

УДК 532.526

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРЕНОСА ПРИМЕСИ В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ НАД ВОГНУТОЙ СТЕНКОЙ

Н. С. ГОРОДЕЦКАЯ, В. И. НИКИШОВ, Л. В. ТКАЧЕНКО

Институт гидромеханики НАН Украины, Киев
03680 Киев – 180, МСП, ул. Желябова, 8/4
nsgihm@gmail.com

Получено 10.12.2012

Приведены результаты численного моделирования процессов развития продольных вихрей, возникающих в пограничном слое, который формируется в круговом течении Куэтта между вращающимися цилиндрами после остановки внешнего цилиндра. Инициализация вихрей осуществляется путем введения возмущений завихренности на заданном расстоянии от поверхности. Изучается процесс переноса примеси, в качестве которой рассматриваются пассивные маркеры. В заданный момент времени они дискретно располагаются вдоль трансверсальной координаты. Проведен анализ их перемещений под действием продольных вихрей в зависимости от времени. Показано, что они относительно быстро достигают верхней границы пограничного слоя, причем это происходит над вершинами "грибовидных" структур.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: пограничный слой, вихри Гертлера, течение Куэтта, численное моделирование

Представлено результати чисельного моделювання процесів розвитку поздовжніх вихорів, що виникають у примежовому шарі, який формується у круговій течії Куетта між циліндрами, що обертаються, після зупинки зовнішнього циліндру. Ініціалізація вихорів здійснюється шляхом введення збурень завихреності на заданій відстані від поверхні. Вивчається процес переносу домішок, в якості яких розглядаються пасивні маркери. У заданий момент часу вони дискретно розташовані вздовж трансверсальної координати. Проведено аналіз їхніх переміщень під дією поздовжніх вихорів у залежності від часу. Показано, що вони відносно швидко досягають зовнішньої границі примежового шару, причому це має місце над вершинами "грибоподібних" структур.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: примежовий шар, вихори Гертлера, течія Куетта, чисельне моделювання

The results of numerical modeling of the development of streamwise vortices arising in a boundary layer that formed in circular Couette flow between rotating cylinders after stopping of the external cylinder are presented. Vortex initialization was realized by introducing of vorticity perturbations at given distance from wall. The process of admixture transport is studied, passive markers are considered as admixture. At given instant of time they were discretely distributed along transversal coordinate. Their displacements under effect of streamwise vortices in time are analyzed. It is found that they achieve the upper border of boundary layer rather fast though this is takes place under tops of "mushroom" structures.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: Boundary layers, Gortler vortices, Couette flow, numerical modeling

ВВЕДЕНИЕ

В пограничном слое над вогнутыми поверхностями в результате развития конвективной неустойчивости, в данном случае называемой центробежной, формируется система противоположно вращающихся продольных вихрей (вихри Гертлера), ось вращения которых направлена вдоль основного течения. Под их влиянием в пограничном слое между вихрями в плоскости, перпендикулярной основному потоку, возникают чередующиеся области, в которых течение направлено к стенке и от стенки.

Влияние вихрей Гертлера, находящихся на линейной стадии развития, на процессы теплопереноса проявляются в усилении обмена массы и

энергии в области между вихрями, в которой течение направлено к стенке. В то же время, в области, в которой течение направлено от стенки, имеет место уменьшение интенсивности этих процессов. В результате в среднем влияние вихрей является небольшим. Однако по мере развития неустойчивости и роста энергии вихрей определяющими становятся нелинейные эффекты, а процессы переноса интенсифицируются. Экспериментальные исследования [1] взаимного влияния вихрей Гертлера, находящихся на слабонелинейном этапе развития, показали заметное общее нарастание теплопередачи от стенки. На нелинейной стадии развития эти вихри существенным образом модифицируют процессы переноса массы и энергии в пристеночной области [2]. Физическое объяснение усиления теплопередачи под влиянием вихрей Гертле-

ра, находящихся на нелинейном этапе развития, приведено в [3]. Авторы показали, что на нелинейном этапе области с повышенной теплопередачей становятся более широкими, чем области с пониженной теплопередачей, что в конечном итоге приводит к общему возрастанию теплопередачи. В [4-6] в результате проведенных численных моделирований показано, что нелинейные процессы переноса импульса, тепла и массы вниз по потоку тесно связаны с начальными условиями, наложенными на течение. Как показано во многих работах, наличие системы вихрей Гертлера может существенно интенсифицировать процессы тепло-массопереноса в пограничном слое над вогнутой поверхностью. Дальнейший рост тепло-массопереноса может быть достигнут за счет возбуждения вторичной неустойчивости системы вихрей [7].

Одним из путей изучения поведения скалярных примесей в потоке жидкости является введение в модельные расчеты маркеров, которые перемещаются в пространстве под действием течений. Использование маркеров позволяет лучше понять особенности поля течений, облегчить сопоставление результатов с данными лабораторных исследований.

Рассматривается установившееся осесимметричное течение Куэтта вязкой несжимаемой жидкости между коаксиальными вращающимися в одну сторону цилиндрами. Угловые скорости внутреннего и внешнего цилиндров равны $\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega$. Радиус внутреннего цилиндра равен r_1 , внешнего – r_2 . Расположение осей координат представлено на рис. 1. Здесь вертикальная ось z направлена вверх, радиальная ось r – вдоль радиуса с началом отсчета на оси, ось φ направлена вдоль окружности. Цилиндры предполагаются неограниченной длины.

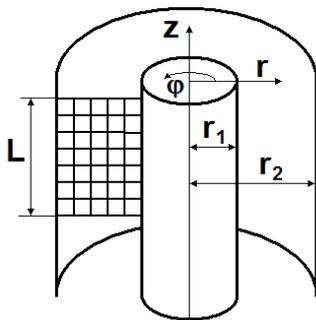


Рис. 1. Схема расположения системы координат и расчетной области

В момент $t = 0$ происходит резкая остановка внешнего цилиндра и на его внутренней поверхности

сти начинает образовываться пограничный слой. Возникающее пристеночное течение вследствие дисбаланса центробежных сил и сил давления становится неустойчивым по отношению к трехмерным продольным вихрям – вихрям Тейлора–Гертлера. Система уравнений Навье–Стокса, описывающая развитие осесимметричного течения в зазоре между цилиндрами, в переменных функция тока ψ – завихренность ζ (φ -той компоненты вектора завихренности) имеет вид

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + u \frac{\partial \zeta}{\partial r} + w \frac{\partial \zeta}{\partial z} - \frac{1}{r^4} \frac{\partial \Gamma}{\partial z} = \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial z^2} + \frac{3}{r} \frac{\partial \zeta}{\partial r} \right), \quad (1)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + u \frac{\partial V}{\partial r} + w \frac{\partial V}{\partial z} = \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial r} \right), \quad (2)$$

$$r^2 \zeta = \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r}, \quad (3)$$

$$V = r v. \quad (4)$$

Уравнения (1)-(4) были приведены к безразмерному виду путем введения характерных масштабов длины $L_{ch} = r_2$ и времени $T_{ch} = \Omega^{-1}$. Число Рейнольдса Re в данном случае равно $\text{Re} = \Omega r_2^2 / \nu$. Граничные условия имеют вид $\psi = 0$ при $r = r_1/r_2$ и $r = 1$; $\partial \psi / \partial r = 0$ при $r = r_1/r_2$ и $r = 1$. Граничные условия для завихренности использовались в виде, предложенном Тома или Йенсенем. Особенности численной схемы и алгоритм расчета описаны в работе [5].

В качестве возмущений, которые искусственно вносились в поток, использовались осесимметричные возмущения завихренности, которые располагались вдоль цилиндрической поверхности, отстоящей от поверхности цилиндра на заданном расстоянии. Интенсивность этих возмущений изменялась периодически вдоль вертикальной координаты с заданным периодом и описывалась выражением

$$\zeta(T_m, r_d, z) = \sin \frac{2\pi z}{\lambda} \cdot 10^{-k}, \quad (5)$$

где r_d – радиус цилиндрической поверхности, на которой располагались возмущения; λ – длина волны возмущений; k – параметр, характеризующий интенсивность возмущений.

На рис. 2 представлены результаты расчетов линий тока для разных моментов времени. Видно,

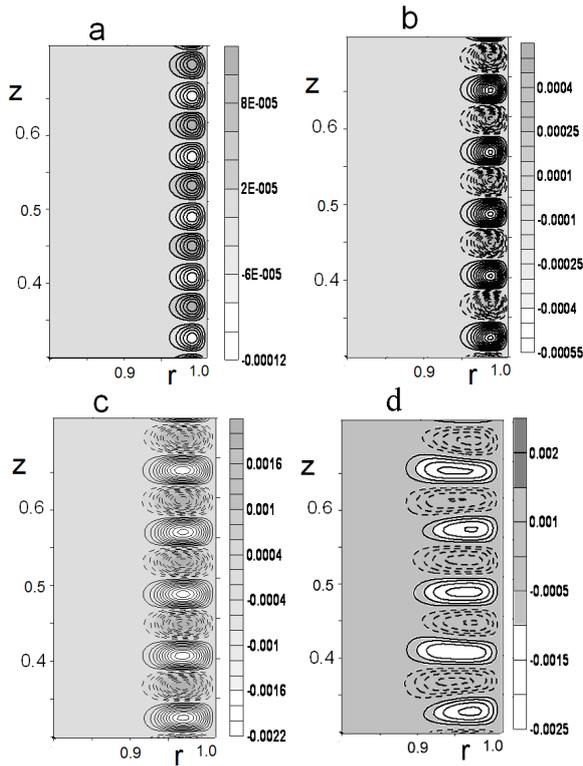


Рис. 2. Распределения линий тока $\psi(r, z)$ при введении возмущений при $T_m = 0.5$:
 a – соответствует моменту времени $T = 1.5$;
 b – $T = 2.0$; c – $T = 2.7$; d – $T = 4.0$

что вначале (на линейной стадии) имеет место регулярное развитие вихрей (рис. 2, a) и их энергия изменяется по экспоненциальному закону. Это следует из рис. 3, на котором представлено рассчитанное изменение энергии вихрей во времени. Со

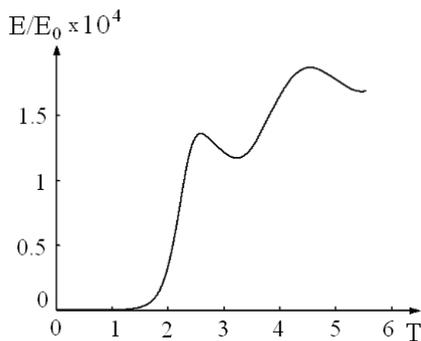


Рис. 3. Зависимость энергии вихревой системы от времени

временем энергия вихрей растет и их форма становится немного вытянутой в радиальном направлении (рис. 2, b). Как видно из рис. 3, при $T = 2.7$

имеет место заметное отклонение от экспоненциального закона вследствие нелинейных эффектов. Далее начинается нелинейное взаимодействие вихрей, которое приводит к неравномерному их развитию в трансверсальном направлении и формированию “грибовидных структур”.

Из анализа рис. 2 следует, что между вихрями возникает течение, направленное к стенке, а с другой стороны этих вихрей течение направлено от стенки. Это приводит к тому, что под действием течения, направленного от стенки, жидкие частицы (низкоскоростные) из пристенной области переносятся в толщу потока и в этом сечении возникает S-образный профиль продольной скорости с точкой перегиба. В области течения в плоскости r, z , где нормальная к поверхности скорость направлена к стенке, жидкие частицы (высокоскоростные) переносятся к стенке и здесь профиль скорости становится более наполненным. На рис. 4 представлены результаты расчетов изолиний продольной скорости при тех же параметрах ввода возмущений. Видно, что до момента времени $T = 2$ влияние нелинейных эффектов невелико, затем оно возрастает, что приводит к неравномерному вдоль координаты z развитию вихрей и формированию грибовидных структур, которые характеризуются сильными сдвигами скорости вблизи вершины и по обеим сторонам. Это в конечном итоге приводит к возникновению вторичной неустойчивости вихревой системы и турбулизации потока.

При достаточно больших скоростях потока жидкости конвективный перенос является процессом, который определяет (особенно при малых значениях молекулярного коэффициента переноса) поведение скалярных примесей. Рассмотренная выше структура течения в пограничном слое обуславливает сложный трехмерный характер перемещений скалярных примесей, в данном случае маркеров. Маркеры вводились практически сразу после ввода вихревых возмущений в момент времени $T = 0.503$. Ниже представлены результаты расчетов траекторий маркеров в случае, когда расстояние от места их ввода до поверхности внутреннего цилиндра составляло $1 - r_d = 0.018$, что заметно меньше, чем толщина пограничного слоя $\delta = 0.04$. Используя данные расчета поля течений, в каждый момент времени рассчитывались положения маркеров. В каждой вихревой паре находилось 15 маркеров, расположенных в одну линию вдоль оси z . На рис. 5 представлены рассчитанные траектории перемещения маркеров в плоскости z, r_φ , где r_φ – тангенциальная координата. Видно, что вначале (на линейной стадии) перемещения маркеров определяются основным те-

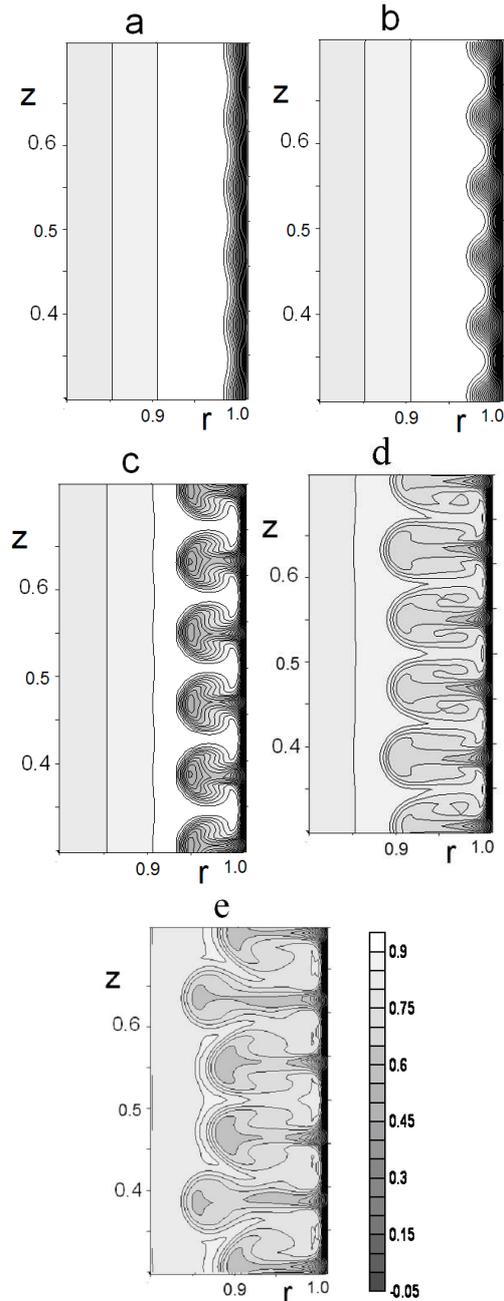


Рис. 4. Распределение изолиний продольной скорости $v(r, z)$. Параметры ввода возмущений – те же, что и на рис. 2:

a – соответствует моменту времени $T = 1.5$;
 b – $T = 2.0$; c – $T = 2.7$; d – $T = 4.0$; e – $T = 4.5$

чением, траектории имеют вид прямых линий и влияние вихрей невелико. При $T = 1.8$ (рис. 5, b) видно заметное влияние вихрей на перенос маркеров, хотя еще нелинейные эффекты невелики, что следует из анализа зависимости энергии вихрей от времени (рис. 3). Под влиянием чередующей-

ся системы течений в плоскости, перпендикулярной основному потоку, часть маркеров перемещаются к стенке, где скорость продольного течения уменьшается, в результате эти маркеры отстают от остальных. Другая часть маркеров попадает в область течения, направленного от стенки, в результате они попадают в область с повышенной продольной скоростью и обгоняют основную часть маркеров. На рис. 5, b это проявляется в виде своеобразной “модуляции” переднего фронта области движущихся маркеров. С течением времени влияние вихрей усиливается, и маркеры начинают концентрироваться в областях, где течение направлено от стенки. Пересечение траекторий маркеров, видимое на рис. 5, c, d , в действительности отсутствует, поскольку маркеры находятся на разных расстояниях от стенки, хотя их координаты в плоскости z, r_φ совпадают. При $T = 2.4$, когда уже имеет место заметное влияние нелинейных эффектов, видно, что траектории перемещений маркеров приобретают сложную форму, маркеры сильно разнесены вдоль радиальной координаты и явно видна их концентрация в области, где формируются “грибообразные” структуры.

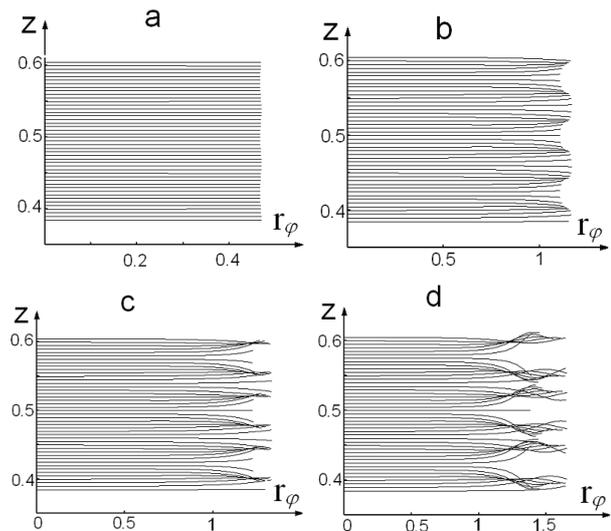


Рис. 5. Траектории маркеров в плоскости z, r_φ :
 a – соответствуют моменту времени $T = 1.0$;
 b – $T = 1.8$; c – $T = 2.0$; d – $T = 2.4$

На рис. 6 представлены результаты расчетов траекторий перемещений маркеров в плоскости r, z . Траектории маркеров в данной плоскости определяются вихрями. Поскольку вначале интенсивность вихрей мала, то перемещения маркеров невелики и близки к линейным. Но уже при $T = 1.8$ они вовлекаются в круговое течение и их тра-

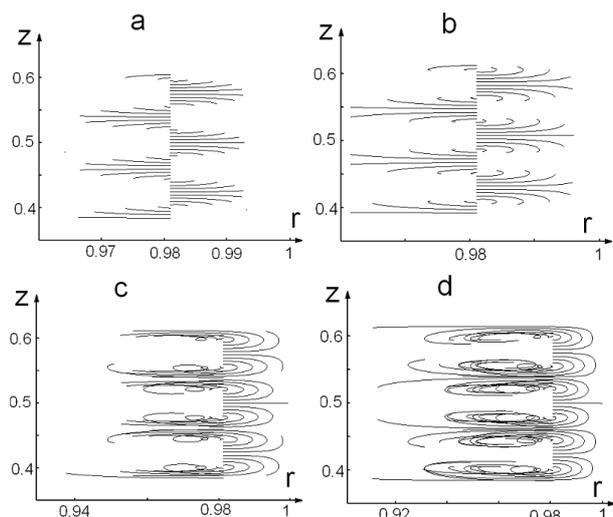


Рис. 6. Траектории маркеров в плоскости r, z :
 а – соответствует моменту времени $T = 1.8$;
 б – $T = 2.0$; в – $T = 2.4$; д – $T = 3.0$

ектории становятся искривленными. Видно, что часть маркеров попадает в область течений, направленных к стенке, где скорость основного течения уменьшается, другая часть – в область, где течение направлено от стенки и продольная скорость выше. В результате первая часть маркеров отстает от второй, если наблюдать их в плоскости z, r , что отмечено ранее. Со временем, маркеры, которые перемещаются от стенки, переносятся на заметно большее расстояние, чем маркеры, движущиеся к стенке. Присутствие стенки вызывает существенные искривления траекторий (рис. 6, б). При $T = 2.4$ начинается процесс формирования “грибовидных” структур, и маркеры, попадая в них, начинают двигаться в обратном направлении, но уже по периферии этих структур, где возникают сильные сдвиги скорости (рис. 4). В это же время маркеры, ранее двигавшиеся по направлению к стенке, под влиянием вихрей начинают перемещаться от стенки. При $T = 3.0$, когда уже происходит развитие “грибовидных” структур, все маркеры оказываются вовлеченными в эти структуры и в пристенной области их не наблюдается.

Таким образом, выполненное численное моделирование поведения пассивных частиц (маркеров) в пограничном слое над вогнутой поверхностью показало, несмотря на то, что место их введения расположено близко к стенке, под влиянием про-

дольных вихрей они относительно быстро достигают верхней границы пограничного слоя, причем это происходит над вершинами “грибовидных” структур. Это свидетельствует о существенной интенсификации процессов теплопереноса при наличии системы продольных вихрей. Отметим, что конвективный перенос примеси значительно превышает распространение примеси под влиянием молекулярных эффектов. Важно отметить, что ножки “грибовидных” структур, вдоль которых происходит перемещение маркеров от стенки, заметно тоньше, чем область течения, направленного к стенке, что объясняет эффект увеличения теплопередачи при наличии вихрей Гертлера.

Следует обратить внимание еще на одну особенность поведения маркеров. Они были введены равномерно вдоль отрезка параллельно трансверсальной координате. С течением времени линия этих маркеров становится волнообразной с вполне определенным периодом, равным длине волны (рис. 4, б). Со временем они концентрируются в “грибовидных” структурах (длина волны та же), а между структурами маркеры отсутствуют.

1. Smith, S.T., Haj-Hariri, H. Görtler vortices and heat transfer. A weakly nonlinear analysis. // *Phys. Fluids A.*– 1993.– **5**.– P. 2815–2825.
2. Toé R., Ajakh A., Peerhossaini H. Heat transfer enhancement by Görtler Instability // *Int. J. Heat Fluid Flow.*– 2002.– **23**.– P. 194–204.
3. Liu J.T.C., Lee K. Heat transfer in a strongly non-linear spatially developing longitudinal vortices system // *Phys. Fluids.*– 1995.– **7**.– P. 559–599.
4. Sabry A.S., Liu J.T.C. Longitudinal vorticity elements in boundary layers: Non-linear developments from initial Görtler vortices as a prototype problem // *J. Fluid Mech.*– 1991.– **231**.– P. 615–663.
5. Городецкая Н.С., Никишов В.И., Ткаченко Л.В. Численное моделирование развития вихрей Тейлора–Гертлера в нестационарном течении Куэтта. 1. Влияние начальной энергии возмущений // *Прикладная гидромеханика.*– 2012.– т.14 (**86**), №2.– С. 3–16.
6. Городецкая Н.С., Никишов В.И., Ткаченко Л.В. Различные параметры ввода возмущений // *Прикладная гидромеханика.*– 2012.– т.14 (**86**), №3.– С. 37–44.
7. Liu J.T.C. Nonlinear instability of developing streamwise vortices with applications to boundary layer heat transfer intensification through an extended Reynolds analogy // *Phil. Trans. R. Soc. A.*– 2008.– **366**.– P. 2699–2716.