

УДК 532.526

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОТРЫВНОГО ТУРБУЛЕНТНОГО ТЕЧЕНИЯ. ЧАСТЬ 1. ИДЕНТИФИКАЦИЯ ЭНЕРГИИ КОГЕРЕНТНЫХ СТРУКТУР

В. Г. КУЗЬМЕНКО

Институт гидромеханики НАН Украины, Киев
03680 Киев – 180, МСП, ул. Желябова, 8/4
e-mail: office@hydromech.com.ua

Получено 10.12.2015

Нестационарный трехмерный турбулентный поток несжимаемой жидкости над прямоугольной двумерной преградой в пограничном слое численно исследуется, используя гибридный LES/URANS-подход, пристенные модели и конечно-разностный метод. Отношение высоты к длине преграды составляет 4, число Рейнольдса для преграды Re равно 10500 и число Рейнольдса на “входе” $Re_\delta=10500$ для турбулентного пограничного слоя. Когерентные структуры идентифицируются посредством Q -критерия (ряд пороговых величин $\{Q_{si}\}$ для всей области расчета). Численное моделирование выполнено для исследования Q -изоповерхностей и интегральных характеристик энергии. Обнаружены когерентные структуры разных конфигураций в большой вычислительной зоне.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: турбулентный пограничный слой, преграда, численный метод, когерентные структуры, критерий идентификации

Нестационарний тривимірний турбулентний потік нестисливої рідини над прямокутною двохвимірною перешкодою в прилежовому шарі чисельно досліджується, використовуючи гібридний LES/URANS-підхід, пристінні моделі та кінцево-різницьовий метод. Співвідношення висоти до довжини перешкоди становить 4, число Рейнольдса для перешкоди Re дорівнює 10500 та число Рейнольдса на “вході” $Re_\delta=10500$ для турбулентного прилежового шару. Когерентні структури ідентифікуються за допомогою Q -критерія (ряд порогових величин $\{Q_{si}\}$ для всієї області розрахунку). Чисельне моделювання було виконано для дослідження Q -ізоповерхонь та інтегральних характеристик енергії. Знайдені когерентні структури різних конфігурацій в великій розрахунковій зоні.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: турбулентний прилежовий шар, перешкода, чисельний метод, когерентні структури, критерій ідентифікації

The unsteady three-dimensional turbulent incompressible flow over a rectangular two-dimensional fence in a boundary layer is simulated using hybrid LES/URANS-approach, wall models and finite-difference method. The aspect ratio (height/length) of the fence are 4, fence Reynolds number Re are 10500, inflow Reynolds number are $Re_\delta=10500$ for turbulent boundary layer. The large-scale coherent structures are identified by the Q -criterion (set of threshold value $\{Q_{si}\}$ for total numerical domain). The simulation were performed to study the Q -isosurfaces and integral characteristic of the energy. The coherent structures of different configurations were identified in big numerical zone.

KEY WORDS: turbulent boundary layer, fence, numerical method, coherent structures, identification criterion

ВВЕДЕНИЕ

Турбулентность остается одним из наиболее сложных объектов исследования механики жидкости и газа. За столетнюю историю её изучения предложены десятки подходов в различных областях науки (статистическая физика, теория вероятности, теория размерности, прямые численные методы, теория хаоса, теория динамических систем и теория фракталов). В настоящее время не существует систематического и полного изложения теории турбулентности. За последние двадцать лет центр тяжести работ по турбулентности сместился от исследования однородных изотропных течений с использованием соображений подобия и разных методов осреднения к выявлению конкретных вихревых структур и исследованию их взаимодействия в трехмерном пространстве. Это-

му способствовало развитие экспериментальной техники (визуализация, условные выборки сигналов) и компьютерной техники.

Современная гидромеханика [1–47] исследует вихревые структуры турбулентных течений и разные виды крупномасштабных энергонесущих вихрей: i) структуру пристенной турбулентности; ii) обтекание преград; iii) процессы в нестационарных трехмерных турбулентных течениях с отрывом и присоединением потока; iv) связи между крупными и малыми масштабами вихрей; v) роль анизотропии и энергетических каскадов; vi) совместное влияние геометрии стенки и формы преграды. Вихри образуются в результате развития неустойчивости в сдвиговых течениях и при отрывном обтекании тел. Отрыв по своей природе нестационарен. Вихревые структуры вносят существенный вклад в процессы порождения, пе-

реноса и диссипации турбулентной энергии, особенно это касается организованных квазидетерминированных образований.

Изучению процессов пространственной и временной организации когерентных вихревых образований посвящен ряд исследований [1–4, 28, 39, 40, 43–50, 53–55]. Сейчас предлагается разделять когерентные структуры на три класса: i) динамические или остаточные образования существуют в зарождающейся турбулентности (или, что тоже самое, в стохастизирующихся течениях) и являются прямыми наследниками упорядоченных форм докритических стационарных или квазипериодических течений; ii) квазиравновесные структуры существуют в хаотических течениях, не очень далеких от термодинамического равновесия, и рождаются из хаоса вследствие упорядочивающего действия тех или иных законов сохранения; iii) неравновесные структуры существуют в развитой, но далекой от термодинамического равновесия, турбулентности.

Организованные турбулентные структуры обнаружены в пристенной и внешней зонах пограничного слоя. В каждой из этих областей существуют определенные типы когерентных структур, которые имеют свои характерные масштабы, формы и времена жизни. Организованные образования обнаружены при наименьших масштабах [4, 28, 39, 40, 43–47]. Для их изучения часто применяются статистические методы в экспериментальных исследованиях [4, 11, 12, 37, 43–47]. Прямые численные методы [9, 48, 50] решения уравнений Навье-Стокса (DNS) определяют присутствие когерентных структур всех масштабов. Использование LES (моделирование крупных вихрей) требует более внимательного подхода. Важно помнить, что вычислительная сетка для DNS намного мельче, чем для LES. Следовательно, минимальный размер когерентных структур, который может определить LES [8–11, 13–18, 23–24, 33–34, 38, 41, 49, 53], ограничен размером вычислительной ячейки и шириной фильтра для подсеточной модели.

Для выделения основных критериев идентификации когерентных структур применяют расчленение тензора градиентов скорости на симметричную \mathbf{S} и антисимметричную $\mathbf{\Omega}$ части. В работах [43–47] представлены следующие критерии:

i) λ_2 – второе собственное значение характеристического уравнения для тензора $\mathbf{S}^2 + \mathbf{\Omega}^2$. Сердцевина вихревого течения определяется как совокупность подобластей течения с отрицательным вторым собственным значением ($\lambda_2 < 0$) в них;

ii) Q – второй инвариант характеристического

уравнения тензора градиентов скорости. Критерий $Q > 0$ означает, что завихренность преобладает над деформацией;

iii) $\Delta = (Q/3)^3 + (R/2)^2$. Критерий $\Delta > 0$ требует лишь наличие локального вращения;

iv) спиральность (закручивание) $H = \vec{u} \cdot \vec{\omega}$. Критерий $H > 0$.

Сравнительный анализ существующих ныне методов идентификации [43–47, 53] выявил их неоднозначность и противоречивость при визуализации. Выбор порогового значения для каждого из критериев приводит к определению соответствующей трехмерной формы и размеров трехмерной когерентной структуры. На данный момент времени не создан единый общепризнанный критерий идентификации когерентной вихревой структуры, ее внешней оболочки, слоев и ядра. Мало исследован вопрос о способе задания конкретной одной величины порогового значения или нескольких. Полученные на основе различных критериев и пороговых значений визуализируемые когерентные структуры могут принимать разные конфигурации и размеры.

В современной научной литературе не исследовано влияние пороговых значений параметра Q на размер и форму когерентных структур, образующихся при обтекании преграды турбулентным потоком, на различных значимых участках: 1) без отрыва; 2) отрыв; 3) присоединение; 4) восстановление. Также необходима разработка новых методик для определения общей турбулентной энергии для мгновенных величин. Существуют большие проблемы при идентификации вихревых образований, разделении их на когерентные и случайные, определении соответствующих значений их энергий на основе поля скорости в заданный момент времени. Сейчас, отталкиваясь от результатов расчетов на основе DNS, LES или гибридных LES/URANS, пришло время анализировать мгновенные величины турбулентного режима. Для этого целесообразно определять некие интегральные характеристики течения (в первую очередь, турбулентной энергии различных видов вихревых структур) в каждое мгновение времени.

Целью представленной работы является исследование проблемы трехмерной идентификации и визуализации разномасштабных когерентных структур с определением их интегральных характеристик в турбулентном течении (с отрывом, присоединением и восстановлением) для большой вычислительной области на основе анализа численных данных, полученных с применением гибридного LES/URANS-подхода, что является развитием работ [8, 34, 38, 53, 55].

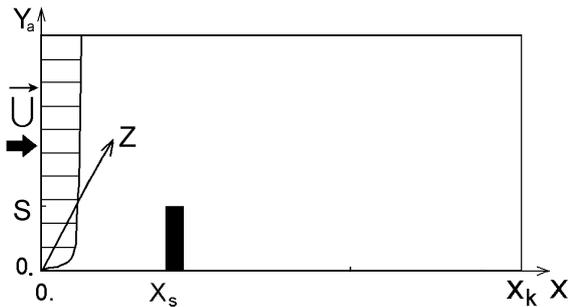


Рис. 1. Принципиальная схема пристенного течения с поперечной преградой на пластине, принятая размерная система координат OXY_aZ и профиль средней скорости на “входе”

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ДЛЯ LES

Модель состоит в следующем:

1) турбулентный поток вязкой несжимаемой жидкости при нулевом продольном градиенте давления на внешней границе с постоянными свойствами течет на участке $0 \leq X \leq X_k$ над полубесконечной пластиной с поперечной двумерной преградой; максимальная скорость внешнего потока U_0 ; высота преграды S ; ее длина $0.25S$; стенки пластины и преграды имеют пренебрежимо малую шероховатость; (принципиальная схема течения представлена на рис. 1);

2) исследуется трехмерное турбулентное течение при числе Рейнольдса $Re = U_0 S / \nu = 10500$ для преграды, числе Рейнольдса $Re_\delta = 10500$ для турбулентного пограничного слоя при $X=0$ ($\delta=1$; $u_* = 0.052$);

3) задача рассматривается в конечной трехмерной вычислительной области с заданными граничными условиями;

4) все параметры и уравнения представлены в безразмерном виде.

Уравнения движения вязкой несжимаемой жидкости представим в виде обезразмеренных фильтрованных нестационарных уравнений Навье-Стокса [14–17, 34]:

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial (\tilde{u}_i \tilde{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 \tilde{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}; \quad (1)$$

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_i} = 0,$$

где $\tilde{u}_1, \tilde{u}_2, \tilde{u}_3$ (или $\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{w}$) – фильтрованные компоненты вектора скорости вдоль координатных осей x, y, z ; P – обобщенное фильтрованное давление; τ_{ij} и P пронормированы на плотность несжи-

маемой жидкости, все переменные обезразмерены с помощью величин S и U_0 . Тензор подсеточных напряжений τ_{ij} параметризуется на основе динамической подсеточной модели [10, 34]. Для расчета используется преобразование координат ($y=\eta$, при $\eta \leq 3$ и $y=3+6\{(\eta-3)/2\}^{1.257}$, при $3 < \eta \leq 5$), которое связывает регулярную, равномерную, не зависящую от времени разностную сетку ($\Delta\eta = \Delta_S$) в вычислительной области с физической областью D с неравномерной сеткой по направлению к внешней границе. Для шагов вычислительной сетки задаем: $\Delta x = \Delta\eta = \Delta z = \Delta_S = 0.05$. В рамках LES-подхода каждое из уравнений (1) дискретизируется на прямоугольной расчетной сетке в вычислительной области $D = \{[0 \leq x \leq x_k; 0 \leq \eta \leq \eta_k]$ минус $[x_s < x < x_d; 0 < \eta < \eta_s]$; $0 \leq z \leq z_k\}$, где $x_s = 10$; $x_d = x_s + 0.25$; $\eta_s = 1$; $x_k = 80$; $\eta_k = 5$; $z_k = 7$. В численном методе используется $\{N_x; N_y; N_z\} = \{1601; 101; 141\}$ сеточных точек. Для вычисления коэффициента поверхностного трения, применяемого в представленной LES, используется двумерный URANS-подход для области D_1 . Описание граничных условий и деталей численного метода для LES и URANS имеют полностью аналогичный работе [34] вид.

2. КРИТЕРИЙ ТРЕХМЕРНОЙ ВИЗУАЛИЗАЦИИ КОГЕРЕНТНЫХ СТРУКТУР И МЕТОД ИДЕНТИФИКАЦИИ ИХ ЭНЕРГИИ

В экспериментальных исследованиях часто применяются статистические методы [4, 12, 37, 43–47], но они мало пригодны для идентификации когерентных образований и подробной обработки численных данных, полученных с помощью LES. По определению, когерентной структурой является компактное образование, состоящее из долгоживущей пространственной структуры и продуктов ее каскадного распада. Когерентная структура содержит как крупномасштабную, так и мелкомасштабную турбулентность. Формы и размеры когерентных образований нечеткие. Представление о такой картине течения согласуется с экспериментальными работами [1–3, 5–7, 27, 28, 36, 37, 39]. Когерентные структуры обладают большей удельной энергией и диссипируют намного медленнее некогерентных случайных образований. Поэтому их правильная идентификация представляет наибольший интерес при исследовании турбулентных течений. В научной литературе [4, 28, 38, 39, 40, 43, 45–48, 50, 53, 55] предложены специальные методы визуализации, которые позволяют с разным качеством идентифицировать большую часть вихрей в потоке. Сравнительный анализ критери-

ев идентификации когерентных вихрей подробно представлен в работе [53]. Исследование турбулентных отрывных течений и вихревых структур в несжимаемой вязкой жидкости показывает, что недостаточно трех общеизвестных интуитивных индикаторов вихрей (минимума давления, линии тока и изоповерхности завихренности). В настоящее время существует спорный вопрос о едином надежном критерии идентификации (его пороговом или пороговых значениях) когерентных структур различных масштабов и типов. Подробные качественные и количественные сравнения таких трехмерных организованных образований все еще отсутствуют. Проблема осложняется следующим. В идеале, например, для определения так называемых "шпилькообразных" вихрей должна быть проведена идентификация с применением разных по своему качеству критериев визуализации и их пороговых значений, описанных в работах [4, 28, 38, 39, 40, 43, 45–48, 50, 53, 55]. Но получить для всех критериев близкие по форме трехмерные изображения не представляется правомерным и возможным в силу того, что критерии идентификации имеют различные физические размерности [4, 28, 38, 39, 40, 43, 45–48, 50]. В этом заключается противоречие. Иными словами, не могут визуализированные формы когерентных структур при разных критериях, их пороговых значениях и различных размерностях иметь близкие трехмерные конфигурации с общим названием "шпилькообразные" вихри.

Анализ работ [43, 45–48, 50] о различных критериях визуализации организованных образований показал, что наиболее информативным для идентификации трехмерных когерентных структур является параметр Q . Важно подчеркнуть, что Q физически значим и ценен в тех турбулентных течениях, где вихри имеют различные размеры и энергетику (как в небольших зонах, так и на разных участках вдоль по потоку). В рамках данной работы все величины безразмерны, в том числе компоненты скорости \tilde{u}_i и параметр Q , где

$$Q = -\frac{1}{2} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i}.$$

Этот критерий справедлив при $Q > 0$ (завихренность преобладает над деформацией). Q -критерий наиболее часто используется в последние годы в научной литературе [43–47], но при этом назначается только одно положительное пороговое значение, выбранное произвольно. Общий критерий идентификации $Q > 0$ выявляет только месторасположение всей совокупности

когерентных структур и не позволяет разграничить вихри разных масштабов. Для определения геометрически трехмерной конфигурации поверхности искомым когерентных структур требуется, исходя из неких соображений, назначить пороговое значение Q , как это обычно делается в [43–47]. В нашем случае исследуется в большой физической области $D = \{0 \leq x \leq 80; 0 \leq y \leq 9; 0 \leq z \leq 7\}$ нестационарное трехмерное турбулентное течение с наличием: i) значительных местных градиентов поля скорости и параметра Q ; ii) различных типов вихревых движений и их трансформацией вдоль по потоку; iii) процессов отрыва, присоединения и восстановления. Поэтому, для всей вычислительной области не целесообразно назначать только одно универсальное пороговое значение $Q = Q_s$ при определении видов когерентных структур с разным содержанием турбулентной энергии.

В нашем исследовании предлагается использовать набор, универсальный во всей большой области, оптимальных значений $\{Q_{si}\}$ для трехмерной идентификации и визуализации в виде изоповерхностей когерентных структур, заметно отличающихся по размеру, конфигурации и энерго-содержанию. Справедливость идеологии такого подхода согласуется с результатами работ [53, 55], где визуализация проведена при ряде пороговых значений с помощью изолиний и изоповерхностей параметра Q в области $D = \{0 \leq x \leq 40; 0 \leq y \leq 9; 0 \leq z \leq 7\}$.

Отметим, что для назначения оптимального набора $\{Q_{si}\}$ требуются более обширные знания о турбулентности (в первую очередь, некие интегральные характеристики турбулентного потока в заданное мгновение времени). Несмотря на простое определение, сводящееся к понятию случайных пульсаций, турбулентность имеет чрезвычайно сложную природу. Причина турбулентных пульсаций связана с неустойчивостью потока и их масштаб определяется балансом различных воздействий. На первый взгляд абсолютно случайный процесс, тем не менее, подчиняется неким закономерностям, которые можно извлечь с помощью разных подходов. При турбулентном режиме течения жидкости наблюдаются беспорядочные неравномерные случайные изменения гидродинамических полей (скорость, давление и т.д.) в каждой точке потока. Зависимость мгновенных значений скорости от пространственных координат и времени носит сложный и запутанный характер. На начальных этапах изучения турбулентности такая картина характеризовала режим течения жидкости с хаотическим распре-

делением гидродинамических полей. И поэтому, исследователям рекомендовалось, что в силу крайней неупорядоченности и резкой изменчивости во времени и в пространстве полей всех гидродинамических величин при изучении турбулентности необходимо использовать какие-либо методы осреднения, в первую очередь, по времени. Ранее подавляющее число работ о природе турбулентности основывалось на анализе статистического режима разномасштабных пульсаций, полученных при различных методах осреднения гидродинамических полей. Это позволяло перейти от исходных мгновенных характеристик к более плавным и регулярным средним значениям. Проблема осреднения гидродинамических полей при турбулентном режиме течения жидкости имеет большую историю и является очень тонкой и неоднозначной. Все это делает весьма актуальным рассмотрение более простых, а порой, единственно возможных методов обработки мгновенных величин, позволяющих рассчитывать интегральные характеристики процессов.

Интегральные характеристики гораздо менее чувствительны к погрешностям численного эксперимента, поскольку погрешности противоположного знака компенсируют друг друга. Локальные и интегральные характеристики существенно зависят от особенностей (отрыв или восстановление) течения жидкости вдоль по потоку.

Для данного типа течения в выбранное мгновенное время использовано следующее определение удельной турбулентной энергии:

$$E = ((\tilde{u} - \langle \tilde{u} \rangle_z)^2 + (\tilde{v} - \langle \tilde{v} \rangle_z)^2 + (\tilde{w} - \langle \tilde{w} \rangle_z)^2) / 2,$$

где $\tilde{u}(x, y, z)$, $\tilde{v}(x, y, z)$, $\tilde{w}(x, y, z)$ – компоненты скорости, полученной на основе LES в нашей работе; $\langle \cdot \rangle_z$ – осреднение по статистически одному направлению z .

Важно отметить следующую терминологию. В общем случае "Численное моделирование крупных вихрей (LES)" вычисляет только крупные (случайные и когерентные) вихри, а мелкие – моделирует. В свою очередь, крупные вихревые образования разделяются по величине линейного размера, который связан с энергией турбулентности нелинейным образом. Для нашей задачи о турбулентном течении с преградой полагаем, что крупномасштабные когерентные структуры имеют: в первую очередь, большие значения удельной турбулентной энергии E и параметра когерентности Q ; во вторую очередь, относительно крупные ли-

нейные размеры, локально связанные с разными участками (установившийся турбулентный пограничный слой, его отрыв, рециркуляция, присоединение и восстановление). Полагаем, что более крупномасштабной структуре соответствует большее пороговое значение Q при визуализации, а в его ядре величина Q будет максимальной, но разной по величине в зависимости от x . На основании критерия $Q(x, y, z) \geq 0.00001$ определяется и визуализируется трехмерная оболочка, которая содержит когерентные структуры всех расчетных масштабов.

Для выявления и выделения характеристик энергии когерентных структур разных масштабов в каждый момент времени в данной работе предложены следующие общие интегральные величины:

1) удельная когерентность

$$Q_I(x) = \frac{1}{\Delta y \Delta z} \int_0^{y^k} \int_0^{z^k} Q(x, y, z) dz dy,$$

где Δy и Δz – шаги сетки для LES и полагается, что если в расчетном узле с координатами x, y, z выполняется $Q(x, y, z) < 0$, то под знаком интеграла назначается $Q(x, y, z) = 0$ в этом узле;

2) удельная энергия

$$E_I(x) = \frac{1}{\Delta y \Delta z} \int_0^{y^k} \int_0^{z^k} E(x, y, z) dz dy.$$

На основании вышесказанного, идентифицируем когерентные структуры соответствующими способами:

i) структуры при $Q(x, y, z) \geq 0.00001$

$$Q_{IA}(x) = \frac{1}{\Delta y \Delta z} \int_0^{y^k} \int_0^{z^k} Q(x, y, z) dz dy,$$

где полагается, что если в расчетном узле выполняется $Q(x, y, z) < 0.00001$, то под знаком интеграла назначается $Q(x, y, z) = 0$ в этом узле;

ii) структуры при $Q(x, y, z) \geq 0.05$

$$Q_{IB}(x) = \frac{1}{\Delta y \Delta z} \int_0^{y^k} \int_0^{z^k} Q(x, y, z) dz dy,$$

если в расчетном узле $Q(x, y, z) < 0.05$, то под знаком интеграла назначается $Q(x, y, z) = 0$ в этом узле;

iii) определяем интегральный параметр энергии $E_I(x)$ во всей вычислительной области для всех

расчетных узлов сетки:

$$E_{IT}(x) = \frac{1}{\Delta y \Delta z} \int_0^{y^k} \int_0^{z^k} E(x, y, z) dz dy,$$

iv) структуры при $Q(x, y, z) \geq 0.00001$

$$E_{IA}(x) = \frac{1}{\Delta y \Delta z} \int_0^{y^k} \int_0^{z^k} E(x, y, z) dz dy,$$

где полагается, что если в расчетных узлах получаем $Q(x, y, z) < 0.00001$, то под знаком интеграла назначаем $E(x, y, z) = 0$;

v) структуры при $Q(x, y, z) \geq 0.05$

$$E_{IB}(x) = \frac{1}{\Delta y \Delta z} \int_0^{y^k} \int_0^{z^k} E(x, y, z) dz dy,$$

если в расчетных узлах $Q(x, y, z) < 0.05$, то под знаком интеграла назначается $E(x, y, z) = 0$.

Величины Q_{IA} , Q_{IB} , E_{IT} , E_{IA} , E_{IA} являются такими интегральными характеристиками, которые определяют суммарное действие изучаемых вихрей на заданных участках вдоль по потоку.

Представляет большой практический интерес отметить разработанный нами подход (на основе исследования интегральных характеристик параметра Q и энергии турбулентности) для определения оптимального набора пороговых значений при трехмерной идентификации когерентных структур в виде изоповерхностей параметра Q в большой вычислительной области.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Проведена трехмерная идентификация крупномасштабных когерентных структур на основе численных результатов нестационарного отрывного турбулентного течения с преградой для числа Рейнольдса $Re=10500$ и набора параметров на входе в вычислительную область $Re_\delta=10500$; $\delta=1$; $u_*=0.052$. Применялся гибридный LES/URANS-подход и его численный алгоритм в большой области расчета $D=\{0 \leq x \leq 80; 0 \leq y \leq 9; 0 \leq z \leq 7\}$.

Для вычислений использовался компьютер INTEL PENTIUM COREi5 с тактовой частотой 4 ГГц и оперативной памятью 4 Гб. Статистика была собрана на каждом шаге по времени в процессе расчета полностью нестационарного режима течения. Для одного набора параметров на входе в вычислительную область было проведено 10000

шагов по времени с $\Delta t=0.03$ за промежутков времени $T_{oc}=300$ в безразмерных единицах измерения. Реальное время расчета задачи на компьютере равно 56 часам 20 минутам.

Результаты апробации трехмерной идентификации и визуализации крупномасштабных когерентных структур в турбулентном течении с преградой на плоской пластине при наличии отрыва и присоединения представлены с на рис. 2–5, 11–12 в виде изоповерхностей параметра Q для одного момента времени $t=46$. Сечения когерентных образований в соответствии с принятым набором пороговых значений $\{Q_{si}\}$ показаны посредством распределения выбранной цветовой гаммы на границах вычислительной области, а преграда изображена в виде параллелепипеда синего цвета.

На рис. 2 представлены изоповерхности параметра Q с пороговым значением $Q=0.0001$ (красный цвет) при $t=46$. Точка обзора выбрана таким образом, чтобы удобно было наблюдать в заданной области ($5 < x < 80$) трехмерное распределение когерентных структур для определения их характерных черт.

Изоповерхности мгновенных величин Q с различными пороговыми значениями: $Q=0.01$ (красный цвет); $Q=0.05$ (зеленый цвет); $Q=0.1$ (малиновый цвет); $Q=0.15$ (голубой цвет) отображены на рис. 3 при $5 < x < 80$. Перед, над и за преградой наблюдаются трехмерные крупномасштабные когерентные структуры. За преградой эти образования при движении вдоль оси x постепенно приближаются к горизонтальной стенке до зоны присоединения отрывного слоя.

На рис. 4 отображены изоповерхности мгновенных величин Q с различными пороговыми значениями: $Q=0.05$ (зеленый цвет); $Q=0.1$ (малиновый цвет); $Q=0.15$ (голубой цвет) для $t=46$ и $5 < x < 80$. Сравнение рис. 2–4 показывает существование заметного отличия в размерах и формах при визуализации когерентных структур перед, над преградой и за ней на разных расстояниях вдоль по потоку, а рост порогового значения Q ведет к уменьшению размеров визуализируемых организованных образований. В некоторых зонах ($11 < x < 15$, $50 < x < 80$) вихревые образования или их части не визуализируются при заданных Q (рис. 4). В окрестности ядра когерентной структуры (рис. 2–4) значение параметра Q максимально, но разное на различных участках течения вдоль по потоку ($0 < x < 80$). В результате анализа рис. 2–4 получаем следующую физическую картину. Перед, над и за преградой наблюдаются трехмерные когерентные образования. Вблизи поверхности вдоль оси x перед преградой обнару-

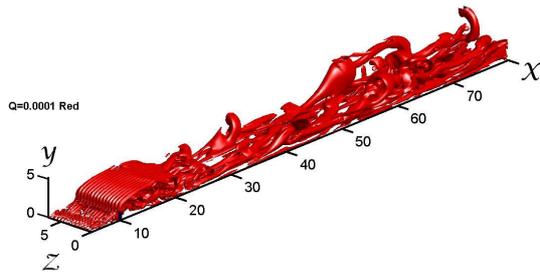


Рис. 2. Исоповерхности параметра Q с пороговым значением $Q=0.0001$ (красный) при $t=46$ и $Re=10500$; преграда (параллелепипед синего цвета)

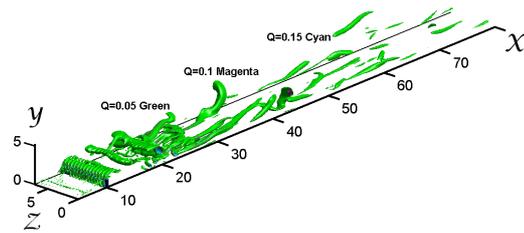


Рис. 4. Исоповерхности параметра Q с пороговыми значениями: $Q=0.05$ (зеленый); $Q=0.1$ (малиновый); $Q=0.15$ (голубой) для $t=46$ и $Re=10500$

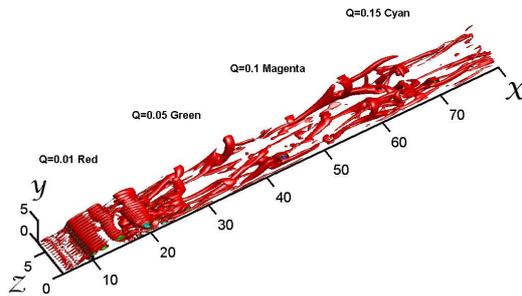


Рис. 3. Исоповерхности параметра Q с пороговыми значениями: $Q=0.01$ (красный); $Q=0.05$ (зеленый); $Q=0.1$ (малиновый); $Q=0.15$ (голубой) для $t=46$ и $Re=10500$

жены организованные структуры с преобладанием периодичности по z . За преградой эти образования при движении вдоль x трансформируются и постепенно приближаются к горизонтальной стенке до зоны присоединения отрывного слоя. Над и за преградой на участке $10 < x < 22$ расположены крупномасштабные когерентные структуры, периодические по z , которые имеют продолговатую форму вдоль z . Далее вдоль по потоку ($22 < x < 40$) вблизи зоны присоединения течения и за ней организованные образования кардинально преобразуются по форме и размеру с утратой периодичности по z , а затем плавно удлиняются вдоль оси x . На участке $40 < x < 80$ в зоне постепенного восстановления турбулентного течения определено, что конфигурация организованных образований уже медленнее изменяется и преобладает их растяжение вдоль оси x .

Отметим, что технология трехмерной визуализации когерентных структур в большой вычислительной области $D=\{0 \leq x \leq 80; 0 \leq y \leq 9; 0 \leq z \leq 7\}$ позволила получить выше приведенные знания, но до конца все еще не определена строгая методология назначения набора пороговых вели-

чин параметра Q .

На рис. 5 отображены isoповерхности мгновенных величин Q с различными пороговыми значениями: $Q=0.01$ (красный цвет); $Q=0.05$ (зеленый цвет); $Q=0.1$ (малиновый цвет); $Q=0.15$ (голубой цвет) в вертикальной плоскости xy при $5 < x < 80$. Такое представление когерентных образований очень полезно при сравнении с интегральными параметрами $Q_I(x)$ и $E_I(x)$, которые представлены на следующих графиках. Важно отметить, что Q_I определяет обобщенный уровень когерентности турбулентного течения в заданной области. Он всегда положителен, а при отсутствии когерентных структур в потоке равен нулю.

В нашем исследовании уделено особое внимание изучению поведения максимумов и минимумов интегральных параметров вдоль по потоку, что непосредственно связано с расположением когерентных структур, их размерами и энергией. Применены разные виды масштабирования интегральных величин Q_I и E_I для удобного расположения их на графиках.

Рис. 6 показывает распределение величин Q_{A*} и Q_{B*} на участке $5 < x < 80$. Интегральные параметры $Q_{IA}(x)$ и $Q_{IB}(x)$ масштабированы следующим образом: $Q_{A*}=0.0048Q_{IA}$ и $Q_{B*}=0.0048Q_{IB}$. Такое масштабирование ограничивает максимальные значения Q_{A*} и Q_{B*} величинами порядка единицы. Отметим, что интегральный параметр Q_{IA} характеризует когерентные структуры всех расчетных масштабов (при $Q(x, y, z) \geq 0.00001$). Обнаружен ряд пиковых значений Q_{A*} при $x=\{9.7; 15; 19; 25; 37; 43; 59; 64\}$, который хорошо коррелируется с месторасположением крупномасштабных когерентных структур (рис. 3, 5), визуализируемых набором $Q=\{0.01; 0.05; 0.1; 0.15\}$. Наибольшие значения Q_{A*} определены перед

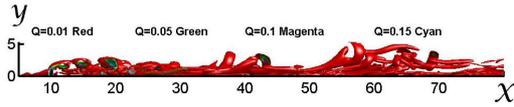


Рис. 5. Изоповерхности параметра Q с пороговыми значениями: $Q=0.01$ (красный); $Q=0.05$ (зеленый); $Q=0.1$ (малиновый); $Q=0.15$ (голубой) для $t=46$ и $Re=10500$

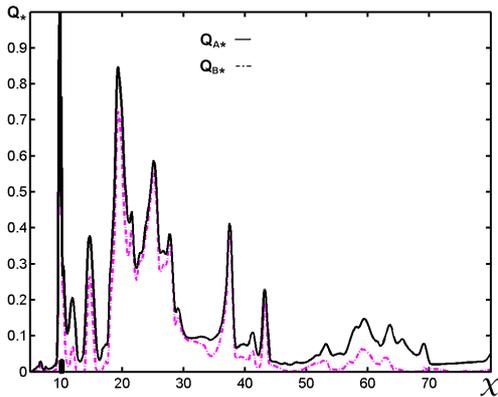


Рис. 6. Распределение величин $Q_{A*}(-)$ и $Q_{B*}(-.-)$ вдоль по потоку при $t=46$; $Re=10500$

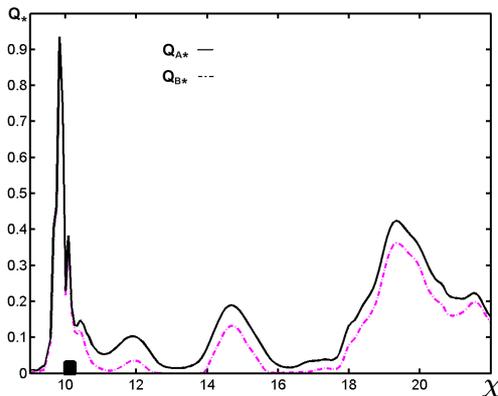


Рис. 7. Распределение величин $Q_{A*}(-)$ и $Q_{B*}(-.-)$ вблизи преграды при $t=46$; $Re=10500$

преградой ($x=9.7$) и в зоне присоединения отрывного течения ($x=19; 25$).

Отчетливо заметна трансформация организованных образований за преградой, их существование на значительных расстояниях от преграды ($x=80$) и уменьшение Q_{A*} вдоль по потоку. Интегральный параметр Q_{IB} характеризует только те когерентные структуры, где выполняется условие $Q(x, y, z) \geq 0.05$. Предполагается, что сре-

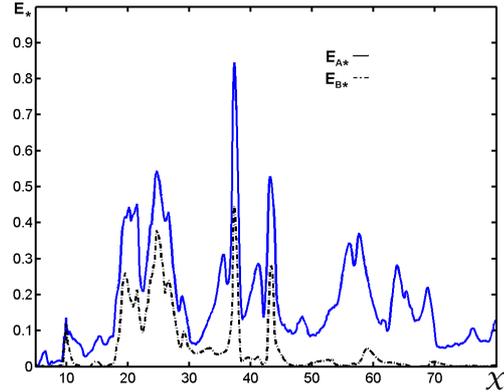


Рис. 8. Распределение величин $E_{A*}(-)$ и $E_{B*}(-.-)$ вдоль по потоку при $t=46$; $Re=10500$

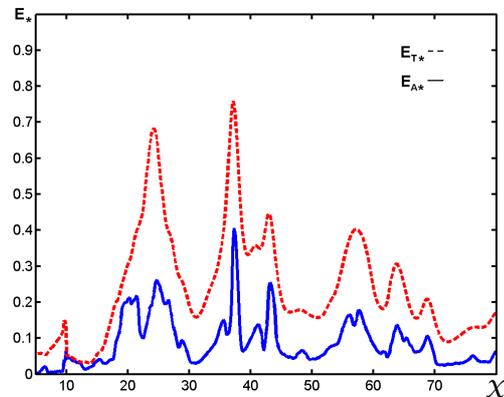


Рис. 9. Распределение величин $E_{A*}(-)$ и $E_{T*}(-.-)$ вдоль по потоку при $t=46$; $Re=10500$

ди этих структур будут преобладать крупномасштабные образования. В некоторых зонах ($12.2 < x < 14$; $65 < x < 70$; $73 < x < 79$) когерентные структуры большого масштаба практически отсутствуют. Распределения Q_{A*} и Q_{B*} хорошо коррелируются, но различия их абсолютных значений нарастают вдоль по потоку. Разница $Q_{A*} - Q_{B*}$ характеризует действие когерентных структур только малых расчетных масштабов на различных участках течения.

На рис. 7 отображены зависимости Q_{A*} и Q_{B*} от координаты x в зоне ($9 < x < 22$) вокруг преграды. Для удобства анализа поведения обобщенных интегральных характеристик использовано следующее масштабирование: $Q_{A*}=0.0024Q_{IA}$ и $Q_{B*}=0.0024Q_{IB}$. Преграда показана в виде прямоугольника в зоне $10 < x < 10.25$. Установлено, что вдоль по потоку изменения интегральных

параметров Q_{A*} и Q_{B*} хорошо коррелируются между собой в зоне $9 < x < 22$. Из рис. 7 следует, что только за преградой значения Q_{A*} заметно больше Q_{B*} . Перед и над преградой Q_{A*} и Q_{B*} мало отличаются.

Рис. 8 представляет распределение величин E_{A*} и E_{B*} на участке $5 < x < 80$. Интегральные параметры $E_{IA}(x)$ и $E_{IB}(x)$ масштабированы таким образом: $E_{A*}=0.05E_{IA}$ и $E_{B*}=0.05E_{IB}$. Установлено, что различия между E_{A*} и E_{B*} намного больше (рис. 8), чем между Q_{A*} и Q_{B*} (рис. 6). Напомним, что E_{IA} характеризует когерентные структуры всех расчетных масштабов в точках, где $Q(x, y, z) \geq 0.00001$, а E_{IB} — только те когерентные структуры, где выполняется условие $Q(x, y, z) \geq 0.05$. Аналогично поведению Q_{A*} вдоль x (рис. 6), выявлен ряд пиковых значений E_{A*} при $x=\{9.7; 15; 19; 25; 37; 43; 59; 64\}$, который хорошо согласуется с расположением когерентных структур (рис. 3, 5), визуализируемых набором $Q=\{0.01; 0.05; 0.1; 0.15\}$. Но наблюдается и отличие. Наибольшее значение E_{A*} обнаружено за преградой ($x=37$), а для Q_{A*} максимум найден при $x=9.7$ (рис. 7). На основе анализа поведения E_{B*} вдоль x определена отчетливая тенденция к сокращению присутствия совокупности крупномасштабных организованных структур при $x > 50$ при уменьшении E_{A*} и E_{B*} вдоль по потоку, что подтверждено визуализацией организованных структур на рис. 4.

Зависимости E_{A*} и E_{T*} от координаты x в зоне $5 < x < 80$ изображены на рис. 9 и использовано масштабирование: $E_{A*}=0.024E_{IA}$ и $E_{T*}=0.024E_{IT}$. Определены сильные различия по абсолютным значениям между E_{A*} и E_{T*} при сохранении хорошей корреляции их максимальных значений. Подчеркнем, что E_{IT} характеризует турбулентную энергию всех вихрей в полном объеме вычислительного пространства. Разница $E_{T*} - E_{A*}$ определяет кинетическую энергию турбулентности только случайных вихрей. Из рис. 9 видно, что турбулентная энергия всех вихрей E_{T*} приблизительно в два раза больше энергии когерентных структур всех расчетных масштабов E_{A*} на участке $17 < x < 80$, а перед преградой их различия еще значительней. Пиковые значения E_{A*} при $x=\{9.7; 15; 19; 25; 37; 43; 59; 64\}$ достаточно хорошо согласуются с экстремальными значениями E_{T*} .

Рис. 10 показывает распределение величин E_{A*} , E_{B*} и E_{T*} на участке $9 < x < 22$, где $E_{A*}=0.09E_{IA}$, $E_{B*}=0.09E_{IB}$ и $E_{T*}=0.09E_{IT}$. Анализ изменений E_{A*} , E_{B*} и E_{T*} более подробно, чем на рис. 9, выявляет физическую сущность

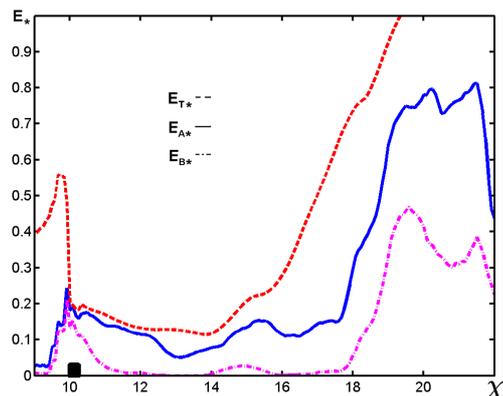


Рис. 10. Распределение величин $E_{A*}(-)$, $E_{B*}(-.-)$ и $E_{T*}(-.-)$ вблизи преграды при $t=46$; $Re=10500$

в различиях между энергиями различных типов вихревых структур в окрестности преграды в заданный момент времени. Перед преградой величина E_{T*} в несколько раз больше E_{A*} , иными словами, турбулентная энергия всех вихрей в три-четыре раза больше энергии когерентных структур всех расчетных масштабов E_{A*} . Более того, даже турбулентная энергия всех случайных вихрей на участке перед преградой в два-три раза больше энергии когерентных структур всех расчетных масштабов. За преградой на участке $10.25 < x < 16$ различия между E_{T*} и E_{A*} резко уменьшаются в зоне отрывного распространения потока. Это означает, что турбулентная энергия всех случайных вихрей минимальна и очень сильно преобладает энергия когерентных структур всех масштабов на участке $10.25 < x < 16$.

Значения E_{B*} не сильно отличаются от E_{A*} только перед и над преградой и, следовательно, относительный вклад крупномасштабных организованных структур в общий баланс энергий всех когерентных вихрей на участке $9.5 < x < 10.5$ является наибольшим. В рециркуляционной зоне за преградой ($11 < x < 18.5$) значения E_{B*} малы, следовательно, энергия наиболее крупномасштабных организованных образований незначительна, а далее вдоль по потоку в зоне присоединения виден ее локальный рост.

Интегральные параметры Q_{IA} , E_{IA} и E_{IT} являются абсолютно объективными характеристиками поскольку полностью соответствуют заявленным определениям (для когерентных структур всех расчетных масштабов Q_{IA} , E_{IA} и для вихревых (случайных и когерентных) образований всех масштабов E_{IT}).

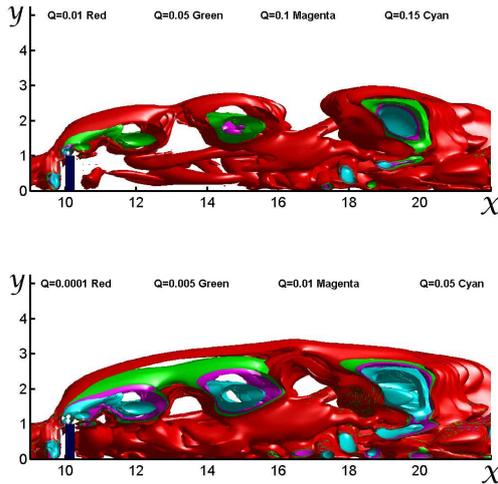


Рис. 11. Исоповерхности параметра Q с пороговыми значениями: $Q=0.01$ (красный); $Q=0.05$ (зеленый); $Q=0.1$ (малиновый); $Q=0.15$ (голубой) на верхнем рисунке и $Q=0.0001$ (красный); $Q=0.005$ (зеленый); $Q=0.1$ (малиновый); $Q=0.05$ (голубой) на нижнем рисунке для $t=46$ и $Re=10500$

Q_{IB} , E_{IB} – это условно объективные параметры потому, что трехмерные оболочки с критерием $Q=0.05$ визуализируют такие разномасштабные когерентные структуры, в которых содержится, по нашим приблизительным оценкам, от 70 до 90 процентов турбулентной энергии наиболее крупных вихревых образований в зависимости от x на разных участках вдоль по потоку (предотрывный, отрывный, присоединения и восстановления). Этот вопрос требует в дальнейшем дополнительных исследований.

На рис. 11 отображены изоповерхности мгновенных величин Q для $t=46$; $Re=10500$ и $9 < x < 22$ с различными пороговыми значениями: $Q=0.01$ (красный); $Q=0.05$ (зеленый); $Q=0.1$ (малиновый); $Q=0.15$ (голубой) на верхнем рисунке и $Q=0.0001$ (красный); $Q=0.005$ (зеленый); $Q=0.1$ (малиновый); $Q=0.05$ (голубой) на нижнем рисунке. Трехмерные изоповерхности показаны с увеличенным уровнем визуальной разрешающей способности по сравнению с идентификацией образований, представленных на рис. 2–5. Это позволяет более адекватно оценить формы когерентных вихрей в их ядрах с привлечением полученных знаний о разных видах турбулентной энергии случайных вихрей и когерентных структур (рис. 8–10).

Трехмерная визуализация, являясь симбиозом науки и искусства, всегда содержит в себе элемент субъективной точки зрения наблюдателя, иссле-

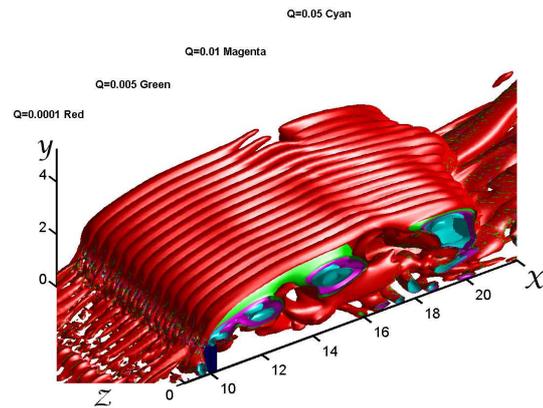


Рис. 12. Исоповерхности параметра Q с пороговыми значениями $Q=0.0001$ (красный); $Q=0.005$ (зеленый); $Q=0.1$ (малиновый); $Q=0.05$ (голубой) для $t=46$ и $Re=10500$

дователя или конечного потребителя. Оптимальный выбор пороговых значений Q при визуализации когерентных структур для данного типа течения во многом основывается на пороговом значении $Q=0.01$, которое идентифицирует более крупные когерентные структуры и рельефно их отображает. При этом учитываются, сравниваются и интерполируются результаты, полученные при анализе интегральных параметров Q_{IB} (с критерием $Q=0.05$) и Q_{IA} (с пороговым значением $Q=0.00001$).

Набор $Q=\{0.01; 0.05; 0.1; 0.15\}$ является более предпочтительным (рис. 3, 5) при визуализации основных характерных черт когерентных структур разных масштабов для данного сложного течения (разные участки: турбулентный пограничный слой, отрывный, присоединения и восстановления) во всей большой вычислительной области ($0 \leq x \leq 80$).

Значительное влияние на процессы визуализации также оказывает выбор точки наблюдения за трехмерными когерентными структурами для меньших участков вдоль оси x . Рис. 12 показывает под другим углом обзора изоповерхности Q с различными пороговыми значениями: $Q=0.0001$ (красный); $Q=0.005$ (зеленый); $Q=0.1$ (малиновый); $Q=0.05$ (голубой) на участке $9 < x < 22$ для $t=46$ и $Re=10500$. Эта визуализация наиболее полно изображает когерентные структуры почти всех расчетных масштабов. Но есть и недостатки использования такого набора пороговых величин, а именно, трехмерная оболочка с $Q=0.0001$ (красный цвет) сильно заслоняет и затеняет изображения, которые соответствуют только более крупным органи-

зованным структурам с $Q=0.1$ и $Q=0.05$.

При сравнительном анализе рис. 2–12 установлено, что в окрестности ядра когерентной структуры значение параметра Q будет максимальным, но разным по величине в соответствующих зонах вдоль по потоку: предотрывной, отрывной, присоединения и восстановления течения. В наших исследованиях для данного типа турбулентного отрывного течения с преградой величина $Q=0.01$ выбрана в качестве главного оптимального порогового значения для трехмерной визуализации и идентификации крупномасштабных когерентных структур.

ВЫВОДЫ

Разработана новая методика обработки данных о случайных и когерентных образованиях различных масштабов, которая позволяет определить предельные значения интегральных характеристик турбулентной энергии при разграничении разных типов вихрей. Установлена сложная нелинейная связь между параметром Q , турбулентной энергией, линейными размерами вихрей и их интегральными характеристиками на различных участках вдоль по течению (турбулентный пограничный слой; отрыв; рециркуляционная зона; присоединение; восстановление).

Рассмотрены особенности трехмерной визуализации результатов численных исследований турбулентного течения. В данной работе на основе гибридного LES/URANS-подхода, разработанного в исследованиях [8, 34, 38], использована численная нестационарная трехмерная модель турбулентного течения несжимаемой жидкости с поперечной двумерной преградой на стенке при первоначальном турбулентном пограничном слое с нулевым продольным градиентом давления. В модели все параметры и уравнения имеют безразмерный вид. Численная модель содержит три основных параметра: 1) число Рейнольдса преграды Re ; 2) число Рейнольдса турбулентного пограничного слоя Re_δ при $x=0$; 3) динамическая скорость u_* при $x=0$. Динамическая подсеточная модель имеет расчетный коэффициент C_V .

Впервые в рамках гибридного LES/URANS-подхода в случае отрывного нестационарного трехмерного турбулентного течения несжимаемой жидкости с поперечной преградой на стенке с параметрами $Re=10500$; $Re_\delta=10500$; $\delta=1$; $u_*=0.052$ получены и использованы численные значения компонент скорости и параметра Q для трехмерной визуализации и идентификации когерентных структур. Эта новая технология осно-

вана на применении набора пороговых значений Q в большой вычислительной области ($0 \leq x \leq 80$). В работах [40, 43–52] использованы абсолютно разные пороговые величины Q и идентификация проведена только при одном пороговом значении Q , которое назначалось на усмотрение каждого из авторов. Для визуализации изоповерхности Q даже для одного типа течения не существует общепринятой единой пороговой величины Q . Выбор значения Q для определения внешней поверхности когерентных структур в трехмерном пространстве влечет за собой существенные изменения в формах и размерах визуализируемых вихревых образований.

В нашем исследовании для случая течения $Re=10500$ и $Re_\delta=10500$ проведена визуализация поверхности когерентных структур в качестве трехмерной изоповерхности параметра Q в большой вычислительной области для определения влияния величины порогового значения Q на размеры когерентных структур. Установлено, что визуализация изоповерхности только при одном выбранном пороговом значении Q в большой вычислительной области может идентифицировать только часть когерентных структур, а в некоторых подобластях может и вовсе ничего не визуализировать. Одно пороговое значение Q не в состоянии учитывать все многообразие типов когерентных структур при их эволюции в большой области. При сравнении численных результатов для $Q=\{0.0001; 0.01; 0.05\}$ выявлено, что размеры визуализируемых когерентных структур отличаются в несколько раз (чем больше пороговое Q , тем меньше размеры структур), причем на каждом участке по разному. Для правильного физического понимания механизмов вихреобразований разных типов течений в большой вычислительной области предпочтительнее изображать когерентные структуры с помощью трехмерных изоповерхностей с набором пороговых оптимальных значений $\{Q_{si}\}$. Установлено, что в окрестности ядра когерентной структуры значение Q будет максимальным, но разным на различных расстояниях вдоль по потоку. Вдоль по потоку между Q_I и E_I не обнаружено линейную зависимость. Поэтому, для наиболее полного выявления основных закономерностей и особенностей процесса визуализации когерентных структур на разных участках необходимо использовать, в первую очередь, оптимальный набор пороговых значений ($\{Q_{si}\}=\{0.01; 0.05; 0.1; 0.15\}$), а затем и вспомогательные ($\{Q_{si}\}=\{0.0001; 0.005; 0.1; 0.05\}$ и другие). Таким образом достигается правдоподобная и физически обоснованная (на современном уровне по-

знания о вихрях и турбулентности) визуализация различных когерентных структур.

Представленная новая технология трехмерной идентификации и визуализации способна эффективно выявить разномасштабные когерентные структуры в большой области с требуемой точностью на основе мгновенных численных данных поля скорости, полученных из LES. При этом обеспечивается последовательная и непрерывная взаимосвязь визуализируемых трехмерных образований при исследовании их в большой области расчета ($0 \leq x \leq 80$).

Гибридный LES/URANS-подход правомерно использовать в диапазоне $5000 < Re < 10^{10}$. Разработанная технология трехмерной идентификации и визуализации когерентных структур не имеет ограничений по числу Рейнольдса.

1. Siller H., Fernholtz H. Control of separated flow downstream of a two-dimensional fence by low-frequency forcing // *Appl.Sci.Res.*– 1997.– v.57.– P. 309–318.
2. Good M., Joubert P. The form drag of two-dimensional bluff-plates immersed in turbulent boundary layers // *J.Fluid.Mech.*– 1968.– v.31.– P. 547–582.
3. Siller H., Fernholtz H. Separation behavior in front of two-dimensional fence // *Eur.J.Mech.B-Fluids.*– 2001.– v.20,N5.– P. 727–740.
4. Hudy L., Naguiba A, Humphreys W. Stochastic estimation of a separated-flow field using wall-pressure-array measurements // *Phys.Fluids.*– 2007.– v.19.– P. 024103.
5. Ranga Raju K., Loeser J., Plate E. Velocity profiles and fence drag for a turbulent boundary layer along smooth and rough flat plates // *J.Fluid.Mech.*– 1976.– v.76(2).– P. 383–399.
6. Siller H., Fernholz H. Manipulation of the reverse-flow region downstream of a fence by spanwise vortices // *Eur.J.Mech.B-Fluids.*– 2007.– v.26,N2.– P. 236–257.
7. Aoki K., Kanba K., Takata S. Numerical analysis of a supersonic rarefied gas flow past a flat plate // *Phys.Fluids.*– 1997.– v.9,N4.– P. 1144–1161.
8. Кузьменко В.Г. Численное моделирование турбулентного пристенного течения с преградой на основе гибридного LES/RANS-подхода // *Прикладна гідромеханіка.*– 2011.– **13(85)**, N3.– С. 48–60.
9. Orellano A., Wengle H. Numerical simulation (DNS and LES) of manipulated turbulent boundary layer flow over a surface-mounted fence // *Eur.J.Mech.B-Fluids.*– 2000.– v.19,N5.– P. 765–788.
10. Germano M.,Piomelli U.,Moin P.,Cabot W. A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model // *Phys.Fluids A.*– 1991.– v.3,N7.– P. 1760–1765.
11. VerHulst C., Meneveau C. Large eddy simulation study of the kinetic energy entrainment by energetic turbulent flow structures in large wind farms // *Physics of fluids.*– 2014.– v.26.– P. 025113.
12. Selimefendigil F., Polifke W. Nonlinear, Proper-Orthogonal-Decomposition-Based Model of Forced Convection Heat Transfer in Pulsating Flow // *AI-AA J.*– 2014.– v.52, N1.– P. 131–145.
13. Piomelli U., Balaras E. Wall-layer models for Large-Eddy Simulations // *Annu.Rev.Fluid.Mech.*– 2002.– v.34.– P. 349–374.
14. Кузьменко В.Г. Численное трехмерное моделирование турбулентного пограничного слоя в режиме развитой шероховатости на основе LES-технологии // *Прикладна гідромеханіка.*– 2002.– **4(76)**, N3.– С. 31–41.
15. Кузьменко В.Г. Численное трехмерное моделирование турбулентного пограничного слоя в режиме промежуточной шероховатости // *Прикладна гідромеханіка.*– 2003.– **5(77)**, N2.– С. 27–36.
16. Кузьменко В.Г. Численное трехмерное моделирование турбулентного пограничного слоя на основе экономичной LES-технологии // *Прикладна гідромеханіка.*– 2004.– **6(78)**, N1.– С. 19–24.
17. Кузьменко В.Г. Динамические подсеточные модели для LES-технологии // *Прикладна гідромеханіка.*– 2004.– **6(78)**, N3.– С. 22–27.
18. Кузьменко В.Г. Численное моделирование турбулентного течения с отрывом в асимметричном канале на основе гибридной LES/RANS-технологии // *Прикладна гідромеханіка.*– 2010.– **12(84)**, N3.– С. 24–36.
19. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя.– М.: Инлит, 1956.– 528 с.
20. Бабенко В.В.,Канарский М.Б.,Коробов Б.И. Пограничный слой на эластичных пластинах.– К.: Наукова думка, 1993.– 264 с.
21. Ligrani P.,Moffat R. Structure of transitionally rough and fully rough turbulent boundary layers // *J.Fluid.Mech.*– 1986.– v.162.– P. 69–98.
22. Ротта И.К. Турбулентный пограничный слой в несжимаемой жидкости.– Л.: Судостроение, 1967.– 232 с.
23. Кузьменко В.Г. Численное моделирование нестационарного турбулентного течения с отрывом над впадиной и внутри впадины // *Прикладна гідромеханіка.*– 2009.– **11(83)**, N3.– С. 28–41.
24. Breuer M. Wall models for LES of separated flows // *ERCOfTAC Bulletin.*– 2007.– N72.– P. 13–18.
25. Hoyas S., Jimenez J. Scaling of the velocity fluctuations in turbulent channels up to $Re_\tau=2003$ // *Phys.Fluids.*– 2006.– v.18.– P. 011702.
26. Diurno G.V.,Balaras E.,Piomelli U. Wall-layer models of separated flows // In *Modern simulation strategies for turbulent flux*, ed. B.Geurts.– Philadelphia.– 2001.– P. 207–222.
27. Perry A.E., Henbest S.M., Chong M.S. A theoretical and experimental study of wall turbulence // *J.Fluid.Mech.*– 1986.– v.165.– P. 163–199.
28. Zhou J., Adrian R., Balachandar S. Autogeneration of near-wall vortical structures in channel flow // *Phys.Fluids.*– 1996.– v.8.– P. 288–305.
29. Jakirlic S. Wall modelling in LES: method development and application // *ERCOfTAC Bulletin.*– 2007.– N72.– P. 5–6.
30. Fubery C. On LES and DES of wall bounded flows // *ERCOfTAC Bulletin.*– 2007.– N72.– P. 67–72.
31. DeGraaf D., Eaton J. Reynolds-number scaling of the flat-plate turbulent boundary layer // *J.Fluid.Mech.*– 2000.– v.422.– P. 319–346.
32. Kaltenbach H. A priori testing of wall models for separated flows // *Phys.Fluids.*– 2003.– v.15,N10.– P. 3048–3064.

33. Кузьменко В.Г. Численное моделирование турбулентного течения с отрывом за обратным уступом // Прикладна гідромеханіка.– 2007.– **9(81)**, N4.– С. 37–48.
34. Кузьменко В.Г. Численное моделирование нестационарного турбулентного течения с преградой на основе гибридного LES/URANS-подхода // Прикладна гідромеханіка.– 2013.– **15(87)**, N2.– С. 22–36.
35. Klebanoff P.S., Claveland W.G., Tidstrom K.D. On the evolution of a turbulent boundary layer induced by a three-dimensional roughness element // J.Fluid.Mech.– 1992.– v.237.– P. 101–187.
36. Perry A.E., Lim K.L., Henbest S.M. An experimental study of the turbulence structure in smooth- and rough-wall boundary layers // J.Fluid.Mech.– 1987.– v.177.– P. 437–468.
37. Balint J., Wallace J., Vukoslavcevic P. The velocity and vorticity vector fields of a turbulent boundary layer. Part 2. Statistical properties // J.Fluid.Mech.– 1991.– v.228.– P. 53–86.
38. Кузьменко В.Г. Численное моделирование турбулентного течения с преградой при разных внешних условиях на основе гибридного LES/URANS-подхода. Часть 1 // Прикладна гідромеханіка.– 2015.– **17(89)**, N1.– С. 59–71.
39. Carlier J., Stasnislas M. Experimental study of eddy structures in a turbulent boundary layer using particle image velocimetry // J.Fluid Mech.– 2005.– v.535.– P. 143–158.
40. Natrajan V., Christensen The role of coherent structures in subgrid-scale energy transfer within the log layer of wall turbulence // Phys.Fluids.– 2006.– v.18.– P. 065104.
41. Spyropoulos E, Blaisdell G. Large-Eddy simulation of a spatially evolving supersonic turbulent boundary-layer flow // AIAA J.– 1998.– v.36, N11.– P. 1983–1990.
42. Бенюдекар Р., Годдард А., Госман А., Исса Р. Численный расчет турбулентного обтекания выступов на плоскости // Аэрокосмическая техника.– 1986.– N2.– С. 125–134.
43. Lesieur M., Begou P., Comte P., Metais O. Vortex recognition in numerical simulations // ERCOFTAC Bulletin.– 2000.– N46.– P. 25–28.
44. Гуштин В.А., Матюшин П.В. Механизмы формирования вихрей в следе за сферой при $200 < Re < 380$ // Известия РАН. МЖТ.– 2006.– N5.– С. 135–151.
45. Zhang S., Choudhury D. Eigen helicity dencity: A new vortex indentification scheme and its application in accelerated inhomogeneous flows // Phys.Fluids.– 2006.– v.18.– P. 058104.
46. Kolar V. Vortex identification: New requirements and limitations // Int.J. of Heat and Fluid Flow.– 2007.– v.28.– P. 638–652.
47. Chakraborty P., Balachandar S., Adrian R. On the relationships between local vortex identification schemes // J.Fluid Mech.– 2005.– v.535.– P. 189–214.
48. Jeong J., Hussain F., Shopp W., Kim J. Coherent structures near the wall in a turbulent channel flow // J.Fluid Mech.– 1997.– v.332.– P. 185–214.
49. Meneveau C., Katz J. Scale-invariance and turbulence models for large-eddy simulation // Annu.Rev.Fluid.Mech.– 2000.– v.32.– P. 1–32.
50. Neto A., Grand D., Metais O., Lesieur M. A numerical investigation of the coherent vortices in turbulence behind a backward-facing step // J.Fluid.Mech.– 1993.– v.256.– P. 1–25.
51. Orlandi P. The importance of wall-normal Reynolds stress in turbulent rough channel flows // Phys.Fluids.– 2013.– v.25.– P. 110813.
52. Harbig R., Sheridan J., Thompson M. Reynolds number and aspect ratio effects on the leading-edge vortex for rotating insect wing planforms // J.Fluid Mech.– 2013.– v.717.– P. 166–192.
53. Кузьменко В.Г. Численное моделирование турбулентного течения с преградой при разных внешних условиях. Часть 2. Идентификация когерентных структур // Прикладна гідромеханіка.– 2015.– **17(89)**, N3.– С. 18–34.
54. Haller G. Distinguished material surfaces and coherent structures in three-dimensional fluid flows. // Physica D.– 2001.– N149.– P. 248–277.
55. Кузьменко В.Г. Численное моделирование турбулентного течения с преградой и трехмерная идентификация когерентных структур // Прикладна гідромеханіка.– 2016.– **18(90)**, N1.– С. 18–34.