

УДК 532.529.2

РАСЧЕТ СТРАТИФИЦИРОВАННЫХ ТЕЧЕНИЙ ОКОЛО КЛИНА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ОТКРЫТЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ ПАКЕТОВ

Н. Ф. ДИМИТРИЕВА

Институт гидромеханики НАН Украины, Киев
03680 Киев – 180, МСП, ул. Желябова, 8/4
email: dimitrieva@list.ru

Отримано 19.01.2015

Решается задача формирования течений, индуцированных диффузией на клине, который при помещении его в толщу стратифицированной среды нарушает однородность фонового диффузионного потока стратифицирующей компоненты и приводит к формированию сложной многоуровневой вихревой системы. В полной нелинейной постановке решение системы уравнений строится численно с использованием метода конечных объемов, реализованного в оригинальных решателях открытого пакета OpenFOAM. Особое внимание уделялось созданию качественной расчетной сетки, которая учитывает многомасштабность поставленной задачи. Расчеты проводятся в параллельном режиме с использованием метода декомпозиции расчетной области в виртуальной вычислительной лаборатории UniHUB. Результаты вычислений показывают зоны дефицита давления, которые ответственны за возникновение пропульсивной силы, приводящей к самодвижению клина вдоль горизонта нейтральной плавучести в устойчиво стратифицированной среде.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: численное моделирование, открытые вычислительные пакеты, стратифицированные течения

Розв'язується задача формування течій, що індуковані дифузиею на клині, який при розташуванні його в товщу стратифікованого середовища порушує однорідність фонового дифузійного потоку і призводить до формування складної багаторівневої вихрової системи. В повній нелінійній постановці розв'язання системи рівнянь будувється чисельно з використанням методу скінченних об'ємів, що реалізоване в оригінальних вирішувачах відкритого пакету OpenFOAM. Особлива увага приділялася створенню якісної розрахункової сітки, яка враховує багатомасштабність задачі. Розрахунки проводяться в паралельному режимі з використанням методу декомпозиції розрахункової області у віртуальній обчислювальній лабораторії UniHUB. Результати обчислень показують зони дефіциту тиску, які відповідальні за виникнення пропульсивної сили, що приводить до саморуку клина вздовж горизонту нейтральної плавучості в стійко стратифікованому середовищі.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: чисельне моделювання, відкриті обчислювальні пакети, стратифіковані течії

The problem on evolution of diffusion-driven flow on a wedge is solved. Due to breaking of naturally existing background diffusion flux of stratifying agent by impermeable surface of the wedge a complex multi-level vortex system of compensatory fluid motions is formed around the obstacle. The fundamental set is solved numerically in the full nonlinear formulation using finite volume method. The numerical solution is realized in original solvers of the open source package, OpenFOAM. Particular attention was paid to the creation of high-quality computational grid that takes into account multiscale task. The calculations are carried out in parallel based on a kind of domain decomposition method using the computational web-laboratory UniHUB with direct access to the JSCC cluster. The results of calculations show an intensive zone of pressure depression in front of the leading vertex of the wedge and pressure excess past the obstacle. The pressure gradient is responsible for generation of propulsive mechanism that results in a self-motion of the obstacle along its neutral buoyancy horizon.

KEY WORDS: Numerical simulation, open software packages, stratified flows

ВВЕДЕНИЕ

Вследствие гравитационного расслоения атмосфера и гидросфера часто устойчиво стратифицированы. Такая неравновесная среда с молекулярными потоками стратифицирующих компонент находится в состоянии покоя только когда градиенты плотности параллельны линии действия силы тяжести. Прерывание молекулярного потока на непроницаемых границах произвольной формы формирует индуцированные диффузией течения, которые включают пограничные слои, крупные

медленные вихри и диссипативно-гравитационные волны [1]. Научный интерес к данной проблеме связан с распространенностью явлений в окружающей среде: интенсивных долинных или горных ветров в атмосфере и склоновых потоков в океане, а также самодвижения биологических объектов [2-5]. Экспериментальные исследования показали, что свободное клиновидное препятствие нейтральной плавучести, погруженное в непрерывно стратифицированную жидкость, совершает самодвижение со скоростью порядка сантиметра в час [6]. Основы построения физических моделей, описывающих самодвижение свободных тел в страти-

фицированной среде обсуждаются в [7]. Самодвижение клиновидного объекта, обусловленное естественной конвекцией, наблюдалось в [8].

Одним из основных инструментов исследования данной проблемы является численное моделирование, которое позволяет избежать ограничений и исследовать характеристики течения в полной нелинейной постановке с учетом многокомпонентной диффузии. Учет многомасштабности процессов предъявляет высокие требования к вычислительным ресурсам и кодам. Обычно тонкоструктурные эффекты вносят небольшие поправки в значения динамических характеристик течений. В данной постановке формируются большие градиенты, которые существенно влияют на результаты расчетов. Применение высокопроизводительных вычислительных систем дает возможность более точно описать тонкоструктурные компоненты течений и проводить широкий параметрический анализ поставленных задач.

Анализ коммерческих пакетов прикладных программ с закрытым исходным кодом показал, что на сегодняшний день нет готовых решений системы фундаментальных уравнений многокомпонентных жидкостей. Заметный прогресс в решении сложных задач механики сплошных сред обусловлен развитием открытых вычислительных технологий, которые позволили реализовать более точные методы построения решений и высокоразрешающие численные модели. Одним из наиболее перспективных и быстро развивающихся свободно распространяемых пакетов является OpenFOAM (Open Field Operation and Manipulation). В работе [9] описаны возможности OpenFOAM для решения задач механики сплошных сред. В основе его исходного кода лежит набор библиотек, предоставляющих инструменты для решения ряда прикладных задач, а также имеется возможность проводить распараллеливание расчетов в суперкомпьютерных системах. Численное моделирование стратифицированных течений около неподвижных и равномерно движущихся тел с использованием OpenFOAM показало хорошую работоспособность [10, 11]

Дискретное представление вычислительной области (сетка) является составной частью численного моделирования и в значительной степени определяет успех решения задачи [12]. На сегодняшний день известно несколько типов расчетных сеток: структурированные и неструктурированные, ортогональные и неортогональные, согласованные с границей области и нет. Каждый тип имеет свои достоинства и недостатки. Метод построения выбирается индивидуально

для каждой поставленной задачи, исходя из ее масштабов и сложности геометрической области.

Неструктурированные сетки, состоящие обычно из треугольников в двумерном случае и тетраэдров в трёхмерном, применимы для областей с произвольной геометрией без ограничений на форму и количество границ расчетной области [13]. Возможность высокой степени автоматизации позволяет существенно сократить временные затраты на построение сеток [14]. Основным недостатком нерегулярности структуры данных является усложнение численного алгоритма и требование дополнительной памяти для хранения информации о связях ячеек сетки. К тому же увеличение числа тетраэдральных ячеек по сравнению с шестигранными сетками повышает требования к вычислительным возможностям [15].

Наиболее эффективными считаются структурированные сетки, согласованные с границами области решения. Они позволяют реализовать вычислительные алгоритмы высокого порядка точности, а также уменьшить продолжительность расчета и необходимый объем оперативной памяти. За счет использования криволинейных сеточных линий можно добиться совпадения границ области определения функции (физической области) и сеточных линий, что позволяет упростить запись граничных условий. Однако вследствие преобразования координат в уравнениях, как правило, появляются дополнительные члены. В то же время, процедура построения регулярной сетки обычно требует определенных навыков, больших затрат труда и вычислительных ресурсов и применяется только для простых геометрий расчетной области.

Ввиду ограниченности диапазона геометрических объектов, описываемых структурированными сетками, и невозможности построить единую сетку для всей расчетной области, производится разделение на блоки. Сложность реализации такого подхода состоит в процедуре сшивки решений, полученных в различных подобластях. Тем не менее, метод построения блочно-структурированной расчетной сетки предоставляет широкие возможности для использования эффективных численных методов внутри блоков, в каждом из которых генерируется отдельная сетка регулярной структуры.

В свободно распространяемом пакете прикладных программ OpenFOAM существуют различные уровни описания расчетной сетки. Основным классом polyMesh строится с использованием минимального объема информации, необходимой для определения геометрии сетки. Поддерживаются как структурированные многоблочные сетки, так

и не структурированные, в том числе с многогранными ячейками (polyhedral). Утилита blockMesh, поставляемая вместе с пакетом OpenFOAM, предназначена для генерации гексаэдральных структурированных сеток. В файле blockMeshDict задаются элементы и параметры разбиения: вершины, ребра, блоки, внешние границы.

Более перспективным и функциональным сеточным генератором, особенно для тел со сложной геометрией, считается открытая интегрируемая платформа SALOME. Она позволяет создавать и редактировать, импортировать и экспортировать CAD модели, накладывать на них сетку с помощью различных алгоритмов, связывать физические параметры и геометрию. Одним из преимуществ SALOME является возможность преобразования полученной расчетной сетки к форматам, которые используются в различных коммерческих и открытых пакетах прикладных программ. Созданная с помощью SALOME сетка и сохраненная в формате UNV, конвертируется в формат OpenFOAM командой ideasUnvToFoam mesh.unv, где mesh.unv - имя файла.

Цель данной работы – развитие методики численного моделирования течений стратифицированных жидкостей на примере задачи формирования течений, индуцированных диффузией (ГИД) на клине.

1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Основу математического описания поставленной задачи составила фундаментальная система дифференциальных уравнений механики неоднородных многокомпонентных жидкостей в приближении Буссинеска и пренебрежении эффектами сжимаемости, поскольку изучаемые течения медленно меняющиеся, а их скорости малы по сравнению со скоростью звука [16]. Система включает в себя уравнения состояния $\rho(S(y))$, неразрывности, баланса импульса и вещества с постоянным коэффициентом диффузии:

$$\begin{aligned} \rho &= \rho_{00}(\exp(-z/\Lambda) + s), \\ \operatorname{div} \mathbf{v} &= 0, \\ \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} &= -\frac{1}{\rho_{00}} \nabla P + \nu \Delta \mathbf{v} - s \mathbf{g}, \\ \frac{\partial s}{\partial t} + \mathbf{v} \nabla s &= \kappa_S \Delta s + \frac{v_y}{\Lambda}, \end{aligned} \quad (1)$$

где s – возмущение солёности (стратифицирующей примеси), включающее коэффициент солевого сжатия; $\mathbf{v} = (v_x, v_y)$ – индуцированная ско-

рость; P – давление, ν – коэффициент кинематической вязкости; κ_S – коэффициент диффузии соли; t – время; \mathbf{g} – ускорение свободного падения; ∇ и Δ – операторы Гамильтона и Лапласа; $\Lambda = (d \ln \rho_0 / dy)^{-1}$ – длина плавучести; $N = \sqrt{g/\Lambda}$ – частота плавучести.

Постановка задачи предполагает, что в начальный момент времени $t = 0$ в покоящуюся непрерывно стратифицированную жидкость помещается непроницаемое клиновидное препятствие. На поверхности клина задано условие прилипания для скорости и непротекания для вещества, на бесконечном удалении – затухание всех возмущений. Таким образом, физические обоснованные начальные и граничные условия задачи записываются в виде:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}, s|_{t \leq 0} &= 0, \quad v_x|_{\Sigma} = v_y|_{\Sigma} = 0, \\ \left[\frac{\partial s}{\partial \mathbf{n}} \right]_{\Sigma} &= \frac{1}{\Lambda} \frac{\partial y}{\partial \mathbf{n}}, \quad \mathbf{v}, s|_{x,y \rightarrow \infty} = 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где \mathbf{n} – внешняя нормаль к поверхности препятствия Σ .

Система уравнений (1) с начальными и граничными условиями (2) определена, разрешима, самосогласована [17]. Она позволяет одновременно изучать крупномасштабные и тонкоструктурные компоненты течений в рамках единого описания в естественных физических переменных без привлечения дополнительных констант и связей. Адекватность выбранной математической модели подтверждается соответствием основополагающим принципам механики и согласованностью независимых аналитических, численных и экспериментальных исследований [17–19].

Задача характеризуется набором размерных параметров ($\nu = 10^6 \text{ м}^2/\text{с}$, $\kappa_S = 1.41 \cdot 10^6 \text{ м}^2/\text{с}$, $g_y = 9.8 \text{ м}/\text{с}^2$, $N = 1 \text{ с}^{-1}$), которые формируют характерные масштабы времени, скорости и длины [8]. Линейные масштабы геометрической и динамической природы, имеющие широкий диапазон значений, позволяют определить размеры области решения поставленной задачи и степень ее пространственной дискретизации. Макромасштабы Λ и L определяются исходной стратификацией и размерами препятствия. Вязкий $\delta_N^v = \sqrt{\nu/N}$ и диффузионный $\delta_N^{\kappa_S} = \sqrt{\kappa_S/N}$ микромасштабы, имеющие диссипативную природу, определяют поперечные размеры тонкоструктурных компонент.

2. АЛГОРИТМ ПОСТРОЕНИЯ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ

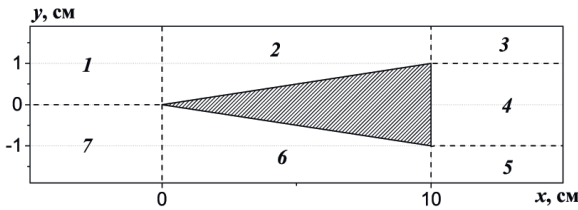


Рис. 1. Схема разбиения расчетной области на блоки

2.1. Расчетная область

Дискретизация расчетной области осуществлялась с использованием утилит blockMesh, topoSet и refineMesh открытого пакета OpenFOAM, а также в открытой интегрируемой платформе SALOME.

Расчетная область представляет собой прямоугольник, в центре которого расположено клиновидное препятствие длиной $L = 10$ см и высотой основания $h = 2$ см. В третьем направлении должна быть задана хотя бы одна ячейка, потому что OpenFOAM, использующий метод конечных объемов для дискретизации системы уравнений, воспринимает только трехмерные расчетные сетки.

Область решения задачи предложено разделить на семь блоков, как показано на рис. 1. Процедура построения была параметризована, что позволило существенно сократить время перестройки сетки при изменении геометрических параметров расчетной области и препятствия.

Простота геометрии позволяет построить блочно-структурированную гексаэдральную расчетную сетку с совмещением линий на границах блоков. В третьем направлении должна быть задана хотя бы одна ячейка, потому что OpenFOAM, использующий метод конечных объемов для дискретизации системы уравнений, воспринимает только трехмерные расчетные сетки.

Тестовые расчеты с различными разрешениями расчетной сетки подтвердили необходимость удовлетворения минимальным микромасштабам поставленной задачи. На рис. 2 приведены зависимости от времени давления вблизи экстремальной вершины клина, где наиболее отчетливо проявляются тонкоструктурные компоненты индуцированных диффузией течений. Видно, что решение является неустойчивым на грубой сетке 2 с общим количеством ячеек $0.5 \cdot 10^6$ при минимальном размере в окрестности контрольной точки около $1,5 \cdot 10^{-4}$ м. Для сравнения сетка 1 с минимальным размером ячейки $0,5 \cdot 10^{-4}$ м имеет 10^6 ячеек.

Таким образом, для решения даже плоской

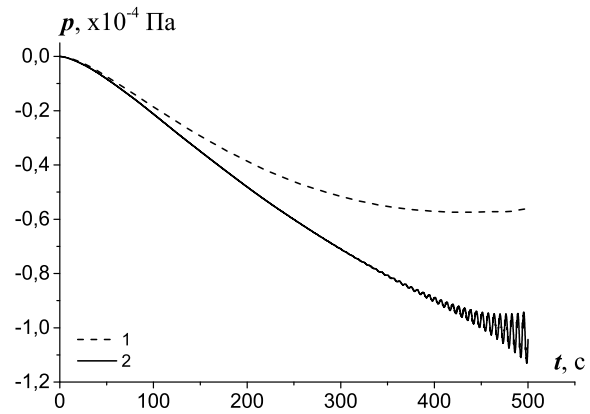


Рис. 2. Эволюция во времени давления в контрольной точке с координатами (10.1; 1.01); для сетки 1 общее количество ячеек составляло около 10^6 , для сетки 2 — $0.5 \cdot 10^6$ ячеек

задачи течений непрерывно стратифицированных жидкостей около непроницаемых препятствий требуются высокопроизводительные суперкомпьютерные системы.

Алгоритм разбиения предполагает сгущение ячеек в направлении препятствия, как показано на рис. 3, а. Длина ячейки в третьем измерении выбиралась соизмеримой минимальным размерам в продольном и поперечном направлении. Таким образом, вблизи обтекаемого тела соотношение размеров гексаэдров приблизительно равнялось единице, что положительно влияет на сходимость решения. Но у такого подхода есть недостаток: измельчение сетки в одной области влечет слишком мелкую сетку в других областях решения и бесполезную трату вычислительных ресурсов.

С целью улучшения качества дискретизации области решения задачи дополнительно использовались утилиты topoSet и refineMesh, позволяющие на основе геометрических либо параметрических признаков выделять подобласти расчетной сетки и измельчать их в соответствии с заданными масштабами и выбранными направлениями (рис. 3, б). Минимальный размер ячейки $0.25 \cdot 10^{-4}$ м вблизи непроницаемых границ удовлетворительно разрешает диффузионный микромасштаб δ_N^{KS} при относительно небольшом общем количестве ячеек сетки, равном $0.44 \cdot 10^6$.

Вместе с тем уменьшение пространственного разбиения, даже на небольшом участке расчетной области, требует соответственного уменьшения шага по времени, что увеличивает время расчета. Существенным недостатком поэтапного разбиения сетки является резкое изменение размера ячейки на границе заданной области, что может

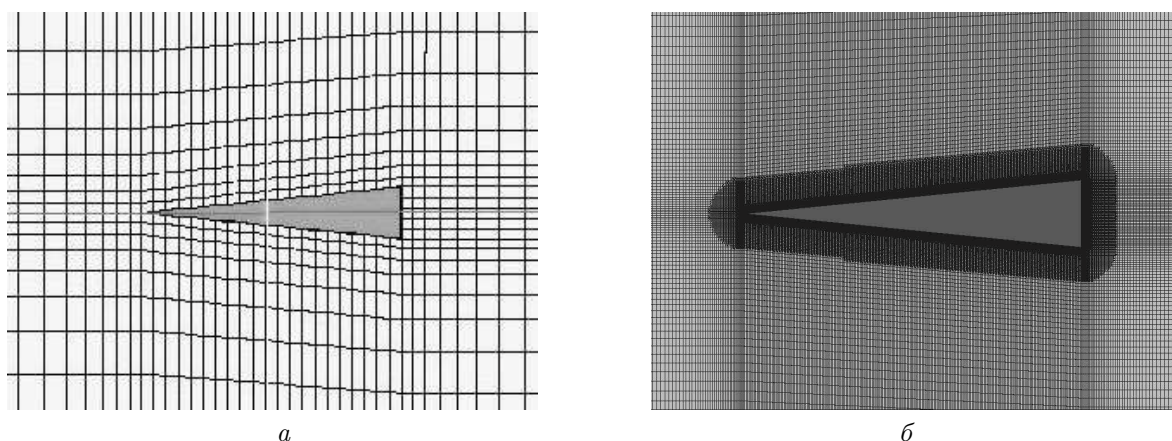


Рис. 3. Схема дискретизации расчетной области:
а – с линейным сгущением, б – с дополнительным локальным разбиением

отразится на результатах вычислений.

Проверка расчетной сетки утилитой `checkMesh` показала соответствие набору ограничений, связанных с топологией внешних границ и геометрическими характеристиками ячеек (соотношение размеров, закрученность, неортогональность).

2.2. Численная модель

Численное моделирование системы уравнений движения в пакете `OpenFOAM` проводится методом конечных объемов в декартовой системе координат. Интегралы по контрольному объему сводятся к поверхностному методом Гаусса, а значение функции на поверхности ячейки интерполируется из значений функции в центроидах соседних ячеек.

Открытость исходного кода пакета `OpenFOAM` позволяет создавать собственные решатели с использованием объектно-ориентированного языка программирования `C++`, что дает возможность реализовывать численные решения для сложных и специфических математических моделей. Для учета эффектов диффузии в стратифицированных жидкостях был разработан решатель `stratifiedFoam` на основе стандартного решателя `icoFoam`, реализующего нестационарные уравнения Навье-Стокса для однородной жидкости [10]. Решатель реализован путем введения дополнительных переменных и соответствующих уравнений (1) для их расчета, а также новых вспомогательных параметров - частоты плавучести, масштаба стратификации, коэффициентов диффузии, ускорения свободного падения и др. В уравнение движения для вертикальной компоненты скорости добавлены члены, учитыва-

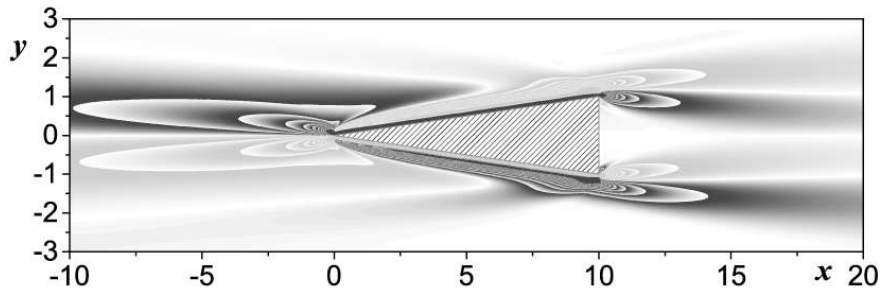
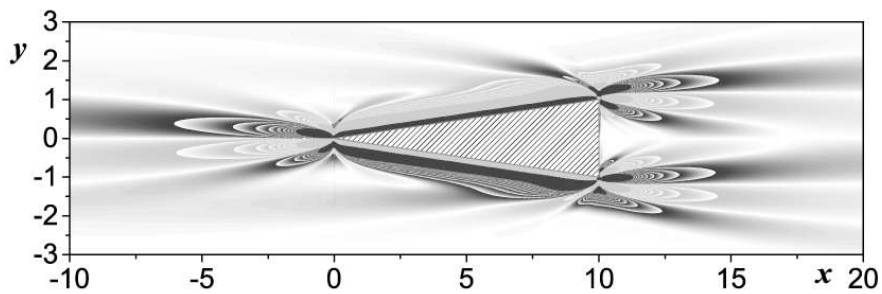
ющие наличие стратифицирующей примеси, а в уравнение для возмущения солёности - дополнительные слагаемые, определяющие фоновую стратификацию.

Для интерполяции конвективных членов использовалась TVD схема (Total Variation Diminishing), которая вносит минимальную численную диффузию и обеспечивает отсутствие осцилляций решения [20-22]. На ортогональных участках сетки нормальные градиенты скорости на поверхности ячейки, необходимые при вычислении диффузионных членов по теореме Гаусса, находились из значений скорости в центроидах соседних ячеек по схеме второго порядка. На неортогональных участках использовалась итерационная процедура коррекции погрешности, вызванной неортогональностью сетки. Для дискретизации производной по времени применялась неявная трехточечная несимметричная схема второго порядка с разностями назад (`backward differencing`).

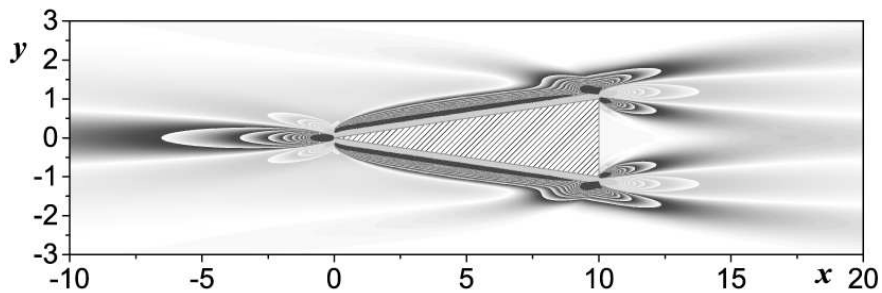
Дискретизация граничных условий (2) осуществлялась с использованием стандартных и расширенных утилит пакета `OpenFOAM`. Граничное условие возмущения солёности реализовано с применением расширенной утилиты `funkySetBoundaryField`, которая позволяет задавать аналитические выражения для различных физических переменных.

На передней и задней поверхностях, именуемых как `frontAndBack`, задано специальное граничное условие `empty`. Таким образом в `OpenFOAM` исключается расчет в третьем измерении для плоской задачи.

Для решения полученной системы линейных алгебраических уравнений применялись итерацион-

Рис. 4. Возмущение солености s ТИД на клине

а



б

Рис. 5. Градиенты возмущения солености:
а – продольный $\partial s/\partial x$, б – вертикальный $\partial s/\partial y$

ные солверы PCG, использующие методы сопряженных градиентов с предобуславливанием для симметричных матриц, а для асимметричных матриц – метод бисопряженных градиентов RBiCG с предобуславливанием. В качестве предобуславливателя для симметричных матриц была выбрана процедура DIC, основанная на упрощенной схеме неполной факторизации Холецкого, предобуславливатель DIU, основанный на упрощенной неполной LU факторизации, использовался для асимметричных матриц.

Для связанного расчета поля скорости и давления применялся устойчивый, хорошо сходящийся алгоритм PISO (pressure implicit with splitting

of operators) [23]. Он показал высокую эффективность для нестационарных задач, однако ограничен по числу Куранта.

Расчеты поставленных задач проводились в параллельном режиме с использованием ресурсов виртуальной вычислительной лаборатории UniHUB. Декомпозиция расчетной области осуществлялась методом simple. Такой подход позволяет использовать высокую пространственную дискретизацию расчетной области и проводить более широкий параметрический анализ поставленных задач, что дает возможность детально исследовать фундаментальную проблему.

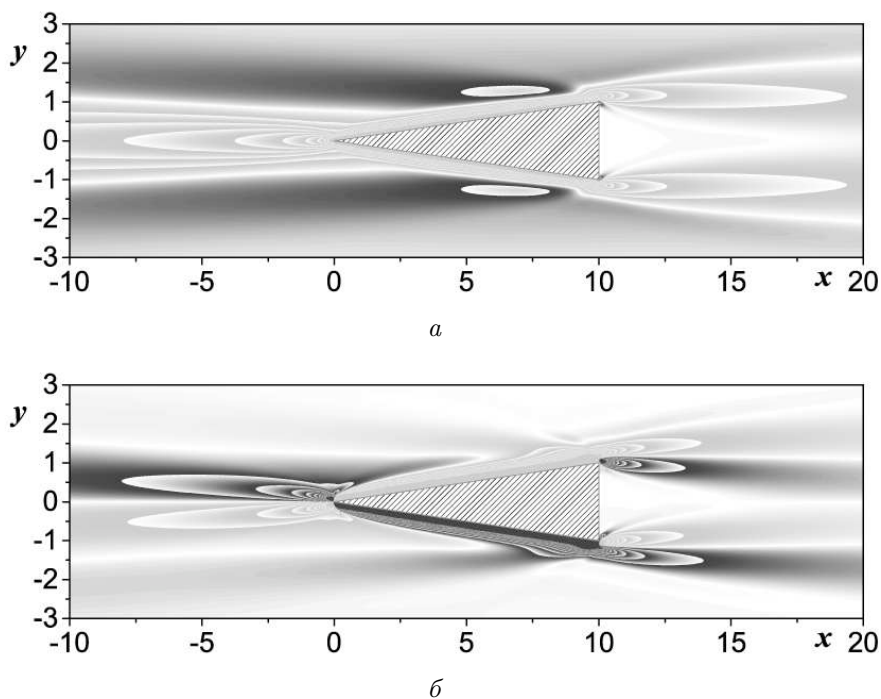


Рис. 6. Поле скорости:
 а – продольная компонента U_x , б – вертикальная компонента U_y

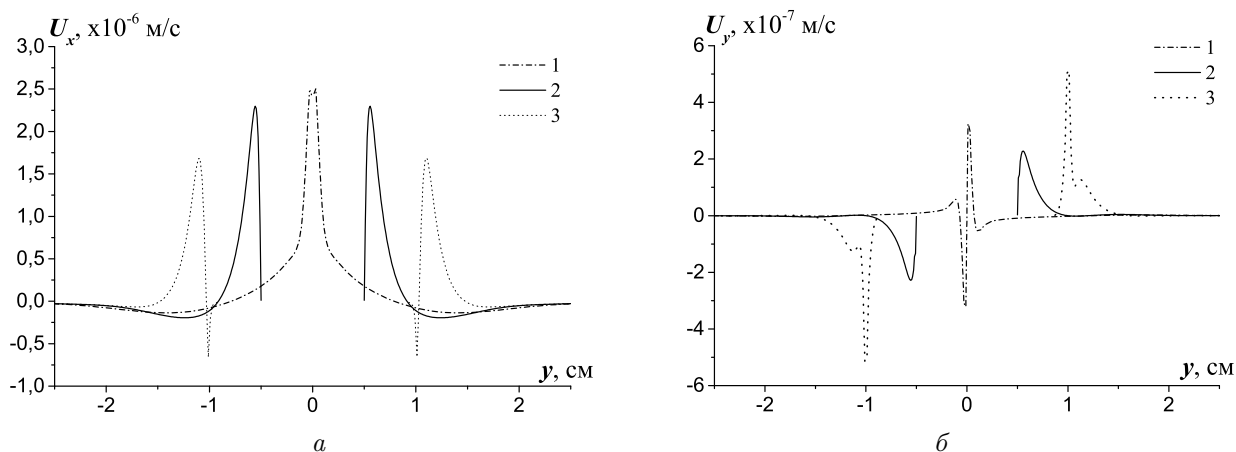


Рис. 7. Профили скорости в различных сечениях вдоль поверхности клина:
 а – продольная компонента, б – вертикальная компонента; 1 – $x = 0$ см, 2 – $x = 5$ см, 3 – $x = 10$ см

2.3. Обработка результатов расчета

Успешность расчёта во многом зависит от эффективного анализа и представления полученных результатов. Для проведения полного анализа структуры и динамики течений OpenFOAM позволяет вычислять новые физические переменные: полную плотность, завихренность, скорость дис-

сипации механической энергии, компоненты тензора вязких напряжений и др. Для этих целей используются расширенные утилиты funkySetFields, позволяющие задавать аналитические выражения для искомых величин, а также sample для построения распределений вдоль заданных участков, поверхностей, сечений. Кроме того, утилита sample позволяет преобразовывать поля переменных к различным форматам, что дает возмож-

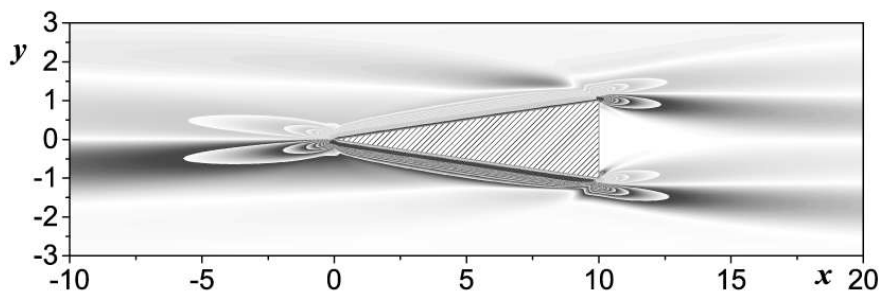


Рис. 8. Поле завихренности

ность обрабатывать результаты вычислений в других пакетах прикладных программ.

Визуализация результатов расчетов, проведенных с применением открытого пакета OpenFOAM на базе суперкомпьютерных комплексов, выполнялась с использованием графических пакетов ParaView и Origin.

Для визуализации скалярных полей применялся метод построения полихромной карты изолиний. Между изолиниями был одинаковый диапазон изменения величины. Чем они гуще, тем градиент визуализируемой величины больше. Цветовая информация о структуре поля представлялась в виде непрерывного спектра градаций выбранных цветов. Чем больше интенсивность цвета, тем больше абсолютное значение величины в данном диапазоне. Положительные значения величин заданы светло-серым цветом, отрицательные – темно-серым. Такой подход позволяет наглядно оценивать структуру визуализируемых полей.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Механизм формирования ТИД иллюстрирует поле возмущений солёности (рис. 4). Вблизи боковых поверхностей формируется тонкий слой дефицита солёности на верхней грани и избытка солёности на нижней грани, который существенно продолжается от вершин клина вдоль горизонта нейтральной плавучести. К данным полосам примыкают области с обратным знаком возмущения солёности, иллюстрируя области сгущения и разряжения стратифицирующей компоненты. Вблизи основания клина, параллельного силе тяжести, расположена протяженная невозмущенная область, т.к. вертикальная грань не нарушает естественный перенос примеси.

Более сложной представляется поле градиентов возмущения солёности (рис. 5), которое отражает

сложную периодическую структуру течений, индуцированных диффузией. Горизонтальные пологие структуры не противоречат экспериментальным теневым картинкам, полученным в лабораторном бассейне для тел с другими геометрическими формами [19].

Таким образом, препятствие блокирует фоновый диффузионный перенос и формирует сложную систему течений, включающую тонкие главные струи вдоль наклонных сторон с примыкающими компенсационными противотечениями. Горизонтальная компонента скорости симметрична относительно центральной горизонтальной плоскости (рис. 6, а). Более сложная структура течения наблюдается в распределении вертикальной компоненты скорости (рис. 6, б). У вершины препятствия отмечаются восходящие и нисходящие течения. В окрестности угловых точек основания клина формируется системы диссипативно-гравитационных волн.

Профили скорости для различных сечений вдоль поверхности клина (рис. 7) дают количественную информацию о трансформации поля скорости вдоль сторон клина. Вблизи острой вершины $y = 0$ наблюдается скачкообразное изменение вертикальной компоненты скорости, которое отражает смену направлений движения жидкости относительно горизонта нейтральной плавучести (рис. 7, б).

Численное моделирование течений, индуцированных диффузией на клине, показало существование сложной многоуровневой системы циркуляционных ячеек, примыкающих к острым краям препятствия. В поле завихренности (рис. 8) тонкий слой циклонической завихренности (против часовой стрелки) примыкает непосредственно к нижней грани клина. За ним следует совокупность чередующихся компенсационных областей с различными знаками. При этом интенсивность завихренности уменьшается в направлении от препятствия, а толщина слоя, наоборот, увеличивается.

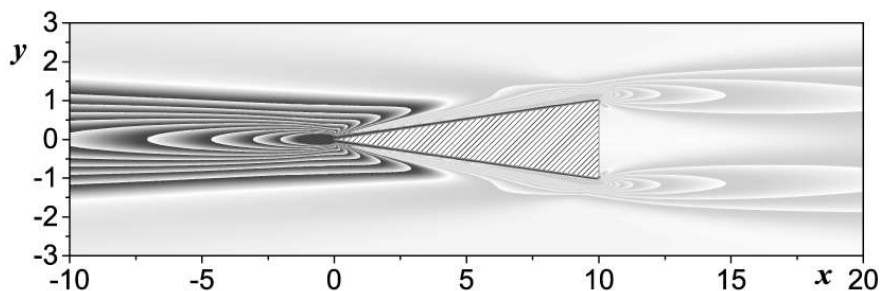


Рис. 9. Поле давления

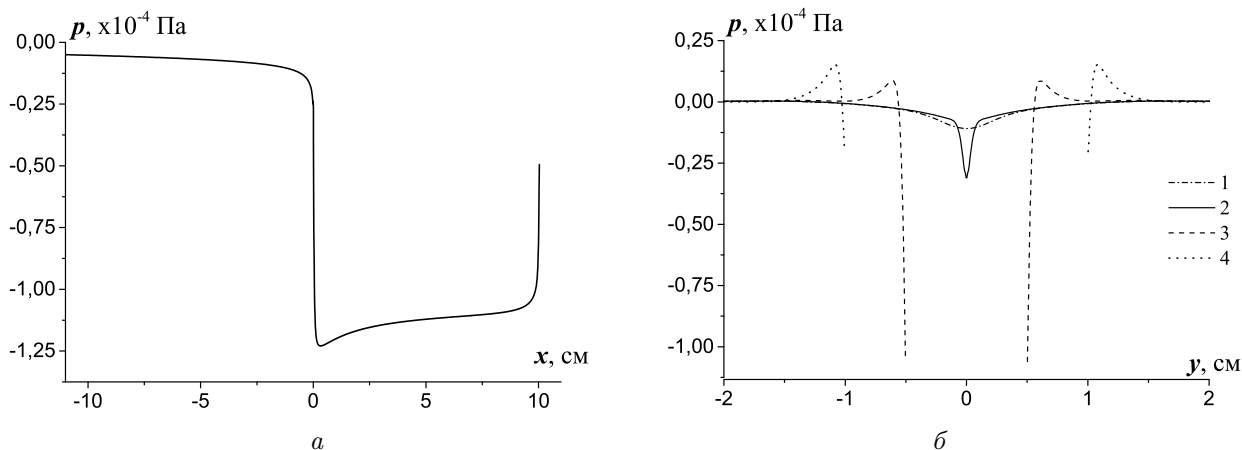


Рис. 10. Распределение давления для клина с прямыми гранями вдоль оси $0x$ (а) и в различных сечениях (б): 1 – $x = -1$ см, 2 – $x = 0$ см, 3 – $x = 5$ см, 4 – $x = 10$ см

Распределение значений завихренности в верхней полуплоскости антисимметрично относительно горизонта нейтральной плавучести.

Анализ структуры поля давления выявил протяженную область отрицательного давления у острой вершины клиновидного препятствия, а также в тонком слое вдоль его боковых сторон (рис. 9). Разность давлений – подпор у основания и дефицит перед клином создает интегральную силу, толкающую горизонтальный клин в направлении его вершины.

Наибольший дефицит давления наблюдается на стенке клина ($x = 0, 0 \div 0.1$ м), при этом интенсивность монотонно увеличивается от основания к острой вершине (рис. 10, а). Разность давлений порождает пропульсивную силу, приводящую к самодвижению клина. У острых кромок, где наиболее проявляется тонкая структура стратифицированных течений, значения давления резко меняются. Область отрицательного давления простирается далеко вдоль горизонта нейтральной плавучести.

Профили давления, приведенные на рис. 10, б в различных сечениях расчетной области, показали сложную знакопеременную структуру. Минимальные значения давления зафиксированы на стенке клина. С удалением от стенки интенсивность величины резко падает и несколько раз меняет знак, иллюстрируя волновую природу течений, индуцированных диффузией.

ВЫВОДЫ

Предложена методика численного расчета динамики установления структуры течений непрерывно стратифицированных жидкостей в открытом пакете OpenFOAM на примере течения, индуцированного диффузией на неподвижном клине в толще непрерывно стратифицированной жидкости.

На основе сравнительного анализа методов дискретизации предпочтение отдано высокоразрешающей блочноструктурированной гексаэдральной расчетной сетке, которая учитывает тонкоструктурные элементы течения в пристенной области.

Открытым остается вопрос построения экономной расчетной сетки, которая позволяет корректно разрешить мелкомасштабные эффекты и существенно сократить требования к вычислительным ресурсам и времени расчета.

Вычисления, проведенные с использованием суперкомпьютерных систем, показали хорошую работоспособность предложенной численной модели. Результаты расчетов продемонстрировали, что физическим механизмом самодвижения клина служит дефицит давления в окрестности его вершины, возникающий вследствие затягивания жидкости в восходящее на верхней стороне и нисходящее на нижней стороне структурированные компенсационные течения.

1. Chashechkin Yu. D., Zagumennyi Ia. V. Non-equilibrium processes in non-homogeneous fluids under the action of external forces // *Physica Scripta*.– 2013, **155**.– P. 014010.
2. Shapiro A., Fedorovich E. A boundary-layer scaling for turbulent katabatic flow // *Boundary-layer meteorology*.– 2014, **156**, N 1.– P. 1–17.
3. Мадерич В. С., Никишов В. И., Стеценко А. Г. Динамика внутреннего перемешивания в стратифицированной среде.– Киев: Наук. думка, 1988.– 240 с.
4. Phillips O. M. On flows induced by diffusion in a stably stratified fluid // *Deep-Sea Res.*– 1970.– **17**.– P. 435–443.
5. Авраменко А. А. Модель неустойчивости Лоренца для биоконвекции // *Доповіді НАН України*.– 2010.– N 10.– С. 85–88.
6. Allshouse M. R., Barad M. F., Peacock T. Propulsion generated by diffusion-driven flow // *Nature Physics*.– 2010, **6**.– P. 516–519.
7. Page M. A. Propelled by diffusion // *Nature Physics*.– 2010, **6**.– P. 486–487.
8. Mercier M. J., Ardekani F. M., Allshouse M. R., Doyle B., Peacock T. Self-propulsion of immersed object via natural convection // *Physical review letters*.– 2014, **112**.– P. 204501(5).
9. Калугин В. Т., Крапошин М. В., Стрижак С. В., Юскин А. В. Возможности открытого пакета OpenFOAM для решения задач аэрогидромеханики и теплообмена // *Труды пятой российской нац. конф. по теплообмену* // М: Изд. дом МЭИ.– 2010.– **1**.– С. 85–88.
10. Загуменный Я. В., Чашечкин Ю. Д. Индуцированное диффузией течение на клине // *Доповіді НАН України*.– 2013.– N 3.– С. 31–39.
11. Дмитриева Н. Ф., Загуменный Я. В. Численное моделирование стратифицированных течений с использованием OpenFOAM // *Труды ИСП РАН*.– 2014.– **26**, N 5.– С. 187–200.
12. Клячин В. А. Оптимизация построения расчетной сетки для решения задачи локального кривоизгиба с использованием многомерного геометрического хеширования на основе пакета NumPy // *Изв. Саратов. ун-та. Сер. Математика. Механика. Информатика*.– 2014.– **14**, N 3.– С. 355–362.
13. Кирчу Ф. И. Исследование влияния параметров расчетной сетки на характеристики компрессорных решеток // *Восточно-Европейский журнал передовых технологий*.– 2011.– **2**, N 8(50).– С. 57–60.
14. Караваев А. С., Копысов С. П. Метод построения неструктурированных шестигранных сеток из объемных данных // *Компьютерные исследования и моделирование*.– 2013.– **5**, N 1.– С. 11–24.
15. Волков К. Н. Применение метода контрольного объема для решения задач механики жидкости и газа на неструктурированных сетках // *Вычислительные методы и программирование*.– 2005.– **6**.– С. 43–60.
16. Чашечкин Ю. Д. Дифференциальная механика жидкостей: наблюдения и расчеты структуры течений // *Журнал проблем эволюции открытых систем*.– 2013.– **2**, N 15.– С. 20–36.
17. Байдулов В. Г., Чашечкин Ю. Д. Инвариантные свойства систем уравнений механики неоднородных жидкостей // *Прикладная математика и механика*.– 2011.– **75**, N 4.– С. 551–562.
18. Дмитриева Н. Ф., Загуменный Я. В., Чашечкин Ю. Д. Расчет и визуализация волновых процессов в неоднородных средах // В зб. праць акустичного симпозиуму : КОНСОНАНС-2013.– Киев: ИГМ НАНУ.– 2013.– С. 101–107.
19. Chashechkin Yu. D., Mitkin V. V. A visual study on flow pattern around the strip moving uniformly in a continuously stratified fluid // *J. Visualiz.*– 2004, **7**, N 2.– P. 127–134.
20. Малюга В. С. Численное исследование течения в канале с двумя последовательно расположенными стенозами. Алгоритм решения // *Прикл. гідромеханіка*.– 2010.– **12**, N 4.– С. 45–62.
21. Чирков Д. В., Черный С. Г. Сравнение точности и сходимости некоторых TVD-схем // *Вычислительные технологии*.– 2000.– **5**, N 5.– С. 86–107.
22. Нестеров А. Применение TVD-схем для аппроксимации переноса импульса в моделях геофизической гидродинамики с разнесенными сетками // *Прикл. гідромеханіка*.– 2008.– **10**, N 1.– С. 58–68.
23. Jang D. S., Jetli R., Acharya S. Comparison of the PISO, SIMPLER, and SIMPLEC algorithms for the treatment of the pressure-velocity coupling in steady flow problems // *Numer. Heat Transfer, Part A: Applications*.– 1986.– **10**.– P. 209–228.