

УДК 532.465

## ТРЕХМЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ВОЛН И ТЕЧЕНИЙ

В. МАДЕРИЧ, Р. БЕЖЕНАР, И. БРОВЧЕНКО

*Институт проблем математических машин и систем НАН Украины, Киев*

*Получено 20.01.2010*

Приведено описание трехмерной модели циркуляции THREETOX, интегрированной со спектральной волновой моделью SWAN и рассматриваются вопросы параметризации придонного волнового пограничного слоя, трехмерных радиационных напряжений и обрушения волн. Результаты моделирования сопоставлены с лабораторным экспериментом, в котором под действием поверхностных волн, падающих под углом к берегу, формировалась вдольбереговая струя.

Наведено опис тривимірної моделі циркуляції THREETOX, інтегрованої з спектральною хвильовою моделлю SWAN і розглядаються питання параметризації придонного хвильового примежового шару і тривимірних радіаційних напружень і обвалення хвиль. Результати моделювання зіставлені з лабораторним експериментом, в якому під дією поверхневих хвиль, падаючих під кутом до берега, формувалась вздовжбережний струмінь.

A description of three-dimensional circulation model THREETOX integrated with a spectral SWAN wave model is given and parametrization of the wave-bottom boundary layer of three-dimensional radiation stresses and of the breaking of the waves is considered. Results of modeling are compared with the laboratory experiment, in which under the action of surface waves, incident at an angle to the shore, the longshore jet is formed.

### ВВЕДЕНИЕ

Динамика процессов в верхних слоях океанов и морей существенно определяется воздействием ветра на поверхность воды, в результате которого возникают поверхностные волны и течения, взаимодействующие между собой [1]. Течения влияют на поле волн как через изменения уровня воды и сгонно-нагонные явления, так и переносом энергии волн. В свою очередь, наличие волнения увеличивает шероховатость поверхности водоема и тем самым поток импульса от ветра, волновые движения в придонном пограничном слое увеличивают турбулизацию потока; генерируемые волнами радиационные напряжения порождают избыточный поток импульса в течения, а обрушение волн приводит к переходу импульса и энергии волнения в поле течений и в энергию турбулентности. Особенно сильно взаимодействие волн и течений наблюдается в мелководных водоемах и в прибрежных областях морей и озер.

Моделирование процессов взаимодействия ветровых волн и течений стало возможным после появления современных спектральных моделей волнения, описывающих основные механизмы порождения, переноса и трансформации энергии ветровых волн [2]. Следует подчеркнуть незавершенный характер исследований взаимодействия волнения и течений, объясняемый сложностью нелинейных процессов. Тем не менее, потребность пра-

ктического расчета и прогноза полей течений и волнения, особенно в штормовых условиях, привели в последние 20 лет к разработке ряда моделей, в которых учитывалось взаимодействие течений и волн. В таблице 1 приведены характеристики взаимодействия некоторых таких моделей.

Рассмотрим теперь детальнее используемые в моделях параметризации процессов взаимодействия волн и течений. Эмпирические зависимости шероховатости поверхности воды от скорости ветра и характеристик волнения, таких как высота значительных волн, фазовая скорость и длина волн, принадлежащих спектральному пику, были предложены в [10, 11]. В большинстве моделей применяется подход к параметризации придонного волнового пограничного слоя, восходящий к работе [12]. В работах [12–17] эффект усиления турбулентности за счет волн в придонном пограничном слое (ВППС) был параметризован введением эффективной донной шероховатости. Эффект обрушения волн на глубокой воде сводился к турбулизации приповерхностного слоя в [18, 19]. Поток импульса и поток энергии турбулентности параметризовались в работе [20]. Обрушение волн на мелководье параметризовалось с помощью модели “роллеров” (rollers) [21], в которой импульс разрушающихся волн передавался течениям.

Классическая концепция радиационных напряжений [23–24] была разработана для проинтегрированных по глубине уравнений мелкой воды. Выделение турбулентности, волн и средних течений в

Табл 1. Трехмерные модели течений, взаимодействующих с волнением

Модель	Зависимость шероховатости поверхности воды от волнения	Придонные волновые напряжения	Радиационные напряжения	Обрушение волн на глубокой воде	Обрушение волн на мелкой воде
[3]	-	[12]	-	-	-
[4]	-	[12]	-	-	-
[5]	[10]	[12]	[23]	-	-
[6]	-	-	-	-	-
[7]	[11]	[12]	[23]	-	-
[8]	[10]	[12]	[29]	-	-
[9]	-	[12], [17]	[32]	-	[21]
Настоящая модель	[10]	[12]	[35]	[18] [22]	[22]

качестве компонент в полях скорости и уровня и осреднение по фазе волн приводит к системе двумерных уравнений неразрывности и движения с дополнительным членом – тензором радиационных напряжений. Роль радиационных напряжений в обмене энергией между волнами и течениями особенно важна в прибрежной динамике и при распространении волн на неоднородных течениях, например, в зоне приливов у берега. Подход волн к отлогому берегу вызывает соответствующие изменения уровня и формирование вдольбереговой струи [24–26]. Однако такой подход не позволяет описать вертикальную структуру течений. Лишь отчасти этот недостаток двумерной модели может быть устранен в рамках упрощенных “квази-трехмерных” моделей (см. напр. [21]) либо трехмерных моделей [5, 7] в которых радиационные напряжения используются в двумерной формулировке [23]. Поэтому в последнее десятилетие вопросы трехмерного взаимодействия интенсивно исследуются в рамках различных теоретических формулировок [27–35], где уравнения движения в гидростатическом приближении осредняются по фазе волн, используя эйлерову и лагранжеву формы осреднения. Выделим цикл работ Дж. Меллора [32–35], в которых описание взаимодействия волн и течений было доведено до практического использования в моделях циркуляции.

В настоящей статье приводится описание тре-

хмерной модели циркуляции THREEETOX [36], интегрированной со спектральной волновой моделью SWAN [37], и рассматриваются вопросы параметризации обрушения волн, придонного волнового пограничного слоя и трехмерных радиационных напряжений в модели циркуляции. Результаты моделирования сопоставлены с лабораторным экспериментом [38].

### 1. МОДЕЛЬ

Выделяя течения как движения с характерным временем, много большим периода ветровых волн, уравнения течений получаются в результате осреднения по фазе волн, следуя [34, 35]. Здесь для простоты ограничимся рассмотрением жидкости постоянной плотности. Уравнения неразрывности и движения модифицированной модели THREEETOX в гидростатическом приближении и в сигма-системе координат записываются в декартовых тензорных обозначениях как:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial D\bar{U}_\beta}{\partial x_\beta} + \frac{\partial \Omega}{\partial s} = 0, \quad (1)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial DU_\alpha}{\partial t} + \frac{\partial DU_\alpha U_\beta}{\partial x_\beta} + \frac{\partial \Omega U_\alpha}{\partial s} - \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} f_z DU_\beta = \\ & = -D \frac{\partial}{\partial x_\alpha} (g\eta - P_{atm}) - \frac{\partial D\bar{S}_{\alpha\beta}}{\partial x_\beta} + \frac{\partial \tau_\alpha}{\partial s} + \frac{\partial D\tau_{\alpha\beta}^h}{\partial x_\beta}. \quad (2) \end{aligned}$$

Здесь  $t$  – время;  $(x_\alpha, z)$  – декартовы координаты;  $x_\alpha = (x, y)$  – горизонтальные координаты; индексы  $\alpha, \beta$  принимают значения 1 и 2, по повторяющимся индексам происходит суммирование;  $z$  – вертикальная координата;  $s = (z - \eta)/D$  – сигма координата;  $D$  – полная глубина,  $D = H + \eta$ ,  $H$  – невозмущенная глубина;  $\eta$  – отклонение уровня;  $U_\alpha = (U, V)$  – горизонтальная скорость, осредненная по фазе волн в лагранжевой системе координат;  $\Omega$  – вертикальная скорость в сигма-системе координат;  $P_{atm}$  – давление атмосферы на уровне моря;  $g$  – ускорение силы тяжести;  $\rho_0$  – постоянная плотность;  $f_z = (0; 0; f)$ ,  $f$  – параметр Кориолиса;  $\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}$  – полностью асимметричный тензор третьего ранга. Вертикальная составляющая тензора турбулентных напряжений трения

$$\tau_\alpha = -\frac{\nu_t}{D} \frac{\partial U_\alpha}{\partial s}, \quad (3)$$

где  $\nu_t$  – коэффициент вертикальной турбулентной вязкости. Горизонтальная составляющая тензора турбулентных напряжений имеет вид

$$\tau_{\alpha\beta}^h = -K_m \left( \frac{\partial U_\alpha}{\partial x_\beta} + \frac{\partial U_\beta}{\partial x_\alpha} \right) - \frac{1}{3} \delta_{\alpha\beta} \tau_{\alpha\beta}^h, \quad (4)$$

где  $K_m$  – коэффициент горизонтальной турбулентной вязкости, который рассчитывается по формуле Смагоринского [39];  $\delta_{\alpha\beta}$  – символ Кронекера.

Коэффициент вертикальной турбулентной вязкости выражается через энергию турбулентности  $k$  и линейный масштаб  $l$  следующим образом:  $\nu_t = c_\mu \sqrt{k} l$ , где  $c_\mu$  – функция сдвига скорости [40]. Система уравнений (1)–(2) замыкается с помощью  $k$  –  $\varepsilon$  модели:

$$\begin{aligned} \frac{\partial Dk}{\partial t} + \frac{\partial DU_\beta k}{\partial x_\beta} + \frac{\partial \Omega k}{\partial s} &= \frac{\partial \nu_t}{\partial s} \frac{\partial k}{\partial s} + \\ &+ \frac{\partial}{\partial x_\beta} DK_m \frac{\partial k}{\partial x_\beta} + \frac{\nu_t}{D} \left( \frac{\partial U_\beta}{\partial s} \right)^2 - D\varepsilon, \quad (5) \\ \frac{\partial D\varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial DU_\beta \varepsilon}{\partial x_\beta} + \frac{\partial \Omega \varepsilon}{\partial s} &= \frac{\partial \nu_t}{\partial s} \frac{\partial \varepsilon}{\partial s} + \\ &+ \frac{\partial}{\partial x_\beta} DK_m \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_\beta} + \frac{\varepsilon}{k} \left[ c_{\varepsilon 1} \frac{\nu_t}{D} \left( \frac{\partial U_\beta}{\partial s} \right)^2 - c_{\varepsilon 2} D\varepsilon \right], \quad (6) \end{aligned}$$

где  $\varepsilon = c_{\mu 0} k^{3/2}/l$  – скорость диссипации энергии турбулентности;  $c_{\varepsilon 1} = 1.44$ ,  $c_{\varepsilon 2} = 1.92$ ,  $\sigma_\varepsilon = 1.01$ ,  $c_{\mu 0} = 0.5562$  – постоянные модели турбулентности.

Тензор радиационных напряжений  $S_{\alpha\beta}$  записывается согласно [34, 35] в виде:

$$S_{\alpha\beta} = kE \left( \frac{k_\alpha k_\beta}{k} F_{CS} F_{CC} - \delta_{\alpha\beta} F_{SC} F_{SS} \right) + \delta_{\alpha\beta} E_D, \quad (7)$$

где

$$F_{SS} = \frac{\text{sh } kD(1+s)}{\text{sh } kD}, \quad F_{CS} = \frac{\text{ch } kD(1+s)}{\text{sh } kD}, \\ F_{SC} = \frac{\text{sh } kD(1+s)}{\text{ch } kD}, \quad F_{CC} = \frac{\text{ch } kD(1+s)}{\text{ch } kD};$$

$E$  – энергия волн на единицу поверхности;  $k$  – модуль волнового числа поверхностных волн;  $k_\alpha$  – компонент вектора волнового числа. Модифицированная дельта функция  $E_D$  в уравнении (7) введена в [34] следующим образом:

$$\int_{-1}^0 E_D ds = \frac{E}{2}, \quad E_D \neq 0 \quad \text{при } s = 0. \quad (8)$$

Нетрудно проверить, что проинтегрированные по глубине уравнения (1)–(2) с параметризацией радиационных напряжений (7) сводятся к уравнению [23–24].

Скорость  $U_\alpha$  включает среднюю эйлерову скорость течений  $\hat{U}_\alpha$  и стоковую скорость  $U_\alpha^s$ :

$$U_\alpha = \hat{U}_\alpha + U_\alpha^s, \quad (9)$$

которая находится из соотношения

$$U_\alpha^s = \frac{2k_\alpha E}{c} \frac{\text{ch } 2kD(s+1)}{\text{sh } 2kD}, \quad (10)$$

где  $c = \sigma/k$  – фазовая скорость;  $\sigma$  – частота.

Характеристики волнения рассчитываются с помощью спектральных моделей, в частности, здесь применяется известная модель третьего поколения SWAN [37], в которой используется спектральное уравнение для волнового действия. Результатом расчетов являются поля длин волн, принадлежащих спектральному пику  $L_p$ , периодов  $T = 2\pi/\sigma$ , средних направлений  $\theta$  и значительных высот волн  $H_{1/3} = 4\sqrt{E/g}$ . Эта модель рассчитывает также спектр диссипации энергии волн за счет придонного трения  $S_{ds,b}$ , за счет обрушения на глубокой воде  $S_{ds,w}$  и на мелкой воде  $S_{ds,br}$ .

В слое постоянного напряжения трения придонное трение описывается квадратичным законом

$$\tau_b = \rho_0 C_D |U_\alpha| U_\alpha, \quad (11)$$

$$C_D = [\kappa / \ln(1 + s_{(n-1)} D/z_0)]^2, \quad (12)$$

где  $\kappa$  – постоянная Кармана;  $s_{(n-1)}$  – толщина первого вычислительного слоя у дна;  $z_0$  – масштаб шероховатости. Если предполагать, что донные отложения неподвижны, то параметр шероховатости соотносится с физической шероховатостью дна,

равной диаметру частиц взвеси. Эффект турбулизации волнами тонкого пограничного слоя параметризовался увеличением коэффициента трения за счет увеличения эффективной шероховатости  $Z_{0b}$  [12]. В настоящей работе мы следуем этому подходу, модифицированному в [13–16]. Максимальное значение придонного напряжения трения  $\tau_w$  может быть определено как

$$\tau_w = \frac{1}{2} \rho_0 f_w U_w^2, \quad (13)$$

где  $U_w$  – амплитуда орбитальной скорости для монохроматической волны, которая определяется как

$$U_w = \frac{a_w \sigma}{\text{th}(kH)}. \quad (14)$$

Здесь  $a_w$  – амплитуда волны, связанная с  $H_{1/3}$  следующим образом:  $a = (1/4)\sqrt{2}H_{1/3}$ . Комбинированный коэффициент трения для волн и течений  $f_w$  является функцией напряжения трения течений и волн

$$f_w = C_w \exp \left[ 5.61 \left( \frac{C_\mu U_w}{30z_0\sigma} \right)^{-0.109} - 7.3 \right], \quad (15)$$

где

$$C_\mu = (1 + 2\mu |\cos \phi| + \mu^2)^{1/2}, \quad (16)$$

$$\mu = \tau_b / \tau_w. \quad (17)$$

Здесь  $\phi$  – угол между направлением течений и волн. Уравнения (13), (15)–(17) решаются итеративно, сначала предполагая  $\mu = 0$ ,  $C_\mu = 1$ . Толщина волнового слоя рассчитывается как

$$\delta_{wc} = \frac{A\kappa}{\sigma} \sqrt{\frac{C_\mu \tau_w}{\rho_0}}, \quad (18)$$

$$A = \exp \left[ 2.96 \left( \frac{C_\mu U_w}{30z_0\omega} \right)^{-0.071} - 1.45 \right]. \quad (19)$$

Эффективная шероховатость  $Z_{0b}$  находится из соотношения

$$Z_{0b} = \delta_{wc} \left( \frac{\delta_{wc}}{z_0} \right)^{-\sqrt{\tau_b / (C_\mu \tau_w)}}. \quad (20)$$

Полученное значение  $Z_{0b}$  используется вместо физической шероховатости для расчета нового значения коэффициента придонного трения и затем придонного напряжения.

Обрушение волн и на глубокой, и на мелкой воде приводит к передаче энергии от волн к течениям

и к турбулизации приповерхностного слоя воды. Как правило, поток импульса и энергии турбулентности, вызванный обрушением волн, распределен по некоторому слою воды и в ряде моделей учитывается этот факт [18, 19]. Можно ввести эффективное эквивалентное напряжение сдвига  $\tau_\alpha^{br}$ , вызванное обрушением волн, проинтегрировав спектральную плотность диссипации волн за счет обрушения, деленную на фазовую скорость, по всем частотам  $\sigma'$  и углам  $\theta'$ :

$$\begin{aligned} \frac{\tau_\alpha^{br}}{\rho_0} &= \frac{k_\alpha}{k} \int \int \frac{(S_{ds,w} + S_{s,br})}{c(\sigma', \theta')} d\sigma' d\theta' \approx \\ &\approx \frac{k_\alpha}{kc} \int \int (S_{ds,w} + S_{s,br}) d\sigma' d\theta'. \end{aligned} \quad (21)$$

Граничное условие для уравнений движения (2) на поверхности воды тогда записывается в виде

$$\frac{\nu_t}{D} \frac{\partial U_\alpha}{\partial s} = \frac{\tau_\alpha^{eff}}{\rho_0} = \gamma_1 \frac{\tau_\alpha^a}{\rho_0} + \gamma_2 \frac{\tau_\alpha^{br}}{\rho_0}, \quad (22)$$

где  $\tau_\alpha^{eff}$  – эффективное напряжение трения;  $\tau_\alpha^a$  – касательное напряжение ветра;  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  – эмпирические параметры. Следуя [22], примем значение  $\gamma_2 = 0.3$ , для  $\gamma_1$  используем интерполяционную формулу

$$\gamma_1 = \left\{ \begin{array}{ll} 0.1 & \text{при } U_{10} > U_2 \\ 1 - 0.9 \frac{U_{10} - U_1}{U_2 - U_1} & \text{при } U_1 \leq U_{10} < U_2 \\ 1 & \text{при } U_{10} \leq U_1 \end{array} \right\}, \quad (23)$$

где  $U_{10}$  – модуль скорости ветра на высоте  $z_{10}=10$  м,  $U_1 = 10$  м с<sup>-1</sup>,  $U_2 = 35$  м с<sup>-1</sup>. Эта зависимость отражает тот экспериментальный факт, что при малых скоростях ветра большая часть импульса передается касательными напряжениями ветра, а при очень больших скоростях ветра, приток импульса в течения происходит от обрушающихся волн. У берега обрушение волн также приводит к потоку импульса от волнения к средним течениям.

Для расчета касательного напряжения ветра используются соотношения:

$$\tau_\alpha = \rho_a C_a U_{10} U_{10\alpha}, \quad (24)$$

где  $\rho_a$  – плотность воздуха;  $U_{10\alpha}$  – скорость ветра на высоте  $z_{10}$ ;  $C_a$  – коэффициент сопротивления, который определяется из соотношения

$$C_a = [\kappa / \ln(z_{10}/z_s)]^2, \quad (25)$$

где  $z_s$  – высота шероховатости поверхности воды, которая находится из эмпирического соотношения

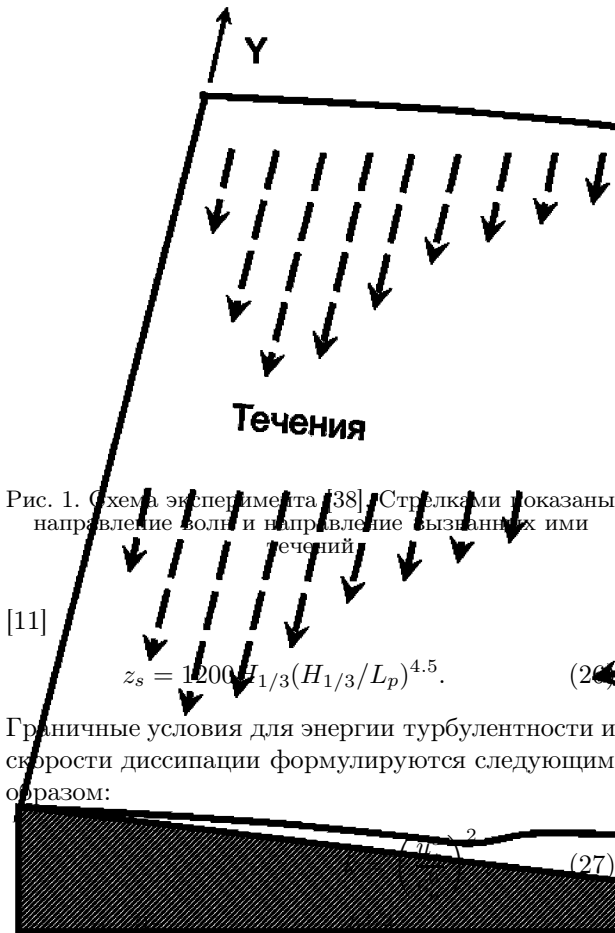


Рис. 1. Схема эксперимента [38]. Стрелками показаны направление волн и направление вызванных ими течений

[11]

$$z_s = 1200 H_{1/3} (H_{1/3} / L_p)^{4.5}.$$

Граничные условия для энергии турбулентности и скорости диссипации формулируются следующим образом:

$$\frac{\nu_t}{D\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial s} = (c_\mu^0)^3 \frac{1}{\kappa((\eta - s_1)D + z_s)^2}; \quad (28)$$

и у дна

$$k = \left( \frac{u_*^b}{c_\mu^0} \right)^2, \quad (29)$$

$$\frac{\nu_t}{D\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial s} = (c_\mu^0)^3 \frac{k^{3/2}}{\kappa(D(1 + s_{n-1}) + z_b)^2}. \quad (30)$$

Здесь  $u_*^s$ ,  $u_*^b$  – скорость трения у поверхности и у дна соответственно;  $s_1b$ ,  $s_{n-1}$  – толщина сигма слоев у поверхности и дна соответственно.

На твердых боковых границах задаются условия прилипания для горизонтальных составляющих скорости и отсутствия потоков энергии турбулентности и скорости диссипации:

$$u_n = 0, \quad v_n = 0, \quad \frac{\partial}{\partial n}(k, \varepsilon) = 0. \quad (31)$$

На открытых границах могут быть заданы различные виды граничных условий в зависимости от направления потоков.

При численном решении системы уравнений (1)–(2) использовалось расщепление полей скорости на среднюю по глубине (баротропную)

составляющую и бароклинную составляющую, что позволяло проводить расчеты для этих составляющих с различными шагами по времени. Записанная в горизонтальной криволинейно-ортогональной системе координат система уравнений задачи (1)–(2), (5)–(6) решалась конечно-разностным методом. Уравнения для баротропных составляющих скорости уровня решались по явной схеме, тогда как для членов с вертикальной вязкостью и диффузией применялась неявная схема. Для адвективных членов в уравнениях (5)–(6) использовалась схема второго порядка [41]. Более детальное описание численного метода и особенностей модели THREETOX содержится в [36].

## 2. СРАВНЕНИЕ РАСЧЕТОВ С ЛАБОРАТОРНЫМ ЭКСПЕРИМЕНТОМ

В этом разделе результаты моделирования сопоставлены с данными лабораторного эксперимента [38], в котором монохроматические волны генерировались в лабораторном бассейне длиной  $L_y=17$  м и шириной  $L_x=8.253$  м. Поперек бассейна дно имело постоянный уклон, равный 0.05. Максимальная глубина составляла 0.37 м на открытой границе (рис. 1). Подход волн к берегу вызывает соответствующие изменения уровня, обрушение струи и образование вдоль береговой струи за счет радиационных напряжений и обрушения волн.

Распространение монохромной волны высотой 0.076 м, периодом 1.02 с, падающей под углом  $19.9^\circ$  к берегу (эксп. № 4 [38]) моделировалось спектральной моделью SWAN. В расчетах волнения использовалась равномерная сетка из 550 узлов поперек берега (ось  $OX$ ) и 100 узлов вдоль берега (ось  $OY$ ). В расчете использовалось 20 равномерно распределенных направлений в секторе от  $5^\circ$  до  $24.8^\circ$  и 30 частот. На боковых границах ставились условия излучения. Рассчитанные двумерные поля волновых характеристик (двумерные поля значительных высот волн  $H_{1/3}$ , средних направлений  $\theta$ , волновых чисел  $k$ , а также скорость диссипации волновой энергии за счет обрушения волн на глубокой и на мелкой воде) использовались в модели THREETOX для вычисления радиационных напряжений, коэффициента эффективной шероховатости и эффективных напряжений трения на поверхности за счет обрушения волн. При расчете волнения на нормальных к берегу границах задавались условия нулевого градиента уровня свободной поверхности, а также нормальной составляющей скорости. На открытой параллельной к берегу

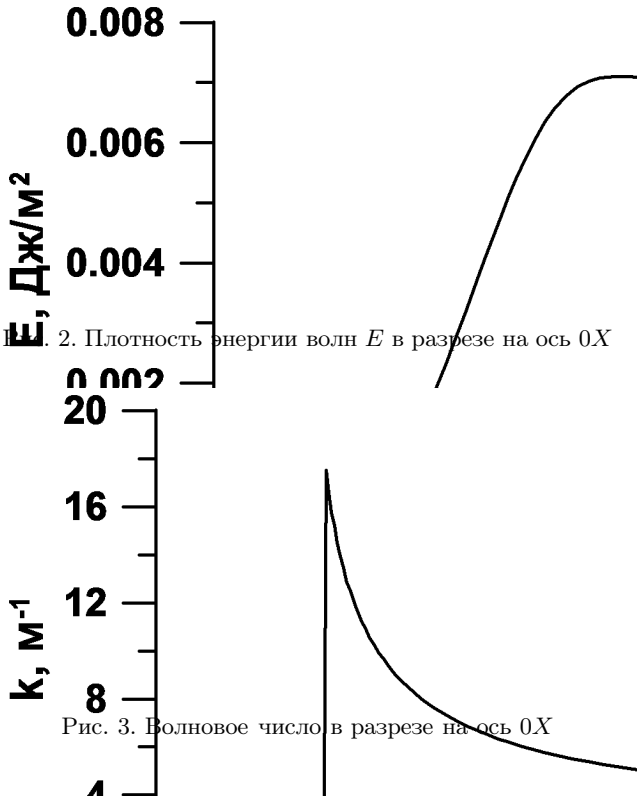


Рис. 3. Волновое число в разрезе на ось  $OX$

границе полагалось постоянное нулевое отклонение уровня свободной поверхности.

В модифицированной модели THREEEОХ использовалась неравномерная прямоугольная сетка 300 на 72 узла. Разрешение по оси  $OX$  менялось от 40 до 1.5 см, а по оси  $OY$  было равномерным и составляло 10 см. В модели использовались 10 вертикальных  $\sigma$ -уровней. Баротропный временной шаг составлял 0.004 с. При расчете течений на нормальных к берегу границах задавались условия нулевого градиента уровня свободной поверхности, а также нулевой нормальной составляющей скорости. На открытой параллельной к берегу границе полагалось нулевое отклонение уровня свободной поверхности.

На рис. 2–3 показано рассчитанное волновой моделью SWAN распределение плотности энергии волн  $E$  и волнового числа  $k$  в перпендикулярном к берегу сечении посередине расчетной области. Как видно из этих рисунков, обрушение на глубокой воде отсутствует и длина волны останется постоянной, тогда как на склоне длина волны уменьшается, а энергия падает из-за обрушения на мелкой воде.

На рис. 4–5 представлены профили средней по глубине скорости и изменения уровня свободной поверхности с использованием в расчете усредненных по глубине радиационных напряжений  $\bar{S}_{\alpha\beta}$



Рис. 4. Профиль средней по глубине вдольбереговой составляющей скорости: 1 – измерения [38], 2 – двумерное представление радиационных напряжений (32), 3 – трехмерное представление радиационных напряжений (7)

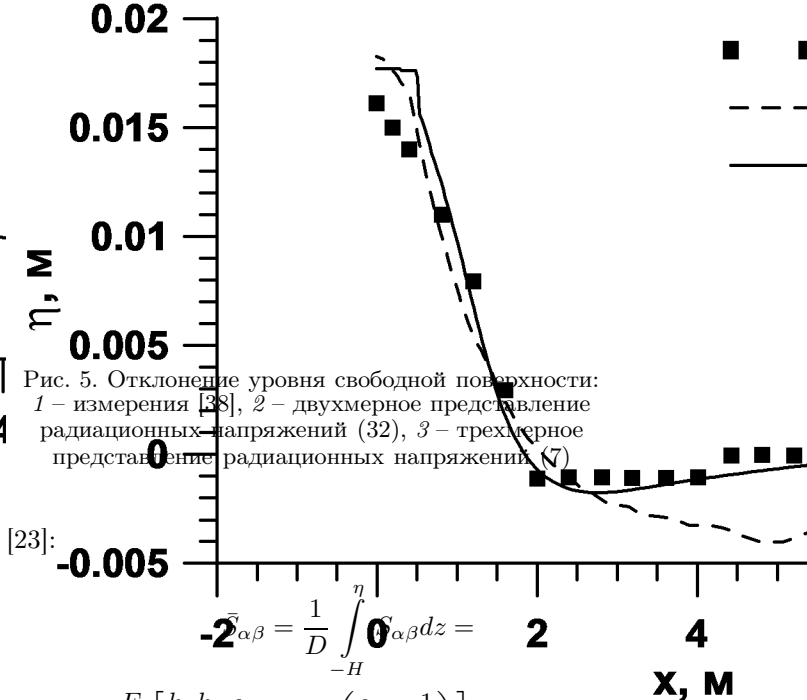


Рис. 5. Отклонение уровня свободной поверхности: 1 – измерения [38], 2 – двумерное представление радиационных напряжений (32), 3 – трехмерное представление радиационных напряжений (7)

[23]:

$$\bar{S}_{\alpha\beta} = \frac{1}{D} \int_{-H}^{\eta} \sigma_{\alpha\beta} dz = \frac{E}{D} \left[ \frac{k_{\alpha} k_{\beta} c_g}{k} + \delta_{\alpha\beta} \left( \frac{c_g}{c} - \frac{1}{2} \right) \right], \quad (32)$$

где  $c_g$  – групповая скорость, определяемая из соотношения

$$c_g = \frac{c}{2} \left[ 1 + \frac{2kD}{\text{sh}(2kD)} \right]. \quad (33)$$

На рис. 4–5 представлены также профили средней по глубине скорости и изменения уровня свободной поверхности с использованием формул (7) и экспериментальные профили [38]. Сравнение расчетов с экспериментом показывает, что использование двумерного представления радиационных напряжений в трехмерной модели приводит к существенному занижению скорости вдольбереговой

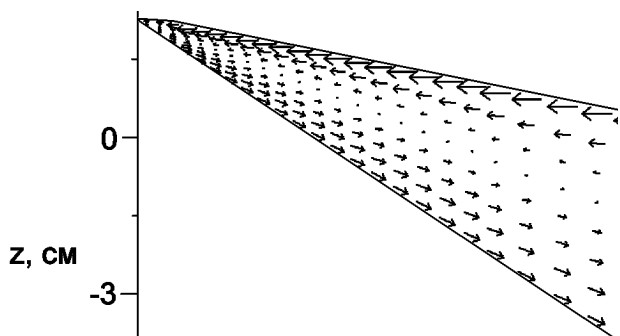


Рис. 6. Поперечный разрез скорости при двумерном представлении радиационных напряжений

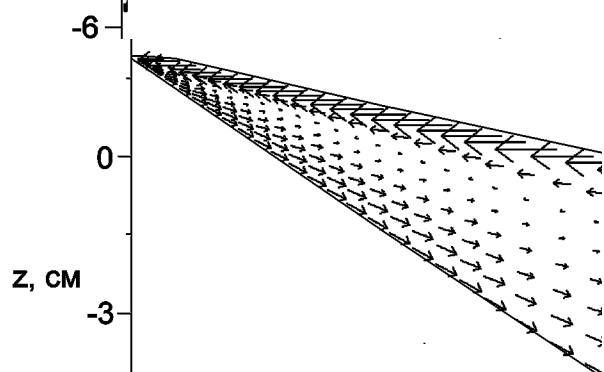


Рис. 7. Поперечный разрез скорости при трехмерном представлении радиационных напряжений

струи по сравнению с экспериментальными данными. В то же время, использование трехмерных радиационных напряжений в сочетании с параметризацией волнового пограничного слоя и процессов обрушения волн позволяет достаточно точно описать измеренный профиль средних скоростей в струе, генерируемой подходящими к берегу волнами.

На рис. 6–7 представлена структура поперечной циркуляции в разрезе  $Z0X$  при двумерном представлении радиационных напряжений [23] и при использовании трехмерного представления радиационных напряжений при наличии волнового придонного трения и потока импульса от обрушающихся волн. Как следует из рисунков, поток импульса от волнения приводит к подъему уровня и затоплению некоторого участка берега. Учет трехмерной структуры радиационных напряжений и потока импульса от обрушающихся волн усиливает поперечную циркуляцию и, в том числе, придонное противотечение под разрушающимися волнами (“undertow”).

На рис. 8–9 показана зависимость результатов расчетов от волнового трения на дне и от переноса импульса от волн к течениям при обрушении

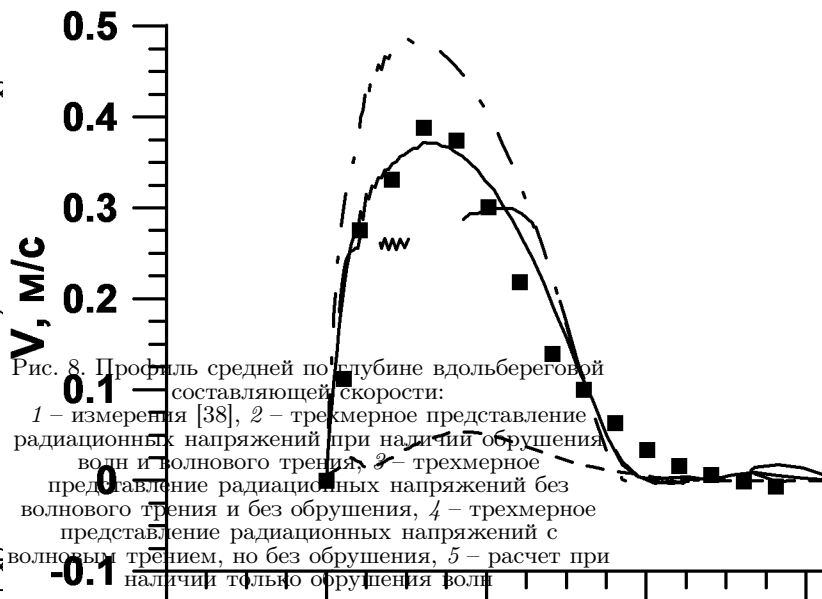


Рис. 8. Профиль средней по глубине вдольбереговой составляющей скорости: 1 – измерения [38], 2 – трехмерное представление радиационных напряжений при наличии обрушения волн и волнового трения, 3 – трехмерное представление радиационных напряжений без волнового трения и без обрушения, 4 – трехмерное представление радиационных напряжений с волновым трением, но без обрушения, 5 – расчет при наличии только обрушения волн

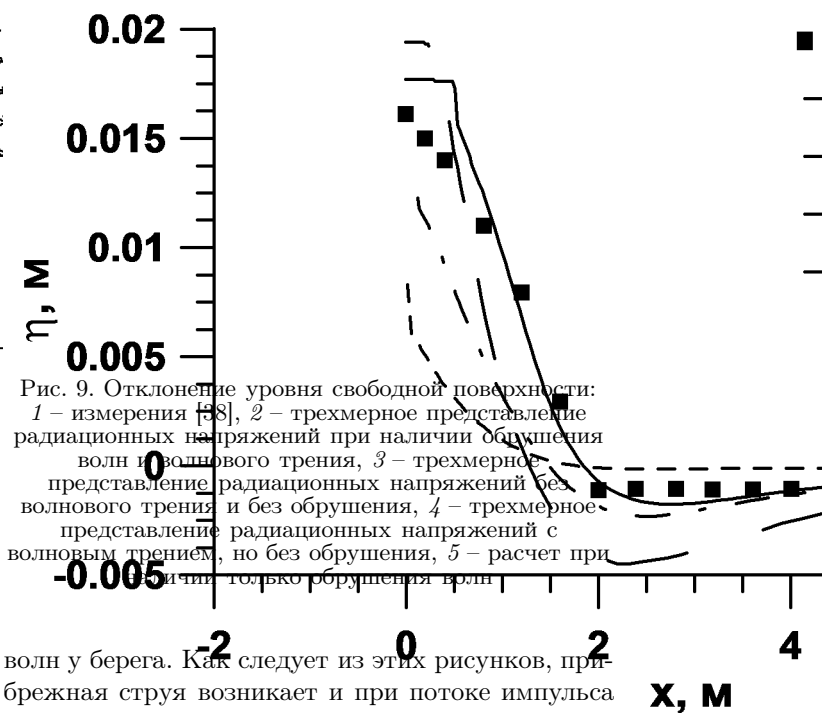
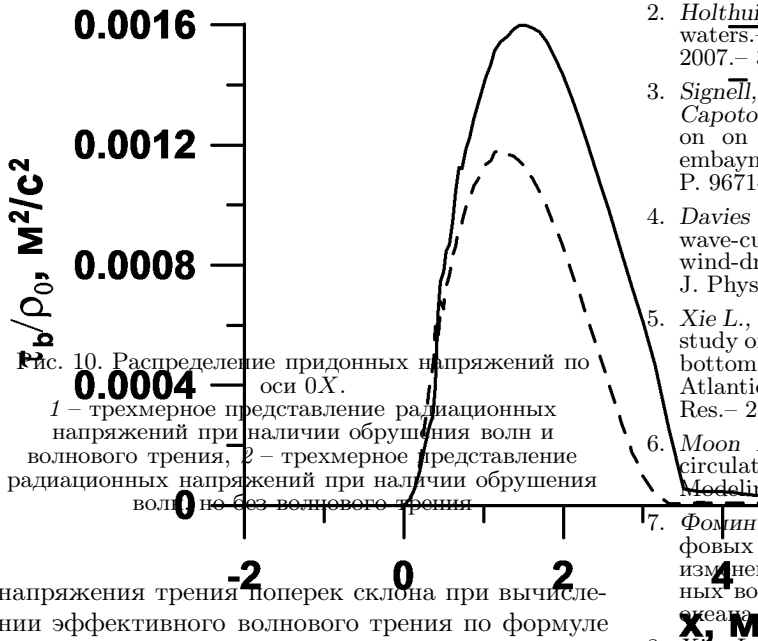


Рис. 9. Отклонение уровня свободной поверхности: 1 – измерения [38], 2 – трехмерное представление радиационных напряжений при наличии обрушения волн и волнового трения, 3 – трехмерное представление радиационных напряжений без волнового трения и без обрушения, 4 – трехмерное представление радиационных напряжений с волновым трением, но без обрушения, 5 – расчет при наличии только обрушения волн

волн у берега. Как следует из этих рисунков, прибрежная струя возникает и при потоке импульса от волн к течениям при их обрушении, но амплитуда скорости в такой струе составляет 10% от наблюдаемой. В то же время, учет только трехмерных радиационных напряжений приводит к формированию струи со скоростями большими, чем наблюдалось. Лишь учет всех факторов, включая трехмерные радиационные напряжения, придонные волновые напряжения и поток импульса за счет обрушения поверхностных волн, позволяет правильно описать формирование вдольбереговой струи.

На рис. 10 приведено распределение придонного



Фиг. 10. Распределение придонных напряжений по оси  $Ox$ .  
 1 – трехмерное представление радиационных напряжений при наличии обрушения волн и волнового трения, 2 – трехмерное представление радиационных напряжений при наличии обрушения волн, но без волнового трения

напряжения трения  $\tau_b$  поперек склона при вычислении эффективного волнового трения по формуле (20) и при использовании стандартной формулы (11). Сравнение показывает увеличение придонного напряжения трения на 30% за счет волновых напряжений.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Приведено описание трехмерной модели циркуляции THREETOX, интегрированной со спектральной волновой моделью SWAN и рассматриваются вопросы параметризации придонного волнового пограничного слоя, трехмерных радиационных напряжений и обрушения волн. Результаты моделирования сопоставлены с лабораторным экспериментом, в котором под действием поверхностных волн, падающих под углом к берегу, формировалась вдольбереговая струя. Показано, что только учет всех факторов, включая трехмерные радиационные напряжения, придонные волновые напряжения и поток импульса за счет обрушения поверхностных волн, позволяет количественно правильно описать формирование вдольбереговой струи.

Авторы признательны проф. Дж. Меллору за обсуждение вопросов параметризации радиационных напряжений и предоставление новой версии модели [35].

1. Phillips O. M. The dynamics of the upper ocean. – Princeton NJ: Cambridge Monographs on Mechanics and Applied Mathematics, 1977. – 336 p.

2. Holthuijsen L. H. Waves in oceanic and coastal waters. – New York: Cambridge University Press, 2007. – 387 p.

3. Signell, R. P., Beardsley R.C., Graber H.C., Capotondi A. Effect of wave-current interaction on wind-driven circulation in narrow shallow embayments // J. Geophys. Res. – 1990. – **95**. – P. 9671- 9678.

4. Davies A. M., Lawrence J. Modeling the effect of wave-current interaction on the three-dimensional wind-driven circulation of the Eastern Irish Sea // J. Phys. Oceanogr. – 1995. – **25**. – P. 29-45.

5. Xie L., Wu K., Pietrafesa L.J., Zhang C. A numerical study of wave-current interaction through surface and bottom stresses: Wind-driven circulation in the South Atlantic Bight under uniform winds // J. Geophys. Res. – 2001. – **106**. – P. d16,841- 16,855.

6. Moon I.J. Impact of a coupled ocean wave-tide-circulation system on coastal modeling // Ocean Modelling – 2005 – **8** – P. 203-236.

7. Фомин В.В., Черчесов Л.В. Моделирование дрейфовых течений в мелководном бассейне с учетом изменений в касательных напряжениях, вызванных волнами // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана – 2006. – **42**. – С. 362-370.

8. Xie L., Liu H., Peng M. The effect of wave-current interactions on the storm surge and inundation in Charleston Harbor during Hurricane Hugo 1989 // Ocean Modelling. – 2007. – **51**. – P. doi: 10.1016/j.ocemod. 2007.10.001.

9. Warner J.C., Sherwood C.R., Signell R.P., Harris C., Arango H.G. Development of a three-dimensional, regional, coupled wave, current, and sediment-transport model // Computers and Geosciences. – 2008. – **34**. – P. 1284-1306.

10. Donelan, W. A., Dobson F. W., Smith S. D. On the dependence of sea surface roughness on wave development // J. Phys. Oceanogr. – 1993. – **23**. – P. 2143-2149.

11. Taylor P. K., Yelland M. J. The dependence of surface roughness on the height and steepness waves // J. Phys. Oceanogr. – 2001. – **31**. – P. 572-590.

12. Grant W.D., Madsen O.S. Combined wave and current interaction with a rough bottom // J. Geoph. Res. – 1979. – **84**. – P. 1797-1808.

13. Grant W.D., Madsen O.S. The continental shelf boundary layer // Annu. Rev. Fluid Mech. – 1986. – **18**. – P. 265-305.

14. Mathisen P.P., Madsen O.S. Waves and currents over a fixed rippled bed: I. Bottom roughness experienced by waves // J. Geoph. Res. – 1996. – **101 (C7)**. – P. 16533-16542.

15. Mathisen P.P., Madsen O.S. Waves and currents over a fixed rippled bed: II. Bottom and apparent roughness experienced by currents // J. Geoph. Res. – 1996. – **101 (C7)**. – P. 16543-16550.

16. Mathisen P.P., Madsen O.S. Waves and currents over a fixed rippled bed: II. Bottom and apparent roughness for spectral waves and currents // J. Geoph. Res. – 1999. – **104 (C7)**. – P. 18447-18461.

17. Styles R., Glenn S.M. Modeling stratified wave and current bottom boundary layers on the continental shelf // J. Geophys. Res. – 1994. – **105**. – P. 24119-24139.

18. Craig P.D., Banner M.L. Modeling wave-enhanced turbulence in the ocean surface layer // J. Phys. Oceanogr. – 1994. – **24**. – P. 2546-2559.



19. Мадерич В.С., Бровченко И. А. Влияние обрушения ветровых волн на структуру приповерхностного турбулентного слоя // Прикл. гидромеханика.– 2003.– **77**, N 3.– С. 51–57.
20. Kudryavtsev V., Shrira V., Dulov V., Malinovsky V. On the vertical structure of wind-driven sea currents // J. Phys. Oceanogr.– 2008.– **38**.– P. 2121–2144.
21. Haas K. A., Svendsen I. A. Haller M. C., Zhao Q. Quasi-three-dimensional modeling of rip current systems // J. Geophys. Res.– 2002.– **108**.– P. doi:10.1029/2001JC001312.
22. Kim K. O., Jung K. T., Yamashita T., Maderich V., Choi B. H. Modeling of wind-wave-surge interaction process // Current Science.– 2010.– (submitted).– P. 1–19.
23. Longuet-Higgins M. S., Stewart R. W. Radiation stress and mass transport in gravity waves, with application to 'surf-beats' // J. Fluid Mech.– 1962.– **13**.– P. 481–504.
24. Longuet-Higgins M. S., Stewart R. W. Radiation stress in water waves: a physical discussion with applications. // Deep Sea Research.– 1964.– **11**.– P. 529–562..
25. Longuet-Higgins M. S. Longshore currents generated by obliquely incident sea waves Pt. 1 // J. Geophys. Res.– 1970.– **75**.– P. 6778–6789..
26. Longuet-Higgins M. S. Longshore currents generated by obliquely incident sea waves Pt. 1 // J. Geophys. Res.– 1970.– **75**.– P. 6790–6801..
27. Groeneweg J., Klopman G. Changes of the mean velocity profiles in the combined wave-current motion described in a GLM formulation. // J. Fluid Mech.– 1998.– **370**.– P. 271–296..
28. McWilliams J. C., Restrepo J. M., Lane E. M. An asymptotic theory for the interaction of waves and currents in coastal waters // J. Fluid Mech.– 2004.– **511**.– P. 135–178.
29. Xia H., Xia Z., Zhu L. Vertical variation in radiation stress and wave-induced current // Coastal Eng.– 2004.– **51**.– P. 309–321.
30. Newberger P. A., Allen J. S. Forcing a three-dimensional, hydrostatic primitive-equation model for application in the surf zone, Part 1: Formulation // J. Geophys. Res.– 2007.– **112**.– P. doi:10.1029/2006JC003474.
31. Ardhuin F., Raschle N., Belibassakis K. A. Explicit wave averaged primitive equations using a generalized Lagrangian mean // Ocean Modelling.– 2008.– **20**.– P. 35–60.
32. Mellor G. L. The three-dimensional current and surface wave equations // J. Phys. Oceanogr.– 2003.– **33**.– P. 1978–1989.
33. Mellor G. L. Some consequences of the three-dimensional currents and surface wave equations // J. Phys. Oceanogr.– 2008.– **35**.– P. 2291–2298.
34. Mellor, G. L. The three dimensional, current and surface wave equations: a revision // J. Phys. Oceanogr.– 2008.– **38**.– P. 2587–2596.
35. Mellor, G. L. The three dimensional, current and surface wave equations: An addendum // Unpublished manuscript.– 2009.– P. 1-9.
36. Maderich V, Heling R, Bezhenar R, Brovchenko I, Jenner H, Koshebutsky V, Kuschak A, Terletska K. Development and application of 3D numerical model THREEETOX to the prediction of cooling water transport and mixing in the inland and coastal waters // Hydrological Processes.– 2008.– **22**.– P. 265–277.
37. Booij N., Ris R.C., Holthuijsen L.H. A third-generation wave model for coastal regions. Part I. Model description and validation // J. Geophys. Res.– 1999.– **104**.– P. 7649–7666.
38. Visser P. J. A mathematical model of uniform longshore currents and comparison with laboratory data.– Delft University of Technology: Communication on Hydraulics. Report 84-2, 1984.– 151 p.
39. Smagorinsky J. General circulation experiments with primitive equations. 1. The basic experiment // Monthly Weather Rev.– 1963.– **91**.– P. 99–164.
40. Canuto V. M., Howard A., Cheng Y., Dubovikov M.S. Ocean Turbulence. Part I: One-Point Closure Model–Momentum and Heat Vertical Diffusivities // J. Phys. Oceanogr.– 2001.– **31**.– P. 1413–1426.
41. Van Leer B. Toward the ultimate conservative difference scheme. V: A second order sequel to Godunov's method // J. Comput. Phys.– 1979.– **32**.– P. 101–136.