

УДК 532.517.2

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПОЛЕЙ СКОРОСТИ И ДАВЛЕНИЯ В ПЛОСКОМ КАНАЛЕ ПРИ НАЛИЧИИ НА ЕГО СТЕНКЕ КВАДРАТНОГО ПРЕПЯТСТВИЯ

Е. В. БРУЯЦКИЙ, А. Г. КОСТИН, Е. И. НИКИФОРОВИЧ

Институт гидромеханики НАН Украины, Киев, Украина

Отримано 14.04.2011

Представлены результаты численного расчета течения в плоском канале при наличии на его нижней стенке выступа с квадратной формой поперечного сечения. Метод расчета основан на прямом решении нестационарных уравнений Навье-Стокса в переменных скорость-давление методом конечных разностей с использованием разнесенных сеток. Приведены результаты численного исследования полей скорости, давления и вихревой структуры потока в области расположения уступа при различных числах Рейнольдса и заданной геометрии препятствия. Показано, что при числах Рейнольдса больше 400 существуют вторичные вихревые образования на верхней и нижней стенках канала.

Представлені результати чисельного розрахунку течії у плоскому каналі при наявності на його нижній стінці виступу з квадратною формою поперечного перетину. Метод розрахунку оснований на прямому вирішенні нестационарних рівнянь Нав'є-Стокса у змінних швидкість-тиск методом кінцевих відмінностей з використанням рознесених сіток. Наведені результати чисельного дослідження полів швидкості, тиску і вихрової структури потоку в області розташування уступу при різноманітних числах Рейнольдса і заданій геометрії перешкод. Показано, що при числах Рейнольдса більше 400 існує вторинне вихрове утворення на верхній і нижній стінках каналу.

The paper presents results of numerical simulation of a laminar flow over a single ledge of a rectangular cross section, the ledge having been located on a bottom wall of a flat linear channel. The computational method is based on the application of a universal discrete analogue of Navier-Stokes equations in velocity-pressure variables. A system of algebraic differential equations is solved using the iteration method for identification. Numerical results are presented for velocity and pressure fields as well as for the flow vortical structure in the ledge area. For the given ledge geometry, the Reynolds number impact is studied on the vortex structure, pressure field and a size of the circulation zone behind the obstacle. Secondary vortex formations over top and bottom walls of the channel are shown to develop in the flow for Reynolds numbers greater than 400.

ВВЕДЕНИЕ

Наличие какого-либо препятствия или элемента шероховатости на обтекаемой твердой поверхности может значительно влиять на структуру потока с поперечным сдвигом. С течениями такого класса сталкиваются при рассмотрении внешних и внутренних задач гидроаэродинамики. Это могут быть устройства, помещенные на крыловой профиль или лопатку турбины, для управления процессами сопротивления и теплообмена, это могут быть чипы на компьютерных платах, или течения в трубах, каналах и кровеносных сосудах с геометрическими неоднородностями на стенках и т.п. Интерес к таким задачам обусловлен тем, что в зависимости от числа Рейнольдса и геометрических размеров препятствия в потоке могут возникать различные вихревые структуры как перед препятствием, так и в следе за ним. Возникающий при определенных числах Рейнольдса отрыв течения существенно влияет на величину гидродинамического сопротивления и процессы теплообмена и шумообразования. Вследствие этого задачи такого класса являются предметом постоянно-

го изучения различных исследователей.

В литературе известно множество экспериментальных работ и примеров расчета рассматриваемых течений с помощью приближенных и численных методов [1-4]. В большинстве ранних экспериментальных и численных исследований движения жидкости вблизи плохообтекаемых препятствий, закрепленных на неподвижной поверхности, основное внимание уделялось общим характеристикам течения, таким как профили средних скоростей и длина циркуляционной зоны за препятствием. В последние годы уровень развития математического моделирования и компьютерных технологий позволяет определить не только традиционные характеристики таких течений, но и надежно рассчитывать тонкую вихревую структуру течения, включая вторичные мультивихревые образования на твердых стенках за основной циркуляционной зоной позади препятствия.

Форма вихря, образующегося перед препятствием, изучалась в работах Smith, Walton [5], Bhatnagar [6], где было показано, что эта вихревая зона подпора вверх по течению удлинялась с ростом числа Рейнольдса. Ряд работ посвящен изучению влияния малого закрылка на крыловом

профиле и лопасти лопатки на величину подъемной силы или снижение профильного сопротивления [7-10]. В работе [6] рассматривалось стационарное плоское течение за малым препятствием прямоугольной формы. Недавно S. Mahapatra, F.T. Smith [11] изучали обтекание препятствия полукруглой формы на основе прямого численного решения уравнений Навье-Стокса в переменных функция тока - вихрь.

Хорошо известно, что численное решение задач о движении вязкой несжимаемой жидкости на основе уравнений Навье-Стокса осложнено не только их нелинейностью, но и отсутствием явного уравнения для определения давления. Для преодоления этого существуют два подхода. Один из них состоит в исключении давления из системы определяющих исходных уравнений с помощью перехода к переменным функция тока-вихрь (Ψ, Ω) . Преимущества и недостатки этого подхода хорошо известны [12-14]. Главный недостаток связан с трудностью постановки граничных условий для вихря скорости и отсутствием возможности обобщения этого подхода на трехмерные задачи и турбулентные режимы течения. Поэтому предпочтительней выглядит подход, использующий естественные физические переменные скорость-давление. Однако в этом случае для несжимаемой жидкости необходимо иметь дополнительное уравнение для определения давления.

В рамках второго подхода, когда используются физические переменные скорость-давление, можно выделить две основные группы методов. К первой группе относятся разновидности и модификации метода "маркеров и ячеек" (Markers and Sells), предложенного Ф. Харлоу и С. Велчем [15,16], который в литературе известен как "MAC" метод. Он характерен тем, что для построения конечно-разностной схемы используются разнесенные сетки, а для определения давления из уравнения неразрывности получают разностное уравнение типа Пуассона. В первых его вариантах возникали сложности с граничными условиями на твердой поверхности. Позже, в версии алгоритма SMAC [17] этот недостаток удалось устранить. Далее, на основе этого подхода О.М. Белоцерковским с сотрудниками был развит эффективный метод "расщепления по физическим процессам" [18-20].

Ко второй группе относится семейство алгоритмов SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure-linked Equations) [21,22], в которых для дискретизации исходных уравнений используется метод "конечных объемов" и разнесенные сетки. Этот подход был предложен и развит С. Патанкармом и Р. Сполдингом [21-23]. Для решения системы

конечно-разностных уравнений используется итерационная процедура SIMPLE. Различные модификации этого метода известны как аббревиатуры SIMPLEC, PISO, SIMPLER и другие. Недавно в нашей работе [24] был предложен эффективный численный метод решения системы нестационарных уравнений движения Навье-Стокса для несжимаемой жидкости в переменных скорость-давление. Основная цель данной работы состоит в исследовании возможностей этого метода и изучении влияния числа Рейнольдса на поля скорости и давления в зоне плохообтекаемого препятствия с квадратной формой поперечного сечения, расположенного на жесткой стенке плоского канала.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Рассмотрим течение несжимаемой вязкой жидкости в плоском прямолинейном канале, на нижней стенке которого на расстоянии S_1 от входного сечения АВ расчетной области расположена геометрическая неоднородность с поперечным сечением квадратной формы $EFKQ$. Физическая картина течения и границы расчетной области показаны на рис. 1.

Начало введенной декартовой системы координат 0 находится в левом нижнем углу расчетной области $ABCDQKFEA$. Ширина канала имеет размер h , а длина расчетной области S состоит из трех участков $S = S_1 + S_2 + S_3$. Течение жидкости происходит слева направо. Левая АВ и правая CD границы расчетной области считаются достаточно удаленными от выступа $EFKQ$, чтобы на них можно было принять условия, соответствующие невозмущенному потоку в плоском прямолинейном канале.

Характерной особенностью течений в каналах является то, что движение жидкости происходит под действием продольного перепада давления. Однако заданной величиной в рассматриваемой задаче следует принять не перепад давления, а расход жидкости $Q = u_0 \cdot h$ через поперечное сечение канала CD . При такой постановке задачи число Рейнольдса $Re = u_0 \cdot h/\nu$ задается, а давление определяется в процессе решения задачи.

Для описания движения жидкости используются нестационарные уравнения Навье-Стокса без каких-либо упрощающих предположений. При введении безразмерных величин за масштаб длины принимается ширина канала h , за масштаб скорости принята среднерасходная скорость в канале $u_0 = Q/h$, за масштаб времени принята вели-

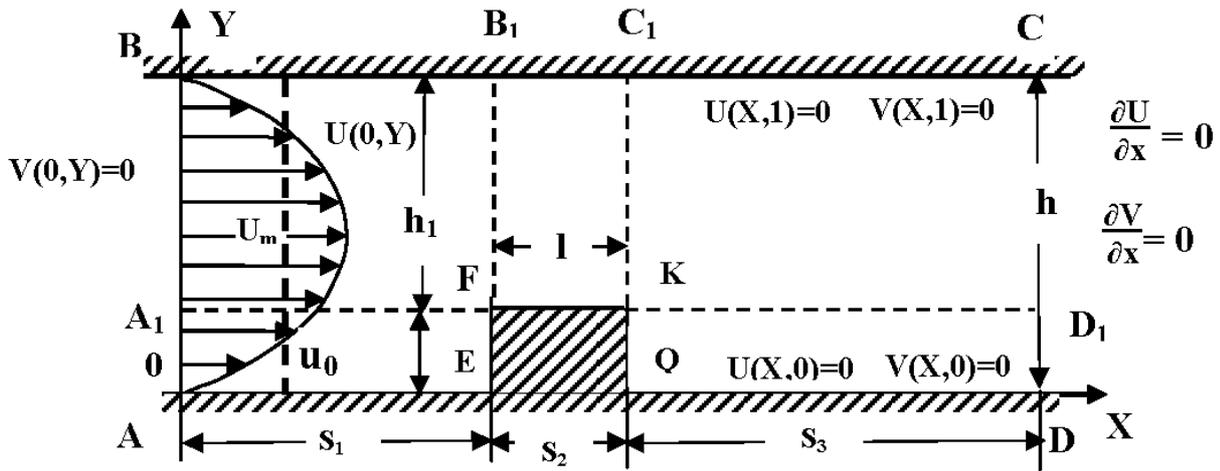


Рис. 1. Принципиальная схема течения в плоском канале с квадратным препятствием

чина $t_0 = h/u_0$, а за масштаб давления принят скоростной напор $p_0 = \rho \cdot u_0^2$. В безразмерных величинах V_i, P, X_i система нестационарных уравнений Навье-Стокса с постоянными плотностью ρ_0 и кинематической вязкостью ν в консервативной тензорной форме в прямоугольной декартовой системе координат записывается в виде [25, 26]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_i}{\partial \tau} &= -\frac{\partial P}{\partial X_i} + \\ &+ \frac{\partial}{\partial X_k} \left[-V_i V_k + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial V_i}{\partial X_k} + \frac{\partial V_k}{\partial X_i} \right) \right], \quad (1) \\ \frac{\partial V_k}{\partial X_k} &= 0. \end{aligned}$$

Здесь по повторяющемуся индексу подразумевается суммирование. Такая компактная запись исходных уравнений позволяет рассматривать и трехмерные течения. Для рассматриваемой двумерной задачи $i, k = 1, 2$; $X_1 = X$; $X_2 = Y$; $V_1 = U$; $V_2 = V$. При этом $U = u/u_0$, $V = v/u_0$, $X = x/h$, $Y = y/h$, $\tau = tu_0/h$, $P = p/\rho_0 u_0^2$. Здесь U и V - горизонтальная и вертикальная компоненты скорости соответственно.

Для завершения постановки задачи необходимо задать начальные и краевые условия на всех границах расчетной области $ABCDQKFEA$. Предполагается, что в начальный момент времени во всей расчетной области горизонтальная скорость U имеет параболический профиль Пуазейля, а вертикальная скорость V и давление P равны нулю.

На входной границе расчетной области будем использовать условия невозмущенного потока, которые в данном случае состоят в том, что вер-

тикальная скорость $V|_{AB} = 0$, а продольная скорость U имеет установившейся параболический профиль Пуазейля в виде

$$U(Y)|_{AB} = 6(1 - Y)Y. \quad (2)$$

На всех неподвижных твердых стенках граничными условиями для компонентов скоростей являются очевидные условия прилипания $U|_{\Gamma} = 0$ и непротекания $V|_{\Gamma} = 0$, где Γ - твердая граница. При постановке граничных условий на выходе из расчетной области в сечении CD мы сталкиваемся с проблемой моделирования граничных условий на бесконечности. В данном случае будут использованы стандартные "мягкие" условия Неймана.

Таким образом, решение системы уравнений (1) будем искать в области $0 \leq X \leq S$, $0 \leq Y \leq 1$ с начальными и граничными условиями в следующем виде:

Начальные условия:

$$\begin{aligned} U(X, Y, 0) &= 6(1 - Y)Y, \\ V(X, Y, 0) &= 0, \quad P(X, Y, 0) = 0. \end{aligned}$$

Граничные условия:

$$\begin{aligned} U|_{AB} &= 6(1 - Y)Y; \quad U|_{BC} = 0; \\ \partial U / \partial X|_{CD} &= 0; \quad U|_{DQ} = 0; \\ U|_{QK} &= 0; \quad U|_{KF} = 0; \quad U|_{FE} = 0; \quad U|_{EA} = 0; \\ V|_{AB} &= 0; \quad V|_{BC} = 0; \quad (3) \\ \partial V / \partial X|_{CD} &= 0; \quad V|_{DQ} = 0; \\ V|_{QK} &= 0; \quad V|_{KF} = 0; \quad V|_{FE} = 0; \quad V|_{EA} = 0. \end{aligned}$$

Основными параметрами задачи являются число Рейнольдса и геометрическая высота квадратного выступа $B = b/h$. Следует подчеркнуть, что в рассматриваемом подходе необходимое уравнение для давления выводится из уравнения неразрывности в виде уравнения типа Пуассона. При этом необходимые для его решения значения давления в граничных узлах определяются с помощью уравнений движения в комбинации с граничными условиями для компонентов скорости [27]. В процессе решения задачи требуется определить поля скорости и давления в расчетной области и исследовать влияние числа Рейнольдса и геометрического размера препятствия B на вихревую структуру течения в канале, протяженность зоны подпора перед уступом и длину циркуляционной зоны за препятствием. Стационарное течение в канале характеризуется тем, что искомые переменные U, V, P не зависят от времени.

2. ОСОБЕННОСТИ ЧИСЛЕННОГО МЕТОДА

Общий принцип используемого метода решения уравнений Навье-Стокса рассмотрен в нашей работе [24]. Подробности численной процедуры описаны в [28]. В расчетной области вводится основная ортогональная сетка $S_0(j, i)$ и две вспомогательные полуцелые сетки $S_1(j + 1/2, i)$, $S_2(j, i + 1/2)$, для продольной и поперечной скоростей соответственно. Для построения дискретного аналога используется конечно-разностная трехслойная неявная пятиточечная схема. Диффузионные слагаемые аппроксимируются центральными разностями, а конвективные слагаемые — противопоточными разностями со 2-м порядком точности по пространству. Производные по времени аппроксимируются односторонними разностями с 1-м порядком точности. Полученная система разностных алгебраических уравнений решается с помощью алгоритма SIMPLE [15, 21], а полученное уравнение Пуассона для давления решается методом по координатного расщепления и линейного сканирования. На каждом шаге по времени контролируется выполнение уравнения неразрывности и граничные условия для скоростей на границах. Разработанный алгоритм решения эволюционной гидродинамической задачи позволяет получать стационарные решения либо исследовать поведение характеристик течения во времени.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Используя разработанную программу, была выполнена серия расчетов по изучению влияния числа Рейнольдса на скоростную структуру течения и поля давления в плоском канале в зоне расположения выступа с квадратной формой поперечного сечения. Расчеты в основном выполнены на равномерных сетках с шагами по пространству $\Delta x = \Delta y = 0.02$ при высоте выступа $B = b/h = 0.4$.

В качестве первого примера ниже на рис. 2 приведены результаты расчетов векторного поля скоростей в плоском канале с выступом квадратной формы при пяти числах Рейнольдса $Re=100, 400, 600, 800, 1000$. Эти рисунки наглядно показывают влияние числа Рейнольдса на вихревую структуру течения в зоне расположения выступа.

Анализ рисунков показывает, что при всех пяти числах Рейнольдса для зоны за препятствием характерно образование возвратных течений, а протяженность этой зоны и структура течения в ней зависят от числа Рейнольдса при заданной геометрии выступа. Нетрудно видеть, что при $Re=100$ и $B = 0.4$ ниже выступа наблюдается хорошо выраженная циркуляционная зона в виде одного большого вихря, несколько вытянутого вдоль по течению, а выше выступа поток тормозится и обтекает выступ пока без образования вихревой зоны в углу E . С ростом числа Рейнольдса вихревая структура потока качественно меняется. Уже при $Re \geq 400$ впереди выступа образуется небольшая вихревая зона жидкости с вращением по часовой стрелке, а циркуляционная зона, образующаяся за выступом, в верхней своей части дробится на два вихря с противоположным направлением вращения. Дальнейший рост числа Рейнольдса, то есть при $Re \geq 800$, горизонтальные размеры вихревых областей как перед выступом, так и за ним увеличиваются, а их структура усложняется вследствие образования нескольких локальных вихревых структур.

Одним из впечатляющих результатов, полученных с помощью расчетов, является обнаружение вторичной вихревой зоны на верхней стенке канала сразу за основной циркуляционной зоной, при этом вторичная вихревая структура наблюдается лишь при числах $Re \geq 400$, а при $Re=100$ она еще не появляется. Это явление сопровождается возникновением дополнительных потерь энергии основного потока и усилением обмена количеством

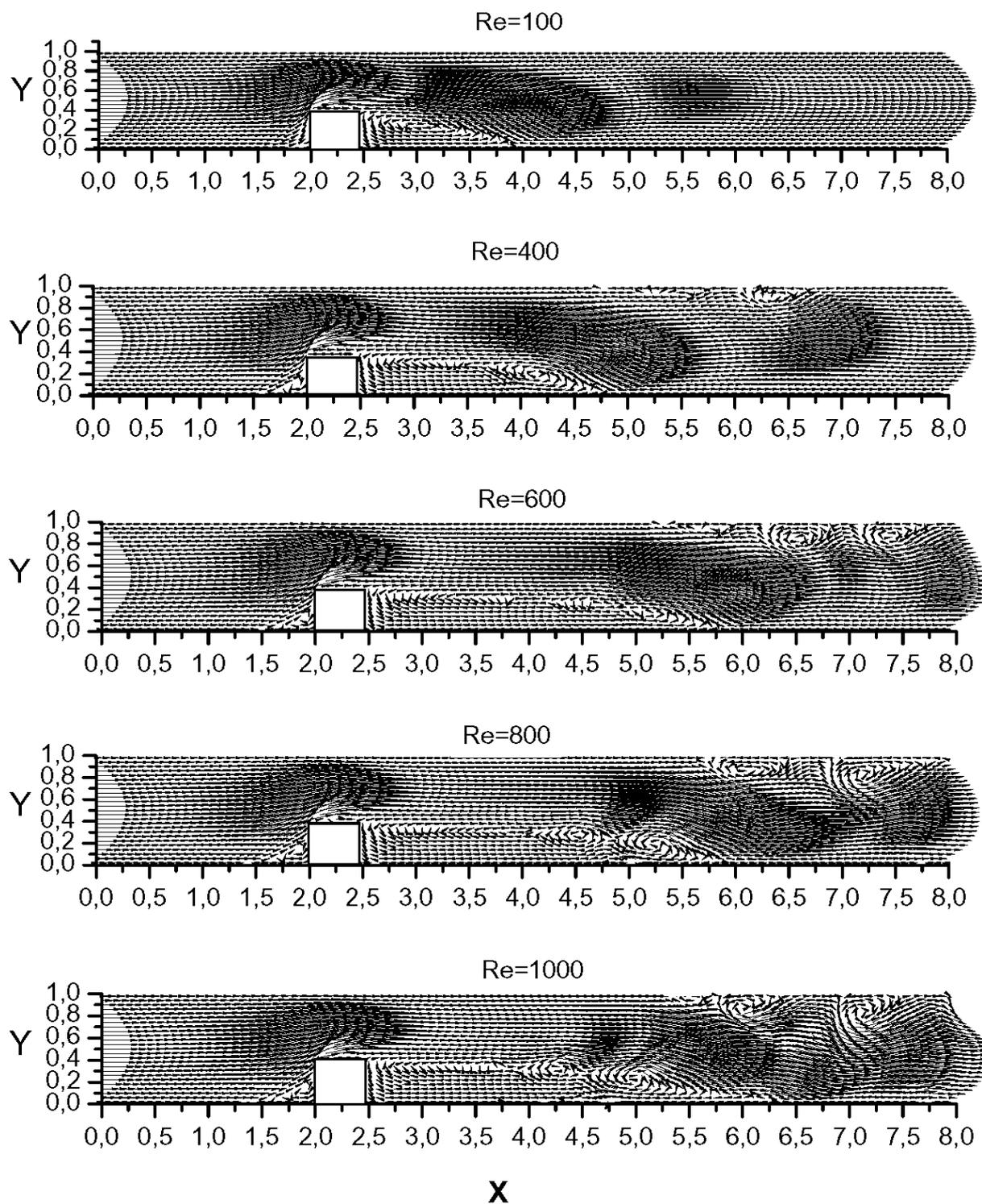


Рис. 2. Расчетное векторное поле скоростей в плоском канале с выступом квадратной формы ($B = 0.4$) при пяти различных числах Рейнольдса ($Re=100, 400, 600, 800, 1000$) для $\tau = 100$

движения между слоями жидкости в поперечном направлении, что и обуславливает изменение ди-

намикки и кинематики потока.

Переформирование скоростной структуры пото-

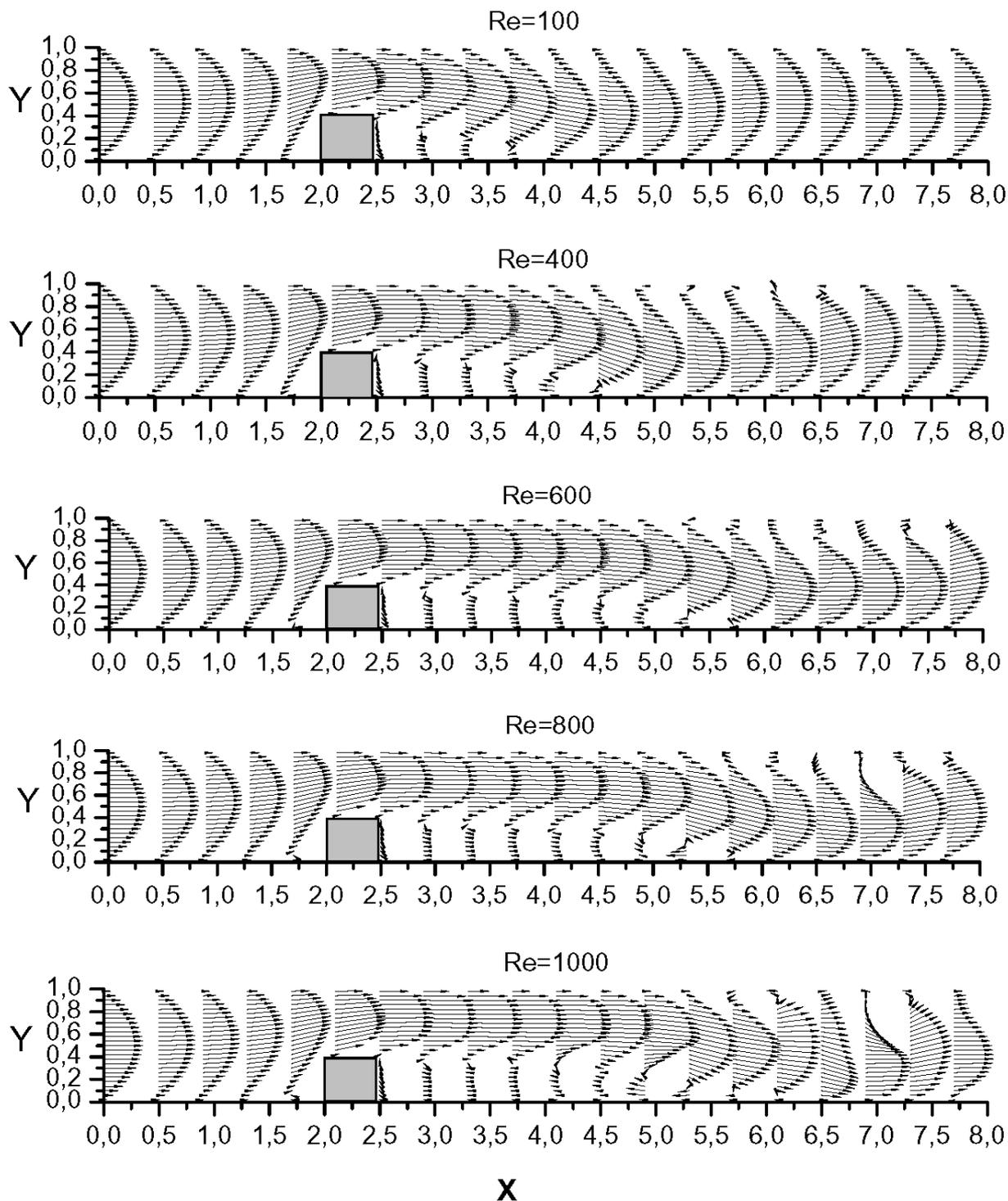


Рис. 3. Расчетные профили горизонтальных скоростей в различных сечениях оси X в плоском канале с выступом квадратной формы ($B = 0.4$) при пяти различных числах Рейнольдса ($Re=100, 400, 600, 800, 1000$) для $\tau = 100$

ка по высоте канала приводит к возникновению градиентов давления, что в свою очередь служит на определенных участках канала положительных причиной образования вторичных вихревых зон.

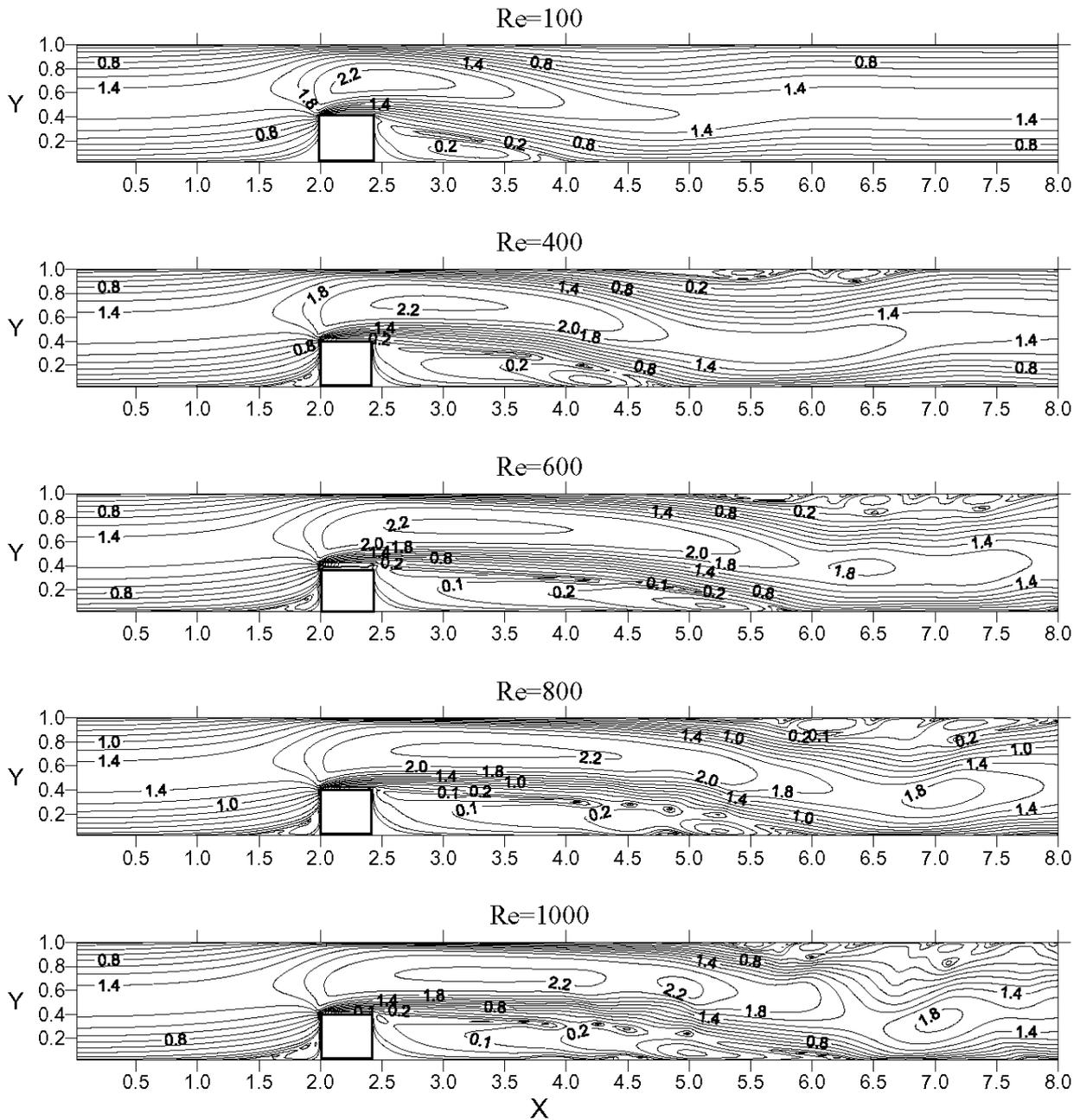


Рис. 4. Расчетные изолинии равных скоростей в плоском канале с выступом квадратной формы ($B = 0.4$) при пяти различных числах Рейнольдса ($Re=100, 400, 600, 800, 1000$) для $\tau = 100$

Особая сложность их геометрии хорошо наблюдается на рис. 2 при $Re=1000$.

С целью полноты представления картины скоростного поля в плоском канале при наличии геометрической неоднородности в виде квадратного препятствия на рис. 3 приведены расчетные профили горизонтальных скоростей $U(Y)$ в двадцати различных сечениях по оси X при пяти чи-

слах Рейнольдса ($Re=100,400,600,800,1000$). Вместе с рис. 2 они достаточно полно иллюстрируют сложную структуру течения и искривление линии максимальных скоростей, которое обусловлено наличием системы вихрей не только в зоне за препятствием, но и на верхней стенке канала.

В дополнение к двум приведенным расчетным картинам течения на рис.4 представлены резуль-

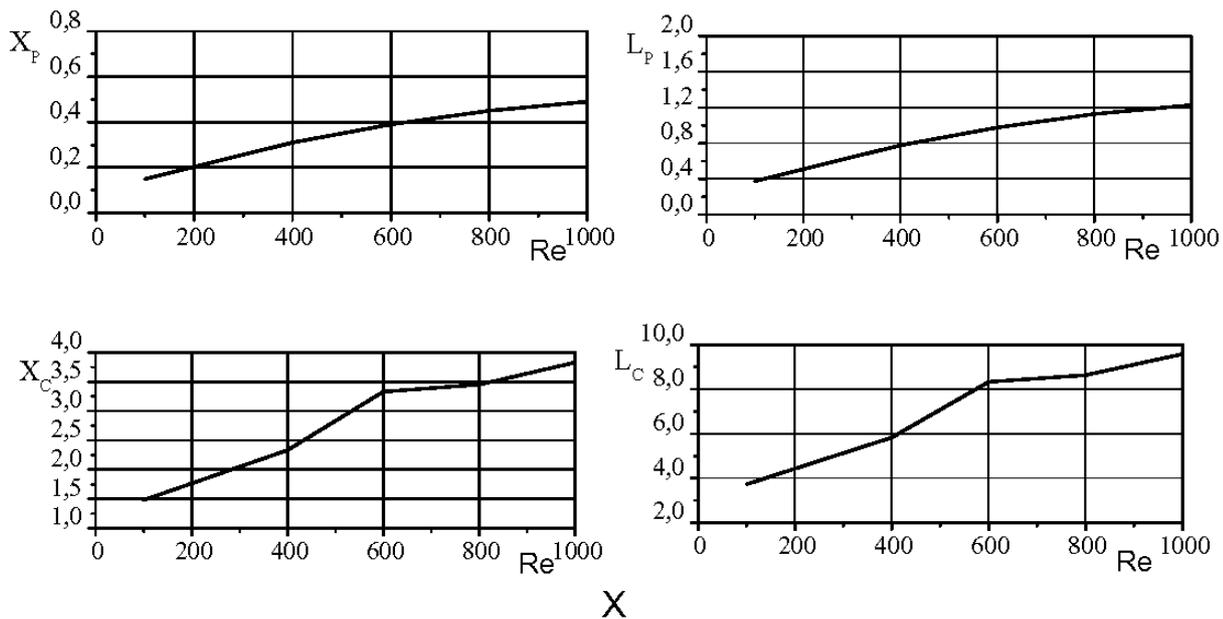


Рис. 5. Зависимости от числа Рейнольдса длины зон подпора перед препятствием $X_p = x_p/h$ и $L_p = X_p/B$ (вверху) и циркуляционных зон $X_c = x_c/h$ и $L_c = X_c/B$ (внизу) за препятствием квадратной формы в плоском канале при $B = 0.4$

таты расчетов в виде линий равных скоростей в канале при пяти различных числах Рейнольдса. На приведенном рисунке, подобно линиям тока, выразительно показана тонкая структура и величина скоростей в плоском канале с квадратным выступом при пяти числах Рейнольдса. Полученная картина течения в зоне за препятствием во многом похожа на полученную нами ранее структуру течения во внезапно расширяющемся канале за уступом [28], но они не одинаковы.

В целом расчетные изолинии равных скоростей и их векторные поля показывают, что при малых числах Рейнольдса $Re \leq 100$ вязкие эффекты являются преобладающими и скоростная структура течения во всей расчетной области оказывается простейшей и определена фактически параболой Пуазейля, за исключением зоны в непосредственной близости от препятствия. Рост числа Рейнольдса приводит к увеличению роли конвективного переноса. В результате этого позади выступа циркуляционное вихревое течение интенсифицируется и распадается на две области с различной структурой течения, характер которой виден на рис. 2 и 4. Заметим, что с ростом числа Re горизонтальный размер как зоны подпора, так и циркуляционной зоны увеличивается. Вертикальный же размер вихревой зоны вдоль оси X за выступом уменьшается и при некотором $X_c(Re)$ он замыкае-

тся на нижнюю стенку. За этим сечением профиль горизонтальной скорости $U(Y)$ в канале постепенно перестраивается в параболу Пуазейля, которая, как показали методические расчеты, реализуется вдали от препятствия на расстоянии $X = 25$. Горизонтальный размер зоны подпора L_p и протяженности циркуляционной зоны L_c за выступом представляет большой практический интерес. На рис. 5 представлена расчетная зависимость длины зоны подпора X_p и L_p и циркуляционной зоны X_c и L_c в зависимости от числа Рейнольдса при двух вариантах их нормировки. В качестве критерия определения координаты X_c принималось то значение X , при котором ближайшее к нижней стенке канала значение $U(Y)$ меняло свой знак. Однако следует заметить, что при числах $Re \geq 800$ эта координата протяженности циркуляционной зоны становится менее выраженной вследствие наличия там не одной, а нескольких сложных мультивихревых областей.

Анализ полученной зависимости $L_c = X_c/B$ от числа Re показывает, что при $Re \leq 400$ длина циркуляционной зоны L_c линейно зависит от числа Re , а при увеличении числа Рейнольдса длина L_c растет нелинейно и при $Re=1000$ выходит на значение $L_c = 9.7$.

В целом полученные результаты расчетов полей скорости в области расположения препятствия

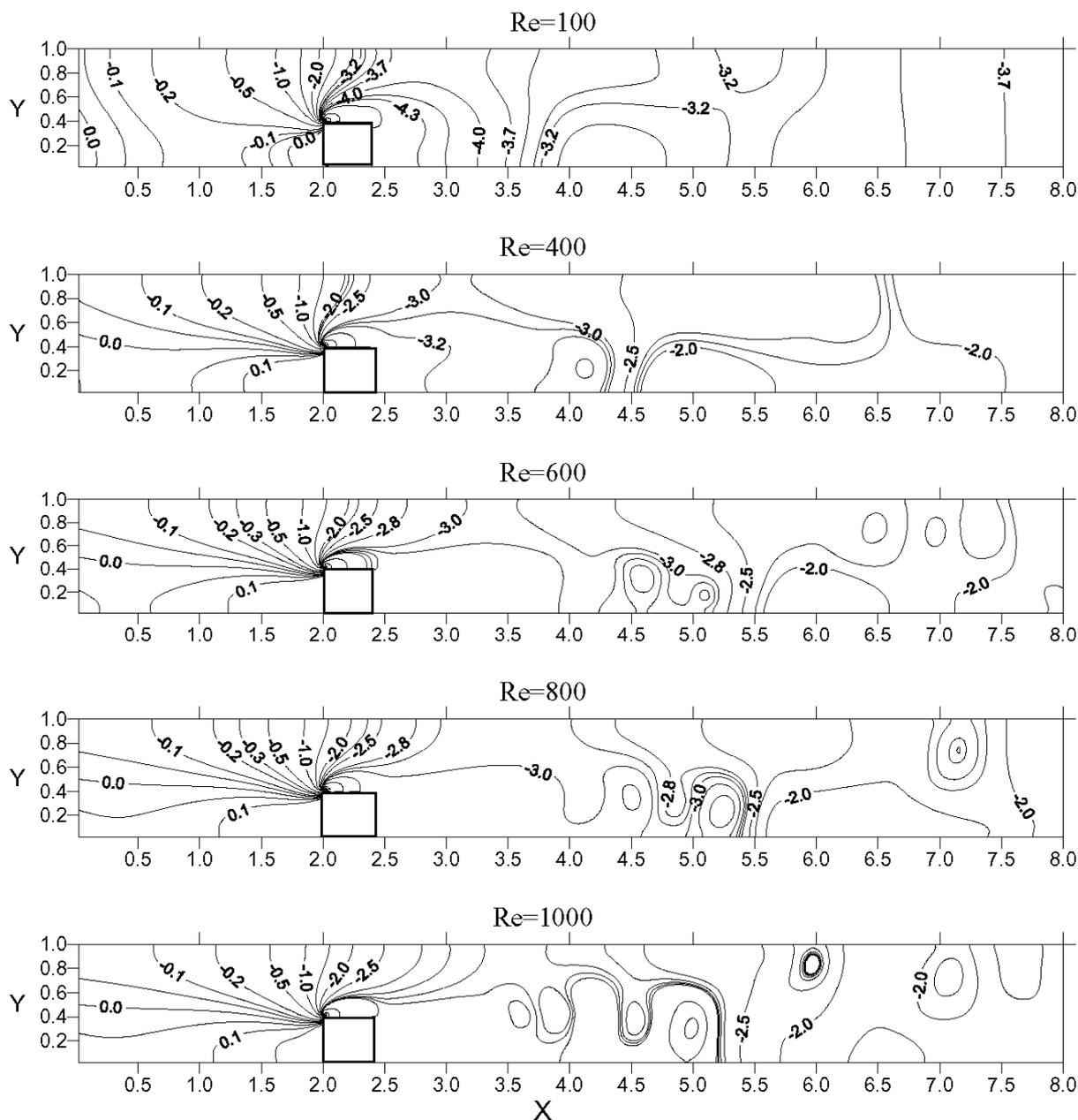


Рис. 6. Расчетное поле давлений в виде изолиний коэффициентов C_p в плоском канале с выступом квадратной формы ($B = 0.4$) при пяти различных числах Рейнольдса ($Re=100, 400, 600, 800, 1000$) для $\tau = 100$

хорошо согласуются с известными представлениями картины его обтекания, но в случае полуграниченного потока [5, 6]. В нашем же случае, когда препятствие расположено на нижней стенке плоского канала, обтекание происходит в условиях ограниченного потока. Наличие дополнительного параметра в задаче в виде расстояния h_1 между верхней стенкой канала и верхней границей препятствия приводит к тому, что при числах $Re \geq$

400 на верхней стенке канала, как уже отмечалось выше, происходит образование вторичной вихревой зоны, обусловленной взаимодействием полей давления в области отрыва потока за препятствием и давления в основном потоке.

Так как используемый метод решения системы исходных уравнений движения жидкости реализован в переменных скорость–давление, то это дает возможность рассчитывать непосредственно и по-

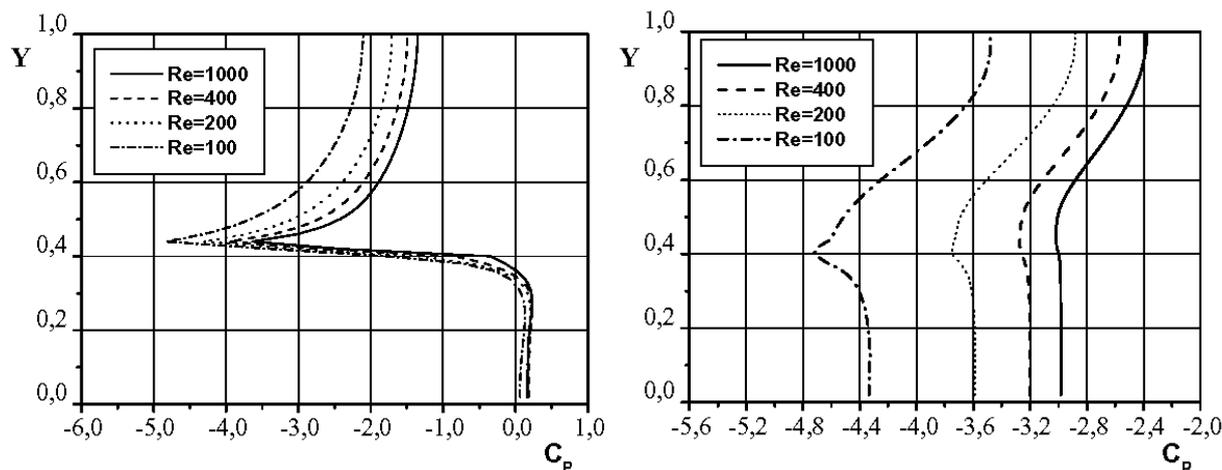


Рис. 7. Распределение коэффициента давления C_p по оси Y в сечении $X = 2.0$ (слева) и в сечении $X = 2.4$ (справа) в плоском канале с выступом квадратной формы ($B = 0.4$) при различных числах Рейнольдса

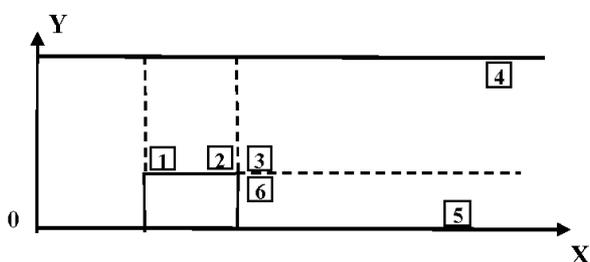


Рис. 9. Схема расположения шести реперных точек

ле давления. Результаты расчетов, относящиеся к распределению поля давления, представлены ниже на рис. 6 – 8 в виде безразмерных коэффициентов давления

$$C_p = \frac{p - p_1}{\rho u_2^0 / 2},$$

где p_1 – характерное давление в невозмущенном потоке, то есть на геометрической оси во входном сечении канала. В качестве первого примера на рис. 6 представлены расчетные значения коэффициента давления C_p в виде изолиний (изобар) при пяти числах Рейнольдса для случая выступа квадратной формы. Картина этих изолиний очень сложна и характерна для обтекания тупых тел. Их ячеистая структура хорошо коррелирует с вихревой структурой полей скорости.

Для более детального анализа поведения давления обратимся к рассмотрению результатов расчетов локальных значений давления на некоторых характерных участках в рассматриваемой задаче. К ним относится участок верхней стенки канала BC ($Y = 1$), давление вдоль горизонтальной

геометрической оси канала ($Y = 0.5$), давление вдоль оси канала на уровне высоты препятствия A_1D_1 ($Y = 0.41$), давление вдоль нижней границы канала AE, FK, QD ($Y = 0; Y = 0.41; Y = 0$), а также на вертикальных участках EFB_1 и QKC_1 , проходящих через боковые границы препятствия EF и QK .

Характер изменения коэффициента давления C_p в вертикальном сечении EFB_1 ($X = 2$) вдоль передней вертикальной стенки выступа при различных числах Рейнольдса для $B = 0.4$ приведен слева на рис. 7. Как и следовало ожидать, на этом участке при указанных числах Re давление вблизи нижней стенки канала максимально и сначала постоянно, а затем, по мере приближения значения Y к координате $Y = 0.4$, его значение уменьшается. На участке вертикального сечения B_1F , давление вблизи верхней стенки канала тоже сначала постоянно, а затем по мере приближения к левой верхней кромке уступа ($Y = 0.4$) оно уменьшается и сравнивается с локальным давлением в этой зоне.

Анализ рисунка показывает, что характер распределения давления по вертикали в рассматриваемом сечении $X = 2$, приведенный на рис. 7 слева, слабо зависит от числа Рейнольдса. Кроме того, набегающий на выступ поток создает перед ним повышенное давление, которое затем формирует структуру потока в зоне подпора.

Аналогичные результаты расчетов изменения коэффициентов давления C_p в вертикальном сечении QKC_1 ($X = 2.4$) вдоль правой боковой стенки выступа при различных пяти числах Рейнольдса для $B = 0.4$ приведены справа на рис. 7. Расчеты

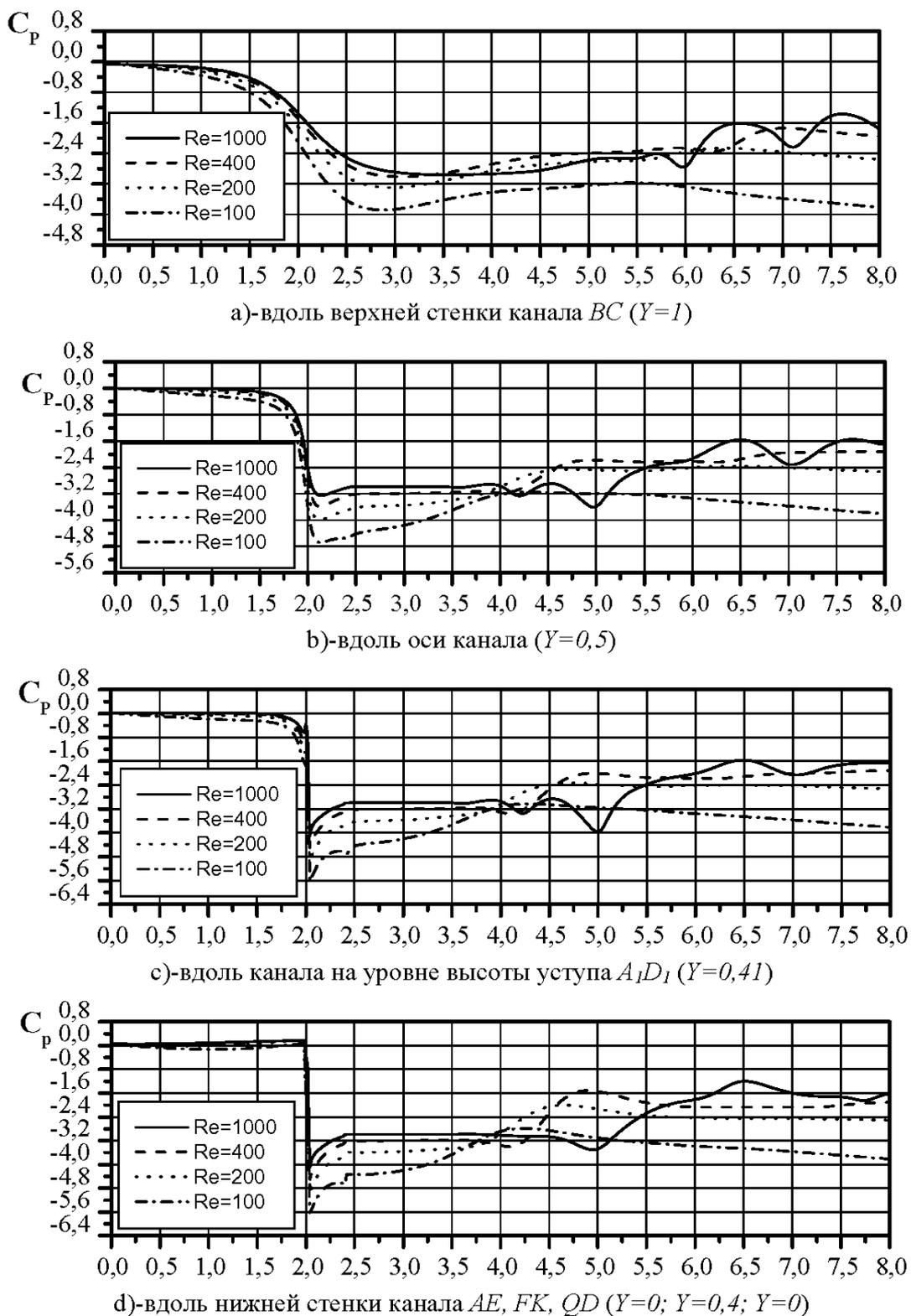


Рис. 8. Распределение коэффициента давления C_p в плоском канале с выступом квадратной формы ($B = 0.4$) при четырех числах Рейнольдса ($Re=100, 200, 400, 1000$) вдоль оси X в четырех различных сечениях (a, b, c, d) для $\tau = 100$

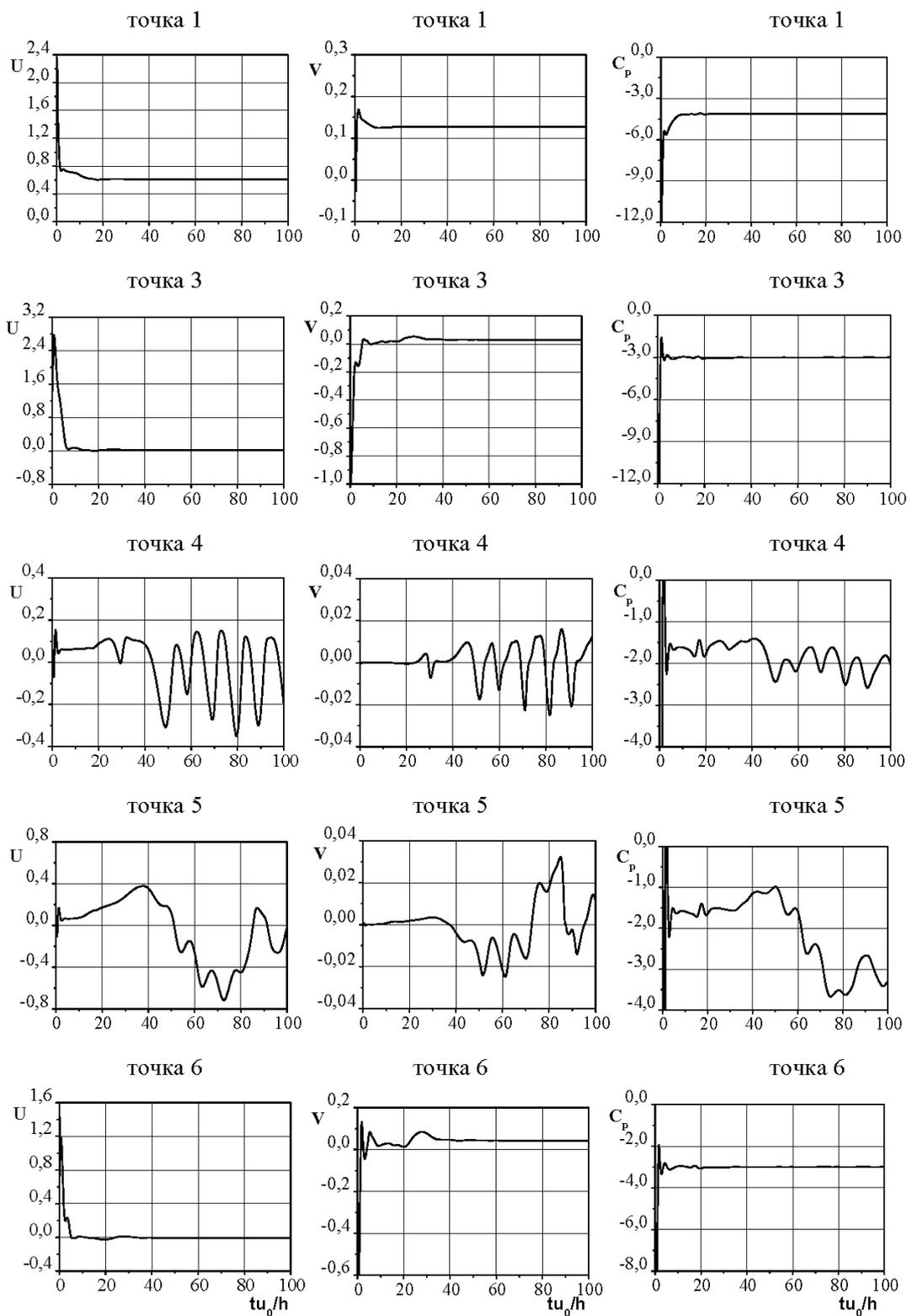


Рис. 10. Зависимость от времени значений компонентов скоростей U , V и коэффициента давления C_p в точках 1, 3 – 6 при числе $Re=1000$

показывают, что давление на задней стенке выступа меньше, чем в основном потоке. Вблизи нижней стенки канала на участке QK оно сначала постоянно по вертикали, а затем по мере приближения к верхней правой кромке выступа K значение давления уменьшается. На вертикальном участке C_1K в основном потоке локальное давление вблизи верхней стенки максимально и сначала постоянно, а по мере приближения к верхней границе выступа (точка K) оно уменьшается и стремится к локальному давлению в угловой зоне выступа. Описанная картина распределения давления в сечении C_1KQ имеет место при всех пяти числах Рейнольдса и изменяется лишь количественно, как показано на рис. 7.

Значительный интерес представляет поведение давления на различных вертикальных уровнях канала вдоль оси X в зависимости от числа Рейнольдса. На комплексном рис. 8 представлены результаты таких расчетов. Нетрудно видеть, что в ближней от входа области ($X < 2$) на всех четырех уровнях по вертикали ($Y = 1; Y = 0.5; Y = 0.41; Y = 0$) коэффициент давления C_p при всех числах Рейнольдса сначала очень незначительно убывает вдоль оси X , однако по мере приближения к выступу, в силу сохранения расхода в канале, поток над выступом ускоряется и давление интенсивно падает. Затем, по мере прохождения выступа и следующей за ним циркуляционной зоны, поток вновь расширяется и тормозится, что вызывает значительный рост давления в этой локальной области в направлении основного потока.

Взаимодействие этого локального давления, имеющего положительный градиент давления, с отрицательным градиентом давления основного потока приводит к возникновению обратного течения вблизи верхней стенки канала, скоростная структура в которых изучалась выше и зависит от числа Рейнольдса и геометрии препятствия.

Обратимся теперь к рассмотрению результатов расчета давления на горизонтальном участке A_1FKD_1 ($Y = 0.41$), совпадающим с верхней границей выступа. Распределение давления вдоль оси X на этой высоте ($Y = 0.41$) при четырех числах Рейнольдса для квадратного выступа с длиной ребра $b = 0.4h$ представлено также на рис. 8.

Расчеты показывают, что перед выступом на участке A_1F давление почти постоянно при всех четырех числах Рейнольдса. Далее после приближения к левой верхней кромке выступа, в силу уменьшения поперечного сечения канала и ускорения потока, давление при всех четырех числах Рейнольдса на участке выступа резко падает, а затем после прохождения выступа поток снова ра-

спиряется и давление возрастает, но уже не так резко, как падало, так как процесс расширения потока за выступом демфируется наличием циркуляционной зоны позади него. Далее с ростом координаты X на участке KD_1 давление плавно восстанавливается до уровня невозмущенного давления в плоском канале для соответствующего числа Рейнольдса.

Поведение на нижней твердой границе канала A_1EFKQD , как и следовало ожидать, аналогично рассмотренным выше кривым соответствующим различным значениям уровней по Y .

Таким образом, общий анализ комплексного рис. 8, показывает, что распределение давления в направлении оси X в виде коэффициента C_p в различных сечениях по высоте имеет общую закономерность и зависит от числа Рейнольдса, а при числах давления вдоль оси X приобретает волновой характер, что обусловлено сложной вихревой структурой течения в следе за препятствием.

Для выяснения процессов стационарности характеристик течения интересно рассмотреть их зависимость от времени. В качестве примера рассмотрим поведение продольной U , поперечной скорости V и избыточного давления C_p в шести характерных точках потока, первая из которых находится над передней кромкой выступа, вторая – над задней кромкой выступа, третья – сразу за выступом, четвертая – во вторичной вихревой зоне вблизи верхней стенки канала, пятая – в области присоединения основной циркуляционной зоны вблизи нижней стенки канала, а шестая – под третьей точкой сразу за выступом. Расположение указанных реперных точек схематически показано на рисунке 9.

В качестве примера расчета поведения основных характеристик течения на комплексном рис. 10 представлены зависимости скоростей U , V и давления C_p от времени в указанных пяти точках при числе $Re=1000$. Расчеты показали, что поведение параметров потока в точке 2 мало отличается от поведения в точках 1 и 3. Поэтому данные, полученные для нее, не рассматриваются, как не характерные.

Анализ данных по пяти точкам показывает, что в первой и третьей точках сдвиговый слой за кромкой выступа остается устойчивый и характеристики течения в нем U , V и C_p выходят на стационарный режим и при $\tau > 20$ практически не изменяются.

В точках 4 и 5, находящихся в вихревых зонах, наблюдается более сложная динамика течения. Расчеты показывают, что в точках 4 и 5 развивается неустойчивость в виде колебания значений со-

ответствующих характеристик потока. Это связано с вихревой структурой течения. В точке 6 сразу за выступом сначала наблюдаются колебания, но затем при $\tau > 30$ значения параметров стабилизируются. В целом в точках 4 и 5 амплитуда колебаний носит нерегулярный характер. В этих точках характерно появление вторых гармоник для обеих компонент скорости и коэффициента давления. В данной статье приведены лишь некоторые типичные примеры расчета, но они показывают, что в случае необходимости возможен дальнейший корреляционный и спектральный анализ соответствующих временных рядов изменения характеристик вторичных вихревых течений.

ВЫВОДЫ

На основе решения нестационарных уравнений Навье-Стокса в переменных скорость-давление получено решение задачи о течении вязкой несжимаемой жидкости в плоском канале, на нижней стенке которого расположена геометрическая неоднородность в виде препятствия с квадратной формой поперечного сечения. Выполненный вычислительный эксперимент позволяет наряду с традиционными характеристиками типа профилей продольной скорости и длины зоны циркуляции получить детальную вихревую структуру потока и поля давления. Показано, что вторичные вихревые образования на верхней и нижней стенках канала за препятствием связаны с механизмом взаимодействия полей давления в отрывной области за препятствием с полем давления основного потока в канале.

Заметим, что в предыдущих наших работах [28, 29] этим же методом были решены задачи о течении в плоском канале с односторонним сужением и внезапным расширением. Рассмотренная задача хотя и содержит аналогичные элементы течения тех задач, как например, течение перед уступом и течение за уступом, но, объединенные вместе в рассматриваемой задаче, они моделируют иное течение, связанное, например, с обтеканием какой-либо шероховатости на стенке или элементом управления процессами сопротивления и теплообмена.

Полученная информация существенно дополняет наши знания и результаты экспериментальных исследований о тонкой вихревой структуре полей скорости и полей давления за такими препятствиями.

1. Чжен П. Отрывные течения. В 3-х т.– М.: Мир, 1972-1973.– 934 с.
2. Белоцерковский О. М. Численное моделирование в механике сплошных сред.– М.: Наука, Физматлит, 1984.– 519 с.
3. Белов И. А., Исаев С. А., Коробков В. А. Задачи и методы расчета отрывных течений несжимаемой жидкости.– Л.: Судостроение, 1989.– 256 с.
4. Нейланд В. Я., Боголепов В. В., Дудин Г. Н., Липагов И. И. Асимптотическая теория сверхзвуковых течений вязкого газа.– М: Физматлит, 2003.– 456 с.
5. Smith F. T., Walton A. G. Flow Past a Two- or Three-Dimensional Steep-Edged Roughness // Proc.R. Soc. London.– 1988.– Ser. A, 454.– P. 31–69.
6. Bhattacharyya S., Dennis S. R., Smith F. T. Separation Shear Flow Past a Surface-Mounted Blunt Obstacle // J. Eng. Math.– 2001.– 39.– P. 47–62.
7. Durst F., Loy T. Investigation of Laminar Flow in a Pipe With Sudden Contraction of Cross Section Area // Comput. Fluids.– 1985.– 13.– P. 15–36.
8. Williams P. T., Baker A. J. Numerical Simulation of Laminar Flow Over a 3D Backward-Facing Step // Int J. Numer Methods Fluids.– 1997.– 24.– P. 1159–1183.
9. Chang T. P., Sheu, Tony W. H. Time Evaluation of Laminar Flow Over a Three-Dimensional Backward-Facing Step // Int J. Numer Methods Fluids.– 1999.– 31.– P. 721–745.
10. Giguere P., Dumes G., Lemay J. Gurney Flap Scaling for Optimum Lift-to-Drag Ratio // AIAA J.– 1997.– 35.– P. 1888–1890.
11. Mahapatra S., Smith F. T. Influence of surface roughness of shear flow // ASME. J. Appl. Mech.– 2004.– 71, № 4.– P. 459–464.
12. Роуч П. Вычислительная гидродинамика.– М.: Мир, 1980.– 616 с.
13. Пасконов В. М., Полежаев В. И., Чудов Л. А. Численное моделирование процессов тепло- и массообмена.– М.: Наука, 1984.– 288 с.
14. Полежаев В. И., Бунэ А. В., Верезуб Н. А. и др. Математическое моделирование конвективного теплообмена на основе уравнений Навье-Стокса.– М.: Наука, 1987.– 272 с.
15. Харлоу Ф. Х. Численный метод частиц в ячейках для задач гидродинамики // Вычислительные методы в гидродинамике.– М.: Мир, 1967.– 342 с.
16. Harlow F. H., Welch J. E. Numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow of fluid with free surface // Phys. Fluids.– 1965.– 8, № 12.– P. 2182–2189.
17. Easton C. R. Homogeneous boundary conditions for pressure in MAC method // J. Comp. Phys.– 1972.– 9, № 2.– P. 375–379.
18. Белоцерковский О. М. Численное моделирование в механике сплошных сред: 2-е изд., перераб. и доп.– М.: Физматлит, 1994.– 448 с.
19. Белоцерковский О. М., Гуцин В. А., Щенников В. В. Метод расщепления в применении к решению задач динамики вязкой несжимаемой жидкости // ЖВМ и МФ.– 1975.– 15, № 1.– С. 197–207.
20. Гуцин В. А. Метод расщепления для решения задач динамики неоднородной вязкой несжимаемой жидкости // ЖВМ и МФ.– 1981.– 21, № 4.– С. 1003–1017.

Е. В. Бруязцкий, А. Г. Костин, Е. И. Никифорович

21. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости.– М.: Энергоатомиздат, 1984.– 152 с.
22. Белов И. А., Исаев С. А. Моделирование турбулентных течений.– СПб: Балт. гос. техн. ун-т, 2001.– 108 с.
23. Spalding D. B. A novel finite difference formulation for expressions involving both first and second derivatives // Int.J. Number. Methods in Engineering.– 1972.– 4.– P. 551–559.
24. Бруязцкий Е. В., Костин А. Г., Никифорович Е. И., Розумнюк Н. В. Метод численного решения уравнений Навье-Стокса в переменных скорость-давление // Прикладна гідромеханіка.– 2008.– 10(82), № 2.– С. 13–23.
25. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа.– М.: Наука, 1978.– 736 с.
26. Бруязцкий Е. В. Турбулентные стратифицированные струйные течения.– Киев: Наукова думка, 1986.– 296 с.
27. Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей.– М.: Мир, 1991.– 552 с.
28. Бруязцкий Е. В., Костин А. Г. Прямое численное моделирование течения в плоском внезапно расширяющемся канале на основе уравнений Навье-Стокса // Прикладна гідромеханіка.– 2010.– 12(84), № 1.– С. 11–27.
29. Бруязцкий Е. В., Костин А. Г. Расчет полей скорости и давления для течения в плоском канале с внезапным односторонним сужением // Прикладна гідромеханіка.– 2009.– 11(83), № 2.– С. 3–15.