

УДК 532.546:628.35

ФИЛЬТРОВАНИЕ СУСПЕНЗИИ ЧЕРЕЗ ЗЕРНИСТУЮ ЗАГРУЗКУ ПРИ ПРЕДЕЛЬНОМ НАСЫЩЕНИИ ЕЕ ЧАСТИ ОСАДКОМ

В. Л. ПОЛЯКОВ

Институт гидромеханики НАН Украины, Киев

Получено 23.01.2012

Сформулирована математическая задача фильтрации суспензии через пористую (зернистую) загрузку с образованием в ней зоны предельного насыщения осадком. Получено ее приближенное решение, из которого вытекают формулы и уравнения для прогноза изменения со временем и по высоте важнейших физико-химических и фильтрационных характеристик, обоснования технологических параметров. Выполнен обстоятельный анализ влияния эффекта предельного насыщения на осветлительное действие фильтра, свидетельствующий о его значимости.

Сформульовано математичну задачу фільтрування суспензії крізь пористе (зернисте) завантаження з утворенням у ньому зони граничного насичення осадам. Одержано її наближений розв'язок, з якого випливають формули і рівняння для прогнозу зміни з часом і по висоті найважливіших фізико-хімічних і фільтраційних характеристик, обґрунтування технологічних параметрів. Виконано змістовний аналіз впливу ефекту граничного насичення на освітлюючу дію фільтра, який свідчить про його значущість.

A mathematical task has been stated of suspension filtration through porous (grain) filter medium when a zone with ultimate deposition content was formed. An approximate solution, numerous formulae and equations have been obtained to calculate the most important physico-chemical, hydraulic characteristics, substantiate technological parameters. A detailed analysis has been performed of ultimate saturation effect on filter separation operation which gave an evidence of its great significance.

ВВЕДЕНИЕ

При длительном фильтровании суспензий нередко участок пористой (зернистой) загрузки, примыкающий к входному сечению, максимально насыщается гелеподобным осадком. Особенно часто такое физико-химическое состояние в фильтрующей среде наблюдается при реагентном фильтровании через загрузку большой мощности, в первых ступенях ступенчатых фильтров [1–5]. Таким образом, в порах насыщенной зоны, образовавшейся через некоторое время после начала работы фильтра, будет содержаться предельно возможное в рассматриваемых условиях количество осадка. При этом устанавливается динамическое равновесие между процессами осаждения и отрыва частиц суспензии, контролируемое геометрией порового пространства, свойствами осадка, гидродинамическими факторами и, прежде всего, скоростью фильтрования. Другими словами, осадок в указанной зоне постоянно обновляется при неизменном текущем содержании, характеризуемом специальным параметром – общей грязеемкостью S_{max} . Фактически насыщенный участок загрузки уже не принимает участия в разделении суспензии и поэтому объемная концентрация взвеси здесь оказывается равной исходной C_0 . Вместе с тем по мере заиливания нижележащих сло-

ев мощность вышеупомянутой зоны растёт. Естественно, что постепенное сокращение деятельного объема загрузки ведет к ускоренному ухудшению качества фильтрата. Следовательно, и промывка фильтра должна начинаться быстрее. В связи с этим возникает необходимость в корректном описании продолжительного удаления взвешенного вещества из суспензии при прогрессирующем кольматаже загрузки и серьезном ослаблении ее осветлительного эффекта. Вообще при математическом моделировании комплексного процесса фильтрования в подобных ситуациях его целесообразно разделить на две стадии. В течение первой стадии, которая обстоятельно изучена теоретическими методами [6–8], работает вся загрузка, так что концентрации взвеси и осадка растут везде. Заканчивается она и начинается неизученная вторая стадия в момент времени t_1 , когда предельно насыщается осадком фильтрующий материал на входе в загрузку ($z = 0$). Аналитическое решение задачи фильтрования на первой стадии при постоянной скорости и линейной массообменной кинетике [9, 10] обеспечивает необходимой исходной информацией аналогичную задачу уже на второй стадии. Ниже в выкладках будет использовано вышеупомянутое приближенное решение, которое имеет очень простую форму и высокую точность [10]. Из него, в частности, следует фор-

мула для расчета относительной продолжительности первой стадии:

$$\bar{t}_1 = \frac{Vt_1}{n_0L} = \frac{2\bar{S}_m}{2\bar{\alpha} - \bar{\beta}\bar{S}_m}. \quad (1)$$

Здесь V – скорость фильтрования; n_0 – пористость чистой загрузки; L – высота загрузки; α, β – коэффициенты скоростей прилипания и отрыва частиц суспензии; $\bar{\alpha} = \alpha L/V$, $\bar{\beta} = \beta n_0 L/V$; $\bar{S}_m = S_m/(n_0 C_0)$, S_m – предельная объемная концентрация осажденных частиц суспензии, которая связана с S_{max} соотношением $S_{max} = \gamma S_m$, γ – доля объема указанных частиц в осадке. Кстати, убедиться в эффективности этого решения легко, сопоставив значения \bar{t}_1 , вычисленные по (1) и по точной формуле

$$\bar{t}_1 = -\frac{1}{\bar{\beta}} \ln \left(1 - \frac{\bar{\beta}}{\bar{\alpha}} \bar{S}_m \right). \quad (2)$$

Также из [10] вытекает, что к концу первой стадии относительные объемные концентрации взвеси \bar{C}_1 и осажденных частиц \bar{S}_1 будут распределяться по высоте загрузки следующим образом:

$$\bar{C}_1(\bar{z}, \bar{t}_1) = 2e^{-\lambda_1 \bar{z}} - e^{-\bar{\alpha} \bar{z}}, \quad (3)$$

$$\bar{S}_2^0(\bar{z}) = \bar{S}_1(\bar{z}, \bar{t}_1) = \lambda_1 \bar{t}_1 e^{-\lambda_1 \bar{z}}, \quad (4)$$

где $\bar{S}_2^0 = S_2^0/(n_0 C_0)$, $\bar{z} = z/L$, $\lambda_1 = 2\bar{\alpha}/(2 + \bar{\beta}\bar{t}_1)$. Выражение (4) используется в качестве начального условия в задаче фильтрования на второй стадии. Основу осветлительного блока исходной математической модели на данной стадии, как и на первой, составляет система безразмерных уравнений массопереноса и массообмена [11, 12]:

$$\frac{\partial \bar{C}_2}{\partial \bar{z}} + \frac{\partial \bar{S}_2}{\partial \bar{t}} = 0, \quad (5)$$

$$\frac{\partial \bar{S}_2}{\partial \bar{t}} = \bar{\alpha} \bar{C}_2 - \bar{\beta} \bar{S}_2, \quad (6)$$

где $\bar{C}_2 = C_2/C_0$, $\bar{S}_2 = S_2/(n_0 C_0)$, C_2, S_2 – искомые объемные концентрации взвешенных и осажденных частиц в течение второй стадии; $\bar{t} = Vt/(n_0 L)$. Значительное усложнение указанного блока и возникающие в связи с этим большие трудности в теоретическом анализе обусловлены появлением неизвестной подвижной границы, отделяющей насыщенный и ненасыщенный осадком участки (зоны) загрузки, на глубине z_m (нисходящее фильтрование, входное сечение на отметке $z = 0$). В принципе формальное введение в классическую

линейную модель фильтрования суспензий дополнительного параметра S_m дает возможность заметно улучшить достоверность моделирования осветлительного процесса, особенно на его заключительном этапе. Итак, на упомянутой границе задается пара условий

$$\bar{z} = \bar{z}_m(\bar{t}), \quad \bar{C}_2 = 1; \quad \bar{S}_2 = \bar{S}_m. \quad (7)$$

Второе необходимо для установления закономерности ее перемещения, то есть функции $\bar{z}_m(\bar{t})$.

При построении приближенного решения задачи (4) – (7) применяется процедура осреднения характеристик фильтрования по расчетному периоду $[0, T]$, которая впервые была реализована в работе [11]. Именно благодаря этому и было выведено для $\bar{S}_1(\bar{z}, \bar{t}_1)$ чрезвычайно простое выражение (4). Здесь аналогичная процедура выполняется дважды. Сначала осредняется величина $\bar{z}_m(\bar{t})$, так что

$$\bar{z}_{mc}(T) = \frac{1}{T} \int_0^T \bar{z}_m(\bar{t}) d\bar{t}. \quad (8)$$

Это дает основание снести условия (7) на фиксированную для рассматриваемого периода границу $\bar{z} = \bar{z}_{mc}$. Следует заметить, что появившееся таким образом время T является не переменной, а параметром. Тогда концентрация \bar{C}_2 выражается через \bar{S}_2 , а именно,

$$\begin{aligned} \bar{C}(\bar{z}, \bar{t}) &= e^{-\bar{\alpha}(\bar{z} - \bar{z}_{mc})} \times \\ &\times \left[1 + \bar{\beta} \int_{\bar{z}_{mc}}^{\bar{z}} \bar{S}_2(\xi, \bar{t}) e^{\bar{\alpha}(\xi - \bar{z}_{mc})} d\xi \right]. \end{aligned} \quad (9)$$

Затем осредняется правая часть уравнения (6), которое после этого принимает вид

$$\frac{\partial \bar{S}_2}{\partial \bar{t}} = \bar{\alpha} e^{-\bar{\alpha}(\bar{z} - \bar{z}_{mc})} \times \quad (10)$$

$$\times \left[1 + \bar{\beta} \int_{\bar{z}_{mc}}^{\bar{z}} \bar{S}_c(\xi, T) e^{\bar{\alpha}(\xi - \bar{z}_{mc})} d\xi \right] - \bar{\beta} \bar{S}_c(\bar{z}, T),$$

где средняя за расчетный период концентрация \bar{S}_c будет

$$\bar{S}_c(\bar{z}, T) = \frac{1}{T} \int_0^T \bar{S}_2(\bar{z}, \bar{t}) d\bar{t}. \quad (11)$$

В результате интегрирования уравнения (10) при условии

$$\bar{t} = 0, \quad \bar{S}_2 = \bar{S}_m e^{-\lambda_1 \bar{z}} \quad (12)$$

(отсчет времени ведется от начала второй стадии) с последующим осреднением \bar{S}_2 получено

$$2e^{\bar{\alpha}(\bar{z}-\bar{z}_{mc})} [\bar{S}_c(\bar{z}, T) - \bar{S}_2^0(\bar{z})] = \left[\bar{\alpha} + \bar{\alpha}\bar{\beta} \int_{\bar{z}_{mc}}^{\bar{z}} \bar{S}_c(\xi, T) e^{-\bar{\alpha}(\xi-\bar{z}-\bar{z}_{mc})} d\xi - \bar{\beta} e^{\bar{\alpha}(\bar{z}-\bar{z}_{mc})} \bar{S}_c(\bar{z}, T) \right] T. \quad (13)$$

Далее проводится замена

$$y(\bar{z}, T) = \int_{\bar{z}_{mc}}^{\bar{z}} \bar{S}_c(\xi, T) e^{\bar{\alpha}(\xi-\bar{z}_{mc})} d\xi, \quad (14)$$

так что

$$\frac{dy}{d\bar{z}} = e^{\bar{\alpha}(\bar{z}-\bar{z}_{mc})} \bar{S}_c(\bar{z}, T). \quad (15)$$

Тогда можно сформулировать специальную задачу относительно функции $y(\bar{z}, T)$:

$$\frac{dy}{d\bar{z}} - \frac{\bar{\alpha}\bar{\beta}T}{2 + \bar{\beta}T} y = \frac{\bar{\alpha}T}{2 + \bar{\beta}T} + \frac{2\bar{S}_m}{2 + \bar{\beta}T} e^{\bar{\alpha}(\bar{z}-\bar{z}_{mc})-\lambda_1\bar{z}}, \quad (16)$$

$$\bar{z} = \bar{z}_{mc}, \quad y = 0. \quad (17)$$

Ее решение представляется в таком виде

$$y = \frac{1}{\bar{\beta}} \left(e^{\frac{\bar{\alpha}\bar{\beta}T}{2+\bar{\beta}T}(\bar{z}-\bar{z}_{mc})} - 1 \right) + \frac{2\bar{S}_m e^{-\bar{\alpha}\bar{z}_{mc}}}{(2 + \bar{\beta}T)(\lambda_T - \lambda_1)} e^{\frac{\bar{\alpha}\bar{\beta}T}{2+\bar{\beta}T}\bar{z}} \times \left[e^{(\lambda_T-\lambda_1)\bar{z}} - e^{(\lambda_T-\lambda_1)\bar{z}_{mc}} \right], \quad (18)$$

где $\lambda_T = 2\bar{\alpha}/(2 + \bar{\beta}T)$. Из (15) следует, что

$$\bar{S}_c(\bar{z}, T) = \frac{\bar{\alpha}T}{2 + \bar{\beta}T} [1 + \bar{\beta}y(\bar{z}, T)] \times e^{-\bar{\alpha}(\bar{z}-\bar{z}_{mc}(T))} + \frac{2\bar{S}_m}{2 + \bar{\beta}T} e^{-\lambda_1\bar{z}}. \quad (19)$$

Отсюда с привлечением второго условия (7), снесенного на границу $\bar{z} = \bar{z}_{mc}$, получена следующая формула:

$$\bar{z}_{mc}(T) = -\frac{1}{\lambda_1} \ln \left(1 + \frac{\bar{\beta}T}{2} - \frac{\bar{\alpha}T}{2\bar{S}_m} \right). \quad (20)$$

Выражение для концентрации $\bar{S}_2(\bar{z}, \bar{t}; T)$ следует из (10) и с учетом условия (12) будет

$$\bar{S}_2(\bar{z}, \bar{t}; T) = \bar{S}_m e^{-\lambda_1\bar{z}} \left(1 - \frac{2\bar{\beta}\bar{t}}{2 + \bar{\beta}T} \right) +$$

$$+ \frac{2\bar{\alpha}\bar{t}}{2 + \bar{\beta}T} e^{-\bar{\alpha}[\bar{z}-\bar{z}_{mc}(T)]} [1 + \bar{\beta}y(\bar{z}, T)].$$

Так как параметр T в принципе может принимать любые положительные значения, то в дальнейшем он отождествляется с \bar{t} и тогда

$$\bar{S}_2(\bar{z}, \bar{t}) = \bar{S}_m e^{-\lambda_1\bar{z}} \frac{2 - \bar{\beta}\bar{t}}{2 + \bar{\beta}\bar{t}} + \frac{2\bar{\alpha}\bar{t}}{2 + \bar{\beta}\bar{t}} \times e^{-\bar{\alpha}[\bar{z}-\bar{z}_{mc}(\bar{t})]} [1 + \bar{\beta}\bar{y}(\bar{z}, \bar{t})]. \quad (21)$$

Здесь

$$y(\bar{z}, \bar{t}) = \frac{1}{\bar{\beta}} \left(e^{\frac{\bar{\alpha}\bar{\beta}\bar{t}}{2+\bar{\beta}\bar{t}}[\bar{z}-\bar{z}_{mc}(\bar{t})]} - 1 \right) + \frac{2\bar{S}_m e^{-\bar{\alpha}\bar{z}_{mc}(\bar{t})}}{(2 + \bar{\beta}\bar{t})[\lambda(\bar{t}) - \lambda_1]} e^{\frac{\bar{\alpha}\bar{\beta}\bar{t}}{2+\bar{\beta}\bar{t}}\bar{z}} \times \left(e^{[\lambda(\bar{t})-\lambda_1]\bar{z}} - e^{[\lambda(\bar{t})-\lambda_1]\bar{z}_{mc}(\bar{t})} \right). \quad (22)$$

В частном случае неограниченного со временем роста содержания осадка (первая стадия) из (21), (22) вытекает известная формула для концентрации $\bar{S}(\bar{z}, \bar{t})$. Положив в них $\bar{S}_m = \bar{z}_{mc} = 0$, легко получить

$$\bar{S}(\bar{z}, \bar{t}) = \frac{2\bar{\alpha}\bar{t}}{2 + \bar{\beta}\bar{t}} e^{-\frac{2\bar{\alpha}\bar{z}}{2+\bar{\beta}\bar{t}}}. \quad (23)$$

Закономерность расширения насыщенной зоны в загрузке можно устанавливать двумя путями. Во-первых, дифференцируя (8) по T и затем заменяя T на \bar{t} , просто получить формулу для непосредственного расчета $\bar{z}_m(\bar{t})$:

$$\bar{z}_m(\bar{t}) = \bar{z}_{mc}(\bar{t}) - \frac{(\bar{\beta}\bar{S}_m - \bar{\alpha})\bar{t}}{\lambda_1(2\bar{S}_m + \bar{\beta}\bar{S}_m\bar{t} - \bar{\alpha}\bar{t})}. \quad (24)$$

Во-вторых, для любого момента времени отвечающее ему значение \bar{z}_m несложно находить, варьируя последнее до тех пор, пока правая часть уравнения (21) не станет равной \bar{S}_m . Следует заметить, что оба подхода дают очень близкие, хотя и не совпадающие величины $\bar{z}_m(\bar{t})$ вследствие приближенности процедуры построения решения соответствующей математической задачи.

Наконец, выражение для концентрации \bar{C}_2 может быть представлено в двух эквивалентных формах. Более компактная вытекает из (9) с учетом (14):

$$\bar{C}_2(\bar{z}, \bar{t}) = e^{-\bar{\alpha}[\bar{z}-\bar{z}_{mc}(\bar{t})]} [1 + \bar{\beta}\bar{y}(\bar{z}, \bar{t})]. \quad (25)$$

Развернутая форма получается после подстановки функции (22) в (25), громоздких преобразований и имеет вид

$$\bar{C}_2(\bar{z}, \bar{t}) = 2e^{-\lambda(\bar{t})[\bar{z}-\bar{z}_{mc}(\bar{t})]} - e^{-\bar{\alpha}[\bar{z}-\bar{z}_{mc}(\bar{t})]} +$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{\beta \bar{S}_m}{\bar{\alpha} - \lambda_1} \cdot \frac{2 - \beta \bar{t}}{2 + \beta \bar{t}} \left\{ e^{-\lambda_1 [\bar{z} - \bar{z}_{mc}(\bar{t})]} - e^{-\bar{\alpha} [\bar{z} - \bar{z}_{mc}(\bar{t})]} \right\} + \\
 & + \frac{\beta^2 \bar{S}_m}{\bar{\alpha}} \cdot \frac{\lambda^2(\bar{t}) \bar{t}}{\lambda(\bar{t}) - \lambda_1} e^{-\lambda_1 \bar{z}_{mc}(\bar{t})} \times \\
 & \times \left\{ \frac{e^{-\lambda_1 [\bar{z} - \bar{z}_{mc}(\bar{t})]} - e^{-\bar{\alpha} [\bar{z} - \bar{z}_{mc}(\bar{t})]}}{\bar{\alpha} - \lambda_1} - \right. \\
 & \left. - \frac{e^{-\lambda(\bar{t}) [\bar{z} - \bar{z}_{mc}(\bar{t})]} - e^{-\bar{\alpha} [\bar{z} - \bar{z}_{mc}(\bar{t})]}}{\bar{\alpha} - \lambda(\bar{t})} \right\}. \quad (26)
 \end{aligned}$$

Если состояние предельного насыщения в загрузке так и не наступает ($\bar{S}_m = \bar{z}_{mc} = 0$), то из (26) вытекает выражение для \bar{C}_2 , отвечающее первой стадии:

$$\bar{C}_2(\bar{z}, \bar{t}) = 2e^{-\lambda(\bar{t})\bar{z}} - e^{-\bar{\alpha}\bar{z}}. \quad (27)$$

Для прогноза качества фильтрата на второй и первой стадиях фильтрования в формулах (25)–(27) следует положить $\bar{z} = 1$ и тогда функция выходной концентрации $\bar{C}_e(\bar{t})$ будет равна $\bar{C}_2(1, \bar{t})$. Если теперь в полученных таким образом уравнениях принять \bar{C}_e соответствующим нормативному значению \bar{C}_{e*} , то они способны обеспечить рациональный выбор крайне важных для эксплуатации фильтров технологических параметров – времени защитного действия загрузки t_p и длительности фильтроцикла t_f .

Более равномерное распределение осадка по высоте загрузки, а также усиление проскока частиц суспензии на второй стадии фильтрования нередко обуславливают ощутимое сокращение потерь напора в загрузке и, как следствие, увеличение времени t_h достижения ими предельной величины Δh_* . Таким образом, длительность t_f при сильном насыщении загрузки осадком (с образованием зоны предельного насыщения) чаще всего определяется ее защитной способностью и поэтому равна t_p . Тем не менее, и в такой ситуации время t_f надежнее выбирать как меньшее из двух характерных времен (t_p, t_h). Для установления времени t_h прежде всего необходимо решить фильтрационный блок, который при $V = \text{const}$ описан в [13]. Ход решения опускается, а обобщенная формула для вычисления относительных потерь напора в загрузке $\Delta \bar{h}$ в произвольный момент времени имеет следующий вид:

$$\Delta \bar{h}(\bar{t}) = \frac{\bar{z}_m(\bar{t})}{\bar{k}_m} + \int_{\bar{z}_m(\bar{t})}^1 \frac{d\bar{z}}{k(\bar{S}(\bar{z}, \bar{t}))}. \quad (28)$$

Здесь $\bar{k}_m = k_m/k_0$, $\bar{k} = k/k_0$; $\bar{k}_m, \bar{k}, \bar{k}_0$ – коэффициенты фильтрации предельно, частично заи-

ленной и чистой загрузки соответственно. Зависимость $\bar{k}(\bar{S})$ во многих случаях оправдано принимать в степенной форме [14, 15]:

$$\bar{k} = [1 - (\gamma C_0 \bar{S})^{m_1}]^{m_2},$$

где m_1, m_2 – эмпирические коэффициенты, причем часто полагается $m_2 = 3$. Таким образом, минимальное значение коэффициента \bar{k} при $\bar{S}_m < \bar{\alpha}/\beta$ составит

$$\bar{k}_m = [1 - (\gamma C_0 \bar{S}_m)^{m_1}]^{m_2}, \quad (29)$$

а поскольку $\bar{k}_m > 0$, то \bar{S}_m и γC_0 должны быть связаны соотношениями

$$\bar{S}_m < (\gamma C_0)^{-1}, \quad \gamma C_0 < \bar{S}_m^{-1}.$$

Очевидно, что потери напора в загрузке достигнут максимума, когда вся ее сорбционная емкость будет исчерпана. При этом проницаемость среды будет всюду наименьшей, а потери, согласно (28), (29), станут

$$\Delta \bar{h}_{max} = [1 - (\gamma C_0 \bar{S}_m)^{m_1}]^{-m_2}. \quad (30)$$

Также из формулы (28) вытекает уравнение для определения времени \bar{t}_h :

$$\frac{\bar{z}_m(\bar{t}_h)}{\bar{k}_m} + \int_{\bar{z}_m(\bar{t}_h)}^1 \frac{d\bar{z}}{k(\bar{S}(\bar{z}, \bar{t}_h))} = \Delta \bar{h}_*. \quad (31)$$

Вычисляется оно подбором, причем предлагаются два способа. Проще привлечь выражение для $\bar{z}_m(\bar{t})$ (24) и после его подстановки в уравнение (31) варьировать \bar{t}_h до тех пор, пока оно не будет удовлетворено. Второй способ более надежный и трудоемкий. В этом случае приходится искать сразу пару подходящих значений $\bar{t}_h, \bar{z}_{mh} = \bar{z}_m(\bar{t}_h)$, решая совместно, по существу, систему уравнений (21), (31).

Обстоятельный количественный анализ был проведен в первую очередь с целью иллюстрации разработанной методики расчета фильтрования суспензий в условиях предельного насыщения части загрузки осадком. Особое внимание уделялось вопросу значимости указанного эффекта для работоспособности фильтра. Так как концентрация осажденных частиц суспензии в принятой математической модели ограничивалась постоянной \bar{S}_m (считалась меньше равновесной динамической емкости $\bar{\alpha}/\beta$), то акцент был сделан на изучении влияния на важнейшие физико-химические и технологические характеристики именно этой константы. В многочисленных примерах она изменя-

лась дискретно или непрерывно в весьма широком диапазоне. Значения других модельных параметров за исключением отдельных случаев, которые будут оговорены, зафиксированы, а именно, $\bar{\alpha} = 8$, $\bar{\beta} = 0.005$, $\gamma C_0 = 0.0005$. Предметом расчетов стали только относительные величины, в частности, такие ключевые характеристики фильтрования как выходная концентрация взвеси \bar{C}_e , профиль концентрации отложившихся в порах загрузки частиц суспензии $\bar{S}_2(\bar{z})$, глубина фронта насыщения \bar{z}_m . Вместе с тем, выполнен большой объем вычислений основных технологических параметров – времени \bar{t}_p защитного действия загрузки и момента \bar{t}_h достижения потерями напора в загрузке максимально допустимого значения. Для этого привлекались два критерия, соблюдение которых гарантирует необходимые качество фильтра и производительность фильтра:

$$\bar{C}_e \leq \bar{C}_{e*} = 0.1, \quad \Delta \bar{h} \leq \Delta \bar{h}_* = 5. \quad (32)$$

Вторая стадия фильтрования начинается в момент \bar{t}_1 предельного насыщения осадком фильтрующего материала во входном сечении, который, согласно (1), (2), зависит от $\bar{\alpha}$, $\bar{\beta}$, а также \bar{S}_m . При выбранных значениях $\bar{\alpha}$, $\bar{\beta}$ значение \bar{t}_1 равно 133.3 ($\bar{S}_m = 800$), 181.8 ($\bar{S}_m = 1000$), 285.7 ($\bar{S}_m = 1200$) и неограниченно растет, если \bar{S}_m формально приближать к $\bar{\alpha}/\bar{\beta} = 1600$. Расширение зоны предельного насыщения при тех же значениях \bar{S}_m описывается кривыми, представленными на рис. 1. Вычислялась глубина \bar{z}_m , главным образом, подбором с использованием уравнения (21), в котором \bar{S}_2 полагалось равным \bar{S}_m (кривые 1, 3 и 4). Кроме того, при $\bar{S}_m = 1000$ также была вычислена кривая $\bar{z}_m(\bar{t})$ и по формуле (24). При $\bar{t} \leq 200$ оба подхода дают очень близкие результаты и только в дальнейшем, когда уже весьма существенная часть загрузки (более 20% общего ее объема) не принимает участия в осветлении суспензии, соответствующие кривые 2, 3 начинают серьезно расходиться. Очевидно, что сокращение сорбционной емкости загрузки ускоряет наступление и развитие предельно насыщенного состояния в ней, что, в свою очередь, обуславливает ухудшение качества фильтрата. Степень подобного ухудшения при разных значениях \bar{S}_m демонстрирует рис. 2, на котором представлены данные расчетов возрастающей в течение расчетного периода концентрации \bar{C}_e до 0.12, т.е. концентрация взвеси в суспензии снизится на порядок. Роль эталонной здесь играет кривая 4, отвечающая ситуации $\bar{S}_m \leq \bar{\alpha}/\bar{\beta}$ (имеет место исключительно первая стадия фильтрования). От нее отходят кривые (точка ответвления $\bar{t} = \bar{t}_1 = 233$, $\bar{C}_e = 0.012$),

2 (283, 0.018), 3 (520, 0.06). С уменьшением в примерах \bar{S}_m количество взвеси на выходе из фильтра быстро нарастает и уже при $\bar{S}_m = 0.5\bar{\alpha}/\bar{\beta}$ значения \bar{C}_e , рассчитанные по формулам для первой и второй стадий, отличаются более чем вдвое.

Благодаря ограничению в исходной модели поглотительной способности материала загрузки $\bar{S}_m < \bar{\alpha}/\bar{\beta}$ осадок по высоте будет распределяться заметно равномернее. Это наглядно подтверждает рис. 3, на котором изображены профили концентрации осажденных частиц в один и тот же момент времени ($\bar{t} = 400$ с начала фильтроцикла), но при $\bar{S}_m = 800, 1000$ и при $\bar{S}_m \geq \bar{\alpha}/\bar{\beta}$ (эталон). Как видно, избыточный осадок, к данному моменту почти полностью забивший на первой стадии поры загрузки вблизи входа в нее, на второй стадии главным образом перераспределится в нижней части, а его остаток окажется в фильтрате. Подобный характер формирования осадка благоприятно сказывается на пропускной способности слоя загрузки и обуславливает существенное снижение его гидравлического сопротивления. Показательным в этом отношении является рис. 4, на котором приведены кривые роста потерь напора в загрузке со временем для тех же значений \bar{S}_m , что и в предыдущей серии примеров. Вследствие накопления значительного осадка вверху загрузки указанные потери очень быстро нарастают, что должно было бы стать причиной раннего вывода фильтра из эксплуатации. Однако пониженный сорбционный ресурс среды способствует резкому замедлению прироста потерь напора и, как следствие, кривые 2, 3 оказываются намного более пологими, чем кривая 1.

По существу, предварительный вывод о важности аккуратного учета осветлительного ресурса загрузки при анализе продолжительного разделения в ней суспензии, следующий уже из изложенных выше данных, убедительно подтверждается последующими расчетами основных технологических параметров – характерных времен \bar{t}_p , \bar{t}_h , вместе определяющих длительность продуктивной работы фильтра. Большой интерес при пониженном ресурсе вызывает защитное действие слоя загрузки из-за возможного ощутимого увеличения содержания взвеси в фильтрате по мере гипотетического уменьшения емкостного параметра \bar{S}_m (рис. 2). На рис. 5 изображены кривые, отражающие связь времени \bar{t}_p с адгезионными свойствами фильтрующего материала (коэффициент $\bar{\alpha}$) при его разной предельной насыщенности (\bar{S}_m). Графики построены для трех значений коэффициента ε , характеризующего долю динамической емкости, которая приходится на \bar{S}_m ($\bar{S}_m = \varepsilon\bar{\alpha}/\bar{\beta}$). Базовой

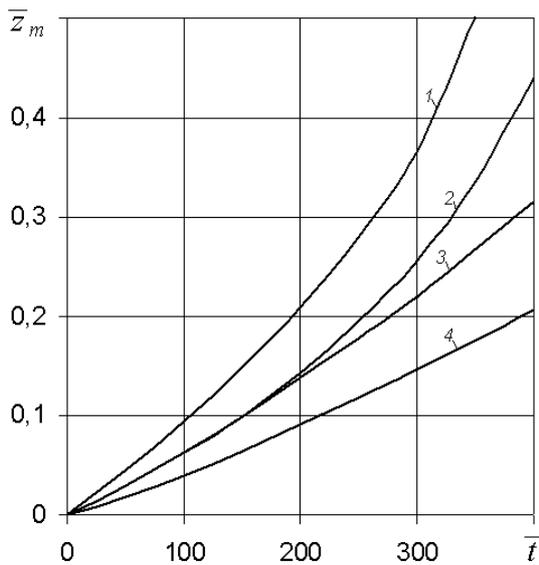


Рис. 1. Перемещение границы насыщенной осадком зоны во времени:
 1 – $\bar{S}_m = 800$, 2–3 – $\bar{S}_m = 1000$, 4 – $\bar{S}_m = 1200$;
 1, 3, 4 – по уравнению (21), 2 – по форм. (24)

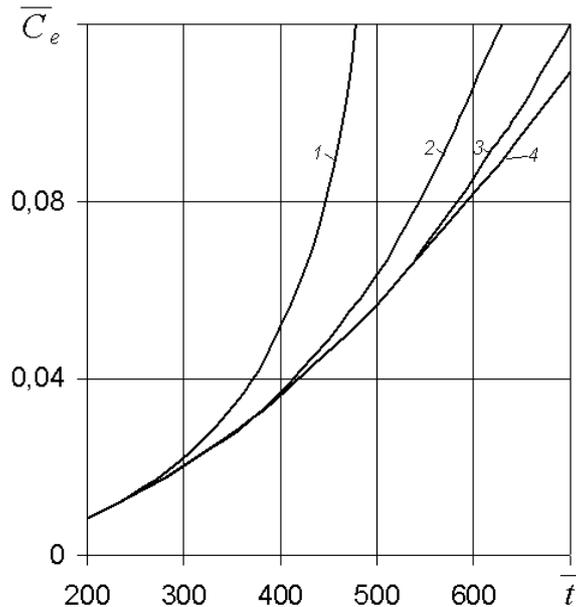


Рис. 2. Изменение относительной объемной выходной концентрации взвеси во времени:
 1 – $\bar{S}_m = 800$, 2 – $\bar{S}_m = 1000$, 3 – $\bar{S}_m = 1200$,
 4 – $\bar{S}_m = 1600$

для оценки значимости эффекта предельного насыщения здесь является кривая 1. Как видно из рис. 5, более-менее существенные отличия в значениях \bar{t}_p при $\varepsilon \geq 1$ и $\varepsilon < 1$ появляются только при $\varepsilon < 0.75$, однако, и при $\varepsilon = 0.6$ они незначительные. Заметно сильнее (рис. 6) указанный эффект сказывается на гидравлике действующей загрузки. Здесь показаны кривые зависимости времени \bar{t}_h от комплексного параметра-концентрации γC_0 , изменяющегося в весьма широком для доочистки мутных вод диапазоне. О важности рассматриваемого эффекта для пропускной способности загрузки легко судить, сопоставляя кривые 2 – 4 (разные \bar{S}_m) с эталонной кривой 1 ($\bar{S}_m \geq \bar{\alpha}/\bar{\beta}$). При больших значениях $\gamma C_0 (> 0.001)$ эффект проявляется лишь при низкой удерживающей способности загрузки $\varepsilon < 0.5$. Объясняется отмеченный факт тем, что потери напора в таких случаях достигают величины Δh_* до окончания первой стадии. Однако с уменьшением ε в осветлительный процесс все активнее вовлекается нижняя часть загрузки, где теперь также будет осаждаться значимое количество взвеси. Вследствие этого время \bar{t}_h растет быстрее, чем в отсутствии предельного насыщения среды. Кстати, кривые 2 – 4 в отличие от 1 ограничены слева. В граничных точках они достигают максимальных значений $t_{h,max}$ при минимальных γC_0 , вычисляемых по формуле

$$(\gamma C_0)_{min} = \frac{1}{\bar{S}_m} \left[1 - (\Delta \bar{h}_*)^{-\frac{1}{m_2}} \right]^{\frac{1}{m_1}}. \quad (33)$$

Так, при $\bar{S}_m = 1200, 1000, 800$ они составили $3.46, 4.15, 5.19 \cdot 10^{-4}$. Отвечающие им значения $\bar{t}_{h,max}$ находятся из уравнения (21) в виде $\bar{S}_2(1, \bar{t}_{h,max}) = \bar{S}_m$ и равны 1396, 839 и 530 соответственно. Очевидно, что при $\gamma C_0 < (\gamma C_0)_{min}$, как и при $\bar{S}_m < \bar{S}_{min}$, где

$$\bar{S}_{min} = \frac{1}{\gamma C_0} \left[1 - (\Delta \bar{h}_*)^{-\frac{1}{m_2}} \right]^{\frac{1}{m_1}}, \quad (34)$$

гидравлический (второй) критерий оказывается лишним и время прекращения фильтрования следует устанавливать только исходя из качества фильтрата, т. е. $\bar{t}_f = \bar{t}_p$.

Окончательно же оценить важность учета эффекта предельного насыщения для прогноза работы фильтра позволяют рис. 7 и 8, демонстрирующие в графической форме рост погрешностей в расчетах вышеупомянутых технологических параметров с помощью формул для первой стадии, вследствие ухудшения сорбционных свойств загрузки. На рис. 7 приведены кривые зависимости отношения \bar{t}_p/\bar{t}_{p1} от параметра ε , где \bar{t}_{p1} – время защитного действия загрузки, фактическая сорбционная

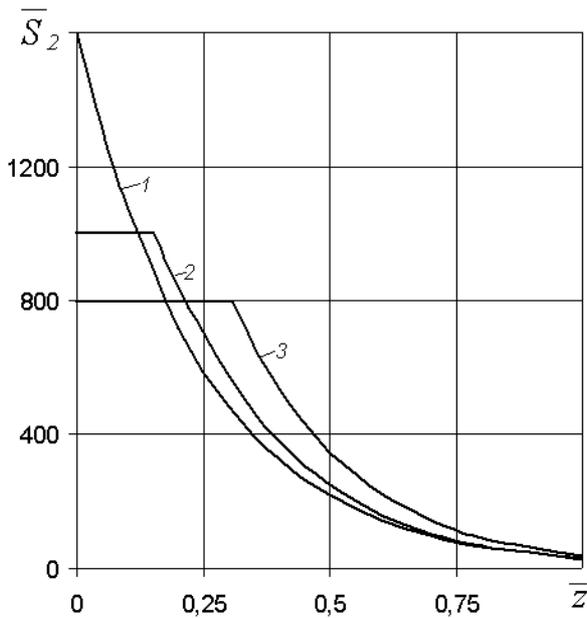


Рис. 3. Профили относительной объемной концентрации осажденных частиц суспензии: 1 – $\bar{S}_m = 1600$, 2 – $\bar{S}_m = 1000$, 3 – $\bar{S}_m = 800$

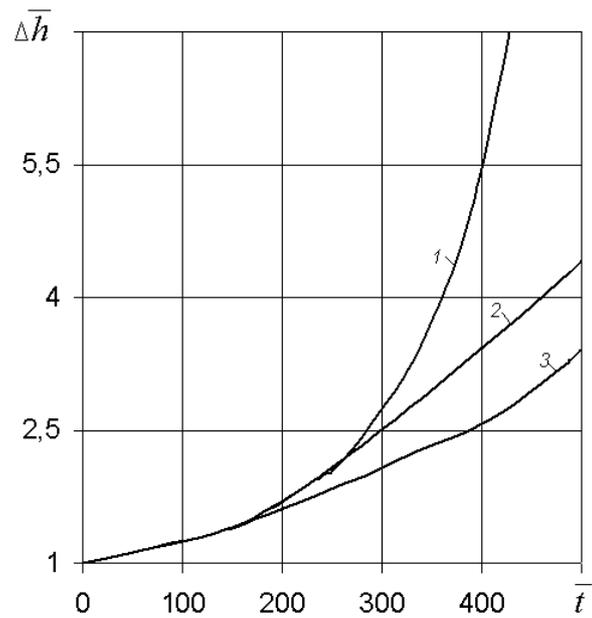


Рис. 4. Рост относительных потерь напора в загрузке: 1 – $\bar{S}_m = 1600$, 2 – $\bar{S}_m = 1200$, 3 – $\bar{S}_m = 800$

емкость которой равна динамической. Очевидно, что учитывать образование и развитие зоны предельного насыщения в расчетах процесса осветления суспензии, при обосновании технологических и конструктивных параметров для $\varepsilon > 0.8$ нецелесообразно и, наоборот, необходимо для $\varepsilon \leq 0.6$ и $\bar{\alpha} \geq 8$.

Еще сильнее варьирование сорбционной емкостью отражается на втором критериальном времени, о чем наряду с рис.6 наглядно свидетельствует рис. 8. Представленные на нем кривые описывают зависимость отношения \bar{t}_h/\bar{t}_{h1} от параметра \bar{S}_m (в долях от динамической емкости) при разных значениях γC_0 , где \bar{t}_{h1} – время \bar{t}_h для первой стадии ($\bar{S}_m \geq \bar{\alpha}/\bar{\beta}$). Их сложный вид объясняется спецификой принятой математической модели. По мере сокращения в примерах вышеупомянутой емкости расчетная величина за счет усиленных осадения взвеси в нижней части загрузки и ее выноса сначала растет. Однако в дальнейшем из-за увеличения концентрации \bar{C} и различия между \bar{S}_m и $\bar{\alpha}/\bar{\beta}$ процесс удаления взвеси в объеме фильтра интенсифицируется. В результате проскок частиц суспензии заметно ослабевает и время \bar{t}_h начинает уменьшаться. Таким образом, при любом γC_0 существует определенное значение \bar{S}_m , при котором \bar{t}_h достигает максимума. Вследствие дополнительного ограничения сорбционной способности

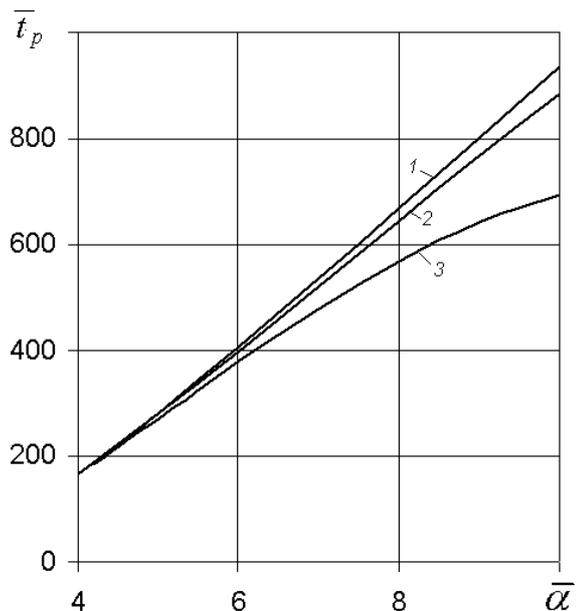


Рис. 5. Графики зависимости $\bar{t}_p(\bar{\alpha})$: 1 – $\bar{S}_m \geq \bar{\alpha}/\bar{\beta}$, 2 – $\varepsilon = 0.75$, 3 – $\varepsilon = 0.6$

материала загрузки, в течение всего периода ее действия вплоть до момента полного исчерпания поглотительного ресурса скорость практического удаления взвеси в отличие от ситуации, когда аккумуляция осадка контролируется только процессами адгезии и отрыва примеси, не будет стре-

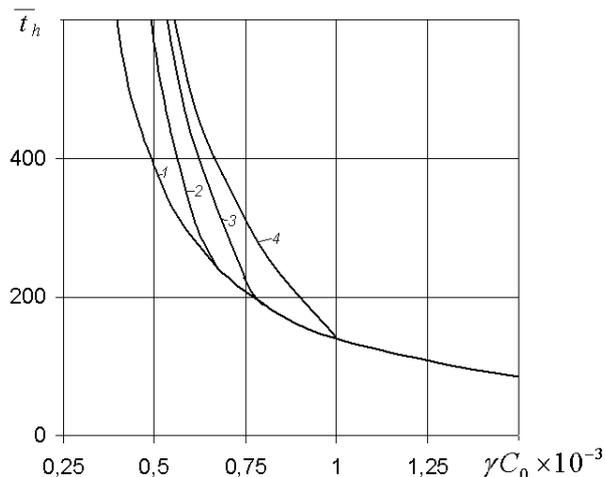


Рис. 6. Графики зависимости $\bar{t}_h(\gamma C_0)$:
 1 – $\bar{S}_m = 1600$, 2 – $\bar{S}_m = 1200$, 3 – $\bar{S}_m = 1000$,
 4 – $\bar{S}_m = 800$

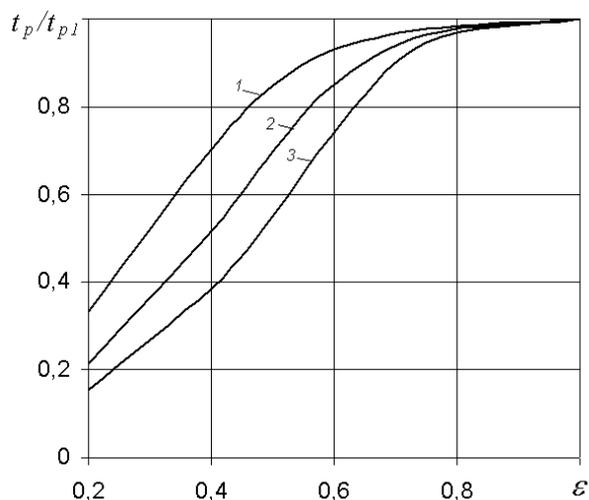


Рис. 7. Графики зависимости $\bar{t}_p/\bar{t}_{p1}(\varepsilon)$:
 1 – $\bar{\alpha} = 6$, 2 – $\bar{\alpha} = 8$, 3 – $\bar{\alpha} = 10$

миться к нулю. Поэтому и предельное насыщение всего слоя загрузки произойдет в некоторый конечный момент времени, а не будет продолжаться сколь угодно долго, как в случае первой стадии и динамической емкости. Отмеченная особенность на рис. 8 выражается в том, что расчетные кривые по аналогии с кривыми на рис. 6 ограничены слева. Отвечающее им значение \bar{S}_{min} вычисляется по формуле (34) и, например, при $\gamma C_0 = 0.0005$, $\Delta \bar{h}_* = 5$ получены $\bar{S}_{min} = 830.33$, $\varepsilon_{min} = 0.519$. При этом $\bar{t}_h = 568.4$ и $\bar{t}_h/\bar{t}_{h1} = 1.455$. Следует, однако, заметить, что выделенные особенности поведения кривых наблюдаются в самом конце

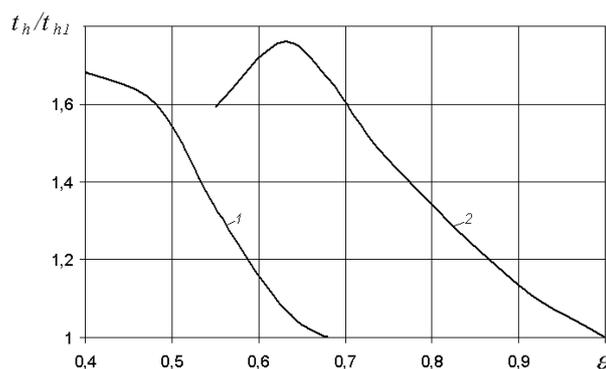


Рис. 8. Графики зависимости $t_h/t_{h1}(\bar{\varepsilon})$:
 1 – $\gamma C_0 = 7.5 \cdot 10^{-4}$, 2 – $\gamma C_0 = 5 \cdot 10^{-4}$

действия загрузки, когда взвесь будет интенсивно выноситься и поэтому практического значения не имеют. Вообще время \bar{t}_h существенно зависит от исходной концентрации дисперсного загрязнения. При больших ее содержании и сорбционной емкости (\bar{S}_m) время окончания первой стадии может превосходить время t_h и тогда эффект предельного насыщения фильтрующего материала никак не повлияет на отношение t_h/t_{h1} . Проявится же такое влияние уже при $t_h > t_1$. Поэтому кривые на рис. 8 начинаются при значениях ε , \bar{S}_m , соответствующих случаю $t_h = t_1$. Следовательно, искомое значение \bar{S}_m находится из условия $\bar{t}_h(\bar{S}_m) = \bar{t}_1(\bar{S}_m)$ и, например, при $\gamma C_0 = 0.0005$ составляет 830.3, а при $\gamma C_0 = 0.00075$ уже равно 533.6. Сопоставляя же рис. 7 и 8, можно сделать вывод о большей чувствительности времени t_h (в сравнении с t_p) к ограничению поглотительной способности слоя загрузки. Поэтому чаще всего для своевременного принятия решения об остановке фильтрования оператору фильтровального сооружения достаточно отслеживать изменение выходной концентрации взвеси, используя формулы (25), (26).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Многочисленные экспериментальные данные, полученные в лабораторных и промышленных условиях, указывают на достижение в зернистых загрузках традиционных затопленных фильтров при длительном осветлении слабоконцентрированных суспензий особого, насыщенного состояния, при котором в порах откладывается максимально возможное количество взвешенных частиц. Подобное состояние сначала наступает в некоторый промежуточный момент времени во входном сечении загрузки, а затем формируется и со вре-

менем расширяется насыщенная зона. Для теоретического исследования второго этапа разделения суспензии сформулирована математическая задача с неизвестной подвижной границей и построено ее приближенное решение. Обоснование процедуры получения такого решения выполнено ранее для аналогичной задачи. Выведенные таким образом сравнительно простые формулы для прогноза важнейших физико-химических и гидравлических характеристик, расчета технологических параметров послужили инструментом, позволяющим всесторонне оценивать значимость эффекта предельного насыщения для продуктивной работы фильтра. Проведенный обстоятельный количественный анализ прежде всего показал существенность влияния сорбционной емкости фильтрующего материала на качество фильтрата и защитную способность загрузки. Вместе с тем из-за пассивности ее верхнего насыщенного участка активнее участвует в водоочистке нижний участок, что приводит к более равномерному распределению осадка в подъеме фильтра, а в итоге часто к ощутимому замедлению прироста потерь напора в нем. При относительно малой сорбционной емкости загрузки даже максимально возможные (при предельном насыщении всего слоя) потери могут оказаться меньше допускаемых нормативами и тогда нет необходимости в привлечении гидравлического критерия, а длительность фильтроцикла определяется временем защитного действия загрузки \bar{t}_p . Последнее слабо зависит от вышеупомянутой емкости, если она оказывается близкой к динамической. В противном случае возможно существенное сокращение указанного времени и длительности фильтроцикла. В будущем целесообразно провести углубленные исследования рассмотренного выше явления, организовав специальные опыты, а при математическом моделировании привлечь численные методы.

1. Журба М.Г. Очистка воды на зернистых фильтрах. – Львов: Вища школа, 1980. – 200 с.

2. Носков М.Д., Зайцева М.С., Истомин А.Д., Лукашевич О.Д. Математическое моделирование работы скорых фильтров // Вестник ТГАСУ. – 2008. – N 2. – С. 126–136.
3. Тугай А.М., Олійник О.Я., Тугай Я.А. Продуктивність водозабірних свердловин в умовах кольматажу. – Харків: ХНАМГ, 2004. – 240 с.
4. Шевчук О.А. Розрахунки гідравлічних показників в роботі багатоступеневих зернистих фільтрів // Вісник КНУТД. – 2005. – N 5(25). – С. 147–150.
5. Ives K.J. Rapid filtration // Water Res. – 1970. – 4, № 3. – P. 201–223.
6. Веницианов Е.В., Рубинштейн Р.Н. Динамика сорбции из жидких сред. – М.: Наука, 1983. – 237 с.
7. Олійник О.Я., Калугін Ю.І. Деякі результати теоретичних досліджень процесів масообміну в пористих середовищах // Проблеми водопостачання, водовідведення та гідравліки. – 2005. – Вип.5. – С. 100–112.
8. Поляков В.Л. Инженерный расчет фильтрования суспензии через двухслойную загрузку при линейной кинетике массообмена // Химия и технология воды. – 2011. – 33, № 4. – С. 367–380.
9. McDowell L.M., Hunt J.R., Sitar N. Particle transport through porous media // Water Resour. Res. – 1986. – 22, № 13. – P. 1901–1921.
10. Saiers J.E., Hornberger G.M. First - and second-order kinetics approaches for modeling the transport of colloidal particles in porous media // Water Resour. Res. – 1994. – 30, № 9. – P. 2499–2506.
11. Поляков В.Л. О прогнозе динамики потерь напора в загрузке фильтра // Доп.НАН України. – 2010. – N 3. – С. 70–76.
12. Грабовский П.А., Гуринич Н.А. Фильтрование воды через зернистый слой с убывающей во времени скоростью // Вода и экология. Проблемы и решения. – Санкт-Петербург. – 2008. – 37. – С. 3–11.
13. Минц Д.М. Теоретические основы технологии очистки воды. – М.: Стройиздат, 1964. – 156 с.
14. Поляков В.Л. Теоретический анализ длительности фильтроцикла // Химия и технология воды. – 2009. – 31, № 6. – С. 605–618.
15. Минц Д.М., Мельцер В.З. Гидравлическое сопротивление зернистой пористой среды в процессе кольматажа // ДАН СССР. – 1970. – Т.192, № 2. – С. 304–306.
16. Синявин М.М., Веницианов Е.В., Аюкаев Р.И. О математических моделях и инженерных методах расчета процесса очистки природных вод фильтрованием // Водные ресурсы. – 1977. – N 2. – С. 157–170.