

УДК 532.526.10

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОГО ТЕЧЕНИЯ С ОТРЫВОМ В АСИММЕТРИЧНОМ КАНАЛЕ НА ОСНОВЕ ГИБРИДНОЙ LES/RANS-ТЕХНОЛОГИИ

В. Г. КУЗЬМЕНКО

Институт гидромеханики НАН Украины, Киев

Получено 15.10.2008 ◊ Пересмотрено 19.04.2010

Турбулентный поток с отрывом в асимметричном расширяющемся канале с уступом, обращенным назад, численно моделируется посредством гибридной LES/RANS-технологии для числа Рейнольдса, равного 34376 для уступа, и для числа Рейнольдса на входе, равного 137504. Крупномасштабное поле течения получается путем прямого интегрирования фильтрованных трехмерных нестационарных уравнений Навье-Стокса для несжимаемой жидкости с пристенной моделью, используя конечно-разностный метод для LES. Маломасштабные движения параметризованы посредством динамической подсеточной модели. Течение вблизи стенок моделируется посредством RANS-технологии с $K - \varepsilon - \pi_{ij}$ моделью турбулентности. Численное моделирование выполнено для того, чтобы изучить среднюю скорость, кинетическую энергию турбулентности, средний коэффициент давления на стенке, средний коэффициент поверхностного трения и среднюю длину присоединения. Согласование вычисленных профилей средней скорости и турбулентных статистик с экспериментальными данными является хорошим.

Турбулентний потік з відривом в асиметричному каналі, що розширюється та з порогом, зверненим назад, чисельно моделюється за допомогою гібридної LES/RANS-технології для числа Рейнольдса, рівного 34376 для порогу, та для числа Рейнольдса на вході, рівного 137504. Великомасштабне поле течії одержується шляхом прямого інтегрування фільтрованих тривимірних нестационарних рівнянь Нав'є-Стокса для нестисливої рідини з пристінковою моделлю, використовуючи кінцево-різницький метод для LES. Маломасштабні рухи параметризовані за допомогою динамічної підсіткової моделі. Течія біля стінок моделюється за допомогою RANS-технології з $K - \varepsilon - \pi_{ij}$ моделлю турбулентності. Чисельне моделювання виконано для того, щоб вивчити середню швидкість, кінетичну енергію турбулентності, середній коефіцієнт тиску на стінці, середній коефіцієнт поверхневого тертя та середню довжину приєднання. Узгоджувальність обчислених профілів середньої швидкості і турбулентних статистик з експериментальними результатами є доброю.

The turbulent flow with separation in assymmetric diverging channel with backward-facing step is simulated by hybrid LES/RANS-technique for step Reynolds number of 34376 and inflow half channel Reynolds number of 137504. The large-scale flow field has been obtained by directly integrating the filtered three-dimensional time-dependent incompressible Navier-Stokes equations with wall model using a finite-difference method for LES. The small-scale motions were parametrized by dynamic subgrid-scale model. The flow near the walls is simulated by RANS-technique with $K - \varepsilon - \pi_{ij}$ turbulence model. The simulation were performed to study the mean velocity, the turbulence kinetic energy, mean wall pressure coefficient, mean wall-skin friction coefficient and mean re-attachment length. There is good agreement between the computer mean-velocity profiles, turbulence statistics and experimental data.

ВВЕДЕНИЕ

Большой практический интерес представляют внутренние течения в асимметричных каналах при высоких числах Рейнольдса. В работах [1–8, 18–26, 29–32] выявлено определяющее влияние геометрии течения и режимов потока перед и за местом отрыва. Важными характеристиками течения в этом случае есть: 1) число Рейнольдса Re для уступа (определенное по максимальной скорости перед уступом и его высоте); 2) параметр HS (отношение высот канала и уступа); 3) число Рейнольдса Re_H , равное произведению Re на HS ; 4) относительные геометрические размеры конфигурации стенок.

Современным инструментом для изучения турбулентных течений при высоких числах Рейнольдса наряду с дорогостоящими трудоемкими эк-

спериментальными исследованиями является численное моделирование. Инженерные расчеты в основном базируются на решении двумерных осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса (RANS) в совокупности с выбранной моделью турбулентности. Однако, несмотря на большое количество известных моделей турбулентного переноса [1–3, 7, 8], среди них не удается выделить одну, превосходящую другие по надежности и универсальности применительно к широкому классу течений. Полуэмпирические модели вихревой вязкости плохо работают в случае практических задач со сложной геометрией, отрывными потоками, свободными сдвиговыми слоями, зонами рециркуляции и т. д.

Прямое численное моделирование на основе трехмерных уравнений Навье-Стокса (DNS) является наилучшим методом [2, 5, 6] для изучения отрывных течений, но только для случаев ламинарного

режима течения на входе. Это обусловлено тем, что для турбулентного режима требуется сеточное разрешение порядка масштаба вязкой диссипации, которое пока недоступно на современных компьютерах для течений с высокими числами Рейнольдса.

Для исследования развитых турбулентных течений с большими числами Рейнольдса ($Re_H > 5000$) более реальным является LES-подход [10–13, 16, 17, 24–27, 29–32]. LES-технология представляет собой численное моделирование трехмерных нестационарных фильтрованных уравнений Навье–Стокса с использованием замыкающих моделей подсеточных масштабов. Но для турбулентных течений, ограниченных стенками, с высокими числами Рейнольдса ($Re_H > 50000$) стандартная LES-технология для больших (от стенки до стенки канала и вытянутых вдоль основного потока) областей не может быть осуществлена даже на суперкомпьютере. Поэтому в этом случае необходимо дополнять классический LES-подход пристенной моделью для вязкого и переходного подслоя. Вид пристенной модели зависит от того, в каком подслое расположен параллельный и ближайший к стенке слой узлов расчетной сетки [10–13, 16, 17, 26, 27, 29–32]. Если ближайший к стенке слой узлов сетки лежит в турбулентном подслое, то в качестве пристенной модели целесообразно использовать приближенные граничные условия на стенке для скорости в виде простых алгебраических зависимостей. Этот вид пристенной модели является наиболее вычислительно экономичным, особенно при $Re_H > 10^5$. Другим видом пристенной модели для $Re_H > 5000$ есть использование в вязком и переходном подслое двумерных приближений пограничного слоя или упрощенных уравнений Рейнольдса в рамках LES-подхода.

В исследовании [24] выполнены вычисления на основе LES-технологии для случая $Re=6000$ и $HS= \{1.25; 2.5\}$ с применением модели структурной функции для подсеточных напряжений, которая исключительно редко используется другими авторами. Входные граничные условия для мгновенной скорости задаются простым способом (сумма средней скорости и случайных пульсаций без учета пространственного распределения и величины турбулентных напряжений), что в конечном итоге не обеспечивает выполнение условий реализуемости [38] для подсеточных напряжений, искажает истинный энергоспектр исследуемого течения и сказывается на результатах расчета. Демонстрационный расчет новой подсеточной моде-

ли при $Re=28000$ и $HS=5$ с малым количеством результатов вычислений проведен в работе [31]. Применена локализованная динамическая подсеточная модель на основе вариационного подхода, которая используется также в качестве пристенной модели. В [25, 32] выполнены вычисления для $Re=5000$ и $HS=6$ с использованием динамической подсеточной модели вихревой вязкости, которая выполняет роль пристенной модели в [25]. Исследование [32] предполагает применение на стенках приближенных граничных условий для скорости. Угловой вихрь в [24, 25, 31, 32] не обнаружен. В работе [26] проведены расчеты при $Re=\{5100; 28000\}$ и $HS=6$ с использованием динамической подсеточной модели вихревой вязкости, а в качестве пристенной модели за уступом применено двумерное приближение (вида уравнений Рейнольдса). Вычисления проведены на крупной сетке, особенно в продольном направлении.

В работах [13, 26, 29, 30] развиваются зональные подходы, которые базируются на явном решении различного ряда уравнений в пристенном слое. Существуют два подхода: 1) двухслойная модель (TLM), используются две отдельные сетки для LES и RANS; 2) Detached Eddy Simulation (DES) используется одна сетка, и только модели турбулентности изменяются [26, 30]. В TLM сглаженные уравнения Навье–Стокса решаются в ядре течения, в пристеночном слое рассматривается упрощенный ряд уравнений. Основное предположение этой технологии – взаимодействие между ближнестеночным и внешним регионом является слабым. Для расчета турбулентного течения с обратным уступом TLM показывает плохие результаты. В переходной области между LES и RANS регионами возникают нефизичные возмущения. Метод DES в пристенном слое использует RANS-модели турбулентности, но записанные в сглаженных переменных, характерных для LES. Вызывает много вопросов правомерность прямого применения моделей турбулентности (разработанных и тестированных для уравнений Рейнольдса) непосредственно в LES.

В исследовании [7] осуществлено численное моделирование на основе двумерных уравнений Рейнольдса (RANS) с различными моделями замыкания при $HS=9$ и $Re=34376$. Для случая $Re=5100$ и $HS=11$ выполнена работа [1], реализованная также на основе RANS. Результаты расчета в [1, 7] показывают искаженные значения коэффициентов поверхностного трения и давления. Угловой вихрь в работах [1, 7] не обнаружен. На основе многих теоретических, экспериментальных и численных исследований установлено, что наличие

или отсутствие углового вихря определяется комплексом параметров Re (или Re_S), Re_H , Re_δ и HS . Все вышеприведенные работы характеризуют течения в канале с обратным уступом, но с прямолинейной второй стенкой канала, параллельной первой.

Для конфигурации течения, соответствующей экспериментальной работе [7] для случая $Re=34376$, $HS=9-12$ и с отклоняющейся второй стенкой канала под углом 6 градусов, вычисления на основе LES-подхода раньше не проводились. Расчет характеристик турбулентного течения в большой вычислительной зоне (область канала перед уступом и за уступом, от одной стенки канала до другой) при заданных условиях [7], сейчас не реально осуществить с помощью LES-подхода на требуемой мелкой сетке даже на суперкомпьютере, поскольку не разработаны обоснованные методы расчета на сгущающихся вычислительных сетках для динамических подсеточных моделей.

Цель настоящей работы – численное моделирование (на основе гибридной LES/RANS-технологии, реализуемой на персональном компьютере) отрывного турбулентного течения в канале с уступом, обращенным назад, на одной стенке, и непрямолинейной второй стенкой при входном турбулентном пограничном слое несжимаемой жидкости над гладкой поверхностью.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ДЛЯ LES-РЕГИОНА

Модель состоит в следующем: 1) турбулентный поток вязкой несжимаемой жидкости с постоянными свойствами при отсутствии внешних массовых сил течет в асимметричном канале с твердыми непроницаемыми стенками с пренебрежимо малой шероховатостью (при наличии обратного уступа высотой S на одной стенке и расширяющейся прямолинейной поверхности под углом $\beta = \pi/30$ на другой стенке на расстоянии x_s от начала зоны исследования) и имеет начальные максимальную скорость U_{max} , высоту канала h ($h=8S$; рис. 1); 2) исследуется трехмерное турбулентное течение при числе Рейнольдса $Re=U_{max}S/\nu=34376$ для уступа; для числа Рейнольдса $Re_\delta=U_{max}\delta/\nu=51428$ для турбулентного пограничного слоя ($x=0$); для полуширины канала $Re_h=137504$; 3) задача рассматривается в конечной трехмерной вычислительной области с заданными граничными условиями; 4) все параметры и уравнения представлены в безразмерном виде.

В экспериментах [1–7] установлено, что турбу-

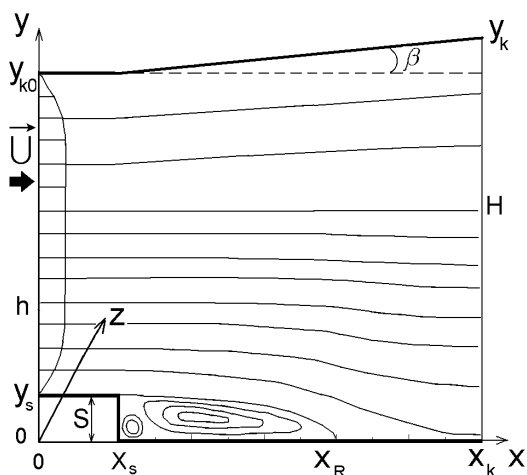


Рис. 1. Принципиальная схема течения над обратным уступом в канале, принятая система координат $Oxyz$ и изолинии средней скорости

лентные отрывные течения за уступом в широком канале можно считать статистически квазистационарившимися. В представленной модели турбулентного течения в широком асимметричном канале с обратным уступом рассматривается задача в рамках LES-подхода, которая решается методом установления по времени, как в работе [27].

Уравнения движения вязкой несжимаемой жидкости представим в виде обезразмеренных фильтрованных уравнений Навье-Стокса [16–17]:

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial (\tilde{u}_i \tilde{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 \tilde{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}; \quad (1)$$

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_i} = 0,$$

где $\tilde{u}_1, \tilde{u}_2, \tilde{u}_3$ или $\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{w}$ – фильтрованные компоненты вектора скорости вдоль координатных осей x, y, z ; P – обобщенное фильтрованное давление; τ_{ij} и P пронормированы на плотность несжимаемой жидкости. Вместо уравнения неразрывности используется уравнение Пуассона для P . Тензор подсеточных напряжений τ_{ij} параметризуется на основе модернизации динамической подсеточной модели [10]:

$$\tau_{ij} = -2C_V \tilde{\Delta}^2 |\tilde{S}| \tilde{S}_{ij}.$$

Коэффициент C_V определяется с помощью динамической процедуры следующим образом:

$$C_V(x, y) = -\frac{\langle M_{ij} L_{ij} \rangle}{\langle 2M_{ij} M_{ij} \rangle},$$

где $\langle \cdot \rangle$ – осреднение по z ;

$$M_{ij} = -\tilde{\Delta}^2 \overline{|\tilde{S}| \tilde{S}_{ij}} + \hat{\Delta}^2 |\hat{S}| \hat{S}_{ij};$$

$$\hat{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \hat{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \hat{u}_j}{\partial x_i} \right); \quad |\hat{S}| = (2\hat{S}_{ij}\hat{S}_{ij})^{1/2};$$

$$L_{ij} = \overline{\tilde{u}_i \tilde{u}_j} - \overline{\tilde{u}_i} \overline{\tilde{u}_j}.$$

В данном исследовании в качестве первичного и повторного фильтра используется Гауссов фильтр (см. подробно [17]). Операторы фильтров связаны следующими зависимостями $\hat{G} = \overline{\tilde{G}} = \tilde{G}\overline{G}$, где \tilde{G} – первичный фильтр, \overline{G} – повторный фильтр, $\hat{\Delta} = \overline{\tilde{\Delta}}$ и величина $\hat{\Delta}$ входит в состав M_{ij} . Для ширины первичного и повторного фильтров справедливо выражение [17]:

$$\hat{\Delta}^2 = \tilde{\Delta}^2 + \overline{\Delta}^2.$$

Для шагов вычислительной сетки задаем: $\Delta y = \tilde{\Delta}_S$, $\Delta x = \Delta z = 2\tilde{\Delta}_S$; для ширины первичного фильтра $\tilde{\Delta} y = \tilde{\Delta}/2 = \tilde{\Delta}_S$, $\tilde{\Delta} x = \tilde{\Delta} z = \tilde{\Delta}$; для ширины повторного фильтра $\overline{\Delta} y = \overline{\Delta}/2 = 0.61\tilde{\Delta}$, $\overline{\Delta} x = \overline{\Delta} z = \overline{\Delta}$.

1.1. Пристенная модель

Применение LES-технологии с выбранным шагом расчетной сетки в сравнении с масштабом Колмогорова (масштабом длины вязкой диссипации) не позволяет использовать граничное условие “прилипания” на стенке: $\tilde{u} = \tilde{v} = \tilde{w} = 0$, согласно [12–13, 26, 29, 30]. При расчете турбулентного течения в качестве пристенной модели используем приближенные граничные условия на стенке для локальных компонент скорости [16, 17] в модифицированном виде, которая, например, на горизонтальных стенках имеет следующий вид:

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial y} = \frac{\tilde{u}(x, y_e, z, t) c_f(x) \text{Re}_a}{\langle \tilde{u}(x, y_e, z, t) \rangle}; \quad \tilde{v} = 0;$$

$$\frac{\partial \tilde{w}}{\partial y} = \frac{\tilde{w}(x, y_e, z, t) c_f(x) \text{Re}_a}{\langle \tilde{u}(x, y_e, z, t) \rangle},$$

где величина y_e есть расстояние от узла сетки до стенки и выбирается в представленной LES-технологии таким образом, что на протяжении всей вычислительной области она располагается выше вязкого подслоя (y_e равна шагу сетки $\tilde{\Delta}_S$); коэффициент поверхностного трения $c_f(x)$ вычисляется на основе RANS-подхода. В свою очередь, $\text{Re}_a = \text{Re}A_0$. Параметр A_0 определяется предварительным расчетом, используя данные для граничных условий на входе в расчетную область (в нашем случае $A_0 = 0.02$).

1.2. Граничные условия

В рамках LES-технологии используется вычислительная область D . Каждое из уравнений (1) дискретизируется на прямоугольной расчетной сетке в $D = \{0 \leq x \leq x_k; F_s \leq y \leq F_k; 0 \leq z \leq z_k\}$, где

$$F_k = y_{k0} + 0.5(1 + \text{sign}[x - x_s - 0.0001])(x - x_s) \text{tg } \beta;$$

$$y_k = y_{k0} + (x_k - x_s) \text{tg } \beta;$$

$$F_s = 0.5(1 - \text{sign}[x - x_s])y_s,$$

кроме $x = x_s$, где $0 \leq y \leq y_s$;

$$x_s = 3; x_k = 16; y_{k0} = 9; y_s = 1; z_k = 6; \text{(рис. 1)}.$$

Граничные условия на гранях расчетной области имеют следующий вид:

$$1) \{x = 0; 0 \leq z \leq z_k; y_s \leq y \leq y_{k0}\}$$

$$\tilde{u} = U_{cc}(y) + \tilde{u}_p; \quad \tilde{v} = V_{cc}(y) + \tilde{v}_p; \quad \tilde{w} = \tilde{w}_p;$$

$$2) \{x = x_k; 0 \leq z \leq z_k; 0 \leq y \leq y_k\}$$

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial t} + \tilde{U}_{con} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} = \frac{\partial \tilde{v}}{\partial t} + \tilde{U}_{con} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x} = \frac{\partial \tilde{w}}{\partial t} + \tilde{U}_{con} \frac{\partial \tilde{w}}{\partial x} = 0.$$

$$3) \{y = F_k; 0 \leq z \leq z_k; 0 < x < x_k\}$$

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial y} = \frac{\tilde{u}(x, F_k - y_e, z) c_f(x) \text{Re}_a}{\langle \tilde{u}(x, F_k - y_e, z) \rangle}; \quad \tilde{v} = 0;$$

$$\frac{\partial \tilde{w}}{\partial y} = \frac{\tilde{w}(x, F_k - y_e, z) c_f(x) \text{Re}_a}{\langle \tilde{u}(x, F_k - y_e, z) \rangle},$$

$$4) \{y = y_s; 0 \leq z \leq z_k; 0 \leq x \leq x_s\}$$

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial y} = \frac{\tilde{u}(x, F_s + y_e, z) c_f(x) \text{Re}_a}{\langle \tilde{u}(x, F_s + y_e, z) \rangle}; \quad \tilde{v} = 0;$$

$$\frac{\partial \tilde{w}}{\partial y} = \frac{\tilde{w}(x, F_s + y_e, z) c_f(x) \text{Re}_a}{\langle \tilde{u}(x, F_s + y_e, z) \rangle},$$

$$5) \{y = 0; 0 \leq z \leq z_k; x_s \leq x \leq x_k\}$$

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial y} = \frac{\tilde{u}(x, y_e, z) c_f(x) \text{Re}_a}{\langle \tilde{u}(x, y_e, z) \rangle}; \quad \tilde{v} = 0;$$

$$\frac{\partial \tilde{w}}{\partial y} = \frac{\tilde{w}(x, y_e, z) c_f(x) \text{Re}_a}{\langle \tilde{u}(x, y_e, z) \rangle},$$

$$6) \{x = x_s; 0 \leq z \leq z_k; 0 \leq y \leq y_s\}$$

$$\frac{\partial \tilde{v}}{\partial x} = \frac{\tilde{v}(x_s + x_e, y, z) c_{fn}(y) \text{Re}_a}{\langle \tilde{v}(x_s + x_e, y, z) \rangle}; \quad \tilde{u} = 0;$$

$$\frac{\partial \tilde{w}}{\partial x} = \frac{\tilde{w}(x_s + x_e, y, z) c_{fn}(y) \text{Re}_a}{\langle \tilde{v}(x_s + x_e, y, z) \rangle},$$

$$7-8) \{z = 0; z = z_k; F_s < y < F_k; 0 < x < x_k\}$$

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial z} = \frac{\partial \tilde{v}}{\partial z} = \tilde{w} = 0.$$

Скорость конвективного переноса \tilde{U}_{con} на выходе из вычислительной области равна \tilde{u} при $x=x_k$ на предыдущем шаге по времени. В численном алгоритме принято $P(0, y_s + h/2, z, t)=1$.

Экспериментально установленное в работе [7] распределение осредненной продольной компоненты скорости U_{cc} турбулентного течения для $x=0$ аппроксимируем при $0 < Y \leq 0.5$ как в [23]:

$$U_{cc} = \frac{u_*}{\kappa} \{ \ln(u_* \text{Re}_h Y) + \kappa C + \Pi(1 - \cos(\pi Y)) \},$$

где $C=5.2$; $\kappa=0.4$; $\Pi = 0.4$; $Y^+ = Y u_* \text{Re}_h$, $Y = 2(y - y_s)/h$; $h = y_{k0} - y_s$; $y_h = y_s + h/2$. Из эксперимента [7] для гидродинамически гладкой поверхности получаем, что динамическая скорость $u_* = 0.0353$. Для симметричного канала на участке $y_h < y \leq y_{k0}$ справедливо $U_{cc}(y) = U_{cc}(y_{k0} - y + y_s)$. V_{cc} определяется из уравнения неразрывности. Значения интегрального масштаба турбулентности L_a и пульсации компонент мгновенной скорости \tilde{u}_p , \tilde{v}_p , \tilde{w}_p при $x = 0$; $0 \leq z \leq z_k$; $y_s \leq y \leq y_{k0}$ моделируем аналогично работе [27], используя эксперимент [7].

2. ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД ДЛЯ LES

Уравнения (1) и уравнение Пуассона вместе с начальными и граничными условиями решаются относительно неизвестных \tilde{u}_i , P , τ_{ij} следующим образом. Задаются начальные условия для поля скорости. На основе подсеточной динамической модели определяются подсеточные напряжения. Из уравнения Пуассона находится давление. Затем градиенты давления и подсеточных напряжений подставляются в уравнение движения и находят новые значения компонент скорости.

Таким образом, на каждом шаге по времени последовательно решаются уравнение Пуассона для давления и уравнения движения. Эта процедура повторяется до тех пор, пока решение не сойдется, тем самым достигается статистически стационарный режим с помощью метода установления по времени. После этого интегрирование продолжается с одновременным расчетом средних характеристик (осуществляется осреднение по однородной координате z и по времени). Общий расчет производится за промежуток времени $T_c = K \Delta t$ для каждой вычислительной зоны.

Дискретизация основных уравнений (1) осуществляется следующим образом. Все пространственные производные аппроксимируются центральными конечными разностями со вторым порядком точности. Конвективные производные ап-

роксимированы схемой с дополнительным диссипативным слагаемым второго порядка точности:

$$\frac{\partial(\tilde{u}\tilde{u})}{\partial x} \sim u_n \frac{u_{n+1} - u_{n-1}}{2\tilde{\Delta}_S} + f_d,$$

где f_d – слагаемое искусственной диссипации второго порядка точности для обеспечения устойчивости расчета и гладкости решения [34],

$$f_d = - |u_n| \frac{u_{n+1} - 2u_n + u_{n-1}}{2\tilde{\Delta}_S}.$$

К дискретизированным уравнениям Навье-Стокса применяется метод двуциклического по координатам расщепления и неявная по времени абсолютно устойчивая конечно-разностная схема со вторым порядком точности относительно Δt (этот метод является развитием расчетной технологии [35], предназначенной для решения адвективно-диффузионного уравнения). После преобразований получаем шесть систем линейных алгебраических уравнений с трехдиагональными матрицами, которые решаются методом линейной прогонки. Такая методика решения при соответствующем представлении коэффициентов в методе прогонки обеспечивает устойчивость и приемлемую точность расчета [36].

В представленном нами подходе для аппроксимации конвективных слагаемых используется разностная схема второго порядка точности, а в работе [27] применяется схема первого порядка. Это обусловлено тем, что в [27] вычислительная область представляет собой наипростейшую пространственную форму – прямоугольный параллелепипед. В настоящем исследовании область расчета имеет более сложную форму (рис. 1) с учетом изменения геометрии обеих стенок канала. Поэтому применяется разностная схема второго порядка для более точного учета процессов отрыва и присоединения.

Для определения обобщенного давления P используется уравнение Пуассона, которое решается методом простой итерации на каждом шаге по времени. Пространственные производные аппроксимируются центральными конечными разностями с вторым порядком точности. Граничные условия определяются на каждой грани вычислительной области в виде краевых условий Неймана для $\partial P / \partial x_i$ с использованием конечно-разностных аналогов фильтрованных уравнений Навье-Стокса, что в результате обеспечивает корректную взаимосвязь между полем скорости, давлением и подсеточным напряжением. В процессе расчета уравнения Пуассона методом простой итерации получают значения давления P_{mlj}^k на всем

множестве расчетных узлов (x_m, y_l, z_j) , где k – это индекс итерации. Критерий сходимости решения состоит в следующем – расчет прекращается при выполнении условия, при котором максимальная разность давления для двух соседних итераций изменяется меньше, чем на некоторую малую величину:

$$\max_{mlj} |P_{mlj}^{k+1} - P_{mlj}^k| < a_p$$

Численный процесс продвижения по времени представляет собой глобальную итерацию в рамках метода установления. Для того чтобы сократить вычислительные затраты, на каждом шаге по времени используются: 1) процедура экстраполяции (на основе предыдущих по времени расчетов) для компонент скорости \tilde{u}_{j*} в конвективных слагаемых $\tilde{u}_{j*} \partial \tilde{u}_i / \partial x_j$ для уменьшения количества внутренних итераций;

2) величина a_p регулируется (на начальной стадии $a_p = 10^{-4}$, а затем критерий сходимости ужесточается с ростом t до $a_p = 10^{-6}$ на конечной стадии расчета).

Для дискретизированных фильтрованных уравнений Навье-Стокса (для каждой компоненты вектора количества движения в проекции на оси координат x, y, z уравнения изменения количества движения) вычисляется невязка в каждом узле сетки. Критерий сходимости по методу установления – максимальная невязка становится меньше 10^{-5} .

3. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ДЛЯ RANS-РЕГИОНА

Для вычисления коэффициента поверхностного трения, применяемого в представленной LES-технологии, используется двумерный RANS-подход для областей D_1 и D_2 (рис. 2). D_1 ограничена линиями $\{y = F_s; 0 \leq x \leq x_k\}$; $\{y = F_a; 0 \leq x \leq x_k\}$; $\{x = 0; y_s \leq y \leq y_a\}$; $\{x = x_k; 0 \leq y \leq y_b\}$;

D_2 ограничена линиями $\{y = F_k; 0 \leq x \leq x_k\}$; $\{y = F_g; 0 \leq x \leq x_k\}$; $\{x = 0; y_{g0} \leq y \leq y_{k0}\}$; $\{x = x_k; y_g \leq y \leq y_k\}$; где $F_a = 0.5(1 + \text{sign}[x - x_b])y_a + 0.5(1 - \text{sign}[x - x_b])y_b$; (кроме $x = x_b$, где $y_b \leq y \leq y_a$); $x_b = x_s + 2y_e$; $y_a = y_s + 2y_e$; $y_b = 2y_e$;

$F_g = 0.5y_{g0}(1 - \text{sign}[x - x_s - 0.0001]) + 0.5(F_k - y_g)(1 + \text{sign}[x - x_s - 0.0001])$; $y_{g0} = y_{k0} - 2y_e$; $y_g = y_{g0} / \cos \beta$.

Уравнения осредненного турбулентного движения вязкой несжимаемой жидкости представим в виде безразмерных двумерных уравнений Навье-Стокса, осредненных по Рейнольдсу [19]:

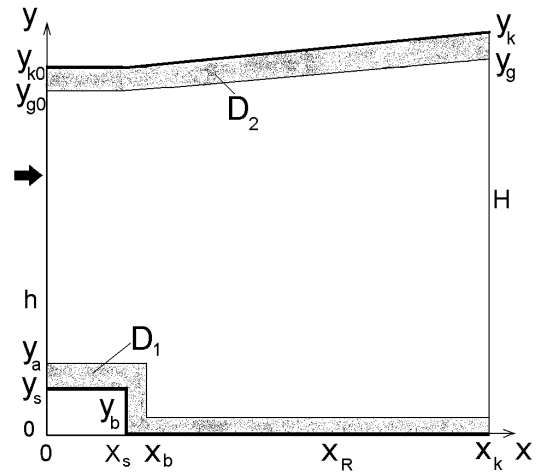


Рис. 2. Схема расположения пристенных вычислительных областей D_1 и D_2 для RANS-подхода (выделены серым фоном)

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{u}_i \bar{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial \pi_{ij}}{\partial x_j}; \quad (2)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0,$$

где \bar{u}_1, \bar{u}_2 или \bar{u}, \bar{v} – осредненные по Рейнольдсу компоненты вектора скорости вдоль координатных осей x, y ; \bar{p} – осредненное давление; π_{ij} – компоненты тензора рейнольдсовых напряжений ($\pi_{ij} = \overline{u_i'' u_j''}$); π_{ij} и \bar{p} пронормированы на плотность несжимаемой жидкости. Для создания замкнутой системы уравнений используется $K - \varepsilon - \pi_{ij}$ модель замыкания [33], которая хорошо работает не только в развитом турбулентном течении, но и у стенки в вязком и переходном подслоях, вблизи точки отрыва и присоединения, а также в рециркуляционной зоне. Отметим, что K – удельная кинетическая энергия турбулентности ($K = (\overline{u_i'' u_i''})/2$) и ε – скорость диссипации турбулентной энергии. Вместо уравнения неразрывности для определения давления \bar{p} используется уравнение Пуассона. Применяется также уравнение переноса кинетической энергии турбулентности K :

$$\frac{\partial K}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial K}{\partial x_j} + \frac{\partial T_j^K}{\partial x_j} = G - \varepsilon, \quad (3)$$

$$\text{где } T_j^K = -C'_S \frac{K}{\varepsilon} \pi_{ij} \frac{\partial K}{\partial x_i}, \quad G = 0.5(G_{11} + G_{22}),$$

$$G_{ij} = -\pi_{ik} \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_k} - \pi_{jk} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_k}.$$

Уравнение переноса скорости диссипации турбулентности ε :

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} + \frac{\partial T_j^\varepsilon}{\partial x_j} = (C_{\varepsilon 1} G - C_{\varepsilon 2} f_\varepsilon \varepsilon) \frac{\varepsilon}{K}; \quad (4)$$

$$T_j^\varepsilon = -C_\varepsilon \frac{K}{\varepsilon} \pi_{ij} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i};$$

$$f_\varepsilon = 1 - 0.3 \exp(-\text{Re}_t^2); \quad \text{Re}_t = K^2 \text{Re} / \varepsilon.$$

Компоненты π_{ij} определяются явной алгебраической анизотропной моделью Рейнольдсовых напряжений [33]:

$$\pi_{ij} = K \left(\frac{2}{3} \delta_{ij} - 2C_\mu^{eff} S_{ij} + a_{ij}^{ex} \right), \quad (5)$$

где

$$C_\mu^{eff} = -\frac{1}{2} f_1 \beta_1;$$

$$f_1 = 1 - \exp(-C'_{y1} \sqrt{\text{Re}_y} - C'_{y2} \text{Re}_y^2);$$

$$\text{Re}_y = y \sqrt{K \text{Re}};$$

$$a_{ij}^{ex} = (1 - f_1^2) \frac{3B_2 - 4}{\max(II_s, II_s^{eq})};$$

$$II_s = (S^2)_{11} + (S^2)_{22};$$

тензорное произведение

$$(S^2)_{ij} = S_{ik} S_{kj};$$

нормализованный тензор средних скоростей деформаций

$$S_{ij} = \frac{\tau_a}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right);$$

турбулентный масштаб времени

$$\tau_a = \max \left(\frac{K}{\varepsilon}, \frac{C_\tau}{\sqrt{\varepsilon \text{Re}}} \right);$$

$$II_s^{eq} = \frac{405 C_1^2}{216 C_1 - 160};$$

$$\beta_1 = -\frac{6}{5 N_c};$$

для $P_2 \geq 0$:

$$N_c = \frac{C'_1}{3} + (P_1 + \sqrt{P_2})^{1/6} + \text{sign}(P_1 - \sqrt{P_2}) |P_1 - \sqrt{P_2}|^{1/3};$$

для $P_2 < 0$:

$$N_c = \frac{C'_1}{3} + 2(P_1^2 - P_2)^{1/6} \cos \left(\frac{1}{3} \arccos \left(\frac{P_1}{\sqrt{P_1^2 - P_2}} \right) \right);$$

при

$$P_1 = \left(\frac{C'_1}{27} + \frac{9}{20} II_s \right) C'_1;$$

$$P_2 = P_1^2 - \left(\frac{(C'_1)^2}{9} + \frac{9}{10} II_s \right)^3;$$

$$C'_1 = \frac{9}{4} (C_1 - 1);$$

где $C_\tau = 6$; $C_1 = 1.8$; $C'_{y1} = 0.0923$;

$C'_{y2} = 0.0001154$; $B_2 = 1.8$; $C'_S = 0.25$; $C_\varepsilon = 0.15$;
 $C_{\varepsilon 1} = 1.4$; $C_{\varepsilon 2} = 1.9$.

3.1. Граничные условия

Для обеспечения необходимой точности расчетов в рамках RANS-технологии при ограниченной мощности персонального компьютера в нашей работе используются пристенные вычислительные области D_1 и D_2 с неравномерной сеткой со сгущением узлов у стенок.

Граничные условия имеют следующий вид.

I. Для области D_1

1) $\{x = 0; y_s \leq y \leq y_a\}$

$$\bar{u} = U_{cc}(y); \quad \bar{v} = V_{cc}(y); \quad K = K_1(y);$$

$$\varepsilon = \varepsilon_1(y); \quad \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} = f_{p1}(y);$$

2) $\{y = y_s; 0 < x < x_s\}; \{y = 0; x_s < x < x_k\}$

$$\bar{u} = \bar{v} = K = 0; \quad \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} = f_{p2,3}(x); \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} = 0;$$

3) $\{x = x_s; y = y_s\}$

$$\bar{v} = K = 0; \quad \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} = f_{p4}(x); \quad \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} = 0;$$

4) $\{x = x_s; 0 \leq y < y_s\}$

$$\bar{u} = \bar{v} = K = 0; \quad \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} = f_{p5}(y); \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} = 0;$$

5) $\{y = y_a; 0 < x < x_b\}$

$$\bar{u} = U_{a1}(x); \quad \bar{v} = V_{a1}(x); \quad K = K_{a1}(x);$$

$$\varepsilon = \varepsilon_{a1}(x); \quad \bar{p} = \bar{p}_{a1}(x);$$

6) $\{y = y_b; x_b < x < x_k\}$

$$\bar{u} = U_{a2}(x); \quad \bar{v} = V_{a2}(x); \quad K = K_{a2}(x);$$

$$\varepsilon = \varepsilon_{a2}(x); \quad \bar{p} = \bar{p}_{a2}(x);$$

7) $\{x = x_b; y_b \leq y \leq y_a\}$

$$\bar{u} = U_{a3}(y); \quad \bar{v} = V_{a3}(y); \quad K = K_{a3}(y);$$

$$\varepsilon = \varepsilon_{a3}(y); \quad \bar{p} = \bar{p}_{a3}(x);$$

8) $\{x = x_k; y_s \leq y \leq y_a\}$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + u_{cs} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} = \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + u_{cs} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} = 0;$$

$$\frac{\partial K}{\partial x} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} = f_{p6}(y).$$

II. Для области D_2

9) $\{x = 0; y_{g0} \leq y \leq y_{k0}\}$

$$\bar{u} = U_{cc}(y); \quad \bar{v} = V_{cc}(y); \quad K = K_1(y);$$

$$\varepsilon = \varepsilon_1(y); \quad \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} = f_{p7}(y);$$

10) $\{y = F_k; 0 < x < x_k\}$

$$\bar{u} = \bar{v} = K = 0; \quad \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} = f_{p8}(x); \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} = 0;$$

11) $\{y = F_g; 0 < x < x_k\}$

$$\bar{u} = U_{a4}(x); \quad \bar{v} = V_{a4}(x); \quad K = K_{a4}(x);$$

$$\varepsilon = \varepsilon_{a4}(x); \quad \bar{p} = \bar{p}_{a4}(x);$$

12) $\{x = x_k; y_g \leq y \leq y_k\}$:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + u_{cs} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} = \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + u_{cs} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} = 0;$$

$$\frac{\partial K}{\partial x} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} = f_{p9}(y).$$

Параметр u_{cs} в граничных условиях 8) и 12) равен \bar{u} при $x=x_k$ на предыдущем слое по времени. Величины $f_{p1} - f_{p9}$ в граничных условиях для уравнения Пуассона определяются на соответствующих гранях вычислительных областей в виде краевых условий Неймана для $\partial \bar{p} / \partial x_i$ с использованием конечно-разностных аналогов осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса.

Изменение U_{cc} вдоль оси Oy при $0 \leq Y^+ \leq 13.2$ задается эмпирической зависимостью [20]:

$$U_{cc} = u_*(Y^+ - 0.0228(Y^+)^2),$$

а при $13.2 < Y^+ < 60$ – по формуле [20]:

$$U_{cc} = u_*(2.5 \ln(Y^+) + 5.5 - 36.08/Y^+);$$

где $Y^+ = Y u_* \text{Re}_\delta$, $Y = (y - y_s) / \delta$. Изменение U_{cc} при $Y^+ \geq 60$ и $Y \leq 1$ определяется как в [23]:

$$U_{cc} = \frac{u_*}{\kappa} \{ \ln(u_* \text{Re}_\delta Y) + \kappa C \}.$$

Кинетическая энергия турбулентности K_1 и скорость ее диссипации ε_1 при $y_s \leq y \leq y_a$ и $y_{g0} \leq y \leq y_{k0}$ определяются из экспериментальных данных [7, 9, 14, 15, 21, 22, 28, 33, 37]. Распределения величин $\{U_{ai}; V_{ai}; K_{ai}; \varepsilon_{ai}; \bar{p}_{ai}\}$ ($i = \overline{1, 5}$) на границах вычислительных зон D_1 и D_2 находятся на основе промежуточных результатов расчета в рамках LES-технологии. Для взаимосвязи LES- и RANS-технологий используются следующие величины: локальная подсеточная кинетическая турбулентная энергия $k = \tau_{ii} / 2$; локальная сеточная кинетическая турбулентная энергия

$$\tilde{K} = \langle (\tilde{u} - \langle \tilde{u} \rangle_z)^2 + (\tilde{v} - \langle \tilde{v} \rangle_z)^2 + \tilde{w}^2 \rangle_z / 2;$$

локальная полная кинетическая турбулентная энергия $E_p = \tilde{K} + k$; осредненная по Рейнольдсу кинетическая турбулентная энергия $K = \langle E_p \rangle_z$; локальная подсеточная скорость диссипации турбулентности $\varepsilon_{sgs} = -\tau_{ij} \tilde{S}_{ij}$; осредненная по Рейнольдсу скорость диссипации турбулентности $\varepsilon = \langle \varepsilon_{sgs} \rangle_z$. Связь осредненного по Рейнольдсу давления \bar{p} и обобщенного давления P для LES имеет такой вид: $\bar{p} = \langle P \rangle_z$.

Для расчета построены преобразования координат, позволившие получить равномерную разностную сетку в новой вычислительной плоскости, несмотря на криволинейность границ физических областей D_1 и D_2 .

4. ВЫЧИСЛЕНИЕ ПОВЕРХНОСТНОГО ТРЕНИЯ ДЛЯ RANS

При условиях на границе $\{y = F_s; 0 \leq x \leq x_k\}$ для области D_1 коэффициент поверхностного трения $c_f(x)$ в общем виде [18, 19, 22] определяется так:

$$c_f(x) = 2R_{12}(x; y = F_s + y_0),$$

где y_0 – очень малое расстояние от стенки. Полное касательное напряжение $R_{12}(x, y)$ вычисляется по формуле

$$R_{12} = \pi_{12} + \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y},$$

а турбулентное касательное напряжение π_{12} и \bar{u} определяются из используемого в нашем исследовании RANS-подхода. Вычисление $c_f(x)$ в общем виде при $y = F_s + y_0$ практически не реально вследствие малости y_0 . Поэтому в лабораторных

и численных экспериментах используется методика усреднения c_f по слою $F_s < y \leq F_s + y_f$, где y_f располагается несколько выше вязкого подслоя. Окончательно коэффициент трения c_f определяется по формуле

$$c_f(x) = \frac{2}{y_f} \int_{F_s}^{F_s+y_f} R_{12}(x, y) dy.$$

С учетом условий на границе $x = x_s; 0 < y < y_s$, коэффициент поверхностного трения $c_f(y)$ определяется аналогично на основе вышеприведенного способа:

$$c_f(y) = \frac{2}{x_f} \int_{x_s}^{x_s+x_f} R_{12}(x, y) dx,$$

где

$$R_{12} = \pi_{12} + \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x}.$$

Для области D_2 используется аналогичный подход, но в преобразованной системе координат.

5. ОБЩИЙ ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД

В представленной модели турбулентного течения в асимметричном канале рассматривается задача в рамках гибридного LES/RANS-подхода, который отличается от зональных подходов [13, 26, 29, 30] способом взаимосвязи LES и RANS регионов. В нашем гибридном LES/RANS-подходе вычислительная область для LES занимает все пространство канала от одной стенки до другой и используются приближенные граничные условия на стенках, в которых присутствует неизвестный параметр – коэффициент поверхностного трения. Он вычисляется на основе RANS-подхода со своей пристенной моделью. Таким образом, используются два разных типа пристенных моделей: один – для LES-региона, другой – для RANS-региона. В зональных подходах используется только одна пристенная модель. В нашем гибридном LES/RANS-подходе расчетные области для RANS-подхода расположены у стенок (D_1, D_2 , рис. 2) и накладываются на большую вычислительную область D для LES. И следовательно, мы можем определить из осредненных LES-расчетов недостающие в RANS-подходе значения средней скорости, турбулентной кинетической энергии и осредненного давления на внешней грани RANS-региона, которая совпадает с частью вычислительной области для LES (рис. 2). Таким образом

замыкается общая задача в рамках гибридного LES/RANS-подхода и определяются взаимосвязи полей скорости, давления, турбулентных напряжений и турбулентной кинетической энергии между LES-регионом и RANS-регионами.

Технология общего численного метода для представленной модели турбулентного течения в асимметричном канале состоит в следующем. Рассматривается задача в рамках LES-подхода, которая решается до выхода на требуемый режим при необходимом количестве шагов по времени на основе конечно-разностной неявной абсолютно устойчивой схемы. Коэффициент поверхностного трения (используемый в приближенных граничных условиях на стенке для LES-технологии) вычисляется на основе RANS-подхода, в котором распределения величин для граничных условий определяются из промежуточных результатов расчета по LES-технологии. В рамках представленного RANS-подхода расчет характеристик течения для каждой области (D_1, D_2) рассматривается как задача, которая решается при заданном количестве итераций на каждом шаге по времени с использованием численного алгоритма, подобного к LES-технологии, но примененного в преобразованной системе координат для двумерного случая.

Для взаимосвязи LES- и RANS-регионов используются следующие величины, полученные на основе LES: локальная подсеточная кинетическая турбулентная энергия k ; локальная сеточная кинетическая турбулентная энергия \tilde{K} ; локальная полная кинетическая турбулентная энергия E_p ; локальная подсеточная скорость диссипации ε_{sgs} .

На внешних гранях областей D_1 и D_2 задаются граничные условия для RANS-региона на основе обработки LES-результатов: осредненные по Рейнольдсу компоненты средней скорости $\bar{u} = \langle \tilde{u} \rangle_z$, $\bar{v} = \langle \tilde{v} \rangle_z$; осредненная по Рейнольдсу кинетическая турбулентная энергия $K = \langle E_p \rangle_z$; осредненная по Рейнольдсу скорость диссипации турбулентности $\varepsilon = \langle \varepsilon_{sgs} \rangle_z$. Связь осредненного по Рейнольдсу давления \bar{p} и обобщенного давления P для LES имеет такой вид $\bar{p} = \langle P \rangle_z$.

В вычислительном методе для LES используется всего 1852875 сеточных точек ($\{N_x; N_y; N_z\} = \{30; 161; 61\} + \{131; 181 - 209; 61\}$), а для RANS-подхода для каждой области D_1 и D_2 применяется 10^6 сеточных узлов ($\{N_x; N_y\} = \{5000; 200\}$).

6. РЕЗУЛЬТАТЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ

На основе численного алгоритма, разработанного в рамках гибридного LES/RANS-подхода, про-

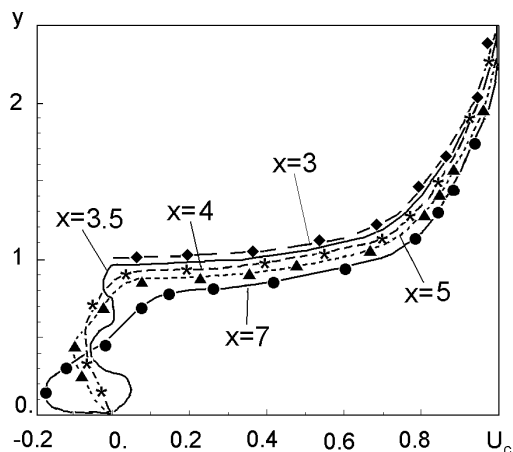


Рис. 3. Зависимость осредненной продольной компоненты скорости U_c от y для $x = \{3; 3.5; 4; 5; 7\}$ (расчет – кривые; экспериментальные данные [7] – значки)

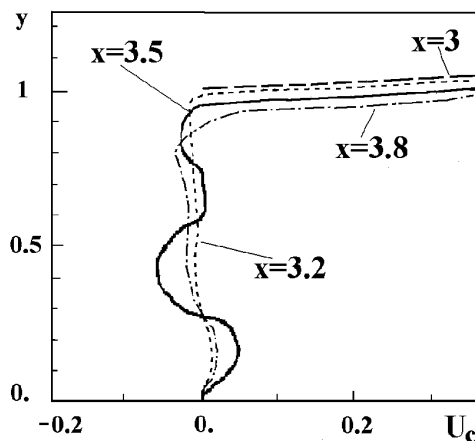


Рис. 4. Зависимость осредненной продольной компоненты скорости U_c от y для $x = \{9; 10.1; 11.1; 13; 15\}$ (расчет – кривые; экспериментальные данные [7] – значки)

ведены расчеты характеристик турбулентного течения в асимметричном расширяющемся канале с обратным уступом ($Re_\delta=51428$; $Re=34376$) и учетом отрыва турбулентного пограничного слоя. В вычислениях применялся компьютер PENTIUM-IV с тактовой частотой 5.7 ГГц и оперативной памятью 4 Гб. Для выхода на установившийся режим (при использовании неявной абсолютно устойчивой схемы) и накопления статистик для осреднения было проведено 1000 шагов по времени с $\Delta t=0.05$ за промежуток времени $T_c=50$. Полное время расчета поставленной задачи на указанном выше компьютере составляет 21 час 15 минут.

Изменения основных расчетных (осредненных по однородному направлению Oz и периоду времени T_c) безразмерных характеристик турбулентного потока вдоль безразмерной координаты y представлены на рис. 3–6. Результаты наших вычислений сравниваются с экспериментальными данными [7], полученными для такой же конфигурации течения.

На рис. 3–5 представлена зависимость осредненной продольной компоненты скорости U_c от y ($U_c = \langle \tilde{u}(x, y, z, t) \rangle_{zt} / \langle \tilde{u}(x, 2.5, z, t) \rangle_{zt}$) для случаев $x = \{3; 3.5; 4; 5; 7\}$ и $x = \{9; 10.1; 11.1; 13; 15\}$ и экспериментальные данные [7]. При сопоставлении численных и экспериментальных результатов видно, что разработанная модель довольно точно описывает изменение компонент средней скорости поперек турбулентного течения за уступом для различных x . Наблюдаются характерные черты поведения потока за обратным уступом с наличием зоны возвратного течения, что соответству-

ет наличию отрицательных значений осредненной продольной компоненты скорости U_c при $y < 1$. Для этой конфигурации течения обнаружен угловой вихрь за уступом на участке $3 < x < 4$. На рис. 4 представлено распределение продольной скорости в зоне углового вихря. Анализ результатов расчета показывает, что центр углового вихря имеет координаты $x=0.28$ и $y=3.5$, а направление его вращения реализуется против часовой стрелки. В то же время, течение в основной части рециркуляционной зоны вращается по часовой стрелке (рис. 3, 5). По результатам расчета определена точка присоединения основного течения за уступом, которая расположена в $x = x_R = 11.1$, что полностью согласуется с экспериментом [7].

На рис. 6 показана зависимость полной кинетической энергии турбулентности E от y для случаев $x = \{3; 4; 5; 7; 10.1; 11.1; 15\}$, где $E = \langle E_p \rangle_{zt}$. Важно отметить, что форма профилей турбулентной энергии на участке максимальных значений изменяется от сечения к сечению ($x = \{3; 4; 5; 7\}$) и располагается чуть выше условной плоскости раздела зон основного течения и возвратного потока. После присоединения потока в x_R наблюдается тенденция медленного восстановления течения до состояния развитого турбулентного пограничного слоя.

Осредненный коэффициент давления на стенке вдоль x (рис. 7) вычисляется следующим образом:

$$C_p = 20 \{ \langle P(x, F_s, z, t) \rangle_{zt} - \langle P(0, y_s, z, t) \rangle_{zt} \}.$$

Величина $\langle P(0, y_s, z, t) \rangle_{zt}$ взята из эксперимен-

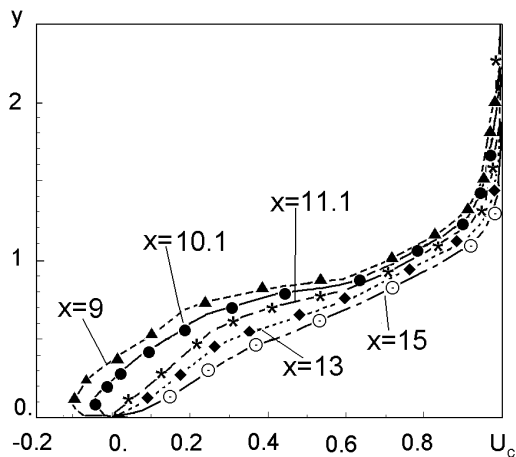


Рис. 5. Зависимость полной кинетической энергии E от y для $x = \{3; 4; 5; 7; 10.1; 11.1; 15\}$ (расчет – кривые; экспериментальные данные [7] – значки)

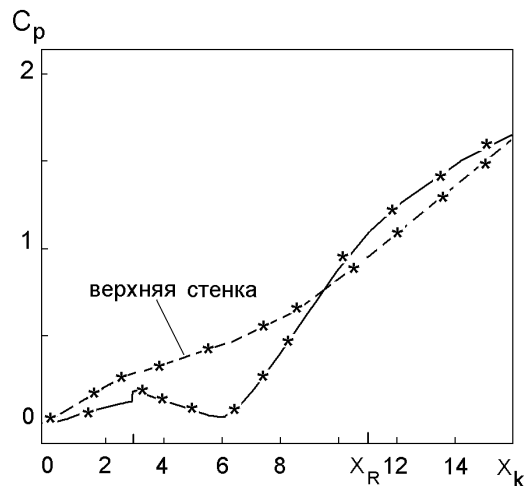


Рис. 7. Распределение коэффициента поверхностного трения на верхней стенке (расчет – сплошная кривая; экспериментальные данные [7] – значки *)

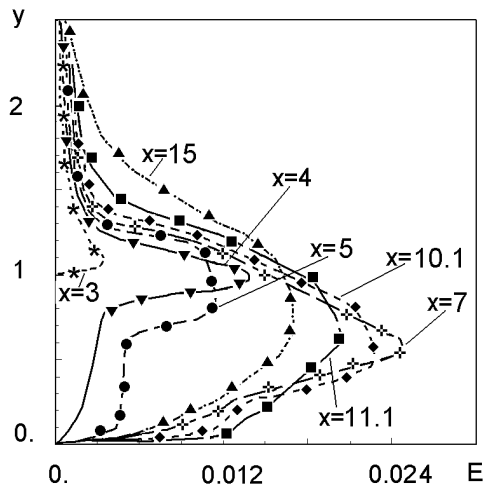


Рис. 6. Распределение коэффициента давления на стенках (расчет – линии; экспериментальные данные [7] – значки *)

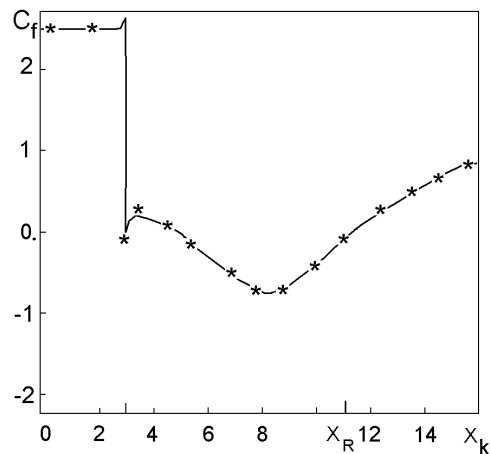


Рис. 8. Распределение коэффициента поверхностного трения на нижней стенке: (расчет – сплошная кривая; экспериментальные данные [7] – значки *)

тальной работы [7]. Для случая отрыва турбулентного слоя в широком расширяющемся канале при $\beta = \pi/30$ численно установлено, что вниз по течению непосредственно за точкой присоединения основного течения ($x_R = 11.1$) осредненный коэффициент давления на нижней стенке не достигает максимального значения (в отличие от случая $\beta = 0$, где $x_R = 9$). Затем наблюдается постепенное сближение значений коэффициента для нижней и верхней стенок.

На рис. 8 показано распределение на ни-

жней стенке коэффициента поверхностного трения $C_f(x) = 10^3 c_f(x)$. На участке $3 < x < 4$ наблюдается, что $C_f(x) > 0$. Это является характерной чертой существования углового вихря. Результаты вычислений подтверждают экспериментально установленный факт [7], что в точке присоединения основного течения x_R осредненный коэффициент поверхностного трения равен нулю.

Определим уровень влияния искусственных диссипативных слагаемых f_d и схемной вязкости в сравнении с физическими подсеточными напряжениями τ_{ij} на точность получаемых ре-

зультатов. Подсеточные напряжения, использованные в представленном исследовании в динамической подсеточной модели, обозначим величиной τ_{ij}^0 . Проведен ряд дополнительных расчетов для $\tau_{ij} = B^0 \tau_{ij}^0$, где $B^0 = \{0.04; 0.07; 0.1; 0.2; 0.7\}$. Результаты вычислений для случаев $B^0=0.7$ и $B^0=0.2$ показывают очень малые отклонения расчетных характеристик в сравнении с основным вариантом $\tau_{ij} = \tau_{ij}^0$ при $B^0=1$. Случай $B^0=0.1$ дает уже значительные отклонения и нарушаются условия реализуемости [38] для подсеточных напряжений, а при $B^0=0.07$ и $B^0=0.04$ продолжается эта тенденция и величины средней скорости и турбулентных напряжений стабилизируются. Вывод состоит в том, что только при $B^0 < 0.071$ влияние искусственных диссипативных слагаемых и схемной вязкости полностью преобладает над физическими подсеточными напряжениями τ_{ij} . Следовательно, принятая основная модель при $B^0=1$ с запасом прочности обеспечивает адекватность расчетов и выполнение условий реализуемости для подсеточных напряжений.

Проведены исследования о степени влияния шага по времени на результаты вычислений, а именно, для $\Delta t = \{0.015; 0.15; 0.35\}$. Напомним, в основном варианте принято $\Delta t=0.05$. Результаты расчетов показывают, что для случая $\Delta t=0.15$ различия в вычислениях средней скорости и турбулентных напряжений в сравнении с основным вариантом $\Delta t=0.05$ составляют несколько процентов (до трех), а при $\Delta t=0.35$ получаем различия от 4 до 7 процентов. Случай $\Delta t=0.015$ обеспечивает устойчивость расчета даже для явной конечно-разностной схемы, а тем более для применяемой в данном численном методе неявной схемы. Результаты расчетов основных характеристик для $\Delta t=0.015$ и $\Delta t=0.05$ практически равны. Поэтому на основе анализа проведенных численных исследований можно сделать вывод о том, что выбранное значение основного шага по времени $\Delta t=0.05$ обеспечивает устойчивость разностной схемы и требуемую точность расчетов при решении задачи с нелинейными уравнениями.

Исследовано влияние числа Рейнольдса Re на характеристики турбулентного течения. Дополнительно к выше приведенному основному случаю ($Re=34376$; $Re_\delta=51428$; $Re_h=137504$; $u_*=0.0353$) задания граничных условий на входе в вычислительную область определены на основе работ [15, 21–23, 28, 37] два варианта входных граничных условий:

$Re=70000$; $Re_\delta=109959$; $Re_h=280000$; $u_*=0.0331$;
 $Re=200000$; $Re_\delta=329129$; $Re_h=800000$; $u_*=0.0302$.

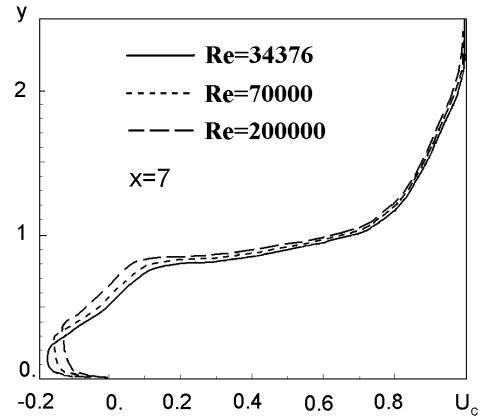


Рис. 9. Зависимость осредненной продольной компоненты скорости U_c от y для $x=7$ и $Re=34376$; 70000 ; 200000 (расчет – кривые)

Анализ результатов вычислений показывает, что при увеличении числа Рейнольдса в исследованном диапазоне мало изменяется общая картина течения и незначительно увеличивается рециркуляционная зона в направлении оси x . В частности, определены следующие связи числа Re и продольной координаты x_R (точки присоединения потока): 1) $Re=34376$; $x_R=11.1$; 2) $Re=70000$; $x_R=11.3$; 3) $Re=200000$; $x_R=11.6$. На рис. 9 представлено распределение продольной скорости в зависимости от y в сечении $x=7$ для трех чисел Рейнольдса: $Re=34376$; $Re=70000$; $Re=200000$. Характер изменения продольной скорости вдоль y при $x=7$ подтверждает то, что рециркуляционная зона в направлении оси x незначительно увеличивается.

ВЫВОДЫ

Впервые на основе гибридной LES/RANS-технологии развита численная трехмерная модель турбулентного потока в асимметричном канале с твердыми непроницаемыми стенками, наличием обратного уступа и расширяющейся поверхности под углом $\beta=\pi/30$ при $Re = \{34376; 70000; 200000\}$ для реализации на персональном компьютере. В данной модели все параметры и уравнения имеют безразмерный вид. Численная модель содержит четыре основных параметра: 1) число Рейнольдса обратного уступа Re ; 2) число Re_δ для турбулентного пограничного слоя на входе; число Рейнольдса для полуширины канала Re_h ; 4) угол расширяющейся поверхности β . Динамическая подсеточная модель имеет расчетный коэффициент C_V . Для определения коэффициента трения дополни-

тельно используется $K-\varepsilon-\pi_{ij}$ модель замыкания.

Впервые в рамках гибридной LES/RANS-технологии при численном исследовании отрывного турбулентного течения в асимметричном канале (при входном турбулентном пограничном слое несжимаемой жидкости над гладкой поверхностью $Re_\delta = 51428$; $Re_h = 137504$) получены численные значения: осредненной скорости, кинетической турбулентной энергии, коэффициента давления на стенке, коэффициента поверхностного трения и точки присоединения ранее оторвавшегося потока. Сравнение наших численных результатов с экспериментальными данными другого автора показало хорошее согласие.

Численно исследовано влияние числа Рейнольдса Re на характеристики турбулентного течения ($Re = \{34376; 70000; 200000\}$). Анализ результатов вычислений показывает, что при увеличении числа Рейнольдса в исследованном диапазоне мало изменяется общая картина течения и незначительно увеличивается рециркуляционная зона в продольном направлении.

В рамках LES-технологии вклад подсеточной кинетической турбулентной энергии в полную турбулентную энергию составляет около 9–10 процентов (при выбранных шагах фильтра и конечно-разностной сетки).

- Смирнов П.Е. Тестирование v^2 -f-модели турбулентности при расчете течения и теплообмена в канале с внезапным расширением // ИФЖ. (Беларусь).– 2006.– Т. 79, N 4.– С. 38–44.
- Sinha S., Gupta A., Oberai M. Laminar separating flow over backsteps and cavities. Part I: backsteps // AIAA J.– 1981.– V. 19, N 12.– P. 1527–1530.
- Trangam S., Speziale C. Turbulent flow past a backward-facing step: a critical evaluation of two-equation models // AIAA J.– 1992.– V. 30, N 5.– P. 1314–1320.
- Etheridge D.W., Kemp P.H. Measurements of turbulent flow downstream of a rearward-facing step // J. Fluid. Mech.– 1978.– V. 86, part 3.– P. 545–566.
- Le H., Moin P., Kim J. Direct numerical simulation of turbulent flow over a backward-facing step // J. Fluid. Mech.– 1997.– V. 330.– P. 349–374.
- Wengle H., Huppertz A., Barwolff G., Janre G. The manipulated transitional backward-facing step flow: an experimental and direct numerical simulation investigation // Eur. J. Mech. B-Fluids.– 2001.– V. 20.– P. 25–46.
- Driver D., Seegmiller H. Features of a reattaching turbulent shear layer in divergent channel flow // AIAA J.– 1985.– V. 23, N 2.– P. 163–171.
- Kwon O., Hah C. Simulation of three-dimensional turbulent flows on unstructured meshes // AIAA J.– 1995.– V. 33, N 6.– P. 1081–1089.
- Perot B., Natu S. A model for the dissipation rate tensor in inhomogeneous and anisotropic turbulence // Phys. Fluids.– 2004.– V. 16, N 11.– P. 4053–4065.
- Germano M., Piomelli U., Moin P., Cabot W. A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model // Phys. Fluids A.– 1991.– V. 3, N 7.– P. 1760–1765.
- Piomelli U. High Reynolds number calculations using the dynamic subgrid-scale stress model // Phys. Fluids A.– 1993.– V. 5, N 6.– P. 1484–1490.
- Meneveau C., Katz J. Scale-invariance and turbulence models for large-eddy simulation // Annu. Rev. Fluid. Mech.– 2000.– V. 32.– P. 1–32.
- Piomelli U., Balaras E. Wall-layer models for Large-Eddy Simulations // Annu. Rev. Fluid. Mech.– 2002.– V. 34.– P. 349–374.
- Klebanoff P.S., Claveland W.G., Tidstrom K.D. On the evolution of a turbulent boundary layer induced by a three-dimensional roughness element // J. Fluid. Mech.– 1992.– V. 237.– P. 101–187.
- Hoyas S., Jimenez J. Scaling of the velocity fluctuations in turbulent channels up to $Re_\tau = 2003$ // Phys. Fluids.– 2006.– V. 18.– P. 011702.
- Кузьменко В.Г. Численное трехмерное моделирование турбулентного пограничного слоя на основе экономичной LES-технологии // Прикладна гідромеханіка.– 2004.– 6(78), N 1.– С. 19–24.
- Кузьменко В.Г. Динамические подсеточные модели для LES-технологии // Прикладна гідромеханіка.– 2004.– 6(78), N 3.– С. 22–27.
- Федяевский К.К., Гиневский А.С., Колесников А.В. Расчет турбулентного пограничного слоя несжимаемой жидкости.– Л.: Судостроение, 1973.– 256 с.
- Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя.– М.: Инлит, 1956.– 528 с.
- Бабенко В.В., Канарский М.Б., Коробов Б.И. Пограничный слой на эластичных пластинах.– К.: Наукова думка, 1993.– 261 с.
- Ligrani P., Moffat R. Structure of transitionally rough and fully rough turbulent boundary layers // J. Fluid. Mech.– 1986.– V. 162.– P. 69–98.
- Ротта И.К. Турбулентный пограничный слой в несжимаемой жидкости.– Л.: Судостроение, 1967.– 231 с.
- Себиси Е., Бредшоу П. Конвективный теплообмен.– М.: Мир, 1987.– 590 с.
- Neto A., Grand D., Metais O., Lesieur M. A numerical investigation of the coherent vortices in turbulence behind a backward-facing step // J. Fluid. Mech.– 1993.– V. 256.– P. 1–25.
- Kaltenbach H. Turbulent flow over a swept backward-facing step // Eur. J. Mech. B-Fluids.– 2004.– V. 23.– P. 501–518.
- Diurno G.V., Balaras E., Piomelli U. Wall-layer models of separated flows // In Modern simulation strategies for turbulent flux, ed. B. Geurts.– Philadelphia.– 2001.– P. 207–222.
- Кузьменко В.Г. Численное моделирование турбулентного течения с отрывом за обратным уступом // Прикладна гідромеханіка.– 2007.– 9(81), N 4.– С. 37–48.
- Perry A.E., Lim K.L., Henbest S.M. An experimental study of the turbulence structure in smooth and rough-wall boundary layers // J. Fluid. Mech.– 1987.– V. 177.– P. 437–468.

29. *Jakirlic S.* Wall modelling in LES: method development and application // ERCOFTAC Bulletin.– 2007.– N 72.– P. 5–6.
30. *Fubery C.* On LES and DES of wall bounded flows // ERCOFTAC Bulletin.– 2007.– N 72.– P. 67–72.
31. *Ghosal S., Lund T., Moin P., Akselvoll K.* A dynamic localization model for large-eddy simulation of turbulent flows // J. Fluid. Mech.– 1995.– V. 286.– P. 229–255.
32. *Kaltenbach H.* A priori testing of wall models for separated flows // Phys. Fluids.– 2003.– V. 15, N 10.– P. 3048–3064.
33. *Wallin S., Johansson A.* An explicit algebraic reynolds stress model for incompressible and compressible turbulent flows // J. Fluid. Mech.– 2000.– V. 403.– P. 89–132.
34. *Квак Д., Ченг Д., Шэнкс С., Чакраварти С.* Метод решения уравнения Навье-Стокса для трехмерных течений несжимаемой жидкости с использованием простейших переменных // Аэро/космическая техника.– 1987.– N 2.– С. 144–153.
35. *Марчук Г.И.* Математическое моделирование в проблеме окружающей среды.– М.: Наука, 1983.– 319 с.
36. *Андерсон Д., Танненхил Дж., Плетчер Р.* Вычислительная гидромеханика и теплообмен. Т. 2.– М.: Мир, 1990.– 726 с.
37. *Balint J., Wallace J., Vukoslavcevic P.* The velocity and vorticity vector fields of a turbulent boundary layer. Part 2. Statistical properties // J. Fluid. Mech.– 1991.– V. 228.– P. 53–86.
38. *Кузьменко В.Г.* Численное моделирование нестационарного турбулентного течения с отрывом над впадиной и внутри впадины // Прикладна гідромеханіка.– 2009.– **11(83)**, N 3.– С. 28–41.