УДК 532.528

# РАСЧЕТ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ДВИЖЕНИЯ СУПЕРКАВИТИРУЮЩИХ АППАРАТОВ

# B.H. CEMEHEHKO

#### Институт гидромеханики НАН Украины, Киев

Получено 08.05.2012

Разработан метод анализа произвольного пространственного движения суперкавитирующего аппарата, заключающийся в его компьютерном моделировании, построении траекторий движения и расчете радиусов циркуляции. Рассмотрены два способа управления – наклон и поворот дискового кавитатора (δ-управление) и отклонение вектора тяги движителя (η-управление). Установлены ограничения в применении указанных способов управления, а также в применении модели бокового движения для расчета маневрирования суперкавитирующего аппарата по курсу. Исследовано влияние положения центра масс суперкавитирующего аппарата на его динамическое поведение.

Розроблено метод аналізу довільного просторового руху суперкавітуючого апарата, який полягає в його комп'ютерному моделюванні, побудові траєкторій руху і розрахунку радіусів циркуляції. Розглянуто два способи управління – нахил і поворот дискового кавітатора (δ-управління) і відхилення вектора тяги рушія (η-управління). Встановлено обмеження в застосуванні вказаних способів управління, а також у застосуванні моделі бокового руху для розрахунку маневрування суперкавітуючого апарата за курсом. Досліджено вплив положення центру мас суперкавітуючого апарата на його динамічну поведінку.

A method of analysis of the arbitrary 3D motion of a supercavitating vehicle has been developed. It consists in computer modelling this motion, plotting the motion trajectories, and calculating the radii of turning circles. Two methods of control are considered – inclination and turning of a disk cavitator ( $\delta$ -control) and deflection of a propulsor thrust vector ( $\eta$ -control). Restrictions in application of the mentioned control methods and also in application of the lateral motion model for calculation of the supercavitating vehicle course maneuvring are established. Influence of the supercavitating vehicle mass center position on its dynamic behavior is investigated.

### введение

В настоящее время остается актуальной проблема стабилизации движения, управляемости и маневренности подводных высокоскоростных суперкавитирующих аппаратов (сокращенно СКаппаратов или HSSV в англоязычной литературе). В нашей статье [1] дан краткий обзор работ по данной теме, опубликованных в разных странах с 2002 по 2010 гг. За прошедшие два года было опубликовано еще несколько статей [2–7].

Анализ цитированных работ показывает, что ключевой проблемой при теоретических исследованиях управляемости и маневренности СКаппаратов остается выбор адекватной математической модели пространственной динамики СКтела, правильно описывающей такие особенности суперкавитационного движения, как "память каверны", запаздывающая реакция каверны на возмущения и характер взаимодействия аппарата со стенками каверны.

Этим требованиям удовлетворяет аппроксимационная математическая модель, основанная на принципе независимости расширения сечений нестационарной суперкаверны Г.В.Логвиновича [8], которая естественным образом учитывает все упомянутые особенности и хорошо согласована с экспериментом. Целью данной работы является анализ произвольного трехмерного движения СК-аппарата. Метод исследования – компьютерное моделирование динамики СК-аппарата с использованием аппроксимационной математической модели, разработанной нами в [1]. Приведены характерные результаты расчетов, которые можно использовать для сравнения с расчетами других авторов, а также с экспериментальными данными.

## 1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

При постановке задачи расчета пространственного движения СК-аппарата принимаются следующие основные допущения:

1) корпус аппарата имеет форму тонкого тела вращения;

2) форма кавитатора – диск диаметром  $D_n$ ;

 поперечные сечения нестационарной каверны сохраняют круговую форму.

На рис. 1 представлена схема сил, действующих на самодвижущийся СК-аппарат, глиссирующий своей хвостовой частью по стенке суперкаверны. На схеме показаны связанная  $O_1x_1y_1z_1$  и полусвязанная  $O_1x_gy_gz_g$  системы координат. Начало обеих систем координат находится в центре масс аппарата  $O_1$ . Направление осей полусвязанной систе-



Рис. 1. Схема сил, действующих на СК-аппарат, и системы координат

мы координат совпадает с направлением осей неподвижной (стартовой) системы координат Oxyz. При расчетах используется также поточная система координат  $O_1x_0y_0z_0$ . Ось  $O_1x_0$  направлена по вектору скорости центра масс аппарата  $\vec{V}$ , ось  $O_1y_0$  лежит в диаметральной плоскости аппарата.

Математическая модель движения СК-аппарата включает:

 систему дифференциальных уравнений динамики осесимметричного твердого тела в связанной системе координат [9];

 уравнение расширения сечения нестационарной суперкаверны [10] и соотношения для искажения оси каверны в поточной системе координат [8, 11];

– соотношения для вычисления силы на кавитаторе  $\vec{F}_n = \{F_{nx}, F_{ny}, F_{nz}\}$  и силы глиссирования  $\vec{F}_s = \{F_{sx}, F_{sy}, F_{sz}\}$  и их моментов в связанной системе координат [12, 13].

Основные уравнения и расчетные формулы данной математической модели приведены в нашей статье [1].

В качестве управляющих параметров, как и в [13,14], используются:  $\delta_y$  и  $\delta_z$  – углы наклона и поворота кавитатора относительно осей  $O_1y_1$  и  $O_1z_1$  ( $\delta$ -управление);  $\eta_y$  и  $\eta_z$  – углы отклонения вектора тяги движителя  $\vec{F}_{pr}$  ( $\eta$ -управление).

После замены переменной d/dt = Vd/ds в уравнениях они интегрируются численно по дуговой координате *s* вдоль траектории центра масс аппарата. Это позволяет рассчитывать произвольные формы траекторий СК-аппаратов на больших дистанциях, включая движение на замкнутой циркуляции. В результате интегрирования определяются одиннадцать неизвестных функций:  $V_{x1}$ ,  $V_{y1}$ ,  $V_{z1}$  – компоненты вектора скорости центра масс аппарата;  $\omega_x$ ,  $\omega_y$ ,  $\omega_z$  – компоненты вектора угловой скорости относительно центра масс;  $\theta$  – угол



Рис. 2. Схема расчета силы глиссирования

крена;  $\varphi$  – угол рысканья;  $\psi$  – угол тангажа;  $\alpha$  – угол атаки;  $\beta$  – угол скольжения.

Ниже приведены расчетные соотношения, которые отсутствуют в [1].

Расчет траектории СК-аппарата. Форма пространственной траектории центра масс аппарата x(s), y(s), z(s) в фиксированной системе координат определяется путем численного интегрирования трех дифференциальных уравнений

$$V\frac{dx}{ds} = b_{11}V_{x1} + b_{12}V_{y1} + b_{13}V_{z1},$$
 (1)

$$V\frac{dy}{ds} = b_{21}V_{x1} + b_{22}V_{y1} + b_{23}V_{z1},$$
 (2)

$$V\frac{dz}{ds} = b_{31}V_{x1} + b_{32}V_{y1} + b_{33}V_{z1},$$
 (3)

где  $b_{11} = \cos \varphi \cos \psi;$   $b_{12} = \sin \varphi \sin \theta - \cos \varphi \sin \psi \cos \theta;$   $b_{13} = \cos \varphi \sin \psi \sin \theta - \sin \varphi \cos \theta;$  $b_{21} = \sin \psi;$   $b_{22} = \cos \psi \cos \theta;$   $b_{23} = -\cos \psi \sin \theta;$  $b_{31} = -\sin \varphi \cos \psi;$   $b_{32} = \sin \varphi \sin \psi \cos \theta + \cos \varphi \sin \theta;$   $b_{33} = \cos \varphi \cos \theta - \sin \varphi \sin \psi \sin \theta -$ элементы матрицы преобразования компонент вектора из связанной системы координат в фиксированную [9].

Расчет кормовой силы глиссирования. Для вычисления поперечных компонент силы глиссирования в случае пространственного движения тела в каверне применяются известные формулы [12]. При этом считается, что сила  $\vec{F}_s$  в каждый момент времени приложена в той точке C' дуги контакта контура сечения тела с контуром сечения каверны A'B', где погружение h максимально (см. рис. 2). Ее направление определяется направлением скорости относительного движения тела

В. Н. Семененко



Рис. 3. Расчетная модель СК-аппарата

и стенки каверны. Поперечные компоненты силы  $F_{sy}, F_{sz}$  вычисляются по формулам:

$$F_{sy} = \rho \pi R_s^2 V \left[ V_{1y} \, \frac{\overline{h} \, (2 + \overline{h})}{(1 + \overline{h})^2} + V_{2y} \, \frac{2\overline{h}}{1 + K_c \overline{h}} \right], \quad (4)$$

$$F_{sz} = \rho \pi R_s^2 V \left[ V_{1z} \, \frac{\overline{h} \, (2 + \overline{h})}{(1 + \overline{h})^2} + V_{2z} \, \frac{2\overline{h}}{1 + K_c \overline{h}} \right], \quad (5)$$

где  $V_{1y} = \alpha V - V_y + \omega_z (L - x_c) + V_{yc}$  и  $V_{1z} = \beta V - V_z - \omega_y (L - x_c) + V_{zc}$  – поперечные компоненты относительной скорости кормового среза тела и границы каверны;  $V_y$  и  $V_z$  – компоненты скорости центра масс тела;  $V_{yc}$  и  $V_{zc}$  – компоненты скорости оси каверны; L – длина аппарата;  $x_c$  – расстояние от кавитатора до центра масс;  $\overline{h} = h/(R_c - R_s), h$  – погружение кормовой кромки тела в воду;  $R_c, R_s$  – радиусы каверны и тела на уровне кормового среза (транца);  $V_{2y} = V_2 \sin \theta_s; V_{2z} = V_2 \cos \theta_s; V_2$  – относительная скорость изменения радиусов каверны и тела;  $-\pi < \theta_s \leq \pi$  – угол максимального погружения транца (см. рис. 2);  $K_c > 1$  – корректирующий множитель.

На практике значение множителя  $K_c$  следует выбирать из условия наилучшего согласования расчетных и эксперименальных данных. При расчетах в данной работе было принято  $K_c = 10$ .

#### 2. РАСЧЕТНАЯ МОДЕЛЬ СК-АППАРАТА

Все расчеты в данной работе проводились для модели СК-аппарата, форма и размеры которой показаны на рис. 3. Длина аппарата L = 2 м, масса m = 27,3 кг; моменты инерции относительно осей  $I_y = I_z = 7$  кг м<sup>2</sup>,  $I_x = 0,06$  кг м<sup>2</sup>, диаметр кавитатора  $D_n = 27$  мм.

Предполагается, что в начальный момент времени модель движется горизонтально на глубине  $H_0 = 3$  м со скоростью  $V_0 = 75$  м/с в режиме глиссирования в каверне, сила тяги движителя равна гидродинамическому сопротивлению аппарата  $F_{pr} = 1,353$  КН. Давление в каверне, число кавитации и длина каверны равны соответственно





Рис. 4. Собственные частоты неуправляемого (кривая 1) и стабилизированного (кривая 2) СК-аппарата

 $p_c = 71,215$  КПа,  $\sigma = 0,02$  и  $L_c = 2,52$  м. При расчетах предполагалось, что сила тяги движителя, масса аппарата, положение центра масс и моменты инерции модели, а также число кавитации при движении не изменяются.

Модели СК-аппаратов с близкими параметрами рассматриваются в большинстве цитированных работ. Заметим, что движение геометрически подобных СК-аппаратов различных размеров будет подобным, если выполнены условия

$$\rho_b = \text{const}, \quad \frac{I_z}{mL^2} = \text{const}, \quad \frac{x_c}{L} = \text{const},$$

$$\sigma = \text{const}, \quad Fr = \text{const}, \quad (6)$$

где  $\rho_b$  – средняя плотность тела; Fr – число Фруда.

Как известно, продольное движение сбалансированного СК-аппарата в режиме глиссирования является неустойчивым по глубине [14]. После окончания переходного процесса устанавливаются угловые колебания аппарата с собственной частотой f. При этом отклонение траектории y и среднее значение угла тангажа  $\psi$  монотонно растут.

Движение СК-аппарата может быть стабилизировано "в среднем" путем автоматического регулирования угла наклона кавитатора по закону

$$\delta_z(s) = \delta_z^* + k_1 y(s) + k_2 [\psi(s) - \psi^*] + k_3 \omega_z(s), \quad (7)$$

где  $k_i \geq 0$ , i = 1, 2, 3 – коэффициенты обратной связи;  $\delta_z^*$ ,  $\psi^*$  – равновесные значения углов (см. [14]). При этом неустановившиеся колебания аппарата превращаются в установившиеся с фазовым портретом  $\omega_z(\psi)$ , имеющим вид простого предельного цикла.

На рис. 4 показана зависимость приведенной собственной частоты  $k = 2\pi f L/V_0$  данного СКаппарата от положения центра масс  $\overline{x}_c = x_c/L$ .



Рис. 5. Формы траекторий СК-аппарата при маневрировании по глубине: *a* - δ-управление; *б* - η-управление

Сплошные линии 1 соответствуют неуправляемому аппарату, пунктирная линия 2 – стабилизированному по закону (7) при  $k_1 = 2, 5, k_2 = 30, 0, k_3 = 0, 3$ . Как видно, динамическое поведение неуправляемого СК-аппарата существенно зависит от положения его центра масс. При  $\overline{x}_c \leq 0, 512$ спектр угловых колебаний аппарата состоит из двух линий с кратными частотами, а при  $\overline{x}_c > 0, 512$  – из одной линии. При  $\overline{x}_c = 0, 542$  частота колебаний резко падает, а их амплитуда резко возрастает. Напротив, собственная частота стабилизированного СК-аппарата слабо зависит от  $\overline{x}_c$ .

## 3. ТРАЕКТОРИИ СК-АППАРАТА

В наших работах [13, 14] рассмотрены частные случаи общего пространственного движения СКаппарата – продольное и боковое движения. В отличие от продольного, модель бокового движения является приближенной и рассматривается как возмущение стационарного продольного дви-



Рис. 6. Формы траекторий СК-аппарата при маневрировании по курсу: *a* - δ-управление; *б* - η-управление

жения. Ее применение оправдано тем, что радиусы циркуляции высокоскоростных СК-аппаратов весьма велики по сравнению с их длиной.

Эффективность маневрирования СК-аппарата по глубине и по курсу характеризуется путевыми углами  $v = \psi - \alpha$  и  $\chi = \varphi - \beta$ , скоростями их изменения  $\dot{v}(t) = V(s)v'(s)$  и  $\dot{\chi}(t) = V(s)\chi'(s)$ , а также радиусом циркуляции по курсу  $R_{ty} = 1/\chi'(s)$ . На рис. 5 показаны формы траекторий продольного движения центра масс СК-аппарата, рассчитанные для ряда значений  $\delta_z$  и  $\eta_z$  ( $\overline{x}_c = 0, 6$ ; дистанция  $\overline{S} = S/L = 150$ ). Здесь  $\Delta \delta_z = \delta_z - \delta_z^*$ – отклонение угла наклона кавитатора от равновесного значения. Все линейные величины на графиках отнесены к длине аппарата L. Заметим, что при  $\delta_z = \delta_z^*$  при отсутствии стабилизации по глубине аппарат выходит на поверхность воды, пройдя дистанцию  $\overline{S} = 196, 5$ .

Сравнение траекторий на рис. 5, a и 5, b показывает, что при маневрировании по глубине bуправление и  $\eta$ -управление одинаково эффективны. В обоих случаях отклонение траектории моде-



Рис. 7. Влияние положения центра масс при маневрировании по курсу

ли на фиксированной дистанции линейно зависит от угла отклонения управляющего органа (см. [1]).

На рис. 6 показаны формы траекторий центра масс для бокового движения СК-аппарата для ряда значений  $\delta_y$  и  $\eta_y$  ( $\overline{x}_c = 0, 6$ ;  $\overline{S} = 500$ ). Сравнение траекторий на рис. 6, *a* и 6, *б* показывает, что при маневрировании по курсу  $\eta$ -управление значительно менее эффективно, чем  $\delta$ -управление (см. также [13]).

На рис. 7 показано влияние положения центра масс  $\overline{x}_c$  на радиус циркуляции  $\overline{R}_{ty} = R_{ty}/L$  ( $\overline{S} = 500$ ). Как видно, смещение центра масс СК-аппарата в корму выгодно с точки зрения повышения его маневренности по курсу.

## 4. ОСОБЕННОСТИ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ДВИЖЕНИЯ СК-АППАРАТА

Разработанный метод позволяет моделировать произвольное пространственное движение СКаппарата, маневрирующего одновременно по курсу и по глубине. На рис. 8, *a*, *б* показаны формы пространственных траекторий, рассчитанных при одинаковых начальных углах наклона и поворота кавитатора  $\Delta \delta_{z0} = 0.3^{\circ}$ ,  $\delta_{y0} = 5^{\circ}$  ( $\overline{x}_c = 0, 6$ ;  $\overline{S} = 700$ ). Различие состоит в том, что на рис. 8, *б* движение стабилизировано по глубине путем автоматического  $\delta$ -управления по закону (7).

Расчеты маневрирования СК-аппарата по курсу для трехмерного движения, стабилизированного по глубине, и для бокового движения дают весьма близкие формы траекторий. Этот вывод остается верным также при отсутствии стабилизации и небольших значениях  $\Delta \delta_z$ . Однако с ростом  $\Delta \delta_z$ взаимовлияние продольного и бокового движений возрастает, при этом радиус циркуляции  $\overline{R}_{ty}$  несколько уменьшается. В этом случае продольное и



Рис. 8. Пространственные траектории СК-аппарата: *а* - маневрирование по курсу и глубине; *б* - маневрирование по курсу, стабилизация по глубине

боковое движения уже нельзя рассматривать раздельно.

Изменяя во время движения наклон и поворот кавитатора  $\delta_z$ ,  $\delta_y$ , можно оперативно управлять траекторией СК-аппарата. Расчеты показали, однако, что возможность  $\delta$ -управления движением СК-аппаратов по курсу имеет ограничения по величине угла поворота кавитатора  $\delta_y$ . Это связано с тем, что при движении на циркуляции увеличивается глубина погружения задней кромки аппарата h и площадь контакта корпуса аппарата со стенками каверны (замыв). Как следствие возрастает сопротивление трения, скорость аппарата V падает и размеры каверны уменьшаются. Если поворот кавитатора превышает некоторый предел, то после прохождения в режиме глиссирования некоторой дистанции  $S_{max}$ , замыв аппарата



Рис. 9. Дистанции, пройденные СК-аппаратом в режиме глиссирования в каверне

становится недопустимо большим, либо происходит нежелательный переход к обтеканию аппарата в режиме частичной кавитации.

На рис. 9 приведены графики зависимости дистанции  $\overline{S}_{max}$ , пройденной в режиме глиссирования, от  $|\delta_y|$  для ряда значений  $\Delta \delta_z$ . Отсюда видно, что если для данного CK-аппарата при  $\Delta \delta_z = 0, 4$  задана минимальная дистанция, например,  $\overline{S} = 500$  (пунктирная прямая), то допустимыми при маневрах по курсу являются значения угла поворота кавитатора  $|\delta_y| < 2, 5^o$ . При этом минимальный радиус циркуляции равен  $\overline{R}_{ty} = 497, 5$ .

Отметим еще интересный эффект подавления угловых колебаний СК-аппарата при его пространственном маневрировании, обнаруженный нами в процессе компьютерного моделирования по данному методу.

#### выводы

Разработан метод анализа произвольного пространственного движения СК-аппарата, заключающийся в его компьютерном моделировании, построении траекторий движения и расчете радиусов циркуляции. Проведенные расчеты позволяют сделать следующие основные выводы:

1. При маневрировании СК-аппарата по глубине и по курсу большое значение имеет положение его центра масс. Смещение центра масс в корму приводит к уменьшению частоты угловых колебаний СК-аппарата и к уменьшению отклонений траектории по глубине *y*, а при маневрировании по курсу – к уменьшению радиуса циркуляции  $R_{ty}$ .

2. Для расчета маневрирования по курсу СКаппаратов, движение которых стабилизировано по глубине, можно успешно пользоваться приближенной моделью бокового движения [13]. 3. Возможности  $\delta$ -управления движением СКаппарата по курсу имеют ограничения по величине угла поворота кавитатора и, следовательно, радиуса циркуляции, а  $\eta$ -управление в этом случае неэффективно. Поэтому в дальнейшем целесообразно на основе разработанного метода компьютерного моделирования динамики СК-аппаратов рассмотреть возможность применения традиционных гидродинамических рулей, а также других способов управления.

- Semenenko V.N., Naumova Ye.I. Study of the supercavitating body dynamics // Supercavitation: Advances and Perspectives.– Springer-Verlag, Berlin and Heidelberg.– 2012.– P. 147-176.
- Vanek B., Balas G.J., and Arndt R.E.A. Linear, Parameter-Varying Control of a Supercavitating Vehicle // Control Engineering Practice.- Vol. 18.-2010.- P. 1003-1012.
- Cao Z. Control of a Supercavitating Vehicles Based on Robust Pole Allocation Methodology // Modern Applied Science. – Vol. 5, No. 2.– 2011.– P. 204-211.
- Mao X., Wang Q. Delay-Dependent Control Design for a Time-Delay Supercavitating Vehicle Model // Journal of Vibration and Control.- 17(3).- 2011.-P. 431-448.
- Dzielsky J.N. Longitudinal Stability of a Supercavitating Vehicle // IEEE Journal of Oceanic Engineering.- Vol. 36, No. 4.- 2011.- P. 562-570.
- 6. Nguen V., Balachandran B. Supercavitating Vehicles with Noncylindrical, Nonsymmetric Cavities: Dynamics and Instabilities // Journal of Computational and Nonlinear Dynamics. – Vol. 6.– 2011.– P. 1-11.
- Mokhtarzadeh H., Balas G., and Arndt R. Effect of Cavitator on Supercavitating Vehicle Dynamics // IEEE Journal of Oceanic Engineering.- Vol. 37, No. 2.- 2012.- P. 156-165.
- Логвинович Г.В. Гидродинамика течений со свободными границами.— К.: Наук. думка, 1969.— 208 с.
- Лукомский Ю.А., Чугунов В.С. Системы управления морскими подвижными объектами.– Л.: Судостроение, 1988.– 272 с.
- Логвинович Г.В., Серебряков В.В. О методах расчета формы тонких осесимметричных каверн // Гидромеханика.– 1975.– Вып. 32.– С. 47-54.
- 11. *Буйвол В.Н.* Тонкие каверны в течениях с возмущениями.– К.: Наук. думка, 1980.– 296 с.
- Paryshev E.V. On Unsteady Planning of a Body over Liquid Curvilinear Surface // Proc. Second International Summer Scientific School "High Speed Hydrodynamics".– 2004.– Cheboksary, Russia.– P. 175-178.
- Савченко Ю.Н., Семененко В.Н. О маневренности по курсу подводных суперкавитирующих аппаратов // Прикладна гідромеханіка.– 2011.– Т. 13, N 1.– С. 43-50.
- Семененко В.Н. Моделирование продольного движения подводных суперкавитирующих аппаратов // Прикладна гідромеханіка.– 2010.– Т. 12, N 4.– С. 81-88.