

УДК 532.526.10

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОГО ТУРБУЛЕНТНОГО ТЕЧЕНИЯ С ПРЕГРАДОЙ НА ОСНОВЕ ГИБРИДНОГО LES/URANS-ПОДХОДА

В. Г. КУЗЬМЕНКО

Институт гидромеханики НАН Украины, Киев
03680 Киев – 180, МСП, ул. Желябова, 8/4
office@hydromech.com.ua

Получено 13.03.2012

Нестационарный трехмерный турбулентный поток несжимаемой жидкости над прямоугольной двумерной преградой на плоской пластине в пограничном слое с турбулизацией внешнего потока численно исследуется, используя гибридный LES/URANS-подход, пристенные модели и конечно-разностный метод. Отношение высоты к длине преграды составляет 4, число Рейнольдса для преграды равно 50000 и число Рейнольдса на “входе” есть 24722 для турбулентного пограничного слоя, параметр турбулизации внешнего потока 0.004. Число использованных сеточных узлов есть 2883591. Течение вблизи стенок моделируется URANS с $K - \varepsilon - \pi_{ij}$ моделью турбулентности. Численное моделирование выполнено для того, чтобы изучить среднюю скорость, мгновенные линии тока, векторы скорости, завихренности, осредненные по z , времени и ансамблю линии тока.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: гибридный LES/URANS-подход, численное моделирование, трехмерный турбулентный поток, пограничный слой

Нестационарный тривимірний турбулентний потік нестисливої рідини над прямокутною двохвимірною перешкодою на плоскій пластині в прилежовому шарі з турбулізацією зовнішнього потоку чисельно досліджується, використовуючи гібридний LES/URANS-підхід, пристінні моделі та кінцево-різницевий метод. Співвідношення висоти до довжини перешкоди становить 4, число Рейнольдса для перешкоди дорівнює 50000 та число Рейнольдса на “вході” є 24722 для турбулентного пограничного шару, параметр турбулізації зовнішнього потоку 0.004. Число використаних сіткових вузлів є 2883591. Течія біля стінок моделюється URANS з $K - \varepsilon - \pi_{ij}$ моделлю турбулентності. Чисельне моделювання виконано для того, щоб вивчити середню швидкість, миттєві лінії току, вектори швидкості, завихрення, осереднені по z , часу та ансамблю лінії току.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: гібридний LES/URANS-підхід, чисельне моделювання, тривимірний турбулентний потік, прилежовий шар

The unsteady three-dimensional turbulent incompressible flow over a rectangular two-dimensional fence on flat plate in a boundary layer with free-stream turbulence is simulated using hybrid LES/URANS-approach, wall models and finite-difference method. The aspect ratio (height/length) of the fence are 4, fence Reynolds number of 50000, inflow Reynolds number of 24722 for turbulent boundary layer, parameter free-stream turbulence 0.004. The number of grid points used in the numerical method was 2883591. The flow near the walls is simulated by URANS with $K - \varepsilon - \pi_{ij}$ turbulence model. The simulation was performed to study the mean velocity, instantaneous streamlines, velocity vectors, vorticity, z -averaged, time-averaged and ensemble-averaged streamlines.

KEY WORDS: hybrid LES/URANS-approach, numerical simulation, three-dimensional turbulent flow, boundary layer

ВВЕДЕНИЕ

Теоретическими и экспериментальными исследованиями [1–27] установлено, что турбулентное движение жидкости предполагает наличие неупорядоченного течения, в котором различные величины претерпевают хаотические изменения по времени и пространственным координатам и при этом могут быть выделены статистически точные их осредненные значения. Турбулентность является нестационарным, трехмерным и случайным процессом. Этот режим течения жидкости характеризуется многомасштабным вихревым движением с диссипацией кинетической энергии в тепло посредством вязкости при самом малом масштабе.

В настоящее время исследование нестационарного турбулентного течения над горизонтальной стенкой и вертикально расположенного на ней двумерного препятствия представляет практический интерес [1–9]. Физическая картина отрывных турбулентных потоков при обтекании препятствия сложна и разнообразна. Она зависит от уровня турбулизации внешнего потока; от отношения толщины входного пограничного слоя к высоте препятствия; от числа Рейнольдса основного течения и отношения высоты преграды к ее длине. В понимание такой картины течения внесли определенный вклад экспериментальные работы [1–3, 5–7].

В исследовании [9] проведены вычисления на основе LES с использованием явного разностного метода и подсеточной модели с постоян-

ным коэффициентом для конфигурации течения, соответствующей экспериментальной работе [1] ($Re=10500$), но без учета уровня турбулентности внешнего течения. Применение на стенках специфических приближенных граничных условий ведет к неточному результату размера зоны рециркуляции. Для турбулентных течений у стенки (при числах Рейнольдса основного потока, больших чем $2 \cdot 10^4$) необходимо дополнять классический LES-подход пристенной моделью [8–13, 16–18, 23, 24, 29–30, 32, 33]. В работах [13, 26, 29, 30] развиваются зональные подходы, которые базируются на явном решении различного ряда уравнений в пристенном слое. Существуют два подхода: 1) двухслойная модель (TLM), в которой используются две отдельные сетки для LES и RANS; 2) Detached Eddy Simulation (DES), в которой используется одна сетка, и только модели турбулентности изменяются [26, 30].

В численных моделях [9, 13, 26, 29, 30] рассматриваются сложные физические процессы в турбулентных течениях с использованием довольно сильных упрощений, особенно в пристенной зоне, где применяется сгущение узлов вычислительной сетки только в нормальном к стенке направлении, а размер расчетной ячейки в поперечном направлении выбирается крупным. Это приводит к тому, что поведение вихрей мелких размеров вычисляются неправильно и нарушаются каноны классической LES-технологии, а именно, не выполняются условия реализуемости для подсеточных напряжений. Более подробное описание оценки современных численных подходов представлено в работе [8].

Для конфигурации течения, соответствующей экспериментальной работе [1], но для больших чисел Рейнольдса (например, $Re=50000$ с влиянием турбулизации внешнего потока), вычисления на основе LES другими авторами раньше не проводились. Расчет нестационарных характеристик турбулентного течения и их обработку возможно эффективно реализовать на персональном компьютере с помощью гибридного LES/URANS-подхода.

Большой теоретический и практический интерес представляют решение полностью нестационарной задачи и методы осреднения полученных результатов для турбулентного отрывного течения с преградой. В экспериментальной работе [4] представлен ряд характерных способов осреднения полученных нестационарных пространственных данных.

Цель настоящей работы – создание численного алгоритма решения нестационарной задачи о турбулентном течении с поперечной преградой на

пластине (при первоначальном турбулентном пограничном слое несжимаемой жидкости с внешним турбулизированным течением) на основе гибридного LES/URANS-подхода, что является развитием исследования [8], а также анализ различных методов осреднения полученных результатов.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ДЛЯ LES

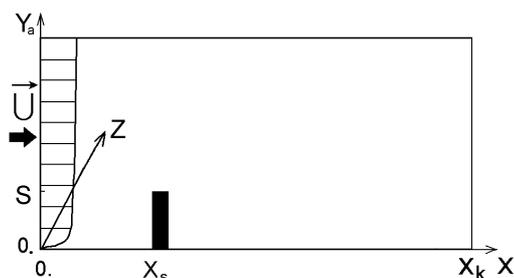


Рис. 1. Принципиальная схема пристенного течения с поперечной преградой на пластине, принятая размерная система координат OXY_aZ и профиль средней скорости на “входе”

Рассматривается модель, в которой: 1) турбулентный поток вязкой несжимаемой жидкости при нулевом продольном градиенте давления на внешней границе с постоянными свойствами при отсутствии внешних массовых сил течет над полубесконечной пластиной с поперечной двумерной преградой на участке $0 \leq X \leq X_k$; максимальная скорость внешнего потока U_0 ; параметр турбулентности внешнего потока Tu ; высота преграды S ; ее длина $0.25S$; стенки пластины и преграды имеют пренебрежимо малую шероховатость (принципиальная схема течения на рис. 1); 2) исследуется трехмерное турбулентное течение при числе Рейнольдса $Re=U_0S/\nu=50000$ для преграды, числе Рейнольдса $Re_\delta=24722$ ($\delta=0.495$; $u_*=0.039$; $Tu=0.004$) для турбулентного пограничного слоя при $X=0$; 3) задача рассматривается в конечной трехмерной вычислительной области с заданными граничными условиями; 4) все параметры и уравнения представлены в безразмерном виде.

Уравнения движения вязкой несжимаемой жидкости представим в виде обезразмеренных фильтрованных нестационарных уравнений Навье-Стокса [14–17]:

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial(\tilde{u}_i \tilde{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 \tilde{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}; \quad (1)$$

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_i} = 0,$$

где $\tilde{u}_1, \tilde{u}_2, \tilde{u}_3$ (или $\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{w}$) – фильтрованные компоненты вектора скорости вдоль координатных осей x, y, z ; $P=p+2k/3$; P – обобщенное фильтрованное давление; p – статическое давление; k – подсеточная энергия; τ_{ij} и P пронормированы на плотность несжимаемой жидкости, все переменные обезразмерены с помощью величин S и U_0 . Из уравнения неразрывности и уравнений движения выводится уравнение Пуассона для вычисления давления P . Тензор подсеточных напряжений τ_{ij} параметризуется на основе динамической подсеточной модели [10]:

$$\tau_{ij} = -2C_V \tilde{\Delta}^2 | \tilde{S} | \tilde{S}_{ij}.$$

Коэффициент C_V определяется с помощью динамической процедуры следующим образом:

$$C_V(x, y) = -\frac{\langle M_{ij} L_{ij} \rangle}{\langle 2M_{ij} M_{ij} \rangle},$$

где $\langle \cdot \rangle$ – осреднение по z ;

$$M_{ij} = -\tilde{\Delta}^2 | \tilde{S} | \tilde{S}_{ij} + \hat{\Delta}^2 | \hat{S} | \hat{S}_{ij};$$

$$\hat{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \hat{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \hat{u}_j}{\partial x_i} \right); \quad | \hat{S} | = (2\hat{S}_{ij} \hat{S}_{ij})^{1/2};$$

$$L_{ij} = \overline{\hat{u}_i \hat{u}_j} - \tilde{u}_i \tilde{u}_j.$$

В данном исследовании в качестве первичного и повторного фильтра используется Гауссов фильтр (см. подробно [17]). Операторы фильтров связаны следующими зависимостями $\hat{G} = \tilde{G} = \tilde{G} \tilde{G}$, где \hat{G} – первичный фильтр; \tilde{G} – повторный фильтр; $\hat{\Delta} = \tilde{\Delta}$ и величина $\hat{\Delta}$ входит в состав M_{ij} . Ширина первичного и повторного фильтра задана в [8, 17]. Для шагов вычислительной сетки задаем: $\Delta y = \tilde{\Delta}_S$, $\Delta x = \Delta z = 2\tilde{\Delta}_S$.

1.1. Граничные условия для LES

В рамках LES-подхода каждое из уравнений (1) дискретизируется на прямоугольной расчетной сетке в вычислительной области $D = \{0 \leq x \leq x_k; 0 \leq y \leq y_k\}$ минус $[x_s < x < x_d; 0 < y < y_s]; 0 \leq z \leq z_k\}$, где $x_s=10$; $x_d=x_s+0.25$; $y_s=1$; $x_k=40$; $y_k=7$; $z_k=5$. В вычислительном методе используется $\{N_x; N_y; N_z\} = \{401; 141; 51\}$ сеточных точек. Для шага вычислительной сетки задаем $\tilde{\Delta}_S = \Delta y = 0.05$.

Граничные условия имеют следующий вид:

- 1) условие на входе в расчетную область $x=0; 0 \leq z \leq z_k; 0 \leq y \leq y_k$:

$$\tilde{u} = U_{ct}(y, t) + \tilde{u}_p; \quad \tilde{v} = V_{ct}(y, t) + \tilde{v}_p;$$

$$\tilde{w} = \tilde{w}_p;$$

- 2)–4) приближенные граничные условия на стенках $\{y=0; 0 \leq x \leq x_s\}; \{y=0; x_d \leq x \leq x_k\}; \{y=y_s; x_s \leq x \leq x_d\}$ (для $0 \leq z \leq z_k$):

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial y} = \frac{c_f(x) \text{Re}_a \{ \tilde{u}(x, y_e, z, t) + \epsilon \}}{\langle \tilde{u}(x, y_e, z, t) \rangle + \epsilon}; \quad \tilde{v} = 0;$$

$$\frac{\partial \tilde{w}}{\partial y} = \frac{c_f(x) \text{Re}_a \{ \tilde{w}(x, y_e, z, t) + \epsilon \}}{\langle \tilde{u}(x, y_e, z, t) \rangle + \epsilon};$$

- 5) $y=y_k; 0 \leq z \leq z_k; 0 < x < x_k$:

$$\tilde{u} = 1; \quad \frac{\partial \tilde{v}}{\partial y} = \frac{\partial \tilde{w}}{\partial y} = 0;$$

- 6)–7) приближенные граничные условия на стенках $x=x_s$ и $x=x_d$; при $0 \leq y \leq y_s; 0 \leq z \leq z_k$:

$$\frac{\partial \tilde{v}}{\partial x} = \frac{c_{fn}(y) \text{Re}_a \{ \tilde{v}(x_e, y, z, t) + \epsilon \}}{\langle \tilde{v}(x_e, y, z, t) \rangle + \epsilon}; \quad \tilde{u} = 0;$$

$$\frac{\partial \tilde{w}}{\partial x} = \frac{c_{fn}(y) \text{Re}_a \{ \tilde{w}(x_e, y, z, t) + \epsilon \}}{\langle \tilde{v}(x_e, y, z, t) \rangle + \epsilon};$$

- 8)–9) периодическое граничное условие $z=0; z=z_k; 0 < y < y_k; 0 < x < x_k$:

$$\tilde{u}_i(x, y, z_k, t) = \tilde{u}_i(x, y, 0, t);$$

- 10) на выходе из расчетной области $x=x_k; 0 \leq z \leq z_k; 0 \leq y \leq y_k$:

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial t} + \tilde{U}_{conv} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial \tilde{v}}{\partial t} + \tilde{U}_{conv} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x} = 0;$$

$$\frac{\partial \tilde{w}}{\partial t} + \tilde{U}_{conv} \frac{\partial \tilde{w}}{\partial x} = 0.$$

Скорость конвективного переноса \tilde{U}_{conv} на выходе из вычислительной области равна $\langle \tilde{u} \rangle_{yz}$ при $x=x_k$ на предыдущем шаге по времени. На выходе из области при $x=x_k$ используется “конвективное” граничное условие (по терминологии зарубежной научной литературы), которое позволяет распространяющимся вихрям покидать вычислительную область с минимальным возмущающим действием. В отечественных работах это условие называется условием излучения. Выше упомянутое граничное условие в настоящее время является самым эффективным и применяется в LES в последнее десятилетие в качестве стандартного.

1.2. Входные граничные условия

В общем случае, входные граничные условия для нестационарных течений нельзя представить единственным образом, поскольку они будут меняться в зависимости от физических условий вверх по потоку от рассматриваемой границы и будут зависеть от решения в исследуемой вычислительной области. Поэтому в нашей работе при определенных допущениях в рамках модернизированного LES-подхода реализуется процедура численного генерирования поля скорости для входных граничных условий.

Экспериментально установленное в [1, 20, 21, 31, 35–37] дискретное распределение квазистационарной осредненной продольной компоненты скорости $U_c(y)$ турбулентного пограничного слоя на “входной” границе $x=0$ аппроксимируем следующим образом (с учетом обозначений $Y^+=Y u_* \text{Re}_\delta$, где $Y=y/\delta$). Изменение U_c вдоль оси Oy на участке $0 \leq Y^+ \leq 13.2$ задается на основе эмпирической зависимости [20]:

$$U_c = u_* [Y^+ - 0.0228(Y^+)^2],$$

а U_c на участке $13.2 < Y^+ < 60$ вычисляется по следующей формуле [20]:

$$U_c = u_* [2.5 \ln(Y^+) + 5.5 - 36.08/Y^+].$$

Изменение U_c при $Y^+ \geq 60$ и $Y \leq 1$ определяется как в [22]:

$$U_c = \frac{u_*}{\kappa} \{ \ln(u_* \text{Re}_\delta Y) + \kappa C + \Pi [1 - \cos(\pi Y)] \}, \quad (2)$$

где $C=5.2$; $\kappa=0.4$; $\Pi=0.55$.

На основе анализа работ [1, 21, 31, 35–37] полагаем, что $\delta=0.495$; $u_*=0.039$; $\text{Re}_\delta=24722$ и $U_c(y_k)=1$ на входной границе в вычислительную область для случая $\text{Re}=50000$ и $Tu=0$.

В свою очередь, для полностью нестационарной постановки задачи принимаем следующее:

$$U_{ct}(y, t) = U_c(y)[1 + \phi_t].$$

Таким образом учитываются характерные особенности поля скорости, особенно в вязком и переходном (к турбулентному) подслоях, где наиболее значительны градиенты скорости и неравномерность их распределения в пространстве. Используются обобщенные знания из работ [28, 38–40] о вихревых наклонных структурах, участках замедленной и ускоренной жидкости. Учет этих вышеперечисленных процессов в зависимости от времени позволяет сократить размер вычислительной

области перед препятствием, потому что не нужно рассчитывать развитие турбулентного пограничного слоя вдоль плоской пластины. Функция ϕ_t моделирует в обобщенном виде нестационарный и случайный характер вышеупомянутых вихревых структур:

i) для $0 \leq Y \leq 1$

$$\phi_t = \frac{0.05y_e^{1/2}}{(y_e + Y)^{1/2}} \cos\left(\frac{2\pi t}{L_a \phi_{zt}}\right);$$

ii) для $Y > 1$

$$\phi_t = 0.0001 \cos\left(\frac{2\pi t}{L_a \phi_{zt}}\right),$$

где величина y_e равна шагу сетки $\tilde{\Delta}_S$;

$$\phi_{zt} = 1 + 0.2 \cos\left(\frac{2\pi z \delta}{z_k \Delta y}\right).$$

Составляющая скорости V_{ct} вычисляется по уравнению неразрывности, используя U_{ct} .

Значения интегрального масштаба турбулентности L_a определяем на основе работ [8, 34]. Нефильтрованные пульсации компонент мгновенной скорости на “входе” ($x=0$; $0 \leq z \leq z_k$; $0 \leq y \leq y_k$) моделируем следующим образом:

$$u_{p0}(y, z, t) = u_* a_1 f_1 \phi_z [1 + \phi_t];$$

$$v_{p0}(y, z, t) = u_* a_2 f_2 \phi_z [1 + \phi_t];$$

$$w_{p0}(y, z, t) = u_* a_3 f_3 \phi_z [1 + \phi_t],$$

где ϕ_z учитывает периодический характер пульсаций в однородном направлении z в рамках конечно-разностной реализации поставленной краевой задачи:

$$\phi_z = \sum_{m=1}^{50} m^{-5/6} \sin\left(\frac{2\pi z m}{L_a}\right).$$

Функции $f_1(y)$, $f_2(y)$ и $f_3(y)$ определены на основе обработки экспериментальных данных [1, 4, 21, 25, 27, 31, 35–37] для турбулентного пограничного слоя, но уже с учетом действия турбулизации внешнего потока ($Tu = 0.004$) и полностью соответствуют по форме профилям нормальных турбулентных напряжений (рис. 2). Определение констант a_1 , a_2 и a_3 приведено в исследовании [8] с использованием экспериментов [1, 21, 25, 31, 35–37]. Параметр турбулентности внешнего потока определяется так:

$$Tu = \sqrt{(\langle u_{p0}^2 \rangle_{zt} + \langle v_{p0}^2 \rangle_{zt} + \langle w_{p0}^2 \rangle_{zt})/3}.$$

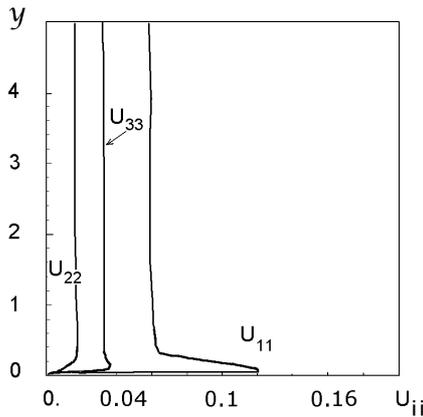


Рис. 2. Зависимость продольной, поперечной и боковой компонент нормальных турбулентных напряжений U_{11} , U_{22} , U_{33} от y для $x = 0$ и $Re=50000$

Влияние различных уровней турбулизации внешнего потока подробно исследовано в работе [34].

На рис. 2 представлено изменение продольной, поперечной и боковой пронормированных компонент нормальных турбулентных напряжений U_{ii} вдоль y при $x=0$, где $U_{11} = \sqrt{T_{11}}$; $U_{22} = \sqrt{T_{22}}$; $U_{33} = \sqrt{T_{33}}$, а T_{11} , T_{22} , T_{33} – компоненты нормальных турбулентных напряжений в направлении осей координат x, y, z , соответственно. Полные нормальные турбулентные напряжения имеют следующий вид на основе LES-технологии: $T_{11} = \langle (\tilde{u}_1 - U_{ct})^2 + \tau_{11} \rangle_{zt}$; $T_{22} = \langle \tilde{u}_2^2 + \tau_{22} \rangle_{zt}$; $T_{33} = \langle \tilde{u}_3^2 + \tau_{33} \rangle_{zt}$.

Для вывода выше приведенных зависимостей для средней скорости и пульсационных компонент скорости используются экспериментальные работы [1, 4, 20, 21, 25, 27, 31, 35–37], в которых исследовался турбулентный пограничный слой над плоской гладкой полубесконечной тонкой пластиной с передним носиком в форме полуэллипса.

1.3. Пристенная модель

Применение LES-технологии с выбранным шагом сетки в сравнении с масштабом Колмогорова не позволяет использовать граничное условие “прилипания” на стенке: $\tilde{u}=\tilde{v}=\tilde{w}=0$ и пристенные функции, согласно [10–12, 29–30]. При расчете турбулентного течения в качестве пристенной модели используем приближенные граничные условия на стенке для локальных компонент скорости [16, 17]

в модифицированном виде, например, на горизонтальных стенках:

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial y} = \frac{c_f(x) Re_a \{ \tilde{u}(x, y_e, z, t) + \epsilon \}}{\langle \tilde{u}(x, y_e, z, t) \rangle + \epsilon}; \quad \tilde{v} = 0;$$

$$\frac{\partial \tilde{w}}{\partial y} = \frac{c_f(x) Re_a \{ \tilde{w}(x, y_e, z, t) + \epsilon \}}{\langle \tilde{u}(x, y_e, z, t) \rangle + \epsilon},$$

где $\epsilon=10^{-5}$ и $\langle . \rangle$ – осреднение по координате z . В рамках данной модели полагается, что y_e – это координата точки, которая расположена выше вязкого подслоя в турбулентном пограничном слое при $Re=50000$. Величина y_e равна шагу сетки $\tilde{\Delta}_S$. Данная пристенная модель подробно описана и тестирована в работах [8, 18, 23].

2. ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД ДЛЯ LES

Уравнения (1) и уравнение Пуассона вместе с начальными и граничными условиями решаются относительно неизвестных $\tilde{u}_i, P, \tau_{ij}$ следующим образом. Задаются начальные условия для поля скорости и давления, используя результаты расчета [8]. Выполняется интегрирование вышеупомянутых уравнений для полностью нестационарного режима течения с одновременным расчетом средних характеристик. Общий расчет проводится за промежуток времени $T_{oc} = K \Delta t$. Дискретизация основных уравнений (1) и метод их решения подробно описаны в работе [8].

3. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ДЛЯ URANS-РЕГИОНА

Для вычисления коэффициента поверхностного трения, применяемого в представленной LES-технологии, используется двумерный URANS-подход для области D_1 (рис. 3). Для вычислительной области D_1 ее ширина (в направлении нормальном к стенке) равна $6\tilde{\Delta}_S=0.3$, где $y_a = 6\tilde{\Delta}_S$; $x_b = x_s - 6\tilde{\Delta}_S$; $y_b = y_s + 6\tilde{\Delta}_S$; $x_p = x_d + 6\tilde{\Delta}_S$.

Уравнения осредненного турбулентного движения вязкой несжимаемой жидкости представим в виде обезразмеренных двумерных уравнений Навье-Стокса, осредненных по Рейнольдсу [19]:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{u}_i \bar{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial \pi_{ij}}{\partial x_j}; \quad (3)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0,$$

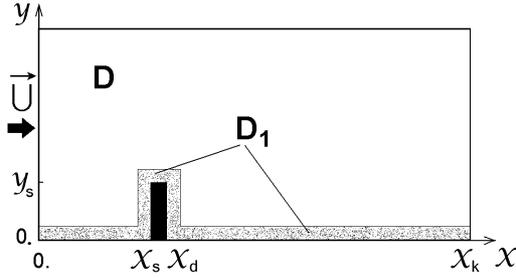


Рис. 3. Схема расположения пристенной вычислительной области D_1 для URANS-подхода (выделена серым фоном)

где \bar{u}_1, \bar{u}_2 или \bar{u}, \bar{v} – осредненные по Рейнольдсу компоненты вектора скорости вдоль координатных осей x, y ; \bar{p} – осредненное давление; π_{ij} – компоненты тензора рейнольдсовых напряжений ($\pi_{ij} = \overline{u'_i u'_j}$); π_{ij} и \bar{p} пронормированы на плотность несжимаемой жидкости. Для создания замкнутой системы уравнений используется $K-\varepsilon-\pi_{ij}$ модель замыкания [33], которая хорошо работает не только в развитом турбулентном течении, но и у стенки в вязком и переходном подслоях, вблизи точек отрыва и присоединения, а также в рециркуляционной зоне. Отметим, что K – удельная кинетическая энергия турбулентности ($K = \overline{u'_i u'_i} / 2$) и ε – скорость диссипации турбулентной энергии. Для определения давления \bar{p} используется уравнение Пуассона. Применяется также уравнение переноса кинетической энергии турбулентности K :

$$\frac{\partial K}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial K}{\partial x_j} + \frac{\partial T_j^K}{\partial x_j} = G - \varepsilon, \quad (4)$$

$$\text{где } T_j^K = -C'_S \frac{K}{\varepsilon} \pi_{ij} \frac{\partial K}{\partial x_i}, \quad G = 0.5(G_{11} + G_{22}),$$

$$G_{ij} = -\pi_{ik} \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_k} - \pi_{jk} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_k}.$$

Уравнение переноса скорости диссипации турбулентности ε :

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} + \frac{\partial T_j^\varepsilon}{\partial x_j} = (C_{\varepsilon 1} G - C_{\varepsilon 2} f_\varepsilon \varepsilon) \frac{\varepsilon}{K}; \quad (5)$$

$$T_j^\varepsilon = -C_\varepsilon \frac{K}{\varepsilon} \pi_{ij} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i};$$

$$f_\varepsilon = 1 - 0.3 \exp(-\text{Re}_t^2); \quad \text{Re}_t = K^2 \text{Re} / \varepsilon.$$

Компоненты π_{ij} определяются явной алгебраической анизотропной моделью Рейнольдсовых напряжений [33]:

$$\pi_{ij} = K \left(\frac{2}{3} \delta_{ij} - 2C_\mu^{eff} S_{ij} + a_{ij}^{ex} \right). \quad (6)$$

Детали модели турбулентности представлены в работе [18].

3.1. Граничные условия для URANS

$$1) \{x = 0; 0 \leq y \leq y_a\} -$$

$$\bar{u} = U_{ct}(y, t); \quad \bar{v} = V_{ct}(y, t); \quad K = K_1(y);$$

$$\varepsilon = \varepsilon_1(y); \quad \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} = f_{p1}(y);$$

$$2) \{y = 0; 0 < x < x_s\}; \{y = 0; x_d < x < x_k\} -$$

$$\bar{u} = \bar{v} = K = 0; \quad \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} = f_{p2,3}(x); \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} = 0;$$

$$3) \{y = y_s; x_s < x < x_d\} -$$

$$\bar{u} = \bar{v} = K = 0; \quad \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} = f_{p4}(x); \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} = 0;$$

$$4) \{x = x_s; 0 \leq y < y_s\} -$$

$$\bar{u} = \bar{v} = K = 0; \quad \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} = f_{p5}(y); \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} = 0;$$

$$5) \{x = x_s; y = y_s\} -$$

$$\bar{v} = K = 0; \quad \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} = f_{p6}(x); \quad \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} = 0;$$

$$6) \{x = x_d; y = y_s\} -$$

$$\bar{v} = K = 0; \quad \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} = f_{p7}(x); \quad \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} = 0;$$

$$7) \{x = x_d; 0 \leq y < y_s\} -$$

$$\bar{u} = \bar{v} = K = 0; \quad \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} = f_{p8}(y); \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} = 0;$$

$$8) \{y = y_a; 0 < x < x_b\} -$$

$$\bar{u} = U_{a1}(x); \quad \bar{v} = V_{a1}(x); \quad K = K_{a1}(x);$$

$$\varepsilon = \varepsilon_{a1}(x); \quad \bar{p} = \bar{p}_{a1}(x);$$

$$9) \{y = y_b; x_b < x < x_p\} -$$

$$\bar{u} = U_{a2}(x); \quad \bar{v} = V_{a2}(x); \quad K = K_{a2}(x);$$

$$\varepsilon = \varepsilon_{a2}(x); \quad \bar{p} = \bar{p}_{a2}(x);$$

$$10) \{y = y_a; x_p < x < x_k\} -$$

$$\bar{u} = U_{a3}(x); \quad \bar{v} = V_{a3}(x); \quad K = K_{a3}(x);$$

$$\varepsilon = \varepsilon_{a3}(x); \quad \bar{p} = \bar{p}_{a3}(x);$$

$$11) \{x = x_b; y_a \leq y \leq y_b\} -$$

$$\bar{u} = U_{a4}(y); \quad \bar{v} = V_{a4}(y); \quad K = K_{a4}(y);$$

$$\varepsilon = \varepsilon_{a4}(y); \quad \bar{p} = \bar{p}_{a4}(x);$$

$$12) \{x = x_p; y_a \leq y \leq y_b\} -$$

$$\bar{u} = U_{a5}(y); \quad \bar{v} = V_{a5}(y); \quad K = K_{a5}(y);$$

$$\varepsilon = \varepsilon_{a5}(y); \quad \bar{p} = \bar{p}_{a5}(x);$$

$$13) \{x = x_k; y_s \leq y \leq y_a\} -$$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + u_{cs} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} = \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + u_{cs} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} = 0;$$

$$\frac{\partial K}{\partial x} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} = f_{p9}(y).$$

Параметр u_{cs} равен \bar{u} при $x=x_k$ на предыдущем слое по времени. Распределение $U_{ct}(y, t)$ на входной границе вычислительной области задается аналогично способу, представленному в данной работе для LES. Величины $f_{p1} - f_{p9}$ в граничных условиях для уравнения Пуассона определяются на соответствующих гранях вычислительных областей в виде краевых условий Неймана для $\partial \bar{p} / \partial x_i$ с использованием конечно-разностных аналогов осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса. Кинетическая энергия турбулентности K_1 и скорость ее диссипации ε_1 при $0 \leq y \leq y_a$ определяются из экспериментальных данных [9, 14, 15, 21, 22, 28, 33, 37]. Распределения величин $\{U_{ai}; V_{ai}; K_{ai}; \varepsilon_{ai}; \bar{p}_{ai}\}$, $i = \overline{1, 5}$ на внешних границах двумерной вычислительной зоны D_1 находятся на основе промежуточных результатов расчета в рамках LES-технологии. Взаимосвязь LES- и URANS-подхода будет показана в следующем разделе. Главная цель использования URANS-подхода состоит в определении коэффициента поверхностного трения на каждом шаге по времени.

Для расчета построены преобразования координат, позволившие получить равномерную разностную сетку в новой вычислительной плоскости, несмотря на сложную форму границ физической области D_1 с неравномерной сеткой со сгущением узлов у стенок. В новой вычислительной двумерной плоскости применяются координаты X_*, Y_* . Преобразование координат имеет следующий вид:

$$1) \{0 \leq x < x_b; 0 \leq y \leq y_a\} -$$

$$X_* = x; \quad \left(\frac{Y_*}{y_a}\right)^2 = \frac{y}{y_a};$$

$$2) \{x_b \leq x \leq x_s; 0 \leq y \leq y_a\} -$$

$$\left(\frac{x_s - X_*}{y_a}\right)^2 = \frac{x_s - x}{y_a}; \quad \left(\frac{Y_*}{y_a}\right)^2 = \frac{y}{y_a};$$

$$3) \{x_b \leq x \leq x_s; y_a < y \leq y_b\} -$$

$$\left(\frac{x_s - X_*}{y_a}\right)^2 = \frac{x_s - x}{y_a}; \quad \left(\frac{Y_* - y_a}{y_a}\right)^2 = \frac{y - y_a}{y_a};$$

$$4) \{x_s < x < x_d; y_s \leq y \leq y_b\} -$$

$$X_* = x; \quad \left(\frac{Y_* - y_s}{y_a}\right)^2 = \frac{y - y_s}{y_a};$$

$$5) \{x_d \leq x \leq x_p; y_a < y \leq y_b\} -$$

$$\left(\frac{X_* - x_d}{y_a}\right)^2 = \frac{x - x_d}{y_a}; \quad \left(\frac{Y_* - y_a}{y_a}\right)^2 = \frac{y - y_a}{y_a};$$

$$6) \{x_d \leq x \leq x_p; 0 \leq y \leq y_a\} -$$

$$\left(\frac{X_* - x_d}{y_a}\right)^2 = \frac{x - x_d}{y_a}; \quad \left(\frac{Y_*}{y_a}\right)^2 = \frac{y}{y_a};$$

$$7) \{x_p < x \leq x_k; 0 \leq y \leq y_a\} -$$

$$X_* = x; \quad \left(\frac{Y_*}{y_a}\right)^2 = \frac{y}{y_a}.$$

Для используемой в данной работе LES-технологии с приближенными граничными условиями на стенках применение преобразования координат со сгущением узлов у стенок не имеет смысла, потому что ближайший к стенке слой узлов сетки расположен в турбулентном подслое и это является требованием пристенной модели. Можно эффективно использовать сгущение узлов у стенки обязательно по трем координатам только для классической LES-технологии с граничным условием прилипания на стенках для компонент скорости, что позволяет правильно рассчитывать наименьшие масштабы вихрей в вязком и переходном к турбулентному подслоям. Однако требуемое общее количество узлов сетки возрастает в сотни раз и увеличивается с ростом числа Рейнольдса.

4. ОБЩИЙ ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД

В представленной модели турбулентного течения вокруг преграды рассматривается задача в рамках гибридного LES/URANS-подхода, новизна которого заключается в следующем. Вышеупомянутый гибридный подход отличается от зональных подходов [13, 26, 29, 30] способом взаимосвязи LES и URANS регионов. В зональных подходах вычислительные области для LES-

и URANS-подхода расположены последовательно друг за другом, причем только для URANS-подхода задаются граничные условия на стенке. Это приводит к отсутствию обратной связи между URANS- и LES-подходом. Существенной новизной нашего гибридного LES/URANS-подхода является то, что вычислительная область для LES занимает все рассматриваемое пространство и используются приближенные граничные условия на стенках, в которых присутствует неизвестный параметр – коэффициент поверхностного трения. Он вычисляется на основе двумерного URANS-подхода со своей пристенной моделью. Таким образом, используются два разных типа пристенных моделей: один – для LES-региона, другой – для URANS-региона. В нашем гибридном LES/URANS-подходе расчетная область для URANS-подхода расположена у стенок (D_1 , рис. 3) и накладывается на большую вычислительную область D для LES. И, следовательно, мы можем определить из осредненных LES-расчетов недостающие в URANS-подходе значения средней скорости, турбулентной кинетической энергии и осредненного давления на внешней грани RANS-региона, которая совпадает с частью вычислительной области для LES (рис. 3). Таким образом замыкается общая задача в рамках гибридного LES/URANS-подхода и определяются взаимосвязи полей скорости, давления, турбулентных напряжений и турбулентной кинетической энергии между LES-регионом и URANS-регионами.

Технология общего численного метода для представленной модели турбулентного течения с преградой состоит в следующем. Рассматривается задача в рамках LES-подхода, которая решается до выхода на требуемый режим при необходимом количестве шагов по времени на основе конечно-разностной неявной абсолютно устойчивой схемы. Коэффициент поверхностного трения (используемый в приближенных граничных условиях на стенке для LES) вычисляется на основе URANS-подхода, в котором распределения величин для граничных условий на внешних гранях области D_1 определяются из промежуточных результатов расчета по LES-технологии. В рамках представленного URANS-подхода расчет характеристик течения для области D_1 рассматривается как задача, которая решается при заданном количестве итераций на каждом шаге по времени с использованием численного алгоритма, подобного к LES-технологии, но примененного в преобразованной системе координат для двумерного случая.

Для течения в турбулентном пограничном слое над гладкой полубесконечной пластинкой

в URANS-технологии осреднение по Рейнольдсу трактуем как осреднение по ансамблю реализаций, которое в общем случае есть среднее арифметическое значение для каждой точки пространства в данный момент времени. Но для практического применения используем следующее допущение. На границах зон сочленения (на внешних гранях области D_1) трехмерной LES- и двумерной URANS-области полагаем, что величина, осредненная по ансамблю реализаций, равна осредненному по z значению, полученному на основе LES.

Для взаимосвязи LES- и URANS-технологий используются следующие величины: локальная подсеточная кинетическая турбулентная энергия $k = \tau_{ii}/2$; локальная сеточная кинетическая турбулентная энергия

$$\tilde{K} = \langle (\tilde{u} - \langle \tilde{u} \rangle_z)^2 + (\tilde{v} - \langle \tilde{v} \rangle_z)^2 + \tilde{w}^2 \rangle_z / 2;$$

локальная полная кинетическая турбулентная энергия $E_p = \tilde{K} + k$; осредненная по Рейнольдсу кинетическая турбулентная энергия $K = \langle E_p \rangle_z$; локальная подсеточная скорость диссипации турбулентности $\varepsilon_{sgs} = -\tau_{ij} \tilde{S}_{ij}$. На внешних гранях области D_1 задаются граничные условия для URANS-региона на основе обработки LES-результатов: осредненные по Рейнольдсу компоненты средней скорости $\bar{u} = \langle \tilde{u} \rangle_z$, $\bar{v} = \langle \tilde{v} \rangle_z$; осредненная по Рейнольдсу кинетическая турбулентная энергия $K = \langle E_p \rangle_z$; осредненная по Рейнольдсу скорость диссипации турбулентности $\varepsilon = \langle \varepsilon_{sgs} \rangle_z$. Связь осредненного по Рейнольдсу давления \bar{p} и обобщенного давления P для LES имеет такой вид: $\bar{p} = \langle P \rangle_z$.

В численном методе для LES используется 2883591 сеточных точек ($\{N_x; N_y; N_z\} = \{401; 141; 51\}$), а для URANS-подхода применяется 10^6 сеточных узлов ($\{N_x; N_y\}$).

5. РЕЗУЛЬТАТЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ

На основе численного алгоритма, разработанного в рамках гибридного LES/URANS-подхода, проведены расчеты параметров нестационарного турбулентного течения перед, над и за преградой для числа Рейнольдса $Re = 50000$ и параметра турбуликации внешнего потока $Tu = 0.004$ (при принятых параметрах на входе в вычислительную область $Re_\delta = 24722$; $\delta = 0.495$; $u_* = 0.039$; $c_{f0} = 0.003$).

Для вычислений использовался компьютер INTEL PENTIUM COREi5 с тактовой частотой 4 ГГц и оперативной памятью 4 Гб. Статистика была собрана на каждом шаге по времени в процессе расчета полностью нестационарного режима

течения. Всего было произведено десять тысяч шагов по времени с $\Delta t=0.03$ за промежуток времени $T_{oc}=300$. Время расчета задачи равно 30 часам 25 минутам.

Анализ численных решений нестационарных трехмерных фильтрованных уравнений Навье-Стокса требует ряд статистических характеристик для описания вихревых структур различных масштабов. При этом алгоритмы статистической обработки должны отражать различия в пространственно-временной структуре численных данных в процессе определения адекватности результатов математического моделирования реальным данным об объекте.

В представленном исследовании применяется набор способов статистической обработки численной информации, а именно: осреднение по большому промежутку времени T_{oc} ; по z ; по большому промежутку времени и по z ; по ансамблю реализаций. Поэтому трактование самого вихря, определение местоположения и размеров вихревых структур в пространстве непосредственно связано с методом осреднения параметров турбулентного течения.

Для установления надежности полученных результатов проведены дополнительные расчеты параметров нестационарного турбулентного течения на отрезке времени $t=\{300 - 600\}$ в полной постановке задачи нашей работы. Результаты вычислений (осредненные по z и большому промежутку времени T_{oc} , равному 300) на отрезке $t=\{300 - 600\}$ практически равны результатам для случая $t=\{0 - 300\}$ и полностью соответствуют аналогично осредненным данным работы [8]. На основе численных расчетов установлено, что абсолютное значение длины присоединения (для величин, осредненных по z и по большому промежутку времени T_{oc}) равно $\bar{x}_R = x_R - x_s - 0.25=13.9$, где x_R – точка присоединения оторвавшегося после преграды течения, \bar{x}_R соответствует максимальному продольному размеру большой области рециркуляции (см.[8]).

Для осредненных только по z расчетных величин на отрезке $t=\{0 - 300\}$ определено, что течение в окрестности выбранной точки присоединения потока x_{Rz} (трактуемой как максимальный продольный размер зоны крупных вихрей за преградой) осциллирует с периодом T_{fz} . Конец периода цикла T_{fz} соответствует условию, при котором наблюдается максимальное значение величины \bar{x}_{Rz} в пределах одного цикла обновления ситуации. Величина T_{fz} на разных участках общего интервала времени T_{oc} случайным образом изменяется в пределах 20 процентов относительно $T_{fz}=15$.

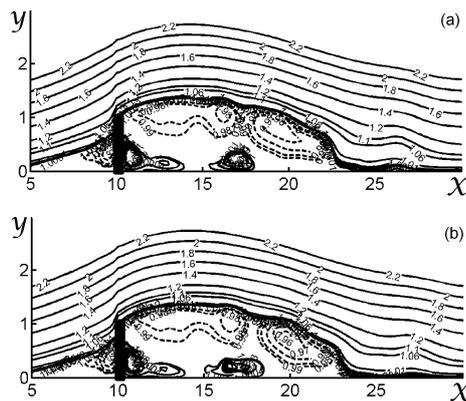


Рис. 4. Линии тока для осредненного по z течения в плоскости xy при $t=272.8$ (a) и $t=274.4$ (b)

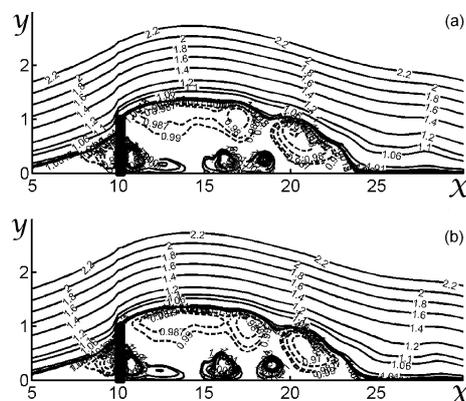


Рис. 5. Линии тока для осредненного по z течения в плоскости xy при $t=276$ (a) и $t=277.6$ (b)

Соответственно, для величины \bar{x}_{Rz} , определяемой на каждом шаге по времени, справедлив такой же характер поведения. Значения \bar{x}_{Rz} изменяются в пределах $\bar{x}_{Rz}=\{12 - 16\}$. Только среднее значение суммы всех \bar{x}_{Rz} на интервале T_{oc} ($t=\{0-300\}$) дает $\bar{x}_R=13.9$ (результаты вычислений \bar{x}_R приведены в работе [8]).

В свою очередь, для мгновенных величин на общем отрезке T_{oc} при различных сечениях по z происходит подобное изменение периода цикла обновления ситуации T_{ff} (в пределах $T_{ff}=\{10 - 18\}$) на разных участках по времени, при этом значения \bar{x}_{Rf} изменяются в пределах $\bar{x}_{Rf}=\{11 - 17\}$. Величина \bar{x}_{Rf} определяется как максимальный продольный размер зоны крупных вихрей за преградой для каждого сечения по z .

Изменения основных расчетных (осредненных по z) линий тока Ψ в плоскости xy при $t=\{272.8 - 287.2\}$ представлены на рис. 4–8. Совокупность

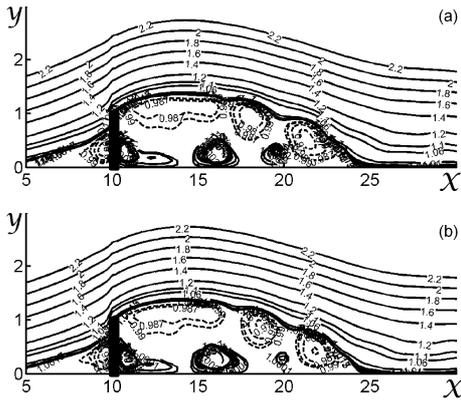


Рис. 6. Линии тока для осредненного по z течения в плоскости xy при $t=279.2$ (a) и $t=280.8$ (b)

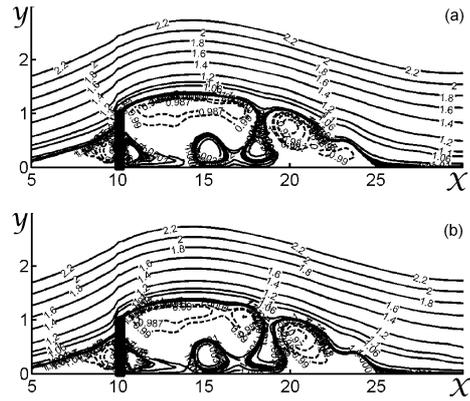


Рис. 8. Линии тока для осредненного по z течения в плоскости xy при $t=285.6$ (a) и $t=287.2$ (b)

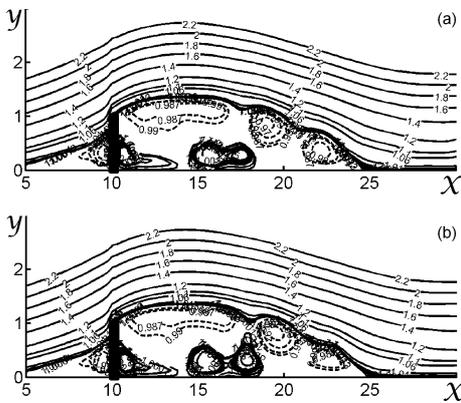


Рис. 7. Линии тока для осредненного по z течения в плоскости xy при $t=282.4$ (a) и $t=284$ (b)

этих линий тока отображает развитие вихревых структур при различных значениях времени в турбулентном течении с преградой на стенке. На рис. 4–8 прерывистыми линиями определены вихревые структуры с вращением по часовой стрелке. Явно наблюдается за вершиной преграды развитие вдоль по потоку отрывного сдвигового слоя с образованием и продвижением отдельных вихреобразований в пределах одного цикла обновления ситуации с периодом T_{fz} . На протяжении выбранного отрезка времени $t=\{272.8 - 287.2\}$ выявлено неуклонное увеличение максимального продольного размера зоны крупных вихрей за преградой. На рис. 4–8 вблизи горизонтальной стенки за преградой изображена эволюция вихревых структур с вращением против часовой стрелки. Отметим, что при таком способе представления результатов на всех этих рисунках перед и за преградой всегда представлены угловые вихри с противоположным

друг другу направлением вращения. В целом, наблюдается явная закономерность развития выше упомянутых различных вихреобразований и их непосредственная взаимосвязь.

Для числа Рейнольдса $Re=50000$ размеры и местоположение таким способом определяемых вихрей изменяются со временем на разных участках общего времени вычислений ($t=\{0 - 300\}$) различным образом. Поэтому не представляется возможным корректно выделить характерные многократно повторяющиеся фазы эволюции вихревых структур на всем отрезке времени расчета и, соответственно, провести фазовое осреднение. Необходимо отметить, что эти вихревые структуры являются условным представлением двумерных (осредненных по z) численных результатов. В действительности турбулентное течение всегда трехмерно. Поэтому мгновенные (не осредненные по z) численные данные будут давать несколько иное изображение вихревых структур в плоскости xy , но уже при различных z при больших числах Рейнольдса Re . На основе многих экспериментальных и теоретических работ, например [9, 19], установлено, что только при малых Re ($Re < 200$) для ламинарного течения двумерные и трехмерные представления вихревых структур будут очень близкими.

Для удобства анализа трехмерного поведения вихревых структур рассмотрим следующий подход для определения вектора скорости, линий тока, обобщенного давления, параметра когерентности Q и завихренности W_z .

На рис. 9 представлены распределения вектора скорости (a) (для $\tilde{u} < 0.4$) и линий тока (b) в плоскости xy при $t=272$ для осредненного по z течения. В свою очередь, на рис. 10–11 показаны

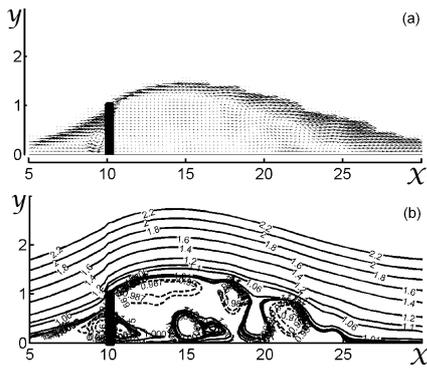


Рис. 9. Распределение вектора скорости (a) и линии тока (b) в плоскости xy при $t=272$ для осредненного по z течения

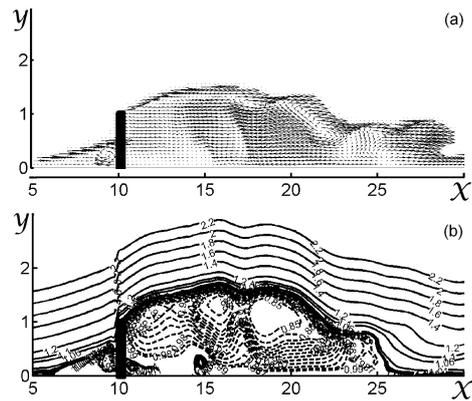


Рис. 11. Распределение вектора скорости (a) и линии тока (b) в плоскости xy при $t=272$, $z=2.2$ для мгновенных характеристик течения

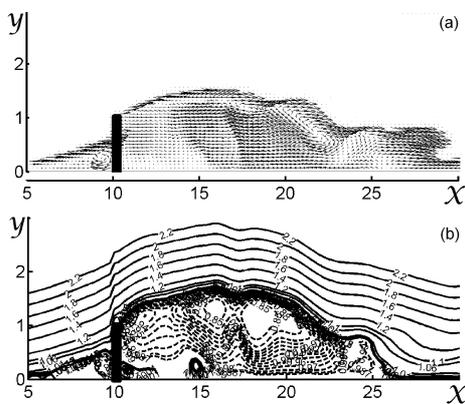


Рис. 10. Распределение вектора скорости (a) и линии тока (b) в плоскости xy при $t=272$; $z=2.1$ для мгновенных характеристик течения

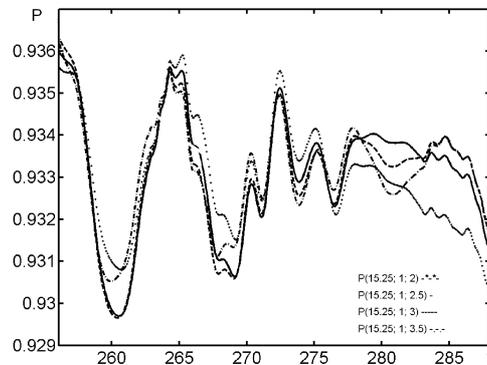


Рис. 12. Изменение мгновенного давления в точках замера данных $x = 15.25$; $y = 1$; $z = \{2.; 2.5; 3.; 3.5\}$ при $t = \{256.8 - 288\}$

распределения вектора скорости (a) (для $\tilde{u} < 0.4$) и линий тока (b) в плоскости xy при $t=272$ и $z = \{2.1; 2.2\}$, но уже с использованием расчетных мгновенных (точнее, сглаженных в рамках LES) данных. Сравнивая результаты вычислений (рис. 9–11), наблюдаем различное расположение вихревых структур при вышеупомянутых значениях z и способе осреднения, что подчеркивает неоднородное распределение вихревых структур в направлении оси z .

На рис. 12–13 представлены изменения расчетного мгновенного обобщенного давления в точках замера данных $x = \{15.25; 20.25\}$; $y = 1$; $z = \{2.; 2.5; 3.; 3.5\}$ в зависимости от времени при $t = \{256.8 - 288\}$. Выбранные точки замера данных (при $x = \{15.25; 20.25\}$; $y = 1$) характеризуют важные области эволюции вихревых структур. На рис. 12–13 наблюдаются заметные и неоднородные различия в результатах вычислений при

разных значениях z . Расчеты на всем интервале $t = \{0 - 300\}$ показывают пиковые значения давления, где величины, соответствующие последовательным наивысшим и наименьшим значениям, могут быть весьма различны.

Для определения когерентных вихревых структур, возникающих в расчетной области турбулентного течения, используется Q -критерий

$$Q = -\frac{1}{2} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} > 0,$$

где $\tilde{u}_i(x, y, z, t)$ – мгновенные сглаженные компоненты скорости. Это условие предполагает преобладание величины завихренности над скоростью сдвига и чем больше значение Q , тем сильнее влияние когерентных структур в выбранной части пространства. На рис. 14 представлены линии уровня параметра Q в плоскости xy при $t=272$, $z=2.1$

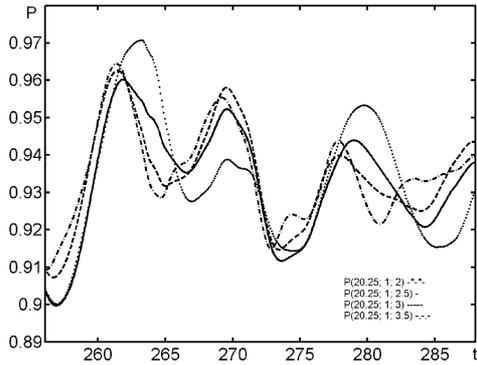


Рис. 13. Изменение мгновенного давления в точках замера данных $x = 20.25; y = 1; z = \{2.; 2.5; 3.; 3.5\}$ при $t = \{256.8 - 288\}$

(a) и $z=2.2$ (b). Максимальные значения Q наблюдаются в зоне непосредственно над вершиной преграды и немного выше и далее вдоль оси x ($10.25 < x < 11.5$).

Компонента завихренности W_z для мгновенных величин определяется следующим образом:

$$W_z = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \tilde{v}}{\partial y} - \frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} \right).$$

На рис. 15 показаны линии уровня W_z в плоскости xy при $t=272, z=2.1$ (a) и $z=2.2$ (b). Наблюдается характерное распределение завихренности для мгновенных величин при обтекании преграды турбулентным потоком. Заметны различия в распределении завихренности W_z в достаточно близких сечениях ($z=2.1$ (a) и $z=2.2$ (b)). Сравнительный анализ результатов вычислений (рис. 14, 15) показывает различные значения параметра Q и завихренности W_z при вышеупомянутых значениях z , что подтверждает неоднородное распределение вихревых структур в направлении оси z .

Для определения адекватности разработанного численного алгоритма проведен расчет для случая $Re=10500$ и $Tu=0$. Результаты вычислений сравнивались с экспериментальными данными [1]. Расчетное значение длины зоны рециркуляции \bar{x}_R , осредненное по T_{oc} и z , равно 13.4, что хорошо согласуется с экспериментальным значением $\bar{x}_R=13.45$. Для $Re=10500$ на рис. 16 показано распределение на стенке коэффициента поверхностного трения $c_f(x)/c_{f0}$, осредненного по T_{oc} и z , а $c_{f0}=2u_*^2=0.003; u_*=0.039$; при $x=0$. Результаты вычислений хорошо согласуются с экспериментальными данными [1].

Проведены расчеты ряда вариантов полной постановки задачи для определения численных ве-

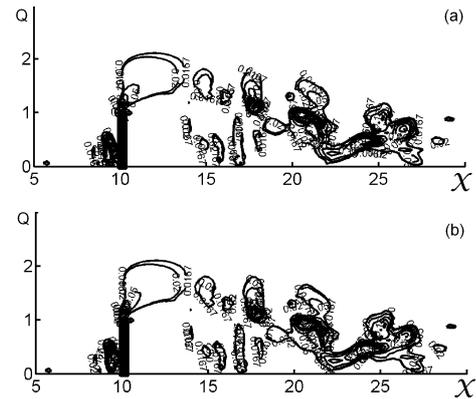


Рис. 14. Распределение изолиний Q в плоскости xy при $t=272; z=2.1$ (a); $z=2.2$ (b) для мгновенных характеристик течения

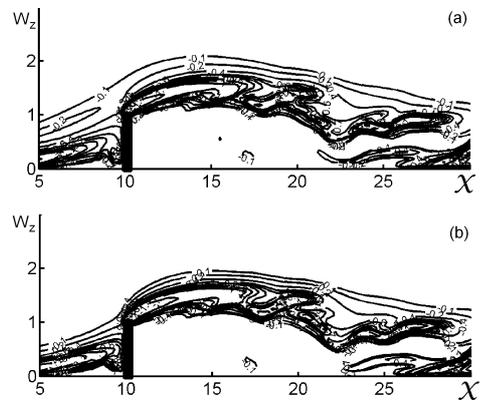


Рис. 15. Распределение изолиний W_z в плоскости xy при $t=272; z=2.1$ (a); $z=2.2$ (b) для мгновенных характеристик течения

личин, осредненных по ансамблю реализаций. Эти варианты отличались между собой различным заданием величины A_B , которая была умножена на все компоненты скорости. Параметр A_B характеризует распределение малых возмущений в плоскости yz при задании граничных условий для компонент скорости на входе в вычислительную область. Расчеты выполнены для пяти вариантов при следующих условиях:

1) $A_B = 1;$ 2) $A_B = 1 + A_m \cos \left(\frac{14\pi z}{z_k} \right);$

3) $A_B = 1 + A_m \cos \left(\frac{22\pi z}{z_k} \right);$

4)

$$A_B = \left(1 + A_m \cos \left(\frac{22\pi z}{z_k} \right) \right) \left(1 + A_m \cos \left(\frac{45\pi y}{y_k} \right) \right);$$

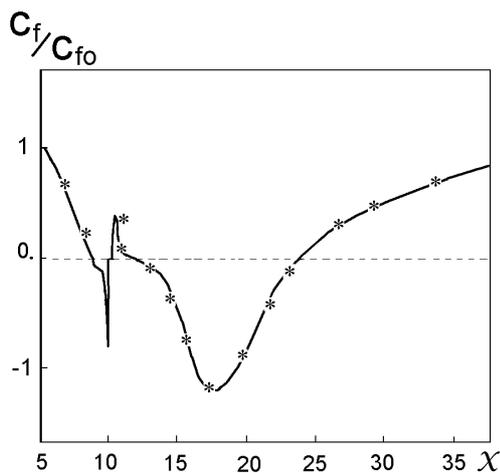


Рис. 16. Зависимость расчетного коэффициента поверхностного трения от x и экспериментальные данные [1], обозначенные * для $Re=10500$; $Tu=0$.

5)

$$A_B = \left(1 + A_m \cos \left(\frac{14\pi z}{z_k} \right) \right) \left(1 + A_m \cos \left(\frac{71\pi y}{y_k} \right) \right).$$

Амплитуда малых возмущений A_m выбрана равной $0.001u_*$. Результаты расчетов во всей вычислительной области были осреднены по этим пяти вариантам, что трактовалось в данном случае как осреднение по ансамблю реализаций. Анализ различий в численных результатах для вариантов 1)–5) позволяет сделать следующий вывод о действии малых возмущений. Различия полученных безразмерных характеристик (в трехмерном пространстве вычислительной области при всех значениях расчетного времени) составляют на более 0.0001 для мгновенных и осредненных разными способами величин. Это утверждение также справедливо и при сравнении результатов каждого из случаев 1)–5) с данными осреднения по ансамблю реализаций. Численно подтверждены устоявшиеся теоретические представления [9, 19, 22, 27–30] о том, что вышеупомянутые малые возмущения не оказывают определяющего воздействия на физическую картину течения, в том числе и на развитие вихревых структур в пространстве и во времени.

В турбулентном течении широкий спектр вихрей наблюдался по целой длине отрывного сдвигового слоя за вершиной препятствия. Осцилляции отрывного сдвигового слоя из-за взаимодействия с вихрями из области вверх по течению от препят-

ствия были очень сильными. Как следствие, не существует квази-регулярное испускание больших симметричных вдоль оси z вихревых структур, наблюдаемых в ламинарном слое в работе [9].

Размер и местоположение различным способом определяемых вихрей для $Re=50000$ изменяется со временем разным образом. Поэтому невозможно выделить многократно повторяющиеся характерные полные фазы образования, развития и распада вихревых структур с приблизительно равными амплитудами величин в каждой фазе для проведения фазового осреднения. В отличие от нашего исследования, в работе [9] проведены вычисления для сходной геометрической постановки задачи ($Re=10500$), но с тем отличием, что на входе в вычислительную область задавались дополнительные периодические по времени возмущения при различных числах Струхалия и без общей турбулизации внешнего течения. В этом случае при некоторой оптимальной частоте возмущений существенно изменяется физическая картина течения и распределение вихревых структур позволяло проводить фазовое осреднение.

ВЫВОДЫ

В данной работе на основе гибридного LES/URANS-подхода, разработанного в исследовании [8], развита численная нестационарная трехмерная модель турбулентного течения несжимаемой жидкости с поперечной преградой на стенке (при первоначальном турбулентном пограничном слое с нулевым продольным градиентом давления и внешним турбулизированным течением). В данной модели все параметры и уравнения имеют безразмерный вид. Численная модель содержит три основных параметра: 1) число Рейнольдса преграды Re ; 2) число Рейнольдса турбулентного пограничного слоя Re_δ ; 3) параметр турбулизации внешнего течения Tu . Динамическая подсеточная модель имеет расчетный коэффициент C_V .

Впервые в рамках гибридного LES/URANS-подхода для отрывного нестационарного трехмерного турбулентного течения несжимаемой жидкости с поперечной преградой на стенке для ряда параметров ($Re=50000$, $Re_\delta=24722$; $\delta=0.495$; $u_*=0.039$; $Tu=0.004$) получены численные значения: компонент скорости, направлений вектора скорости, распределений линий тока, длины присоединения для зоны рециркуляции и размеров зоны крупных вихрей для мгновенных и осредненных (по большому промежутку времени T_{oc} ; по z ; по

большому промежутку времени и по z ; по ансамблю реализаций) величин. Исследованы различные методы осреднения численной информации и их влияние на анализ о формах, размерах и эволюции вихревых структур.

В рамках LES-технологии вклад подсеточной кинетической турбулентной энергии в полную турбулентную энергию составляет около 10–12 процентов.

Представленный гибридный LES/URANS-подход правомерно использовать для расчетов на персональном компьютере в диапазоне $10000 < Re < 10^{10}$, что заметно расширяет возможности исследования отрывных нестационарных трехмерных турбулентных течений в сравнении с ранее использованным другими авторами классическим LES для $6000 < Re < 10000$.

- Larsen P. Database on tc-2c and tc-2d fence-on-wall and obstacle-on-wall test cases // Report AFM-ETMA 95-01, ISSN 0590-8809.– 1995.– TU, Denmark.– P. 1–12.
- Good M., Joubert P. The form drag of two-dimensional bluff-plates immersed in turbulent boundary layers // J.Fluid.Mech.– 1968.– v.31.– P. 547–582.
- Siller H., Fernholtz H. Separation behavior in front of two-dimensional fence // Eur.J.Mech.B-Fluids.– 2001.– v.20,N5.– P. 727–740.
- Hudy L., Naguiba A, Humphreys W. Stochastic estimation of a separated-flow field using wall-pressure-array measurements // Phys.Fluids.– 2007.– v.19.– P. 024103.
- Ranga Raju K., Loeser J., Plate E. Velocity profiles and fence drag for a turbulent boundary layer along smooth and rough flat plates // J.Fluid.Mech.– 1976.– v.76(2).– P. 383–399.
- Siller H., Fernholz H. Manipulation of the reverse-flow region downstream of a fence by spanwise vortices // Eur.J.Mech.B-Fluids.– 2007.– v.26,N2.– P. 236–257.
- Aoki K., Kanba K., Takata S. Numerical analysis of a supersonic rarefied gas flow past a flat plate // Phys.Fluids.– 1997.– v.9,N4.– P. 1144–1161.
- Кузьменко В.Г. Численное моделирование турбулентного пристенного течения с преградой на основе гибридного LES/RANS-подхода // Прикладна гідромеханіка.– 2011.– **13(85)**, N3.– С. 48–60.
- Orellano A., Wengle H. Numerical simulation (DNS and LES) of manipulated turbulent boundary layer flow over a surface-mounted fence // Eur.J.Mech.B-Fluids.– 2000.– v.19,N5.– P. 765–788.
- Germano M.,Piomelli U.,Moin P.,Cabot W. A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model // Phys.Fluids A.– 1991.– v.3,N7.– P. 1760–1765.
- Piomelli U. High Reynolds number calculations using the dynamic subgrid-scale stress model // Phys.Fluids A.– 1993.– v.5,N6.– P. 1484–1490.
- Meneveau C.,Katz J. Scale-invariance and turbulence models for large-eddy simulation // Annu.Rev.Fluid.Mech.– 2000.– v.32.– P. 1–32.
- Piomelli U., Balaras E. Wall-layer models for Large-Eddy Simulations // Annu.Rev.Fluid.Mech.– 2002.– v.34.– P. 349–374.
- Кузьменко В.Г. Численное трехмерное моделирование турбулентного пограничного слоя в режиме развитой шероховатости на основе LES-технологии // Прикладна гідромеханіка.– 2002.– **4(76)**, N3.– С. 31–41.
- Кузьменко В.Г. Численное трехмерное моделирование турбулентного пограничного слоя в режиме промежуточной шероховатости // Прикладна гідромеханіка.– 2003.– **5(77)**, N2.– С. 27–36.
- Кузьменко В.Г. Численное трехмерное моделирование турбулентного пограничного слоя на основе экономичной LES-технологии // Прикладна гідромеханіка.– 2004.– **6(78)**, N1.– С. 19–24.
- Кузьменко В.Г. Динамические подсеточные модели для LES-технологии // Прикладна гідромеханіка.– 2004.– **6(78)**, N3.– С. 22–27.
- Кузьменко В.Г. Численное моделирование турбулентного течения с отрывом в асимметричном канале на основе гибридной LES/RANS-технологии // Прикладна гідромеханіка.– 2010.– **12(84)**, N3.– С. 24–36.
- Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя.– М.: Инлит, 1956.– 528 с.
- Бабенко В.В.,Канарский М.Б.,Коробов Б.И. Пограничный слой на эластичных пластинах.– К.: Наукова думка, 1993.– 264 с.
- Ligrani P.,Moffat R. Structure of transitionally rough and fully rough turbulent boundary layers // J.Fluid.Mech.– 1986.– v.162.– P. 69–98.
- Ротта И.К. Турбулентный пограничный слой в несжимаемой жидкости.– Л.: Судостроение, 1967.– 232 с.
- Кузьменко В.Г. Численное моделирование нестационарного турбулентного течения с отрывом над впадиной и внутри впадины // Прикладна гідромеханіка.– 2009.– **11(83)**, N3.– С. 28–41.
- Breuer M. Wall models for LES of separated flows // ERCOFTAC Bulletin.– 2007.– N72.– P. 13–18.
- Hoyas S., Jimenez J. Scaling of the velocity fluctuations in turbulent channels up to $Re_\tau=2003$ // Phys.Fluids.– 2006.– v.18.– P. 011702.
- Diurno G.V.,Balaras E.,Piomelli U. Wall-layer models of separated flows // In Modern simulation strategies for turbulent flux, ed. B.Geurts.– Philadelphia.– 2001.– P. 207–222.
- Perry A.E., Henbest S.M., Chong M.S. A theoretical and experimental study of wall turbulence // J.Fluid.Mech.– 1986.– v.165.– P. 163–199.
- Zhou J., Adrian R., Balachandar S. Autogeneration of near-wall vortical structures in channel flow // Phys.Fluids.– 1996.– v.8.– P. 288–305.
- Jakirlic S. Wall modelling in LES: method development and application // ERCOFTAC Bulletin.– 2007.– N72.– P. 5–6.
- Fubery C. On LES and DES of wall bounded flows // ERCOFTAC Bulletin.– 2007.– N72.– P. 67–72.
- DeGraaf D., Eaton J. Reynolds-number scaling of the flat-plate turbulent boundary layer // J.Fluid.Mech.– 2000.– v.422.– P. 319–346.
- Kaltenbach H. A priori testing of wall models for separated flows // Phys.Fluids.– 2003.– v.15,N10.– P. 3048–3064.

33. Кузьменко В.Г. Численное моделирование турбулентного течения с отрывом за обратным уступом // Прикладна гідромеханіка.– 2007.– **9(81)**, N4.– С. 37–48.
34. Кузьменко В.Г. Численное моделирование влияния турбулентности внешнего потока на структуру пограничного слоя // Прикладна гідромеханіка.– 2008.– **10(82)**, N1.– С. 46–57.
35. Klebanoff P.S., Claveland W.G., Tidstrom K.D. On the evolution of a turbulent boundary layer induced by a three-dimensional roughness element // J.Fluid.Mech.– 1992.– v.237.– P. 101–187.
36. Perry A.E., Lim K.L., Henbest S.M. An experimental study of the turbulence structure in smooth- and rough-wall boundary layers // J.Fluid.Mech.– 1987.– v.177.– P. 437–468.
37. Balint J., Wallace J., Vukoslavcevic P. The velocity and vorticity vector fields of a turbulent boundary layer. Part 2. Statistical properties // J.Fluid.Mech.– 1991.– v.228.– P. 53–86.
38. Hoyas S., Jimenez J. Scaling of the velocity fluctuations in turbulent channels up to $Re_\tau=2003$ // Phys.Fluids.– 2006.– v.18.– P. 011702.
39. Carlier J., Stasnislas M. Experimental study of eddy structures in a turbulent boundary layer using particle image velocimetry // J.Fluid Mech.– 2005.– v.535.– P. 143–158.
40. Natrajan V., Christensen The role of coherent structures in subgrid-scale energy transfer within the log layer of wall turbulence // Phys.Fluids.– 2006.– v.18.– P. 065104.