

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ  
ІНСТИТУТ ГІДРОМЕХАНІКИ

**Щербак Тетяна Миколаївна**

УДК 532.591

**ТРАНСФОРМАЦІЯ ПОВЕРХНЕВИХ ГРАВІТАЦІЙНИХ ХВИЛЬ  
НА ДОННИХ ПЕРЕШКОДАХ**

01.02.05 –механіка рідини газу та плазми

Автореферат  
дисертації на здобуття наукового ступеня  
кандидата фізико-математичних наук

Київ -2016

Дисертація на правах рукопису

Робота виконана в Інституті гідромеханіки Національної академії наук України

**Науковий керівник** член-кореспондент НАН України, доктор фізико-математичних наук, професор  
**Нікішов Володимир Іванович**  
завідувач відділу технічної гідромеханіки  
Інституту гідромеханіки НАН України

**Офіційні опоненти** доктор фізико-математичних наук, старший науковий співробітник  
**Гуржій Олександр Андрійович**  
професор кафедри автоматизації проектування енергетичних процесів та систем Національного технічного університету “КПІ”  
  
кандидат фізико-математичних наук, доцент  
**Черній Дмитро Іванович**  
доцент кафедри обчислювальної математики Київського національного університету ім. Т. Шевченка

Захист відбудеться “        ” \_\_\_\_\_ 2017 р. о 14<sup>00</sup> годин на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 26.196.01 в Інституті гідромеханіки НАН України за адресою: вул. Желябова 8/4, м. Київ, 03057

З дисертацією можна ознайомитись у бібліотеці Інституту гідромеханіки НАН України

Автореферат розісланий \_\_\_\_\_

Вчений секретар  
спеціалізованої вченої ради Д 26.196.01  
доктор технічних наук, професор

 Кріль С.І.

## ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

**Актуальність теми.** У зв'язку з інтенсивним освоєнням шельфової зони морів та океанів актуальною залишається проблема захисту берегів, гідротехнічних конструкцій, розташованих на шельфі, за допомогою штучних споруд - хвилеломів, які розсіюють хвилі, призводять до їх укрупнення і руйнування. Хвилеломи використовують для створення безпечних гаваней для кораблів, вони знижують хвилювання в межах портів та ін. Особливою задачею для хвилеломів є захист берегової смуги від ерозії, обумовленої дією хвиль. Відомо, що хвилі, які поширюються в напрямку берега, проходять шельфову зону, глибина якої різко змінюється. Це викликає зростання амплітуди хвиль і, як наслідок, посилену дію на береги. Тому встановлення хвилеломів значно знижує ризик руйнування конструкцій, катастрофічну ерозію берегів.

Підвищення ефективності берегозахисних споруд досягається за рахунок ускладнення їх конструкції, застосуванням нових матеріалів, зокрема, проникних, що підвищує рівень екологічної безпеки. Цій проблемі присвячено багато робіт, але існують питання, які потребують відповідної уваги.

Існують об'єктивні складності врахування усіх факторів, що впливають на процес взаємодії поверхневих хвиль з перешкодами, тому стає доцільним використовувати наближені моделі для опису цих процесів. В такому підході можуть розглядатись більш прості моделі середовища, а також спрощені форми хвилезахисних конструкцій. Такі моделі стають підґрунтям для розвитку і застосування чисельно-аналітичних методів для розв'язку задач розсіювання поверхневих хвиль. Ці методи суттєво полегшують отримання результатів і надають можливість проводити аналіз процесів взаємодії хвиль з перешкодами в широкому діапазоні параметрів. Сучасні методи розрахунку хвильових полів при їх трансформації на підводних перешкодах дозволяють отримати інформацію про просторово-часові характеристики полів. Така інформація необхідна для вироблення правильної оцінки впливу хвиль на берегову лінію; для розрахунку навантажень на гідротехнічні конструкції; для проведення проектних робіт по розробці ефективних споруд для захисту та зменшення хвильового навантаження; для виробки оцінок стану навколишнього середовища.

Аналіз отриманих результатів також дає змогу поглибити наше розуміння особливостей процесу поширення поверхневих хвиль над неоднорідностями донної поверхні, включаючи перешкоди різної форми. Можна зробити висновок, що розвиток чисельно-аналітичних методів розрахунку трансформації поверхневих хвиль на донних неоднорідностях є актуальним.

**Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.** Дисертаційна робота пов'язана з виконанням бюджетної теми "Закономірності генерації гідродинамічних полів, викликаних дією вітру та рухомими суднами, і їх взаємодії з береговими спорудами та берегами" в Інституті гідромеханіки НАН України. Шифр теми 1.10.1.6.Р16, номер державної реєстрації 0112U000293.

**Мета і завдання досліджень.** Метою дисертаційної роботи є розробка та удосконалення ефективних чисельно-аналітичних методів досліджень граничних задач для поверхневих хвиль, що поширюються при наявності складної геометрії донної поверхні, і дослідження на їх основі закономірностей трансформації хвиль донними перешкодами, що мають різкі межі. Для досягнення цієї мети вирішувались наступні завдання:

- розробка чисельно-аналітичного методу розв'язання граничних задач для визначення параметрів поверхневих хвиль, що поширюються над донними перешкодами, із врахуванням наявності їх дисперсійних властивостей,;
- визначення асимптотичних залежностей невідомих коефіцієнтів розвинення в ряд розв'язків по системі власних функцій;
- перевірка точності розв'язку граничної задачі, що включає в собі перевірку точності виконання граничних умов та умов спряження;
- проведення чисельних розрахунків коефіцієнтів відбиття та проходження для перешкод різної форми;
- проведення аналізу особливостей трансформації спектру нерегулярного хвилювання на підводних перешкодах.

**Об'єкт дослідження** – закономірності трансформації поверхневих хвиль підводними перешкодами.

**Предмет дослідження** – методи розрахунку параметрів поверхневих хвиль, що поширюються над донною поверхнею складної форми.

**Методи дослідження.** В роботі використовувались сучасні методи розрахунку гідродинамічних полів: метод часткових областей, метод нормальних мод, асимптотичні методи, метод поліпшеної редукції. Розрахунки хвильових полів здійснювались на основі подання розв'язків в окремих областях у вигляді рядів за власними функціями, а потім виконання умов спряження розв'язків. Коефіцієнти розкладів знаходились шляхом чисельного розв'язання нескінченної системи алгебраїчних рівнянь, для чого використовується метод покращеною редукції, що враховує асимптотичні властивості невідомих і дозволяє зменшити розмірність системи і підвищити точність розрахунків.

**Наукова новизна отриманих результатів.**

В результаті розв'язання задач трансформації поверхневих хвиль на розглянутих неоднорідностях:

- розвинено чисельно-аналітичний метод для розв'язку задач розсіювання хвиль на перешкодах, в якому за рахунок виділення особливості по швидкості, знайдено асимптотичні вирази для невідомих, що дозволило підвищити точність розрахунків і зменшити розмірність системи рівнянь;
- проведено розрахунки коефіцієнтів відбиття і проходження поверхневих хвиль через перешкоди різної форми;
- виявлено, що зміна висоти симетричної перешкоди призводить до зсуву значень хвильових чисел, при яких спостерігається нульове відбиття хвилі. Це пов'язано зі зміною швидкості хвилі, яка поширюється над перешкодою, і відповідним зсу-

вом її фази відносно хвилі, що відбилась від нижнього за потоком кінця перешкоди;

- показано, що відсутність симетрії розташування перешкоди кінцевої довжини призводить до того, що характер поведінки коефіцієнта відбиття залишається осцилюючим, але його значення в точках локального мінімуму відрізняються від нуля на відміну від симетричного випадку, коли коефіцієнти відбиття стають рівними нулю ("Брегівське" розсіювання). Ця відмінність стає істотною зі зростанням висоти перешкоди і зростанням глибини рідини за перешкодою;

- для симетричної перешкоди в рамках плоско-хвильового наближення ("plane-wave approximation") знайдено аналітичні залежності для коефіцієнтів відбиття і проходження. Знайдено умови, коли коефіцієнт відбиття дорівнює нулю;

- показано, що відбувається суттєва перебудова спектрів поверхневого хвилювання, коли хвилі поширюються над уступом. Виявлено, що змінюються максимальні значення у відповідності до коефіцієнту проходження, тобто амплітуди хвиль зростають. Крім того, довжина хвиль зменшується і хвилі стають більш крутими. Ці ефекти підсилюються зі зменшенням глибини.

**Практичне значення отриманих результатів.** Практична значимість розглянутих вище проблем розсіювання поверхневих хвиль на різних перешкодах, полягає в отриманні конкретної інформації про характеристики хвиль, зокрема, про коефіцієнти відбиття і проходження, які поширюються над підводними перешкодами. Розроблений метод розрахунку може бути використаний для розрахунку хвильових полів і для більш складних конфігурацій хвилеломів. Частина результатів дисертаційної роботи увійшла як складова частина у вигляді розділу проміжного звіту зазначеної вище бюджетної теми.

**Достовірність наукових положень** Достовірність отриманих в роботі результатів забезпечується:

- коректною постановкою граничних задач;

- використанням апробованого методу нормальних мод для побудови розв'язків в окремих областях;

- використанням апробованого методу покращеною редукції для розв'язання системи алгебраїчних рівнянь;

- відповідністю отриманих результатів даним, що отримано іншими авторами.

#### **Особистий внесок здобувача:**

- зведення крайових задач до нескінченної системи алгебраїчних рівнянь;

- використання методу покращеною редукції для розв'язання нескінченної системи рівнянь;

- участь в проведенні розрахунків і аналізі хвильових полів.

#### **Апробація роботи.**

Окремі результати дисертаційної роботи доповідалися на наукових конференціях:

- Консонанс-2015, Акустичний симпозіум, Київ, 2015, Інститут гідромеханіки НАН України;

- 5 міжнародна науково-практична конференція “Комп’ютерна гідромеханіка”, ІГМ НАНУ, Київ, 2016, Інститут гідромеханіки НАН України;

Дисертаційна робота доповідалась на Республіканському семінарі з механіки рідини і газу під керівництвом академіка НАН України В.Т. Грінченка, обговорювалася на семінарах відділу технічної гідромеханіки Інституту гідромеханіки НАН України.

**Публікації.** За матеріалами дисертації опубліковано 8 наукових праць, з них 5 статей [1-5] у фахових спеціалізованих журналах, одна стаття [6] - у журналі, який входить в науко-метричні бази даних EBSCO International Services, Index Copernicus International, SSM, 2 тез доповідей на наукових конференціях Стаття [4] індексується у науко-метричній базі Zentralblatt Math.

**Структура і об’єм дисертації.** Дисертація складається з вступу, п’яти розділів. Вона містить 132 сторінки машинописного тексту, висновків і списку використаної літератури, 36 ілюстрацій, 1 таблицю. Бібліографія містить 98 джерел.

## ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

**У вступі** розглянуто сучасний стан проблеми, обґрунтовано актуальність теми дисертації та необхідність проведення досліджень, сформульовано мету та практичне значення одержаних результатів, а також надано загальну характеристику роботи.

**У першому розділі** роботи розглянуто відомі результати теоретичних і експериментальних досліджень процесів поширення поверхневих гравітаційних хвиль та їх взаємодії з перешкодами. Проведено огляд робіт, присвячених проблемі трансформації поверхневих хвиль підводними перешкодами.

Значний внесок у розвиток теорії поширення та розсіювання поверхневих хвиль неоднорідностями донної поверхні внесли відомі вчені: Кочін М.Є., Сретєнський Л.Н., Черкесов Л.В., Ламб Г., Мей С.С., Стокер Ж.Ж., Делрімплє Р.А., Майлс Д.В. та інші.

Серед робіт присвячених даній тематиці можна виділити клас задач, у яких розглядаються хвильові рухи в області, схематично розділеній на підобласті, що мають вертикальні межі, а глибина є постійною. До цього класу відносяться задачі поширення і розсіювання поверхневих хвиль на уступі, на прямокутній перешкоді, на западині донної поверхні і т. і. Довільний профіль донної поверхні може бути представлений у ступінчастому вигляді, і задача поширення поверхневих хвиль над таким профілем може розглядатись як задача трансформації хвиль сукупністю ступінчастих структур.

В цьому підрозділі розглянуто результати, щодо характеристик відбиття та проходження хвиль, які отримано за допомогою довгохвильової та плоскохвильової (“plane-wave”) апроксимацій (Ламб Г., Miles J.W., Bartholomeusz E.F., Devillard P., Dunlop F., Souillard B., Mei C.C., Stiassnie M., Yue D.K.-P.), зведен-

ням задачі до розв'язання інтегрального рівняння для горизонтальної компоненти швидкості (Bartholomeusz E.F., Newman J.N.).

Основну увагу зосереджено на роботах, в яких реалізовано підхід, оснований на використанні метода декомпозиції та метода нормальних мод. Насамперед це стосується робіт таких авторів: Takano K., Miles J.W., Kirby J.T., Dalrymple R.A., Lee J.-J., Ayer R.M., Abul-Azm A.G., Rey V., Belzone M., Guazzelli E., O'Hare T.J., Davies A.G.. Показано, що результати наближеного розв'язку, коли не враховуються неоднорідні хвилі, відповідає даним, що отримано на основі точного розв'язку, для ділянок з похилими схилами, але для ділянок з крутими схилами точність розрахунків падає.

Окремо розглянуто розсіювання поверхневих хвиль тонкими бар'єрами (Abul-Azm A.G., Losada I. J., Losada M. A., Roldan A. J.). Відмічено, що збіжність чисельних розв'язків є повільною, що змусило збільшувати кількість рівнянь у системі. Як показано в роботах (Porter R., Evans D.V., Linton C.M., P. McIver P.), для отримання точності до другого знаку необхідно розглядати більше ніж 400 рівнянь.

Особливістю прямокутних перешкод є наявність кутових точок, які обумовлюють появу особливостей у розподілі швидкості ( $\propto r^{-1/3}$ , де  $r$  - радіальна координата полярної системи координат з центром у кутовій точці) в околі цих точок; у випадку бар'єру особливість стає кореневою (Ландау Л.Д., Ліфшиц Е.М., Грінченко В.Т., Улітко А.Ф.). Це є основною причиною поганої збіжності чисельних розв'язків. У випадку бар'єру ця особливість стає кореневою.

В розділі також увага приділена опису спектрів поверхневих хвиль, які містять у собі дані про амплітудно-часові характеристики хвиль. Наведено відомі форми частотних спектрів, їх математичний опис (Давидан І.Н., Лопатухин Л.І., Рожков В. А., Massel S., Ochi M.K., Goda Y.).

В кінці розділу наведено рівняння, які використано у дисертаційній роботі, із відповідними граничними умовами: рівняння Лапласа для потенціалу швидкості з граничними умовами непротікання на дні і неперервності нормальних напружень (тиску) на поверхні. Обговорюються розв'язки рівняння Лапласа при обтіканні кутів. Показано, що в залежності від величини кута можуть виникати особливості розподілу швидкості в околі кутової точки ступеневого і кореневого типу.

У другому розділі розглядається задача про трансформацію поверхневих хвиль на одиночному уступі у випадку нормального падіння хвилі, що поширюється із  $x = -\infty$  з частотою  $\omega_{dim}$ . Глибина рідини до уступу дорівнює  $H_1$  і після -  $H_2$ . Розташування уступу та системи координат показано на Рис. 1.

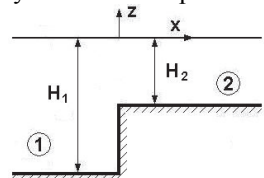


Рис. 1

У безрозмірній формі (характерні масштаби довжини  $L_{ch} = H_1$  і часу  $T_{ch} = \sqrt{H_1/g}$ ) потенціал швидкості, що описує хвилю, яка поширюється у додатному напрямку вздовж вісі у каналі глибини  $H_1$ , має вигляд

$$\Phi_1^{pr} = -\frac{ia}{\omega} \varphi_1(z) e^{i(k_1 x - \omega t)}. \quad \varphi_1(z) = \frac{\cosh k_1(z + H_1)}{\cosh k_1 H_1}, \quad (1)$$

Тут  $a$  - амплітуда хвилі,  $k_1$  - дійсний корінь дисперсійного рівняння

$$\omega^2 = k_1 H_1 \tanh k_1 H_1. \quad (2)$$

Це рівняння має також нескінченну множину чисто уявних коренів  $\kappa_n$ , які знаходяться як розв'язок наступного рівняння

$$\omega^2 = -\kappa_n H_1 \tan \kappa_n H_1. \quad (3)$$

Корені рівняння (3) характеризують неоднорідні (що не поширюються) хвилі, які швидко затухають з відстанню. Вказаним кореням  $ik_1, \kappa_1, \kappa_2, \dots, \kappa_N, \dots$  відповідає ортогональна система функцій  $\cosh k_1(z + H_1), \cos \kappa_1(z + H_1), \dots, \cos \kappa_N(z + H_1), \dots$

Сумуючи результати, запишемо розв'язок в областях 1 і 2, відповідно (гармонічний множник по часу опущено)

$$\Phi_1 = \left( e^{ik_1 x} + R e^{-ik_1 x} \right) \varphi_1(z) + \sum_{n=1}^{\infty} e^{\kappa_n x} B_n f_n(z), \quad (4)$$

$$\Phi_2 = T e^{ik_1 x} \varphi_2(z) + \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\alpha_n x} C_n \psi_n(z), \quad (5)$$

де  $R$ ,  $T$  - комплекснозначні коефіцієнти відбиття та проходження, хвильові числа  $k_1$  і  $\alpha_n$  є коренями наступних рівнянь, відповідно,  $\omega^2 = k_2 H_2 \tanh k_2 H_2$  і  $\omega^2 = -\alpha_n H_2 \tan \alpha_n H_2$ ,

$$\varphi_2(z) = \frac{\cosh k_2(z + H_2)}{\cosh k_2 H_2}, \quad f_n(z) = \frac{\cos \kappa_n(z + H_1)}{\cos \kappa_n H_1}, \quad \psi_n(z) = \frac{\cos \alpha_n(z + H_2)}{\cos \alpha_n H_2}.$$

Комплекснозначні коефіцієнти розкладання  $B_n$  і  $C_n$  визначаються з умов спряження розв'язків (рівність швидкостей та тиску) у площині  $x = 0$

$$\frac{\partial \Phi_1}{\partial x} = \begin{cases} \frac{\partial \Phi_2}{\partial x} & \text{при } -H_2 < z < 0, \\ 0 & \text{при } -H_1 < z < -H_2, \end{cases} \quad \Phi_1 = \Phi_2 \quad \text{при } -H_2 < z < 0. \quad (6)$$

Підстановка виразів (4) і (5) в (6) з урахуванням ортогональності власних функцій призводить до нескінченної системи алгебраїчних рівнянь щодо коефіцієнтів  $B_n$  і  $C_n$ , яку розв'язують методом редукції.



Наявність особливості по швидкості призводить до поганій збіжності розв'язку. На відміну від методу звичайної редукції в роботі запропоновано використовувати метод поліпшеної редукції, який полягає у використанні асимптотичних залежностей для коефіцієнтів  $B_n$  і  $C_n$  для великих значень  $n$ . У плоскості спряження вираз для горизонтальної компоненти швидкості в області 1, має вигляд

$$U_1(z)|_{x=0} = \frac{\partial \Phi_1}{\partial x} \Big|_{x=0} = ik_1(1-R)\varphi_1(z) + \sum_{n=1}^{\infty} \kappa_n B_n f_n(z). \quad (7)$$

У виразі, що описує поле швидкості в околі гострої кромки, існує доданок пропорційний  $r^{-1/3}$ . Тоді поведінка горизонтальної компоненти швидкості в околі кривової точки описується залежністю

$$U_1(z)|_{x=0} = \frac{V_1}{(H_2^2 - z^2)^{1/3}} \text{ при } z \rightarrow -H_2 + 0, \quad (8)$$

де  $V_1$  - константа, що підлягає визначенню.

Вираз (8) представимо у вигляді ряду по системі ортогональних функцій

$$\frac{1}{(H_2^2 - z^2)^{1/3}} = E_0 \varphi_1(z) + \sum_{n=1}^{\infty} E_n f_n(z). \quad (9)$$

Після ряду перетворень замість (7) отримуємо

$$U_1|_{x=0} = ik_1(1-R)\varphi_1(z) + \sum_{n=1}^N \kappa_n B_n f_n(z) + V_1 \sum_{n=N+1}^{\infty} E_n f_n(z). \quad (10)$$

Було зроблено припущення, що при великих значеннях  $n$  (більших деякого  $N$ ) характер коефіцієнтів  $B_n$  визначається поведінкою швидкості в околі гострої кромки. При досить великому  $N$  можна записати

$$\kappa_n B_n \cong V_1 E_n \text{ при } n \geq N. \quad (11)$$

Коефіцієнти  $E_n$  знаходяться інтегруванням виразу (8) після множення на  $\cos \alpha_m(z + H_1)$  і використанням табличного інтегралу.

$$E_m = \sqrt{N_m} \frac{\sqrt{\pi}}{2} \left( \frac{2H_2}{k_1} \right)^{1/6} \Gamma\left(\frac{2}{3}\right) \times \left[ \cos \alpha_m^{(1)} \times J_{1/6}(\alpha_m^{(2)}) + \sin \alpha_m^{(1)} \times H_{1/6}(\alpha_m^{(2)}) \right] \quad (12)$$

де  $N_m = 4\alpha_m / (\sinh 2\alpha_m H_1 + 2\alpha_m H_1)$ ,  $\Gamma(\beta)$  - гамма-функція,  $H_\beta$  - модифікована функція Струве,  $J_\beta$  - функція Бесселя першого роду,  $\alpha_m^{(1)} = \alpha_m H_1$ ,  $\alpha_m^{(2)} = \alpha_m H_2$ .

Коефіцієнти  $E_m$  у розрахунках знаходились виходячи з асимптотичних залежностей для функцій Струве і Бесселя для великих значень  $\alpha_m$ , які пропорційні  $m$ .

Аналогічно чинимо з виразом для горизонтальної компоненти швидкості в області 2.

Подальша процедура аналогічна методу простої редукції, але для великих значень  $n$  використовуються асимптотичні залежності для  $B_n$ . У підсумку отримуємо систему  $2N+2$  алгебраїчних рівнянь з  $2N+2$  невідомими коефіцієнтами  $R, T, B_n, C_n$ . Постійна величина  $V_1$  визначається рівнянням (11), і для величини  $V_2$ , що виникає при знаходженні асимптотичних виразів для коефіцієнтів  $C_n$ , маємо рівняння аналогічне (11).

Відмічено, що в більшості робіт по трансформації поверхневих хвиль перешкодами збіжність розв'язку визначають на основі аналізу збіжності коефіцієнтів відбиття та проходження, хоча це є інтегральні параметри, і це не є перевірка виконання граничних умов та умов спряження. В роботі показано, що значення коефіцієнтів (модулів)  $R$  і  $T$  співпадають до 5 значущих цифр, починаючи з 50 членів ряду (розглядалось також 100 і 150 членів ряду) незалежно від того враховується чи ні наявність особливості по швидкості. Для виконання умов спряження при застосуванні простої редукції треба брати більше членів ряду  $N$ . Вибір величини  $N$  визначається точністю виконання умов спряження.

На рис. 2 приведена похибка виконання умов спряження по швидкості для випадку  $H_2 = 0.5$  і  $k_1 H_1 = 2$ . Тут вздовж вертикальної осі відкладено модуль різниці швидкостей: пунктирна крива 1 відповідає простій редукції, а суцільна крива 2 – поліпшеній. В обох випадках розглядалось 50 мод, але априорне знання асимптотичної поведінки невідомих дозволяє суттєво збільшити кількість мод, що враховуються, у даному випадку їх було 600. Можна бачити, що врахування особливостей по швидкості дозволяє значно підвищити точність виконання умов спряження и зменшити розмір області поблизу особливої точки, в якій умови виконуються незадовільно.

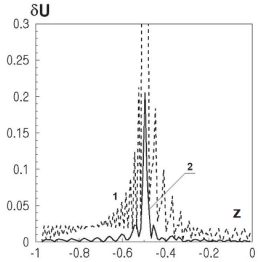


Рис. 2

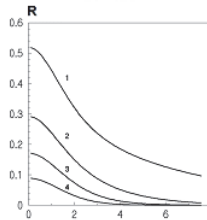


Рис. 3

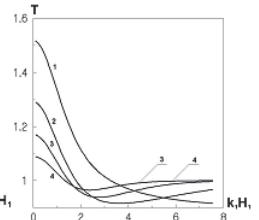


Рис. 4

Наведено результати розрахунків модулів коефіцієнтів  $R$  і  $T$  при врахуванні особливостей по швидкості, які представлено на рис. 3 і рис. 4. Криві 1, 2, 3, 4 відповідають таким значенням глибини  $H_2$ : 0.1; 0.3; 0.5; 0.7. З рисунків видно, що із зменшенням глибини над уступом відбиття значно зростає. Коефіцієнт проходження збільшується у довгохвильовій зоні. Відмічено, що результати розрахунків відповідають даним, які наведено в роботах (O'Hare T.J. & Davies A.G., 1992, Tsai C.-C. et al., 2011).

У розділі розглянуто наближення плоских хвиль (“plane-wave approximation”), яке характеризується нехтуванням неоднорідних хвиль. Отримано аналітичні залежності для коефіцієнтів відбиття та проходження від параметрів падаючої хвилі. Показано, що для довгих хвиль вони переходять у відомі вирази. Проведено порівняння результатів точного и наближених розв’язків задачі.

**Третій розділ** містить результати розв’язання задачі про трансформацію поверхневих хвиль на прямокутній перешкоді кінцевої довжини  $2b$  (на барі). Розташування перешкоди і системи координат показано на рис. 5. Гармонічна поверхнева хвиля поширюється із  $x = -\infty$  вздовж вісі  $x$ . Після декомпозиції всієї області на три підобласті 1, 2, 3, згідно з рис. 5, розв’язки рівняння Лапласа для потенціалів швидкості для кожної підобласті мають вигляд

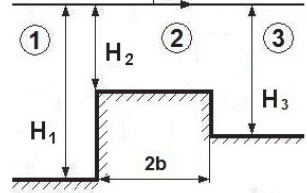


Рис. 5

$$\Phi_1 = \left( e^{ik_1(x+b)} + R \cdot e^{-ik_1(x+b)} \right) \varphi_0(z) + \sum_{n=1}^{\infty} e^{\alpha_n(x+b)} A_n \varphi_n(z), \quad (13)$$

$$\Phi_2 = \left( B_0 \cos k_2 x + C_0 \sin k_2 x \right) \psi_0(z) + \sum_{n=1}^{\infty} \left( B_n \frac{\cosh \beta_n x}{\cosh \beta_n b} + C_n \frac{\sinh \beta_n x}{\sinh \beta_n b} \right) \psi_n(z), \quad (14)$$

$$\Phi_3 = T \cdot e^{ik_3(x-b)} f_0(z) + \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\gamma_n(x-b)} D_n f_n(z), \quad (15)$$

де

$$\varphi_0(z) = \frac{\cosh k_1(z+H_1)}{\cosh k_1 H_1}, \quad \varphi_n(z) = \frac{\cos \alpha_n(z+H_1)}{\cos \alpha_n H_1}, \quad \psi_0(z) = \frac{\cosh k_2(z+H_2)}{\cosh k_2 H_2},$$

$$\psi_n(z) = \frac{\cos \beta_n(z+H_2)}{\cos \beta_n H_2}, \quad f_0(z) = \frac{\cosh k_3(z+H_3)}{\cosh k_3 H_3}, \quad f_n(z) = \frac{\cos \gamma_n(z+H_3)}{\cos \gamma_n H_3},$$

хвильові числа  $k_1, \alpha_n, k_2, \beta_n, k_3, \gamma_n$  є коренями відповідних дисперсійних рівнянь

$$\omega^2 = k_1 H_1 \tanh k_1 H_1, \quad \omega^2 = -\alpha_n H_1 \tan \alpha_n H_1, \quad \omega^2 = k_2 H_2 \tanh k_2 H_2,$$

$$\omega^2 = -\beta_n H_2 \operatorname{tg} \beta_n H_2, \quad \omega^2 = k_3 H_3 \tanh k_3 H_3, \quad \omega^2 = -\gamma_n H_3 \operatorname{tg} \gamma_n H_3.$$

Відмітимо, що все наведені залежності представлено у безрозмірному вигляді.

Тут характерні масштаби довжини  $L_{ch} = H_1$  і часу  $T_{ch} = \sqrt{H_1/g}$ .

Розв’язок задачі полягає у знаходженні комплекснозначних коефіцієнтів відбиття і проходження  $R, T$  і коефіцієнтів розкладання  $A_n, B_n, C_n, D_n$  шляхом виконання умов спряження швидкості та потенціалів швидкості:

у площині  $x = -b$

$$\frac{\partial \Phi_1}{\partial x} = \begin{cases} \frac{\partial \Phi_2}{\partial x} & \text{при } -H_2 < z < 0, \\ 0 & \text{при } -H_1 < z < -H_2 \end{cases}, \quad \Phi_1 = \Phi_2 \quad \text{при } -H_2 < z < 0, \quad (16)$$

у площині  $x = b$

$$\frac{\partial \Phi_3}{\partial x} = \begin{cases} \frac{\partial \Phi_2}{\partial x} & \text{при } -H_2 < z < 0, \\ 0 & \text{при } -H_1 < z < -H_3 \end{cases}, \quad \Phi_3 = \Phi_2 \quad \text{при } -H_2 < z < 0. \quad (17)$$

Підставляючи вирази для потенціалів (13) - (15) в умови спряження (16) і (17) і використовуючи ортогональність власних функцій, отримуємо нескінченну систему алгебраїчних рівнянь відносно невідомих коефіцієнтів. Характерною особливістю даної перешкоди є наявність гострих кромek. Це призводить до появи степеневий сингулярності у виразах для швидкості потоку. На відміну від уступу таких особливих точок дві:  $(-b, -H_2)$  і  $(b, -H_2)$ .

В даному розділі вираз, що описує особливість, по аналогії з (9) представлено рядом по власним функціям, на основі якого знаходиться асимптотика невідомих коефіцієнтів для великих значень  $n$ . Така процедура була застосована до кожної із точок сингулярності. Це дозволило покращити якість розв'язку при врахуванні меншої кількості рівнянь. Процедура знаходження асимптотичних залежностей для невідомих коефіцієнтів розкладання подібна до розділу 2. В результаті отримуємо  $4N + 4$  рівнянь відносно  $4N + 4$  невідомих. Необхідні для замикання системи коефіцієнти (типу  $V_1$ ), які виникають при введенні в розгляд виразів, подібних до (8), вибирались із умов аналогічних (11), які введені для кожної особливої точки.

Отримана система алгебраїчних рівнянь є системою другого роду, тобто добре обумовленою. Граничні задачі,

що зводяться до таких систем, дають, як правило, задовільні результати при простій редукції системи. В даній задачі коефіцієнти (модулі)  $R$  і  $T$  практично не змінювались, починаючи з 50 членів ряду і співпадали дали до 5 значущих цифр незалежно від того враховувалась асимптотична поведінка невідомих чи ні. Інша

ситуація має місце при перевірці умов спряження, як і у задачі про уступ (Розділ 2). Умови спряження по потенціалу швидкості в (16) і (17) виконуються із доста-

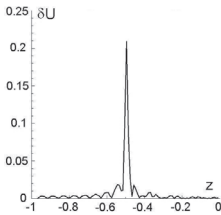


Рис. 6

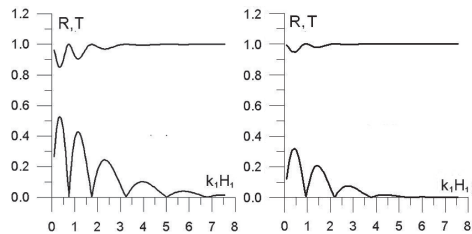


Рис. 7

Рис. 8

тньою точністю навіть при простій редукції системи. В той же час умови спряження по швидкості виконуються із значною похибкою при простій редукції в околі кутових точок. При поліпшеній редукції ситуація значно покращувалась. Так, при  $N = 50$  похибка виконання умов спряження по потенціалу швидкості не перевищувала 0.1% від потенціалу падаючої хвилі. На Рис. 6 показана залежність модуля різниці швидкостей  $\delta U = |U_1 - U_2|$  для перерізу  $x = -b$ . Розрахунки проводились для  $k_1 H_1 = 2$ ,  $H_2 = 0.5$ ,  $H_3 = 1.0$ ,  $b = 0.5$ ,  $N = 100$ . Видно, що похибка виконання умов спряження по швидкості не перевищує 2% від швидкості падаючої хвилі для усіх  $z \in (-H_2 - \varepsilon, -H_2 + \varepsilon)$ ,  $\varepsilon = 0.15$ .

Важливо відмітити, що область, в якій умови спряження виконуються з даною точністю розташовані симетрично відносно  $z = -H_2$ . Виявлено, що при збільшенні  $N$  величина  $\varepsilon$  зменшується. Аналогічні дані було отримано для перерізу  $x = b$ . Похибки виконання умов спряження для  $x = -b$  і  $x = b$  виявились дуже близькими одна до одної.

Було розраховано залежності коефіцієнтів відбиття та проходження від параметрів падаючої хвилі для різних параметрів перешкоди. Для симетричного розташування перешкоди ( $H_3 = H_1 = 1.0$ ) результати наведено на рис. 7 ( $H_2 = 0.3, b = 1.0$ ) и рис. 8 ( $H_2 = 0.5, b = 1.0$ ). Видно, що для певних значень хви-

льового числа  $k_1$  модуль коефіцієнта відбиття дорівнює нулю. Це так зване “брегівське” розсіювання. Причина обумовлена взаємодією хвилі, що відбилась від перешкоди із хвилею, що пройшла над перешкодою, відбилась від протилежного кінця і прийшла назад, тобто до перерізу  $x = -b$ . Зменшення висоти

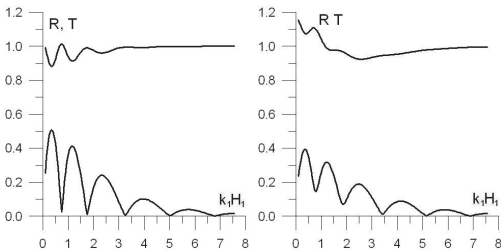


Рис. 9

Рис. 10

перешкоди призводить до зменшення максимальних значень коефіцієнта відбиття (рис. 8). Відмітимо, що отримані результати відповідають даним роботи (Abul-Azm A.G., 1994).

Були проведені систематичні розрахунки впливу асиметрії розташування перешкоди на характер розсіювання хвиль. В якості прикладу на рисунках наведено графіки залежностей модулів коефіцієнтів  $R$  і  $T$  від  $k_1$  для глибини над перешкодою  $H_2 = 0.3$  і довжини перешкоди  $b = 1.0$ : рис. 9 ( $H_3 = 0.9$ ) і рис. 10 ( $H_3 = 0.5$ ). Порівняння рис. 9 з рис. 7 показує, що навіть невелика асиметрія розташування перешкоди призводить до помітної відміни мінімальних значень коефіцієнта  $R$  від нуля. Суттєве зменшення глибини за перешкодою у значній мірі збільшує цей ефект. На рис. 10 видно, що мінімальні значення коефіцієнту від-

биття значно більше нуля, хоча осцилюючий характер залишається. Відповідні зміни  $\epsilon$  і в поведінці коефіцієнта проходження. Відмітимо, що отримані дані про вплив асиметрії розташування перешкоди на характер розсіювання поверхневих хвиль відповідають результатам роботи (Xie J.-J. et al., 2011), в якій в наближенні довгих хвиль розглядалось розсіювання хвиль на перешкоді із примикаючими до неї заглибленнями. У роботі (Bender Ch.J. & Dean R.G., 2003) також зроблено аналогічні висновки при розгляданні поширення хвиль над западиною із асиметричними схилами.

В цьому розділі розглянуто цю ж задачу в плоско-хвильовому наближенні, коли неоднорідними модами нехтують, для симетричного випадку. Отримано аналітичні залежності коефіцієнтів  $R$  і  $T$  від  $k_1$ . Знайдено умови нульового відбиття хвиль від перешкоди. Показано, що вони відповідають відомим залежностям, знайденим іншим засобом.

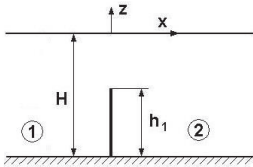


Рис. 11

**У четвертому розділі** розглядається задача про розсіювання нормально падаючих поверхневих хвиль на вертикальний тонкий бар'єр, що має висоту  $h_1$  і знаходиться на дні каналу глибиною  $H$ . Вид бар'єру і системи координат представлено на рис. 11. У області 1 поширюються падаюча і відбита хвилі, а у області 2 - хвиля, що пройшла перешкоду. Загальний розв'язок

рівняння Лапласа відносно потенціалу швидкості в області 1 має вигляд

$$\Phi_1 = (e^{ikx} + R e^{-ikx})\varphi_0(z) + \sum_{n=1}^{\infty} A_n e^{\kappa_n x} \varphi_n(z), \quad (18)$$

і в області 2

$$\Phi_2 = T e^{ikx} \varphi_0(z) + \sum_{n=1}^{\infty} B_n e^{-\kappa_n x} \varphi_n(z). \quad (19)$$

У виразах (18) і (19)  $R$  і  $T$  - комплекснозначні коефіцієнти відбиття та проходження, функції  $\varphi_0(z), \varphi_n(z)$  - нормовані власні функції  $\varphi_0(z) = \sqrt{N} \cosh k(z+H)$ ,  $\varphi_n = \sqrt{M_n} \cos \kappa_n(z+H)$ , де  $N = 4k/(\sinh 2kH + 2kH)$ ,  $M_n = 4\kappa_n/(\sin 2\kappa_n H + 2\kappa_n H)$ .

Хвильові числа  $k_1, \kappa_n$  є коренями відповідних дисперсійних рівнянь

$$\omega^2 = kH \tanh kH \quad \text{і} \quad \omega^2 = -\kappa_n H \tan \kappa_n H.$$

Потенціали  $\Phi_1$  і  $\Phi_2$  повинні задовольняти умовам спряження при  $x=0$ :

$$\frac{\partial \Phi_1}{\partial x} = 0 \quad \text{при} \quad -H < z < -h_1, \quad (20) \quad \frac{\partial \Phi_2}{\partial x} = 0 \quad \text{при} \quad -H < z < -h_1, \quad (21)$$

$$\frac{\partial \Phi_1}{\partial x} = \frac{\partial \Phi_2}{\partial x} \text{ при } -h_1 < z < 0, \quad (22) \quad \Phi_1 = \Phi_2 \text{ при } -h_1 < z < 0. \quad (23)$$

Умови (20) і (22), також (21) і (23) можуть бути представлені як змішані граничні умови (Sneddon I.N., 1966, Dalrymple R.A. &, P.A. Martin P.A., 1990)

$$G_1(z) = \begin{cases} \frac{\partial \Phi_1}{\partial x} = 0 \text{ при } -H < z < -h_1, \\ \frac{\partial \Phi_1}{\partial x} = \frac{\partial \Phi_2}{\partial x} \text{ при } -h_1 < z < 0, \end{cases} \quad G_2(z) = \begin{cases} \frac{\partial \Phi_2}{\partial x} = 0 \text{ при } -H < z < -h_1, \\ \Phi_1 = \Phi_2 \text{ при } -h_1 < z < 0. \end{cases}$$

Подальша процедура розв'язання задачі така ж сама, як і попередніх розділах: підставляємо вирази для потенціалів (18) і (19) у змішані граничні умови, і після операції алгебраїзації отримуємо нескінчену систему алгебраїчних рівнянь відносно коефіцієнтів  $R, T, A_n, B_n$ . В роботі застосовано метод поліпшеної редукції який міститься у використанні асимптотичних виразів для коефіцієнтів  $A_n$  і  $B_n$  для великих значень  $n$ .

В даній задачі маємо кореневу особливість по швидкостям в околі вершини бар'єру. Вводимо в розгляд вираз  $V_1 / (\tilde{h}_1^2 - z^2)^{1/2}$ , який розкладаємо в ряд по власним функ-

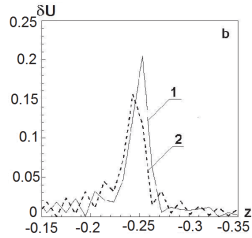


Рис. 12

ціям, і, використовуючи їх ортогональність, знаходимо асимптотичні вирази для шуканих коефіцієнтів. В результаті отримуємо систему  $2N + 2$  алгебраїчних рівнянь відносно  $2N + 2$  невідомих. Постійні величини типу  $V_1$  знаходяться на основі подібних до (11) рівнянь. Дана система є системою першого роду, що значно ускладнює їх чисельне розв'язання. Це пов'язано із існуванням кореневої особливості по швидкості, і приводить до дуже повільної збіжності розв'язку. Основним критерієм якості розв'язку в даному випадку є точність виконання умов спряження. На рис. 12 представлено результати розрахунку похибки виконання умов спряження для швидкості при врахуванні 50 членів ряду для простої редукції (крива 1) і поліпшеної редукції (крива 2). Тут було вибрано наступні параметри:  $k_1 H_1 = 1.2$ ,  $h_1 = 0.75$ .

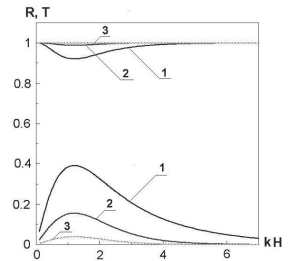


Рис. 13

При врахуванні асимптотичних властивостей невідомих (пунктирна крива 2) в малому околі особливості, існують точки (наприклад,  $z = -0.25 + 0.01$ ), у яких точність виконання умов спряження по швидкості навіть гірше, ніж при простій редукції (крива 1). Але розмір області виконання умов спряження, у якій спостерігається збільшення похибки умов спряження по швидкості при врахуванні аси-

мпототичних властивостей невідомих, помітно менший, ніж у випадку простої редукції. Важливо відмітити, що при збільшені числа членів ряду при врахуванні асимптотичних властивостей невідомих, розмір цієї області зменшується, в той час як при простій редукції він залишається тим самим. Це дозволяє стверджувати, що при поліпшеній редукції ближнє до бар'єру хвильове поле визначається більш точно. Відмітимо, що для оцінки коефіцієнтів  $R$  і  $T$ , починаючи з 40 членів ряду, можна застосовувати просту редукцію.

На рис. 13 представлено розраховані залежності коефіцієнтів  $R$  і  $T$  від  $kH$  для різних співвідношень  $\alpha = h_1/H$ : крива 1 відповідає  $\alpha = 0.25$ , крива 2 -  $\alpha = 0.5$  і крива 3 -  $\alpha = 0.75$ . При розрахунках кількість членів ряду була  $N = 50$ , і вплив членів високого порядку (до 400) враховувався асимптотично. Відмітимо, що результати відповідають даним роботи (Abul-Azm A.G., 1993).

**П'ятий розділ** присвячено дослідженню трансформації спектру нерегулярного хвилювання на підводному уступі. Інформація про амплітудно-частотні характеристики міститься, зокрема, в даних про енергетичні спектри, які розраховуються на основі натурних спостережень. Досліджується трансформація частотного однопічного спектру  $S(\omega)$ .

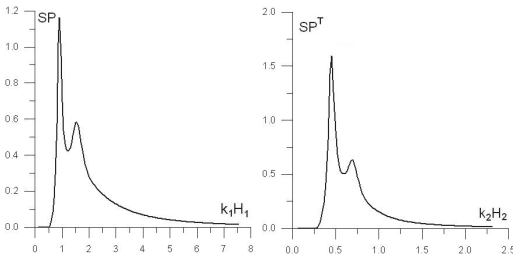


Рис. 14

Рис.15

Однією із математичних моделей частотного спектру, яка описує експериментальні дані, є модель ТМА спектру. Спектр ТМА  $SP(\omega)$  представляється як добуток спектру JONSWAP з поправочною функцією, яка враховує вплив кінцевої глибини. Розглядається дво-хпиковий спектр, характерний для

змішаного хвилювання (вітрові хвилі і брижі), який являє собою суперпозицію двох ТМА спектрів з різними частотами спектральних максимумів  $\tilde{\omega}_m^{(1)}$  і  $\tilde{\omega}_m^{(2)}$ ,  $\tilde{\omega} = \omega \cdot \sqrt{H_1/g}$ .

Відомо, що формування спектру відбувається за рахунок нелінійної взаємодії вітру і хвиль на поверхні, а також шляхом три- та чотирьохмодових нелінійних взаємодій спектральних компонент. Під дією різкої зміни глибини потоку спектр не встигає переформуватись і можна застосувати лінійне моделювання трансформації нерегулярного хвилювання. Тут простежується певна аналогія з різкою зміною поведінки розвиненої турбулентності ("Rapid Distortion Theory").

Розглядається випадок, коли глибина рідини перед уступом складає 10 м., і частоти спектральних максимумів дорівнюють (у розмірному вигляді)

$\omega_m^{(1)} = 0.785$  рад/сек,  $\omega_m^{(2)} = 1.18$  рад/сек. Відмітимо, що такі частоти було використано в роботі (Ohle N. et al., 2005) при моделюванні впливу форми спектру на



параметри хвилювання. На рис. 14 представлено двохпиковий спектр. Розмірність спектральної щільності -  $\text{м}^2 \cdot \text{сек}$ . Аналіз натурних даних показує, що низькочастотний пік відповідає хвилям брижі, а високочастотний – вітровому хвилюванню. Основна енергія сконцентрована у довгохвильовій частині спектру.

Трансформований спектр знаходимо шляхом лінійного моделювання. В розділі 2 було розроблено метод визначення залежності коефіцієнта  $T$  від параметрів падаючої хвилі (рис. 4). Було розраховано трансформований спектр  $SP^T = SP \cdot T^2$  для випадку, коли глибина над уступом дорівнює 3 м. Результати представлено на рис. 15. Видно, що значення спектральних піків зростають із зменшенням глибини  $H_2$ . Так, у випадку  $H_2 = 1\text{м}$  ці величини дорівнюють  $2.15 \text{ м}^2 \cdot \text{сек}$  (низькочастотний пік) і  $0.85 \text{ м}^2 \cdot \text{сек}$  (другий пік). Для  $H_2 = 3\text{м}$  ці величини дорівнюють відповідно  $1.6 \text{ м}^2 \cdot \text{сек}$  і  $0.66 \text{ м}^2 \cdot \text{сек}$ . Для порівняння наведемо ці ж величини в області до уступа:  $1.16 \text{ м}^2 \cdot \text{сек}$  і  $0.57 \text{ м}^2 \cdot \text{сек}$ . Інша особливість трансформації спектрів пов'язана із зменшенням довжин відповідних хвиль. Наприклад, довжина хвилі, що відповідає низькочастотному піку спектру до уступа, зменшується над уступом в 1.7 рази при  $H_2 = 3\text{м}$ , і для другого піку - в 1.5 разів. Іншими словами, хвилі над уступом стають більш короткими і вони укрочуються, що може привести до їх руйнування.

## ВИСНОВКИ

У роботі розв'язано клас задач, присвячених трансформації поверхневих хвиль на занурених перешкодах, які мають відносно прості форми (уступ, бар, бар'єр) і можуть використовуватись у якості хвилеломів або входять як складова частина у великі конструкції. Застосована модель ідеальної нестисливої рідини. Задачі зводяться до рівняння Лапласа для потенціалу швидкості з відповідними граничними умовами на дні і на вільній поверхні. Розглядається варіант методу часткових областей, коли здійснюється декомпозиція всієї області, зайнятої рідиною, на ряд підобластей, які відокремлені одна від одної вертикальними межами. Задача зводиться до виконання умов спряження розв'язків, відомих в кожній з підобластей. Застосовується метод нормальних мод. Для невідомих коефіцієнтів розкладання розв'язків в ряди за власними функціями отримані нескінченні системи алгебраїчних рівнянь, які, як правило, вирішуються методом редукції.

Характерною особливістю розглянутих хвилезахисних конструкцій є наявність гострих кутів. Відомо, що в їх околі розподіл швидкості має особливості (степеневі або кореневі), в яких швидкість прямує до нескінченності. Наявність особливостей обумовлює погану збіжність результатів при розв'язанні згаданих систем рівнянь і призводить до необхідності істотно збільшувати їх розмірність. В роботі запропоновано використовувати метод поліпшеної редукції, в якому шляхом виділення зазначених особливостей знайдено асимптотичні властивості

невідомих коефіцієнтів. Це дозволило зменшити розмірність систем рівнянь, в той же час облік вищих мод виконується асимптотично. В результаті розв'язання задач трансформації поверхневих хвиль на розглянутих неоднорідностях:

- розвинено чисельно-аналітичний метод для розв'язання задач розсіювання хвиль на перешкодах, в якому за рахунок виділення особливості по швидкості, знайдено асимптотичні вирази для невідомих, що дозволило підвищити точність розрахунків і зменшити розмірність системи рівнянь;
- проведено розрахунки коефіцієнтів відбиття і проходження поверхневих хвиль через перешкоди різної форми;
- виявлено, що зміна висоти симетричної перешкоди призводить до зсуву значень хвильових чисел, при яких спостерігається нульове відбиття хвилі. Це пов'язано зі зміною фазових характеристик хвилі, яка поширюється над перешкодою в прямому і зворотному напрямках, і відповідною зміною умов інтерференції з відбитою від перешкоди хвилі;
- показано, що відсутність симетрії розташування перешкоди кінцевої довжини призводить до того, що характер поведінки коефіцієнта відбиття залишається осцилюючим, однак його значення в точках локального мінімуму відрізняються від нуля на відміну від симетричного випадку, коли коефіцієнти відбиття стають рівними нулю ("Брегівське" розсіювання). Ця відмінність стає істотною зі зростанням висоти перешкоди і зростанням глибини рідини за перешкодою;
- для симетричної перешкоди в рамках плоско-хвильового наближення ("plane-wave approximation") знайдено аналітичні залежності для коефіцієнтів відбиття і проходження. Знайдено умови, коли коефіцієнт відбиття дорівнює нулю;
- показано, що відбувається суттєва перебудова спектрів поверхневого хвилювання, коли хвилі поширюються над уступом. Форма спектру залишається подібною до спектру хвиль, що падають на перешкоду. Виявлено, що змінюються максимальні значення у відповідності до коефіцієнту проходження, тобто амплітуди хвиль зростають. Крім того, довжина хвиль зменшується і хвилі стають більш крутими. Ці ефекти підсилюються зі зменшенням глибини.

Отримані результати дозволяють поглибити наше розуміння процесів розсіювання поверхневих хвиль різними видами підводних перешкод, можуть бути використані при конструюванні берегозахисних споруд.

#### СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ

1. Городецкая Н.С. О рассеянии поверхностных гравитационных волн тонкими вертикальными барьерами / Н.С. Городецкая, Т.Н. Миргородская, В.И. Никишов // Прикладная гидромеханика, 2015. **17**, №2.- С. 9-19.
2. Городецкая Н.С. Рассеяние поверхностных гравитационные волны подводным уступом/ Н.С. Городецкая, Т.Н. Щербак, В.И. Никишов // Прикладная гидромеханика, 2015.-**17**, №4.- С. 24-35.

3. Городецкая Н.С. Влияние симметрии подводного препятствия на распространение поверхностных гравитационных волн / Н.С. Городецкая, Т.Н. Щербак, В.И. Никишов // Прикладная гидромеханика, 2016.-**18**,№1.- С. 16-30.
4. Городецька Н.С. Розсіювання поверхневих гравітаційних хвиль підводним прямокутним баром / Н.С. Городецька, Т.М. Щербак, В.І. Нікішов. // Вісник Київського національного університету ім. Т. Шевченка, 2015.-№4.- С. 29-34.
5. Городецька Н.С. Трансформація спектру нерегулярного хвилювання на уступі / Н.С. Городецька, Т.М. Щербак, В.І. Нікішов // Доповіді НАН України, 2016.-№7.- С.37-43.
6. Городецька Н.С. Вплив зміни глибини прибережної смуги на спектр нерегулярного хвилювання / Н.С. Городецька, Т.М. Щербак, В.І. Нікішов // Наукоємні технології. Фізика, 2016.- №3.- С. 279-283.
7. Городецька Н.С. Поширення хвиль у середовищі з різкою зміною межі / Н.С. Городецька, Т.М. Миргородська, В.І. Нікішов. // Консонанс – 2015. Акустичний симпозіум (Київ, Інститут гідромеханіки НАН України, 1-2 жовтня 2015 р.). Тези доповідей, К.-2015.
8. Городецька Н.С. Трансформація поверхневих гравітаційних хвиль на неоднорідності донної поверхні / Н.С. Городецька, Т.М. Щербак, В.І. Нікішов // Комп'ютерна гідромеханіка. 5 міжнародна науково-практична конференція (Київ, Інститут гідромеханіки НАН України, 29-30 вересня 2016 р). Тези доповідей, К.-2016.

## АНОТАЦІЯ

**Щербак Т.М. Трансформація поверхневих гравітаційних хвиль на донних перешкодах. – Рукопис.**

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.02.05 – механіка рідини, газу та плазми. – Інститут гідромеханіки НАН України, Київ, 2016.

Дисертація присвячена дослідженню в рамках моделі ідеальної нестисливої рідини процесів відбиття і проходження поверхневих хвиль над донними перешкодами різної геометрії на основі запропонованого чисельно-аналітичного методу розв'язання граничних задач теорії поверхневих хвиль із урахуванням локальних особливостей фізичних полів в точках зміни типу граничних умов. На основі методу знайдено інтегральні параметри задач і проведено перевірку виконання граничних умов та умов спряження. Характеристики розсіяного хвильового поля на підводних перешкодах розраховано із врахуванням дисперсійних властивостей поверхневих хвиль. Для чисельного розв'язку рівнянь застосовано метод поліпшеної редукції, у якому визначаються асимптотичні властивості невідомих коефіцієнтів розкладання розв'язків по системах власних функцій. Продемонстровано, що використання цих асимптотичних співвідношень дозволяє зменшити роз-

мір систем алгебраїчних рівнянь, до яких зводяться розв'язання конкретних задач, і підвищити точність розрахунків.

Знайдено залежності коефіцієнтів відбиття та проходження для уступу, підводного бару, тонкого бар'єру від параметрів падаючих хвиль. Розглянуто плоско-хвильове наближення і наближення довгих хвиль, проведено порівняння результатів з точним розв'язком. Виявлено особливості трансформації спектру нерегулярного хвилювання на перешкоді у вигляді уступу.

**Ключові слова:** поверхневі хвилі, трансформація, донні перешкоди, власні функції, особливості по швидкості, поліпшена редукція

### АННОТАЦИЯ

Щербак Т.М. Трансформация поверхностных гравитационных волн на донных препятствиях. - Рукопись.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.05 - механика жидкости, газа и плазмы. - Институт гидромеханики НАН Украины, Киев, 2016.

Диссертация посвящена исследованию в рамках модели идеальной несжимаемой жидкости процессов отражения и прохождения поверхностных волн над донными препятствиями различной формы на основе предложенного численно-аналитического метода решения граничных задач теории поверхностных волн с учетом локальных особенностей физических полей в точках смены типа граничных условий. На основе метода найдены интегральные параметры задач и осуществлена проверка выполнения граничных условий и условий сопряжения. Характеристики рассеянного волнового поля на подводных препятствиях найдены с учетом дисперсионных свойств поверхностных волн. Для численного решения уравнений использован метод улучшенной редукции, в котором находятся асимптотические свойства неизвестных коэффициентов разложения решений по системе собственных функций. Продемонстрировано, что использование этих асимптотических выражений позволяет уменьшить размер систем алгебраических уравнений, к которым сводятся решения конкретных задач, и повысить точность расчетов.

Найдены зависимости коэффициентов отражения и прохождения для уступа, подводного бара, тонкого барьера от параметров падающих волн. Рассмотрены плоско-волновое приближение и приближение длинных волн, проведено сравнение результатов с точным решением. Выведены особенности трансформации спектра нерегулярного волнения препятствием в виде уступа.

**Ключевые слова:** поверхностные волны, трансформация, донные препятствия, собственные функции, особенности по скорости, улучшенная редукция

### ABSTRACT

Shcherbak T.M. Transformation of surface gravity waves on the bottom obstacles. - The manuscript.

Thesis for scientific degree of candidate in physical and mathematical sciences on a

specialty 01.02.05 - mechanics of liquid, gas and plasma. - Institute of Hydromechanics of NAS of Ukraine, Kyiv, 2016.

The class of tasks devoted to the transformation of surface waves by submerged obstacles that have relatively simple shape (step, bar, barrier) and can be used as breakwaters or included as part of large constructions is examined in the frames of the model of an ideal incompressible fluid. The problems are reduced to the Laplace equation for the velocity potential with appropriate boundary conditions at the bottom and on the free surface. We consider the variant of the partial domain method in which the decomposition of whole area occupied by the liquid into several subdomains is accomplished. The subdomains are separated from each other by vertical boundaries. The problem is reduced to the fulfillment of conjugating conditions of the solutions that are found for each of the subdomain by the method of normal modes. The infinite system of algebraic equations relative to unknown coefficients of eigenfunction expansion of solutions is obtained. Such system is ordinary solved by the ordinary reduction method.

A characteristic feature of the considered designs of breakwaters is the presence of sharp corners. It is known that velocity distribution has a singularity close to the corners. Occurrence of singularity is responsible for the weak convergence in solving of these systems of equations and leads to the need to significantly increase their dimension. The method of improved reduction is proposed to solve the systems. It is to expand the specified singularities in the series on eigenfunctions and to represent coefficients of eigenfunctions expansion after series of transformations as expressions containing Struve and Bessel functions. Asymptotic approximations of the coefficients for high order are found on the basis of asymptotic terms for the special functions. They are used for taking into account of higher order modes (asymptotic way). This allows reducing the dimension of the equation system in compared with the ordinary reduction method.

Unlike most studies on the issue in question, the accuracy check of performance of boundary and conjunction conditions is made in each task. It is shown that the accuracy of the performance of the conditions increases substantially due to using of the improved reduction method. Moreover, the size of a neighborhood of corner points, in which the poor performance of the conjunction conditions takes place, decreases significantly with the increasing of the quantity of evanescent modes of high order in the expansions.

The dependences of the reflection and transmission coefficients on the incident wave parameters are analyzed when the step is as underwater obstacle. Based on this data the transformation the spectrum of irregular waves on the step is studied. Two peaks spectrum, which is a superposition of two TMA spectra with different frequencies of spectral peaks corresponding to the wind waves and swells, is considered.

It is known that the formation of the spectrum is due to the nonlinear interaction of wind and waves, and by triad and quadruplet nonlinear interactions spectral components. This process takes a lot of time (fetch is long). The spectrum does not have time to re-form under effect of sudden changes in the depth, and linear modeling can be used

for the study of transformation of irregular wave spectrum. Similar approach is used to study the behavior of developed turbulence under sharp deformation displacement or sudden action of body force (Rapid Distortion Theory). There is a rapid "distortion" of individual spectral components under the influence of a sharp change of the bottom surface, and the results of the nonlinear interaction of components are later manifested as waves propagate in the region over the step.

It is shown that there is a significant rearrangement of the spectrum of irregular waves over the step: the amplitudes of spectral maxima grow and corresponding wavelengths reduce. This results in growing wave steepness over step, which can cause the breaking of waves, and appropriately characterizes the ability of step to protect a bank.

The analysis of the scattering of surface waves on submerged rectangular obstacle of finite length is carried out. In the symmetric case, the analytical expressions for the reflection and transmission coefficients are found by using the plane-wave approximation. The conditions "Bragg"-like scattering of surface waves, when due to the interaction of waves reflected from opposite ends of the obstacles reflection coefficient takes zero, are found. It is shown that the expression become well-known in the long-wave approximation.

The systematic calculations of reflection and transmission coefficients for cases where the obstacles are placed asymmetrically, i.e. depths before and behind the obstacles differ from each other, are accomplished. It is revealed that even a relatively small depth difference causes the disappearance of the effect of "zero reflection," but oscillating character of the reflection coefficient remains. With increasing depth difference the distinction of the coefficient from zero increases significantly, but oscillations remain.

Analysis shows that the difficulties concerned with using orthogonal properties of eigenfunctions occur when we study the scattering of surface waves by barrier. To overcome these difficulties boundary conditions and conjugation conditions in the plane of the barrier are converted to the boundary (mixed) conditions throughout the depth of the channel. This allowed use the developed approach to solving this problem. It is shown that the obtained results correspond to known ones.

**Keywords:** surface waves, transformation, bottom obstacles, eigenfunctions, singularities, improved reduction