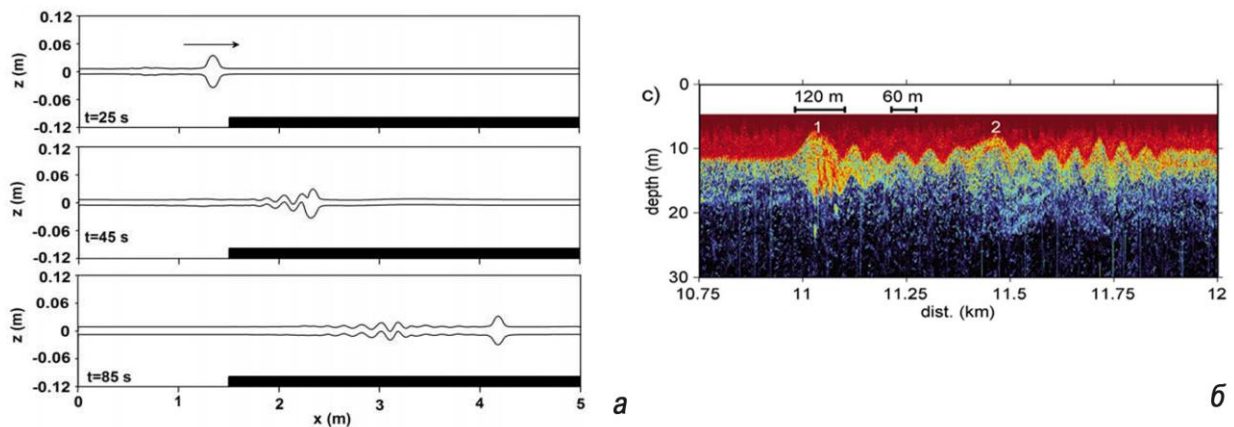


Рисунок 14. Взаємодія другої моди зі сходиною при $B=2.83$ (режим I) (а), натурні спостереження другої моди на шельфі Орегону [Shroyer et al., 2008] (б).

У п'ятому розділі розглядається фронтальна взаємодія усамітнених хвиль великих амплітуд. Для хвиль першої моди малих амплітуд $a/h_1 < 0.3$ зіткнення призводить до формування малого зсуву фази $\Delta\theta$ і утворенню вторинних хвиль.

Фазовий зсув $\Delta\theta$ зростає при збільшенні амплітуд взаємодіючих хвиль. Перевищення максимальної амплітуди при взаємодії над сумою амплітуди хвиль, що взаємодіють $\Delta\alpha$, також зростає, коли амплітуда збільшується. Всі описані процеси співвідносяться з передбаченнями слабонелінійної теорії [Mirie and Su, 1984;1986]. Хвилі помірних амплітуд $0.3 < a/h_1 < 1$ під час фронтальної взаємодії залишаються стійкими. При цьому поведінка $\Delta\alpha$ та $\Delta\theta$ (рис. 15) вже відрізняється від прогнозів слабонелінійної теорії. На відміну від хвиль малих і помірних амплітуд зіткнення хвиль великої амплітуди супроводжується утворенням нестійкості Кельвіна-Гельмгольца (рис. 16).

Для хвиль рівних амплітуд, близьких до критичного значення для стійкості α_{cr} [Choi and Camassa, 1999], зсувна нестійкість виникає як до зіткнення, так і після. Потім вихори Кельвіна-Гельмгольца, що виникли в результаті нестійкості, руйнуються, та хвилі продовжують поширюватися як стійкі усамітнені хвилі. У внутрішніх хвилях, на відміну від поверхневих хвиль, при взаємодії не виникає вертикальний струмінь.

Відхилення максимальної амплітуди $\Delta\alpha$ зменшується в межах $1 < a/h_1 < 2.3$, тоді як фазовий зсув $\Delta\theta$ повільно збільшується. Зсувна нестійкість не є основним механізмом, що зумовлює зменшення $\Delta\alpha$ для великих α , оскільки, за винятком внутрішніх хвиль дуже великих амплітуд, хвилі досягають максимальної амплітуди при зіткненні ще до появи нестійкості.

При взаємодії усамітнених хвиль великих амплітуд з хвилями малої амплітуди, навіть коли амплітуди хвиль суттєво відрізняються (у 22 рази), відбувається розвиток вихорів Кельвіна-Гельмгольца у хвилі з більшою амплітудою. Коли ж амплітуда меншої хвилі збільшується, то хвильова взаємодія супроводжується виникненням нестійкості в обох хвилях.

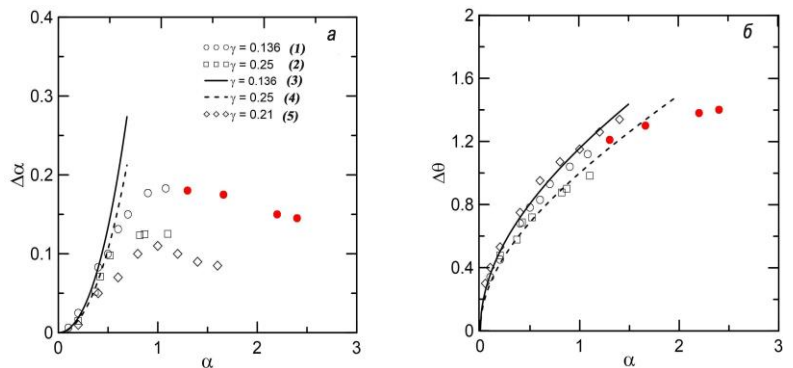


Рисунок 15. Відхилення від максимальної амплітуди при фронтальному зіткненні хвиль першої моди (а), фазовий зсув (б).

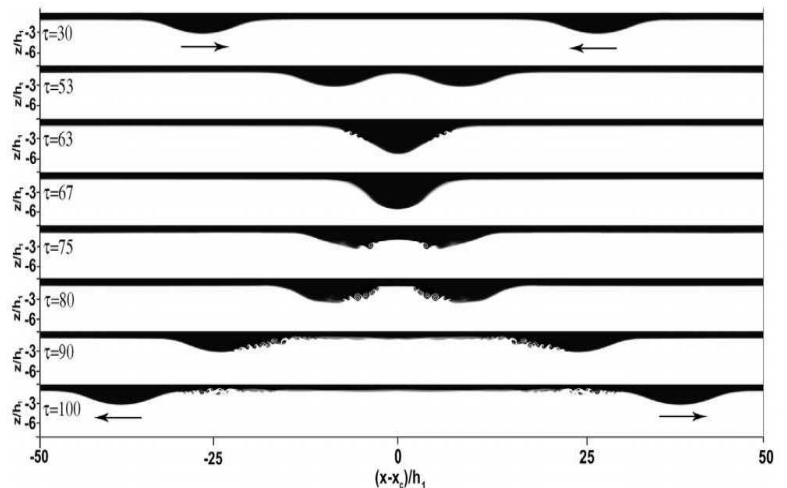


Рисунок 16. Зіткнення внутрішніх хвиль великих амплітуд першої моди $a/h_1=2.26$.

Оцінка з усіх чисельних експериментів дає емпіричний критерій для утворення нестійкості Кельвіна-Гельмгольца при зіткненні: $\alpha_L/h_1 + \alpha_R/h_1 > 2.3$. Для хвиль другої моди взаємодію при фронтальному зіткненні можна розділити на три типи, відповідно до класу хвиль: (i) *слабонелінійні хвилі* без замкнених ядер $Fr < 1$; $Ri_{min} \gg 1$, (ii) *стійкі сильнонелінійні хвилі* із замкненими ядрами $Fr < 1.2$; $Ri_{min} > 0.15$ та (iii) *нестійкі сильнонелінійні хвилі* $Fr = 1.3$, $Ri_{min} < 0.1$. Хвилі із класу (ii) втрачають масу з захоплених ядер під час зіткнення (рис. 17б). При взаємодії стійких хвиль із захопленими ядрами (ii) (рис. 17в) відбувається захоплення ядер хвилями, що пройшли із невеликими втратами енергії. При зіткненні хвиль класу (iii) (рис. 17г) виникає нестійкість Кельвіна-Гельмгольца, що призводить до інтенсивного перемішування та зменшення амплітуд після зіткнення. Залежність втрат енергії від амплітуди хвилі не є монотонною (див. рис 18). Таким чином взаємодія внутрішніх усамітнених хвиль не є еластичною, та хвилі, що утворилися після взаємодії, відрізняються від початкових хвиль.

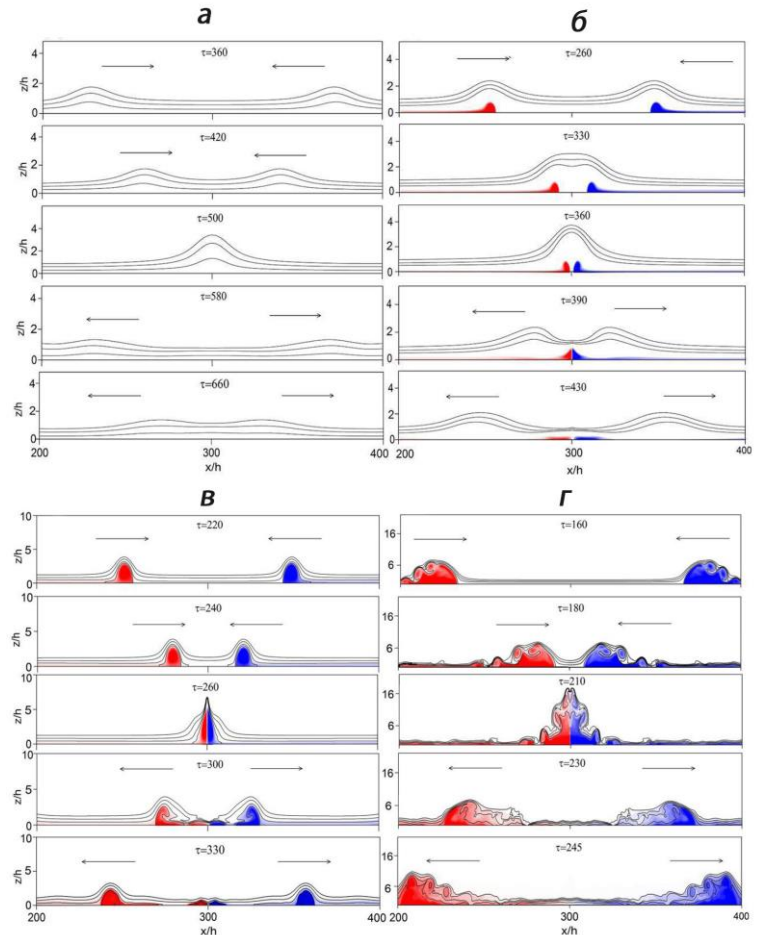


Рисунок 17. Симетричне зіткнення внутрішніх хвиль другої моди для амплітуд $\alpha=0.81$ (а), $\alpha=1.6$ (б), $\alpha=2.6$ (в), $\alpha=6.4$ (г).

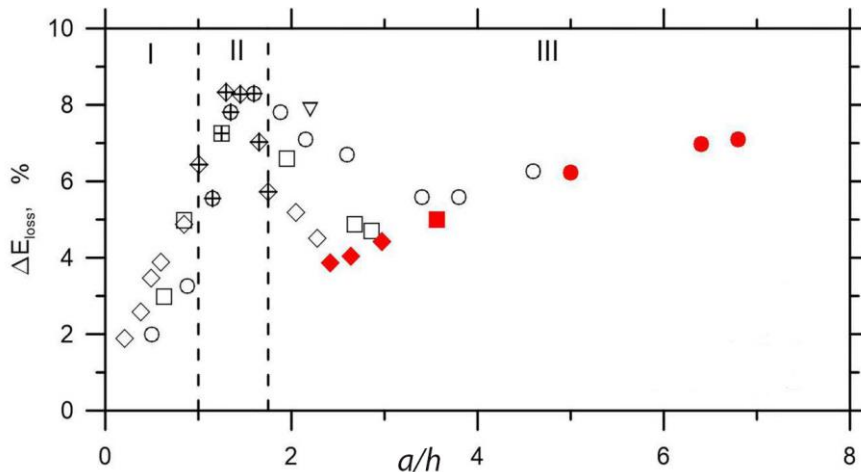


Рисунок 18. Залежність втрат енергії хвиль другої моди при зіткненні від нормованої амплітуди. Показано три типи взаємодії: (i) *слабонелінійні хвилі* без замкнених ядер, (ii) *стійкі сильнонелінійні хвилі* із замкненими ядрами, (iii) *нестійкі сильнонелінійні хвилі*.

У шостому розділі запропоновано нову класифікацію режимів взаємодії внутрішніх відокремлених хвиль із трапецеїдальною топографією для двошарової стратифікованої рідини, яка узагальнює результати досліджень розділу 3. Вона може бути корисною для визначення регіонів на континентальному шельфі, де дисипація енергії істотна. Ідея, покладена в основу класифікації, полягає в тому, що при накаті хвиль на континентальний схил і шельф суттєвими є два механізми: перший - перекидання хвиль, а другий, зміна полярності з хвилі-пониження на хвилю-підвищення на схилі. Глибина, на якій внутрішня хвиля руйнується h_b (рис. 19), визначається на основі критерію, отриманого експериментальним шляхом з [Wessels and Hutter, 1996]:

$$\frac{a}{h_b} = \frac{0.8}{\gamma + 0.4}. \quad (21)$$

У двошаровій стратифікації внутрішні хвилі-пониження можуть трансформуватися у хвилі-підвищення при проходженні точки “перевороту”, для якої $h_1 = h_2(x)$:

1. Хвилі обвалюються на схилі, якщо $h_b > h_{2+}$,
2. Хвилі не будуть обвалюватися на схилі, якщо $h_b < h_{2+}$,
3. Хвиля змінює полярність при трансформації на схилі, якщо $h_1 > h_{2+}$.
4. Хвиля не буде змінювати полярність, при трансформації на схилі, якщо $h_1 < h_{2+}$.

Побудуємо в тривимірному просторі α , B , γ поверхні, що відповідають умовам зміни полярності $h_1 = h_{2+}$ та обвалення $h_b = h_{2+}$ рис. 20 а. Критерій обвалення (21) $h_b = h_{2+}$ представляється поверхнею

$$B = \frac{0.8}{\gamma + 0.4}, \quad (22)$$

що відокремлює простір параметрів, де обвалення має

місце, від простору, де обвалення не відбувається. Умова зміни полярності $h_1 = h_{2+}$ в змінних α , B , γ , враховуючи (13) трансформується в умову:

$$B = \frac{1}{\alpha}. \quad (23)$$

Поверхні (22) і (23), що перетинаються, поділяють тривимірну діаграму (рис. 20 а) на чотири зони. Область 1 розташована вище двох поверхонь і відповідає режиму, коли хвилі не обвалюються і не змінюють полярність на шельфі. Область 2 лежить вище поверхні обвалення (22), але нижче поверхні зміни полярності (23). В даному випадку відбувається обвалення, але без зміни

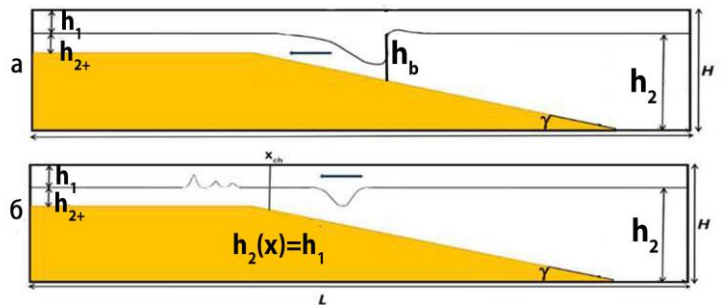


Рисунок 19. Положення обвалення на схилі (а), зміна полярності хвилі при $h_1 = h_2$ (б).

полярності хвилі. *Область 3* розташовується вище поверхні зміни полярності (22), але нижче поверхні обвалення (23). В цьому випадку відбувається зміна полярності хвилі і внутрішня хвиля-пониження трансформується у хвилю підвищення на шельфі та не руйнується. *Область 4* лежить нижче обох поверхонь і відповідає режиму руйнування зі зміною полярності. Еволюція поля густини для цих чотирьох типів взаємодії зображена на рис. 20 б. Встановлено відповідність даної класифікації результатам лабораторних і натурних експериментів та, як приклад, побудовано карти, на яких визначені зони режимів трансформації внутрішніх усамітнених хвиль на шельфі Південнокитайського моря.

У цьому розділі розглянуто задачі трансформації сильнонелінійних стоячих хвиль в замкнених басейнах (сейш). Динаміка внутрішніх сейш в озерах розглядається від самого простого випадку: моделювання трансформації внутрішніх сейш у квазі-двовимірному прямокутному чисельному басейні із двошаровою стратифікацією до випадку реального стратифікованого озера Лох-Несс. Досліджено вплив топографії (похилого дна та підводних пагорбів) на трансформацію стоячих хвиль. Наявність похилого дна на відміну від прямокутного басейну є причиною затухання коротких хвиль. Результати моделювання показали, що процес трансформації та руйнування внутрішніх сейш на схилі визначається двома механізмами: перекиданням хвилі та зсувною нестійкістю. У чисельних експериментах із трансформацією стоячих внутрішніх хвиль із підводним пагорбом було зафіксовано нові гідродинамічні ефекти: виявлена так звана “зворотна” нестійкість [Hult et al., 2009] та руйнування хвиль на похилому дні із формуванням нестійкості Кельвіна-Гельмгольца.

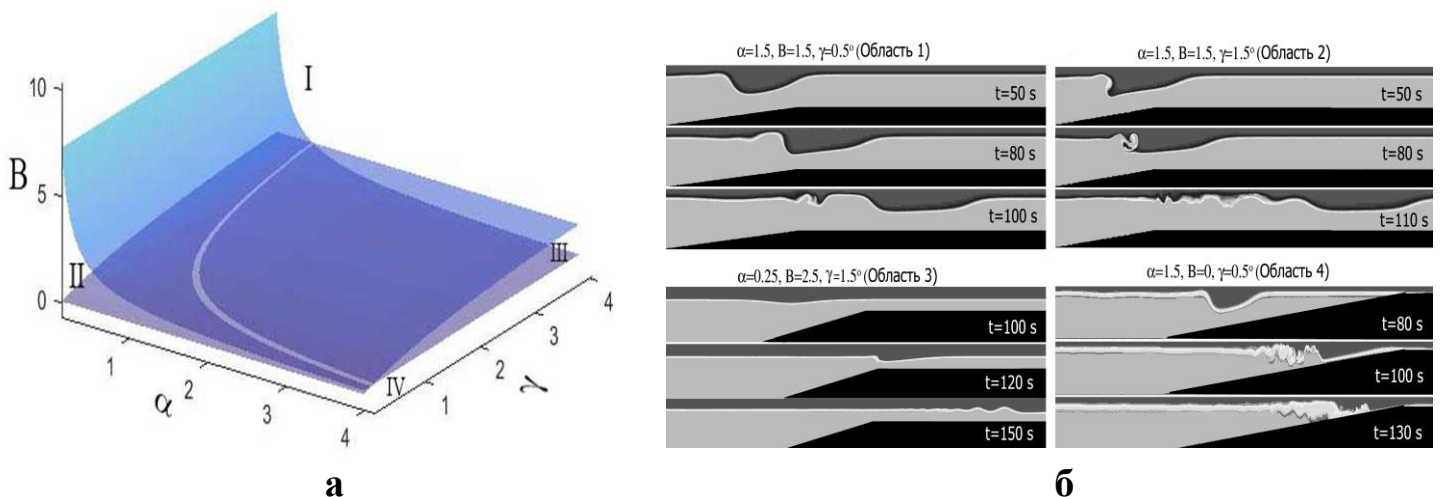


Рисунок 20. Поверхні (22) і (23), що розділяють простір на чотири області, які відповідають різним типам взаємодії з похилим дном (а). Еволюція поля густини для чотирьох типів взаємодії (б).

Вперше виявлено, що при взаємодії внутрішніх сейш з рельєфом дна подовженого озера може відбуватися фокусування потоків у сейшах і виникнення надкритичного внутрішнього струменя. Він формує вихрові пари з вертикальними осями, що викликають слідоподібні збурення в термокліні і на поверхні (див. рис. 21). За допомогою чисельного моделювання для озера Лох-Несс було продемонстровано можливість формування вихрових пар, що рухаються зі швидкістю 0.9 м/с та хвильового сліду за ними (див. рис. 22), що дає можливість пояснити цим феноменом свідчення очевидців та легенди про “озерних монстрів”.

В додатках наведено таблиці.

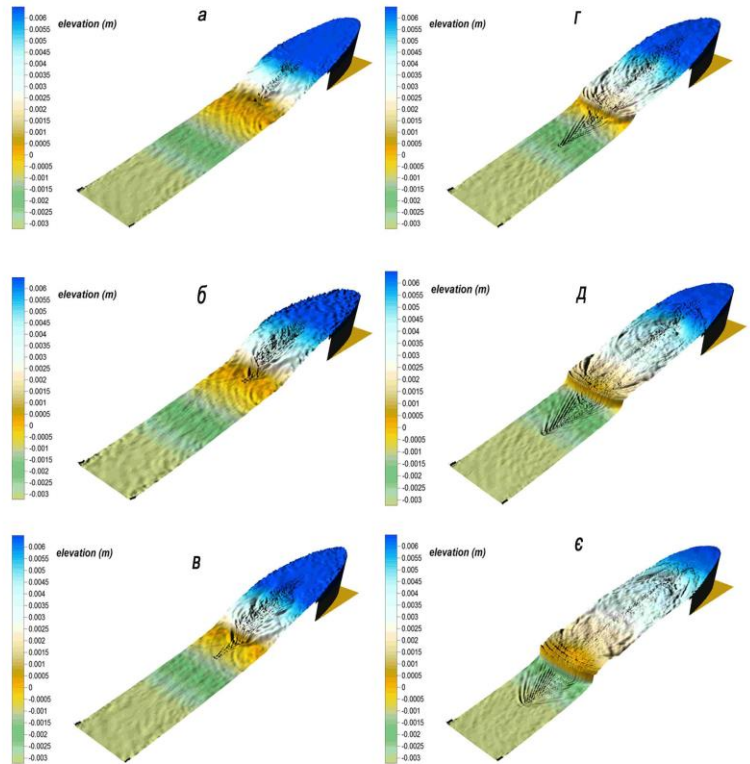


Рисунок 21. Рівень вільної поверхні в ідеалізованому озері в моменти часу $t=0, 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5$ годин.

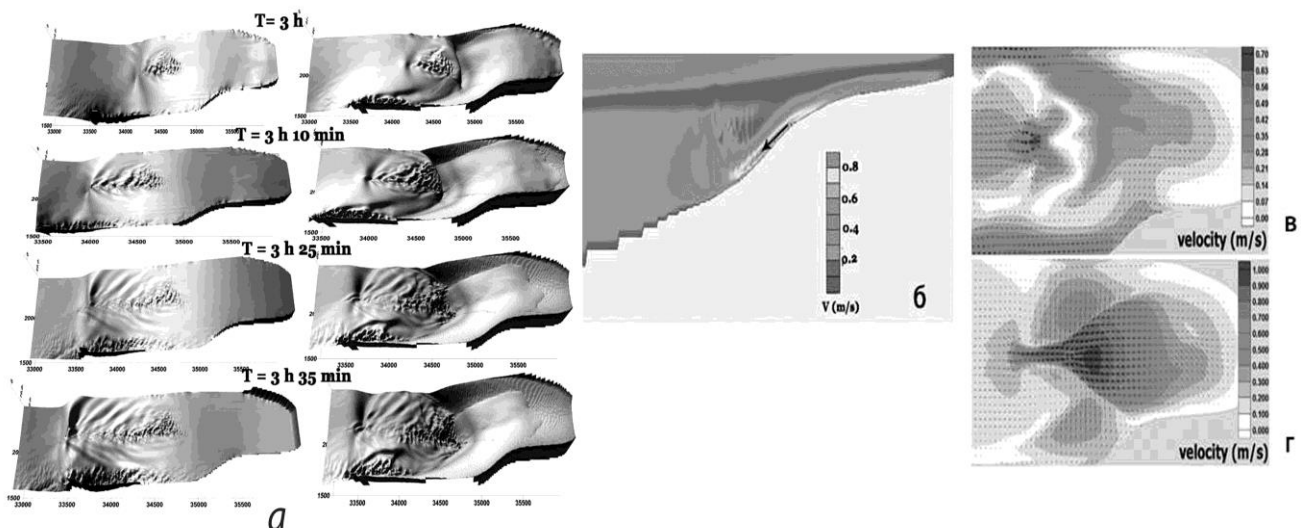


Рисунок 22. Формування поверхневого сліду, спричиненого фокусуванням потоків завдяки рельєфу на північному кінці озера Лох-Несс (а). Еволюція рівня вільної поверхні (ліва панель), еволюція ізотерми $T = 9^{\circ}\text{C}$ (права панель). Швидкість у вертикальному перетині на північному кінці озера, де виникає струмінь (б), швидкості на глибині 10 метрів під поверхнею озера (в) та на дні озера у момент $t=3$ години (г).

ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ ТА ВИСНОВКИ

Дисертаційну роботу присвячено дослідженню динаміки внутрішніх хвиль великої амплітуди. Вивчено фізичні механізми динаміки внутрішніх усамітнених хвиль великих амплітуд, а саме їх розповсюдження, затухання, взаємодія між хвилями, руйнування при виході до шельфових зон та роль внутрішніх хвиль у процесах перемішування в різноманітних водоймах, зокрема, в озерах. Вивчено процеси взаємодії усамітнених внутрішніх хвиль великих амплітуд з особливостями рельєфу дна та підводними перешкодами.

В роботі одержано такі нові наукові результати:

1. Встановлено закономірності трансформації полів швидкості та густини хвиль в залежності від параметру блокування B (відношення висоти нижнього шару над перешкодою або шельфом до амплітуди внутрішньої усамітненої хвилі) для опису режимів трансформації внутрішніх усамітнених хвиль над перешкодами та різкими змінами дна. При взаємодії внутрішньої усамітненої хвилі з підводною сходинкою в залежності від параметру B встановлено п'ять різних режимів взаємодії внутрішньої усамітненої хвилі першої моди з підводною сходинкою у двошаровій стратифікації: (i) слабка взаємодія; (ii) помірна взаємодія; (iii) сильна взаємодія; (iv) перехідний режим; (v) режим повного відбиття.
2. В результаті вдосконалення та верифікації за допомогою даних лабораторних експериментів та аналітичних розв'язках чисельної гідродинамічної моделі NH-ROM для стратифікованих середовищ з вільною поверхнею розширені її можливості за рахунок узагальненої вертикальної системи координат, підсіткової моделі турбулентності та паралелізації коду моделі, що дозволило проводити чисельне моделювання із високою роздільною здатністю в областях складної форми.
3. Отримано авто модельні залежності втрат енергії при трансформації внутрішніх хвиль першої моди. Показано, що втрати енергії внутрішньої усамітненої хвилі (як пониження так і підвищення), що трансформується над сходинкою, не досягають 50% від енергії падаючої хвилі. Вперше продемонстровано можливий сценарій генерації внутрішніх усамітнених хвиль першої бароклінної моди при трансформації хвиль другої бароклінної моди при значеннях параметра блокування $B < 0.5$.
4. Отримано авто модельні залежності нормованих амплітуд та швидкостей хвиль при трансформації хвилі другої моди. Вперше виявлено феномен генерації брізерів внутрішніх хвиль першої бароклінної моди при взаємодії хвиль другої бароклінної моди з підводною сходинкою в тришаровій стратифікації в діапазон значень параметру блокування $0.5 < B < 2$.
5. Описано новий сценарій неадіабатичної трансформації внутрішніх хвиль на похилому дні. На першому етапі трансформації виникає нестійкість Кельвіна-

Гельмгольца, що призводить до зменшення амплітуди хвилі, після чого хвиля трансформується на схилі без перекидання. У такому сценарії зсувна нестійкість є домінуючим механізмом перетворення хвиль.

6. Вперше побудовано нову класифікацію режимів взаємодії внутрішніх хвиль у двошаровій стратифікації із ідеалізованим трапеційдальним шельфом та на її основі проведено оцінки втрат енергії хвиль при їх трансформації. Класифікація представляє собою тривимірну діаграму в просторі трьох параметрів: (1) нормованої амплітуди хвилі, (2) параметру блокування B та (3) куту схилу трапеційдального шельфу. В залежності від цих параметрів виділяються чотири області, що відповідають режимам: (i) хвилі не обвалюються і не змінюють полярність на шельфі, (ii) обвалюються, але без зміни полярності, (iii) відбувається зміна полярності хвилі, і внутрішня хвиля-пониження трансформується в хвилю-підвищення на шельфі, але при цьому не обвалюється, (iii) відбувається зміна полярності хвилі, хвиля обвалюється. Встановлено відповідність даної класифікації з результатами лабораторних і натурних експериментів та побудовано карти, на яких визначені зони режимів трансформації внутрішніх усамітнених хвиль для шельфу Південнокитайського моря. Побудовано нову класифікацію хвиль другої моди відносно мінімального числа Річардсона $Ri_{min} > 1$ та локального числа Фруда Fr_{max} : (i) слабонелінійні хвилі при $Fr_{max} < 1$, (ii) стійкі сильнонелінійні хвилі, що переносять масу при $Ri_{min} > 0.15$ та $Fr_{max} = 1.2$, (iii) нестійкі сильнонелінійні хвилі при $Ri_{min} < 0.1$. Досліджено закономірності затухання внутрішніх хвиль другої бароклінної моди від типу хвилі. Виявлено неповну автомодельність динаміки хвиль другої моди за числом Рейнольдса, що виражається у залежності параметра Річардсона від нього при великих значеннях чисел Рейнольдса Re_{eff} . Показано, що еволюція хвиль другої бароклінної моди великих амплітуд із захопленими ядрами відбувається таким чином, що число Річардсона зростає з часом по автомодельній залежності.

7. Показано, що фронтальна взаємодія усамітнених хвиль великих амплітуд першої та другої бароклінних мод значно відрізняється від прогнозів слабонелінійної теорії. На відміну від хвиль малих і помірних амплітуд зіткнення хвиль великої амплітуди супроводжується утворенням нестійкості Кельвіна-Гельмгольца. Вперше показано, що для хвиль першої моди однакових великих амплітуд зсувна нестійкість виникає до зіткнення, а потім виникає знову, коли хвилі розбігаються після зіткнення. Вперше продемонстровано, що взаємодія внутрішніх хвиль другої моди відбувається по-різному в залежності від типу хвиль. Причина цього у різних механізмах, що керують динамікою хвиль різних типів: нелінійна взаємодія, колапс захоплених ядер, нестійкість та ефекти в'язкості. Отримано залежність втрат енергії від амплітуд хвилі, яка не є монотонною. Встановлено, що взаємодія внутрішніх усамітнених хвиль не є еластичною.

8. Вперше виявлено, що при взаємодії внутрішніх сейш з рельєфом дна подовженого озера може відбуватися фокусування потоків у сейшах і виникнення надкритичного внутрішнього струменя. Він формує вихрові пари з вертикальними осями, що викликають слідоподібні збурення в термокліні і на поверхні. За допомогою чисельного моделювання для озера Лох-Несс було продемонстровано можливість формування вихрових пар, що рухаються зі швидкістю 0.9 м/с, та хвильового сліду за ними, що дає можливість пояснити цим феноменом свідчення очевидців та легенди про "озерних монстрів".

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Maderich V., Brovchenko I., Terletska K., Hutter K. Numerical simulations of the nonhydrostatic transformation of basin-scale internal gravity waves and wave-enhanced meromixis in lakes. Ch. 4 in Hutter K. (Ed.) 2012. *Nonlinear internal waves in lakes*. Springer. Series: Advances in Geophysical and Environmental Mechanics. (здобувачу належить проведення чисельних розрахунків, аналіз та співставлення результатів лабораторних та чисельних експериментів).
2. Бровченко И., Терлецкая К., Городецкая Н., Мадерич В., Никишов В. Взаимодействие внутренних уединенных волн большой амплитуды с препятствием. *Прикладна гідромеханіка*. 2007. № 81. С.3-7. (здобувачу належить проведення чисельних розрахунків, аналіз та співставлення результатів лабораторних та чисельних експериментів).
3. Бровченко И., Мадерич В., Семин С., Степанянц Ю., Терлецкая Е. Моделирование трансформации волновых пакетов поверхностных волн в водоеме с резким изменением глубины. *Прикладна гідромеханіка*. 2015. № 17(89). С. 3-9. (здобувачу належить проведення чисельних розрахунків співставлення результатів чисельних експериментів МІТ и НН-РОМ).
4. Терлецкая К.В. Взаимодействие внутренних уединенных волн второй моды с подводной ступенькой. *Прикладна гідромеханіка*. 2014. № 16(88). С. 55-61.
5. Терлецкая К.В. Классификация режимов наката внутренних уединенных волн на трапецеидальный шельф. *Прикладна гідромеханіка*. 2016. № 18(90). С. 69-78.
6. Терлецька К.В. Дисипація енергії внутрішніх хвиль над підводними перешкодами. *Гідромеханіка та акустика*. 2018. № 1. С. 85-98.
7. Терлецкая Е.В., Мадерич В.С., Бровченко И.А. Трансформация уединенных внутренних волн большой амплитуды над ступенькой на дне. *Прикладна гідромеханіка*. 2009. № 11(83) С. 65-76. (здобувачу належить постановка задачі, проведення чисельних розрахунків, обговорення та аналіз результатів).
8. Терлецкая Е.В., Мадерич В.С. Бровченко И.А. Взаимодействие уединенных внутренних волн при их фронтальном столкновении. *Прикладна гідромеханіка*. 2011. № 13(85) С. 68-77. (здобувачу належить участь у постановці задачі, проведення чисельних розрахунків, обговорення та аналіз результатів).
9. Терлецкая К.В., Мадерич В.С., Бровченко И.А. Сильнонелинейные внутренние сейши в удлиненных стратифицированных озерах и феномен «озерных монстров». *Прикладна*

- гідромеханіка*. 2011. № 13(85). С. 51-55. (здобувачу належить участь у постановці задачі, проведення чисельних розрахунків, обговорення та аналіз результатів).
10. Терлецкая Е.В., Мадерич В.С., Бровченко И.А., Талипова Т.Г. Неполная автомодельность внутренних волн второй моды в слое раздела. *Прикладна гідромеханіка*. 2013. № 15(87). С. 68-77. (здобувачу належить проведення чисельних розрахунків, обговорення та аналіз результатів).
 11. Терлецкая Е.В., Мадерич В.С., Бровченко И.А. Численное исследование взаимодействия внутренних уединенных волн второй бароклинной моды при их фронтальном столкновении. *Прикладна гідромеханіка*. 2015. №17(89). С. 44-54. (здобувачу належить участь у постановці задачі, проведення чисельних розрахунків, обговорення та аналіз результатів).
 12. Терлецкая Е.В., Семин С.С., Степанянц Ю.А., Бровченко И.А. Мадерич В.С. Моделирование трансформации волновых пакетов поверхностных волн в водоеме с резким изменением глубины. *Прикладна гідромеханіка*. 2015. № 17(89). С. 13-9. (здобувачу належить участь у постановці задачі, проведення чисельних розрахунків, обговорення та аналіз результатів).
 13. Терлецкая Е., Семин В., Талипова Т., Смирнов Д., Бровченко И. Трансформация внутренних уединенных волн понижения над донной ступенькой в трехслойной стратифицированной жидкости. *Прикладна гідромеханіка*. 2015. №17(89). С. 56-63. (здобувачу належить участь у постановці задачі, проведення чисельних розрахунків, обговорення та аналіз результатів).
 14. Brovchenko I., J. Kanarska, V. Maderich, K. Terletska. 3D non-hydrostatic modeling of bottom stability under impact of the turbulent ship propeller jet. *Acta Geophysica*. 2007. № 55(1). С. 47—55. (здобувачу належить проведення чисельних розрахунків співставлення результатів чисельних експериментів та даних лабораторних експериментів).
 15. Бровченко И.А., Мадерич В.С., Терлецкая К.В. Численное моделирование трехмерной структуры течений в районе глубоководных каньонов восточного побережья Черного моря. *International Journal of Civil and Structural Engineering*. 2011. № 7(2). С. 47-53. (здобувачу належить проведення чисельних розрахунків циркуляції Чорного моря).
 16. Мадерич В.С., Терлецкая Е.В., Бровченко И.А. Фронтальное столкновение внутренних волн большой амплитуды. *Фундаментальная и прикладная гидрофизика*. 2015. № 8(3). С. 44-53. (здобувачу належить участь у постановці задачі, проведення чисельних розрахунків, обговорення та аналіз результатів).
 17. Maderich V., Heling R., Bezhenar R., Brovchenko I., Jenner H., Koshebutsky A., Kuschan A., Terletska K. Development and application of 3D numerical model THREETOX to the prediction of cooling water transport and mixing in the inland and coastal waters. *Hydrological Processes*. 2008. 22(7). P.1000-1013. <https://doi.org/10.1002/hyp.6985> (здобувачу належить проведення чисельних розрахунків негідростатичною моделлю плавучих струменевих течій та співставлення результатів із розрахунками інших моделей).
 18. Maderich V., Talipova T., Grimshaw R., Pelinovsky E., Choi B. H., Brovchenko I., Terletska K., and D. C. Kim. The transformation of an interfacial solitary wave of elevation at a bottom step. *Nonlinear Processes in Geophysics*. 2009. 16. P. 33-42. <https://doi.org/10.5194/npg-16-33-2009> (здобувачу належить участь у постановці задачі, проведення чисельних розрахунків, обговорення та аналіз результатів).

19. Maderich V., Talipova T., Grimshaw R., Terletska K., Brovchenko I., Pelinovsky E., Choi B.H. Interaction of a large amplitude interfacial solitary wave of depression with a bottom step. *Physics of Fluids*. 2010. 22. 076602 <https://doi.org/10.1063/1.3455984> (здобувачу належить проведення чисельних розрахунків, обговорення та аналіз результатів).
20. Maderich V., Jung K.T., Terletska K., Talipova T., Brovchenko I. Incomplete similarity of internal solitary waves with trapped core. *Fluid Dynamics Research*. 2015. 47(3) <https://doi.org/10.1088/0169-5983/47/3/035511> (здобувачу належить участь у постановці задачі, проведення чисельних розрахунків, обговорення та аналіз результатів).
21. Maderich V., Jung K.T., Terletska K., K.O. Kim. Head-on collision of internal waves with trapped core. *Nonlinear Processes in Geophysics*. 2017. 24. P.751-762. <https://doi.org/10.5194/npg-24-751-2017> (здобувачу належить участь у постановці задачі, проведення чисельних розрахунків, обговорення та аналіз результатів).
22. Talipova T., Terletska K., Maderich V., Brovchenko I., Pelinovsky E., Jung K.T., Grimshaw R. Internal solitary wave transformation over a bottom step: loss of energy. *Phys. Fluids*. 2013. 25. 032110; <https://doi.org/10.1063/1.4797455> (здобувачу належить участь у постановці задачі, проведення чисельних розрахунків, обговорення та аналіз результатів).
23. Terletska K., Kyung Tae J., Talipova T., Maderich V., Brovchenko I. and Roger Grimshaw Internal breather-like wave generation by the second mode solitary wave interaction with a step. *Physics of fluids*. 2016. 28. 116602 <https://doi.org/10.1063/1.4967203> (здобувачу належить постановка задачі, проведення чисельних розрахунків, обговорення та аналіз результатів).
24. Terletska K., Jung K.T., Maderich V., Kim K.O. Frontal collision of internal solitary waves of first mode. *Wave motion*. 2018. 77. P. 229-242. <https://doi.org/10.1016/j.wavemoti.2017.12.006> (здобувачу належить участь у постановці задачі, проведення чисельних розрахунків, обговорення та аналіз результатів).
25. Талипова Т.Г., Куркина О.Е., Куркин А.А., Рувинская Е.А., Терлецкая Е.В. Моделирование внутренних волн в прибрежной зоне Баренцева моря. *Экологические системы и приборы*. 2014. № 3 С. 26-39 (здобувачу належить проведення чисельних розрахунків).
26. Rushchitsky J.J., Cattani C., Terletska E.V. Symchuk Y. Elastic wavelets and their application to problems of solitary wave propagation. *AAPP: Physical, Mathematical, and Natural Sciences*. 2008. 86(1). <https://doi.org/10.1478/C1A0801004> (здобувачу належить застосування вейвлет-перетворення для аналізу динаміки хвиль).
27. Maderich, V., Fenical, S., Brovchenko, I., Terletska, K., Shepsis, V 3D modelling system of bottom and bank erosion *Proceedings of the 9th International Conference on the Mediterranean Coastal Environment, MEDCOAST*. 2009. V2. P.899-905.
28. Maderich, V., Kanarska, Y., Fenical, S., Terletska, K., Tirindelli, M 3D non-hydrostatic modeling of bottom and bank stability subjected by ship propeller jets *Proceedings of the 30th Coastal Engineering Conference*. 2007. V2. P. 1222-1233.
29. Мадерич В.С, Терлецкая Е.В., Бровченко И. Структура и динамика гравитационных течений на склоне: поток трансформированных под ледником Ронне-Фильхнера вод в море Уэддела. *Український Антарктичний Журнал*. 2010. № 9. С. 263-270. (здобувачу належить проведення чисельних розрахунків циркуляції в морі Ведделла та аналіз результатів).

30. Мадерич В.С., Терлецкая Е.В., Бровченко И. Моделирование разномасштабных процессов формирования придонных и шельфовых вод у южной части моря Ведделла. *Український Антарктичний Журнал*. 2017. № 16(3). С. 45-51. (здобувачу належить проведення чисельних розрахунків циркуляції в морі Ведделла та аналіз результатів).
31. Бровченко И.А., Мадерич В.С., Терлецкая К.В. Трансформация уединенной внутренней волны при двуслойной стратификации при ступенчатом изменении рельефа дна. Тези доповідей Третьої науково-практичної конференції з міжнародною участю «Математичне та імітаційне моделювання систем МОДС. 2008». 2008. С. 21 – 23.
32. Бровченко И.А., Городецкая Н.С., Мадерич В.С., Никишов В.И., Терлецкая Е.В. Сильнонелинейные внутренние уединенные волны: генерация и взаимодействие с границами. Сборник материалов международной научной школы-конференции «Тараповские чтения», 21-25 апреля 2008, Харьков, Украина. 2008. С.7 – 9.
33. Терлецкая Е.В., Бровченко И.А., Мадерич В.С. Моделирование трансформации уединенных волн понижения большой амплитуды над ступенькой на дне. Пр. конф. «Математичне та імітаційне моделювання систем. МОДС 2009». 2009. С. 54-56
34. Бровченко И.А., Мадерич В.С., Никишов В.И., Терлецкая Е.В. Численное моделирование взаимодействия внутренних волн с подводным прямоугольным препятствием. збірник наукових праць «Математичне та імітаційне моделювання систем. МОДС 2010». 2010. С. 222 – 229.
35. Терлецкая Е.В., Бровченко И.А., Мадерич В.С. Моделирование формирования вторичного солитона при взаимодействии внутренней волны с прямоугольным препятствием. Пр. конф. «Математичне та імітаційне моделювання систем. МОДС 2010». 2010 С. 15-16.
36. Талипова Т., Терлецкая Е., Мадерич В., Бровченко И., Пелиновский Е. Нелинейное взаимодействие солитонов внутренних волн второй моды с уступом дна как механизм генерации внутренних бризеров. XXII Научная сессия Совета РАН по нелинейной динамике, Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН, 23-24 декабря. 2013. С. 20
37. Терлецкая Е.В., Бровченко И.А., Мадерич В.С. Взаимодействие внутренних волн второй моды при их фронтальном столкновении. Пр. конф. «Математичне та імітаційне моделювання систем. МОДС 2013». 2013. С. 72-75.
38. Терлецкая К., Мадерич В., Бровченко И., Талипова Т., Пелиновський Ю.. Трансформація відокремленої внутрішньої хвилі на сходинці в рельєфі дна: втрата енергії. Пр. конф. «Математичне та імітаційне моделювання систем. МОДС 2013». 2013. С. 75-77.
39. Терлецкая К., Мадерич В., Бровченко И. Класифікація типів взаємодії внутрішніх поодиноких хвиль із трапецієдальним шельфом. «Комп'ютерна Гідромеханіка». Інститут Гіромеханіки НАН України. 2016. С. 58-59.
40. Maderich V., Talipova T., Terletska K., Brovchenko I., Pelinovsky E. Choi B.H. Transformation of large amplitude interfacial solitary wave at the steps. *Ocean Sciences Meeting 2010 AGU* 22-26 February 2010. 2010. P. 11.
41. Choi B.H., Maderich V., Brovchenko I., Terletska K. Non-hydrostatic models and their applications to the coastal ocean. Book of abstracts of *Annual Meeting 2008 of Korean Association of Ocean Science and Technology Societies* 29-30 May 2008. 2008. С. 584.
42. Choi B.H., Maderich V., Brovchenko I., Terletska K. Transformation of internal solitary waves on the step. Book of abstracts of *Annual Meeting 2008 of Korean Association of Ocean Science and Technology Societies* 29-30 May 2008. 2008. P.585.

43. Talipova T., Terletska E., Maderich V., Brovchenko I., Grimshaw R. and E. Pelinovsky. Loss of energy in transition of internal solitary wave over the bottom step. *European Geoscience Union, General Assembly 2012*, Vienna, Austria, 22-27 April. 2012. P.259.
44. Talipova T., Terletska E., V. Maderich, I. Brovchenko, R. Grimshaw and E. Pelinovsky. Internal solitary wave transformation over a bottom step: Loss of energy. *European Geoscience Union, General Assembly 2013*, Vienna, Austria, 6-15 April. 2012. P. 4559.
45. Talipova T., Kurkina O., Terletska K. and Ekaterina Rouvinskaya. Synchronism of nonlinear internal waves in a three-layer fluid. *European Geoscience Union, General Assembly 2017*, Vienna, 23 -28 April 2017. P. 12487.
46. Talipova T., Terletska K., Pelinovsky E. Breathers of the Internal Waves. *Wave interaction WIN2014*, J. Kepler University Linz, Austria, 22-26 April 2014. 2014. P. 62-64.
47. Terletska K., Maderich V., Brovchenko I., Jung K.T. Internal seiches of large amplitude in the elongated lakes and phenomenon of “Loch Ness monster” XXIII ICTAM, 19-24 August 2012, Beijing, China. 2012. P.1025.
48. Terletska K., Maderich V., Brovchenko I., Jung K.T. 3D modelling of interaction of strongly nonlinear internal seiches with a concave lake topography and a phenomenon of the “Loch Ness monster”. *European Geoscience Union, General Assembly 2013*, Vienna, Austria, 6-15 April. 2013. P. 5897.
49. Terletska K., Talipova T., Maderich V., Brovchenko I., Jung K., Pelinovsky E. and Roger Grimshaw. Interaction of the strongly nonlinear internal solitary wave of second mode with the bottom step: breather formation. *European Geoscience Union, General Assembly 2014*, Vienna, Austria, 28 April - 2 May. 2014. P. 1257.
50. Terletska K., Talipova T., Maderich V., Brovchenko I., Jung K., Pelinovsky E. and Roger Grimshaw. Loss of energy of internal solitary wave over underwater obstacle. *European Geoscience Union, General Assembly 2014*, Vienna, Austria, 28 April - 2 May. 2014. P.4650.
51. Talipova T., Semin S., Terletska K., Smirnov D., Pelinovsky E., and Andrey Kurkin. Transformation of a first mode internal solitary wave on a step in a three-layer flow. *European Geoscience Union, General Assembly 2017*, Vienna, 23-28 April. 2017. P. 1891.
52. Terletska K., Maderich V. and Jung K. T. Head-on collision of the second mode internal solitary waves *European Geoscience Union, General Assembly 2017*, Vienna, 23-28 April. 2017. P. 3871.
53. Terletska K., Maderich V., Jung K. T., G. Wang, F. Qiao. Classification of ISW transformation over the South China Sea shelf. *European Geoscience Union, General Assembly 2018*, Vienna, 8 -13 April. 2018. P. 529.
54. Terletska K., Talipova T. and Semin S. Transformation of the first mode internal solitary wave over an underwater step in a three-layer flow. *European Geoscience Union, General Assembly 2019*, Vienna, 7-12 April. 2019. P. 529.

АНОТАЦІЯ

Терлецька К.В. Динаміка внутрішніх хвиль великої амплітуди. – Рукопис.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальністю 01.02.05 – механіка рідини, газу та плазми. – Інститут гідромеханіки НАН України, Київ, 2019.

Застосовано методи чисельного моделювання для дослідження динаміки внутрішніх хвиль великих амплітуд, опис яких виходить за рамки асимптотичних моделей. Вдосконалена чисельна гідродинамічна модель стратифікованих течій була застосована для дослідження трансформації хвиль великих амплітуд у водоймах із довільною стратифікацією та різкими змінами рельєфу дна. Чисельне моделювання дало можливість знайти межі застосовності асимптотичних моделей, оцінити втрати енергії при трансформації над неоднорідностями дна, дисипацію при розповсюдженні, взаємодію однієї хвилі з іншою та при руйнуванні на шельфі.

Досліджено вплив таких геометричних параметрів, як амплітуда хвилі, стратифікація рідини, кут нахилу шельфу, довжина та форма підводної перешкоди, на трансформацію хвиль, втрати енергії на шельфі і над особливостями рельєфу дна. Запропоновано новий параметр блокування B , який представляє собою відношення висоти нижнього шару над перешкодою або шельфом до амплітуди внутрішньої усамітненої хвилі, що до нього наближається. Параметр B підходить для опису трансформації внутрішніх усамітнених хвиль як першої так і другої бароклінної моди над перешкодами та різкими змінами дна. За допомогою цього параметру були класифіковані різноманітні типи взаємодії хвиль першої та другої моди, як для двошарової, так і для тришарової стратифікації. Для різних типів хвиль, стратифікацій та форми перешкод були отримані автомодельні залежності втрат енергії при трансформації внутрішніх хвиль над цими перешкодами та особливостями дна. При дослідженні впливу кута нахилу на трансформацію хвиль був описаний новий сценарій неадіабатичної трансформації внутрішніх хвиль на похилому дні. Відкрито новий механізм генерації брізерів внутрішніх хвиль у діапазоні проміжних довжин хвиль при трансформаціях другої бароклінної моди із різкими змінами рельєфу дна.

Побудовано нову класифікацію режимів взаємодії внутрішніх хвиль із ідеалізованим трапецієдальним шельфом. Були проведені дослідження, що встановили відповідність запропонованої класифікації результатам лабораторних та натурних експериментів. Проведено оцінки втрат енергії хвиль на шельфі та отримано залежність втрат енергії хвиль при трансформації від характеристик хвиль, стратифікації та рельєфу. Побудовано зональні карти режимів для Південнокитайського моря із місцями інтенсивного перемішування на шельфі.

Ключові слова: Внутрішні усамітнені хвилі великих амплітуд, стратифіковані потоки, стоячі внутрішні хвилі, дисипація енергії, обвалення хвиль, обчислювальна гідродинаміка, перемішування в океані, класифікація режимів трансформації внутрішніх хвиль.

АННОТАЦИЯ

Терлецкая Е.В. Динамика внутренних волн большой амплитуды. –Рукопись.

Диссертация на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.02.05 – механика жидкости, газа и плазмы. – Институт гидромеханики НАН Украины, Киев, 2019.

Применены методы численного моделирования для исследования динамики внутренних волн больших амплитуд, описание которых выходит за рамки асимптотических моделей. Усовершенствованная численная гидродинамическая модель стратифицированных течений была применена для исследования трансформации волн больших амплитуд в водоемах с произвольной стратификацией и резкими изменениями рельефа дна. Численное моделирование позволило найти пределы применимости асимптотических моделей, оценить потери энергии при трансформации над неоднородностями дна, при взаимодействии волн между собой и при обрушении на шельфе. Исследовано влияние геометрических параметров, таких как амплитуда волны, стратификация жидкости (глубина верхнего и нижнего слоев над шельфом или подводным препятствием), угол наклона шельфа, длина и форма подводного препятствия, на трансформацию волн, потери энергии на шельфе и над особенностями рельефа дна. Предложен новый параметр B (параметр блокировки), который представляет собой отношение высоты нижнего слоя над препятствием или шельфом к амплитуде набегающей внутренней уединенной волны. Параметр B подходит для описания трансформации внутренних уединенных волн как первой, так и второй бароклинных мод над препятствиями и резкими изменениями рельефа дна. С помощью этого параметра были классифицированы различные типы взаимодействия волн первой и второй моды, как для двухслойной так и для трехслойной стратификации. Для различных типов волн, стратификаций и формы препятствий были получены автомодельные зависимости потерь энергии при трансформации внутренних волн над этими препятствиями и особенностями дна. При исследовании влияния угла наклона на трансформацию волн был описан новый сценарий неадиабатической трансформации внутренних волн на наклонном дне. Открыт новый механизм генерации бризеров внутренних волн в диапазоне промежуточных длин волн при трансформации внутренних волн второй бароклинной моды с резкими изменениями рельефа

дна. Построена новая классификация режимов взаимодействия внутренних волн с идеализированным трапециидальным шельфом. Куда, как частные случаи, вошли накат волн на склон и накат на подводную ступеньку. Проведены оценки потерь энергии волн на шельфе и получена зависимость потерь энергии волн при трансформации от характеристик волн, стратификации и рельефа. Построены зональные карты режимов для Южно-Китайского моря с местами интенсивного перемешивания на шельфе.

Ключевые слова: внутренние уединенные волны больших амплитуд, стратифицированные потоки, стоячие внутренние волны, диссипация энергии, обрушение волн, вычислительная гидродинамика, перемешивание в океане, классификация режимов трансформации внутренних волн.

SUMMARY

Terletska K.M. Dynamics of large amplitude internal waves. – Manuscript.

Dissertation for a Doctor degree of physical and mathematical sciences in speciality 01.02.05 – Mechanics of fluid, gas and plasma. – Institute of Hydromechanics, National Academy of sciences of Ukraine, Kyiv, 2019.

Numerical simulation methods are used to study the dynamics of internal waves of large amplitudes, that are under description of the asymptotic models. An improved numerical hydrodynamic model of stratified flows was used to study the transformation of waves of large amplitudes in reservoirs with arbitrary stratification and abrupt changes in the bottom topography. Numerical simulation allowed us to find the limits of applicability of asymptotic models, to estimate energy losses during transformation over bottom inhomogeneities, wave interaction with each other, and wave breaking on the shelf. The influence of geometric parameters such as wave amplitude, fluid stratification (depth of the upper layer h_1 and depth of the lower layer h_{2+} above the shelf or underwater obstacle), the angle of shelf inclination and the length and shape of the underwater obstacle on the transformation of the waves and energy loss on the shelf and above the bottom relief features are investigated. A new parameter B (blocking parameter) is proposed. Blocking parameter is the ratio of the height of the lower layer above an obstacle or shelf to the amplitude of an internal solitary wave that approaches it. Parameter B was used for describing the transformation of the internal solitary waves of both the first and second baroclinic modes over obstacles and abrupt changes in the bottom topography. With the help of this parameter, various types of interaction between the waves of the first and second modes were classified, both for the two-layer and for the three-layer stratification. For various types of waves, stratifications and obstacle shapes, self-similar dependences of the energy loss during the transformation of internal waves over these obstacles and bottom features were obtained. In the study of the influence of the tilt angle on the transformation of the waves, a new scenario of the non-adiabatic transformation

of internal waves on an inclined bottom was described. A new mechanism of generation of breathers for internal waves in the range of intermediate wavelengths during the transformations of the second baroclinic mode with sharp changes in the bottom relief has been discovered.

Unlike the waves of small and moderate amplitudes collision of ISWs of large amplitude was accompanied by shear instability and the formation of Kelvin–Helmholtz (KH) vortices in the interface layer. However, subsequently waves again become stable. The loss of energy due to the KH instability does not exceed 5%–6% from energy of incident wave. An interaction of large amplitude ISW with even small amplitude ISW can trigger instability of larger wave and development of KH billows in larger wave. When smaller wave amplitude increases the wave interaction was accompanied by KH instability of both waves.

A new classification of modes of interaction of internal waves with an idealized trapezoidal shelf has been constructed. It was established the correspondence of the proposed classification with the results of laboratory and field experiments. According to the simulation results, the energy losses of the waves on the shelf were estimated and the dependence of the energy losses of the waves during transformation on the characteristics of the waves, stratification and relief was obtained. Zonal maps of regimes for the South China Sea with locations of intensive mixing on the shelf were constructed.

Numerical study of degeneration of internal seiche in the deep elongated lake with spoon-like topography showed flow focusing by topography and the supercritical internal jet formation. That internal critical jet causes vortex pairs in the thermocline with like-wave wake that can be visible at the surface. Modeling of interaction of internal seiche with a North end of Loch Ness confirms possibility of the supercritical internal jet generation and subsequent internal and surface disturbances.

Key words internal solitary waves of large amplitude, stratified currents, solitary internal waves, standing internal waves, energy dissipation, wave breaking, computational fluid dynamics, mixing in ocean, regimes classification of internal wave's transformation

Підписано до друку 20.04.2019
Формат 60×90^{1/16} Папір офсетний №2.
Друк трафаретний.
Ум. друк арк. 1.9 арк.
Тираж 100 прим.

Видавництво «Толіман»
Реєстраційний номер 5231664, Делавер, США.
251 Harvard st. suite 11, Brookline, MA 02446
1.617.274.0635

Надруковано в Україні.
ТОВ «Неко Консалтинг»
Свідоцтво про державну реєстрацію №780324.
Київ, вул. М.Раскової, 19. Тел. (044) 586-4106.