

УДК 532.526

## ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ КОЛЕБЛЮЩЕГОСЯ КРЫЛА

Г. А. ВОРОПАЕВ\*, Д. ЗАЙНЕР–ГУНДЕРСЕН\*\*, В. И. КОРОВОВ\*

\*Институт гидромеханики НАН Украины,

ул. Желябова, 8/4, 03680, МСП, Киев-180, Украина

\*\*Norrent A.S., Slemmestad, Smiveien 19, 3470, Slemmestad, Norway

e-mail: vga@tbl.kiev.ua

Получено 12.05.2015

Выполнены экспериментальные исследования динамических нагрузок, действующих на колеблющееся крыло удлинения 1,5 в потоке при изменении скорости потока в диапазоне  $0.2 \div 1.2$  м/с и частотах колебания  $0.2 \div 2.5$  Гц. Предложена трехкомпонентная полуэмпирическая формула, аппроксимирующая динамические нагрузки на колеблющееся крыло при различных скоростях потока, частотах колебания крыла и угловых отклонений. Показана недостаточность учета динамического угла атаки колеблющегося профиля для адекватной оценки динамических нагрузок на этот профиль.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** колеблющееся крыло, динамическая нагрузка, угловая скорость, угловое ускорение, подъемная сила, сила сопротивления-тяги

Виконано експериментальні дослідження динамічних навантажень, що діють на коливне крило подовження 1,5 в потоці при зміні швидкості потоку в діапазоні  $0.2 \div 1.2$  м/с та частотах коливання  $0.2 \div 2.5$  Гц. Запропоновано трикомпонентну напівемпіричну формулу, що апроксимує динамічні навантаження на коливне крило за різних швидкостях потоку, частотах коливань крила та кутових відхилень. Показано недостатність урахування динамічного кута атаки коливного профілю для адекватної оцінки динамічних навантажень на коливний профіль.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** коливне крило, динамічне навантаження, кутова швидкість, кутове прискорення, підйомна сила, сила опору-тяга

Experimental investigations of dynamic loads were carried out. Loads acted on the oscillating wing with elongation of 1.5 in the flow when changing the flow rate was in the range of  $0.2 \div 1.2$  m/s and the oscillation frequency was  $0.2 \div 2.5$  Hz. Three-component empirical formula that approximates the dynamic loads on the wing oscillating at different flow rates, oscillation frequencies of the wing and angular deviations has been proposed. The deficit of accounting of the dynamic angle of attack of the oscillating profile for an adequate evaluation of dynamic loads on the oscillating profile was shown.

**KEY WORDS:** oscillating wing, dynamic load, angular velocity, angular acceleration, lift, drag-draft.

### ВВЕДЕНИЕ

При определении характеристик многолопастной гидротурбины с вертикальной осью, где крыльевой профиль является рабочим элементом (ротор Дарье), применяют модифицированную теорему Жуковского для решетки профилей [1, 2]. Эту теорему применяют либо в предположении квазистационарности при определении характеристик профиля для мгновенного эффективного угла атаки профиля при вращении турбины вокруг своей оси, что считается вполне обоснованным для малых частот вращения турбины [2], либо вводят поправочные коэффициенты, зависящие от скорости изменения угла атаки профиля [3] или, вообще, дополнительные слагаемые [4].

Учитывая, что при одном обороте ротора турбины угол атаки профиля крыла изменяется от  $0^\circ$  до  $360^\circ$  и при этом на одном полупериоде вращения ротора скорость профиля относительно набегающего потока может приближаться к нулю, а на другом – приближаться к удвоенному значению

скорости потока ( $V_0$ ), применяют даже модифицированную теорему Жуковского (для определения характеристик ротора в таком диапазоне изменений чисел Рейнольдса) необходимо с дополнительными поправками. Обоснованность применения поправок или дополнительных слагаемых при определении динамических характеристик многолопастной гидротурбины можно подтвердить или опровергнуть либо прямым численным решением нестационарной задачи обтекания ротора турбины [5], либо прямым экспериментом [2, 6, 7].

Однако в эксперименте с турбиной практически невозможно отследить мгновенные характеристики профиля, из которых складываются характеристики турбины. При численном решении, как правило, задают и скорость вращения ротора, и скорость натекающего потока, что не соответствует реальным условиям обтекания турбины. Поэтому все модификации рабочего элемента турбины в настоящий момент делаются эвристически, проверяя интегральный эффект. При этом, вероятно, возможно оперировать данными прямых измере-

ний динамических нагрузок на одиночный профиль при задаваемом законе движения профиля.

Неверные результаты, полученные применением стационарной аэрогидродинамики к нестационарным задачам, побудили еще в 30-е годы прошлого столетия разработку методов нестационарной аэрогидродинамики. Классические работы, составившие основу нестационарной аэрогидродинамики, обобщены и представлены в монографии [8]. Однако, несмотря на весомые успехи, достигнутые в решении нестационарной аэрогидродинамики [9], и по настоящее время нет теории, позволяющей определять динамические характеристики тел в произвольном нестационарном потоке. При этом, естественно, что при современном развитии вычислительной аэрогидродинамики, решено и решается огромное количество нестационарных задач, но требующих экспериментальной проверки.

Системный анализ характеристик колеблющихся профилей приведен в экспериментальной работе [10], однако там представлены только осредненные за период характеристики профиля, что делает эти результаты практически неприменимыми для турбины. В настоящее время остается не выясненным вопрос, на сколько мгновенные характеристики профиля связаны с мгновенным углом атаки ( $\alpha$ ), со скоростью изменения угла атаки ( $\alpha'$ ), а также с угловым ускорением ( $\alpha''$ ).

В связи с этим, на наш взгляд, возникла необходимость вернуться к анализу нестационарного обтекания одиночного профиля и определения мгновенных характеристик (сопротивления–тяги, подъемной силы) при его колебательном движении в натекающем потоке.

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В качестве объекта исследований рассмотрено крыло малого удлинения прямоугольной формы в плане с небольшими торцевыми шайбами. Профиль крыла симметричный, хорда  $b = 120$  мм, удлинение  $\lambda = 1.5$  ( $\lambda = l/b$ , где  $l$  – размах крыла), относительная толщина профиля  $c = 20\%$ .

Эксперименты проводились в гидродинамической трубе 5 (ГДТ) (рис. 1) в диапазоне скоростей  $U = 0.2 \div 2.0$  м/с.

Крыло 4 крепилось в рабочем участке ГДТ к двухкомпонентным тензометрическим весам 1. Электромеханизм 2 обеспечивал вращение крыла относительно трансверсальной оси Z (3). Ось вращения крыла смещена от носика профиля крыла на расстояние  $x_{Ц} = 0.3b$ .

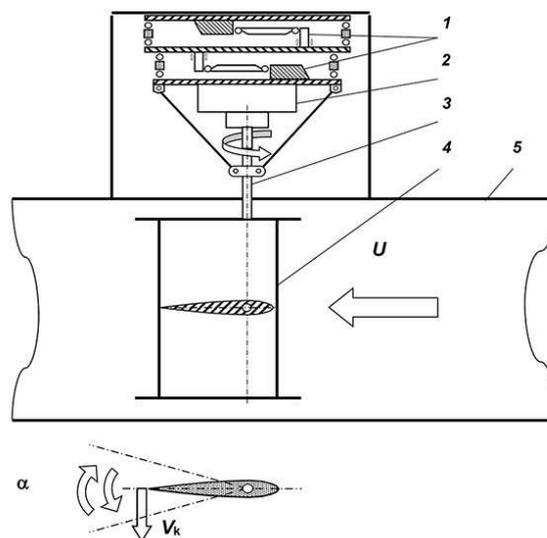


Рис. 1. Схема размещения крыла в рабочем участке гидродинамической трубы

Кинематическая схема угла перекалки крыла установки обеспечивала изменение амплитуды угловых колебаний, практически сохраняя гармонический закон его изменения, который описывается уравнением:

$$\alpha(t) = \arcsin(\sin \beta \sin \omega t),$$

где  $\omega$  – круговая частота колебаний;  $\beta$  – амплитуда угловых колебаний.

Рассмотрены режимы нестационарного обтекания для двух значений амплитуды угла перекалки:  $\beta = 15^\circ$  и  $\beta = 30^\circ$ . Первое значение амплитуды угла перекалки меньше критического угла атаки (при стационарном обтекании  $18^\circ$ – $20^\circ$ , рис. 2), второе значение – больше.

Частота колебаний крыла  $f$  регулировалась в пределах  $0.2 \div 2.0$  Гц.

Сечение рабочего участка (РЧ) ГДТ квадратное с размерами  $400 \times 400$  мм. Площадь поперечного сечения РЧ  $F = 0.16$  м<sup>2</sup>. Загромождение потока крылом РЧ ГДТ в пределах полупериода колебаний для режимов с большим значением амплитуды изменялось в пределах от  $S_{yoz}/F = 3 \div 7\%$  в зависимости от амплитуды угловых отклонений крыльцевого профиля.

В процессе эксперимента при заданной частоте перекалки крыла и скорости потока регистрировались мгновенные значения продольной ( $F_x$ ) и поперечной ( $F_y$ ) компонент гидродинамической силы, действующей на крыло, а также текущий угол отклонения крыла  $\alpha$ . Для сохранения точности измерений силовых компонент при изме-

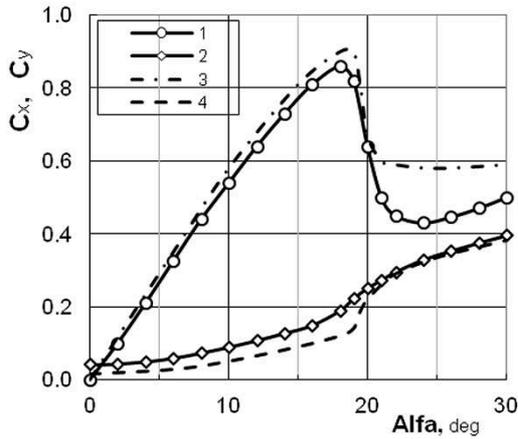


Рис. 2. Коэффициенты подъемной силы  $C_y$  (1, 3) и сопротивления  $C_x$  (2, 4) профиля крыла с удлинением  $\lambda = 1.5$  в зависимости от угла атаки: 1, 2 – настоящая работа; 3, 4 – [10, 11]

нении частот колебаний для каждого диапазона частот применялись соответствующие коэффициенты усиления сигнала таким образом, что погрешность измерений не превышала  $3 \div 5\%$  в рассмотренном диапазоне частот. Точность регистрации угла перекладки составляла  $\pm 0.25^\circ$ .

Механизм колебательного привода в сборе с крылом максимально сбалансированы. Для устранения влияния остаточного сигнала от инерционной составляющей проводились две серии экспериментов. Первоначально осуществлялись колебания крыла в воздухе в отсутствие потока. Полученный сигнал после согласования фазы вычитался из данных испытаний крыла на соответствующей частоте в гидродинамической трубе. Итоговая информация содержала только данные по гидродинамической нагрузке.

## 2. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Результаты измерений компонент сил  $F_y$  и  $F_x$  представлены в виде мгновенных гидродинамических коэффициентов подъемной силы  $C_y$  и сопротивления  $C_x$ :

$$C_x = F_x/Sq, \quad C_y = F_y/Sq,$$

где  $q = (1/2)\rho U^2$ ,  $U$  – скорость потока в трубе;  $S$  – площадь крыла.

Предварительно определенные гидродинамические коэффициенты крыла ( $C_y$ ,  $C_x$ ) в зависимости от угла атаки  $\alpha$  при стационарной продувке ( $\omega = 0$ ), т.е. при отсутствии колебаний крыла,

представлены на рис. 2. Эти данные согласуются с данными других авторов [10, 11].

Параметры кинематической схемы колебательной установки:  $r_k$  – радиус точки качания профиля;  $r_0$  – радиус ротора;  $L$  – длина шатуна;  $\beta$  – максимальный угол отклонения профиля (амплитуда колебания профиля);  $\alpha(t)$  – мгновенный угол отклонения от нейтрального положения  $-\beta \leq \alpha(t) \leq \sin \beta$ , позволяет достаточно легко изменять предельный угол отклонения, так как эти параметры связаны между собой соотношением:

$$r_0 = r_k \sin \beta.$$

Если ввести параметр  $\eta = \frac{r_0}{L}$ , то мгновенный угол отклонения, удовлетворяющий уравнению

$$\left( \cos \omega t - \frac{1}{\eta} - \frac{\sin \alpha(t)}{\sin \beta} \right)^2 + \left( \sin \omega t + \text{ctg} \beta - \frac{\cos \alpha(t)}{\sin \beta} \right)^2 = \frac{1}{\eta^2},$$

будет иметь вид:

$$\alpha(t) = -\arcsin \left( \frac{\sin \omega t + \text{ctg} \beta}{\Delta} \right) + \arcsin P,$$

где

$$\Delta = \sqrt{(\sin \omega t + \text{ctg} \beta)^2 + \left( \cos \omega t - \frac{1}{\eta} \right)^2},$$

$$P = \frac{\sin \omega t \cos \beta - \cos \omega t \frac{\sin \beta}{\eta} + \frac{1}{\sin \beta}}{\Delta}.$$

При  $\eta \ll 1$  (в установке  $\eta = 0.13$ ) эту зависимость можно существенно упростить и она принимает вид:

$$\alpha(t) = -\arcsin(\sin \beta \cdot \sin \omega t).$$

При таком приближении угловая скорость и угловое ускорение вычисляются по формулам:

$$\alpha'(t) = \frac{\omega \sin \beta \cos \omega t}{(1 - \sin^2 \beta \sin^2 \omega t)^{\frac{1}{2}}};$$

$$\alpha''(t) = \frac{\omega^2 \sin \beta \cos^2 \beta \sin \omega t}{(1 - \sin^2 \beta \sin^2 \omega t)^{\frac{3}{2}}}.$$

Таким образом, угловая скорость достигает максимума

$$\alpha'_{\max} = \omega \sin \beta$$

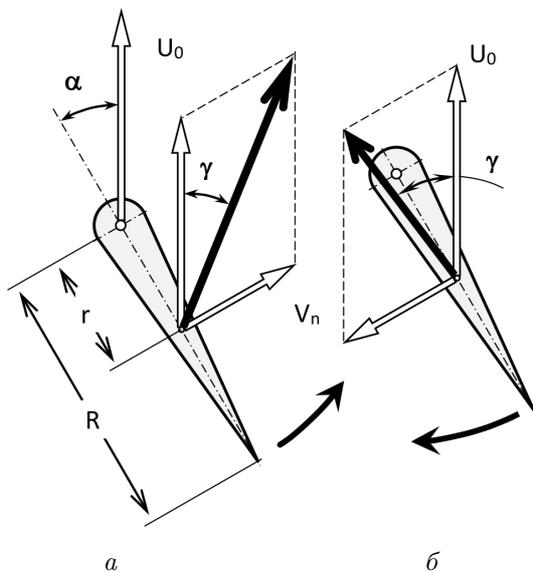


Рис. 3. Схема динамического угла атаки профиля

при  $t = n\pi/\omega$ , т.е. при прохождении профилем нейтрального положения, а угловое ускорение достигает максимума

$$\alpha''_{\max} = \omega^2 \operatorname{tg} \beta$$

при  $t = (n + 1)\pi/\omega$ , т.е. при достижении профилем максимальной амплитуды.

При движении точки качания профиля со скоростью  $V_0$  и колебании профиля с некоторой угловой скоростью  $\alpha'(t)$  относительно точки качания динамический угол атаки в каждой точке профиля будет составлять

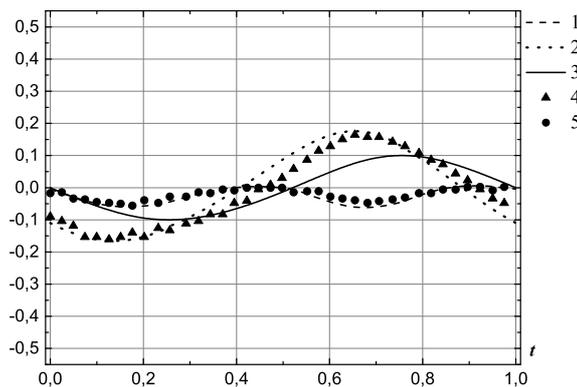
$$\alpha(r, t) = \alpha(t) + \arctan \left( \frac{r\alpha'(t) \cos \alpha(t)}{V_0 + r\alpha'(t) \sin \alpha(t)} \right),$$

где  $r$  – расстояние точки на профиле от точки качания. Этот угол получен без учета телесности профиля и при увеличении угла атаки  $\alpha(t)$  представлен на схеме рис. 3,а. При уменьшении угла атаки динамический угол атаки каждой точки поверхности профиля, представленный на схеме рис. 3,б, определяется выражением

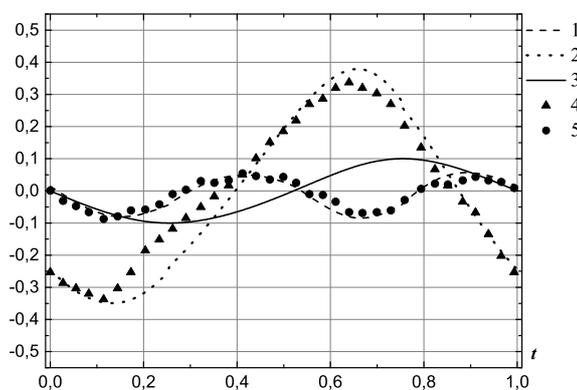
$$\alpha(r, t) = \alpha(t) - \arctan \left( \frac{r\alpha'(t) \cos \alpha(t)}{V_0 - r\alpha'(t) \sin \alpha(t)} \right).$$

Осредненная по хорде величина динамического угла атаки колеблющегося профиля записывается в виде

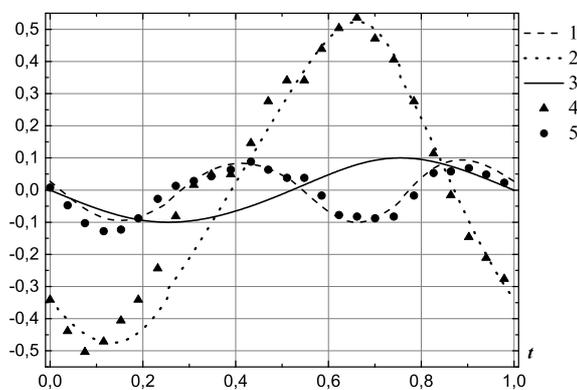
$$\alpha_R(t) = \frac{1}{R} \int_0^R \alpha(r, t) dr = \alpha(t) \pm \arctan \left( \frac{R\alpha'(t)}{2V_0} \right).$$



а



б



в

Рис. 4. Экспериментальные (4, 5) и аппроксимационные (1, 2) продольная  $F_x$  (1, 4) и поперечная  $F_y$  (2, 5) компоненты силы, действующей на колеблющийся профиль, и угол отклонения  $\alpha$  (3) на периоде колебания при  $\beta = 30^\circ$ :  
а –  $f = 0.5$  Гц; б –  $f = 1.0$  Гц; в –  $f = 1.5$  Гц

Таким образом, (если учесть знак угловой скорости, то плюс-минус не нужен) при увеличении угла динамический угол атаки увеличивается на угол, определяемый обратной величиной поступи. При уменьшении угла атаки профиля этот дополнительный угол уменьшает динамический угол атаки, и когда этот дополнительный угол превышает угол атаки профиля, динамический угол атаки становится отрицательным, что соответствует в терминах сопротивление–тяга появлению тяги у колеблющегося профиля. Однако, только учет динамического угла атаки вряд ли позволит получать динамические нагрузки на профиль, так как в предельных точках отклонения профиля его угловая скорость равна нулю и динамический угол атаки совпадает со стационарным углом атаки. На предельных углах атаки динамические характеристики профиля определяются инерционными составляющими, зависящими от углового ускорения колеблющегося профиля.

На рис. 4 представлены экспериментальные значения продольной и поперечной сил, действующих на профиль, в течение периода колебания при амплитуде отклонения профиля  $30^\circ$  для трех частот 0.5; 1.0; 1.5 Гц, что соответствует  $Sh_i = \frac{R\omega_i \sin \beta}{2V_0}$  (0.215; 0.43; 0.67), приведенные к единичному периоду, при  $V_0 = 0.31$  м/с, и аппроксимативные значения этих сил, определенных по значению угла атаки, угловой скорости и углового ускорения:

$$F_x = A_0 + A_{1x}|\alpha(t)| + S_1\alpha'(t) \sin \alpha(t) + S_2\alpha''(t) \sin \alpha(t);$$

$$F_y = A_{1y}|\alpha(t)| + S_1\alpha'(t) \cos \alpha(t) + S_2\alpha''(t) \cos \alpha(t).$$

(1)

Константы  $A_i$  определяются по стационарной продувке профиля,  $S_i$  – по результатам одного из экспериментов при колебании профиля с одной из частот. Как видно, получено и качественное, и количественное соответствие экспериментальным значениям при всех частотах колебаний как для продольной, так и поперечной составляющих сил, без изменения констант в формулах (1). Первое, что обращает на себя внимание – это периодичность с неким сдвигом фаз, определяемая частотой колебания, и пропорциональность амплитуды колебания компонент сил частоте колебания. Поэтому, проанализировать влияние соотношения параметров колеблющегося профиля на компоненты сил можно на основании предложенных формул. Сдвиг фаз в продольной компоненте силы определяется тем, что  $\alpha'(t) \sin \alpha(t)$  достигает максимума при отклонении профиля от нейтрального положения на угол  $\alpha(t) = \arcsin \sqrt{1 - \cos \beta}$  и

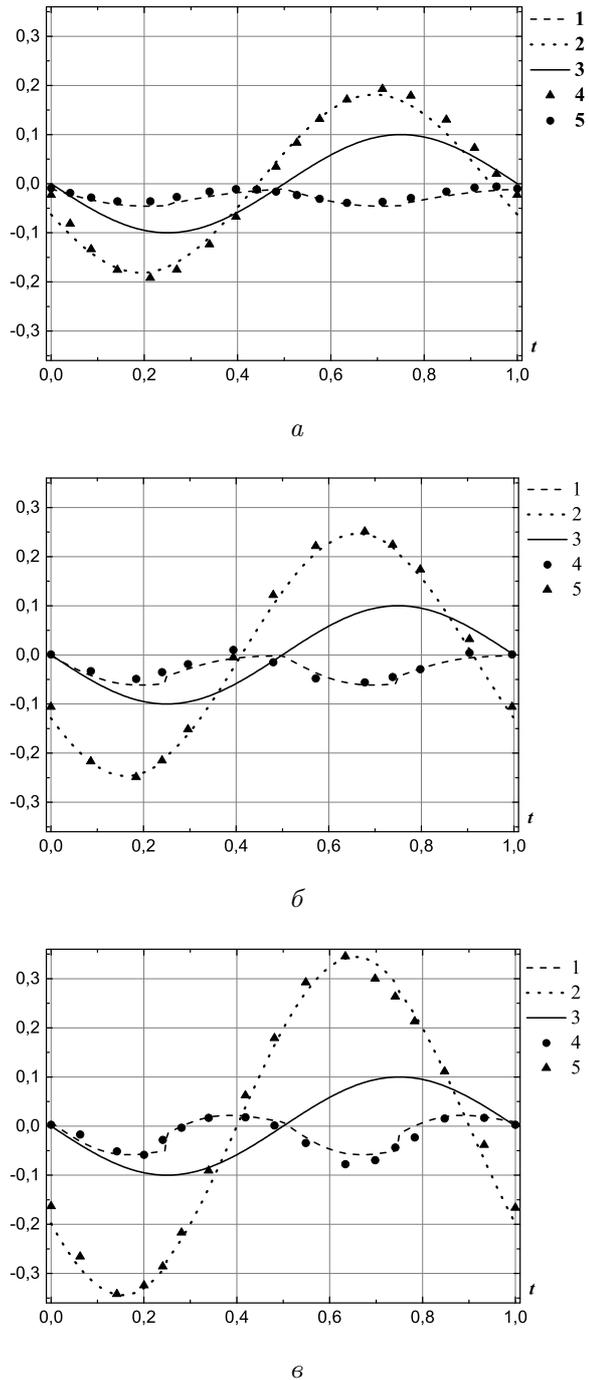


Рис. 5. Экспериментальные (4, 5) и аппроксимационные (1, 2) продольная  $F_x$  (1, 4) и поперечная  $F_y$  (2, 5) компоненты силы, действующей на колеблющийся профиль, и угол отклонения  $\alpha$  (3) на периоде колебания при  $\beta = 15^\circ$ :  
 а –  $f = 0.5$  Гц; б –  $f = 1.0$  Гц; в –  $f = 1.5$  Гц

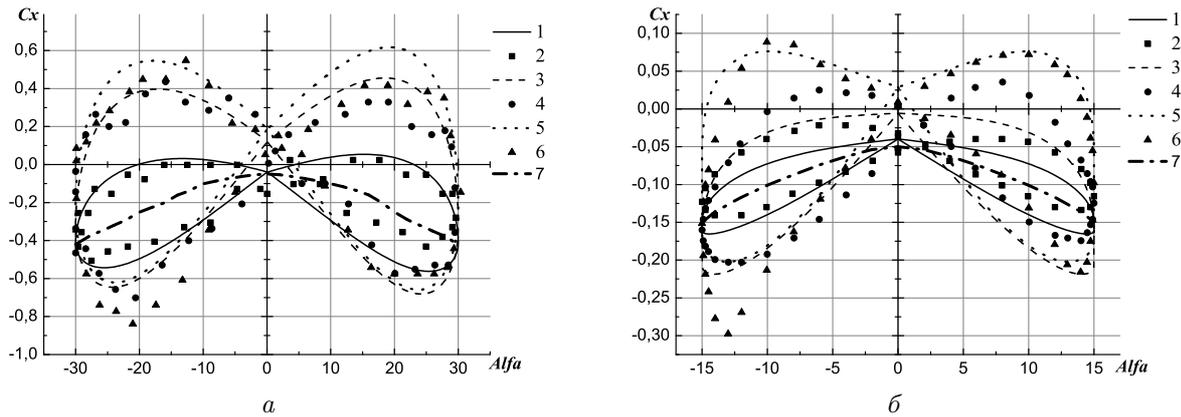


Рис. 6. Экспериментальные (2, 4, 6) и аппроксимационные (1, 3, 5) значения коэффициента сопротивления колеблющегося профиля при различных частотах колебаний: а – 30°; б – 15°; 1, 2 –  $f = 0.5$  Гц; 3, 4 –  $f = 1.0$  Гц; 5, 6 –  $f = 1.5$  Гц; 7 – стационарное обтекание профиля.

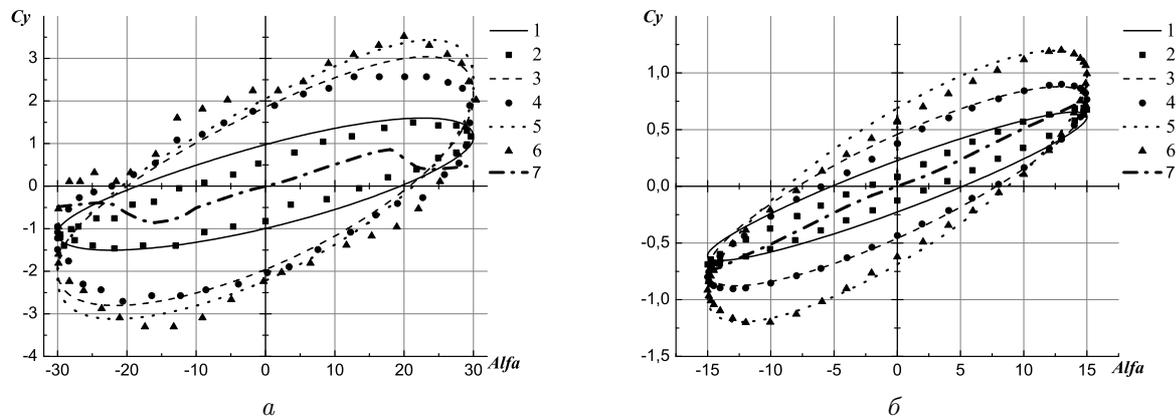


Рис. 7. Экспериментальные (2, 4, 6) и аппроксимационные (1, 3, 5) значения коэффициента подъемной силы колеблющегося профиля при различных частотах колебаний: а – 30°; б – 15°; 1, 2 –  $f = 0.5$  Гц; 3, 4 –  $f = 1.0$  Гц; 5, 6 –  $f = 1.5$  Гц; 7 – стационарное обтекание профиля.

этот угол практически не зависит от частоты, в то время как  $\alpha''(t) \sin \alpha(t)$  достигает максимального нулевого значения при  $\alpha(t) = 0$  и минимальных значений, равных  $-\omega^2 \operatorname{tg} \beta \sin \beta$ , на границе отрезка  $[-\beta, \beta]$ . Сдвиг фаз в поперечной силе определяется тем, что  $\alpha'(t) \cos \alpha(t)$  достигает максимума при  $\alpha(t) = 0$ , а  $\alpha''(t) \cos \alpha(t)$  при  $\alpha(t) = 0$  равно нулю и достигает минимума на границах отрезка  $[-\beta, \beta]$ .

При переходе к другой амплитуде колебания и скорости потока коэффициенты  $S_i$  пересчитываются по формуле

$$S_{in} = S_{i0} \frac{V_n^2 \left( 1 + \left( \frac{R\omega \sin \beta_n}{2V_n} \right)^2 \right)}{V_0^2 \left( 1 + \left( \frac{R\omega \sin \beta_0}{2V_0} \right)^2 \right)}, \quad (2)$$

где индекс  $n$  соответствует новым значениям параметров, 0 – базовым значениям параметров.

На рис. 5 представлены экспериментальные результаты динамических нагрузок при скорости потока  $V_0 = 0.5$  м/с при амплитуде отклонения профиля 15° в том же диапазоне частот, что соответствует значениям параметра Sh (0.07; 0.14; 0.21), и компоненты сил по формуле (2).

Результаты сравнения показывают, что формула (1) адекватно отражает динамические нагрузки на колеблющийся профиль в потоке в рассмотренном диапазоне частот и скоростей потока.

Нестационарное изменение угла атаки приводит не только к возрастанию динамических нагрузок на профиль, но и качественно меняет их структуру в зависимости от скорости изменения угловой скорости и от направления изменения угла атаки, особенно на закритических углах атаки. На

рис. 6, 7 приведены значения безразмерных коэффициентов подъемной силы и силы сопротивления, где обезразмеривающим параметром является относительный скоростной напор, равный  $\frac{1}{2}\rho V_0^2(1 + \text{Sh}^2)$  для соответствующих углов отклонения профиля. Очевидно, что при  $\text{Sh} \rightarrow 0$  результаты должны соответствовать стационарному обтеканию профиля при соответствующих углах атаки как для коэффициента подъемной силы  $C_y$ , так и для коэффициента сопротивления  $C_x$ . Однако на закритических углах при амплитуде колебания профиля  $\beta = 30^\circ$  уже при малых  $\text{Sh} = 0.21$  нет провала  $C_y$  при возрастании угла атаки, и он существенно выше коэффициента подъемной силы при стационарном обтекании профиля, что говорит о проявлении инерционной составляющей уже при малых частотах колебания профиля. При возрастании параметра  $\text{Sh}$  качественная картина зависимости коэффициента  $C_y$  от угла отклонения сохраняется. Коэффициент сопротивления  $C_x$  колеблющегося профиля существенно ниже на предельных углах отклонения по сравнению со стационарной картиной обтекания, что также говорит о проявлении инерционной составляющей силы. При увеличении угла атаки коэффициент сопротивления  $C_x$  больше коэффициента сопротивления  $C_{x0}$  при стационарном обтекании профиля, при уменьшении угла атаки  $C_x < C_{x0}$  практически на всем размахе колебания профиля. При увеличении параметра  $\text{Sh}$  коэффициент сопротивления  $C_x$  колеблющегося профиля не только уменьшается, но и меняет знак, что говорит о генерации тяги колеблющимся профилем.

## ВЫВОДЫ

Экспериментально определенные динамические нагрузки на колеблющийся профиль в потоке для достаточно большого диапазона изменения скорости потока, частоты и амплитуды колебания профиля позволили сформулировать следующие положения:

- мгновенные значения коэффициентов и силы сопротивления, и подъемной силы зависят от частоты колебания профиля, и во много раз превышают значения этих коэффициентов при соответствующем стационарном угле атаки;

- геометрический угол отклонения профиля не совпадает с динамическим углом атаки колеблющегося профиля. При рассмотренном законе движения профиля на предельных углах отклонения профиля динамический угол атаки совпадает с геометрическим углом отклонения. При прохо-

ждении нейтрального положения профиль обладает подъемной силой, пропорциональной угловой скорости колебания профиля;

- при достижении параметра  $\text{Sh}$  значений порядка 1 осредненная по периоду колебания мгновенная продольная составляющая силы меняет знак, что говорит о создании силы тяги колеблющимся профилем;

- предложенный нормирующий множитель  $\frac{1}{2}\rho V_0^2(1 + \text{Sh}^2)$  позволяет унифицировать коэффициенты подъемной силы и силы сопротивления и при нестационарном движении профиля;

- предложенные эмпирические зависимости коэффициентов сопротивления и подъемной силы при нестационарном обтекании профиля можно экстраполировать на другие законы движения профиля при определении динамических нагрузок на профиль.

1. Hirsch Ir. H., Mandal A. C. A cascade theory for the aerodynamic performance of Darries wind turbines // Wind Engineering.– 1987.– **11**, N 3.– P. 164–173.
2. Zeiner-Gundersen D. Hydrodynamic theory for a flexible profile vertical axis turbine // Прикл. гідромеханіка.– 2014.– **16**, N 3.– С. 63–74.
3. Gormont R. E. Mathematical model of unsteady aerodynamics and radial flow for application to helicopter rotors // U.S. AAMRD. – Eutis Directorate Report, 1973.– P. TR-72-67.
4. Ericsson L. E., Reding J. P. Fluid mechanics of dyanmic stall. Part I. Unsteady flow concepts // J. Fluid and Structures.– 1988.– **2**.– P. 1–33.
5. Приходько А. А., Редчиц Д. А. Компьютерное моделирование подвижных роторов ветроагрегатов Дарье и Савониуса // Аэрогидродинамика; проблемы и перспективы.– 2006.– **2**.– С. 120–142.
6. De Lourier J. D., Harris J. M. Experimental study of oscillating - wing propulsion // J. Aircraft.– 1982.– N 5.– P. 368–373.
7. Довгий С. А., Каян В. П., Кочин В. А., Лебедь А. Г. Исследование влияния активного управления прямыми лопастями на рабочие характеристики ветрогенератора Дарье // Прикл. гідромеханіка.– 2010.– **12**, N 3.– С. 12–33.
8. Некрасов А. И. Теория крыла в нестационарном потоке.– М.-Л.: Изд-во АН СССР, 1947.– 258 с.
9. Белоцерковский С. М., Скрипач Б. К., Табачников В. Г. Крыло в нестационарном потоке газа.– М.: Наука, 1971.– 767 с.
10. Гребешов Э. П., Сагоян О. А. Гидродинамические характеристики колеблющегося крыла, выполняющего функции несущего элемента и движителя // Труды ЦАГИ.– 1976.– N 1725.– С. 3–30.
11. Горелов Д. Н. Экспериментальное исследование тяги машущего крыла // Бионика. – Киев: Наукова думка.– 1980.– N 14.– С. 42–45.