

УДК 611.539; 616.12-008-089.168

МЕТОД ВИЗНАЧЕННЯ ГЕМОДИНАМІЧНОЇ ЗНАЧУЩОСТІ ПАТОЛОГІЧНОЇ ЗВИТОСТІ КОРОНАРНИХ АРТЕРІЙ У ХВОРИХ НА КОРОНАРНИЙ СИНДРОМ Х.

ЧАСТИНА 1. ПЛАНАРНА ЗВИТІСТЬ

А. О. БОРИСЮК

Інститут гідромеханіки НАН України, Київ
03680 Київ – 180, МСП, ул. Желябова, 8/4
office@hydromech.com.ua

Отримана 17.04.2014

На основі аналізу коронарограм хворих на коронарний синдром Х розроблено метод, який дає можливість лише за даними відповідної коронарної ангіографії визначити зміни у витратних характеристиках течії крові у великих коронарних артеріях, які виникають внаслідок появи планарної патологічної звитості останніх, а також встановлювати гемодинамічну значущість цих змін. Цей метод є *неінвазивним*, дозволяє виключити з розгляду ряд однакових факторів для початково нормальної і в подальшому патологічно звитої ділянки досліджуваної коронарної артерії, і дає можливість із задовільною для кардіологів точністю та швидкістю визначити шукані параметри течії крові у будь-який момент після проведення коронарної ангіографії. Крім того, розроблений метод не пов'язаний з вирішенням складних технічних завдань, не потребує спеціального обладнання, спеціальної фахової підготовки і значних фінансових затрат.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: коронарна артерія, коронарний синдром, ангіографія

На основании анализа коронарограм больных с коронарным синдромом Х разработан метод, позволяющий только по данным соответствующей коронарной ангиографии определять изменения в расходных характеристиках течения крови в больших коронарных артериях, возникающие вследствие появления планарной патологической извитости последних, а также устанавливать гемодинамическую значимость этих изменений. Этот метод является *неинвазивным*, позволяет исключить из рассмотрения большой ряд одинаковых факторов для начально нормального и в последующем патологически извитого участка исследуемой коронарной артерии, и дает возможность с удовлетворительной для кардиологов точностью и скоростью определять искомые параметры течения крови в любой момент после проведения коронарной ангиографии. Кроме того, разработанный метод не связан с решением сложных технических заданий, не требует специального оборудования, специальной профессиональной подготовки и значительных финансовых затрат.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: коронарная артерия, коронарный синдром, ангиография

Based on the analysis of coronarograms of patients with coronary syndrome X, a method has been developed that allows one to determine both the changes in the blood flow characteristics in the larger coronary arteries, caused by their planar pathological tortuosity, and the hemodynamic significance of those changes proceed from the appropriate coronarography only. This method in *non-invasive*, allows one not to take account of a number of identical factors for the initially normal and subsequently pathologically tortuous segment of the coronary artery under investigation, and gives one the possibility to determine (with satisfactory for cardiologists precision and quickness) the required blood flow parameters at any time after carrying out the coronarography. In addition, the developed method is not associated with solving complicated technical problems, does not require special facility, special professional training and significant expenses.

KEY WORDS: coronary arteries, coronary syndrome, coronarograms

ВСТУП

Коронарні артерії (КА) – це судини, які живлять серцевий м'яз (міокард) насиченою киснем (артеріальною) кров'ю [1]. Вони є єдиним джерелом кровопостачання міокарда, і характерний геометричний розмір їхнього поперечного перерізу (у разі кругової форми останнього – це його діаметр) зазвичай не перевищує 7–8 мм. Ці артерії розташовуються як на поверхні серця (епікардіальні КА), так і в міокарді (субендокардіальні КА), утворюючи так зване коронарне дерево (рис. 1). У цьому

дереві розрізняють дві основні гілки¹ – ліву (ЛКА – ліва коронарна артерія) та праву (ПКА – права коронарна артерія). По першій з них кров надходить до відповідних ділянок міокарда протягом діастолі (фази наповнення серця кров'ю), тоді як по другій – протягом систолі (фази виштовхування серцем крові) [1].

Найпоширенішим і найважчим захворюванням коронарних артерій є атеросклеротичне ураження їхніх стінок (або атеросклероз). Воно супроводжується відкладанням на внутрішній поверхні стінок

¹Приблизно у чотирьох відсотках випадків розрізняють ще третю (задню) гілку коронарного дерева, а у дуже незначній кількості випадків – лише одну його гілку [1].

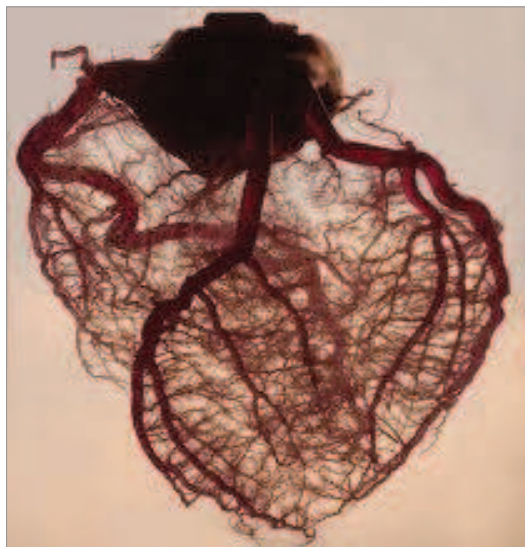


Рис. 1. Зображення нормальної анатомії коронарного дерева

судин холестерину та деяких фракцій ліпопротеїдів з подальшою їх кальцифікацією. У результаті в коронарних артеріях утворюються стійкі локальні звуження (стенози), які, окрім іншого, приводять до зменшення в них кровотоку, а з часом – і до розвитку ішемічної хвороби серця (ІХС)².

Ще донедавна вважалося, що саме стенози є єдиною причиною захворювань на ІХС. Проте останні дослідження (див., наприклад, [2-12] і відповідні посилання в них) показують, що приблизно у 7-20% пацієнтів з характерними ознаками ІХС³ не вдається виявити стенози у їхніх коронарних артеріях (такий феномен, тобто наявність характерних ознак ІХС у пацієнтів з нестенозованими коронарними артеріями, одержав назву *коронарний синдром X* [1-5]). Водночас на коронарограмах⁴ більш ніж 75% таких пацієнтів спостерігаються ділянки з чітко вираженою патологічною

²Ішемічна хвороба серця – це захворювання, яке характеризується суттєвим зменшенням кровопостачання міокарда внаслідок відповідних уражень коронарних артерій. Вона може мати гостру (у вигляді інфаркта міокарда) та хронічну (у вигляді періодичних приступів стенокардії (болю в серці)) форми [1].

³Характерними ознаками ІХС є болі у серці (стенокардія або грудна жаба), суттєве збільшення частоти серцевих скорочень (пульсу) і задишка при незначних фізичних навантаженнях, порушення серцевого ритму, надмірне потовиділення, тощо [1].

⁴Коронарограма (або коронарна ангиограма) – це рентгенівське зображення досліджуваної ділянки коронарного дерева.

звитістю⁵ великих⁶ коронарних артерій (ВЗКА; рис. 2).

Така звитість, на думку переважної більшості дослідників (див., наприклад, [2-5, 9-12]), якраз і є основною причиною⁷ виникнення зазначеного синдрому. Пояснюється це тим, що поява патологічної звитості на початково нормальній (зазвичай прямій) ділянці судини приводить до

- зміни характеру взаємодії її стінок з кров'ю;
- виникнення там додаткових сил, які діють на кров та судину;
- збільшення опору рухові крові та додаткового падіння тиску на звитій ділянці;
- зростання пройденого кров'ю шляху і відповідного збільшення впливу на неї сил в'язкості (а отже і збільшення дисипації енергії течії), тощо.

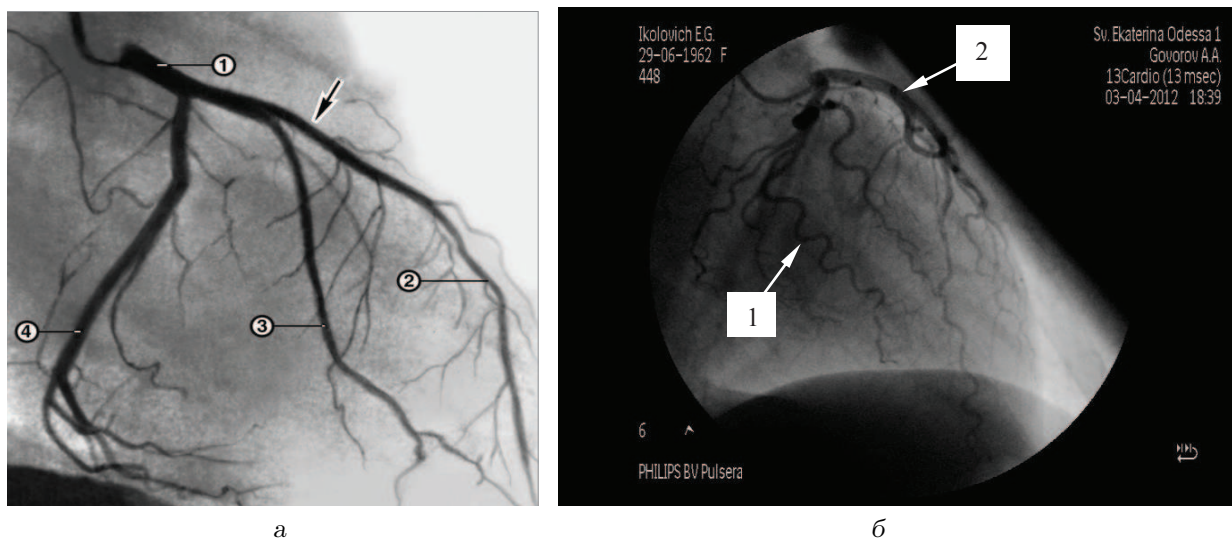
А ці фактори, окрім іншого, неодмінно спричиняють зменшення як швидкості руху крові, так і коронарного кровотоку, а з ними в подальшому і розвиток ішемії серця.

Відкриття коронарного синдрому X і встановлення основної причини його виникнення стимулювали проведення відповідних досліджень. В них вивчалися різні аспекти руху рідин у каналах з локальною звитістю. Проте, незважаючи на суттєві досягнення, на сьогоднішній день поки не розроблено методів, які б давали можливість кардіологам із задовільною для них швидкістю й точністю

⁵Причинами виникнення такої звитості є неправильне харчування, надмірне вживання алкоголю, стреси, переважання малорухливий спосіб життя, підвищений артеріальний тиск та інші несприятливі фактори.

⁶Такими вважаються коронарні артерії, характерний геометричний розмір поперечного перерізу яких (у разі кругової форми поперечного перерізу – це його діаметр) перевищує приблизно 0.5 мм.

⁷Іншими причинами виникнення коронарного синдрому X можуть бути ендотеліальна дисфункція та/або мікроциркуляційні порушення [1-5]. Перша з них проявляється у зміні властивостей ендотелію (внутрішнього шару стінки судини) і приводить до відповідної зміни внутрішньосудинної гемодинаміки та відсутності вироблення оксиду азоту (як коригуючого фактора функції ендотелію). Друга причина пов'язана з реологічними та капілярними змінами в організмі і може спричинити значні гемодинамічні розлади, аж до ішемії міокарда. Проте до цих пір не доведено, що саме ендотеліальна дисфункція є достатнім фактором розвитку ІХС. Мікроциркуляційні ж порушення (щоб мати серйозний вплив) повинні бути достатньо суттєвими та узагальненими. Але тоді вони мають одночасно впливати на функціонування всіх органів-мішеней, а не лише на міокард.



а

б

Рис. 2. Зображення коронарограми нормальної лівої гілки коронарного дерева (а) та лівої гілки коронарного дерева з чітко вираженою патологічною звитістю кількох великих артерій (б)

за даними лише коронарної ангіографії⁸ визначати

- зміни у витратних характеристиках течії крові, спричинені появою патологічної звитості великих коронарних артерій;
- гемодинамічну значущість цих змін.

Існуючі ж методи діагностики гемодинамічної значущості анатомічних змін ділянок коронарних артерій зазвичай є малоефективними у випадку наявності ВЗКА, або ж їхнє застосування є тут технічно неможливим⁹.

⁸Коронарна ангіографія (або коронарографія) – це відеозапис рентгеновського дослідження коронарних артерій шляхом їх селективного контрастування рентгеноконтрасною рідиною. Кожен кадр такого відеозапису є окремою коронарограмою.

⁹Найвідомішими серед таких методів є метод визначення коронарного резерву за даними специфічних ЕКГ-ознак при проведенні велоергометрії в умовах дозованого фізичного навантаження [1, 13] та метод FFR [14]. Перший з них має обмежене застосування. Методика ж знаходження зазначеного резерву є досить приблизною, її проведення залежить від фізичних можливостей пацієнта, і вона не враховує впливу на цей резерв дистального колатерального кровообігу на патологічно змінених ділянках артерій. Також мають обмеження за специфічністю виявлення ішемічних проявів і ЕКГ-критерії. Другий метод є інвазивним. Він ґрунтується на прямому вимірюванні тиску перед і за патологічно зміненою ділянкою артерії, має доста-

татно ліквідувати цей недолік. Тут розробляється новий *неінвазивний* метод, який дає змогу кардіологам (котрі не є фахівцями в області механіки рідини та структурної механіки) із прийнятною для них точністю та швидкістю

- знаходити зазначені вище зміни у витратних характеристиках течії крові для випадку планарно звитих¹⁰ великих коронарних артерій;
- встановлювати гемодинамічну значущість цих змін

лише за даними відповідної коронарної ангіографії.

Стаття складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків, списку використаних літературних джерел і додатку. У її першому розділі формулю-

ють ефективність визначення гемодинамічної значущості при атеросклеротичному ураженні судини, і застосовується для виявлення коронарного стенозу. Водночас він практично не використовується при дослідженні неатеросклеротичних уражень артерій, є досить коштовним і потребує спеціального обладнання – коронарного провідника та системи визначення інвазивного тиску. При цьому проведення зазначеного провідника крізь виражену звитість судини є досить важким завданням, а інколи технічно неможливим.

¹⁰Звитість судини є планарною (або плоскою), якщо її вісь є плоскою кривою (тобто лежить в одній площині). У протилежному разі звитість є просторовою.

ється задача, будується відповідна модель великої коронарної артерії і наводяться міркування та припущення щодо основних конструктивних елементів цієї моделі. Далі наводиться наближений розв'язок задачі (розділ 2), одержаний в рамках побудованої моделі, і на його основі розробляється зазначений вище метод (розділ 3). Результати апробації цього методу описуються в останньому (четвертому) розділі статті. Після цього формулюються висновки проведеного дослідження, а також наводяться списки цитованої літератури та прийнятих позначень (у додатку).

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ І ВІДПОВІДНА МОДЕЛЬ

Розглядається довільна велика коронарна артерія, яка спочатку перебуває у нормальному стані (див. рис. 2, *a*). З часом, внаслідок тривалої дії відповідних несприятливих факторів, на її скінченній (зазвичай прямій) ділянці утворюється виражена патологічна звитість (див. рис. 2, *b*). Необхідно лише за даними відповідної коронарної ангіографії

- знайти зміни у витратних характеристиках течії крові, які при цьому виникають в артерії;
- встановити гемодинамічну значущість цих змін.

На рис. 3 зображено відповідну модель великої коронарної артерії в нормальному стані та модель цієї самої артерії із вже утвореною на її скінченній ділянці¹¹ завдовжки L_0 патологічною звитістю. У першому випадку (рис. 3, *a*) артерія представлена нескінченною прямою трубкою кругового поперечного перерізу діаметром D_0 , в якій тече рідина (кров). Рух цієї рідини характеризується об'ємною витратою¹² Q_0 . У другому випадку (рис. 3, *b*) артерія моделюється нескінченною прямою трубкою кругової форми поперечного перерізу постійного діаметра D_w ($D_w = D_0 - \varepsilon$, $0 < \varepsilon/D_0 \ll 1$)¹³ зі скінченною планарно звитою ділянкою. Ця ділянка має N завивок, кожна з яких характеризується

¹¹Зазвичай довжина таких ділянок коливається приблизно від 3 мм до 10 мм.

¹²Об'ємна витрата рідини у якомусь перерізі – це об'єм рідини, який проходить крізь цей переріз за одиницю часу. Об'ємну витрату ще називають об'ємною швидкістю рідини у відповідному перерізі.

¹³Поява патологічної звитості на якійсь ділянці артерії супроводжується загальним видовженням артерії, а відтак (при незмінній кількості матеріалу її стінок) – її звуженням (зазвичай незначним) та відповідним зменшенням характерного геометричного розміру її поперечного перерізу.

висотою A_i та шириною l_i ($i = 1, \dots, N$)¹⁴. Рух рідини у трубці зі звитістю характеризується об'ємною витратою Q_w .

При побудові цієї моделі були прийняті наступні спрощувальні припущення стосовно геометрії і фізичних властивостей стінок великої коронарної артерії та її патологічно звитої ділянки, а також реологічних властивостей крові та характеру і режиму її руху в судині.

Велика коронарна артерія. У нормальному стані велика коронарна артерія (див. рис. 2, *a*) фактично являє собою скінченну майже прямую пружну трубочку близької до кругової форми поперечного перерізу із незначною загостреністю (конічністю) у напрямку течії. У даному ж дослідженні така артерія моделюється нескінченною прямою трубкою, яка має постійну по довжині кругову форму та площу поперечного перерізу. Таке представлення артерії зумовлене, головним чином, двома обставинами. По-перше, розгляд нескінченної трубочки (замість скінченної) із наперед заданими типовими значеннями параметрів течії на нескінченності дає можливість із задовільною точністю визначати характеристики течії на досліджуваній ділянці судини і не приділяти особливої уваги тому, що було перед і буде за цією ділянкою. А по-друге, зрозуміло, що при вибраній точності дослідження (див. постановку задачі) нехтування в моделі незначним відхиленням форми поперечного перерізу артерії від кругової та незначною її конічністю¹⁵ не матиме принципового впливу на результати і висновки даної роботи. Що ж стосується податливості стінок артерії та її впливу на внутрішню течію, а також умов закріплення артерії та ефектів навколишнього середовища тощо, то вони (разом зі всім щойно зазначеним) опосередковано враховуються в моделі (через швидкість руху крові, яка визначається з відповідних коронарографій, де відображено все).

Патологічно звита ділянка великої коронар-

¹⁴Під завивкою мається на увазі сегмент звитої ділянки трубочки між двома сусідніми точками перетину її стінки зі штриховою лінією (див. рис. 3; ця лінія відповідає положенню стінки трубочки до появи звитості). Тоді висотою завивки є максимальна відстань від її стінки до штрихової лінії, а шириною – відстань між її кінцями.

¹⁵Конічність артерії все-таки певною мірою враховується в моделі. Робиться це через діаметри D_0 і D_w , які визначаються з відповідних коронарограм як середнє арифметичне значень діаметрів початкового та кінцевого поперечних перерізів досліджуваної ділянки артерії.

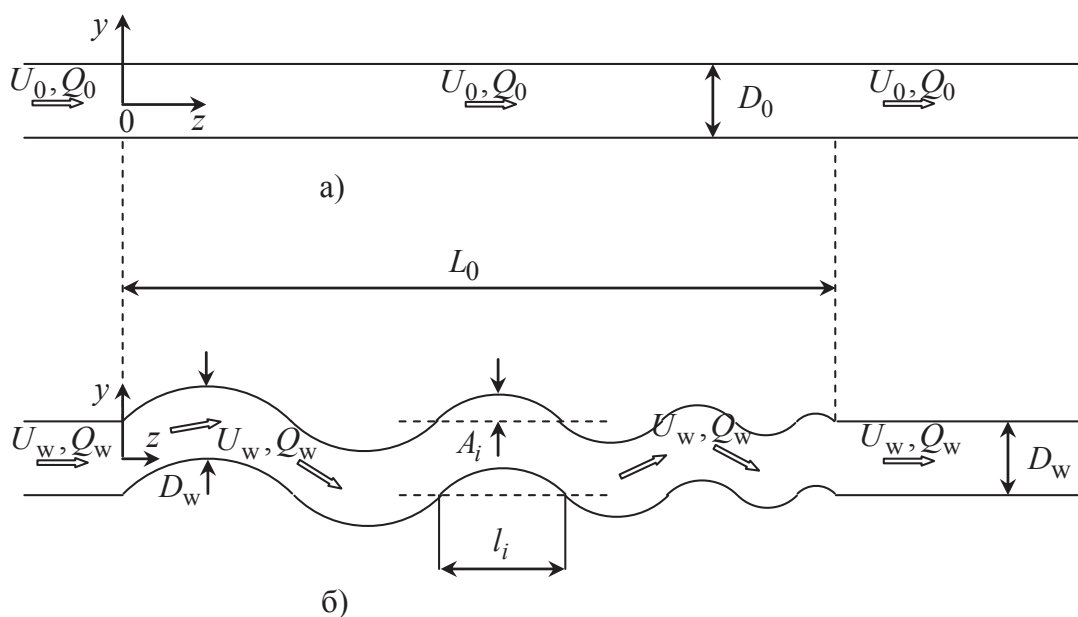


Рис. 3. Схема початково нормальної (пряма) (а) і в подальшому патологічно звитої (б) ділянки великої коронарної артерії та схеми руху усередненої течії крові в них

ної артерії. Поява патологічної звитості на якійсь ділянці великої коронарної артерії супроводжується незначним звуженням цієї ділянки¹³. Ця обставина врахована у зображеній на рис. 3 моделі через діаметр D_w , який є меншим від діаметра D_0 . Що ж стосується планарності геометрії такої звитості, то це лише перше наближення в її моделюванні.

Кров. Як і в переважній більшості подібного роду робіт (див., наприклад, [15–19]), у даному дослідженні кров вважається нестисливою однорідною ньютонівською рідиною. Перше припущення ґрунтується на малості швидкостей руху крові у порівнянні зі швидкістю поширення звукових хвиль у ній. Друге припущення пояснюється майже рівномірним розподілом всіх складових елементів здорової крові у її плазмі [15–19]. Третє ж припущення є справедливим при швидкостях зсуву порядку 50 с^{-1} і більше, які зазвичай спостерігаються у великих коронарних артеріях. Водночас слід відзначити, що можливі відхилення показників крові від вищезазначених, а також інші особливості реології крові (такі, як залежність її

масової густини і в'язкості від температури тіла тощо) все-таки опосередковано враховуються у запропонованій моделі. Реалізується це знову через швидкість руху крові (див. вище).

Течія. Течія крові є пульсуючою, із частотою та періодом пульсацій, близькими відповідно до 1 Гц та 1 с. Проте у даній моделі ми фактично обмежуємося розглядом квазістаціонарної течії, інтегральні характеристики якої співпадають з відповідними характеристиками реальної течії. Крім цього, модельована течія вважається ще й ламінарною. Можливість заміни пульсуючої течії квазістаціонарною зумовлена тим, що на даному етапі інтерес становить лише об'єм крові, який надходить до міокарда за період роботи серця, а не те, як цей об'єм змінюється протягом зазначеного періоду¹⁶. Що стосується ламінарності течії, то це спрощення досить непогано відображає дійсність,

¹⁶Об'єм крові, який надходить до міокарда протягом одного періоду роботи серця, є значно важливішим для нормального функціонування міокарда у порівнянні зі способом надходження цього об'єму протягом зазначеного періоду.

оскільки реальна течія крові є, як правило, ламінарною. Якщо ж на якихось ділянках судинного русла течія і збурюється (або навіть стає турбулентною), то, внаслідок відсутності за цими ділянками відповідних джерел та постійного впливу там сил в'язкості, збурення (турбулізація) течії швидко зникають, і вона повертається до попереднього стану [15–19]. (Разом з тим тут варто звернути увагу на дві обставини. По-перше, припущення про квазі-стаціонарність і ламінарність течії не є вже дуже принциповими для трактування результатів і висновків даного дослідження, оскільки, як буде видно далі,

– проміжки часу, за які кров (рентгеноконтрасна рідина) долатиме досліджувані ділянки коронарної артерії, будуть значно меншими від часового масштабу розв'язуваної задачі (періоду роботи серця);

– сам же розв'язок задачі буде одержано в термінах характеристик відповідним чином усередненої течії, що вже значною мірою нівелюватиме відмінність модельної течії від реальної.

А по-друге, справжній характер і режим руху крові все ж таки опосередковано враховуються у зображеній на рис. 3 моделі. Як і у випадку інших її конструктивних елементів (див. вище), робиться це через швидкість руху крові, яка визначається експериментально з відповідних коронарографій.

2. НАБЛИЖЕНИЙ РОЗВ'ЯЗОК ЗАДАЧІ

2.1. Загальні співвідношення для витратних характеристик течії

Оскільки серед витратних характеристик руху крові найважливішими для міокарда є її об'ємна витрата¹² та осьова швидкість, то саме цим характеристикам приділятиметься увага у даній роботі. Якщо об'єм крові, який за малий проміжок часу Δt проходить крізь довільний поперечний переріз судини $A(z)$, позначити через $\Delta V(z)$, а її локальну осьову швидкість – через $u(\vec{r})$ (де z – зображена на рис. 3 вісь, а \vec{r} – радіус-вектор довільної точки перерізу $A(z)$), то об'ємна витрата крові $Q(z)$ у цьому перерізі визначатиметься відношенням $\Delta V(z)$ до Δt :

$$Q(z) = \frac{\Delta V(z)}{\Delta t}. \quad (1)$$

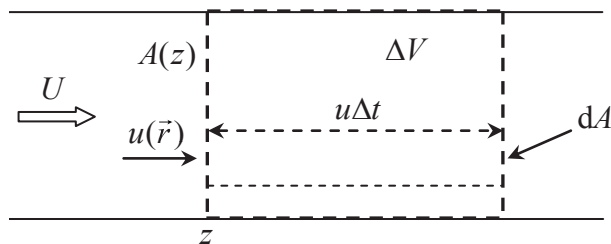


Рис. 4. Схематичне зображення об'єму крові ΔV , який проходить крізь довільний поперечний переріз артерії $A(z)$ за малий проміжок часу Δt

Величина $Q(z)$ також може бути представлена поверхневим інтегралом від швидкості $u(\vec{r})$:

$$Q(z) = \iint_{A(z)} u(\vec{r}) dA(z), \quad (2)$$

якщо врахувати, що в (1) об'єм ΔV визначається наступним чином (рис. 4):

$$\Delta V(z) = \iint_{A(z)} u(\vec{r}) \Delta t dA(z).$$

З іншого боку, множення і ділення правої частини формули (2) на $|A(z)|$ (де $|A(z)|$ – площа перерізу $A(z)$) і врахування того, що відношення інтеграла до площі $|A(z)|$ є середньою осьовою швидкістю крові $U(z)$ у перерізі $A(z)$:

$$U(z) = \frac{1}{|A(z)|} \iint_{A(z)} u(\vec{r}) dA(z), \quad (3)$$

дозволяє записати об'ємну витрату $Q(z)$ у значно простішому вигляді – у вигляді добутку швидкості $U(z)$ та площі $|A(z)|$:

$$Q(z) = U(z)|A(z)|. \quad (4)$$

Для зображених на рис. 3 трубочок співвідношення (2) і (4) перепишуться наступним чином:

$$Q_0 = \begin{cases} \iint_{A_0} u_0 dA_0, \\ U_0 \frac{\pi D_0^2}{4}, \end{cases} \quad (5)$$

$$Q_w = \begin{cases} \iint_{A_w} u_w dA_w, \\ U_w \frac{\pi D_w^2}{4}. \end{cases} \quad (6)$$

Тут, згідно з (3),

$$U_0 = \frac{4}{\pi D_0^2} \iint_{A_0} u_0 dA_0, \quad (7)$$

$$U_w = \frac{4}{\pi D_w^2} \iint_{A_w} u_w dA_w,$$

а індекси «0» та «w» вказують на належність параметрів відповідно до нормальної та локально звитої трубочок.

Співвідношення (5)–(7) теоретично дають можливість у рамках описаної у розділі 1 моделі визначити об'ємну витрату крові та середню осьову швидкість її руху на початково нормальній і в подальшому патологічно звитій ділянці досліджуваної артерії, а з їхньою допомогою за формулами

$$\begin{aligned} \Delta Q &= Q_0 - Q_w = \\ &= U_0 \frac{\pi D_0^2}{4} \left[1 - \frac{U_w}{U_0} \left(\frac{D_w}{D_0} \right)^2 \right], \end{aligned} \quad (8)$$

$$\Delta U = U_0 - U_w,$$

$$\begin{aligned} \delta_Q &= \frac{\Delta Q}{Q_0} \times 100\% = \\ &= \left[1 - \frac{U_w}{U_0} \left(\frac{D_w}{D_0} \right)^2 \right] \times 100\%, \end{aligned} \quad (9)$$

$$\delta_U = \frac{\Delta U}{U_0} \times 100\% = \left[1 - \frac{U_w}{U_0} \right] \times 100\%$$

– і шукані абсолютні (формули (8)) та відносні (формули (9)) зміни у цих характеристиках, які спричиняються появою зазначеної звитості. Проте, як видно з аналізу виразів (5)–(9), проводити такі розрахунки можна лише за наявності достовірної інформації про відповідні локальні (u_0 , u_w) та/або середні (U_0 , U_w) осьові швидкості руху крові.

Таку інформацію можна одержати двома способами. Перший з них ґрунтується на прямому чисельному моделюванні течії на досліджуваній ділянці артерії із врахуванням всіх особливостей реології крові, фізичних властивостей стінок артерії,

умов її закріплення, взаємодії крові з артерією тощо. Він дає можливість досить точно визначити швидкості u_0 та u_w , а відтак – і швидкості U_0 та U_w . Проте, цей спосіб пов'язаний зі значними часовими та фінансовими (підготовка відповідних висококваліфікованих фахівців для медичних закладів) затратами. А тому, особливо з огляду на необхідність швидкого реагування кардіологами на стан пацієнта, поки є неприйнятним.

Другий спосіб (його опис див. у підрозділі 2.2) полягає у наближеному експериментальному визначенні (за даними відповідних коронарографій⁸) середніх швидкостей U_0 та U_w , з подальшим знаходженням (на основі нижніх виразів у (5) та (6)) об'ємних витрат Q_0 та Q_w . При цьому реологія крові, фізичні властивості стінок артерії, умови її закріплення, взаємодія крові з артерією тощо враховуються тут автоматично (через відповідні коронарографії). Цей спосіб практично не потребує часових (приблизно година-дві для прийняття рішення) і фінансових затрат, а його точність є задовільною для кардіологів. А тому поки для них він є більш прийнятним у порівнянні з першим способом.

З огляду на щойно сказане, для знаходження швидкостей U_0 та U_w (а отже і об'ємних витрат Q_0 та Q_w , а також абсолютних (8) та відносних (9) змін у цих характеристиках) у даній роботі вибирається саме другий (експериментальний) спосіб.

2.2. Експериментальний спосіб визначення швидкостей U_0 та U_w

Перш ніж переходити до опису цього способу, звернемо увагу на одну важливу фізичну особливість математично еквівалентних виразів (2) і (4), а також на наслідки, які з неї випливають. Справа в тому, що формальний перехід від виразу (2) до виразу (4) на основі співвідношення (3) означає не лише перехід від розгляду локальної u до розгляду середньої U швидкості, але й (що значно важливіше) перехід від розгляду реальної до розгляду відповідним чином усередненої течії (бо середня швидкість течії – це швидкість відповідним чином усередненої течії). В усередненій же (по поперечному перерізу судини) ламінарній (див. розділ 1) течії швидкості всіх частинок (елементарних об'ємів) рідини векторно рівні між собою (рис. 5), а їхні траєкторії відтак є однаковими і мають однакову довжину [20]. А це, окрім іншого, означає, що в такій течії в судині

- траєкторії всіх частинок є такими ж, як її вісь;
- шлях L , пройдений ними за проміжок часу Δt ,

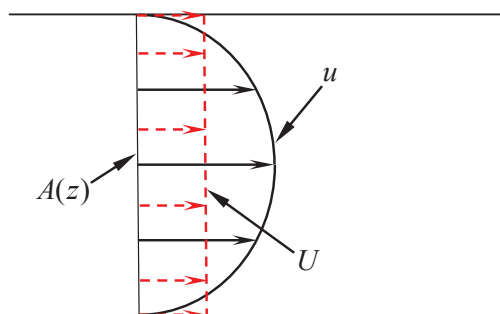


Рис. 5. Схематичне зображення профілів швидкостей u та U у поперечному перерізі судини $A(z)$

дорівнює довжині відповідної ділянки цієї осі;

- швидкість частинок (тобто середня осьова швидкість течії U) визначається відношенням шляху L до часу Δt :

$$U = \frac{L}{\Delta t}. \quad (10)$$

Наведені міркування дозволяють лише за даними відповідної коронарної ангіографії (КАГ) та допомогою формули (10) наближено визначити швидкості U_0 та U_w . При цьому загальна процедура знаходження цих витратних характеристик руху крові зводиться до трьох основних кроків:

- визначення на основі даних відповідної КАГ відстані L , яку долає фронт рентгеноконтрастної рідини (контрасту) при проходженні разом із кров'ю досліджуваної ділянки артерії;
- встановлення за кількістю кадрів відповідної КАГ та часовим інтервалом одного з них часу Δt , за який фронт контрасту проходить цю відстань;
- знаходження за формулою (10) шуканої швидкості руху крові.

Для початково нормальної і в подальшому патологічно звитої ділянки великої коронарної артерії реалізація цих пунктів виглядає наступним чином.

Початково нормальна ділянка.

Довжина L_0 цієї ділянки артерії (див. рис. 3) і час T_0 , за який фронт контрасту проходить її,

визначаються з вибраної КАГ відповідно шляхом безпосереднього вимірювання та підрахунку (за числом кадрів і часовою довжиною одного з них). Тоді швидкість U_0 знаходиться зі співвідношення

$$U_0 = \frac{L_0}{T_0}. \quad (11)$$

Патологічно звита ділянка.

Відстань L_w , яку долає фронт контрасту при проходженні патологічно звитої ділянки артерії (див. рис. 2, б і рис. 3, б), дорівнює довжині осі цієї ділянки (див. відповідні аргументи на самому початку даного підрозділу). Оскільки ця вісь має форму неправильної синусоїди, то її логічно апроксимувати такою синусоїдою (рис. 6):

$$y(z) = \begin{cases} y_1(z), & 0 \leq z \leq l_1; \\ \dots\dots\dots; \\ y_i(z), & l_1 + \dots + l_{i-1} \leq z \leq \\ & \leq l_1 + \dots + l_i; \\ \dots\dots\dots; \\ y_N(z), & l_1 + \dots + l_{N-1} \leq z \leq \\ & \leq l_1 + \dots + l_N. \end{cases} \quad (12)$$

Тут

$$\begin{aligned} y_1(z) &= A_1 \sin \frac{\pi z}{l_1}; \\ y_i(z) &= (-1)^{i-1} A_i \times \\ &\quad \times \sin \frac{\pi(z - l_1 - \dots - l_{i-1})}{l_i}; \\ y_N(z) &= (-1)^{N-1} A_N \times \\ &\quad \times \sin \frac{\pi(z - l_1 - \dots - l_{N-1})}{l_N}; \end{aligned} \quad (13)$$

а амплітуда A_i та ширина l_i i -ої завивки осі (див. рис. 6; $i = 1, \dots, N$) визначаються шляхом безпосереднього вимірювання з відповідної коронарографії¹⁷. Тоді відстань L_w даватиметься співвідношенням

$$L_w = \sum_{i=1}^N L_i, \quad (14)$$

в якому

¹⁷Очевидно, що величини A_i та l_i є такими ж, як і на рис. 3, б.

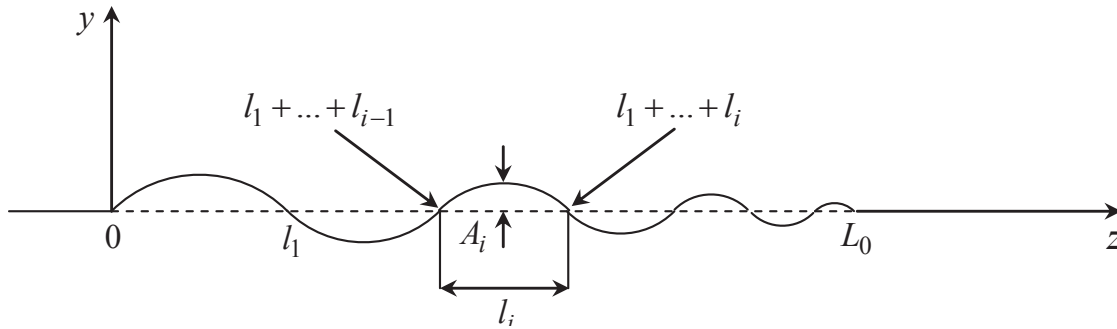


Рис. 6. Вісь патологічно звитої ділянки коронарної артерії, яку представлено у вигляді неправильної синусоїди

3. МЕТОД

$$L_i = \int_{l_1+\dots+l_{i-1}}^{l_1+\dots+l_i} \sqrt{1 + \left(\frac{dy_i}{dz}\right)^2} dz = 2 \int_0^{l_i/2} \sqrt{1 + \left(\frac{A_i \pi}{l_i}\right)^2 \cos^2\left(\frac{\pi z}{l_i}\right)} dz$$

– довжина i -ої завивки осі. Ця довжина, після за-мін

$$\frac{\pi z}{l_i} = x_i, \quad \frac{A_i \pi}{l_i} = a_i, \quad k_i = \frac{a_i}{\sqrt{1+a_i^2}}, \quad k_i < 1$$

може бути виражена через повний еліптичний інтеграл другого роду $E(k_i)$ [21–23]:

$$L_i = 2 \frac{l_i}{\pi} \sqrt{1+a_i^2} E(k_i), \quad E(k_i) = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1-k_i^2 \sin^2 x_i} dx_i. \quad (15)$$

Наявність шляху (14) і часу T_w , за який цей шлях долається фронтом контрасту (T_w визначається з відповідної КАГ за кількістю та часовою довжиною кадрів) дає можливість знайти шукану швидкість U_w :

$$U_w = \frac{L_w}{T_w}. \quad (16)$$

Наведені у розділах 1 і 2 міркування та одержані на їхній основі результати і співвідношення дозволяють запропонувати наступний метод визначення гемодинамічної значущості патологічної звитості великих коронарних артерій у хворих на коронарний синдром X для випадку *планарної* звитості.

1. У разі наявності у пацієнта характерних ознак ішемії серця³ проводиться його коронарна ангиографія⁸ (КАГ).

2. У випадку відсутності на одержаній КАГ стенозів у коронарних артеріях та наявності хоча б в одній з них ділянки з чітко вираженою патологічною звитістю визначаються (з КАГ шляхом посереднього вимірювання) діаметр D_w поперечного перерізу цієї ділянки¹⁵, а також амплітуда A_i та ширина l_i кожної її завивки¹⁴ ($i = 1, \dots, N$; див. рис. 2, б і рис. 3, б).

3. На основі значень параметрів A_i та l_i ($i = 1, \dots, N$) вісь досліджуваної патологічно звитої ділянки артерії апроксимується неправильною синусоїдою (12), (13) (див. рис. 6)¹⁷.

4. За формулами (14), (15) і таблицями значень повного еліптичного інтеграла другого роду (див., наприклад, [21–23]) знаходиться довжина L_w цієї осі (тобто відстань L_w , яку долає фронт контрасту (кров) при проходженні зазначеної ділянки).

5. За кількістю кадрів та часовим інтервалом одного з них (взяними з КАГ) визначається час T_w , за який фронт контрасту проходить шлях L_w .

6. Зі співвідношення (16) визначається середня осьова швидкість руху крові U_w на досліджуваній патологічно звитій ділянці коронарної артерії.

7. В якості початково нормальної артерії (тобто такої, якою була досліджувана артерія до появи в ній звитості) вибирається на тій же КАГ артерія без патологічної звитості¹⁸. Діаметр її поперечного перерізу D_0 має бути трохи більшим від діаметра D_w ($D_0 = D_w + \varepsilon$, $0 < \varepsilon/D_w \ll 1$)^{13,15}. У цій артерії береться пряма (або, у разі відсутності такої, максимально близька до прямої) ділянка, довжина якої $L_0^{(s)}$ є близькою до осьового розміру L_0 патологічно звитої ділянки¹⁹ ($L_0^{(s)} \approx L_0$; див. рис. 3).

8. За кількістю кадрів та часовою довжиною одного з них (взятимися з КАГ) встановлюється час T_0 , за який фронт контрасту долає вибрану ділянку початково нормальної артерії (тобто відстань $L_0^{(s)}$).

9. На основі співвідношення (11) (в якому L_0 замінюється на $L_0^{(s)}$) визначається середня осьова швидкість руху крові U_0 на цій ділянці артерії.

10. За нижніми формулами у (5) та (6) вираховуються об'ємні витрати крові Q_0 і Q_w відповідно на початково нормальній (прямій) і в подальшому патологічно звитій ділянці досліджуваної коронарної артерії.

11. На основі співвідношень (8) і (9) знаходяться абсолютні та відносні зміни у відповідних витратних характеристиках руху крові у досліджуваній артерії, які виникають внаслідок появи в ній патологічної звитості.

12. Встановлюється гемодинамічна значущість цих змін. При цьому вони вважаються гемодина-

¹⁸Такий вибір початково нормальної артерії зумовлений двома обставинами. По-перше, це фактично неможливість проведення коронарографії у разі, коли патологічної звитості у досліджуваній артерії ще не було (адже зазвичай людина звертається до лікаря лише коли вже має якісь проблеми). А по-друге, вибір артерії на тій же КАГ забезпечує проведення порівняльного аналізу результатів досліджень для початково нормальної і в подальшому патологічно звитої артерії за інших однакових умов.

¹⁹Ця умова є лише бажаною. Її ж невиконання не приведе до суттєвих похибок при визначенні шуканих витратних характеристик течії (а відтак, і суттєвих похибок у результатах і висновках даного дослідження). Пояснюється це тим, що швидкість U_0 усередненої по поперечному перерізу артерії ламінарної квазістаціонарної течії є сталою (див. розділи 1, 2 та рис. 5). А тому відношення шляху $L_0^{(s)}$ (або L_0), пройденого цією течією, до проміжку часу $T_0^{(s)}$ (або T_0), за який вона долає цей шлях, завжди дорівнює U_0 : $L_0^{(s)}/T_0^{(s)} = U_0$, $L_0/T_0 = U_0$.

мічно значущими у разі, якщо відносна об'ємна втрата крові δ_Q не менша від критичного значення $\delta_Q^{cr} = 40\%$ ($\delta_Q \geq \delta_Q^{cr}$)²⁰. У протилежному ж разі (тобто коли $\delta_Q < \delta_Q^{cr}$) ці зміни не є гемодинамічно значущими.

4. АПРОБАЦІЯ МЕТОДУ

Апробація описаного у попередньому розділі методу проводилась у кардіологічній клініці Святої Катерини (м. Одеса). Там серед 2815 обстежених пацієнтів з характерними ознаками ІХС³ було виявлено 272 пацієнти (9,66%) з коронарним синдромом X, серед яких 231 пацієнт (84,93%) - з чітко вираженою патологічною звитістю великих коронарних артерій. Кількість завивок¹⁴ у них становила від 2-ох до 14-ти.

З метою встановлення гемодинамічної значущості цієї звитості до таких пацієнтів було застосовано зазначений метод. Продемонструємо його на прикладі хворого, коронарограму якого зображено на рис. 2, δ^{21} . У цього пацієнта шляхом фізичного навантаження були виявлені всі характерні ознаки ІХС і, відповідно, була проведена коронарографія (КАГ; пункт 1 методу). На цій КАГ були відсутні стенози. Натомість там було виявлено велику коронарну артерію (вона позначена цифрою 1 на рис. 2, б) з чітко вираженою патологічною звитою ділянкою²². Ця ділянка має 9 завивок ($N = 9$), діаметр її поперечного перерізу D_w , знайдений з КАГ шляхом безпосереднього вимірювання, становить 1.7 мм, а значення амплітуди A_i та ширини l_i кожної її завивки ($i = 1, \dots, 9$) наведені у табл. 1 (пункт 2 методу).

Наявність значень параметрів A_i та l_i дає можливість (згідно з пунктами 3 і 4 методу)

- апроксимувати вісь досліджуваної ділянки неправильною синусоїдою (12), (13) (див. рис. 6);
- за формулою (15) і таблицями значень повного еліптичного інтеграла 2-го роду (див., наприклад, [21-23]) визначити довжини L_i всіх 9 завивок цієї осі ($i = 1, \dots, 9$; див. табл. 1);
- на основі співвідношення (14) знайти відстань L_w , яку долає кров при проходженні цієї ділянки ($L_w = 60.98$ мм).

²⁰Значення $\delta_Q^{cr} = 40\%$ відповідає 25% -му (гемодинамічно значущому за даними FFR⁹) зменшенню перепаду тиску в судині.

²¹Це стандартна ліва коса крапіальна проекція.

²²Це передня міжшлуночкова гілка лівої коронарної артерії, яка найчастіше зазнає таких уражень [1-5].

Табл. 1.

i	1	2	3	4	5	6	7	8	$N = 9$
A_i , мм	2.8	2.8	2.9	2.8	2.9	2.0	1.8	1.1	1.6
l_i , мм	6.7	6.8	5.6	4.3	4.6	3.5	5.0	2.6	2.5
L_i , мм	9.03	9.08	8.33	7.31	7.65	5.52	6.34	3.51	4.21

Тоді знайдені шлях L_w і час T_w , за який кров проходить цей шлях ($T_w = 0.6$ с)²³, дозволяють на основі співвідношення (16) встановити середню осьову швидкість руху крові U_w на обговорюваній ділянці ($U_w = 101.63$ мм/с; пункти 5 і 6 методу).

Далі, відповідно до пункту 7 методу, в якості початково нормальної коронарної артерії вибирається на тій же КАГ артерія без патологічної звитості (вона позначена цифрою 2 на рис. 2, б) із майже прямою ділянкою завдовжки $L_0^{(s)} = 19.5$ мм^{24,25}. Діаметр D_0 поперечного перерізу цієї ділянки становить 1.8 мм.

Вибрану ділянку рентгеноконтрасна рідина додає за один кадр (що, при його часовій довжині 0.1 с, становить $T_0 = 0.1$ с; пункт 8 методу). А тому, згідно із пунктом 9 методу, середня осьова швидкість руху крові тут становить 195 мм/с ($U_0 = 195$ мм/с).

Наявність значень швидкостей U_0 і U_w , а також діаметрів D_0 і D_w дає можливість

- на основі нижніх виразів у (5) і (6) визначити об'ємні витрати крові Q_0 і Q_w відповідно на початково нормальній і в подальшому патологічно звитій ділянці досліджуваної коронарної артерії (пункт 10 методу): $Q_0 = 495.96$ мм³/с, $Q_w = 230.56$ мм³/с;
- за формулами (8) і (9) встановити абсолютні та відносні зміни у середній осьовій швидкості руху крові та її об'ємній витраті у цій артерії, які спричиняються появою в ній зазначеної

²³Оскільки обговорювана патологічно звита ділянка артерії заповнювалася рентгеноконтрасною рідиною за 6 кадрів, а часова довжина одного кадра становила 0.1 с (це була мінімально можлива довжина, яку можна було встановити на ангиографічній установці Phillips BV Pulsera), то $T_w = 0.6$ с.

²⁴Це огинаюча гілка лівої коронарної артерії у проксимально-середньому сегменті на стандартній прямій каудальній проекції, яка, для зручності проведення дослідження, перепроєктовувалася кардіологами на зображену на рис. 2, б стандартну ліву косу краніальну проекцію.

²⁵Бачимо, що довжина $L_0^{(s)}$ менша від осьового розміру досліджуваної патологічно звитої ділянки $L_0 = l_1 + \dots + l_9 = 41.6$ мм. Але, згідно з пунктом 7 методу та приміткою 19, це не має принципового значення.

звитості (пункт 11 методу): $\Delta U = 93.37$ мм/с, $\Delta Q = 265.4$ мм³/с, $\delta_U = 47.88\%$, $\delta_Q = 53.51\%$.

Тоді співставлення одержаного значення $\delta_Q = 53.51\%$ із критичним $\delta_Q^{cr} = 40\%$ показує (пункт 12 методу), що ці зміни є гемодинамічно значущими.

Загалом же застосування даного методу до всіх обстежених пацієнтів з вираженою патологічною звитістю великих коронарних артерій показало, що у 61,04% з них (141 пацієнт) така судинна неоднорідність була гемодинамічно значущою, тоді як у решти 38,96% (90 пацієнтів) – ні. При цьому серед пацієнтів з 2-ма і 3-ма завивками не було виявлено жодного з гемодинамічно значущою звитістю. Гемодинамічна ж значущість 4-х і більше завивок загалом зростала зі збільшенням їхньої кількості. Проте спостерігалися ситуації, коли патологічно звиті ділянки коронарних артерій з більшою кількістю завивок були гемодинамічно менш значущими у порівнянні з ділянками, котрі мали меншу кількість завивок. Пояснюється це відповідною залежністю опору рухові крові звитої ділянки від амплітуди A_i та ширини l_i її i -ої завивки, відношення A_i/l_i , кількості самих завивок N , тощо. Але встановлення такої залежності потребує проведення відповідних досліджень.

ВИСНОВКИ

1. На основі аналізу коронарограм пацієнтів з вираженою патологічною звитістю великих коронарних артерій побудовано модель руху крові у планарно звитій коронарній артерії (розділ 1).
2. В рамках цієї моделі встановлено кількісні співвідношення між витратними характеристиками течії крові у початково нормальній і в подальшому патологічно звитій коронарній артерії та параметрами самої артерії і її патологічно звитої ділянки (розділ 2).
3. На основі побудованої моделі і встановлених у її рамках співвідношень розроблено метод (розділ 3), який дає можливість кардіологам

(котрі не є фахівцями в області механіки рідини та структурної механіки) із прийнятною для них точністю та швидкістю лише за даними коронарної ангіографії визначати зміни у витратних характеристиках течії крові у великих коронарних артеріях, що виникають внаслідок появи планарної патологічної звитості останніх, а також встановлювати гемодинамічну значущість цих змін.

4. Цей метод є *неінвазивним*, і дозволяє виключати з розгляду цілий ряд однакових факторів для початково нормальної і в подальшому патологічно звитої ділянки досліджуваної коронарної артерії - системний артеріальний тиск, число серцевих скорочень, вхідну об'ємну швидкість крові¹² на ділянці, масову густину, в'язкість і температуру крові, фізичні та геометричні характеристики артеріальної стінки, тощо. Крім того, він дає можливість визначати шукані витратні характеристики руху крові у будь-який момент після проведення коронарної ангіографії, не пов'язаний з вирішенням складних технічних завдань, не потребує спеціального обладнання, спеціальної фахової підготовки і значних фінансових затрат.
5. У рамках розробленого методу у 61,04% пацієнтів з вираженою патологічною звитістю великих коронарних артерій встановлено самостійну гемодинамічну значущість останньої для обмеження локального коронарного резерву (розділ 4).
6. Запропонований метод є наближеним і може розглядатися як перший крок до вирішення описаної у даній статті проблеми. Очевидно, що його подальший розвиток (а відтак і збільшення вірогідності одержаних у його рамках результатів і зроблених на їх основі висновків) пов'язаний із безпосереднім (а не опосередкованим) врахуванням податливості стінок артерії, характеру і режиму руху крові в ній, взаємодії крові з її стінками, просторовості геометрії як самої артерії, так і її патологічно звитої ділянки, тощо.
7. Також бажаним є підвищення точності визначення часових проміжків T_0 і T_w , за які кров долає досліджувані ділянки артерії, і встановлення кількісної залежності об'ємної витрати крові на патологічно звитій ділянці Q_w від перепаду тиску на ній Δp_w . Перший крок (він може бути реалізований за рахунок зменшення мінімально можливої часової довжини

одного кадра записуючої апаратури, або ж за рахунок використання апаратури з більшою часовою розрізюваністю) дасть можливість підвищити точність визначення шуканих витратних характеристик руху крові у досліджуваній артерії, а відтак і точність усього методу. Другий же крок (його реалізація можлива після проведення відповідних досліджень) дозволить точніше встановлювати критичне значення відносної об'ємної втрати крові в артерії δ_Q^{cr} , що також приведе до збільшення точності методу.

1. Вікіпедія.
2. Kaski J. C. Pathophysiology and management of patients with chest pain and normal coronary arteriograms (cardiac syndrome X) // *Circulation*.– 2004.– **109**.– P. 568–572.
3. Crea F., Lanza G. A. Angina pectoris and normal coronary arteries: cardiac syndrome X // *Heart*.– 2004.– **90**, N 4.– P. 457–463.
4. Groves S. S., Jain A. C., Warden B. E., Gharib W., Beto R. J. 2nd. Severe coronary tortuosity and the relationship to significant coronary artery disease // *West Virginia Med. J.*– 2009.– **105**, N 4.– P. 7–14.
5. Zegers E. S., Meursing B. T. J., Zegers E. B., Oude Ophuis A. J. M. Coronary tortuosity: a long and winding road // *Neth. Heart J.*– 2007.– **15**, N 5.– P. 191–195.
6. Stein P. D., Hamid M. S., Shivkumar K., Davis T. P., Khaja F., Henry J. W. Effects of cyclic flexion of coronary arteries on progression of atherosclerosis // *Am. J. Cardiology*.– 1994.– **73**, N 7.– P. 431–437.
7. Aldrovandi A., Cademartiri F., Menozzi A., Ugo F., Lina D., Maffei E., Palumbo A., Fusaro M., Crisi G., Ardissino D. Evaluation of coronary atherosclerosis by multislice computed tomography in patients with acute myocardial infarction and without significant coronary artery stenosis: a comparative study with quantitative coronary angiography // *Circulation: Cardiovascular Imaging*.– 2008.– **1**.– P. 205–211.
8. Aldrovandi A., Cademartiri F., Arduini D., Lina D., Ugo F., Maffei E., Menozzi A., Martini C., Palumbo A., Bontardelli F., Gherli T., Ruffini L., Ardissino D. Computed tomography coronary angiography in patients with acute myocardial infarction without significant coronary stenosis // *Circulation*.– 2012.– **126**.– P. 3000–3007.
9. Schubert T., Santini F., Stalder A. F., Bock J., Meckel S., Bonati L., Markl M., Wetzel S. Dampening of blood-flow pulsatility along the carotid siphon: does form follow function? // *AJNR Am. J. Neuroradiol.*– 2011.– **32**.– P. 1107–1112.
10. Hart W. E., Goldbaum M. Co?te? B., Kube P., Nelson M. R. Measurement and classification of retinal vascular tortuosity // *Int. J. Med. Informatics*.– 1999.– **53**.– P. 239–252.
11. Hai-Chao Han. Twisted blood vessels: symptoms, etiology and biomechanical mechanisms // *J. Vasc. Res.*– 2012.– **49**.– P. 185–197.
12. Yang Li, Zhengtao Shi, Yan Cai, Yi Feng, Genshan Ma, Chengxing Shen, Zhiyong Li, Naifeng Liu. Impact of coronary tortuosity on coronary pressure: numerical simulation study // *PLOS ONE*.– 2012.– **7**.– P. 1–6.

13. Фуркало Н. К., Следзевская И. К., Каминский А. Г., Лутай М. И. Лечебно-профилактические аспекты диспансеризации при ишемической болезни сердца.– К.: Здоров'я, 1991.– 395 с.
14. Pijls N. H. J., de Bruyne B., Peels K., van der Voort P. H., Bonnier H. J. R. M., Bartunek J., Koolen J. J. Measurement of fractional flow reserve to assess the functional severity of coronary-artery stenoses // N. Engl. J. Med.– 1996.– **334**.– P. 1703–1708.
15. Berger S. A., Jou L.-D. Flows in stenotic vessels // Ann. Rev. Fluid Mech.– 2000.– **32**.– P. 347–382.
16. Borisyuk A. O. Experimental study of noise produced by steady flow through a simulated vascular stenosis // J. Sound Vibr.– 2002.– **256**, N 3.– P. 475–498.
17. Young D. F. Fluid mechanics of arterial stenosis // J. Biomech. Eng.– 1979.– **101**.– P. 157–175.
18. Borisyuk A. O. Model study of noise field in the human chest due to turbulent flow in a larger blood vessel // J. Fluids Struct.– 2003.– **17**, N 8.– P. 1095–1110.
19. Borisyuk A. O. Experimental study of wall pressure fluctuations in rigid and elastic pipes behind an axisymmetric narrowing // J. Fluids Struct.– 2010.– **26**, N 4.– P. 658–674.
20. Batchelor G. K. An introduction to fluid dynamics.– Cambridge, UK: Cambridge Univ. Press, 1967.– 615 p.
21. Ямке Е., Эмде Ф., Леш Ф. Специальные функции.– М.: Наука, 1968.– 344 с.
22. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и производений.– М.: Гос. издат. физ.-мат. лит., 1963.– 1108 с.
23. Абрамовиц М., Стиган И. Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами.– М.: Наука, 1979.– 832 с.

ПОДЯКА

Автор висловлює подяку головному лікарю кардіологічної клініки Святої Катерини (м. Одеса) канд. мед. наук Себову Д. М. за надані матеріали і можливість проводити у клініці описані у даній статті дослідження, а також за корисні коментарі і поради при обговоренні їхніх результатів. Крім цього, вдячність також висловлюється всім співробітникам клініки, які прямо або опосередковано допомагали виконанню даної роботи.

ДОДАТОК. УМОВНІ ПОЗНАЧЕННЯ

- D_0 – діаметр поперечного перерізу початково нормальній коронарній артерії;
- D_w – діаметр поперечного перерізу патологічно звитої ділянки коронарної артерії;
- L_0 – осьовий розмір патологічно звитої ділянки коронарної артерії;

- $L_0^{(s)}$ – довжина прямої ділянки умовно нормальній коронарній артерії на коронарограмі;
- L_w – довжина патологічно звитої ділянки коронарної артерії;
- A_i – висота i -ої завивки патологічно звитої ділянки коронарної артерії;
- l_i – ширина i -ої завивки патологічно звитої ділянки коронарної артерії;
- L_i – довжина i -ої завивки патологічно звитої ділянки коронарної артерії;
- N – кількість завивок;
- U_0 – середня осьова швидкість руху крові в нормальній коронарній артерії;
- U_w – середня осьова швидкість руху крові у патологічно звитій коронарній артерії;
- Q_0 – об'ємна витрата крові в нормальній коронарній артерії;
- Q_w – об'ємна витрата крові у патологічно звитій коронарній артерії;
- T_0 – проміжок часу, за який кров долає пряму ділянку нормальній коронарній артерії;
- T_w – проміжок часу, за який кров долає патологічно звиту ділянку коронарної артерії;
- A – поперечний переріз коронарної артерії;
- A_0 – поперечний переріз нормальній коронарній артерії;
- A_w – поперечний переріз патологічно звитої ділянки коронарної артерії;
- u – локальна миттєва осьова швидкість руху крові у перерізі A ;
- u_0 – локальна миттєва осьова швидкість руху крові у перерізі A_0 ;
- u_w – локальна миттєва осьова швидкість руху крові у перерізі A_w ;
- \vec{r} – радіус-вектор довільної точки перерізу A ;
- Δt – малий проміжок часу;
- ΔV – об'єм крові, який за проміжок часу Δt проходить крізь переріз A .