

УДК 532.526

АНАЛІЗ ОБТІКАННЯ СИСТЕМИ ДВОХ РОЗТАШОВАНИХ ПОРУЧ КВАДРАТНИХ ЦИЛІНДРІВ

В. О. ГОРБАНЬ, І. М. ГОРБАНЬ

Інститут гідромеханіки НАН України, Київ

Одержано 08.10.2009

Узагальнений вихровий метод, в якому рівняння Нав'є-Стокса розв'язуються в змінних "швидкість-завихреність", розвинуто для моделювання течії в багатозв'язній області. На цій основі виконано розрахунок ламінарної течії навколо двох квадратних циліндрів, розташованих паралельно один до одного і перпендикулярно до набігаючого потоку. Проаналізовано вплив ширини зазору між циліндрами на розвиток сліду за системою і гідродинамічні характеристики тіл. На основі аналізу одержаних результатів запропоновано схему управління течією навколо квадратної призми за допомогою щілини. Одержано оптимальні характеристики управляючої схеми.

Обобщенный вихревой метод, в котором уравнения Навье-Стокса решаются в переменных "скорость-завихренность", развит для моделирования течения в multiply-connected области. На этой основе выполнен расчет ламинарного течения вокруг двух квадратных цилиндров, расположенных параллельно друг к другу и перпендикулярно к набегающему потоку. Проанализировано влияние ширины зазора между цилиндрами на развитие следа и гидродинамические характеристики тел. На основе анализа полученных результатов предложена схема управления течением вокруг квадратной призмы с помощью щели. Получены оптимальные характеристики схемы управления.

A coupled Larangian-Eulerian numerical scheme, in which Navier-Stokes equations are solved with the vorticity-velocity formulation, is developed for calculation of flow in a multiply-connected domain. It is used for modeling the laminar flow past two square cylinders in a side-by-side arrangement. An influence of the gap size between the bodies on the wake pattern and hydrodynamic loads is analyzed. The results obtained are used to ground the scheme of flow control near a square prism that utilizes the small gap in the centre. The optimal characteristics of the control scheme are derived.

ВСТУП

Характер течії навколо системи тіл істотно відрізняється від випадку, коли у потоці розташована окрема конструкція. Це є наслідком взаємодії гідродинамічних полів, зокрема, вихрових слідів, сформованих за кожним тілом. Процеси інтерференції слідів залежать від взаємного розташування тіл, їх форми і відстані між ними [1]. Однією з важливих схем обтікання, які мають практичне застосування, є паралельне розташування в набігаючому потоці двох однакових конструкцій. Це можуть бути елементи морських систем, теплообмінників тощо. Практичне значення та інтерес до закономірностей формування картин обтікання зумовлюють важливість вивчення течії в системі квадратних циліндрів, розташованих паралельно один до одного і перпендикулярно до потоку.

Більшість досліджень у цьому напрямку присвячені вивченню взаємодії кругових циліндрів. Докладний огляд одержаних результатів і класифікація режимів течії з вихровим слідом для цього випадку наведені в роботах [2, 3]. Фізичні експерименти та результати чисельного моделювання показують, що при малих відстанях між циліндрами ($g/d \leq 0.2$, d – діаметр циліндра, g – ширина зазору) за системою формується слід з однією доріжкою вихорів, подібно до того, як це відбувається за окремим тілом. Цей режим течії відомий

в літературі як *single-body regime* [4].

Зі збільшенням ширини зазору зростає роль течії, що генерується в щілині між циліндрами. Внаслідок її відхилення від одного тіла до іншого за системою циліндрів формуються дві вихрові доріжки з різними масштабами як по простору, так і за часом. В роботі [5] проведено детальне експериментальне дослідження коливальності сліду в області між паралельними круговими циліндрами при $Re = 3.3 \cdot 10^3$. Встановлено, що перехід від однієї картини течії до іншої відбувається випадково. Тому дослідники розглядають такий потік, як динамічну систему, що коливається між двома несиметричними станами. Враховуючи випадковість і швидкість змін структури течії навколо системи циліндрів, цей режим називають *flip-flopping flow*. Значення g^* (верхньої границі відношення g/d), коли спостерігається такий режим обтікання, слабо залежить від числа Рейнольдса та інших параметрів течії (для пари кругових циліндрів $g^* \approx 1.2$ [3, 4]).

При зазорах $g/d > 1.2$ за кожним із циліндрів генерується окрема доріжка вихорів Кармана. Внаслідок їхньої взаємодії сліди за циліндрами синхронізуються (у фазі або протифазі). Процеси такої синхронізації спостерігаються до значень $g/d \approx 6$ [1].

Течію за системою розташованих поряд прямокутних циліндрів (рис. 1) досліджено значно мен-

ше. Вона має свої особливості, пов'язані, зокрема, з наявністю фіксованих точок відриву. В експериментальній роботі [6] вивчалася структура течії за двома паралельними квадратними призмами при одному значенні ширини зазору $g/d = 2$ і $Re = 150$. Одержано протифазну синхронізовану картину сліду. В роботі [7] проведено чисельне моделювання акустичних полів, що генеруються двома паралельними квадратними циліндрами при $Re = 150$. Показано, що структура течії, гідродинамічні коефіцієнти тіл та, як наслідок, акустичні характеристики потоку істотно залежать від відстані між тілами.

В даній роботі виконане чисельне моделювання двовимірної течії навколо двох розташованих поряд квадратних призм. Метою роботи є описання режимів течії в такій системі та визначення впливу параметрів системи на гідродинамічні характеристики тіл.

1. МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ

Розглядається двовимірна ламінарна течія в'язкої нестисливої рідини навколо двох квадратних циліндрів, розташованих у необмеженій області паралельно один до одного і перпендикулярно до набігаючого потоку (рис. 1). Вона повністю описується системою рівнянь Нав'є-Стокса та нерозривності, які у безрозмірному вигляді записуються наступним чином:

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \nabla) \cdot \vec{V} = -\nabla p + \frac{1}{Re} \nabla^2 \vec{V},$$

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0. \quad (1)$$

В рівняннях (1) використовуються безрозмірні швидкості, віднесені до швидкості потоку на нескінченності U_∞ . Лінійні розміри віднесені до довжини ребра призми a , тиск і час віднесені до ρU_∞^2 та a/U_∞ відповідно, число Рейнольдса вводиться як $Re = aU_\infty/\nu$, де ν – кінематична в'язкість рідини.

На границях тіл, що обтікаються, швидкість частинок рідини повинна задовольняти умовам непротікання та прилипання:

$$\left. \frac{\partial \vec{V}}{\partial \vec{n}} \right|_{L_k} = 0, \quad (2)$$

$$\left. \frac{\partial \vec{V}}{\partial \vec{s}} \right|_{L_k} = 0, \quad (3)$$

де L_k – контур k -го тіла; $k = 1, 2$, \vec{n} , \vec{s} – нормаль та дотична до поверхні тіла відповідно.

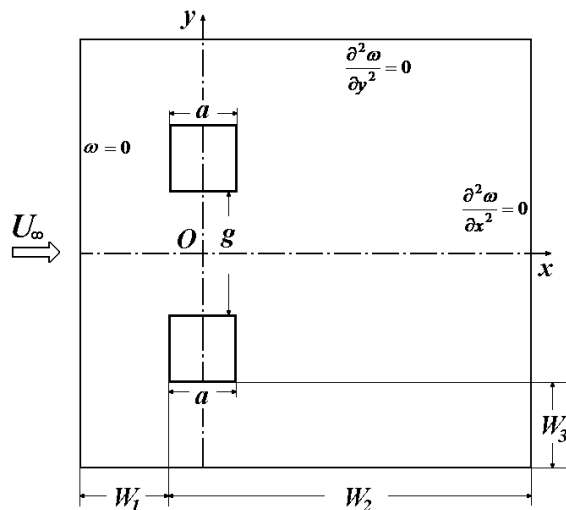


Рис. 1. Конфігурація розрахункової області

2. ОСОБЛИВОСТІ ЧИСЕЛЬНОЇ СХЕМИ

Для моделювання течії використано розроблений авторами узагальнений вихровий метод, який поєднує використання сіток і лагранжових вихрових частинок. Його детальне описання і апробація на прикладі задачі про обтікання квадратної призми в необмеженому потоці представлені в роботі [8].

Головною особливістю цього методу є перехід від системи (1) до рівняння переносу завихреності:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \nabla) \omega = \frac{1}{Re} \Delta \omega, \quad (4)$$

де $\omega = \nabla \times \vec{V}$ – функція завихреності.

Перевагою рівняння (4) є відсутність тиску і автоматичне виконання умови нерозривності. Зв'язок між змінними швидкості \vec{V} і завихреності ω , якими тепер описується поле течії, забезпечує закон Біо-Савара.

На кожному кроці по часові задача розщеплюється на дві складові – дифузійну і конвекційну:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = \frac{1}{Re} \Delta \omega, \quad (5)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = -(\vec{V} \cdot \nabla) \omega. \quad (6)$$

Схему розщеплення нелінійного диференціального рівняння на два незалежні оператори було запропоновано та обґрунтовано в роботах Яненка М. М. [9]. Перевагою такого підходу є те, що

кожне з рівнянь (5), (6) може бути проінтегровано незалежно від іншого способом, який найбільш підходить для цього. В чисельній схемі рівняння в'язкої дифузії розв'язується різницеvim методом на ортогональній сітці, яка накладається на поле течії. Для моделювання конвективного переносу завихреності використовується метод скінчених об'ємів, коли з вузлами сітки пов'язуються рівні об'єми (у двовимірному випадку – елементи площини). Інтегруючи рівняння (6) по елементарному об'єму і використовуючи теорему дивергенції, одержимо закон збереження завихреності для цього об'єму у наступному вигляді:

$$\frac{\partial}{\partial t} \iint_{\Omega} \omega dq = - \int_{\partial\Omega} (\omega \vec{V} \cdot \vec{n}) dl, \quad (7)$$

де Ω і $\partial\Omega$ – об'єм, що розглядається, та його границя; \vec{n} – нормаль до границі; dq , dl – елементи об'єму Ω і границі $\partial\Omega$ відповідно. Рівняння (7) описує перенос завихреності через кожен елементарний об'єм.

Для інтегрування рівнянь (5), (6) по часові використовується явна схема першого порядку з коректуванням усіх змінних поля течії після виконання кожного оператора.

Границі тіл моделюються вихровими шарами. На основі умови непротікання (2) і теореми збереження циркуляції по замкненому контуру будуються граничні інтегральні рівняння відносно інтенсивностей вихрових шарів. Для їх розв'язання використовується дискретно-вихровий алгоритм [11], в якому неперервні вихрові шари замінюються дискретними вихорами, що дозволяє звести інтегральні рівняння до системи лінійних алгебраїчних рівнянь відносно циркуляцій цих вихорів. При цьому враховується багатозв'язність області течії, що розглядається [10].

Для оцінки потоку завихреності з рівних ділянок поверхні (коли зміни дотичної на сусідніх ділянках незначні) використовуються умова прилипання (3) та правило щодо розриву дотичної швидкості при переході через вихровий шар [12]. Процес генерації завихреності гострими краями границі описується умовою Кутга-Жуковського. В дискретній схемі її виконання забезпечується розташуванням у відповідних вузлах сітки приєднаних вихорів, які у подальшому сходять у слід [11].

Поле тиску в області розраховується за полями швидкості і завихреності з використанням рівнянь Нав'є-Стокса у формі Ламба [13]. Гідродинамічні сили, які діють на тіло, визначаються інтегруванням тиску вздовж контуру цього тіла.

Конфігурація розрахункової області і граничні

умови для змінної завихреності показані на рис. 1. Для оцінки впливу розмірів області W_1, W_2, W_3 на точність моделювання проводились тестові розрахунки, в яких ці параметри збільшувались. Вони показали, що розширення області за вибрані значення $W_1 = 3a, W_2 = 50a, W_3 = 6a$ практично не впливає на основні одержувані характеристики: коефіцієнти гідродинамічних сил і числа Струхалля.

Кількість вихрових відрізків на одному ребрі призми дорівнювала 50. Розмір елемента сітки, яка накладається на поле течії, пов'язаний із дискретизацією тіла, тому поблизу поверхні тіла маємо: $\Delta x = \Delta y = 0.02$. Зі збільшенням відстані від призми величина кроків $\Delta x, \Delta y$ зростає. Крок по часові в розрахунках складав $\Delta t = 0.01$.

Двовимірний характер чисельної моделі зумовлює обмеження на вибір числа Рейнольдса $Re < Re_{крит}$ (критичне значення $Re_{крит}$ відповідає переходу до тривимірної течії). Відомо [14], що для квадратної призми ця величина знаходиться в рамках від $Re = 190$ до $Re = 250$. Зважаючи на відсутність відповідних даних для системи циліндрів, будемо спиратись на значення $Re_{крит}$ для одного квадратного циліндра. Вважаємо, що вибране для розрахунків значення $Re = 250$ дає можливість виявити головні фізичні явища процесів гідродинамічної взаємодії тіл і проаналізувати вплив різних параметрів. При вищих числах Рейнольдса одержані результати будуть меншою мірою відповідати дійсності, зокрема, довжина відривної зони в розрахунках може стати коротшою за істинну, що призведе до помилки при визначенні числа Струхалля вихрової доріжки.

На початковій стадії розрахунків течія є симетричною відносно осі $y = 0$. Щоб досягнути швидкого переходу до несиметричної картини течії з утворенням доріжки вихорів Кармана, в потік вводиться початкове збурення у вигляді пари несиметрично розташованих вихорів з протилежними циркуляціями. Розрахунки показують, що ці вихори швидко дифундують, і після $t > 10$ не впливають на результати моделювання.

3. АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ ЧИСЕЛЬНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

Моделювання течії навколо двох квадратних циліндрів, розташованих поруч, виявило 4 різні режими обтікання в залежності від ширини зазору g між тілами.

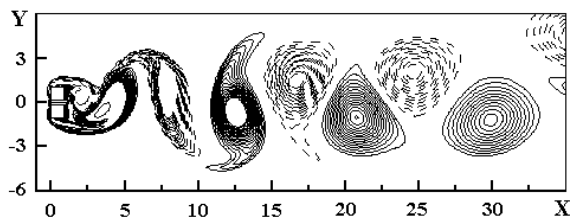


Рис. 2. Ізолінії завихреності в сліді за системою паралельних квадратних циліндрів при $g = 0.2$, $Re = 250$, $t = 100$: - - - від'ємна завихреність, — додатня завихреність

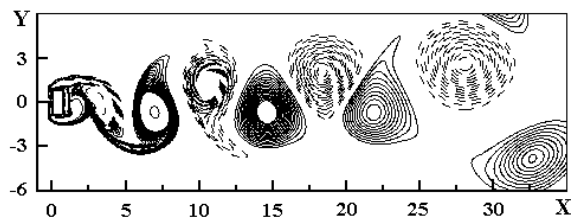


Рис. 3. Ізолінії завихреності в сліді за прямокутною призмою з відношенням сторін 2:1; $Re = 250$, $t = 100$: - - - від'ємна завихреність, — додатня завихреність

3.1. Режим, аналогічний до обтікання одного тіла (single-body regime)

При малих відстанях між тілами ($(g \leq 0.2)$) інтенсивність вихорів, які формуються на внутрішніх ребрах, є незначною. Тому структура течії визначається лише відривом вихорів із зовнішніх ребер призм. На рис. 2 показано розподіл завихреності в області навколо двох паралельних квадратних призм при $g = 0.2$ ($t = 100$). На ньому видно, що за системою формується періодична доріжка з вихорів протилежної інтенсивності, як це відбувається при обтіканні одного тіла (рис. 3).

На рис. 4 показано розвиток по часові коефіцієнтів гідродинамічного опору C_x і бокової сили C_y , що діють на кожний з циліндрів при $g = 0.2$. Суцільні криві тут відповідають гідродинамічним характеристикам верхнього тіла, штрихові – нижнього, штрихпунктирна лінія позначає сумарний опір системи, що розглядається. Наведені результати свідчать про те, що середнє за період значення коефіцієнта опору \bar{C}_x кожного з тіл у такій системі збільшується порівняно з відповідним коефіцієнтом окремої квадратної призми (1.8 проти 1.4 для призми за даними роботи [15]). При цьому сумарне значення коефіцієнта сили опору є меншим за відповідну величину для прямокутника з відношенням сторін 2:1 (3.9 проти 4.6 – рис. 5). Це свідчить про важливу роль течії в зазорі. Навіть малі зазори, наприклад, щілини, істотно впливають на гідродинамічні та акустичні характеристики конструкцій, що може бути корисним для оптимізації конструкцій та розвитку схем управління, спрямованих на зменшення опору необтічних тіл.

На циліндри, розташовані поряд при $g = 0.2$, діють також значні бокові сили, які характеризуються миттєвими значеннями коефіцієнтів C_y^B , C_y^H і середніми за період значеннями \bar{C}_y^B , \bar{C}_y^H (рис. 4). Аналіз залежностей $C_y^B(t)$, $C_y^H(t)$ показує, що ці сили є періодичними і діють в одній фазі. Коефіцієнти C_y^B , C_y^H досягають максимальних

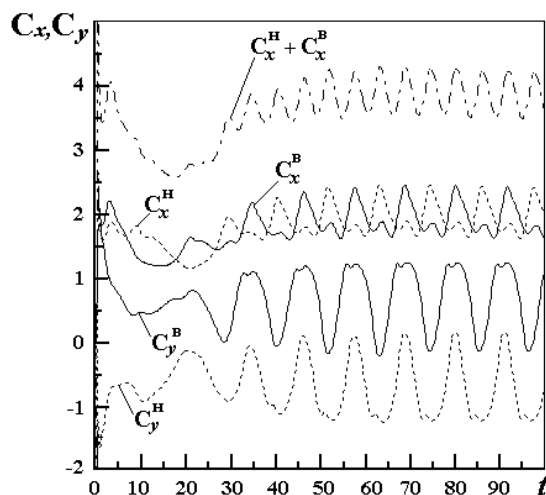


Рис. 4. Залежність коефіцієнтів опору C_x і бокової сили C_y від часу при обтіканні двох паралельних квадратних циліндрів при $g = 0.2$, $Re = 250$: - - - відповідає характеристикам нижнього тіла, — відповідає характеристикам верхнього тіла

значень, коли вихор відривається з нижньої грані нижнього циліндра, а мінімальні значення відповідають відриву вихора з верхньої грані верхнього циліндра. Цікавим є те, що більшу частину періоду ці сили мають протилежний напрямок і є силами відштовхування між циліндрами. В момент відриву вихора із зовнішньої грані кожного циліндра бокова сила змінює свій напрямок. Функції $C_y^B(t)$ і $C_y^H(t)$ мають однаковий період, тому числа Струхаля St , які характеризують частоту відриву вихорів з верхнього і нижнього циліндрів, співпадають. У випадку циліндрів, розташованих поруч, ця величина є значно меншою ніж для окремої квадратної призми (0.091 проти 0.148 для призми за даними роботи [16]) і трохи меншою за величину St для прямокутника з відношенням сторін 2 : 1 (0.091 проти 0.096), тобто процес вихороутворення тут відбувається повільніше.

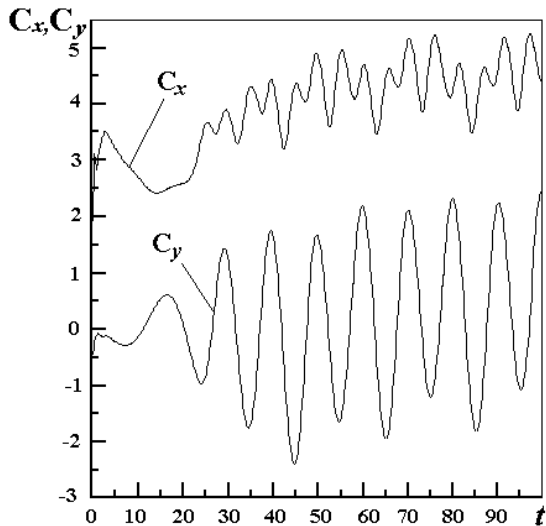


Рис. 5. Залежність коефіцієнтів опору C_x і бокової сили C_y від часу для прямокутної призми з відношенням сторін 2:1 при $Re = 250$

Картини ліній течії поблизу циліндрів у різні моменти часу (рис. 6) вказують на те, що на виході зі щілини періодично змінюється напрямок потоку (він відхиляється від одного тіла до іншого та навпаки). Аналіз вихрової течії у відповідні моменти часу (рис. 7) показує, що потік відхиляється у бік циліндра з нижчим донним тиском (де формується більш інтенсивний вихор). Процес "перемикання" потоку в зазорі є періодичним, його частота вдвічі більша за частоту Струхала, яка характеризує вихрову доріжку сліду. Крім того, на рис. 7 видно вихори, які формуються на внутрішніх гранях циліндрів. Відрив цих вихорів зумовлює відхилення залежностей $C_x(t)$, $C_y(t)$ від синусоїдальної форми. Інтенсивність цих вихорів є незначною, внаслідок чого вони швидко згасають (дисипують), не впливаючи істотно на загальну нестационарну картину течії.

З наведених результатів випливає, що при $g \leq 0.2$ структура сліду за системою призм, розташованих поруч, визначається головним чином процесом відриву вихорів з їх зовнішніх граней. Систему паралельних тіл (циліндрів) з малою шириною зазору між ними можна розглядати як один великий об'єкт.

3.2. Нестійка течія в сліді за циліндрами; коливання потоку між стаціонарними станами (flor-flipping flow)

Незначне (у порівнянні з попереднім випадком) збільшення ширини щілини викликає різкі зміни

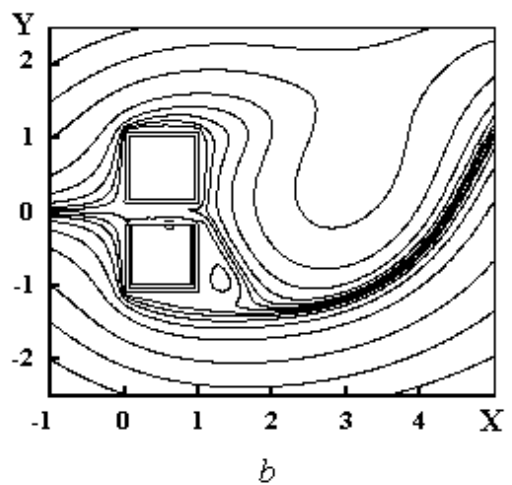
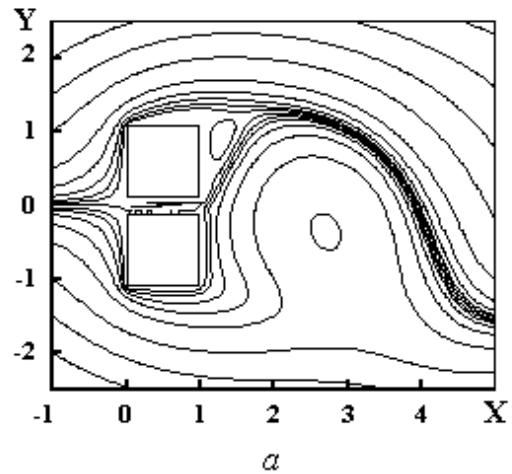


Рис. 6. Лінії течії навколо двох паралельних квадратних циліндрів при $g = 0.2$: $a - t = 50$, $b - t = 55.5$

вихрової течії в сліді за системою розташованих поруч квадратних циліндрів. Результати розрахунків (наприклад, картина ізоліній завихреності при $g = 0.25$, наведена на рис. 8) вказують на наявність процесів хаотизації руху вихорів у сліді за системою призм.

Причини такої поведінки течії проаналізуємо на прикладі двох паралельних квадратних циліндрів з шириною щілини $g = 0.5$ між ними. На рис. 9–11 показані лінії течії і відповідні до них ізолінії завихреності при $t = 105$ (рис. 9), $t = 110$ (рис. 10) та $t = 115$ (рис. 11). З них випливає, що потік, який виходить зі щілини, може змінювати свій напрямок. Коли він направлений вгору (рис. 9), за нижнім циліндром формується широка доріжка ви-

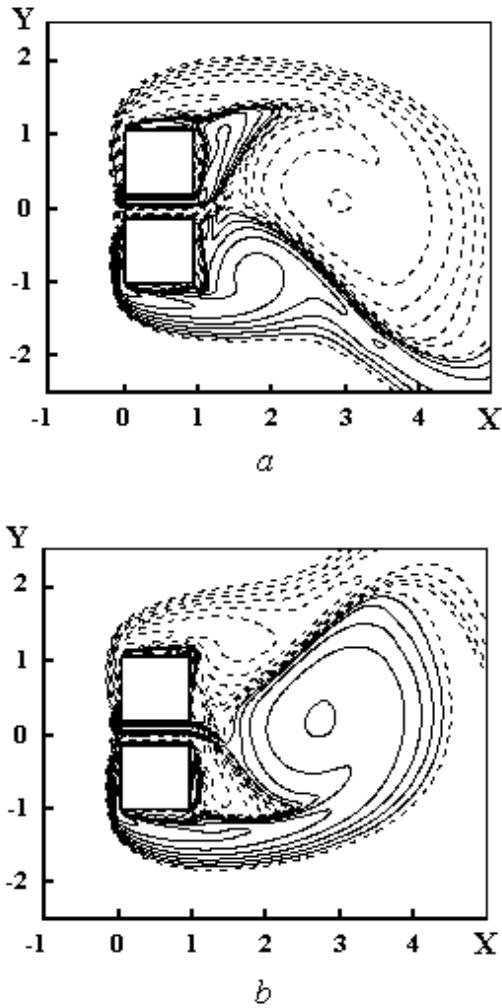


Рис. 7. Ізолінії завихреності навколо двох паралельних квадратних циліндрів при $g = 0.2$:
 $a - t = 50$, $b - t = 55.5$

хорів, а за верхнім – вузька. В цей момент опір верхнього тіла перевищує опір нижнього (рис. 12), тобто потік на виході зі щілини відхиляється у бік циліндра з більш низьким донним тиском.

При $t = 110$ (рис. 10) потік на виході зі щілини майже не відхиляється від поздовжньої осі симетрії, за верхнім і нижнім циліндрами формуються практично однакові вихрові структури. Картина течії безпосередньо за системою циліндрів є майже симетричною. Визначальну роль відіграє відрив вихорів на зовнішніх гранях тіл.

При $t = 115$ (рис. 11) течія відхиляється у бік нижнього циліндра, внаслідок чого за верхнім тілом формується широкий слід, а за нижнім – вузький.

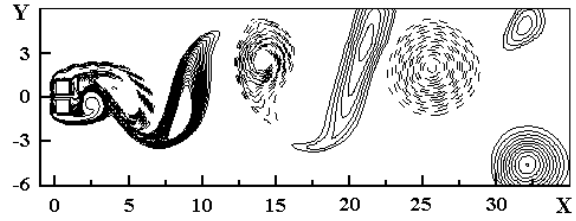


Рис. 8. Ізолінії завихреності в сліді за системою паралельних квадратних циліндрів при $g = 0.25$, $Re = 250$, $t = 100$: - - - від'ємна завихреність, — додатня завихреність

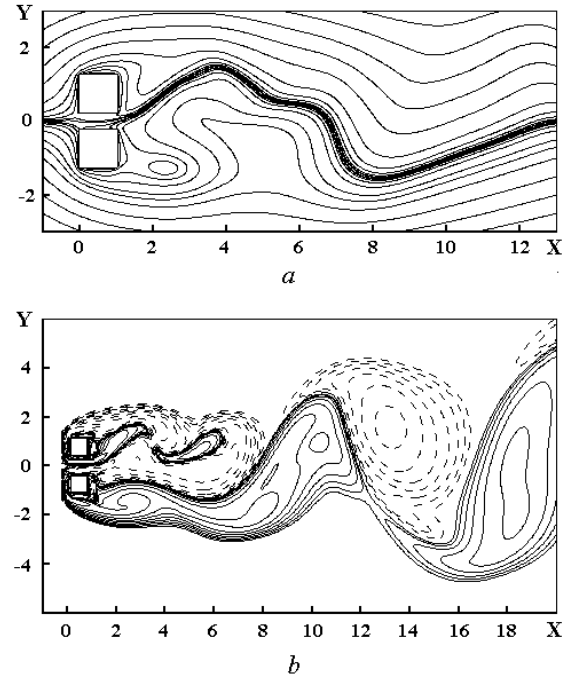


Рис. 9. Лінії течії (a) та ізолінії завихреності (b) поблизу двох паралельних квадратних циліндрів при $g = 0.5$, $t = 105$

Таким чином, при даній ширині зазору течія навколо системи з двох паралельних квадратних призм є бістійкою, вона коливається між двома несиметричними станами. Отримані результати свідчать, що в потоці є дві домінуючі частоти: вища з них пов'язана з формуванням вузького сліду за кожним з циліндрів, а менша – з широким слідом за усією системою. В даному випадку ($g = 0.5$) число Струхала для вузької доріжки дорівнює 0.18, для широкої – $St = 0.105$ (проти 0.148 для окремої квадратної призми [16]). Характерним для цього режиму обтікання є відсутність кореляції між двома періодичними процесами.

Зазначимо, що на відміну від двох паралельних кругових циліндрів, де перехід між картинами те-

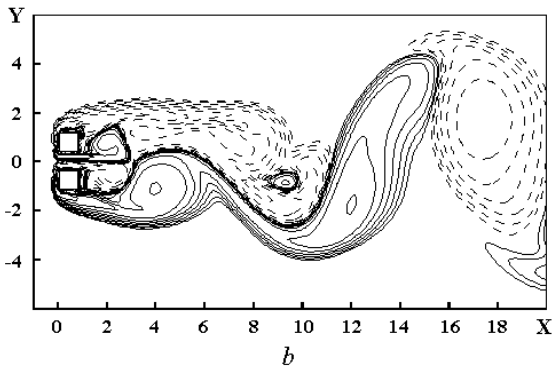
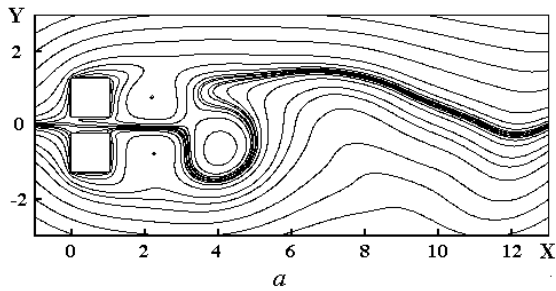


Рис. 10. Лінії течії (a) та ізолінії завихреності (b) поблизу двох паралельних квадратних циліндрів при $g = 0.5$, $t = 110$

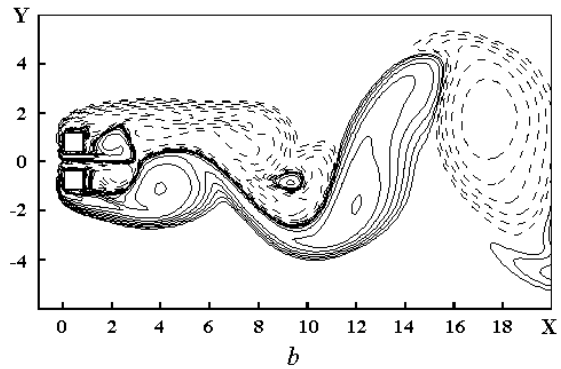
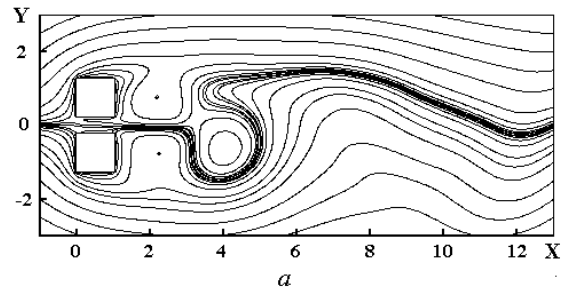


Рис. 11. Лінії течії (a) та ізолінії завихреності (b) поблизу двох паралельних квадратних циліндрів при $g = 0.5$, $t = 115$

чії відбувається з часовими масштабами, які на декілька порядків довші за періоди зриву вихорів [4, 17], у випадку квадратних циліндрів періоди, з якими течія "переключається" від однієї моделі до іншої, є порівняно невеликими. Така відмінність, швидше за все, пов'язана із наявністю фіксованих точок відриву у призми.

Взаємодія вихрових структур різних масштабів викликає нестійкість вихрової доріжки, яка формується за системою тіл. Розрахунки показують, що даний режим обтікання спостерігається в діапазоні $0.2 \leq g \leq 1.2$, це корелює з результатами експериментальних досліджень для двох паралельних кругових циліндрів [4, 17]. Картина ізоліній завихреності, показана на рис. 13 (при $g = 1$), свідчить про те, що зі збільшенням ширини щілини (в рамках вказаного діапазону) структура сліду ускладнюється.

Таким чином, потік, що формується за двома паралельними квадратними циліндрами, які знаходяться один від одного на відстані, меншій за характерний розмір або близькій до неї, є різко нестационарним. Він коливається між двома нестійкими станами, що викликає хаотизацію вихорів у сліді. Спостерігається істотний вплив течії, яка генерується в щілині між тілами, на характер обтікання системи призм у цілому.

3.3. Синхронізована течія в сліді за системою квадратних циліндрів

Коли відстань між призмами стає більшою за їхній характерний розмір, при $g > 1.25$, на їхніх зовнішніх та внутрішніх ребрах формуються вихори приблизно одного масштабу. Розрахунки показують, що процеси генерації вихорів тілами системи є синхронізованими, причому, одночасно можуть відриватися вихори або одного знаку, або протилежного. На рис. 14 наведено картину ізоліній завихреності, коли вихори з верхнього і нижнього тіл відриваються у протифазі ($g = 3.5$). Слід за циліндрами має вигляд системи вихрових пар, які складаються з вихорів протилежної циркуляції. Цей процес відображають залежності гідродинамічних коефіцієнтів призм C_x , C_y від часу (рис. 15). Зазначимо, що осереднені коефіцієнти сил опору \bar{C}_x^B , \bar{C}_x^H вже майже не відрізняються від тих, які мають місце для окремої квадратної призми, а \bar{C}_y^B , $\bar{C}_y^H \approx 0$. Числа Струхала, які характеризують частоту відриву вихорів з кожного тіла, у даному випадку є трохи вищими за St квадратної призми ($St \approx 0.155$ проти 0.148 для призми).

На рис. 16 представлено картину сліду, коли фази відриву вихорів з верхнього і нижнього тіл майже співпадають, тобто вихору, який відрива-

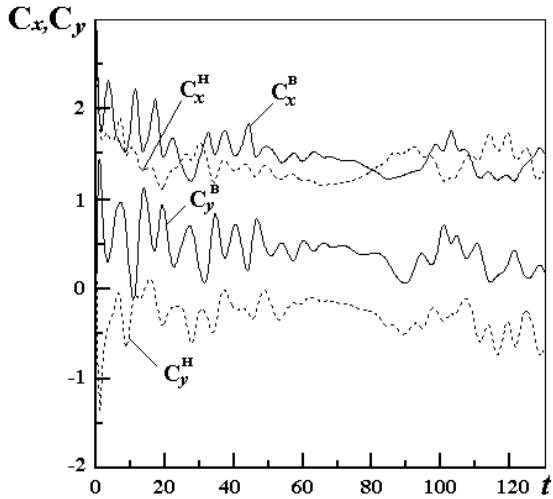


Рис. 12. Залежність коефіцієнтів опору C_x і бокової сили C_y від часу при обтіканні двох паралельних квадратних циліндрів при $g = 0.5$, $Re = 250$: - - - відповідає характеристикам нижнього тіла, — відповідає характеристикам верхнього тіла

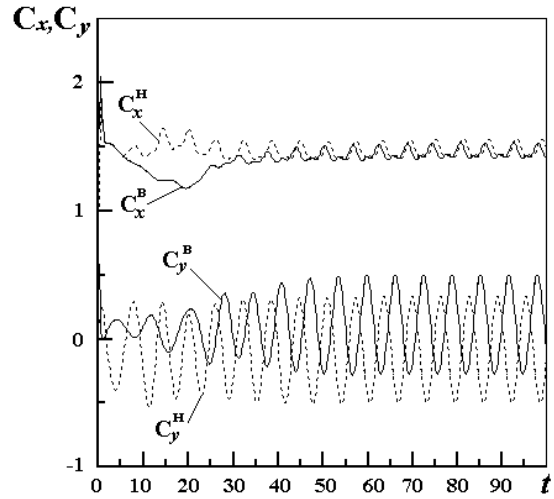


Рис. 15. Залежність коефіцієнтів опору C_x і бокової сили C_y від часу при обтіканні двох паралельних квадратних циліндрів при $g = 3.5$, $Re = 250$: - - - відповідає характеристикам нижнього тіла, — відповідає характеристикам верхнього тіла

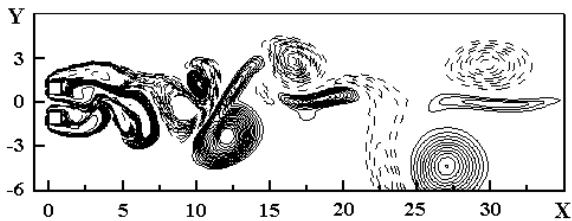


Рис. 13. Ізолінії завихреності в сліді за системою паралельних квадратних циліндрів при $g = 1$, $Re = 250$, $t = 100$: - - - від'ємна завихреність, — додатня завихреність

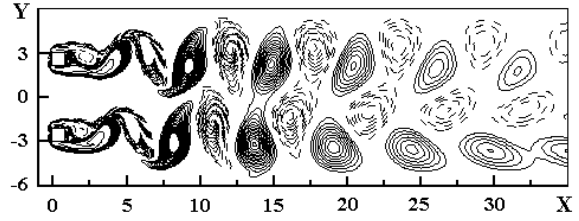


Рис. 16. Ізолінії завихреності в сліді за системою паралельних квадратних циліндрів при $g = 4$, $Re = 250$, $t = 100$: - - - від'ємна завихреність, — додатня завихреність

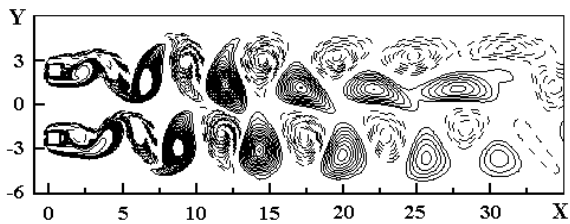


Рис. 14. Ізолінії завихреності в сліді за системою паралельних квадратних циліндрів при $g = 3.5$, $Re = 250$, $t = 100$: - - - від'ємна завихреність, — додатня завихреність

ється із зовнішнього ребра верхнього тіла, відповідає вихор, який сходить у потік із внутрішнього ребра нижнього тіла і навпаки ($g = 4$). Вихрові пари складаються тепер з вихорів однакової циркуляції, з часом ці вихори об'єднуються. Рис. 17 демонструє залежність коефіцієнтів гідродинамі-

чних сил, що діють на кожне тіло системи, від часу.

Таким чином, при $1.25 < g < 5$ процеси відриву вихорів з верхньої і нижньої призми синхронізуються. Вони можуть відбуватися або у протифазі, коли вихори, які генеруються кожним із тіл системи, мають протилежні знаки, або в одній тій самій фазі, що відповідає відриву вихорів однакової циркуляції. Це залежить від відстані між тілами та початкових умов. Внаслідок інтерференції вихорів, які генеруються окремим тілом, за системою формується вихрова доріжка зі складною структурою.

3.4. Несинхронізована течія в сліді за системою циліндрів

Несинхронізована модель сліду, яка представлена на рис. 18, спостерігається при $g = 5$ та більших

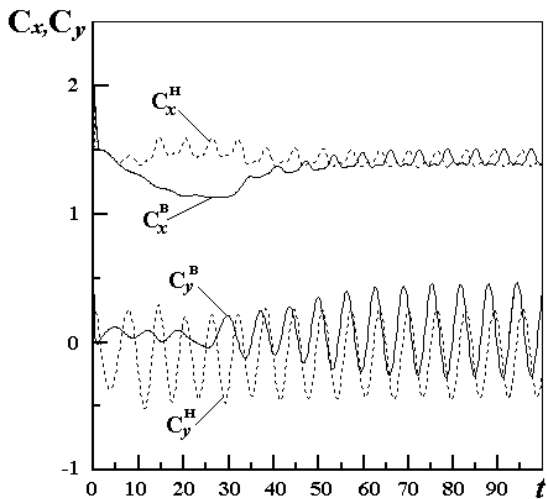


Рис. 17. Залежність коефіцієнтів опору C_x і бокової сили C_y від часу при обтіканні двох паралельних квадратних циліндрів при $g = 4$, $Re = 250$: - - - відповідає характеристикам нижнього тіла, — відповідає характеристикам верхнього тіла

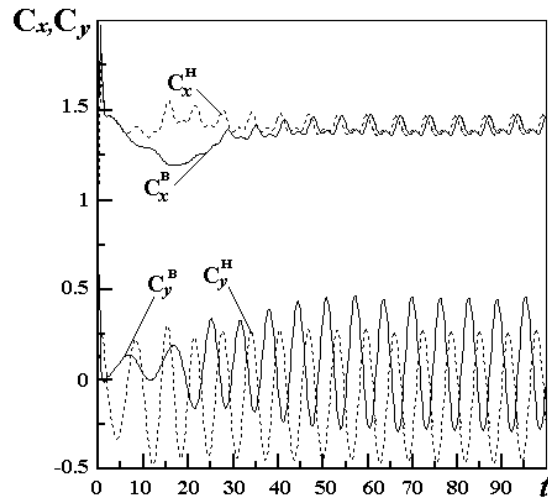


Рис. 19. Залежність коефіцієнтів опору C_x і бокової сили C_y від часу при обтіканні двох паралельних квадратних циліндрів при $g = 5$, $Re = 250$: - - - відповідає характеристикам нижнього тіла, — відповідає характеристикам верхнього тіла

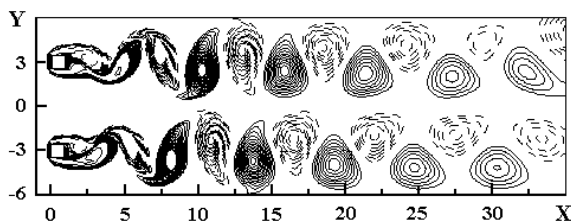


Рис. 18. Ізолінії завихреності в сліді за системою паралельних квадратних циліндрів при $g = 5$, $Re = 250$, $t = 100$: - - - від'ємна завихреність, — додатна завихреність

відстанях між циліндрами. В цьому випадку взаємодія гідродинамічних полів стає дуже слабкою, внаслідок чого за кожним тілом формується незалежна вихрова доріжка. В цій моделі сили, які діють на кожне тіло, наближаються до тих, які діють на окрему квадратну призму, демонструючи дуже малий вплив інтерференції потоку між тілами (рис. 19).

3.5. Осереднені гідродинамічні характеристики тіл

Відповідно до режимів течії змінюються гідродинамічні характеристики тіл (рис. 20). При малих значеннях g ($0 < g \leq 0.2$) горизонтальні сили, що діють на кожне тіло системи, співпадають, а середні за періодом коефіцієнти цих сил \bar{C}_x перевищують відповідне значення для окремої квадратної призми. Бокові сили, які діють у системі,

мають протилежний напрямок і є силами відштовхування. Вони характеризуються середнім за період значенням \bar{C}_y . В режимі з відхиленням потоку в щілині $0.2 < g < 1.25$ сили, що діють на кожне з тіл, відрізняються. Розвиток течії в цьому випадку залежить від початкових умов. Проведені розрахунки дозволили встановити діапазон, в якому змінюються коефіцієнти C_x , C_y . При синхронізованому розвитку течії в системі коефіцієнти C_x зменшуються, наближаючись до відповідного значення для квадратної призми, а $C_y \approx 0$.

4. ТЕЧІЯ НАВКОЛО КВАДРАТНОЇ ПРИЗМИ З ЦЕНТРАЛЬНОЮ ЩІЛИНОЮ

З результатів, наведених у п. 3.1, випливає, що наявність щілини між двома паралельними необтічними тілами сприяє зменшенню інтенсивності циркуляційної зони, яка генерується за системою. Внаслідок падіння донного тиску сумарний гідродинамічний опір двох квадратних циліндрів стає меншим за опір відповідного прямокутника з відношенням сторін 2:1. Цей факт може бути використаний для розвитку схеми управління, спрямованої на поліпшення гідродинамічних характеристик необтічного тіла.

Будемо розглядати обтікання квадратної призми, посередині якої зроблено невеликий отвір (щілину), який розбиває призму на два симетричні прямокутники (рис. 21). Мета дослідження полягає в тому, щоб з'ясувати вплив щілини на харак-

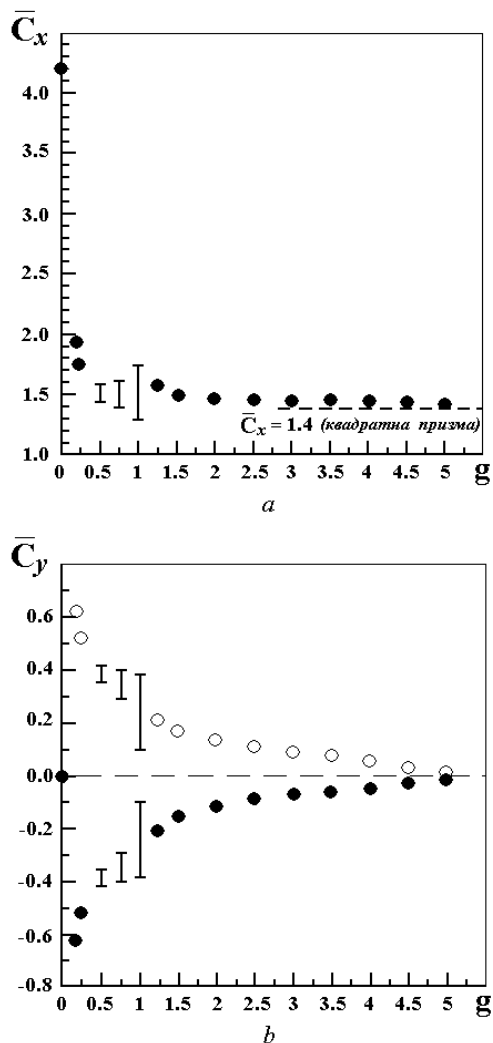


Рис. 20. Залежності осереднених значень коефіцієнту опору \bar{C}_x (a) та бокової сили \bar{C}_y (b) від ширини щілини для системи квадратних циліндрів, розташованих поруч, при $Re = 250$:
 ● – нижній циліндр, ○ – верхній циліндр

тер течії навколо призми та її гідродинамічні характеристики.

Розрахунки проводились при $Re = 250$, ширина щілини g змінювалася від 0.1 до 0.3. Результати показують, що оптимальні, з точки зору поліпшення гідродинамічних характеристик призми, значення g знаходяться в діапазоні від 0.2 до 0.25. На рис. 22 показані залежності коефіцієнта опору C_x і бокової сили C_y від часу для суцільної квадратної призми і призми зі щілиною при $g = 0.25$. Криві 1, 2 описують тут характеристики верхньої і нижньої частин призми відповідно, криві 3 представляють коефіцієнти сумарного навантаження, криві 4 описують характеристики суцільної призми.

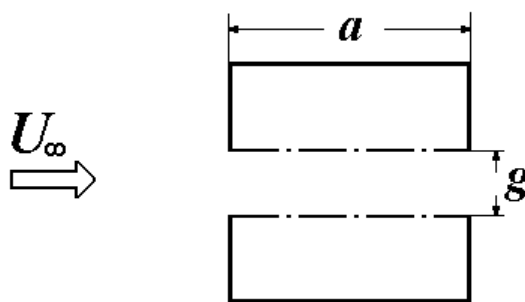


Рис. 21. Квадратна призма зі щілиною

З наведених графіків випливає, що гідродинамічні характеристики тіла зі щілиною значно поліпшуються. Середній коефіцієнт опору квадратної призми \bar{C}_x зменшується майже у два рази – від 1.4 для суцільної призми до 0.73 для призми з отвором (рис. 22 a). Бокові сили, які діють на кожний елемент конфігурації, мають протилежний напрямок і є силами відштовхування. Сумарна бокова сила наближається до нуля (рис. 22 b), що пов'язано зі зміною характеристик вихрового сліду, зокрема, його стабілізації внаслідок формування вихрових структур при перетіканні рідини через отвір. Відсутність коливань коефіцієнта C_y вказує на те, що щілина сприяє зменшенню гідропружних коливань інженерних конструкцій такого типу в потоці і може грати істотну роль для забезпечення їх міцності та надійності.

Із порівняння вихрових течій за призмою зі щілиною (рис. 23) і суцільною призмою (рис. 24) випливає, що поліпшення гідродинамічних характеристик, яке спостерігалось на рис. 22, досягається завдяки стабілізації вихрового сліду. Цьому сприяє формування вихрових зон на внутрішніх кромках частин призми зі щілиною.

ВИСНОВКИ

Узагальнений вихровий метод, розроблений для розв'язання рівнянь Нав'є-Стокса в багатозв'язній області, застосовано для моделювання течії навколо двох квадратних призм, розташованих паралельно одна до одної та перпендикулярно до набігаючого потоку. Розрахунки проводились при $Re = 250$. В залежності від ширини зазору між тілами виявлено чотири різних режими обтікання такої системи.

Якщо відстань між призмами є незначною ($g \leq 0.2$), потік, що виходить зі щілини, стабілізує процес формування вихрового сліду. Гідродинамічні

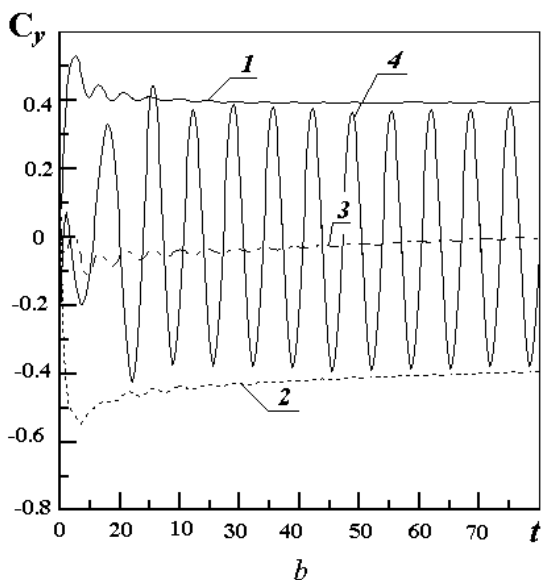
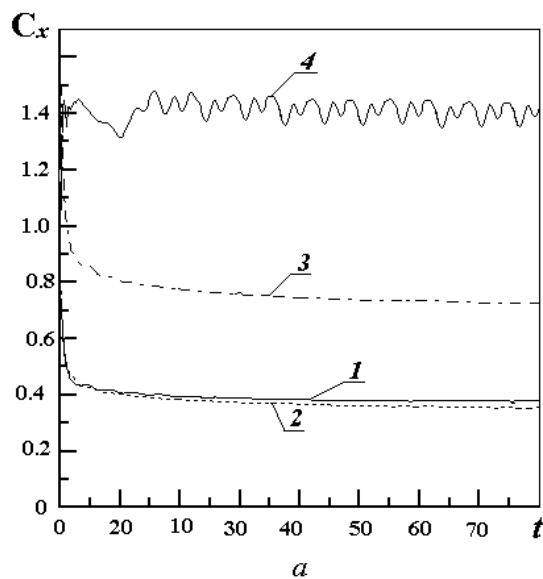


Рис. 22. Залежність коефіцієнтів опору C_x (a) і бокової сили C_y (b) від часу призми зі щілиною при $g = 0.25$, $Re = 250$: криві 1, 2 відповідають характеристикам верхньої і нижньої призм системи, криві 3 описують сумарні коефіцієнти сил, криві 4 відповідають характеристикам суцільної квадратної призми

характеристики системи призм поліпшуються у порівнянні з аналогічним тілом без щілини. Проведені в роботі розрахунки коефіцієнтів гідродинамічних тіл для квадратної призми зі щілиною вказують на те, що така конфігурація може бути успішно використана для управління течією навколо необтічного тіла з метою поліпшення його гідродинамічних характеристик.

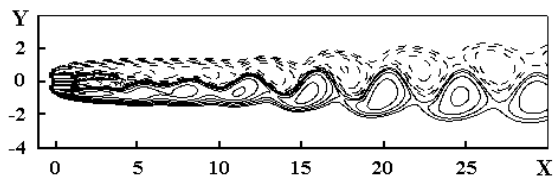


Рис. 23. Ізолінії завихреності в сліді за квадратною призмою зі щілиною при $g = 0.25$

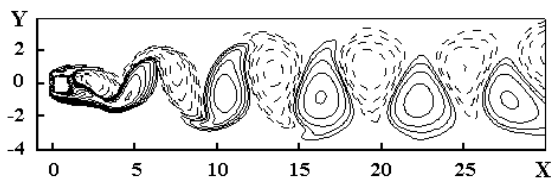


Рис. 24. Ізолінії завихреності в сліді за квадратною призмою при $Re = 250$

В діапазоні відстаней $0.25 \geq g \leq 1.2$ вихрова течія, яка генерується за системою паралельних циліндрів, є різко нестационарною. Вона коливається між двома нестійкими станами, в кожному з яких за одним тілом формується вузький слід, а за іншим – широкий. Це пов'язано із відхиленням потоку, що виходить зі щілини, у бік тіла з нижчим донним тиском. Характерні періоди, з якими течія "перемикається" від одного тіла до іншого, є порівняно невеликими, що відрізняє систему паралельних квадратних призм від аналогічної системи кругових циліндрів. Така відмінність пов'язана із наявністю фіксованих точок відриву на призмі.

При $1.25 < g < 5$ вихори приблизно однакового масштабу формуються як на зовнішніх, так і на внутрішніх ребрах паралельних призм. Генерація вихорів верхнім і нижнім тілами системи відбувається синхронно, причому одночасно можуть відриватися вихори або одного знаку, або протилежного, що залежить від ширини зазору між призмами та початкових умов. Внаслідок сильної взаємодії між вихорами, що відірвалися, слід має вигляд системи вихрових пар, які складаються з вихорів однакової або протилежної циркуляції.

При $g \geq 5$ за кожним тілом формується незалежна вихрова доріжка.

Результати проведених розрахунків узгоджуються з даними експериментальних досліджень. Враховуючи, що експерименти, як правило, проводились при великих числах Рейнольдса, отримані результати свідчать про те, що описані особливості течії визначаються геометричною конфігурацією системи тіл. Виявлені закономірності обтікання

певною мірою зберігаються при переході від ламінарного потоку до турбулентного.

1. *Zdravkovich M.M.* Review of flow interference between two circular cylinders in various arrangement // *J. Fluid Eng.*– 99.– 1977.– P. 618-629.
2. *Bearman P.W. and Wadcock A.J.* The interaction between a pair of circular cylinders normal to a stream // *J. Fluid Mech.*– 61.– 1973.– P. 499-511.
3. *Zdravkovich M.M.* The effect of interference between circular cylinders in cross flow // *J. Fluids Struct.*– 1.– 1987.– P. 239-261.
4. *Sumner D., Wong S.S.T., Price S.J., Paidoussis M.P.* Fluid behavior of side-by-side circular cylinders in steady cross-flow // *J. Fluids Struct.*– 3.– 1999.– P. 309-338.
5. *Kim H.J. and Durbin P.A.* Investigation of the flow between a pair of circular cylinders in the flopping regime // *J. Fluids Mech.*– 196.– 1988.– P. 431-448.
6. *Kolar V., Lyn D. A., Rodi W.* Ensemble-averaged measurements in the turbulent near wake of two side-by-side square cylinders // *J. Fluid Mech.*– 346.– 1997.– P. 201-215.
7. *Inoue O., Mori M., Hatakeyama N.* Aeolian tones radiated from flow past two square cylinders in a side-by-side arrangement // *J. Phys. Fluids.*– 18.– 2006.– P. 046104.
8. *Горбань В.О., Горбань І.М.* Вихрова структура потоку при обтікання квадратної призми: числова модель та алгоритми управління // *Прикладна гідромеханіка.*– Т. 7. – 2.– 2005.– P. 8 - 26.
9. *Яненко М.М.* Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики.– Новосибирск: Наука, 1967.– 275 с.
10. *Горбань В.О., Горбань І.М.* Вивчення взаємодії квадратних циліндрів, розташованих тандемом // *Прикладна гідромеханіка.*– Т. 9. – 2.– 2008.– P. 18 - 32.
11. *Белоцерковский С.М., Котовский В.Н., Ништ М.И., Федоров Р.М.* Математическое моделирование плоскопараллельного отрывного обтекания тел.– М.: Наука, 1988.– 232 с.
12. *Кочин Н.Е., Кибель И.А. Розе Н.В.* Теоретическая гидромеханика. Ч. 1.– М.: Гос. изд-во физ.-мат. лит., 1963.– 583 с.
13. *Ламб Г.* Гидромеханика.– М.: ОГИЗ-Гостехиздат, 1947.– 928 с.
14. *Sohankar A., Norberg C., Davidson L.* Numerical simulation of flow past a square cylinder // *Proceedings of FEDSM99 3rd ASME/JSME Joint Fluids Engineering Conference.* July 18-23. San-Francisco.– California, USA.– 1999.– P. 1-6.
15. *Minewitsch S., Franke R., Rodi W.* Numerical investigation of laminar vortex-shedding flow past a square cylinder oscillating in line with the mean flow // *J. Fluids Struct.*– 8.– 1994.– P. 787-802.
16. *Okajima A.* Strouhal number of rectangular cylinders // *J. Fluid Mechanics.*– 123.– 1982.– P. 379-398.
17. *Xu S.J., Zhou Y., So R.M.C.* Reynolds number effects on the flow structure behind two side-by-side cylinders // *J. Phys. Fluids.*– 15.– 2005.– P. 1214-1219.