

УДК 532.528

## ФОРМА ШТУЧНИХ ОСЕСИМЕТРИЧНИХ КАВЕРН ПРИ ДО- ТА НАДКРИТИЧНИХ ЗНАЧЕННЯХ ІНТЕНСИВНОСТІ ПІДДУВУ

І. Г. НЕСТЕРУК, Б. Д. ШЕПЕТЮК

Інститут гідромеханіки НАН України, Київ

Отримано 15.11.2011

Розглянуто вплив різних інтенсивностей піддуву газу на форму тонких осесиметричних стаціонарних каверн з використанням моделі одновимірної нев'язкої течії нестисливого газу в кільцевому каналі між поверхнею каверни і корпусом тіла. Запропоновано безрозмірний параметр  $Ve$  – відношення швидкісних напорів газу у фіксованому перерізі каверни та в потоці рідини. Показано, що форма каверни суттєво залежить від співвідношення  $Ve$  та числа кавітації в тому ж фіксованому перерізі. Порівняння значень цих параметрів виділяє до- та надкритичні випадки. Для докритичних інтенсивностей піддуву розв'язок може бути представлений у вигляді асимптотичного ряду, а форма вентиляваної каверни наближається до парової з певним ефективним числом кавітації. При надкритичних інтенсивностях піддуву слід використовувати нелінійне рівняння. Виконано розрахунки довжини вентиляваної каверни, що замикається на тілах конус–циліндр. Показано, що надкритичні значення інтенсивності вентиляції залишаються обмеженими.

Рассмотрено влияние разных интенсивностей поддува газа на форму тонких осесимметричных стационарных каверн с использованием модели одномерного невязкого течения в кольцевом канале между поверхностью каверны и корпусом тела. Предложен безразмерный параметр  $Ve$  – отношение скоростных напоров газа в фиксированном сечении каверны и в потоке жидкости. Показано, что форма каверны существенно зависит от соотношения  $Ve$  и числа кавитации в том же фиксированном сечении. Сравнение значений этих параметров выделяет до- и сверхкритические случаи. Для докритических интенсивностей поддува решение может быть представлено в виде асимптотического ряда, а форма вентилируемой каверны приближается к паровой с определенным эффективным числом кавитации. При сверхкритических интенсивностях поддува необходимо использовать нелинейное уравнение. Проведены расчеты длины вентилируемой каверны, замыкающейся на телах конус–цилиндр. Показано, что сверхкритические значения интенсивности вентиляции остаются ограниченными.

The influence of different gas ventilation rates on the shape of slender axisymmetric steady cavities is considered for the approach of a one-dimensional inviscid flow of incompressible gas in a circular channel between the cavity surface and the hull. A non-dimensional parameter  $Ve$  – the ratio of pressure heads of the gas at the fixed cross-section of the cavity and of the ambient liquid flow. It was shown that the cavity shape depends sufficiently on the values of  $Ve$  and the cavitation number at the same fixed cross-section. A comparison of values of these parameters selects sub- and supercritical cases. For subcritical ventilation rates, a solution can be expressed as asymptotic series and the ventilated cavity shape is close to the vapor one at some effective cavitation number. At supercritical ventilation rates, the non-linear equation should be used. Calculations of the length of the ventilated cavity closing at cone-cylinder bodies were carried out. It was shown that supercritical ventilation rates are still limited.

### ВСТУП

Для зменшення опору корпусів високошвидкісних підводних апаратів та кораблів можна використовувати піддув газу, що дозволяє знизити опір тертя шляхом зменшення площі контакту з водою [1, 2]. Вентиляція газом, що рухається у вузькому каналі між поверхнями тіла та каверни може змінювати форму каверни порівняно з випадком парової кавітації. Експериментальні дослідження цього складного явища можна знайти в [3-5]. Зокрема, виявлено, що форма каверни неоднозначно залежить від інтенсивності піддуву, спостерігались режими дуже значного збільшення піддуву без зміни розмірів каверни (див., наприклад, [4, 5]), а також гістерезисний характер залежності довжини каверни на тілі [5].

Огляд теоретичних досліджень форми двовимірної каверни на корпусі суден можна знайти в [6], осесиметричні штучні каверни вивчалися в [7-

9]. Зокрема, в роботах [8, 9] використовувалась дуже проста модель одновимірного потоку ідеального нестисливого газу в кільцевому каналі між поверхнями тіла та каверни, що дозволяє отримати таке рівняння для радіуса  $R(x)$  тонкої осесиметричної стаціонарної вентиляваної каверни в невагомій рідині [8]:

$$\frac{d^2 R^2}{dx^2} = \frac{\sigma_0}{\ln \epsilon} + \Delta \left[ a - \frac{1}{(R^2 - R_b^2)^2} \right], \quad (1)$$

в якому всі довжини віднесені до радіуса каверни в точці її початку  $R_0$  (див. рис. 1), а сталі параметри  $\sigma_0$ ,  $\Delta$  та  $a$  визначаються формулами

$$\sigma_0 = \frac{2(p_\infty - p_0)}{\rho U^2}, \quad (2)$$

$$\Delta = -\frac{\rho_g Q^2}{\pi^2 R_0^4 \rho U^2 \ln \epsilon}, \quad (3)$$

$$a = \left[1 - \frac{R_{b0}^2}{R_0^2}\right]^{-2}, \quad (4)$$

де  $\rho$  – густина води;  $U$  – стала швидкість тіла;  $p_\infty$  – тиск у воді далеко від перерізу початку каверни на глибині його руху;  $\rho_g$  – густина газу, що використовується для піддуву (вважається сталою);  $Q$  – об’ємне витрачання газу;  $p_0$  – тиск газу в каверні в перерізі її початку  $x = 0$ ;  $R_b, R_{b0}$  – радіуси тіла (поточний та в перерізі сходу каверни);  $\epsilon$  – малий параметр, відношення максимального радіуса системи каверна-кавітатор до її довжини.

Форма розташованого у каверні тіла може суттєво впливати на залежність для радіусу каверни. Зокрема існують так звані нейтральні форми корпусів, для яких піддув довільної інтенсивності не змінює форму каверни, [8]:

$$R_b^2(x) = \frac{\sigma_0 x^2}{2 \ln \epsilon} + 2\beta x + R_{b0}^2, \quad (5)$$

де  $\beta$  – похідна від радіуса тіла або каверни в точці її початку ( $x = 0$ ). В цьому легко переконатись, підставивши співвідношення (5) у рівняння (1). Приклади розрахунків нейтральних форм для  $\sigma_0 = 0.04$ ,  $\beta = \epsilon = 0.1$  наведені на рис. 1. Обчислення проведені для різних значень зазорів між корпусом та поверхнею каверни:  $R_{b0} = 0.2; 0.4; 0.6; 0.8$  (криві 1–4 відповідно). На рис. 1 штриховою кривою 5 також показано вентилявану каверну, форма якої не залежить від інтенсивності піддуву і збігається з виразом для радіуса парової каверни з числом кавітації 0.04 (формула (5) з  $R_{b0} = 1$ ). Оскільки залежність (5) є симетричною відносно міделевого перерізу нейтрального тіла або каверни  $x = x_m = 2\beta \ln \epsilon / \sigma_0 \approx 11.51$ , то на рис. 1 зображені лише передні частини тіл та каверн. Наявність нейтральних форм корпусів може слугувати підтвердженням неоднозначної залежності форми каверни від інтенсивності піддуву, виявленої в експериментах [4, 5].

Форма вентиляваних каверн також суттєво залежить від параметра  $\beta$ . Такі дослідження проведені в роботах [8, 9] для циліндричної форми тіла, розташованого в каверні ( $R_b(x) = R_{b0}$ ). Зокрема, для кавітаторів з  $\beta > 0$  (наприклад, тонких конусів) зростання інтенсивності піддуву збільшує розміри каверни і вона може стати необмеженою при деяких значеннях інтенсивності піддуву. Ці критичні значення інтенсивності визначаються такою формулою, [8]:

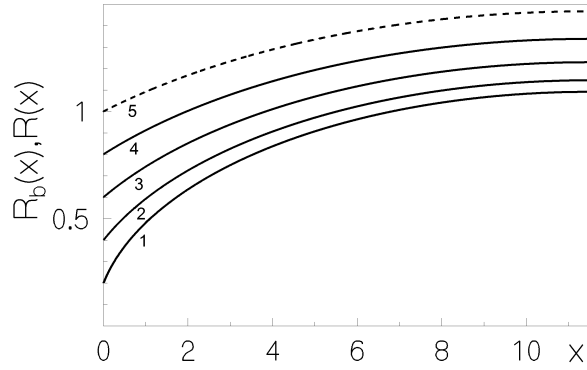


Рис. 1. Нейтральні форми корпусів та відповідна форма каверни при  $\sigma_0 = 0.04$  для різних значень зазорів

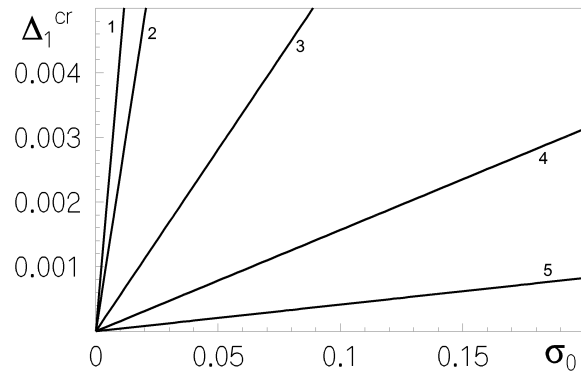


Рис. 2. Критичні значення інтенсивності піддуву для різних значень зазорів

$$\Delta_1^{cr} = -\frac{\sigma_0}{a \ln \epsilon}, \quad (6)$$

з якої видно, що критична інтенсивність піддуву лінійно залежить від числа кавітації  $\sigma_0$  і різко зменшується для малих значень ширини кільцевого каналу (або великих значень параметра  $a$  відповідно до співвідношення (4)). Приклади критичних значень інтенсивності піддуву для різних зазорів між корпусом та поверхнею каверни ( $R_{b0} = 0; 0.5; 0.8; 0.9; 0.95$ ) наведені на рис. 2 (криві 1–5 відповідно).

На відміну від випадку  $\beta > 0$ , розміри донних вентиляваних каверн ( $\beta \leq 0$ ) зменшуються при зростанні інтенсивності піддуву, і проведений в [9] аналіз рівняння (1) показав відсутність критичних значень вентиляції.

Експерименти показують, що розміри каверни суттєво змінюються навіть при дуже малих значеннях інтенсивності піддуву. Зокрема, в роботі [5] максимальні значення параметра  $\Delta$ , перера-

хованого за формулою (3), становило приблизно  $7 \cdot 10^{-5}$ . Даний факт спонукає розглянути розв'язки рівняння (1) саме у випадку малих значень інтенсивності піддуву  $\Delta < \Delta_1^{cr} \ll 1$ , що і стало предметом даного дослідження. Для порівняння вивчалися також каверни при надкритичних інтенсивностях вентиляції ( $\Delta \geq \Delta_1^{cr}$ ). Обмежимося кавітаторами з  $\beta > 0$  та будемо вважати, що  $\epsilon = \beta$ .

### 1. РОЗВ'ЯЗОК РІВНЯННЯ ДЛЯ РАДІУСА ТОНКОЇ ОСЕСИМЕТРИЧНОЇ КАВЕРНИ ПРИ МАЛИХ ЗНАЧЕННЯХ ІНТЕНСИВНОСТІ ПІДДУВУ

Малі значення параметра  $\Delta$  дозволяють представити розв'язок рівняння (1) у вигляді:

$$R^2 = R_{(1)}^2 + \Delta R_{(2)} + O(\Delta^2), \quad (7)$$

де  $O(\Delta^2)$  – члени порядку  $\Delta^2$ . Підстановка (7) в рівняння (1) та виділення членів різного порядку малості дозволяє отримати такі лінійні диференціальні рівняння другого порядку:

$$\frac{d^2 R_{(1)}^2}{dx^2} = \frac{\sigma_0}{\ln \epsilon} + \Delta a, \quad (8)$$

$$\frac{d^2 R_{(2)}^2}{dx^2} = -\frac{1}{(R_{(1)}^2 - R_b^2)^2}. \quad (9)$$

Розв'язок рівняння (8) для стандартних початкових умов у точці сходу каверни  $x = 0$

$$R_{(1)} = 1, \quad \frac{dR_{(1)}}{dx} = \beta$$

має вигляд

$$R_{(1)}^2 = \left[ \frac{\sigma_0}{\ln \epsilon} + \Delta a \right] \frac{x^2}{2} + 2\beta x + 1 \quad (10)$$

і збігається з виразом для радіуса парової каверни з числом кавітації

$$\sigma_{eff} = \sigma_0 + \Delta a \ln \epsilon, \quad (11)$$

яке будемо називати ефективним числом кавітації.

Рівняння (8) слід розв'язувати з нульовими початковими умовами в точці сходу каверни  $x = 0$ :

$$R_{(2)} = 0, \quad \frac{dR_{(2)}}{dx} = 0.$$

Після подвійного інтегрування можна отримати:

$$R_{(2)}(x) = - \int_0^x dt_1 \int_0^{t_1} \frac{dt}{(R_{(1)}^2(t) - R_b^2(t))^2}. \quad (12)$$

Таким чином, розв'язок нелінійного рівняння (1) при малих значеннях інтенсивності піддуву зведений до подвійного інтегрування за формулою (12), що може бути проведене аналітично або чисельно для будь-якої форми тіла, розташованого в каверні. В тих випадках, коли можна знехтувати членом порядку  $\Delta$ , радіус вентиляваної каверни можна розраховувати за формулою (10) або як звичайну парову з ефективним числом кавітації (11). Отже, в цьому наближенні наявність розташованого в каверні тіла впливає на її форму лише через значення параметра  $a$ . Якщо переписати (11) з врахуванням співвідношень (3) і (4):

$$\sigma_{eff} = \sigma_0 - \frac{\rho_g U_g^2}{\rho U^2}, \quad (13)$$

то можна зробити висновок, що форма вентиляваної каверни залежить лише від початкового числа кавітації  $\sigma_0$  та  $U_g$  – швидкості газу, що піддувається, в перерізі початку каверни ( $x = 0$ ), що входить у безрозмірний параметр вентиляції  $Ve$

$$Ve = \frac{\rho_g U_g^2}{\rho U^2}. \quad (14)$$

З формул (13) та (14) випливає, що в першому наближенні вентиляція збільшує розміри каверни (оскільки ефективне число кавітації зменшується), і робить їх необмеженими коли  $\sigma_{eff}$  прямує до нуля (інтенсивність піддуву наближається до  $\Delta_1^{cr}$  або  $Ve$  до  $\sigma_0$ , див. формули (6), (13) та (14)). Даний висновок узгоджується з розрахунками за нелінійним рівнянням (1), проведеними в [8] для циліндричної форми розташованого в каверні тіла  $R_b = R_{b0}$ . Приклади кількісного порівняння результатів роботи [8] з формулою (10) наведені на рис. 3 та 4 для двох різних значень початкового числа кавітації  $\sigma_0 = 0.1$  та  $\sigma_0 = 0.01$ . Штриховою кривою представлені розрахунки максимального радіуса каверни  $R_m$  за конусом з  $\beta = 0.1$  за рівнянням

$$R_m = \sqrt{1 - \frac{2\beta^2 \ln \epsilon}{\sigma_{eff}}}, \quad (15)$$

що впливає з формул (10) та (11). Суцільними кривими 1–5 ( $R_{b0} = 0; 0.5; 0.8; 0.9; 0.99$  відповідно) представлені результати статті [8], отримані для різних значень параметрів  $\sigma_0$  та  $\Delta$  після перерахунку на  $\sigma_{eff}$  за формулою (11).

З рис. 3 видно, перше наближення (формули (10) та (15)) може давати непогані кількісні результати, особливо при малих значеннях інтенсивності піддуву ( $\sigma_{eff} > 0.04$ ). Зменшення ефектив-

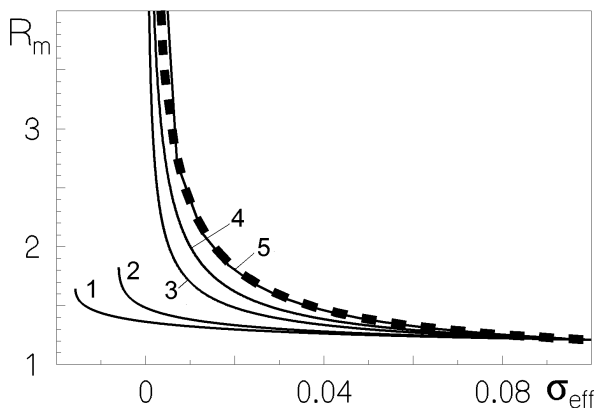


Рис. 3. Залежність максимального радіуса вентильованої каверни від ефективного числа кавітації. Штрихова крива – розрахунок за формулою (15). Суцільні криві – результати нелінійного аналізу для  $\sigma_0 = 0.1$ , [8]

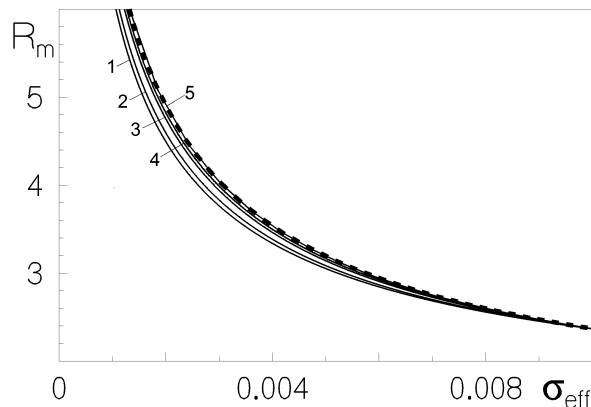


Рис. 4. Залежність максимального радіуса вентильованої каверни від ефективного числа кавітації. Штрихова крива – розрахунок за формулою (15). Суцільні криві – результати нелінійного аналізу для  $\sigma_0 = 0.01$ , [8]

ного числа кавітації призводить до зростання розбіжностей між першим наближенням та розв'язком нелінійного рівняння (1), особливо у випадку, коли виконується нерівність  $\sigma_0 > \sigma_0^{cr}$ , де

$$\sigma_0^{cr} = -\frac{2\beta^2 \ln \epsilon}{1 - R_{b0}^2} \quad (16)$$

(див. [8]). За цих умов інтенсивність піддуву може перевищувати критичне значення (6), а ефективне число кавітації може бути нульовим і навіть від'ємним. Останнє робить несправедливими розклад (7) та розвинену вище лінійну теорію.

Співвідношення (16) свідчить, що перевищення критичного значення можливе лише при досить великих числах кавітації (наприклад, при  $\sigma_0 = 0.1$  та значеннях  $R_{b0} = 0$  та  $R_{b0} = 0.5$  – криві 1 та 2 на рис. 3). Видно, що для цих випадків спостерігаються значні розбіжності з лінійною теорією. Зокрема, її перше наближення (рівняння (10) та (15)) дає обмежені каверни лише при додатних значеннях ефективного числа кавітації.

Варто відзначити, що в тих випадках, коли виконується нерівність  $\sigma_0 > \sigma_0^{cr}$ , інтенсивність піддуву може бути більшою за критичне значення (6), але залишається обмеженою другим критичним значенням інтенсивності піддуву  $\Delta_2^{cr}$ . При  $\Delta > \Delta_2^{cr}$  розв'язок рівняння (1) на циліндричному тілі дає необмежену каверну (див. [8]). Тому значення  $\Delta > \Delta_2^{cr}$  (і відповідні їм ефективні числа кавітації) не реалізуються. Криві 1 та 2 на рис. 3 побудовані лише для  $\Delta < \Delta_2^{cr}$ .

Зменшення числа кавітації робить неможливим виконання нерівності  $\sigma_0 > \sigma_0^{cr}$  і досягнення крити-

чного значення піддуву (6). Тому слід очікувати кращої збіжності результатів інтегрування нелінійного рівняння (1) та першого наближення (10), (15). Що і демонструє рис. 4, на якому суцільні криві 1-5 (зростання номера відповідає збільшенню параметра  $R_{b0}$ ) майже збігаються з показаним штриховою лінією першим наближенням. Як і слід було очікувати, розбіжності зростають при зменшенні ефективного числа кавітації, тобто при наближенні інтенсивності піддуву до критичного значення (6).

## 2. ОСОБЛИВОСТІ ФОРМИ ШТУЧНИХ КАВЕРН НА КОНІЧНО-ЦИЛІНДРИЧНИХ ТІЛАХ

Наведену в попередньому розділі лінійну теорію можна застосовувати для будь якої форми розташованого в каверні тіла, зокрема, для корпусу, що складається з набору конусів та циліндрів (прикладні такі тіла досліджувались експериментально в [5]):

$$R_b(x) = \begin{cases} R_{b0} + \frac{x(R_1 - R_{b0})}{x_1}, & 0 \leq x < x_1, \\ R_1, & x_1 \leq x \leq x_2, \\ R_1 + \frac{(x - x_2)(R_2 - R_1)}{x_3 - x_2}, & x_2 < x < x_3, \\ R_2, & x \geq x_3. \end{cases} \quad (17)$$

Зосередимося спочатку на випадку необмежено довгої циліндричної частини ( $x_2$  у формулі (17)

прямує до нескінченності). Рівняння першого наближення (10) в цьому випадку дозволяє описати низку особливостей каверн відповідно до значень довжини конічної частини  $x_1$  і радіуса циліндричної частини  $R_1$ . Вони докладно проаналізовані в [10] для випадку парових каверн, але отриманими в цій статті результатами можна користуватись і для штучних каверн з відповідними значеннями ефективного числа кавітації (13). Якщо зафіксувати  $\epsilon = \beta = 0.1$  та довжину циліндричної частини  $x_1 = 17$ , то в залежності від значення параметра  $R_1$  можлива різна поведінка довжини  $L_c$  каверни, що замикається на тілі і відраховується вздовж осі симетрії  $x$ . Розглянемо послідовно різні випадки.

Якщо  $R_1^2 \leq 1 + \beta x_1$  (наприклад,  $R_1 = 1.6$ ), то довжина каверни збільшується неперервно зі зменшенням ефективного числа кавітації [10]. Розрахунки з використанням рівняння першого наближення (10) та формули (17) наведені на рис. 5 дрібним маркером. Для порівняння більшими маркерами показані результати інтегрування нелінійного рівняння (1), що проводились методом Рунге-Кутти. Видно, що перше наближення лінійної теорії з використанням ефективного числа кавітації достатньо гарно збігається з розрахунками за нелінійним рівнянням (1). Дещо більші розбіжності спостерігаються лише тоді, коли кінець каверни наближається до кутової точки  $L_c \approx x_1$  (де конічна частина переходить у циліндричну). Цього варто було сподіватись, оскільки місцеве число кавітації  $\sigma_{loc}$  за формулами (1) та (11) можна визначити таким чином:

$$\begin{aligned} \sigma_{loc} &= \sigma_0 + \Delta a \ln \epsilon - \frac{\Delta \ln \epsilon}{(R^2 - R_b^2)^2} = \\ &= \sigma_{eff} - \frac{\Delta \ln \epsilon}{(R^2 - R_b^2)^2}. \end{aligned} \quad (18)$$

З рівняння (18) видно, що поблизу кутової точки (де радіус каверни  $R$  є близьким до радіуса тіла  $R_b$ ) локальне число кавітації може набагато перевищувати ефективне, тому локальний радіус каверни зменшується, і реальна вентилявана каверна проходить кутову точку при меншому ефективному числі кавітації (що видно з рис. 5).

Якщо  $R_1^2 > 1 + \beta x_1$  (наприклад,  $R_1 = 1.7$ ), то довжина каверни змінюється стрибкоподібно при переході через кутову точку  $x_1$  [10]. Розрахунки з використанням рівняння першого наближення (10) та формули (17) наведені на рис. 6 дрібним маркером. Для порівняння більшими маркерами показані результати інтегрування нелінійного рівняння (1). Видно, перше наближення (10) може забезпечувати достатню точність за винятком ви-

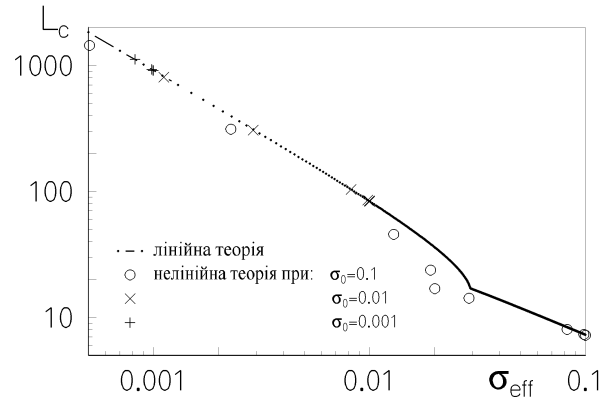


Рис. 5. Залежність довжини вентиляваної каверни на тілі конус-циліндр від ефективного числа кавітації при  $x_1 = 17$ ,  $R_1 = 1.6$

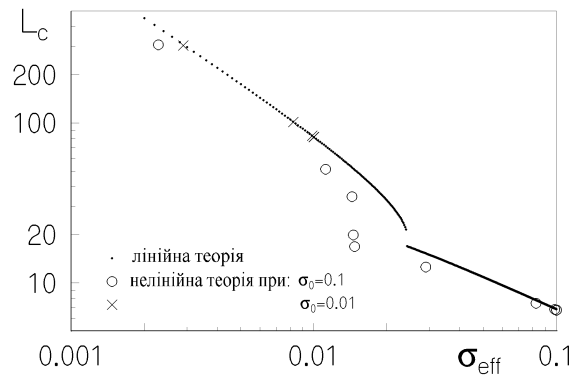


Рис. 6. Залежність довжини вентиляваної каверни на тілі конус-циліндр від ефективного числа кавітації при  $x_1 = 17$ ,  $R_1 = 1.7$

падків, коли кінець каверни наближається до кутової точки  $L_c \approx x_1$ . Подібні розбіжності можна пояснити збільшенням локального числа кавітації (18) для малої ширини кільцевого каналу, властивої випадковій переходу через кутову точку (при цьому зменшується точність представлення (7)).

Подальше збільшення радіуса циліндричної частини тіла  $R_1$  при незмінній довжині конічної частини  $x_1$  призводить до збільшення стрибка довжини каверни при переході через кутову точку. Розрахунки з використанням рівняння першого наближення для  $R_1 = 2$  наведені на рис. 7 дрібним маркером. Для порівняння більшими маркерами показані результати інтегрування нелінійного рівняння (1). Видно, що перше наближення для випадку  $\sigma_0 \leq 0.01$  дуже добре узгоджується з розрахунками за нелінійним рівнянням (1), в той час, як випадок  $\sigma_0 = 0.1$  кардинально відрізняється. Нелінійна теорія свідчить, що каверна мо-

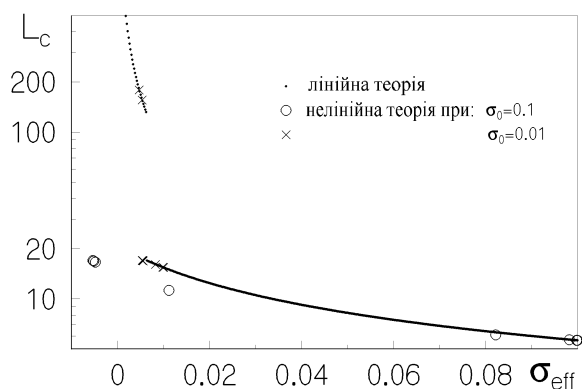


Рис. 7. Залежність довжини вентиляованої каверни на тілі конус–циліндр від ефективного числа кавітації при  $x_1 = 17$ ,  $R_1 = 2$

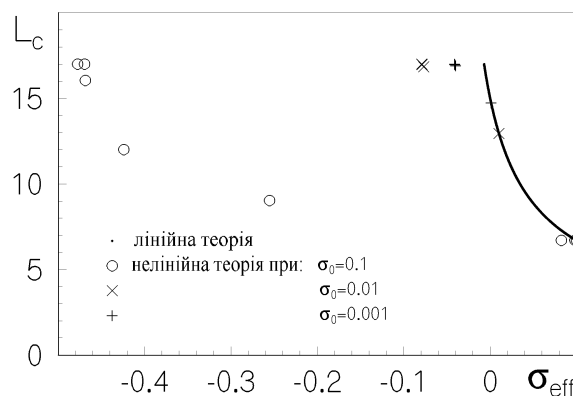


Рис. 8. Залежність довжини вентиляованої каверни на тілі конус–циліндр від ефективного числа кавітації при  $x_1 = 17$ ,  $R_1 = 2.2$

же замикаються лише на конічній частині, а її довжина не може стати більшою від  $x_1 = 17$ . При цьому інтенсивність піддуву обмежена величиною  $\Delta cr \approx 0.00593$ . Перевищення цього значення призводить до необмеженого збільшення розмірів каверни, що протирічить принципу стійкості задач математичної фізики, тому такі режими обтікання не реалізуються (подібно до випадків, описаних в [10, 11]). Варто зазначити, що при  $\sigma_0 = 0.1$  розбіжності між першим наближенням та нелінійною теорією виникають для дуже малих додатних та від'ємних значень ефективного числа кавітації, де представлення (7) та розвинена лінійна теорія втрачають силу.

Подальше збільшення радіуса циліндричної частини тіла (наприклад,  $R_1 = 2.2$ ) при незмінній довжині конічної частини  $x_1 = 17$  може зробити справедливою нерівність  $R_1^2 > 1 + 2\beta x_1$ . В цьому випадку парові каверни можуть замикаються лише на конічній частині, а їхня довжина обмежена величиною  $x_1 = 17$ , див. [10]. Такий самий висновок можна зробити і для вентиляованих каверн, якщо використовувати рівняння першого наближення та ефективне число кавітації (13). Результати лінійної теорії для  $R_1 = 2.2$  наведені на рис. 8 дрібним маркером. Варто зазначити, що ефективне число кавітації може бути нульовим та від'ємним, а форми відповідних каверн параболічними та гіперболічними (див. [10]). Більше того, подальше зростання величини  $R_1$  і виконання умови  $R_1 > 1 + 2\beta x_1$  дозволяють отримувати (при достатньо малих від'ємних числах кавітації) також увігнуті гіперболічні каверни, що замикаються на конічній частині тіла [10].

Нелінійна теорія дозволяє досягти значно більших за модулем від'ємних значень ефективного

числа кавітації (результати інтегрування рівняння (1) показані на рис. 8 крупними маркерами), але довжина вентиляованих каверн обмежена величиною  $x_1 = 17$ , тобто всі каверни можуть замикаються лише на конічній частині корпусу. При цьому величина піддуву  $\Delta cr$  обмежена величинами 0.03205; 0.00502; 0.002379 для  $\sigma_0 = 0.1$ ; 0.01; 0.001 відповідно. Перевищення цих значень порушує зазначений вище принцип стійкості, тому неможливе.

### 3. РОЗРАХУНОК ВИДОВЖЕНИХ ШТУЧНИХ ОСЕСИМЕТРИЧНИХ КАВЕРН ЗА ДИСКОМ

Рівняння (1) отримано в роботі [8] з використанням припущення, що кавітатор та каверна є тонкими, тобто мають малу (порівняно з одиницею) похідну від радіуса. Разом з тим наявні експериментальні дані здебільшого стосуються штучних каверн, утворених диском (див., наприклад [3–5]). Для оцінки розмірів таких каверн можна скористатись емпіричною формулою для радіуса каверни

$$R = (1 + 3x)^{1/3}, \quad (19)$$

що достатньо точно апроксимує передню частину каверни ( $x < 3$ ) при довільному числі кавітації [1]. В рівнянні (19) всі довжини віднесені до радіуса диска. Зокрема, при  $x = x_s = 2$  з рівняння (19) випливає, що відповідне значення радіуса каверни  $R_s \approx 1.91$ , а похідної від нього  $\beta_s \approx 0.273$ . Якщо каверна є достатньо видовженою, то при  $x > x_s$  можна користуватись рівнянням (1), в якому всі довжини віднесені до  $R_s$ , а значення параметрів

(2) та (3) перераховані з використанням  $R_s$  замість  $R_0$ . Зрозуміло, що від таких обчислень не варто очікувати великої точності, але вони можуть виявити особливості впливу вентиляції на форму каверн за диском.

Для розрахунків було обрано одну з форм розташованого в каверні тіла, що складається з набору конічних та циліндричних частин і досліджувалась експериментально в статті [5], а саме співвідношення (17) зі значеннями параметрів:  $R_1 = 1.15$ ;  $x_1 = 7.85$ ;  $x_2 = 43.71$ ;  $x_3 = 52.7$ ;  $R_2 = 0.524$ ;  $R_{b0} = 0.6$  (всі довжини віднесені до  $R_s$ , а початок координат зсунутий в точку  $x_s$ ).

Перша серія обчислень проводилась для випадку необмежено довгої циліндричної частини ( $x_2$  у формулі (17) прямує до нескінченності). Результати для рівняння першого наближення наведені на рис. 9 дрібним маркером. Для порівняння більшими маркерами показані результати інтегрування нелінійного рівняння (1) для різних значень початкового числа кавітації  $\sigma_0 = 0.1; 0.08, 0.06; 0.04; 0.02$  та інтенсивності піддуву після перерахунку на ефективне число кавітації. Для зручності порівняння з експериментальними даними роботи [5] довжина каверни на рис. 9 віднесена до діаметра дискового кавітатора.

Видно, що перше наближення лінійної теорії (10) дуже гарно збігається з розрахунками за нелінійним рівнянням (1). Для заданих значень параметрів  $x_1$  та  $R_1$  довжина каверни змінюється неперервно (немає жодних "стрибків" при переході точки замикання каверни з конічної частини на циліндричну, що для обраного тіла відповідає значенню 8.5 безрозмірної (віднесеної до діаметра диска) довжини).

Для перевірки впливу на форму каверни значень параметрів  $x_2, x_3$  та  $R_2$  було проведено спеціальну серію чисельних експериментів з використанням нелінійного рівняння (1). Розрахунки показали, що форма каверни практично збігається з випадком необмежено довгої циліндричної частини ( $x_2$  у формулі (17) прямує до нескінченності). Довжина каверни (координата точки її перетину з тілом) може незначно відрізнитися і пояснюється чисто геометричними розбіжностями у формі тіла, розташованого в каверні.

Таким чином, зміни довжини вентиляваної каверни, зафіксовані в статті [5], слід пояснювати лише змінами ефективного числа кавітації. На жаль, в роботах [4, 5] вимірювалось лише об'ємне витрачання газу, що використовується для вентиляції, а значення числа кавітації визначалось за формою каверни. Відповідно до рівняння (1) форма вентиляваної каверни залежить як від інтенсивності

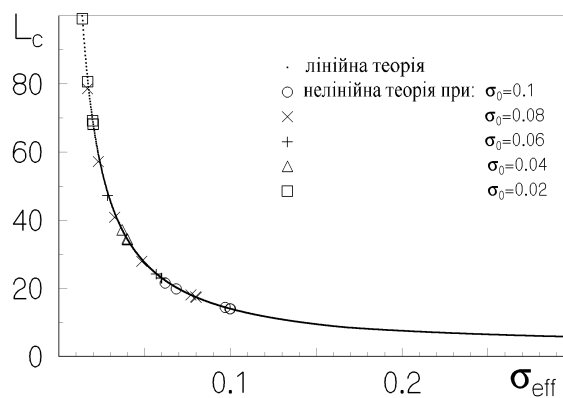


Рис. 9. Довжина вентиляваної каверни за диском на тілі конус-циліндр при  $x_1 = 7.85$ ,  $R_1 = 1.15$

вентиляції (параметри  $\Delta$  або  $Ve$ ), так і від значення числа кавітації в перерізі початку каверни  $\sigma_0$ . Для докритичних значень інтенсивності піддуву  $Ve < \sigma_0$  (див. формули (6), (11), (13), (14)) форма каверни залежить лише від різниці цих двох параметрів  $\sigma_{eff} = \sigma_0 - Ve$ , або від числа Ейлера  $Eu = 2p_\infty / (\rho U^2)$  та безрозмірного значення сталої Бернуллі  $Be = (p_0 + 0.5\rho_g U_g^2) / (0.5\rho U^2)$  у потоці газу, що використовується для вентиляції. За умовами експериментів, описаних в [5], число Ейлера є фіксованим, але значення сталої Бернуллі, на жаль не контролювалось, що робить неможливим порівняння розвиненої теорії з експериментальними результатами.

Варто відзначити, що значення сталої Бернуллі, залежить не тільки і не стільки від зовнішнього обтікання потоком рідини, але і від характеристик каналу, що підводить газ, та від методики дослідів. Тому експериментальні результати з однаковими значеннями лише інтенсивності піддуву (параметрів  $\Delta$ ,  $Ve$  або  $C_Q = Q / (\pi R_0^2 U)$ ) можуть бути неспівставними. Зокрема, неоднозначну залежність довжини каверни від параметра  $C_Q$ , що спостерігалась експериментально (див. [5], рис. 3 та 4), цілком можна пояснити змінами тиску в каналі подачі газу (різними значеннями сталої Бернуллі). Ці зміни можуть бути зумовлені як характеристиками кільцевого каналу та умовами виносу газу з каверни, так і експериментальною методикою зміни витрачання газу (якщо вона не фіксує значення тиску в певному перерізі).

## ВИСНОВКИ

Розглянуто проблему впливу різних інтенсивно-

стей піддуву газу на форму тонких осесиметричних стаціонарних каверн у невагомій рідині з використанням моделі одновимірної нев'язкої течії нестисливого газу в кільцевому каналі між поверхнею каверни і корпусом тіла та отриманого в [8] нелінійного диференціального рівняння. Запропоновано безрозмірний параметр  $Ve$  – відношення швидкісних напорів газу у фіксованому перерізі каверни та потоці рідини. Показано, що форма каверни суттєво залежить від співвідношення параметрів  $Ve$  та числа кавітації в тому ж фіксованому перерізі, наприклад  $\sigma_0$ . У випадку докритичних значень інтенсивності піддуву ( $Ve < \sigma_0$ ) розв'язок нелінійного рівняння може бути представлений у вигляді асимптотичного ряду, а форма вентиляваної каверни достатньо точно збігається з формою парової каверни при ефективному числі кавітації, що дорівнює  $\sigma_0 - Ve$ .

Наближення до критичної інтенсивності піддуву не завжди відповідає необмеженому зростанню розмірів каверни. В цих випадках, а також при надкритичних інтенсивностях піддуву ( $Ve \geq \sigma_0$ ) слід використовувати нелінійне рівняння роботи [8]. Даний факт проілюстровано розрахунками довжини вентиляваної каверни, що замикається на тілі конус-циліндр. У тих випадках, коли інтенсивність вентиляції перевищує критичні значення, вона все одно залишається обмеженою деяким іншим значенням, що залежить від  $\sigma_0$  та форми кавітатора і корпусу розташованого в каверні тіла.

Для порівняння теоретичних результатів з експериментальними даними бракує вимірів тиску (або числа кавітації) в деякому фіксованому перерізі каверни. Відсутність таких даних робить неспівставними результати різних експериментів, оскільки форма каверни залежить не тільки від інтенсивності піддуву, але і від  $\sigma_0$ .

1. Логвинович Г.В. Гидродинамика течений со свободными границами.– К.: Наук. думка, 1969.– 208 с.
2. Matveev, K.I., Burnett, T., Ockfen, A. Study of Air-Ventilated Cavity Under Model Hull on Water Surface // Ocean Engineering.– 2009.– 36 (12-13).– P. 930-940.
3. Kuklinski R., Henoeh c., Castano J. Experimental study of ventilated cavities on dynamic test model // CAV2001.– 2001.– Pasadena, USA.– P. 1-8.
4. Wosnik M., Schauer T.J., Arndt R.E.A. Experimental study of a ventilated supercavitating vehicle // CAV2003.– 2003.– Osaka, Japan.– P. 1-7.
5. Власенко Ю. Д., Савченко Г. Ю. Исследование параметров искусственной каверны при замыкании на цилиндрическом корпусе // В сб.: Суперкавитация: достижения и перспективы.– 2010.– Институт гидромеханики НАНУ.– С. 56-63.
6. Макасеєв М.В. Двумерная теория кавитационных течений под днищем судна // В сб.: Суперкавитация: достижения и перспективы.– 2010.– Институт гидромеханики НАНУ.– С. 64-76.
7. Zhuravlev Yu. F., Varyukhin A.V. Numerical simulation of interaction gas jets flowing into water cavity with its free surfaces simulation // International Conference SuperFAST2008.– July 2-4, 2008.– Saint-Petersburg, Russia.– P. 1-9.
8. Манова З. І., Нестерук І. Г. Шепетюк Б. Д. Оцінки впливу вентиляції на форму тонких осесиметричних каверн // Прикладна гідромеханіка.– 2011.– Т. 13 (85), N 2.– С. 44-50.
9. Нестерук І. Г. Шепетюк Б. Д. Особливості форми донних штучних осесиметричних каверн // Прикладна гідромеханіка.– 2011.– Т. 13 (85), N 3.– С. 69-75.
10. Нестерук І. Г. Часткова кавітація на видовжених тілах. Опуклі та увігнуті каверни // Прикладна гідромеханіка.– 2004.– Т. 6 (78), N 3.– С. 64-75.
11. Нестерук І. Г. Об ограничениях на параметры кавитационных течений // Прикладная математика и механика.– 1986.– т. 50, вып. 4.– С. 584-588.