

УДК 532.517

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗВИТИЯ ВИХРЕЙ ТЕЙЛОРА–ГЕРТЛЕРА В НЕСТАЦИОНАРНОМ ТЕЧЕНИИ КУЭТТА.

2. РАЗЛИЧНЫЕ ПАРАМЕТРЫ ВВОДА ВОЗМУЩЕНИЙ

Н. С. ГОРОДЕЦКАЯ, В. И. НИКИШОВ, Л. В. ТКАЧЕНКО

Институт гидромеханики НАН Украины, Киев

Получено 17.12.2011

Рассматривается численное моделирование развития регулярных вихревых возмущений в пограничном слое, который формируется на внутренней поверхности внешнего цилиндра после его остановки в круговом течении Куэтта между двумя вращающимися цилиндрами. Основное внимание уделяется исследованию влияния расположения места генерации и времени ввода возмущений в поток на характер развития продольных вихрей, в частности на рост энергии, протяженность линейной стадии развития. Исследуется также развитие вихревых структур разной длины волны. Проведен анализ влияния времени ввода возмущений в поток на скорость их нарастания. Показано, что энергия возмущений, вносимых в область вне пограничного слоя, начинает нарастать с существенным запаздыванием по сравнению со случаем, когда возмущения вносятся внутрь пограничного слоя. Продемонстрировано, что скорость роста возмущений существенно зависит от длины волны, причем найденное значение волнового параметра хорошо соответствует результатам, полученным другими авторами. Показано, что наибольшие отличия в нарастании возмущений с различными длинами волн наблюдаются в случаях, когда они вносятся в область вне пограничного слоя.

Розглядається чисельне моделювання розвитку регулярних збурень завихореності у прилежовому шарі над зовнішнім циліндром після його зупинки в круговій течії Куєтта між двома циліндрами, що обертаються. Основна увага приділяється дослідженню впливу розташування місця генерації і часу введення збурень у потік на характер розвитку поздовжніх вихорів, зокрема на зростання енергії, протяжність лінійної стадії розвитку. Досліджено також розвиток штучних вихрових структур різної довжини хвилі. Проведено аналіз впливу часу введення збурень в потік на швидкість їхнього наростання. Показано, що енергія збурень, що вносяться в область поза прилежовим шаром, починає зростати з істотним запізненням порівняно з випадком, коли збурення вносяться всередину прилежового шару. Продемонстровано, що швидкість зростання збурень суттєво залежить від довжини хвилі, і отримане значення хвильового параметра добре узгоджується з результатами, що отримані іншими авторами. Показано, що найбільші відмінності в зростанні збурень з різними довжинами хвиль спостерігаються у випадках, коли вони вносяться в область поза прилежового шару.

The results of numerical simulation of a regular perturbation vorticity development in a boundary layer over a concave surface are presented. The boundary layer is formed over the inner surface of the external cylinder after its stop in a circular Couette flow between two rotating cylinders. It is shown that a noticeable drop of the energy of regular vortical perturbations introducing in flow occurs at initial time. The shape of the perturbations was close to Görtler's longitudinal vortices. The drop is connected with the adaptation of vortices to the peculiarities of the flow. The greater is the initial perturbations energy, the greater it is the drop of disturbances energy. In time, the vortical disturbances develop and their energy increases, and nonlinear effects become important. The influence of nonlinear effects appears earlier for perturbations with greater energy. This influence causes a deviation of the growth energy curves from the exponential law.

ВВЕДЕНИЕ

Как показали результаты численного моделирования, приведенные в статье [1], развитие возмущений, внесенных в поток, зависит от их начальной энергии. С течением времени энергия возмущений растет и в дальнейшем развитии возмущений существенную роль начинают играть нелинейные эффекты. Влияние последних приводит к отклонению кривых роста энергии от экспоненциального закона.

Кроме того, обнаружено, что даже при введении в поток регулярных вихревых возмущений, которые представляют собой систему продольных вихрей типа вихрей Гертлера, вначале наблюдается заметное падение энергии вихревых возмущений,

связанное с их приспособлением к особенностям потока. Продолжительность начальной стадии зависит от соотношения между расстоянием от места ввода возмущений до стенки и толщиной пограничного слоя.

В данной работе, которая является продолжением работы [1], основное внимание уделяется исследованиям влияния расположения места генерации и времени ввода возмущений в поток на характер развития продольных вихрей, в частности на рост энергии, протяженность линейной стадии развития. Кроме того, рассматривается развитие искусственных вихревых структур разной длины волны, инжектируемых в поток с целью изучить процессы развития возмущений с разными длинами волн и выяснить влияние длины волны на рост энергии возмущений.

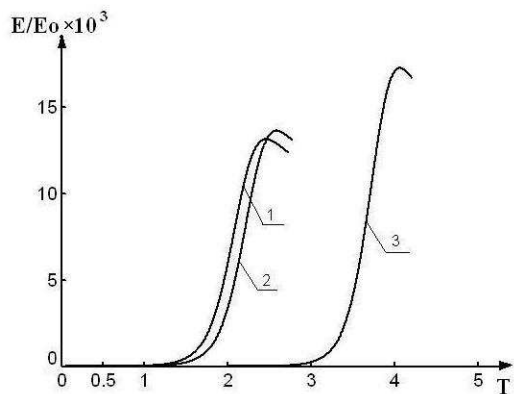


Рис. 1. Изменение энергии возмущений во времени для различных моментов их ввода в поток. Кривая 1 соответствует моменту времени $T_m = 0.01$, кривая 2 – $T_m = 0.5$, кривая 3 – $T_m = 2$

1. ВЛИЯНИЕ МОМЕНТА ВВОДА ВОЗМУЩЕНИЙ

Как отмечено ранее [1], возмущения вводились в поток после остановки внешнего цилиндра, когда на его внутренней поверхности уже развился пограничный слой. С течением времени происходит рост толщины пограничного слоя во времени. Представляет интерес изучить влияние времени ввода возмущений на характер роста их энергии. С этой целью был проведен анализ развития возмущений при различных временах ввода, но при постоянной начальной энергии. Расположение цилиндрической поверхности ввода возмущений оставалось в расчетах неизменным: $r_d = 0.994$. Энергия вносимых возмущений была одной и той же: $k = -1$. Таким образом, расстояние от места ввода возмущений до стенки было неизменным, постоянной была энергия возмущений, но изменялось время ввода возмущений. Другими словами, при неизменной величине $r_d = 0.994$ толщина пограничного слоя в момент ввода возмущений менялась, т.е. степень его развития (в данном случае его толщина) в момент ввода возмущений была различной.

Отметим, что частично вопросы влияния времени ввода возмущений на характер роста энергии рассмотрены в [1], где основное внимание было уделено влиянию начальной энергии. В данном подразделе начальная энергия возмущений неизменна. На рис. 1 представлены результаты расчета изменения энергии возмущений во времени для случаев, когда возмущения вводятся в поток в разные моменты времени.

Толщины потери импульса, отвечающие временам ввода возмущений $T_m = 0.01$, $T_m = 0.5$ и $T_m = 2$, представлены в [1, табл. 1]. Полагая, что соотношение между толщиной пограничного слоя δ и толщиной потери импульса θ такое же, как для профиля Блазиуса, т. е. $\delta/\theta = 7.5$ [2], можно оценить соответствующие толщины пограничных слоев. Отсюда следует, что в момент времени $T_m = 2$ толщина пограничного слоя существенно превышает расстояние от цилиндрической поверхности, на которой располагалось место ввода возмущений, до границы, $\delta \gg \Delta = 1 - r_d$, т. е. возмущения вводились внутрь пограничного слоя и его верхняя граница располагалась на достаточно большом расстоянии от места ввода возмущений. В то же время, оценка показывает, что толщины пограничного слоя при $T_m = 0.01$ и $T_m = 0.5$ составляют $\delta = 0.005$ и $\delta = 0.04$ соответственно. Отсюда следует, что при $T_m = 0.01$ место ввода возмущений (центры вихревых возмущений) расположено выше верхней границы пограничного слоя; при $T_m = 0.5$ возмущения вводились приблизительно на уровне толщины потери импульса и заметно ближе к поверхности, чем располагалась верхняя граница пограничного слоя, т. е. $\delta > \Delta$.

Из рис. 1 видно, что скорости нарастания энергии (угол наклона кривых) практически совпадают во всех случаях. Действительно, как показали расчеты, величина $\beta = 5.8$ для кривой 1, $\beta = 5.9$ для кривой 2 и $\beta = 5.7$ для кривой 3. Максимальная энергия возмущений, как и следовало ожидать, достигается в случае $T_m = 2$ значительно позже по сравнению с другими случаями. Однако сама эта величина существенно больше, чем в случаях $T_m = 0.01$ и $T_m = 0.5$. Как отмечалось выше, значение этого максимума, который характеризует отклонение от линейной теории, обусловлено влиянием нелинейных эффектов взаимодействия возмущений между собой и потоком жидкости. Отсюда можно сделать вывод о том, что нелинейные эффекты взаимодействия возмущений с потоком начинают проявляться при значительно большей энергии возмущений в случае, когда возмущения вносятся в поток позже и пограничный слой является более развитым.

2. ВЛИЯНИЕ МЕСТОПОЛОЖЕНИЯ ВВОДА ВОЗМУЩЕНИЙ

Из анализа результатов расчетов развития возмущений в случае изменения времени их ввода в поток следует, что одним из важных факторов, влияющих на характер развития возмущений, яв-

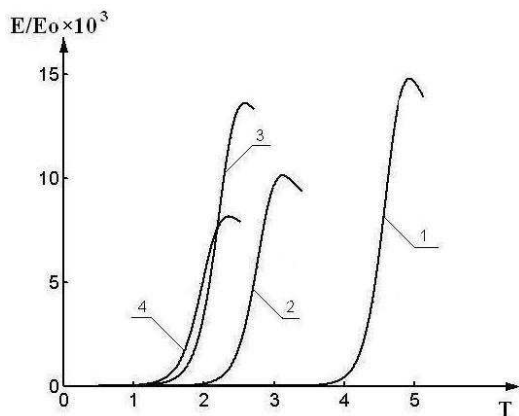


Рис. 2. Изменение энергии возмущений во времени для различных положений их ввода в поток. Кривая 1 соответствует $r_d = 0.9$, кривая 2 — $r_d = 0.95$, кривая 3 — $r_d = 0.98$, кривая 4 — $r_d = 0.994$

ляется отношение между толщиной пограничного слоя и расстоянием места ввода от стенки цилиндра. Для изучения характера изменения параметров возмущений в зависимости от радиуса r_d цилиндрической поверхности, на которой вводились возмущения, были проведены расчеты изменения энергии возмущений во времени для различных значений r_d . В частности, рассмотрены случаи, когда радиусы цилиндрической поверхности, на которую вносились возмущения, были равны 0.9; 0.95; 0.98; 0.994, и расстояния от этой поверхности до стенки цилиндра, $\Delta = 1 - r_d$, соответственно составляли 0.1; 0.05; 0.02; 0.006. На рис. 2 представлены результаты расчета энергии возмущений в зависимости от времени для различных значений r_d . Во всех случаях возмущения вносились в поток в момент времени $T_m = 0.5$, начальная энергия возмущений была одной и той же ($k = -1$). Толщина потери импульса, как следует из расчетов, была в этот момент $\theta = 0.0053$ и, соответственно, толщина пограничного слоя составляла $\delta = 0.04$. Отсюда следует, что возмущения, которые вносились при $r_d = 0.9$ и $r_d = 0.95$, соответствующие кривым 1 и 2 на рис. 2, находились в области, расположенной выше верхней границы пограничного слоя, в то время как возмущения, соответствующие $r_d = 0.98$ и $r_d = 0.994$, вносились в поток в зону, находящуюся внутри пограничного слоя.

Отметим сразу, что имеются отличия в степенях роста энергии возмущений. Так, для кривой 1 — $\beta = 6.1$, для кривой 2 — $\beta = 5.84$, для кривой 3 — $\beta = 5.5$ и для кривой 4 — $\beta = 4.5$. Видно, что величины β мало отличаются друг от друга в случаях, когда возмущения вводятся на некотором

расстоянии от стенки (кривые 1, 2 и отчасти кривая 3). Энергия возмущений, вносимых в область вне пограничного слоя, начинает нарастать с существенным запаздыванием по сравнению со случаем, когда возмущения вносятся внутрь пограничного слоя. Можно видеть, что чем больше расстояние от места ввода возмущений до верхней границы пограничного слоя (кривые 1 и 2), тем с большим запаздыванием происходит нарастание энергии возмущений. Это связано с тем, что вначале вихри находятся вне области сдвига течения, т. е. где течение является устойчивым и энергия вихрей может только затухать. По мере развития пограничного слоя они попадают (хотя и ослабленные) в сдвиговую область, начинается процесс взаимодействия вихрей с потоком и наблюдается рост их энергии, затем энергия вихрей нарастает практически с той же скоростью, что и других возмущений.

Анализ показывает, что влияние нелинейных эффектов проявляется для возмущений, вносимых на больших расстояниях от границы пограничного слоя, позже (кривая 1), поскольку замедляется рост их энергии. Но значение энергии возмущений, когда происходит отклонение от линейного роста, существенно возрастает. Это обусловлено тем, что пограничный слой становится более развитым, и для того, чтобы возмущения могли нелинейным образом с ним взаимодействовать, их энергия должна быть достаточно большой. До этого момента можно наблюдать линейный рост энергии возмущений.

Что касается возмущений, которые вносятся внутрь пограничного слоя, то видно (кривые 3 и 4), что после начальной стадии их приспособления к потоку происходит рост их энергии. Важно отметить, что рост энергии возмущений, которые внесены ближе к твердой стенке (кривая 4), где сдвиг скорости более значительный, начинается раньше, по сравнению с возмущениями, которые внесены на большем расстоянии от стенки (кривая 3), хотя коэффициент нарастания их немного меньше. В результате их энергия становится достаточно большой при меньших временах развития, и проявление нелинейных эффектов происходит, соответственно, раньше.

3. ВЛИЯНИЕ ДЛИНЫ ВОЛНЫ

Особый интерес представляет изучение вихревых структур разной длины волны. При использовании локально-параллельного подхода (метода нормальных мод) решение задачи об устойчиво-

сти течения вдоль вогнутой поверхности относительно трехмерных возмущений сводится к нахождению собственных значений системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Параметрами в данной задаче служат число Гертлера $G = \frac{U_0 \theta}{\nu} \left(\frac{\theta}{R} \right)^{\frac{1}{2}}$, длина волны возмущений λ (пространственный период в трансверсальном направлении) и коэффициент нарастания интенсивности возмущений β . Задавая два из них, третий параметр, обычно β , находится путем решения задачи на собственные значения. В результате можно построить диаграмму устойчивости течения [3]. Следует отметить, что, как правило, рассматривают первую (основную) моду системы, которая характеризуется формированием слоя противоположно вращающихся продольных вихрей, и обладает наименьшей устойчивостью. Следующие два собственных значения отвечают второй и третьей модам, которые характеризуются двумя и тремя слоями вихрей и являются более устойчивыми по сравнению с основной модой [4].

Как правило, для удобства анализа теоретических и экспериментальных результатов относительно поведения продольных вихрей с заданной длиной волны вводится волновой параметр $\Lambda = \frac{U_0 \lambda}{\nu} \left(\frac{\lambda}{R} \right)^{\frac{1}{2}}$, величина которого остается постоянной по мере развития возмущений вниз по потоку. Интерес к определению длины волны наиболее быстро растущих возмущений объясняется тем, что такая информация может быть использована для улучшения работы систем управления потоком жидкости, в которых применяется искусственная генерация продольных вихрей.

Одним из первых исследований, посвященных изучению механизма селекции возмущений, которые развиваются в пограничном слое, является работа [5], в которой изучалось течение над вогнутой поверхностью. В экспериментах использовались искусственно генерируемые возмущения: изотропные возмущения, создаваемые нагретыми тонкими проволоками с заданным расстоянием между ними. Было обнаружено, что в случае, когда в поток вводятся изотропные возмущения, развивающиеся вихри имели максимальную скорость роста, которая соответствует линейной теории устойчивости. Механизм селекции заключается в следующем. Вначале в потоке имеются возмущения с различными длинами волн и они развиваются с различными скоростями в зависимости от длины волны. В результате в экспериментах наблюдаются возмущения, обладающие наибольшей скоростью роста. Эти результаты согласуются с дан-

ными работы [6], в которой показано, что наблюдаемая длина волны вихрей зависит от характеристик экспериментальной установки и поля течения.

В работе [7] при изучении механизмов селекции, расщепления и объединения вихрей Гертлера показано, что при малой энергии их пространственный рост описывается линейной теорией, причем вихри с различными длинами волн могут развиваться одновременно, практически не взаимодействуя друг с другом. Авторы обнаружили, что при больших длинах волн новые вихревые пары могут формироваться, приводя к расщеплению первоначальных вихрей. Подобные явления расщепления и объединения вихрей наблюдались в экспериментах, в которых осуществлялась искусственная генерация вихрей путем установки в потоке вертикальных тонких проволок ("мандолинные" возмущения) [8]. Показано, что вначале в пограничном слое формируются продольные вихри с длиной волны, равной расстоянию между проволоками. Ниже по потоку в нелинейной области развития вихрей может происходить изменение трансверсального размера вихрей, которое проявляется в их объединении и расщеплении.

Генерация вихрей Гертлера различными видами поверхностной шероховатости изучена в работе [9]. Показано, что создание искусственной шероховатости является эффективным способом генерации. Авторы обнаружили, что перед тем, как наступает процесс усиления возмущений, существует область "восприимчивости", в которой происходит адаптация возмущений и их соответствующая фильтрация, о чем шла речь ранее. В работе [10] на основе параболических уравнений (см. [11]) исследовано развитие возмущений, приносящихся потоком жидкости (вентиляторные возмущения), а также от неровностей стенки (кромочные возмущения). В работе [12] проведено численное моделирование развития продольных вихрей, которые искусственно генерировались путем вдува и отсоса жидкости. Результаты показали, что имеется область восприимчивости ("receptivity region"), которая расположена между местом генерации возмущений и областью, в которой возмущения преобразуются в классические вихри Гертлера. В этой области происходит фильтрация возмущений пограничным слоем, в результате чего результирующая длина волны вихрей может отличаться от трансверсального шага, с которым возмущения вносятся в поток.

Экспериментальные данные разных авторов, изображенные на диаграмме устойчивости, как показано в [3], группируются в соответствии с на-

чальной длиной волны, которая в размерном виде сохраняется в течение развития возмущений. Существует вполне определенная граница, отделяющая устойчивые и неустойчивые вихревые возмущения. Эта граница находится в области больших волновых чисел (малая длина волны) и характеризуется величиной волнового параметра [4] $\Lambda = \frac{U_0 \lambda}{\nu} \left(\frac{\lambda}{R} \right)^{\frac{1}{2}} \approx 44.29$. Для вихрей с длиной волны, меньшей, чем определяется этим значением волнового параметра, градиенты возмущенной скорости существенно возрастают, приводя к сильной диссипации возмущений, которая обуславливает исчезновение вихрей с большими волновыми числами. В работах [4, 13–14] проведен анализ скорости роста возмущений в зависимости от величины волнового параметра. Показано, что наиболее быстро растущие возмущения характеризуются значениями волнового параметра, находящегося в интервале $\Lambda = 200 \div 270$. Сравнение с результатами экспериментальных исследований показало, что действительно вихревые возмущения, соответствующие указанному интервалу волнового параметра, обладают наибольшей скоростью роста. В результате был сделан вывод о том, что механизм селекции основан на различиях максимальной скорости роста возмущений, т.е. интенсивность вихревых возмущений различных длин волн возрастает с различной скоростью, и поэтому вихри с различными длинами волн в итоге по-разному воздействуют на переходные процессы. Необходимо иметь в виду, что выполненный в указанных работах анализ применим только при “идеальных” (теоретических) условиях и отклонение от этих условий может заметно влиять на рассматриваемый механизм и, соответственно, на скорость роста возмущений. Действительно, как показал анализ экспериментальных данных [4], механизм селекции длин волн и рост интенсивности вихрей является очень чувствительным даже к малым отклонениям от “идеальных” условий. Отметим, что теоретический анализ, как правило, основывался на использовании локально-параллельного подхода (метод нормальных мод), когда скорость роста определяется при решении задачи на собственные значения. Другими словами, при использовании указанного подхода при смещении вниз по течению каждый раз находится соответствующая данному сечению скорость нарастания возмущений. При искусственной генерации возмущений в потоке следует учитывать начальную стадию, когда происходит приспособление вихрей к условиям течения и их интенсивность может не возрастать, а даже уменьшаться.

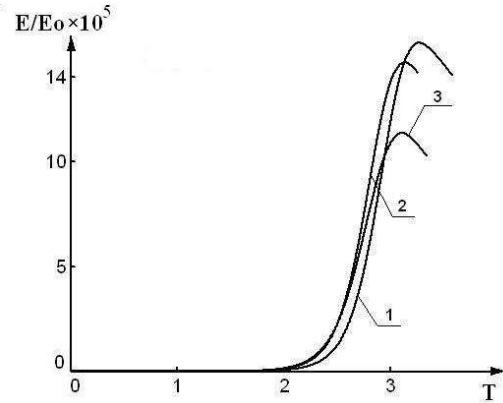


Рис. 3. Изменение энергии возмущений во времени для различных длин волн вносимых возмущений. Кривая 1 соответствует значению волнового параметра $\Lambda = 335$, кривая 2 – $\Lambda = 270.5$, кривая 3 – $\Lambda = 163$. Время ввода возмущений $T_m = 0.01$

В работе исследовалось влияние длины волн, вводимых в поток возмущений, на рост энергии возмущений. Как было показано ранее, рост интенсивности вихревых структур зависит от разных параметров, в частности, от начальной энергии, места ввода возмущений по отношению к толщине пограничного слоя, от времени ввода, т.е. от степени развития пограничного слоя. В качестве возмущений рассматривались непрерывно распределенные возмущения завихренности с различными длинами волн. На рис. 3 представлены результаты расчета зависимости энергии возмущений от времени для разных длин волн. Представленные данные расчета энергии для каждой кривой нормировались на соответствующее начальное значение энергии. Интенсивность начальных возмущений была выбрана относительно небольшой, $k = 0$, с целью подробно рассмотреть характер развития возмущений. При большой начальной энергии возмущения быстро преобразуются в вихри Тейлора-Гертлера и влияние особенностей начального этапа развития (область восприимчивости) мало. Возмущения вносились при $r_d = 0.994$, т.е. расстояние от стенки составляло $1 - r_d = 0.006$. Время внесения было равно $T_m = 0.01$, когда толщина пограничного слоя в месте внесения возмущений $\delta = 0.005$. Отсюда следует, что возмущения вносились в область, расположенную выше пограничного слоя. Здесь скорости роста энергии возмущений слабо отличаются друг от друга. Коэффициент нарастания $\beta = 5.4$ для возмущений с волновым параметром $\Lambda = 163$; $\beta = 5.45$ для $\Lambda = 270.5$ и $\beta = 5.21$ для $\Lambda = 335$.

Из рисунка 3 видно, что проходит довольно зна-

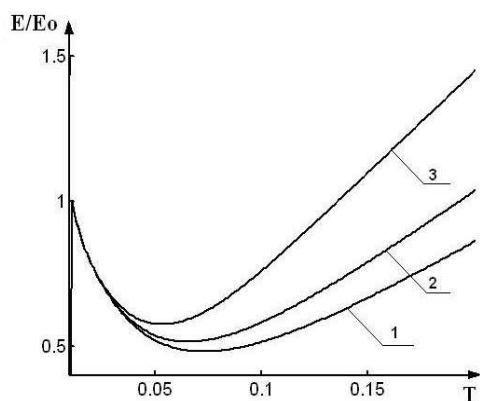


Рис. 4. Начальная стадия развития возмущений во времени для различных длин волн вносимых возмущений. Кривая 1 соответствует значению волнового параметра $\Lambda = 335$, кривая 2 – $\Lambda = 270.5$, кривая 3 – $\Lambda = 163$. Время ввода возмущений $T_m = 0.01$

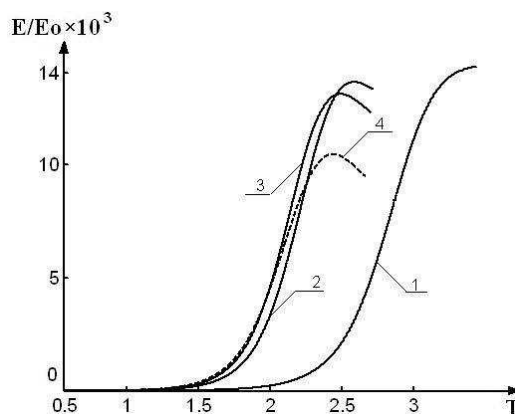


Рис. 5. Изменение энергии возмущений во времени для различных длин волн вносимых возмущений. Кривая 1 соответствует значению волнового параметра $\Lambda = 848$, кривая 2 – $\Lambda = 335$, кривая 3 – $\Lambda = 270.5$, кривая 4 – $\Lambda = 163$. Время ввода возмущений $T_m = 0.5$. Место ввода возмущений $r_d = 0.994$

чительный промежуток времени, прежде чем начинается заметный рост энергии возмущения. Это связано с тем, что вихри вносятся в область, расположенную выше пограничного слоя, течение в которой является устойчивым. Под влиянием вязкости происходит затухание энергии возмущений. По мере роста толщины пограничного слоя возмущения попадают в сдвиговую область и начинается рост их энергии. В данной ситуации важным фактором является скорость затухания возмущений на начальной стадии развития вихревых возмущений.

На рис. 4 видно, что наиболее быстро процесс адаптации вихрей наблюдается в случае, когда их длина волны относительно мала (кривая 3), и наиболее медленно этот процесс протекает для вихрей с большой длиной волны. Отклонения от линейного закона роста для вихрей с меньшей длиной волны (кривая 3) начинаются раньше, чем для вихрей с большой длиной волны (кривая 1). Можно сделать вывод о том, что указанные отклонения определяются не только ростом энергии вихрей, но и соотношением длины волны вихрей и толщины пограничного слоя. По мере роста пограничного слоя вихри с меньшей длиной волны становятся вытянутыми, что приводит к более раннему развитию их неустойчивости и переходу к нелинейной стадии развития, на которой происходит разрушение вихревой картины и формирование вихрей с большей длиной волны. Такая картина укрупнения вихрей наблюдалась в работе [15]. Вихри с большей длиной волны медленнее адаптируются к условиям пограничного слоя при раннем внесении их в

поток, рост энергии задерживается (см. рис. 4). В результате стадия их нелинейного развития наступает позже. Здесь также играет определенную роль соотношение между длиной волны и толщиной пограничного слоя.

Следует отметить, что анализ особенностей развития вихрей с различными длинами волн в данном случае относился к случаю, когда вихревые возмущения вводились в пограничный слой при $T_m = 0.01$ и все возмущения находились в области, расположенной выше пограничного слоя. Это приводит к тому, что, несмотря на некоторые отличия, кривые роста энергии возмущений находятся близко друг от друга, что обусловлено указанными выше причинами. Результаты расчетов роста энергии возмущений при более позднем внесении возмущений ($T_m = 0.5$) представлены на рис. 5. На нем параметр, характеризующий интенсивность начальной энергии возмущений, $k = -1$ и возмущения вносились при $r_d = 0.994$. В этом случае толщина пограничного слоя $\delta = 0.04$ и основная часть области возмущений находилась в пределах пограничного слоя. Отметим, что по сравнению со случаем, когда возмущения вводились в момент $T_m = 0.01$ (см. рис. 3), все возмущения нарастают существенно быстрее. Видно, что отличия кривых 2 и 4, как и в предыдущем случае, в целом, невелики и они группируются вместе, в то время кривая 1, которая соответствует вихрям с большой длиной волны, существенно отличается от других кривых. Это подтверждается значениями коэффициента нарастания. Так, для возмущений с волновым параметром $\Lambda = 163; 270; 335; 848$ параметр β

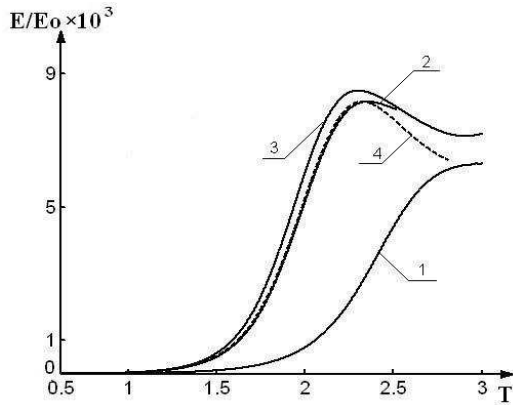


Рис. 6. Изменение энергии возмущений во времени для различных длин волн вносимых возмущений. Кривая 1 соответствует значению волнового параметра $\Lambda = 848$; кривая 2 – $\Lambda = 335$; кривая 3 – $\Lambda = 270.5$; кривая 4 – $\Lambda = 163$. Время ввода возмущений $T_m = 0.5$. Место ввода возмущений $r_d = 0.9$

соответственно составлял 5.67; 5.67; 5.53; 3.87. Результаты согласуются с известными данными, когда наиболее быстро растущие возмущения характеризуются значениями $\Lambda = 200 \div 270$, о чем шла речь выше.

Также рассмотрен случай, когда возмущения такой же начальной интенсивности ($k = -1$) вносились в поток в тот же момент времени ($T_m = 0.5$), но расстояние от поверхности составляло $1 - r_d = 0.1$, т.е. они находились вне пограничного слоя. Результаты расчетов кривой нарастания энергии возмущений представлены на рис. 6.

Здесь коэффициенты нарастания энергии возмущений β составляли 4.15; 4.45; 4.15; 3.7 для возмущений с волновым параметром $\Lambda = 163$; 270; 335; 848 соответственно. Сравнение с предыдущим случаем показывает, что, в целом, возмущения нарастают заметно медленнее. Это согласуется с приведенными ранее результатами о влиянии места ввода возмущений на рост их энергии. В данном случае, как мы видим, указанный эффект наблюдается и для возмущений с разными длинами волн, но эффект более выражен.

Сделанные выводы о влиянии длины волны возмущений на рост энергии возмущений подтверждаются также проведенными расчетами развития возмущений, когда они вводятся в более поздний момент времени, в частности при $T_m = 2$. Результаты расчетов приведены на рис. 7. Начальная энергия возмущений характеризовалась параметром $k = -1$ и возмущения вводились при $r_d = 0.994$.

Толщина пограничного слоя для данного момен-

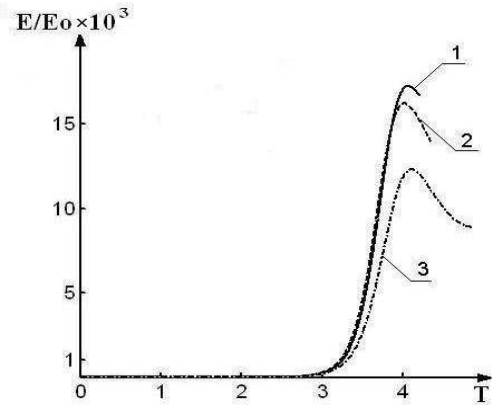


Рис. 7. Изменение энергии возмущений во времени для различных длин волн вносимых возмущений. Кривая 1 соответствует значению волнового параметра $\Lambda = 335$, кривая 2 – $\Lambda = 270.5$, кривая 3 – $\Lambda = 163$. Время ввода возмущений $T_m = 2$. Место ввода возмущений $r_d = 0.994$

та времени (рис. 7) составляла $\delta = 0.08$, следовательно, все возмущения заведомо находились внутри пограничного слоя. Коэффициенты нарастания энергии возмущений β были равны: 5.23; 5.72; 5.52 для возмущений с волновыми параметрами Λ , равными 163; 270.5; 335 соответственно. Отклонения от линейного закона наблюдаются практически при одних и тех же временах. Выводы относительно величины волнового параметра возмущений, которые имеют наибольшую степень нарастания на линейной стадии, остаются неизменными: наиболее быстро растущие возмущения характеризуются волновым параметром $\Lambda = 270$. Отметим, что возмущения малой длины волны ($\Lambda = 163$) обладают малым коэффициентом нарастания.

ВЫВОДЫ

В результате анализа полученных результатов можно сделать следующие выводы.

1. Скорость нарастания возмущений слабо зависит от времени ввода возмущений в поток. Максимальная энергия возмущений, как и следовало ожидать, достигается в случае $T_m = 2$, т.е. значительно позже по сравнению с другими случаями. Однако сама эта величина существенно больше, чем в случаях $T_m = 0.01$ и $T_m = 0.5$. Как отмечалось выше, значение этого максимума, который характеризует отклонение от линейной теории, обусловлено влиянием нелинейных эффектов

взаимодействия возмущений между собой и потоком жидкости. Отсюда можно сделать вывод о том, что нелинейные эффекты взаимодействия возмущений с потоком начинают проявляться при значительно большей энергии возмущений в случае, когда возмущения вносятся в поток позже и пограничный слой является более развитым.

2. Энергия возмущений, вносимых в область вне пограничного слоя, начинает нарастать с существенным запаздыванием по сравнению со случаем, когда возмущения вносятся внутрь пограничного слоя. Это связано с тем, что вначале вихри находятся вне области сдвига течения, где течение является устойчивым и их энергия может только затухать. По мере развития пограничного слоя они попадают (хотя и ослабленные) в сдвиговую область, начинается процесс их взаимодействия с потоком и наблюдается рост их энергии, затем их энергия нарастает практически с той же скоростью, что и других возмущений.

Анализ показывает, что влияние нелинейных эффектов проявляется для возмущений, вносимых на больших расстояниях от границы пограничного слоя, позже (кривая 1 на рис. 2), поскольку замедляется рост их энергии. Но значение энергии возмущений, когда происходит отклонение от линейного роста, существенно возрастает. Это обусловлено тем, что пограничный слой становится более развитым, и для того, чтобы возмущения могли нелинейным образом с ним взаимодействовать, их энергия должна быть достаточно большой. До этого момента можно наблюдать линейный рост энергии возмущений.

3. При раннем вводе возмущений в поток, когда толщина пограничного слоя мала, зависимость роста энергии возмущений от длины волны возмущений слабая. Однако на начальной стадии развития имеются заметные различия в развитии возмущений: продолжительность начальной стадии возрастает с ростом длины возмущений и падение энергии на этой стадии по мере приспособления возмущений к условиям потока также наибольшее. Время, при котором энергия возмущений достигает своего максимального значения, после чего происходит ее падение из-за влияния нелинейных эффектов, слабо зависит от длины волны возмущений.
4. Наибольшей скоростью роста обладают во-

змущения, характеризуемые волновым параметром, равным 270, что согласуется с результатами исследований других авторов. Наибольшие отличия в нарастании возмущений с различными длинами волн наблюдаются в случаях, когда они вносятся в область вне пограничного слоя. При этом наименее медленно растут возмущения больших длин волн.

1. Городецкая Н. С., Никишов В. И., Ткаченко Л. В. Численное моделирование развития вихрей Тейлора-Гертлера в нестационарном течении Куэтта. 1. Влияние начальной энергии возмущений // Прикл. гидромех.– 2012.– 14, N 2.– С. 3–16.
2. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя.– Мю: Наука, 1974.– 711 с.
3. Saric W. S. Gertler vortices // Annual Rev. Fluid Mech.– 1994.– 26.– P. 379–409.
4. Floryan J. M., Saric W. S. Wavelength selection and growth of Gertler vortices // AIAA J.– 1984.– 22, N 11.– P. 1529–1538.
5. Bippes H. Experimental study of the laminar-turbulent transition on a concave wall in a parallel flow // Tech. rept. NASA.– TM-75243.– 1978.– P. 1111–1538.
6. Tani I. Production of longitudinal vortices in the boundary layer along a concave wall // J. Geophys. Res.– 1962.– 67.– P. 3075–3080.
7. Guo Y., Finlay W. H. Wavenumber selection and irregularity of spatially developing nonlinear Dean and Gertler vortices // J. Fluid Mech.– 1994.– 264.– P. 1–40.
8. Mitsudharmadi H., Winoto S. H., Shah D. A. Development of most amplified wavelength Gertler vortices // Phys. Fluids.– 2006.– 18.– P. 1–12.
9. Bottaro A., Zebib A. Gertler vortices promoted by wall roughness // Fluid Dyn. Res.– 1997.– 19.– P. 343–362.
10. Никишова О. Д. Устойчивость течения вблизи криволинейной движущейся поверхности к трехмерным возмущениям // Прикладная гидромеханика.– 2000.– 2(74), N 2.– С. 64–75.
11. Floryan J. M., Saric W. S. Stability of Goertler vortices in boundary layers // AIAA J.– 1982.– 20, N 3.– P. 316–324.
12. De Souza L. F., De Mendonsa M. T., De Medeiros M. A. F., Kloker M. Seeding of Gortler vortices through a suction and blowing strip // J. of the Braz. Soc. of Mech.Sci.– 2004.– 26, N 3.– P. 269–279.
13. Smith A. M. O. On the growth of Taylor-Gertler vortices along highly concave wall // Q. Appl. Math.– 1955.– 13, N 3.– P. 233–262.
14. Bottaro A., Zebib A. Gertler vortices with system rotation // Theoret. Comput. Fluid Dyn.– 1993.– N 5.– P. 1206–1210.
15. Aihara Y., Koyama H. Secondary instability of Gertler vortices: Formation of periodic three-dimensional coherent structures // Trans. Jap. Soc. Aeronaut. And Space Sci.– 1981.– 24, N 64.– P. 78–94.