

УДК 532.528

# ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ И УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ СУПЕРКАВИТИРУЮЩИХ ТЕЛ НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ Г.В.ЛОГВИНОВИЧА

В. Н. СЕМЕНЕНКО

Институт гидромеханики НАН Украины, Киев  
03680 Киев – 180, МСП, ул. Желябова, 8/4  
Semenenko@ipnet.kiev.ua

Получено 30.10.2012

Показана эффективность аппроксимационных методов расчета и компьютерного моделирования нестационарных суперкавитационных течений, разработанных на основе теории Г.В.Логвиновича, для исследования задач динамики суперкавитирующих тел. Приводится анализ расчетов траекторий произвольного пространственного движения самодвижущихся управляемых суперкавитирующих аппаратов, а также свободного пространственного движения суперкавитирующих тел по инерции. Исследовано влияние положения центра масс на динамику суперкавитирующих тел обоих классов. Даны оценки эффективности применения гидродинамических рулей для маневрирования суперкавитирующих аппаратов по глубине и по курсу, исследован вопрос об оптимальном расположении рулей по длине суперкавитирующего аппарата.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** суперкавитирующее тело, динамика, управление, маневрирование, подводная баллистика

Показано ефективність апроксимаційних методів розрахунку і комп'ютерного моделювання нестационарних суперкавітаційних течій, розроблених на основі теорії Г.В.Логвиновича, для дослідження задач динаміки суперкавітуючих тіл. Наведено аналіз розрахунків траєкторій довільного просторового руху саморушних керованих суперкавітуючих апаратів, а також вільного просторового руху суперкавітуючих тіл за інерцією. Досліджено вплив положення центру мас на динаміку суперкавітуючих тіл обох класів. Дано оцінки ефективності застосування гідродинамічних рулів для маневрування суперкавітуючих апаратів за глибиною і за курсом, досліджено питання щодо оптимального розташування рулів по довжині суперкавітуючого апарата.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** суперкавітуюче тіло, динаміка, керування, маневрування, підводна балістика

Efficiency of approximating methods of calculation and computer simulation of the unsteady supercavitation flows basing on the G.V.Logvinovich's theory for research of problems on the supercavitating body dynamics is shown. Analysis of calculation of trajectories of the self-propelled guided supercavitating vehicle arbitrary 3D motion, and also of the supercavitating body free 3D motion on inertia is given. Effect of the body mass center position on the supercavitating body dynamics for both the model classes is investigated. Estimations of efficiency of the hydrodynamic rudder application for both the supercavitating vehicle depth maneuvering and the course maneuvering are given. A problem on optimal position of rudders along the supercavitating vehicle length is investigated.

**KEY WORDS:** supercavitating body, dynamics, control, maneuvering, underwater ballistics

## ВВЕДЕНИЕ

Основы теории стационарного и нестационарного суперкавитационного (СК) движения тел в жидкости были разработаны Г.В. Логвиновичем в 50–60-х годах [1–3]. В его теории реализован комплексный подход к проблеме с использованием энергетических соображений, результатов математической теории и обобщенных экспериментальных данных.

В основу метода расчета нестационарных СК-течений положен принцип независимости расширения сечений суперкаверны, математическим выражением которого является уравнение расширения кругового сечения “тонкой” суперкаверны

относительно траектории центра кавитатора:

$$\frac{\partial^2 S_c(\tau, t)}{\partial t^2} = -\frac{k_1}{2} V^2(\tau) \sigma(\tau, t), \quad (1)$$

где  $S_c$  – площадь сечения каверны;  $\tau \leq t$  – момент образования сечения;  $V$  – скорость движения;  $\sigma$  – число кавитации;  $k_1$  – константа. Уравнение (1) было получено с помощью теоремы импульсов, а также асимптотическим методом [4]. В работе [5] Г.В.Логвинович показал, что оба эти подхода эквивалентны.

Теория Г.В.Логвиновича включает методы расчета сил на наклоненном кавитаторе и при глиссировании тела в каверне, а также искажений формы каверны за наклонным кавитатором и под действием силы тяжести [3, 6]. В дальнейшем эти

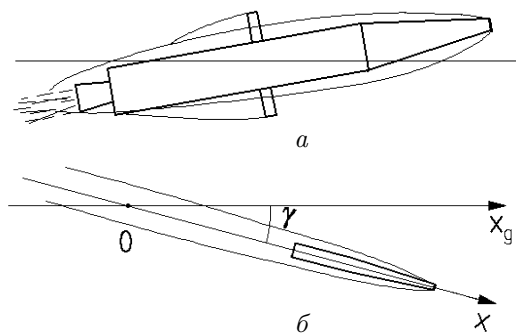


Рис. 1. Два класса суперкавитирующих тел:  
 а – самодвижущийся управляемый СК-аппарат,  
 б – “малая” инерционная СК-модель

методы были развиты его учениками (см. [7–10]).

Уравнение (1) естественным образом учитывает основные особенности нестационарного СК-движения – “память каверны” и запаздывающая реакция каверны на возмущения. Заметим, что в большинстве работ по динамике СК-аппаратов до сих пор используется модель стационарной суперкаверны Г.В. Логвиновича, а эффект запаздывания вводится искусственно (см. например [11]).

Во всех случаях, когда оказывается возможным сравнение результатов расчета по теории Г.В. Логвиновича с экспериментальными данными, отмечено хорошее качественное, а при правильном выборе значений входящих в нее констант – и количественное соответствие (см. например [12–14]).

За прошедшее время теория Г.В. Логвиновича показала свою эффективность как для инженерных расчетов, так и в фундаментальных исследованиях. Несмотря на существенное развитие в последнее время “прямых” методов CFD для численного расчета стационарных и нестационарных СК-течений (см. например [15,16]), благодаря своей простоте и универсальности указанная теория используется в большинстве современных работ по динамике СК-тел и управлению движением СК-аппаратов.

Настоящая статья продолжает цикл наших работ [17–21], посвященных численному исследованию динамики СК-тел на основе теории Г.В. Логвиновича. В ней приводятся анализ расчетов траекторий самодвижущихся управляемых СК-аппаратов (см. рис. 1, а), а также движения СК-тел в воде по инерции (см. рис. 1, б).

## 1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ И РАСЧЕТНЫЙ АЛГОРИТМ

При разработке математической модели произвольного движения СК-тел на основе теории Г.В. Логвиновича принимаются следующие основные допущения:

- 1) тело имеет форму тонкого тела вращения;
- 2) форма кавитатора – диск диаметром  $D_n$ ;
- 3) поперечные сечения нестационарной каверны в процессе движения сохраняют круговую форму;
- 4) зависимость всех действующих сил от времени предполагается квазистационарной.

Математическая модель пространственного движения СК-тела включает:

– полную систему уравнений трехмерной динамики осесимметричного твердого тела в связанной системе координат  $Ox_1y_1z_1$ ;

– уравнение расширения сечения нестационарной суперкаверны (1) и соотношения для искажения оси каверны при наличии наклона кавитатора и под воздействием силы тяжести в поточной системе координат  $Ox_0y_0z_0$ ;

– соотношения для вычисления компонент силы на кавитаторе  $\vec{F}_n$  и силы глассирования  $\vec{F}_s$  и их моментов в связанной системе координат.

Все уравнения и расчетные формулы данной математической модели приведены в наших работах [19, 21]. Перечислим кинематические параметры, определяющие движение и мгновенное положение тела:  $x, y, z$  – координаты центра масс в неподвижной системе координат;  $V_{x1}, V_{y1}, V_{z1}$  – проекции вектора скорости центра масс в связанной системе координат;  $\omega_x, \omega_y, \omega_z$  – проекции вектора угловой скорости относительно центра масс;  $\theta$  – угол крена;  $\varphi$  – угол рысканья;  $\psi$  – угол тангажа;  $\alpha$  – угол атаки;  $\beta$  – угол скольжения;  $\vartheta = \psi - \alpha$  – угол траектории по глубине;  $\chi = \varphi - \beta$  – угол траектории по курсу.

Интегрирование ведется по дуговой координате  $s$  вдоль траектории центра масс тела. На каждом шаге вычисления выполняются в следующем порядке:

– численно решается система уравнений динамики, определяются пространственное положение тела и кавитатора и мгновенные скорости поступательного и вращательного движения тела. При этом используются значения сил и моментов с предыдущего шага;

– рассчитываются проекции силы на кавитаторе  $\vec{F}_n$  в связанной и поточной системах координат и мгновенная форма нестационарной каверны;

Табл. 1. Основные параметры расчетных моделей

Модель	$L$ , м	$D_b$ , мм	$D_n$ , мм	$m$ , кг	$\bar{x}_c$	$I_z$ , кг м <sup>2</sup>	$I_x$ , кг м <sup>2</sup>
M1	5,00	340,0	70,0	600,0	0,600	900,0	8,0
M2	0,15	15,0	1,6	0,107	0,667	$13,39 \cdot 10^{-5}$	$0,1 \cdot 10^{-5}$

Табл. 2. Начальные параметры движения расчетных моделей

Модель	$V_0$ , м/с	$H_0$ , м	$\sigma$	$Fr$	$F_x$ , КН	$L_c$ , м
M1	120	5	0,02	144,8	23,05	6,55
M2	1000	10	0,0004	7982	0,832	7,51

– определяется: 1) есть ли пересечение поверхностей тела и каверны; 2) является ли величина максимального погружения тела в стенку каверны  $h$  допустимой;

– если оба ответа положительны, рассчитываются проекции силы глассирования  $\vec{F}_s$  и ее момента относительно центра масс.

В отличие от существующих CFD-методов расчета, алгоритм, разработанный на основе теории Г.В.Логвиновича, является весьма быстрым, что позволяет отображать и наблюдать картину движения на экране компьютера в процессе счета, т.е. проводить компьютерный эксперимент.

В данной работе для расчетов используются те же две модели, что в [19]: M1 – модель самодвижущегося СК-аппарата, M2 – “малая” инерционная СК-модель. Основные параметры моделей и начальные параметры движения представлены в таблицах 1 и 2, в которых обозначено:  $L$  – длина тела;  $D_b$  – наибольший диаметр (калибр);  $m$  – масса тела;  $\bar{x}_c = x_c/L$  – расстояние от кавитатора до центра масс тела;  $I_z = I_y$  и  $I_x$  – моменты инерции соответственно относительно осей  $Oz_1$ ,  $Oy_1$  и  $Ox_1$ ;  $V_0$  – начальная скорость;  $H_0$  – начальная глубина;  $Fr = V_0/\sqrt{gD_n}$  – число Фруда;  $F_x$  – гидродинамическое сопротивление;  $L_c$  – длина каверны. Эскизы моделей M1 и M2 приведены в [19].

## 2. О РАСЧЕТЕ СИЛЫ ПРИ ГЛИССИРОВАНИИ ТЕЛА В КАВЕРНЕ

Вычисление силы при глассировании тела в каверне  $\vec{F}_s$  – наиболее ответственный этап всего расчета, поскольку она является причиной нелинейного, разрывного и запаздывающего по времени характера искомых функций.

Впервые формула для расчета нормальной составляющей силы при стационарном глассировании

цилиндра в каверне опубликована в статье Г.В. Логвиновича [6]. Она получена Э.В. Парышевым путем совместного применения принципа плоских сечений и метода Вагнера в предположении малости зазора  $\Delta = R_s - R_b$  (где  $R_s$  и  $R_b$  – радиусы каверны и тела в сечении кормового среза) и погружения транца модели в поверхность каверны  $h$ . В дальнейшем эта формула была обобщена на случаи нецилиндрического тела и нестационарного глассирования при продольном движении [9, 10]:

$$F_{sy} = \rho\pi R_s^2 V \left[ V_1 \frac{\bar{h}(2 + \bar{h})}{(1 + \bar{h})^2} + V_2 \frac{2\bar{h}}{1 + K_c \bar{h}} \right], \quad (2)$$

где  $V_1$  – относительная поперечная скорость транца модели и стенки каверны;  $V_2$  – относительная скорость изменения радиусов каверны и модели;  $\bar{h} = h/\Delta$ . Корректирующий множитель  $K_c > 1$  был введен по причине того, что второй член формулы (2) дает завышенное значение по сравнению с экспериментом [10]. При этом возникает вопрос: какое конкретно значение  $K_c$  следует выбирать при расчетах.

На рис. 2 показано влияние корректирующего множителя  $K_c$  на приведенную частоту  $k = 2\pi fL/V_0$  и амплитуду  $A$  (в градусах) угловых колебаний СК-моделей M1 и M2, а также на отклонение  $\bar{y} = y/L$  центра масс моделей после прохождения дистанции  $\bar{S} = S/L = 200$ . Параметры расчета для модели M1 –  $\delta_y = -3,96^\circ$ ;  $\psi_0 = 0,35^\circ$ , для модели M2 –  $\gamma = 0^\circ$ ;  $\delta_y = 1^\circ$ .

Как видно, это влияние весьма существенно для модели самодвижущегося СК-аппарата M1 в интервале  $1 < K_c < 9$ . При  $K_c = 1$  развиваются интенсивные угловые колебания модели M1, которые приводят к недопустимо большому замыву модели уже при  $\bar{S} = 31$ . При  $K_c > 10$  параметры движения модели M1 изменяются монотонно. В случае

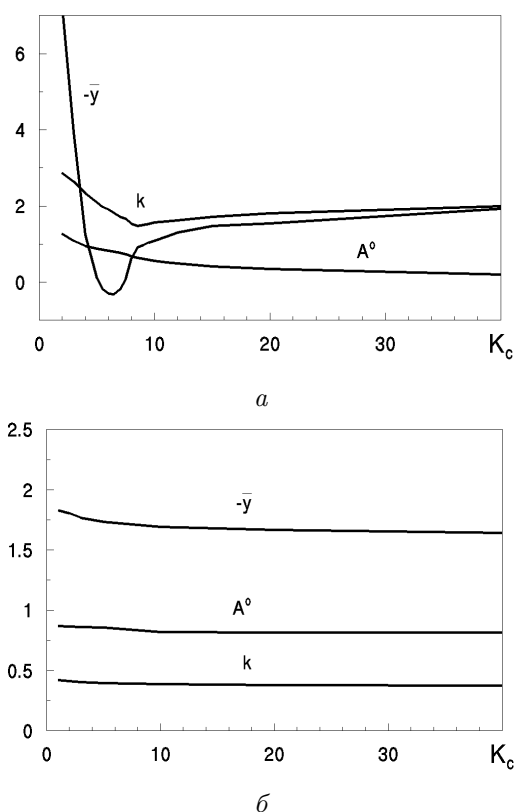


Рис. 2. Влияние корректирующего множителя  $K_c$  на параметры движения СК-моделей: а – модель М1, б – модель М2

инерционной СК-модели М2 влияние корректирующего множителя является слабым при любых  $K_c > 1$ . Представляется правдоподобным предположение, что значение  $K_c$  следует выбирать вне интервала резкого немонотонного изменения параметров, т. е. в данном случае  $K_c > 9$ .

Строго говоря, корректирующий множитель  $K_c$  следует рассматривать как эмпирический параметр и выбирать его значение из условия наилучшего согласования расчетных и экспериментальных данных. В данной работе для модельных расчетов было принято значение  $K_c = 10$ .

При вычислении каждой из поперечных компонент силы глиссирования  $F_{sy}, F_{sz}$  в случае произвольного пространственного движения СК-тел также применяется формула (2). При этом считается, что эта сила в каждый момент времени приложена в той точке дуги контакта контуров сечений тела и каверны, где погружение  $h$  максимально, а ее направление определяется направлением мгновенной скорости относительного движения тела и стенки каверны (см. [21]).

### 3. ПРОСТРАНСТВЕННАЯ ДИНАМИКА УПРАВЛЯЕМЫХ СК-АППАРАТОВ

При расчете динамики модели СК-аппарата М1 предполагается, что при  $t < 0$  она движется горизонтально на глубине  $H_0$  с постоянной скоростью  $V_0$  под действием постоянной силы тяги движителя в режиме естественной или искусственной суперкавитации (см. рис. 1, а). При  $t \geq 0$  наклон кавитатора на углы  $\delta_y, \delta_z$  ( $\delta$ -управление) и/или отклонение вектора тяги на углы  $\eta_y, \eta_z$  ( $\eta$ -управление) используются для управления движением СК-аппарата (см. [18–21]).

Большую часть времени СК-аппарат движется, глиссируя своей хвостовой частью по нижней стенке каверны для компенсации веса аппарата (см. рис. 1, а). При этом СК-аппарат должен быть сбалансирован, т.е. сумма всех действующих на него сил, а также сумма их моментов относительно центра масс должны равняться нулю. Отсюда находятся равновесные значения угла тангажа  $\psi^*$ , угла наклона кавитатора  $\delta_z^*$  и угла отклонения вектора тяги  $\eta_z^*$  (см. [18]). В таблице 3 приведены равновесные значения углов  $\psi$  и  $\delta_z$ , рассчитанные для модели М1 при  $\eta_z = 0$  для ряда положений центра масс  $\bar{x}_c$ .

Табл. 3. Равновесные значения углов  $\psi$  и  $\delta_z$  для модели М1 (градусы)

$\bar{x}_c$	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7
$\psi^*$	0,3956	0,3807	0,3659	0,3515	0,3371
$\delta_z^*$	-10,290	-8,765	-7,264	-5,782	-4,289

Однако прямолинейное движение сбалансированного СК-аппарата является неустойчивым. Как показано в [18, 21], СК-аппараты обладают собственными частотами угловых колебаний, которые сложным нелинейным образом зависят от положения центра масс. В этом случае  $\delta$ -управление и/или  $\eta$ -управление могут обеспечить автоматическую стабилизацию движения СК-аппарата “в среднем” и его маневрирование по глубине.

На рис. 3–5 представлены результаты расчета пространственного маневрирования СК-модели М1 при  $\delta_z = -5,223^\circ, \delta_y = 3^\circ$ . После короткого переходного участка модель движется, совершая нелинейные пространственные колебания внутри нестационарной каверны. На рис. 3 показан фазовый портрет  $\alpha(\beta)$ . На рис. 4 нанесены траектории центра кормового сечения модели (кривая 1)

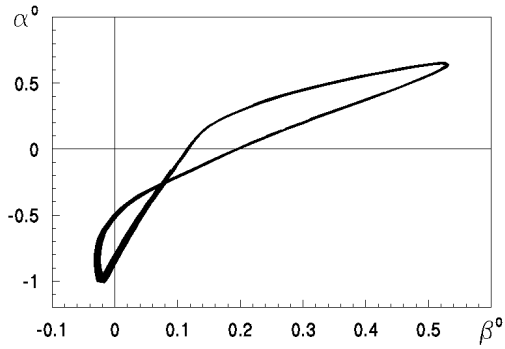


Рис. 3. Фазовый портрет  $\alpha(\beta)$  при пространственном маневрировании СК-модели M1

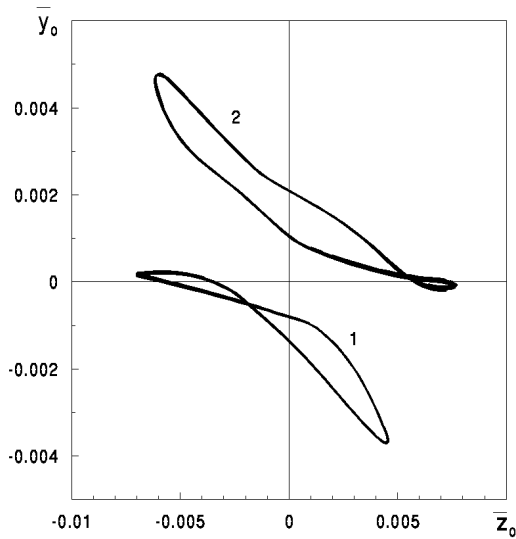


Рис. 4. Траектории центра кормового сечения модели M1 (кривая 1) и центра сечения каверны (кривая 2)

и центра соответствующего сечения каверны (кривая 2) в поточной системе координат. Как видно, колебания модели и каверны в поточной системе координат можно считать установившимися, причем амплитуда колебаний каверны превышает амплитуду колебаний модели.

Поскольку движение СК-аппарата обычно сопровождается угловыми колебаниями, то в качестве характеристик маневренности мы приняли средние значения углов траектории центра масс аппарата  $\vartheta_m$  и  $\chi_m$  и скорости их изменения – средние угловые скорости поворота:

$$\dot{\vartheta}_m = V(s) \frac{d\vartheta_m}{ds}, \quad \dot{\chi}_m = V(s) \frac{d\chi_m}{ds}. \quad (3)$$

Функции  $\vartheta_m$  и  $\chi_m$  рассчитывались путем применения к временным рядам  $\vartheta^{(n)}$  и  $\chi^{(n)}$  процедур

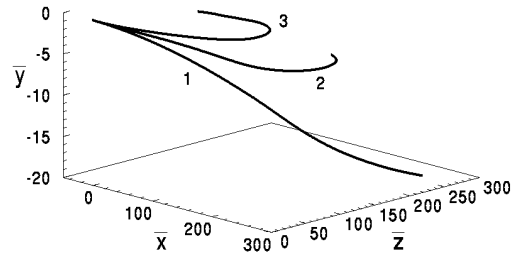


Рис. 5. Формы траекторий СК-модели M1 при пространственном маневрировании: 1 –  $\delta_y = 5^\circ$ ; 2 –  $\delta_y = 10^\circ$ ; 3 –  $\delta_y = 15^\circ$

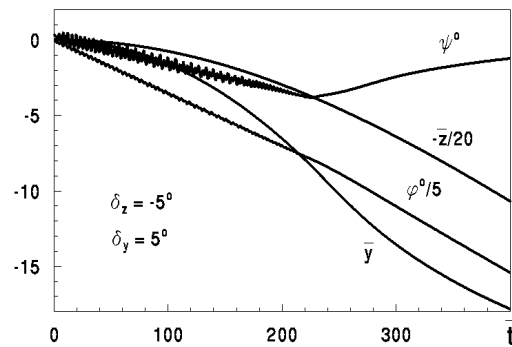


Рис. 6. История пространственного движения СК-модели M1

линейной фильтрации и метода наименьших квадратов. Радиус циркуляции СК-аппарата по курсу вычисляется по формуле  $R_{ty}(s) = ds/d\chi_m$ .

На рис. 5 показаны формы пространственных траекторий СК-модели M1 в неподвижной системе координат  $Oxyz$ . Параметры расчета: дистанция  $\bar{S} = 400$ ;  $\delta_z = -5^\circ$ ; кривая 1 –  $\delta_y = 5^\circ$ ; кривая 2 –  $\delta_y = 10^\circ$ ; кривая 3 –  $\delta_y = 15^\circ$ . В таблице 4 приведены соответствующие значения угловой скорости поворота  $\dot{\chi}_m$ , радиуса циркуляции по курсу  $\bar{R}_{ty} = R_{ty}/L$  и отклонения центра масс модели по глубине  $\bar{y}$  в конце дистанции.

Табл. 4. Значения параметров движения в конце дистанции для траекторий рис. 5

$\delta_y$	$2^\circ$	$5^\circ$	$10^\circ$	$15^\circ$
$\dot{\chi}_m, ^\circ/c$	-1,705	-5,190	-9,567	-13,451
$\bar{R}_{ty}$	815,31	248,12	140,31	104,65
$\bar{y}$	-27,507	-18,057	-8,725	-4,099

Как видно, с увеличением угла  $\delta_y$  не только возрастает угловая скорость поворота СК-аппарата

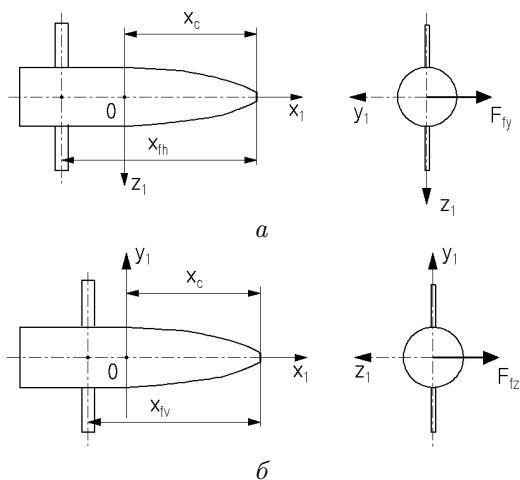


Рис. 7. Схема расположения горизонтальных (а) и вертикальных (б) рулей на корпусе СК-аппарата

по курсу, но и уменьшается отклонение траектории по глубине. В этом взаимодействии продольной и боковой составляющих движения проявляются пространственные эффекты при движении СК-аппарата. При повороте по курсу транец модели совершает колебания вблизи левой или правой стенки каверны. При возрастании угла  $\delta_y$  возрастает максимальное погружение транца модели в стенку каверны  $h$ , что приводит к увеличению сопротивления трения  $F_{sx}$  и, как следствие, к падению скорости движения, а также к затуханию колебаний модели и каверны (см. рис. 6, здесь  $\bar{t} = tV_0/L$  – безразмерное время).

#### 4. ОБ УПРАВЛЕНИИ ДВИЖЕНИЕМ СК-АППАРАТА С ПОМОЩЬЮ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ РУЛЕЙ

Как показали расчеты, возможности  $\delta$ -управления движением СК-аппаратов по курсу имеют ограничения по достижимым радиусам циркуляции [21]. Рассмотрим возможность применения для этой цели традиционных гидродинамических поверхностей – рулей, выступающих из каверны в воду ( $f$ -управление).

Действие гидродинамических рулей как элементов управления движением СК-аппаратов обладает рядом специфических особенностей (см. например [22,23]), которые к настоящему времени исследованы недостаточно. В частности, не рассматривался вопрос об оптимальном расположении рулей по длине СК-аппарата.

Рассмотрим в упрощенной постановке эффект

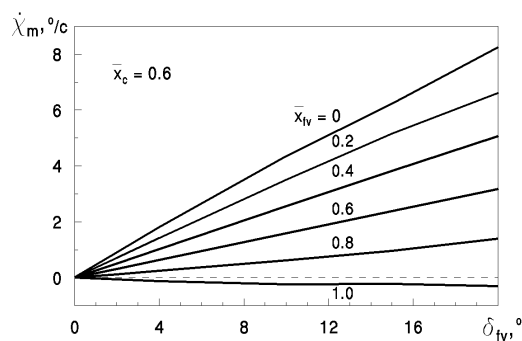


Рис. 8. Влияние угла поворота вертикальных рулей на угловую скорость поворота по курсу

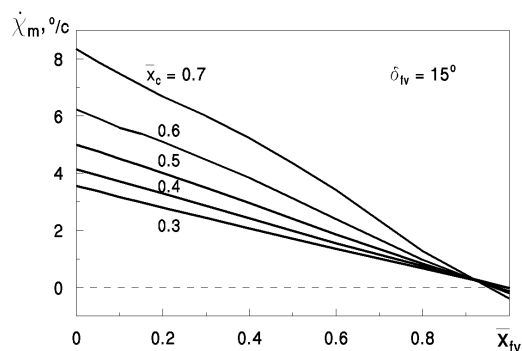


Рис. 9. Влияние положения вертикальных рулей на угловую скорость поворота по курсу

действия гидродинамических рулей при маневрировании СК-аппарата отдельно по глубине и по курсу, используя математические модели продольного и бокового движения [18,20]. Для маневрирования по глубине в продольном движении служит пара симметричных горизонтальных рулей, создающая подъемную силу  $F_{fy}$  (см. рис. 7, а). Для маневрирования по курсу в боковом движении служит пара симметричных вертикальных рулей, создающая боковую силу  $F_{fz}$  (см. рис. 7, б).

Используем понятие эффективности рулей  $e_f$  [24], с помощью которого определяется величина боковых сил, создаваемых рулями, относительно сил, возникающих при отклонении на тот же угол дискового кавитатора:

$$F_{fy} = qe_f c_x \alpha_{fh}, \quad F_{fz} = qe_f c_x \alpha_{fv}, \quad (4)$$

где  $q = \rho V^2 \pi D_n^2 / 8$ ;  $c_x = 0,82(1 + \sigma)$  – коэффициент сопротивления дискового кавитатора;  $\alpha_{fh}$  и  $\alpha_{fv}$  – эффективные углы атаки соответственно горизонтальных и вертикальных рулей.

Тогда работу каждой пары рулей можно задать тремя параметрами:  $e_f$ ,  $\delta_{fh}$  или  $\delta_{fv}$  – угол по-

ворота рулей относительно продольной плоскости аппарата,  $x_{fh}$  или  $x_{fv}$  – расстояние от кавитатора до точки приложения боковой силы, создаваемой рулями. Эффективные углы атаки горизонтальных и вертикальных рулей:

$$\alpha_{fh} = \alpha + \delta_{fh} - \frac{V_{y1}}{V} + \frac{\omega_z(x_{fh} - x_c)}{V}, \quad (5)$$

$$\alpha_{fv} = -\beta - \delta_{fv} - \frac{V_{z1}}{V} - \frac{\omega_y(x_{fv} - x_c)}{V}. \quad (6)$$

Соответствующие моменты относительно центра масс аппарата

$$M_{fz} = -F_{fy}(x_{fh} - x_c), \quad M_{fy} = F_{fz}(x_{fv} - x_c).$$

Сила сопротивления рулей  $F_{fx}$  при данном подходе не учитывается, т. е. считается, что она скомпенсирована увеличением тяги двигателя  $F_{pr}$ . Во всех расчетах ниже принято  $e_f = 0,5$ .

Расчеты показали, что для бокового движения зависимость  $\chi_m(s)$  практически линейна, т. е.  $\dot{\chi}_m = \text{const}$ . На рис. 8 показана зависимость угловой скорости поворота по курсу  $\dot{\chi}_m$  от угла поворота вертикальных рулей  $\delta_{fv}$ , рассчитанная для ряда положений рулей  $\bar{x}_{fv} = x_{fv}/L$ . Как видно, наиболее эффективным является расположение рулей в носовой части аппарата, где они работают подобно  $\delta$ -управлению. Наименее эффективным оказывается расположение рулей в корме, где они работают подобно  $\eta$ -управлению (см. [20]).

На рис. 9 приведены графики зависимости угловой скорости поворота по курсу  $\dot{\chi}_m$  от положения вертикальных рулей  $\bar{x}_{fv}$ , рассчитанной при  $\delta_{fv} = 15^\circ$  для ряда положений центра масс  $\bar{x}_c$ . Отсюда видно, что смещение центра масс в корму выгодно с точки зрения управляемости аппарата по курсу.

Интересно, что при любых значениях  $\bar{x}_c$  вблизи кормы существует “нейтральное” положение вертикальных рулей  $x_{fv}^*$ , для которого поворот рулей на любой угол  $\delta_{fv}$  не приводит к повороту СК-аппарата. При переходе через значение  $x_{fv}^*$  изменяется направление поворота СК-аппарата. Это значит, что традиционное кормовое расположение рулей для СК-аппаратов неприемлемо.

В отличие от маневрирования по курсу, возможность маневрирования СК-аппарата по глубине ограничена из-за наличия свободной поверхности и из-за повышения с глубиной гидростатического давления, что является причиной уменьшения размеров каверны. В некоторых пределах последний эффект можно скомпенсировать, повышая давление в каверне путем поддува газа. В данной

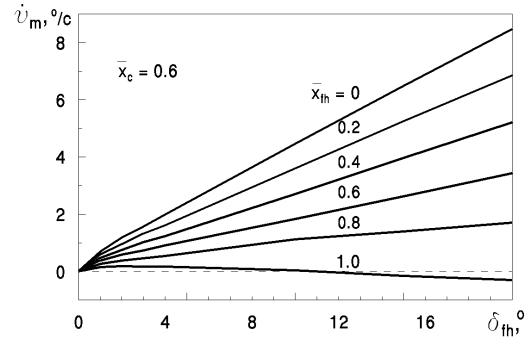


Рис. 10. Влияние угла поворота горизонтальных рулей на угловую скорость поворота по глубине

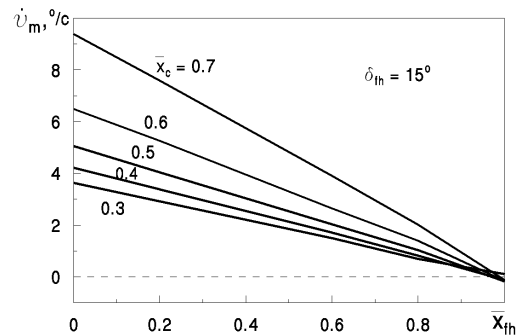


Рис. 11. Влияние положения горизонтальных рулей на угловую скорость поворота по глубине

работе для простоты считается, что при изменении глубины движения СК-модели М1  $\sigma = \text{const}$ .

Расчеты показали, что для продольного движения зависимость  $\vartheta_m(s)$  после короткого переходного участка также становится линейной, т. е.  $\dot{\vartheta}_m = \text{const}$ . На рис. 10 и 11 показаны такие же зависимости, что на рис. 8 и 9, для случая маневрирования СК-аппарата по глубине. Как видно, соответствующие графики при маневрировании по курсу и по глубине идентичны. Отличие этих случаев состоит в том, что в маневрировании СК-аппарата по глубине с помощью  $f$ -управления определенный вклад вносит изменение силы  $F_{ny}$  на наклонном кавитаторе.

Описанный модельный подход позволяет моделировать произвольное пространственное маневрирование СК-аппаратов при одновременном действии вертикальных и горизонтальных рулей. На рис. 12 показаны примеры расчета формы пространственных траекторий СК-модели М1 при  $f$ -управлении. Параметры расчета: дистанция  $\bar{S} = 800$ ;  $\bar{x}_c = 0,6$ ;  $\bar{x}_{fv} = \bar{x}_{fh} = 0,4$ ;  $\delta_{fh} = -1^\circ$ ; кривая 1 –  $\delta_{fv} = -5^\circ$ ; кривая 2 –  $\delta_{fv} = -10^\circ$ ;

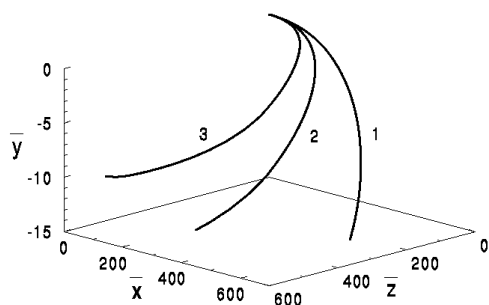


Рис. 12. Формы пространственных траекторий СК-модели M1 при  $f$ -управлении:  
1 –  $\delta_{fv} = -5^\circ$ ; 2 –  $\delta_{fv} = -10^\circ$ ; 3 –  $\delta_{fv} = -15^\circ$

кривая 3 –  $\delta_{fv} = -15^\circ$ . В таблице 5 приведены соответствующие значения параметров движения в конце дистанции.

Табл. 5. Значения параметров движения в конце дистанции для траекторий рис. 12

$\delta_{fv}$	$0^\circ$	$-5^\circ$	$-10^\circ$	$-15^\circ$
$\dot{\chi}_m, ^\circ/c$	0	-1,634	-3,271	-7,030
$\overline{R}_{ty}$	$\infty$	843,2	420,2	188,0
$\overline{y}$	-15,707	-12,959	-12,359	-9,745

Сравнение с рис. 5 показывает, что применение  $f$ -управления и  $\delta$ -управления при пространственном маневрировании СК-аппаратов приводит к качественно эквивалентным результатам.

Компьютерное моделирование демонстрирует кардинальное отличие механизма управляемости традиционных водоизмещающих судов и СК-аппаратов. В первом случае для маневрирования по курсу оптимальным является кормовое расположение руля. Его отклонение вызывает момент, разворачивающий корпус судна, а возникающая на корпусе поперечная сила, в свою очередь, вызывает отклонение траектории движения, т.е. поворот судна. При этом угол отклонения руля и угол поворота судна имеют противоположные знаки. В случае СК-аппарата, напротив, кормовое положение рулей является наименее эффективным. Отклонение траектории движения СК-аппарата вызывается поперечными силами, возникающими непосредственно на рулях. При этом угол отклонения руля и угол поворота СК-аппарата имеют одинаковые знаки.

Заметим, что при практических расчетах маневрирования СК-аппаратов необходимо учитывать гидродинамическое сопротивление рулей  $F_{fx}$ , которое при постоянной тяге движителя приводит к

падению скорости движения и, следовательно, к уменьшению размеров каверны. Для уменьшения потерь рули целесообразно выдвигать только на короткое время, необходимое для маневра.

## 5. ДИНАМИКА ИНЕРЦИОННЫХ СК-ТЕЛ (ПОДВОДНАЯ БАЛЛИСТИКА)

При расчете движения “малой” СК-модели M2 предполагается, что она стартует на глубине  $H_0$  с большой скоростью  $V_0$  под произвольным углом к горизонту  $\gamma$ , входит в воду и далее движется в воде по инерции в режиме естественной суперкавитации. В этом случае удобно определить неподвижную систему координат  $Oxyz$ , направив ось  $Ox$  по вектору начальной скорости (см. рис. 1, б). Тогда компоненты силы веса модели в связанной системе координат будут

$$\begin{aligned} F_{gx} &= -mg \sin(\psi + \gamma), \\ F_{gy} &= -mg \cos(\psi + \gamma) \cos \theta, \\ F_{gz} &= mg \cos(\psi + \gamma) \sin \theta. \end{aligned} \quad (7)$$

Движение будет продолжаться до тех пор, пока не произойдет кольцевой замыв модели или замыв впереди ее центра масс.

Большую часть времени инерционная модель движется, находясь в передней части весьма длинной суперкаверны, поэтому ее оптимальная форма близка к форме передней части удлиненного эллипсоида вращения с учетом необходимых зазоров. В рамках принятой математической модели нами сформулирован и решен ряд задач оптимизации для СК-тел, движущихся в воде по инерции (см. например [19, 25]).

Компьютерное моделирование движения инерционных СК-моделей показало, что их динамика в целом проще, чем динамика самодвижущихся СК-аппаратов. В этом случае колебания модели возникают не как следствие потери устойчивости движения, а только после того, как под действием каких-либо возмущений (например  $\omega_{z0} \neq 0$ ) произошел контакт хвостовой части тела со стенкой каверны. При низком уровне начальных возмущений этого может и не случиться до конца дистанции.

В дальнейшем модель совершает угловые колебания, рикошетируя своей хвостовой частью попеременно от противоположных стенок каверны. Сначала частота колебаний быстро растет, но после некоторого переходного участка становится практически постоянной. При этом амплитуда колебаний уменьшается вследствие того, что скорость модели быстро падает и каверна становится



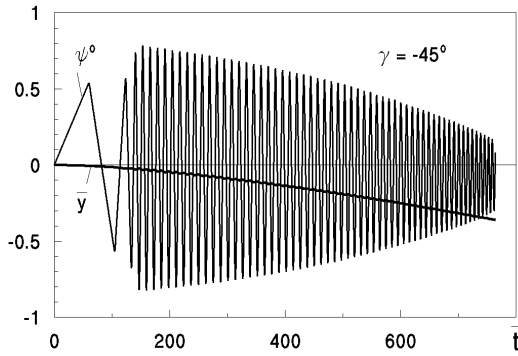


Рис. 13. История продольного движения инерционной СК-модели M2

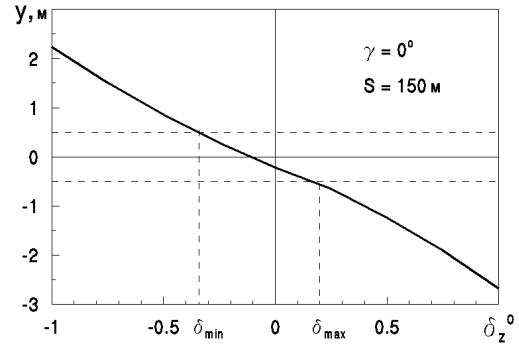


Рис. 15. Определение допустимых углов наклона кавитатора инерционной модели M2

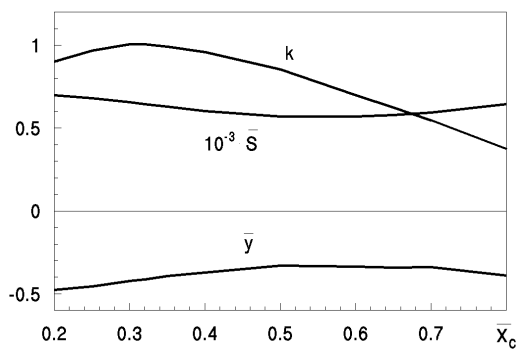


Рис. 14. Влияние положения центра масс инерционной СК-модели M2

все более “тесной”. На рис. 13 показаны типичные графики зависимости угла тангажа  $\psi$  и отклонения центра масс от прямолинейной траектории  $\bar{y}$  от безразмерного времени  $\bar{t}$  при продольном движении СК-модели M2 вплоть до ее кольцевого замыва при  $\bar{t} = 765$ . Параметры расчета:  $\gamma = -45^\circ$ ;  $\omega_{z0} = 60^\circ/\text{с}$ .

Численные эксперименты показали, что частота угловых колебаний СК-модели M2 слабо зависит от причин, их вызвавших. Таким образом, уместно говорить о собственной частоте колебаний инерционных СК-моделей. На рис. 14 показана зависимость приведенной собственной частоты  $k$  СК-модели M2 от положения ее центра масс  $\bar{x}_c$  (параметры расчета те же, что на рис. 13). Там же нанесены пройденные расстояния  $\bar{S}$  и отклонения от прямолинейной траектории  $\bar{y}$  в момент кольцевого замыва модели.

Для инерционных СК-моделей обычно считается, что плоскость кавитатора перпендикулярна к оси модели, т.е.  $\delta_z = 0$ ,  $\delta_y = 0$ . Однако возможны малые отклонения, вызванные, например, не-

точностью обработки кавитатора, которые вследствие высокой скорости движения могут привести к возникновению заметных боковых сил. Представляет практический интерес оценить допустимый уровень погрешностей.

Зададим, например, для модели M2 предельную величину разброса  $|y| = 0.5$  м после прохождения дистанции  $S = 150$  м. На рис. 15 показана рассчитанная при  $\gamma = 0$  зависимость отклонения центра масс модели  $y$  от угла наклона кавитатора  $\delta_z$ . При  $\delta_z = 0$  имеем отклонение  $y = -0.221$  м, вызванное весом модели (тренд). Точки пересечения кривой  $y(\delta_z)$  с горизонтальными прямыми  $y = -0.5$  м и  $y = 0.5$  м дают искомый интервал допустимых углов наклона кавитатора  $\delta_{min} < \delta_z < \delta_{max}$ . Для данного примера получаем  $\delta_{min} = -0.351^\circ$ ,  $\delta_{max} = 0.165^\circ$ . Поскольку на практике эти отклонения случайно ориентированы, то с учетом тренда необходимо обеспечить перпендикулярность плоскости кавитатора к оси модели с точностью  $|\delta| < 0.165^\circ$ .

На рис. 16 показаны траектории центра кормового сечения и центра соответствующего сечения каверны в поточной системе координат при пространственном движении инерционной модели M2. Параметры расчета:  $\gamma = -30^\circ$ ;  $\delta_z = 0$ ;  $\delta_y = 0$ . Колебания вызваны наличием у модели начальных угловых скоростей: кривые 1 –  $\omega_{z0} = 60^\circ$ ,  $\omega_{y0} = 0$ ; кривые 2 –  $\omega_{z0} = 60^\circ$ ,  $\omega_{y0} = 60^\circ$ ; кривые 3 –  $\omega_{z0} = 0$ ,  $\omega_{y0} = 60^\circ$ . Во всех случаях до момента кольцевого замыва модель проходит дистанцию  $\bar{S} \approx 690$  с весьма малыми отклонениями  $\bar{y}$  и  $\bar{z}$ .

Как видно, в отличие от случая самодвижущегося СК-аппарата (см. выше рис. 4), эти траектории представляют собой отрезки прямых, проходящие через начало координат, причем амплитуда колебаний модели вдвое меньше амплитуды колебаний каверны. Это значит, что колебания инерци-

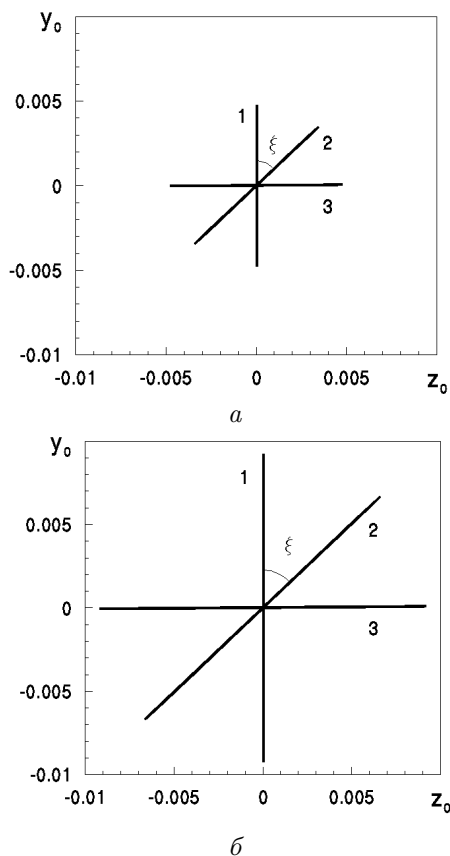


Рис. 16. Траектории центра кормового сечения модели M2 (а) и центра сечения каверны (б):  
 1 –  $\omega_{z0} = 60^\circ$ ,  $\omega_{y0} = 0$ ; 2 –  $\omega_{z0} = 60^\circ$ ,  $\omega_{y0} = 60^\circ$   
 3 –  $\omega_{z0} = 0$ ,  $\omega_{y0} = 60^\circ$

онной СК-модели и каверны происходят в одной плоскости, которая повернута вокруг оси  $Ox$  на угол  $\xi = \arctg(\omega_{y0}/\omega_{z0})$  относительно вертикальной плоскости  $Oxy$  (см. рис. 16). Таким образом можно сказать, что в данном случае продольная и боковая составляющие движения не влияют друг на друга.

Этот же вывод остается справедливым и в случае, когда колебания инерционной СК-модели вызваны малыми отклонениями от перпендикулярности плоскости кавитатора  $\delta_z \neq 0$ ;  $\delta_y \neq 0$ . При этом плоскость колебаний поворачивается на угол  $\xi = \arctg(\delta_y/\delta_z)$ . Однако с ростом углов  $\delta_z$  и  $\delta_y$  отклонение от “плоского” движения модели становится все более заметным.

## ВЫВОДЫ

В работе приведены результаты расчетов и анализа траекторий управляемых СК-аппаратов, а

также “малых” СК-моделей, движущихся по инерции. В рамках математических моделей продольного и бокового движений даны оценки эффективности применения гидродинамических рулей для маневрирования СК-аппаратов по глубине и по курсу, исследованы вопросы об оптимальном расположении рулей по длине аппарата и о влиянии положения центра масс на динамику СК-тел. Проведенные исследования позволяют сделать следующие выводы.

1. Аппроксимационные методы расчета и компьютерного моделирования нестационарных СК-течений, разработанные на основе теории Г.В.Логвиновича, являются удобным и эффективным средством исследования разнообразных задач динамики СК-тел, в том числе задач управления и пространственного маневрирования.

2. Наиболее эффективным при маневрировании СК-аппарата по курсу и по глубине является носовое расположение гидродинамических рулей. При смещении рулей в корму их эффективность падает. Традиционное кормовое расположение рулей оказывается неприемлемым. Этот вывод полностью согласуется с известным высказыванием Г.В.Логвиновича о том, что в случае СК-аппаратов “кормой управлять нельзя”.

3. Смещение центра масс СК-аппарата в корму приводит к улучшению его управляемости посредством гидродинамических рулей ( $f$ -управление) как по курсу, так и по глубине. Ранее такой же вывод был получен нами для  $\delta$ -управления и  $\eta$ -управления.

4. Пространственные эффекты при маневрировании управляемых СК-аппаратов проявляются во взаимном влиянии продольной и боковой составляющих движения, а также в подавлении колебаний аппарата и каверны с возрастанием глубины движения.

5. В отличие от самодвижущихся СК-аппаратов, которые демонстрируют сложную нелинейную динамику, динамика инерционных СК-моделей относительно проще. Для каждого набора параметров инерционная СК-модель обладает единственной собственной частотой угловых колебаний. Смещение центра масс модели в корму приводит к уменьшению собственной частоты.

6. Пространственные эффекты при движении СК-тел по инерции, вызванные начальными возмущениями или неточностями изготовления, заключаются в основном в повороте плоскости колебаний модели. Поскольку на практике начальные возмущения носят случайный характер, то отсюда следует, что большинство практически важных результатов для инерционных СК-тел могут быть

получены в рамках математической модели продольного движения.

Автор выражает глубокую благодарность чл.-корр. НАН Украины, докт. техн. наук Ю.Н.Савченко за ценные замечания при обсуждении работы.

1. Логвинович Г.В. Начальное движение тела в жидкости с развитой кавитацией // Сборник работ по гидродинамике.– М.: ЦАГИ.– 1959.– С. 3–40.
2. Логвинович Г.В. Течения с развитой кавитацией // Инженерный журнал.– 1961.– Т. 1, N 1.– С. 35–50.
3. Логвинович Г.В. Гидродинамика течений со свободными границами.– К.: Наук. думка, 1969.– 208 с.
4. Логвинович Г.В., Серебряков В.В. О методах расчета формы тонких осесимметричных каверн // Гидромеханика.– 1975.– Вып. 32.– С. 47–54.
5. Логвинович Г.В. Вопросы теории тонких осесимметричных каверн // Тр. ЦАГИ.– 1976.– Вып. 1797.– С. 3–17.
6. Логвинович Г.В. Некоторые вопросы глиссирования // Тр. ЦАГИ.– 1980.– Вып. 2052.– С. 3–12.
7. Журавлев Ю.Ф. Методы теории возмущений в пространственных струйных течениях // Тр. ЦАГИ.– 1973.– Вып. 1532.– С. 1–22.
8. Буйвол В.Н. Тонкие каверны в течениях с возмущениями.– К.: Наук. думка, 1980.– 296 с.
9. Васин А.Д., Парышев Э.В. Погружение цилиндра в жидкость через цилиндрическую свободную поверхность // Известия АН СССР, Механика жидкости и газа.– 2001.– N 2.– С. 3–12.
10. Paryshev E.V. On Unsteady Planning of a Body over Liquid Curvilinear Surface // Proc. Second International Summer Scientific School “High Speed Hydrodynamics”.– 2004.– Cheboksary, Russia.– P. 175–178.
11. Nguen V., Balachandran B. Supercavitating Vehicles with Noncylindrical, Nonsymmetric Cavities: Dynamics and Instabilities // Journal of Computational and Nonlinear Dynamics.– Vol. 6.– 2011.– P. 041001-1–041001-11.
12. Савченко Ю.Н., Власенко Ю.Д., Семенов В.Н. Экспериментальные исследования высокоскоростных кавитационных течений // Гидромеханика.– 1998.– Вып. 72.– С. 103–111.
13. Савченко Ю.Н., Семенов В.Н., Путилин С.И. Нестационарные процессы при суперкавитационном движении тел // Прикладна гідромеханіка.– 1999.– Т. 1, N 1.– С. 62–80.
14. Semenenko V.N. Artificial cavitation. Physics and calculations. RTO-AVT/VKI Special Course on Supercavitating Flows. VKI, Brussels, Belgium.– 2001.
15. Kirschner I., Kring D.C., Stokes A.W., Fine N.E., and Uhlman J.S. Control strategies for supercavitating vehicles // Journal of Vibration and Control.– 2002.– Vol.8.– P. 219–242.
16. Lindau J.W., Kunz R.F., Mulherin J.M., Dreyer J.J., and Stinebring D.R. Fully coupled 6-DOF to URANS modeling of cavitating flows around a supercavitating vehicle // Fifth International Symposium on Cavitation (CAV2003).– 2003.– Osaka, Japan.– P. .
17. Семенов В.Н. Компьютерное моделирование динамики суперкавитирующих тел // Прикладна гідромеханіка.– 2000.– Т. 2, N 1.– С. 64–69.
18. Семенов В.Н. Моделирование продольного движения подводных суперкавитирующих аппаратов // Прикладна гідромеханіка.– 2010.– Т. 12, N 4.– С. 81–88.
19. Semenenko V.N., and Naumova Ye.I. Study of the supercavitating body dynamics // Supercavitation: Advances and Perspectives.– Springer-Verlag, Berlin and Heidelberg.– 2012.– P. 147–176.
20. Савченко Ю.Н., Семенов В.Н. О маневренности по курсу подводных суперкавитирующих аппаратов // Прикладна гідромеханіка.– 2011.– Т. 13, N 1.– С. 43–50.
21. Семенов В.Н. Расчет пространственного движения суперкавитирующих аппаратов // Прикладна гідромеханіка.– 2012.– Т. 14, N 4.– С. 59–64.
22. Savchenko Yu.N., and Semenenko V.N. Special features of supercavitating flow around polygonal contours // International J. of Fluid Mechanics Research.– 2001.– Vol.28, No.5.– P. 660–672.
23. Semenenko V.N. Some problems of supercavitating vehicle designing. Proc. International Conference on superfast marine vehicles moving above, under and in water surface (SuperFAST’2008). St. Petersburg, Russia.–2008.
24. Dzielski J., and Kurdila A. A benchmark control problem for supercavitating vehicles and an initial investigation of solution // Journal of Vibration and Control.– 2003.– Vol.19(7).– P. 791–804.
25. Нестерук І. Г., Савченко Ю.М., Семенов В.М. Оптимізація дальності для суперкавітаційного руху за інерцією // Доповіді НАН України.– 2006.– N 8.– С. 57–66.