УДК 532.517.4, 532.526

## СТРУКТУРА ТУРБУЛЕНТНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ ПРИ СОВМЕСТНОМ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ДЕФОРМИРУЮЩЕЙСЯ ПОВЕРХНОСТИ И ПОЛИМЕРНЫХ ДОБАВОК СЛАБОЙ КОНЦЕНТРАЦИИ

Г. А. ВОРОПАЕВ, Н. Ф. ДИМИТРИЕВА Я. В. ЗАГУМЕНННЫЙ

Институт гидромеханики НАН Украины, Киев 03680 Киев – 180, МСП, ул. Желябова, 8/4 vga@tbl.kiev.ua

Получено 14.09.2012

Предложена математическая модель, учитывающая зависимость характеристик потока от параметров полимера и деформирующегося покрытия, в основе которой лежит модель переноса напряжений Рейнольдса. На основании представленной модели проведены численные расчеты характеристик турбулентного пограничного слоя при совместном использовании обоих методов управления. Исследована структура турбулентного течения раствора полимера слабой концентрации вдоль деформирующейся поверхности.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: раствор полимера, турбулентный пограничный слой, сопротивление трения, эффект Томса, тензор напряжений Рейнольдса

Запропоновано математичну модель, що враховує залежність характеристик потоку від параметрів полімеру та покриття, яке деформується, в основі якої є модель переносу напружень Рейнольдса. На основі представленої моделі проведено чисельні розрахунки характеристик турбулентного примежового шару при сумісному використанні обох методів керування. Досліджено структуру турбулентної течії розчину полімеру слабкої концентрації вздовж поверхні, яка деформується.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: розчин полімеру, турбулентний примежовий шар, опір тертя, ефект Томса, тензор напружень Рейнольдса

The mathematical model considering dependence of flow characteristics on properties of polymers and deformable surface is proposed. The Reynolds stress transport model for turbulent flow underlies it. Numerical calculations of characteristics of a turbulent boundary layer at combined use of both flow control methods are carried out on the basis of the presented model. The structure of a turbulent flow of dilute polymer solution along deformable surface is investigated.

KEY WORDS: polimer solution, turbulent boundary layer, drug reduction, Toms phenomenon, Reynolds stress tensor

### введение

В турбулентном пограничном слое структура возмущений, а, следовательно, и сопротивление трения, существенно зависят от качества и вида обтекаемой поверхности, от физических свойств и параметров жидкости. Это и определяет различные подходы к решению проблемы управления пограничным слоем, главным образом с целью снижения сопротивления трения в потоке. Это направление очень актуально в современной гидромеханике в связи с возрастающей необходимостью эффективного использования энергоресурсов. Одним из методов снижения гидродинамического сопротивления при турбулентном режиме течения жидких сред является использование различных растворимых добавок высокомолекулярных полимеров (эффект Томса).

Экспериментально доказано, что любые макромолекулярные вещества с линейной структурой и достаточно большой молекулярной массой ( $M \geq 5 \cdot 10^5$  г/моль) будут снижать сопротивление тре-

ния в любой жидкости, в которой они растворяются [1]. При этом достаточно очень малой концентрации добавок полимера в растворе, составляющей порядка  $10^{-6} \div 10^{-4}$  весовых частей, чтобы при больших числах Рейнольдса добиться значительного снижения сопротивления.

Использование деформирующихся покрытий представляет собой иной эффективный способ управления турбулентным пограничным слоем, главное преимущество которого состоит в том, что его применение не требует дополнительных затрат энергии и вещества во время движения. Многочисленные экспериментальные и теоретические исследования показывают, что при правильном согласовании параметров податливого покрытия и турбулентного потока применение данного метода может приводить к существенному снижению сопротивления трения [2-4]. Одно из распространенных объяснений получаемого эффекта снижения сопротивления заключается в том, что наличие деформирующегося покрытия приводит к перестройке баланса турбулентной энергии в пристенной области пограничного слоя за счет появления дополнительного механизма турбулентной диффузии на стенке [5].

На сегодняшний день существует большое количество работ по исследованию отдельно каждого из указанных методов управления турбулентным пограничным слоем, а работ по совместному использованию добавок полимера и деформирующейся поверхности насчитываются единицы [6, 7]. В этих экспериментальных работах было определено, что при одновременном использовании обоих методов эффект снижения сопротивления трения суммируется.

В настоящей работе представлены результаты исследований по теоретической оценке совместного влияния полимерных добавок и деформирующейся поверхности на структуру пристенной турбулентности.

#### 1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

При построении модели турбулентного течения слабоконцентрированного раствора полимера на поверхности вязкоупругого покрытия за основу взята модель переноса напряжений Рейнольдса. Существенным ее преимуществом является учет трехмерности турбулентности. Предложенная модель позволяет описать механизм изменения структуры турбулентности за счет изменения механизма анизотропной вязкой и турбулентной диффузии, механизма перераспределения энергии турбулентности между компонентами тензора напряжения Рейнольдса, механизма порождения турбулентной энергии и ее диссипации и, как следствие, изменение профилей средней скорости и напряжения трения. Она позволяет проследить влияние параметров полимера и податливого покрытия на характеристики турбулентности и дать количественные оценки возможного снижения сопротивления трения.

# 1.1. Моделирование разбавленного раствора полимера

Наличие молекул полимера в растворе, существенно больших по сравнению с молекулами растворителя, приводит к изменению тензора напряжений раствора, которое моделируют введением дополнительного слагаемого в уравнение состояния ньютоновской вязкой жидкости [8]:

$$\tau_{ij} = -p\delta_{ij} + 2\mu \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right) - \rho \overline{u_i u_j} + \Pi_{ij},$$

где  $i, j = 1, 2, 3; \tau_{ij}$  – тензор напряжений раствора; p – давление;  $\delta_{ij}$  – символ Кронекера;  $\mu$  – коэффициент динамической вязкости растворителя;  $-\rho \overline{u_i u_j}$  – тензор турбулентных напряжений;  $\rho$  – плотность жидкости;  $\Pi_{ij}$  – дополнительный тензор напряжений, обусловленный наличием макромолекул полимера в растворе.

Система уравнений Рейнольдса для несжимаемого раствора полимера записывается в виде:

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{P}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j^2} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \overline{u_i u_j} - \frac{1}{\rho} \overline{\Pi}_{ij} \right), \qquad (1)$$

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0,$$

где  $\nu$  – кинематический коэффициент вязкости раствора полимера;  $\overline{\Pi}_{ij}$  – осредненная составляющая тензора напряжений полимера [9].

В приближении пограничного слоя с преобладающим градиентом скорости по нормали к обтекаемой поверхности в уравнении Рейнольдса остается только одно слагаемое  $\frac{\partial}{\partial x_2} \overline{\Pi}_{12}$ , характеризующее относительное изменение вязкости раствора по сравнению с вязкостью растворителя. Условие слабой концентрации позволяет нам пренебречь изменением вязкости раствора и избавиться от этого дополнительного члена в уравнении (1).

В уравнениях переноса компонент тензора напряжений Рейнольдса для раствора полимера дополнительные члены пульсационной составляющей тензора полимера  $\Pi'_{ij}$  можно отнести к группе, описывающей механизм турбулентной диффузии и механизм перераспределения энергии между компонентами турбулентных напряжений. Тогда уравнения переноса компоненты напряжений Рейнольдса принимают вид:

$$\begin{split} \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial t} + \overline{U_k} \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_k} &= -\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial}{\partial x_i} \overline{u_j p'} + \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{u_i p'} \right) + \\ + \frac{1}{\rho} \overline{p'} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \left( \overline{u_k u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} + \overline{u_k u_i} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} \right) + \\ + \nu \frac{\partial^2 \overline{u_i u_j}}{\partial x_k^2} - 2\nu \overline{\frac{\partial u_i}{\partial x_k} \cdot \frac{\partial u_j}{\partial x_k}} - \frac{\partial}{\partial x_k} \overline{u_i u_j u_k} + \\ - \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \overline{u_j \Pi'_{ik}} + \overline{u_i \Pi'_{jk}} \right) - \frac{1}{\rho} \left( \overline{\Pi'_{ik} \frac{\partial u_j}{\partial x_k}} + \overline{\Pi'_{jk} \frac{\partial u_i}{\partial x_k}} \right) \end{split}$$

Модельное уравнение переноса скорости диссипации записывается в виде:

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + U_k \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_k} = C_{\varepsilon} \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \frac{K}{\varepsilon} \overline{u_2^2} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_k} \right) + \nu \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial x_k^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial$$

Г. А. Воропаев, Н. Ф. Димитриева, Я. В. Загуменный

$$+\frac{\varepsilon}{K}\left(C_{\varepsilon_1}f_1P_{\Sigma}-C_{\varepsilon_2}f_2[\varepsilon-\varepsilon_0f_3]\right),\qquad(2)$$

где  $K = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{3} \overline{u_i u_i}$  – энергия турбулентности;

 $\varepsilon = \sum_{i=1}^{3} \varepsilon_{ij}$  – скорость диссипации на стенке;  $P_{\Sigma} = -\overline{u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j}$  – порождение турбулентной энергии;  $\varepsilon_0 = \nu \frac{\partial^2 K}{\partial x_2^2}|_{x_2=0}$  – скорость диссипации на стенке;  $C_{\varepsilon}, C_{\varepsilon_1}, C_{\varepsilon_2}$  – модельные константы для турбулентного течения чистого растворителя;  $f_1 = 1 + 0.8 \exp(-R_t), f_2 = 1 - 0.2 \exp(-R_t), f_3 = 1 - 0.05x_2$  – пристенные функции [10];  $R_t = \frac{K^2}{\nu \varepsilon}$  и  $R_k = \frac{K^{1/2} x_2}{\nu}$  – турбулентные числа Рейнольдса;  $x_2$  – координата, нормальная к обтекаемой поверхности.

Компоненты тензора скорости диссипации  $\varepsilon_{ij}$  записываются в виде:

$$\varepsilon_{ij} = f_s \frac{\overline{u_i u_j}}{2K} \varepsilon + (1 - f_s) \frac{\varepsilon}{3} \delta_{ij},$$

где  $f_s = (1 + 0.06R_t)^{-1}$ .

Замыкающие условия для корреляционных моментов давление–напряжение и турбулентной диффузии давления и скорости с учетом дополнительных слагаемых в приближении пограничного слоя можно представить в виде, который обычно применяется для течений однородных сред, заменив модельные константы  $C_l$  на функции  $C_{lp}$ , которые отражают влияние полимера на изменение механизмов турбулентной диффузии и перераспределения турбулентной энергии [8]:

$$Per_{ij} = \overline{\frac{p'}{\rho} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)} - \frac{1}{\rho} \left(\overline{\Pi'_{ik} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} + \Pi'_{jk} \frac{\partial u_i}{\partial x_k}}\right) = C_{1p} \varepsilon \left(\overline{\frac{u_i u_j}{K}} - \frac{2}{3} \delta_{ij}\right) - C_{2p} \left(P_{ij} - \frac{2}{3} P_{\Sigma} \delta_{ij}\right) + \pi'_{ij,1} + \pi'_{ij,2} + \pi'_{ij,3};$$
(3)

$$\pi'_{ij,1} = C'_1 \frac{\varepsilon}{k} \left( \overline{u_2^2} \delta_{ij} - \frac{3}{2} \left( \overline{u_2 u_i} \delta_{j2} + \overline{u_2 u_j} \delta_{i2} \right) \right) f_a,$$
$$\pi'_{ij,2} = C'_2 \left( P_{ij} - \frac{2}{3} P_{\Sigma} \delta_{ij} \right) f_a,$$
$$\pi'_{ij,3} = C'_3 (P_{ij} - D_{ij}) f_a,$$

$$-\frac{1}{\rho}\overline{p'u_i}\delta_{jk} - \frac{1}{\rho}\overline{p'u_j}\delta_{ik} - \overline{u_iu_ju_k} + \frac{1}{\rho}\overline{u_j\Pi'_{ik}} + \frac{1}{\rho}\overline{u_i\Pi'_{jk}} =$$

$$=C_{tp}\frac{K}{\varepsilon}(\overline{u_iu_2}\frac{\partial\overline{u_ju_k}}{\partial x_2}+\overline{u_ju_2}\frac{\partial\overline{u_iu_k}}{\partial x_2}+\overline{u_ku_2}\frac{\partial\overline{u_iu_j}}{\partial x_2}),$$
(4)

где  $P_{ij} = -\overline{u_i u_k} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} - \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k}$  – тензор порождения;  $D_{ij} = -\overline{u_i u_k} \frac{\partial U_k}{\partial x_j} - \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_k}{\partial x_i}$  – тензор диффу-

зии;  $f_a = \frac{R_t}{R_k} \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{2}{R_t}} \right)$  – функция влияния стенки.

Константы модели  $C_{lp}$  в уравнениях (2-4) представляются в виде:

$$C_{lp} = C_l \cdot \left(1 + \alpha_l D_p\left(\varphi\right)\right),\tag{5}$$

где  $C_l$  – константы модели переноса напряжений Рейнольдса для турбулентного течения ньютоновского растворителя, апробированные для широкого круга течений:  $C_1 = 1.34, C_2 = 0.8, C'_1 = 0.36,$  $C'_2 = 0.45, C'_3 = 0.036, C_t = 0.12, C_{\varepsilon} = 0.15,$  $C_{\varepsilon 1} = 1.45, C_{\varepsilon 2} = 1.9.$ 

При моделировании функции  $D_p$  безразмерного параметра  $\varphi$  оправдано ограничиться двумя наиболее весомыми факторами, влияющими на эффект Томса: молекулярной массой М полимера и его концентрацией в растворе С. Выражение  $D_n(\varphi)$  может быть произвольным, но оно должно удовлетворять двум условиям. Первое – это стремление  $D_p(\varphi)$  к нулю при уменьшении концентрации и молекулярной массы, т. е. при  $\varphi \to 0$ ; второе – условие насыщения  $D_p(\varphi) \rightarrow 1$  при  $\varphi \rightarrow$  $\varphi_{lim}$ . При очень больших значениях концентрации и молекулярной массы полимера, выше предельных, раствор полимера становится сильно концентрированным, существенно увеличивается его вязкость, а сопротивление трения растет. Изменение структуры турбулентности полимерного раствора при  $\varphi > \varphi_{lim}$  настоящая модель не учитывает.

В результате анализа экспериментальных данных относительного изменения сопротивления трения турбулентных течений растворов полимеров по сравнению с сопротивлением трения растворителя при изменении и концентрации, и молекулярного веса полимера в широком диапазоне их изменения наиболее удачным признано выражение

$$D_p = \frac{\varphi^{\gamma}}{\varphi_0 + \varphi^{\gamma}}$$

где  $\varphi_0$  – эмпирическая константа.

Безразмерный параметр  $\varphi \sim C \cdot M^{\lambda}$ , учитывающий неодинаковое влияние молекулярного веса полимера и его концентрации в растворе на снижение сопротивления трения, в отличии от работ [11], представляется в виде:

Г. А. Воропаев, Н. Ф. Димитриева, Я. В. Загуменный



Рис. 1. Зависимость отношения  $DR/DR_{max}$  от параметра  $\varphi$ : (1.1) –  $M = 2 \cdot 10^6$  г/моль, (1.2) –  $M = 4 \cdot 10^6$  г/моль, (1.3) –  $M = 7 \cdot 10^6$  г/моль [12]; (2.1) –  $M = 0, 49 \cdot 10^6$  г/моль, (2.2) –  $M = 0, 66 \cdot 10^6$ г/моль, (2.3) –  $M = 3, 9 \cdot 10^6$  г/моль, (2.4) –  $M = 5, 7 \cdot 10^6$  г/моль [13]; (3) –  $M = 6 \cdot 10^6$  г/моль [14];(4) –  $M = 7 \cdot 10^6$  г/моль [15]

$$\varphi = \frac{C \cdot M^3}{C_m M_m^3},$$

где  $C_m$  и  $M_m$  – концентрация и молекулярная масса полимера, при которых достигается максимальный эффект Томса для данного раствора полимера.

В результате обработки экспериментальных данных [12–15] на основании предложенной методики результаты этих экспериментов удалось свести к единой функциональной зависимости, представленной на рис. 1 сплошной линией, где:

$$\varphi_0 = 0.15; \quad \beta = 2/3.$$

Проведенный численный эксперимент позволил определить константы для функции влияния полимера (5). Дополнительные эмпирические постоянные, характеризующие влияние макромолекул полимера на механизм перераспределения турбулентной энергии между нормальными компонентами тензора напряжений Рейнольдса (3), принимаются такими:

$$\alpha_1 = 0.20; \quad \alpha_2 = 0.15.$$

Результаты расчета характеристик турбулентного пограничного слоя разбавленного раствора полимера показали, что механизм турбулентной диффузии (4) мало чувствителен к изменению параметров полимера. В связи с этим, влиянием до-



Рис. 2. Компоненты перераспределения турбулентной энергии  $Per_{ii}$ : сплошные линии – растворитель, пунктирные – раствор полимера;  $1 - Per_{11}, 2 - Per_{22}, 3 - Per_{33}$ 

бавок полимера на турбулентную диффузию можно пренебречь:

$$C_{tp} \approx C_t.$$

На рис. 2 представлены компоненты тензора перераспределения турбулентной энергии  $Per_{ii}$  между норманьными компонентами тензора напряжений Рейнольдса для турбулентного течения разбавленного раствора полимера и чистого растворителя, определяемые выражениями (3) с учетом функции влияния полимера (5).

В пограничном слое на пластине энергию от осредненного движения за счет механизма порождения получает только продольная компонента напряжений Рейнольдса  $\overline{u_1u_1}$ . Нормальная  $\overline{u_2u_2}$ и трансверсальная  $\overline{u_3u_3}$  компоненты тензора напряжений Рейнольдса, в свою очередь, получают энергию от продольной  $\overline{u_1u_1}$  через механизм перераспределения.

Баланс обмена энергией между нормальными компонентами турбулентных напряжений соблюдается как для ньютоновского растворителя, так и для разбавленного раствора полимера, то есть:

$$Per_{11} + Per_{22} + Per_{33} = 0$$

Однако количество перераспределенной энергии турбулентности для раствора полимера существенно меньше, чем для чистого растворителя. Особенно это заметно в вязкой и переходной области турбулентного пограничного слоя, при этом максимальные значения компонент перераспределения смещаются от стенки. Таким образом, добавки полимера в турбулентном потоке препятствуют механизму перераспределения, тем самым влияя на анизотропию турбулентности. Это связано с деформацией полимерной макромолекулы и ее расположением в пространстве под действием градиентных напряжений в турбулентном потоке.

# **1.2.** Моделирование деформирующейся поверхности

Воздействие деформирующейся поверхности на изменение характеристик пристенной турбулентности учитывается в граничных условиях [5]. На поверхности податливого покрытия компоненты средней скорости равны нулю, а напряжения Рейнольдса и компоненты турбулентной диффузии представляются в виде функционалов  $f_{ij}$  и  $Y_i$ , которые определяются из численного решения задачи деформирования поверхности вязкоупругого покрытия под действием пульсационной нагрузки:

$$U_i|_s = 0; \ -\overline{u_i u_j}|_s = f_{ij}; \ -\overline{u_i p'}|_s = Y_i.$$
 (6)

Скорость диссипации  $\varepsilon$  на податливой поверхности определяется из предельного перехода в уравнении сохранения турбулентной энергии:

$$\varepsilon|_{x_2=0} = (\nu + \gamma) \frac{\partial^2 K}{\partial x_2^2}|_{x_2=0}$$

где  $\gamma$  – коэффициент турбулентной диффузии на податливой поверхности, определяемый значением потока пульсационной энергии в покрытие,

$$\gamma = \frac{-\overline{p'u_2}|_{x_2=0}}{\frac{\partial^2 K}{\partial x_2^2}|_{x_2=0}}.$$

Колебание вязкоупругого слоя описывается линеаризованными уравнениями сохранения количества движения сплошной среды в переменных Лагранжа:

$$\rho_s \frac{\partial^2 \xi_i}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_i}$$

а зависимость компонент тензора напряжений  $\sigma_{ij}$ от компонент тензора деформаций вязкоупругого материала покрытия записывается в интегральном виде [16]:

$$\sigma_{ij}(\vec{x},t) = \lambda(0)e_{ij}(\vec{x},t)\delta_{ij} + 2\mu(0)e_{ij}(\vec{x},t) + \int_{0}^{t} \left[e_{ij}(\vec{x},t-s)\frac{d\lambda(s)}{ds} + 2e_{ij}(\vec{x},t-s)\frac{d\mu(s)}{ds}\right]ds,$$

где  $e_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \xi_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \xi_j}{\partial x_i} \right)$ – тензор деформаций:  $\rho_s$ – плотность вязкоупругой среды:  $\xi_i$ – компоненты вектора смещений точек покрытия. Сдвиговый

модуль материала покрытия  $\mu(t)$  записывается в виде суммы убывающих экспонент:

$$\mu(t) = \mu_0 + \sum_{j=1}^N \mu_j \exp\left(-\frac{t}{\tau_j}\right)$$

где  $\tau_j$  – спектр времен релаксации вязкоупругого материала. Динамический модуль  $\lambda(t)$  определяется из условия равенства объемного динамического модуля статическому для рассматриваемого класса вязкоупругих материалов.

Граничные условия включают задание нестационарной нагрузки, действующей на определенной части верхней свободной, и условия жеского закрепления на боковых и нижней границах покрытия [17]. Для решения поставленной задачи построен численный алгоритм, позволяющий рассматривать вязкоупругие покрытия сложной геометрической и механической структуры, в частности с учетом анизотропности, неоднородности и переменности толщины покрытия, что открывает дополнительные возможности управления турбулентным потоком.

Для определения граничных условий (6) для турбулентного пограничного слоя на деформирующейся поверхности проводится предварительный комплекс расчетов вязкоупругого покрытия при воздействии на его поверхность импульсной нагрузки, связанной с нестационарными возмущениями турбулентного потока [18]. Параметры нагрузки соответствуют интенсивности и частоте характерных турбулентных пульсаций в энергонесущем диапазоне спектра возмущений пограничного слоя (выбросов из вязкого подслоя) при обтекании турбулентным потоком жесткой гладкой поверхности. По вычисленному полю значений перемещений вязкоупругого слоя определяются корреляции компонент пульсационной скорости и напряжений на поверхности покрытия, приведенные к единице площади поверхности и единице времени для рассматриваемого числа Рейнольдса. Эти величины определяют граничные условия для напряжений Рейнольдса и потока пульсационной энергии на поверхности покрытия.

На рис. 3 показано изменение коэффициента сопротивления трения при течении растворителя вдоль податливой поверхности для различных значений коэффициента поглощения. Поглощающее деформирующееся покрытие существенно увеличивает турбулентную диффузию в вязкой и переходной зонах за счет своих поглощающих свойств, и она становится сопоставимой с вязкой диффузией в пристенной области. При этом деформирующаяся поверхность может быть и тур-



Рис. 3. Изменение коэффициента сопротивления трения при

течении воды вдоль податливой поверхности для различных значений коэффициента динамической шероховатости  $k_1$  и поглощения  $k_2$ :

$1-k_1=0, 1$	$k_2 = 0; \ 2 - k_1$	$= 0.05\%, k_2$	= 0;
$3 - k_1 = 0.05\%,$	$k_2 = 4\%; 4 -$	$k_1 = 0.05\%,$	$k_2 = 15\%$

булизатором при больших амплитудах колебания, что может приводить к увеличению сопротивления трения (кривая 2) по сравнению с жесткой гладкой поверхностью (кривая 1). При обтекании поверхности с относительно малым коэффициентом поглощения ( $\sim 4\%$ ) при той же интенсивности осцилляций коэффициент сопротивления практически не меняется по сравнению с жесткой гладкой пластиной (кривая 3). Последующее увеличение коэффициента поглощения покрытия приводит к снижению сопротивления (кривая 4). При этом вязкоупругая поверхность становится диссипатором турбулентной энергии. Этот эффект можно объяснить изменением направления диффузионного потока пульсационной энергии в пристенной области турбулентного пограничного слоя на поглощающей поверхности.

При наличии даже слабой концентрации полимерных добавок в турбулентном пограничном слое изменяются параметры энергонесущих возмущений. Поэтому для адекватного учета совместного влияния полимерных добавок и вязкоупругого покрытия на сопротивление трения граничные условия для турбулентного потока на податливой поверхности необходимо определять, исходя из параметров турбулентности в потоке раствора полимеров при соответствующем числе Рейнольдса.

Полагая, что интенсивность турбулентных пульсаций пропорциональна квадрату динамической скорости, а площадь и продолжительность выброса обратно пропорциональна этой величине, значения воспринятой пульсационной энергии пото-



Рис. 4. Коэффициент сопротивления трения

ка конкретным покрытием и ее поглощение могут определяться при единичной амплитуде пульсаций давления для определенного диапазона частот, а затем пересчитываются при соответствующей динамической скорости.

Кроме того, необходимо учитывать среднестатистическое количество выбросов, которое пропорционально динамической скорости в четвертой степени. Поэтому коэффициенты поглощения и динамической шероховатости для покрытия в потоке растворителя и раствора полимера могут отличаться друг от друга.

#### 2. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

На основании предложенной модели решена тестовая задача турбулентного обтекания пластины длиной L = 1 м со скоростью  $U_0 = 10$  м/с (Re =  $= 10^7$ ). В результате численного эксперимента получены характеристики турбулентного пограничного слоя слабоконцентрированного раствора полимера на деформирующейся поверхности вязкоупругого покрытия.

На рис. 4–7 представлены результаты расчета характеристик турбулентного пограничного слоя. Кривые 1 соответствует турбулентному течению чистого растворителя вдоль жесткой гладкой поверхности; кривые 2 – течению растворителя вдоль деформирующейся поверхности; кривые 3 – течению раствора полимера вдоль жесткой поверхности; кривые 4 – течению раствора полимера вдоль деформирующейся поверхности.

Результаты расчета коэффициента сопротивления трения (рис. 4) показывают, что при течении ньютоновского растворителя вдоль податливого покрытия эффект снижении турбулентного



Рис. 5. Профили средней скорости

трения составляет  $DR \approx 4.5\%$  (кривая 2) по сравнению с жесткой гладкой поверхностью, при течении полимерного раствора вдоль жесткой поверхности –  $DR \approx 10.5\%$  (кривая 3), а при совместном использовании обоих методов общий эффект снижения сопротивления меньше суммы отдельно взятых –  $DR \approx 13.4\%$  (кривая 4).

На рис. 5 представлены профили средней скорости  $U^+ = U_1/u_*$  по толщине пограничного слоя в сечении x/L = 0.75. При учете влияния добавок полимера и податливой поверхности на характеристики пристенной турбулентности заметно изменяется толщина вязкого подслоя. Толщина пристенной области течения, включающей вязкий подслой и переходную зону, заметно увеличивается, в то время как относительные размеры турбулентного ядра уменьшаются. Логарифмический профиль средней скорости смещается относительно профиля скорости растворителя, практически сохраняя наклон кривой в логарифмической области.

На рис. 6 показано изменение скорости диссипации для течения чистого растворителя и раствора полимера на жесткой и податливой поверхностях. Существенное изменение скорости диссипации происходит при обтекании поглощающих поверхностей. Так, в области вязкого подслоя ее величина существенно выше скорости диссипации на жесткой гладкой поверхности и заметно ниже в переходной области, и ее значение увеличивается пропорционально коэффициенту поглощения покрытия. То есть, фактически к скорости диссипации в вязком подслое добавляется поглощающая способность покрытия, что и приводит к перестройке напряжений Рейнольдса, а, следовательно, к изменению профиля средней скорости в



Рис. 6. Изменение скорости диссипации, обезразмеренная на  $u_*^4/\nu$ 

пограничном слое и сопротивления трения.

На рис. 7 представлены изменения компонент тензора напряжений Рейнольдса по толщине пограничного слоя. В результате влияния полимера происходит существенное изменение компонент тензора напряжений Рейнольдса в переходной области ( $10 < y^+ < 100$ ), при этом максимумы напряжений смещаются от стенки. При наличии деформирующейся поверхности поглощающего покрытия компоненты тензора напряжений Рейнольдса существенно изменяются в районе вязкого подслоя, в то время как максимальные значения рейнольдсовых напряжений изменяются незначительно. При обезразмеривании по динамической скорости величины максимальных значений компонент тензора напряжений практически не изменяются для различных течений, что говорит о сохранении значения определяющего параметра при изменении условий течения.

На рис. 8 приведены результаты расчетов энергетического баланса (порождения P, диффузии вязкой  $Dif_v$  и турбулентной  $Dif_t$  и скорости диссипации  $\varepsilon$ ) по толщине турбулентного пограничного слоя для течения чистого растворителя и раствора полимера вдоль жесткой и податливой поверхностей. Рис. 8, *а* соответствует турбулентному течению чистого растворителя вдоль жесткой гладкой поверхности;  $\delta$  –течению растворителя вдоль деформирующейся поверхности; e – течению раствора полимера вдоль жесткой поверхности; e – течению раствора полимера вдоль деформирующейся поверхности.

В турбулентном пограничном слое на поглощающей поверхности (рис. 8, *б*) дополнительный механизм турбулентной диффузии за счет поглоща-



Рис. 7. Компоненты тензора напряжений Рейнольдса

ющей поверхности изменяет структуру вязкой и переходной зон. Таким образом, поглощающая поверхность делает переходную область менее градиентной, перераспределяя пульсационную энергию в направлении к обтекаемой поверхности.

Результаты качественно и количественно отражают уменьшение энергетических потерь при течении раствора полимера (рис. 8, 6). Суммарное влияние механизма перераспределения приводит к существенному изменению механизма порождения турбулентной энергии. Значение максимума порождения уменьшается и перемещается во внешнюю часть пограничного слоя. Это приводит к тому, что уменьшается энергия осредненного течения, расходуемая на порождение турбулентности, уровень интенсивности энергии турбулентности в целом уменьшается, следовательно, уменьшается вязкая и турбулентная диффузии, а также скорость диссипации турбулентной энергии.

При выборе параметров покрытия для фикси-

рованных чисел Рейнольдса и свойств обтекающей среды, как правило, останавливаются на тех параметрах, которые обеспечивают максимальный коэффициент поглощения при допустимой динамической шероховатости для соответствующей динамической скорости. То есть, с увеличением динамической шероховатости материал покрытия должен быть более жестким для обеспечения динамической гибкости в пределах допустимых значений. Однако при этом уменьшается количество воспринимаемой покрытием пульсационной энергии потока, что делает покрытие менее поглощающим. Поэтому материал покрытия не должен быть одинаковым для пограничного слоя растворителя и раствора полимера. Вместе с тем, если материал выбран для определенного диапазона изменения динамической скорости и этот диапазон охватывает как параметры пограничного слоя растворителя, так и полимерного раствора, то можно ожидать суммирование эффектов снижения сопротив-



Рис. 8. Изменение компонент баланса турбулентной энергии, обезразмеренных на  $U_0^3/\delta$ 

ления трения, что зафиксировано в работах [6, 7].

Поэтому, учитывая, что эксперименты [6, 7] проводились с искусственной турбулизацией пограничного слоя, можно предположить, что низкочастотная часть интенсивности турбулентных пульсаций мало изменялась в пограничном слое раствора полимера по сравнению с пограничным слоем растворителя и можно ожидать суммирование эффектов.

Подтверждением этого предположения могут быть получаемые результаты численного эксперимента с учетом изменения интенсивности турбулентных пульсаций в потоке полимерного раствора и растворителя, а также без его учета. Учитывая изменения интенсивности пульсаций при течении раствора полимера над деформирующимся покрытием, общий эффект снижения сопротивления трения меньше суммы эффектов при течении раствора полимера вдоль жесткой гладкой поверхности и чистого растворителя над деформирующимся покрытием. Без учета изменения интенсивности пульсаций в полимерном растворе по сравнению с растворителем результаты численного эксперимента показывают, что общий эффект снижения сопротивления равен сумме его отдельных составляющих.

В табл. 1 представлены значения эффекта снижения сопротивления при различных параметрах деформирующейся поверхности и полимерных добавок:  $DR_1$  – для течения растворителя вдоль деформирующейся поверхности;  $DR_2$  – для течения раствора полимера вдоль жесткой поверхности;  $DR_3$  – для течения раствора полимера вдоль деформирующейся поверхности;  $\Delta DR = DR_1 + DR_2 - DR_3$ .

### выводы

Таким образом, предложенная модель, основанная на модели переноса напряжений Рейнольдса,

N	$DR_1,\%$	$DR_2,\%$	$DR_3,\%$	$\Delta DR,\%$
1	$^{4,5}$	$10,\!6$	13,4	$^{1,7}$
2	$^{4,5}$	17,0	19,0	$^{2,5}$
3	$^{4,5}$	21,4	22,9	$^{3,0}$
4	$^{4,5}$	$^{23,5}$	24,8	3,2

Табл. 1. Значения эффекта снижения сопротивления

воспроизводит физические особенности формирования турбулентного пограничного слоя раствора полимера на вязкоупругом покрытии с описанием количественной оценки влияния свойств среды, и изменения граничных условий на границе двух сред. Полученные результаты снижения сопротивления трения в турбулентном потоке с суммированием эффектов от совместного использования растворимых полимерных добавок и полимерных покрытий позволяют утверждать:

 и полимерные добавки, и полимерные покрытия уменьшают напряжения Рейнольдса и их градиенты в пристенных областях течения;

 и полимерные добавки, и полимерные покрытия способствуют изменению анизотропии турбулентности в пристенных областях течения.

Эти факторы приводят к уменьшению динамической скорости при фиксированном числе Рейнольдса. При этом сумма эффектов применения полимерных добавок и покрытий не обязательно будет совпадать с суммарным эффектом одновременного их применения. Раствор полимера изменяет энергонесущую часть спектра турбулентности пограничного слоя, что может приводить к уменьшению динамической шероховатости покрытия с сохранением величины поглощаемой покрытием пульсационной энергии. Поэтому демпфирующее покрытие в растворе полимера может стать даже более эффективным по сравнению с этим же покрытием в турбулентном потоке растворителя при том же числе Рейнольдса. Однако наиболее эффективное покрытие с определенными механическими и геометрическими характеристиками для потока растворителя с фиксированным числом Рейнольдса, как правило, будет менее эффективно для потока раствора полимера над этим покрытием.

Таким образом, выбор параметров покрытия должен осуществляться, исходя из свойств среды обтекающего потока и его особенностей при заданном диапазоне изменения чисел Рейнольдса.

 Hoyt J. W. Polymer drag reduction – a literature review // Pap. 2nd Int. Conf. of Drag Reduct. Cambridge, Cranfield.– 1977, A1.– P. 1-19.

- Kramer M. O. Boundary layer stabilization by distributed damping // J. American Society Naval Engineering.- 1960.- 72.- P. 25-33.
- Carpenter P. W. BThe optimization of multiple-panel compliant walls for delay laminar-turbulent transition // AAIA J.– 1993.– **31**.– P. 1187–1188.
- Воропаев Г. А., Бабенко В. В. Турбулентный пограничный слой на эластичной поверхности // Гидромеханика. – 1978. – N 38. – С. 71–77.
- 5. Воропаев Г. А. Турбулентный пограничный слой на деформирующейся поверхности // Прикл. гідромеханіка.– 2005.– **7(79)**, N 3-4.– С. 35–43.
- Коробов В. И. Комплексное влияние податливости поверхности и высокомолекулярных полимерных добавок на турбулентное трение // Прикл. гідромеханіка. 2000. 2(74), N 2. C. 59–63.
- Семенов Б. Н. О совместном влиянии малых полимерных добавок в потоке и податливости поверхности на турбулентное трение // Изв. СО АН СС-СР. Сер. техн. наук.– 1984.– N 4, вып. 1.– С. 89–93.
- Воропаев Г. А., Димитриева Н. Ф. Модель переноса напряжений Рейнольдса для турбулентных течений слабоконцентрированных растворов полимеров // Вісник Донецького університету, Сер. А: Природничі науки.– 2009.– N 2.– С. 111–117.
- Воропаев Г. А., Димитриева Н. Ф. Тензор напряжений полимерного раствора в пристенных течениях // Вісник Донецького університету, Сер. А: Природничі науки.– 2008.– N 2.– С. 150–156.
- Воропаев Г. А., Димитриева Н. Ф. Асимптотические оценки модельного уравнения переноса скорости диссипации турбулентной энергии // Вісник Донецького університету, Сер. А: Природничі науки.– 2008.– N 1.– С. 235–240.
- Васецкая Н. Г., Иоселевич В. А. О построении полуэмпирической теории турбулентности слабых растворов полимеров // МЖГ.– 1970.– N 2.– С. 136–146.
- Zakin J. L., Hunston D. L Mechanical degradation and drag reducing efficiency of dilute solutions of polystyrene // Drag Reduct. Pap. 1<sup>th</sup> Int. Conf. Cambridge, Cranfield.- 1977, S5/41.- P. 5/54.
- Walsh M. On the turbulent flow of dilute polymer solution // In partial fulfillment of the requirements for the degree of doctor of philosophy.– Pasadena, California, 1967.– P. 139.
- 14. Ступин А. Б., Асланов П. В. Турбулентная структура течений со снижающими трение добавками // Инж.-физ. ж.– 1981.– **41**, N 5.– C. 809–814.
- Ptasinski P. K., Nieuwstadt F. T. M., Van Den Brule B. H. A. A., Hulsen M. A. Experiments in turbulent pipe flow with polymer additives at maximum drag reduction // Flows, Turbulence and Combustion.- 2001.- 66.- P. 159-182.
- Кристенсен Р. Введение в теорию вязкоупругости.– М.: Мир, 1974.– 338 с.
- Воропаев Г. А., Загуменный Я. В. Динамические и кинематические характеристики вязко-упругого слоя переменной толщины под действием импульсной нагрузки // Акустичний вісник.– 2005.– 8, N 4.– С. 29–38.
- Воропаев Г. А., Загуменный Я. В. Нестационарное деформирование трехмерного вязко-упругого слоя переменной толщины // Акустичний вісник.– 2005.– 9, N 2.– С. 27–37.