

УДК 537.84

# ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ В ДВУХСЛОЙНОЙ СИСТЕМЕ НЕСМЕШИВАЮЩИХСЯ ТОКОНЕСУЩИХ ЖИДКОСТЕЙ

И. Д. БОРИСОВ, С. А. ПОСЛАВСКИЙ, Ю. И. РУДНЕВ

Харьковский национальный университет им. В. Н. Каразина, Харьков

Получено 06.09.2009

Приведены результаты экспериментальных исследований волновых процессов в двухслойной системе несмешивающихся электропроводных жидкостей, заполняющих прямоугольную ячейку и ограниченных сверху и снизу горизонтальными пластинами-электродами. В однородном вертикальном магнитном поле с увеличением силы тока, пропускаемого через рассматриваемую МГД-систему, равновесное состояние жидкостей теряет устойчивость, сменяясь волновым режимом движения. Определены критические значения силы тока, отвечающие режиму возбуждения волн на поверхности раздела жидкостей. Проведены расчеты границы области устойчивости в пространстве основных параметров МГД-системы. Результаты расчетов сопоставлены с экспериментальными данными.

Наведено результати експериментальних досліджень хвильових процесів у двошаровій системі незмішуваних електропровідних рідин, які заповнюють прямокутну комірку й обмежені зверху і знизу горизонтальними пластинами-электродами. В однорідному вертикальному магнітному полі зі збільшенням сили струму, що пропускається через дану МГД-систему, рівноважний стан рідин втрачає стійкість, змінюючись хвильовим режимом руху. Визначено критичні значення сили струму, які відповідають режиму збудження хвиль на поверхні розділу рідин. Проведено розрахунки межі області стійкості у просторі основних параметрів МГД-системи. Результати розрахунків порівнюються з експериментальними даними.

The results of experimental studies of wave processes in the two-layer system of immiscible conducting fluids bounded by horizontal plates-electrodes are presented. The fluids fill a rectangular cell situated in the uniform vertical magnetic field. With increase of current passing through fluids the equilibrium state of the MHD-system becomes unstable. Such instability appears as arising of interfacial waves. The critical values of current strength corresponding to the regime of interfacial waves excitation are found. Computation of the stability region boundary in the space of basic parameters of the MHD-system is carried out. Calculation results are compared with experimental data.

## ВВЕДЕНИЕ

Исследование волновых процессов в двухслойной системе несмешивающихся токонесущих жидкостей представляет большой практический интерес в связи с МГД-проблемами алюминиевых электролизеров.

Современное промышленное производство алюминия осуществляется электролизом криолито-глиноземных расплавов [1]. В электролизной ванне, выполненной из углеродистых материалов, внизу на подине находится слой расплавленного алюминия, сверху - слой электролита. В электролит (расплав криолита  $\text{Na}_3\text{AlF}_6$  и растворенного в нем глинозема  $\text{Al}_2\text{O}_3$ ) частично погружен угольный анод. Расплав алюминия и подовые блоки ванны являются катодным узлом электролизера.

Через указанную двухслойную систему жидкостей пропускается электрический ток с объемной плотностью порядка  $1 \text{ А/см}^2$ . В процессе электролитического разложения глинозема на нижнем слое (катоде) осаждается алюминий, на уголь-

ном аноде идут реакции окисления с образованием углекислого и других газов.

Стремление к минимизации затрат на производство алюминия привело к созданию электролизеров большой мощности, рассчитанных на силу тока 200–300 кА; в последнее время ведутся разработки электролизеров на силу тока до 500 кА. Как показала практика эксплуатации таких агрегатов, увеличение мощности обычно сопровождается рядом нежелательных эффектов. Электромагнитные силы могут приводить к значительным перекосам (отклонениям от горизонтального уровня) поверхности раздела расплавленного металла и электролита, возрастанию (выше допустимого уровня) скорости вихревых течений расплава. При определенных условиях на поверхности раздела "металл-электролит" генерируются крупномасштабные волны. Это приводит к резкому снижению основных технико-экономических показателей работы электролизеров.

Исследованию МГД-процессов в алюминиевых электролизерах посвящена обширная литература (см. [1–24] и указанную в них библиографию). Эк-

спериментальные исследования проводились в [3, 5, 6] и ряде других работ. Следует отметить, что проведение экспериментов на промышленных электролизерах представляет значительные трудности, связанные с высокой температурой, химической агрессивностью и труднодоступностью зоны расплава. По этой причине особое значение приобретает математическое моделирование МГД-процессов.

Проверка адекватности математических моделей проводилась, как правило, на однослойных физических моделях [7, 9] с использованием ртути или сплава In - Ga - Sn. Такие модели дают возможность исследовать вихревые течения жидкого металла, вызываемые электромагнитными силами.

Для моделирования волновых процессов в [21] предложена установка, представляющая собой ячейку квадратного сечения  $30 \times 30 \text{ см}^2$ , заполненную сплавом In - Ga - Sn, имитирующим слой жидкого алюминия. Слой электролита имитируется системой 900 тонких вертикальных стержней-электродов, равномерно распределенных по площади ячейки. Такая "мультиэлектродная модель электролизера" позволяет пропускать ток до 2 кА с незначительным джоулевым тепловыделением, практически не влияющим на температуру жидкого металла In - Ga - Sn. Ячейка помещается во внешнее однородное магнитное поле с индукцией до 100 мТл, создаваемое с помощью двух прямоугольных катушек Гельмгольца с током до 600 А. С увеличением индукции внешнего магнитного поля и/или тока, пропускаемого через металл, на свободной поверхности металла генерировались волны. Появление волн регистрировалось по колебаниям напряжения на датчиках, расположенных на боковых стенках ячейки.

Физическое моделирование волновых процессов в системе несмешивающихся токонесущих жидкостей, взаимодействующих с внешним магнитным полем, по-видимому, впервые было осуществлено авторами данной статьи в [10]. Ниже приведено описание установки, предложенной в [10] и позволяющей воспроизводить практически весь комплекс МГД-процессов, протекающих в промышленных алюминиевых электролизерах. Основное внимание уделено изложению результатов исследования волновых процессов в двухслойной системе электропроводных жидкостей, заполняющих прямоугольную ячейку, помещаемую в однородное вертикальное магнитное поле. Показано, что возбуждение волн на поверхности раздела жидкостей носит пороговый характер. Определены критические значения параметров рассмат-

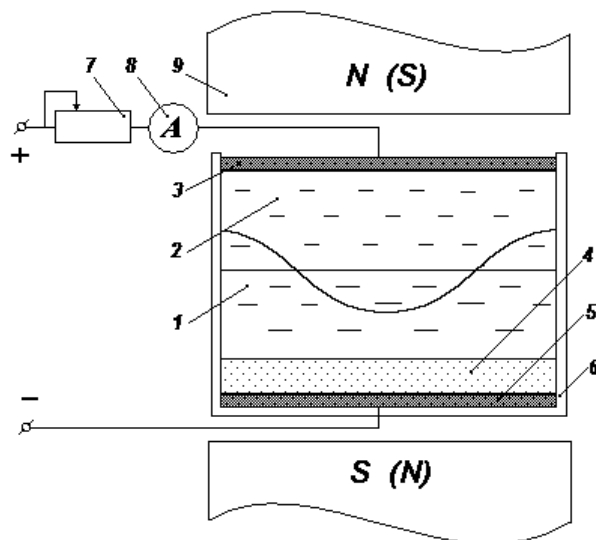


Рис. 1. Схема экспериментальной установки

емой МГД-системы, отвечающие режиму генерации волн. Приведены результаты расчетов волновых процессов на основе математической модели, предложенной в [23, 24]. Проведено сравнение экспериментальных и численных результатов.

## 1. МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА

Экспериментальное исследование МГД-процессов проводилось на установке, принципиальная схема которой показана на рис. 1.

В проведенных экспериментах в качестве нижней жидкости 1 использовался водный раствор азотной кислоты  $\text{HNO}_3$ , в качестве верхней жидкости 2 – раствор азотной кислоты в амиловом спирте (1-пентаноле)  $\text{C}_5\text{H}_{12}\text{O}$ . Используемые растворы обладают близкими плотностями, достаточно малой вязкостью и значительно различающимися удельными электропроводностями. Это позволяет наблюдать появление волн на поверхности раздела жидкостей в сравнительно слабом магнитном поле, достижимом в лабораторных электромагнитах малой мощности.

Анод 3 выполнен из листовой нержавеющей стали толщиной 1.5–2 мм. В аноде предусмотрена система отверстий малого диаметра, служащих для отвода газа, образующегося в результате химических реакций при пропускании тока через жидкости. Катодный узел установки состоит из съемной вставки 4 и стальной пластины 5 толщиной 1.5–2 мм. Вставка 4, имитирующая подину эле-

ктролизной ванны, выполнялась из пористого материала и пропитывалась водным раствором азотной кислоты. Эффективная (усредненная) удельная электропроводность вставки была на 1–2 порядка меньше удельной электропроводности раствора 1. Использование вставок с различной электропроводностью дает возможность экспериментально исследовать влияние электрофизических свойств подины электролизной ванны на МГД-процессы в расплаве.

Ванна 6, содержащая жидкости, выполнена из оргстекла. В экспериментах использовались ванны с площадью поперечного сечения 20 – 30 см<sup>2</sup> при различных соотношениях горизонтальных размеров  $k_L := L_x/L_y$ . Анод крепится к боковым стенкам ванны с помощью специальной подвески, позволяющей регулировать его положение относительно катода.

Электрическая цепь экспериментальной установки содержит низковольтный источник питания постоянного тока (не показан на рис. 1), переменное сопротивление 7, амперметр 8. Включение в цепь переменного сопротивления позволяет плавно регулировать силу тока  $J$  в цепи и избежать резких колебаний тока при возбуждении колебаний поверхности раздела жидкостей.

Ванна с жидкостями помещалась между полюсами электромагнита постоянного тока 9. В междуполосном зазоре электромагнита создавалось вертикальное магнитное поле с достаточно высокой степенью однородности. Индукция магнитного поля  $B$  варьировалась в пределах 0.15–0.25 Тл.

В силу относительно низкой электропроводности раствора азотной кислоты в амиловом спирте пропускание тока вызывало довольно значительный разогрев жидкостей. Замеры температуры осуществлялись с помощью предварительно отградуированных термопар (не показаны на рис.1). Результаты этих замеров использовались в расчетах для определения физических характеристик жидкостей при температуре, соответствующей условиям эксперимента.

Основной объем приведенных ниже экспериментальных результатов получен с использованием 10 %-го (по массе) водного раствора азотной кислоты и 15 %-го раствора кислоты в амиловом спирте. Для этих растворов были проведены измерения плотности, коэффициентов вязкости и удельной электропроводности в температурном диапазоне 20 – 60 °С, зафиксированном в экспериментах.

Удельные электропроводности  $\sigma_1, \sigma_2$  растворов определялись методом четырехэлектродных ячеек [25]. Измерения показали, что  $\sigma_1, \sigma_2$  в диа-

пазоне от 20°С до 60°С практически не зависят от температуры и имеют следующие значения:  $\sigma_1 = 47.5$  См/м – для 10 %-го водного раствора,  $\sigma_2 = 0.67$  См/м – для 15 %-го раствора азотной кислоты в амиловом спирте.

Плотности растворов с указанными выше массовыми долями кислоты при температуре  $t_0^o = 20^o\text{C}$  составляли:  $\rho_{01} = 1054$  кг/м<sup>3</sup> – для водного раствора,  $\rho_{02} = 875$  кг/м<sup>3</sup> – для раствора на основе амилового спирта. Для аппроксимации температурных зависимостей плотностей растворов использовалась формула

$$\rho_i = \frac{\rho_{0i}}{1 + k_{i1}(t^o - t_0^o) + k_{i2}(t^o - t_0^o)^2 + k_{i3}(t^o - t_0^o)^3}, \quad (1)$$

где  $t^o$  – температура в градусах Цельсия; индекс  $i = 1$  относится к водному раствору,  $i = 2$  – к раствору азотной кислоты в амиловом спирте. Коэффициенты  $k_{ij}$  в (1) принимались равными

$$\begin{aligned} k_{11} &= 0.204 \cdot 10^{-3}, & k_{21} &= 1.145 \cdot 10^{-3}, \\ k_{12} &= 5.124 \cdot 10^{-6}, & k_{22} &= 6.930 \cdot 10^{-6}, \\ k_{13} &= -1.709 \cdot 10^{-8}, & k_{23} &= 1.160 \cdot 10^{-8}. \end{aligned}$$

Измерения коэффициентов вязкости растворов проводились с использованием вискозиметра Освальда закрытого типа, помещаемого в жидкостный термостат, в котором с помощью электронагревательной спирали поддерживалась заданная температура. Экспериментальные зависимости коэффициентов кинематической вязкости растворов  $\nu_1, \nu_2$  от температуры  $t^o$  достаточно хорошо аппроксимируются формулами:

$$\nu_i = \frac{\nu_{0i}}{1 + \alpha_{i1}(t^o - t_0^o) + \alpha_{i2}(t^o - t_0^o)^2}, \quad i = 1, 2 \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \alpha_{11} &= 0.021, & \alpha_{21} &= 0.029, \\ \alpha_{12} &= 1.598 \cdot 10^{-4}, & \alpha_{22} &= 4.199 \cdot 10^{-4}. \end{aligned}$$

При  $t_0^o = 20^o\text{C}$  в (2) следует принять:  $\nu_{01} = 0.996 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с – для 10 %-го водного раствора,  $\nu_{02} = 4.43 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с – для 15 %-го раствора азотной кислоты в амиловом спирте.

При горизонтальном расположении пластин анода и катода, перекрывающих всю площадь поперечного сечения ванны, объемная плотность токов  $\vec{j}$  в жидкостях имеет преимущественно вертикальное направление. Взаимодействие этих токов с вертикальным магнитным полем рабочего пространства электромагнита не приводит к появлению перекосов поверхности раздела и электровихревых течений жидкостей. Отметим также, что в проведенных экспериментах протекание

электрического тока не вызывало сколь-нибудь существенных термоконвективных течений жидкостей.

Таким образом, при достаточно малых значениях тока  $J$  жидкости находятся в состоянии механического равновесия, поверхность раздела жидкостей остается практически горизонтальной. Однако при постепенном увеличении тока по достижению им некоторого критического (порогового) значения  $J_{кр}$  равновесное состояние системы сменяется волновым режимом движения жидкостей. В этом режиме на поверхности раздела жидкостей генерируются волны, длина которых соизмерима с горизонтальными размерами ванны.

Экспериментальное определение порогового значения силы тока  $J_{кр}$ , соответствующего появлению поверхностных волн, проводилось следующим образом. Нарастиванием силы тока, пропускаемого через ячейку, вызывалось появление волн на поверхности раздела жидкостей. Затем осуществлялось постепенное уменьшение силы тока и фиксировалось ее максимальное значение  $J_{кр}$ , при котором происходило полное затухание поверхностных волн. С увеличением  $\Delta J := J - J_{кр} > 0$  амплитуда генерируемых поверхностных волн возрастала (и могла достигать значений, сопоставимых с толщинами слоев жидкостей  $h_1, h_2$ ), тогда как при  $\Delta J \rightarrow 0$  амплитуда волн стремилась к нулю. Повторное увеличение  $J$  с последующим его уменьшением позволяло уточнять критическое значение силы тока  $J_{кр}$ .

Колебания поверхности раздела жидкостей достаточно быстро приобретали периодический по времени характер, если значение тока  $J$  поддерживалось постоянным и превосходило  $J_{кр}$ . С выходом волновых процессов на периодический режим проводились измерения периода  $T$  и круговой частоты колебаний  $\omega := 2\pi/T$ . Одновременно осуществлялась фото- и киносъемка поверхностных волн на протяжении 30–40 периодов колебаний. Анализ фотоснимков позволял получать дополнительную информацию о волновых процессах.

Появление волн на поверхности раздела жидкостей можно вызвать, увеличивая индукцию  $B$  внешнего магнитного поля при фиксированном значении тока  $J$ , пропускаемого через жидкости. В этом случае определялось критическое значение индукции магнитного поля  $B_{кр}$ . Забегая вперед, отметим, что в обоих случаях критические значения параметра МГД-взаимодействия, определенного в следующем разделе, совпадали (в пределах погрешности измерений).

## 2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ

Пусть  $\vec{v}$  – поле скоростей,  $\vec{j}$  – плотность тока в областях, занимаемых жидкостями,  $\zeta$  – отклонение поверхности раздела жидкостей от горизонтального уровня. Равновесному состоянию жидкостей отвечает тривиальное решение уравнений магнитной гидродинамики:

$$\vec{v} = 0, \quad \zeta = 0, \quad \vec{j} = -\vec{e}_z j_0,$$

$$\vec{B} = \vec{e}_z B_0, \quad (j_0, B_0 = \text{const}),$$

где  $\vec{e}_z$  – орт вертикальной оси  $Oz$ . Формально условия равновесия выполняются при любых значениях плотности тока  $j_0$  и индукции магнитного поля  $B_0$ . Появление волн на поверхности раздела жидкостей означает, что при  $J > J_{кр}$  решения, отвечающие равновесному состоянию жидкостей, теряют устойчивость относительно начальных возмущений поля скоростей и отклонений поверхности раздела жидкостей от горизонтального уровня.

Для малых значений  $\Delta J = (J - J_{кр}) > 0$  генерируемые поверхностные волны имеют малую амплитуду, что позволяет привлечь к их описанию линеаризованные уравнения магнитной гидродинамики. Полная формулировка эволюционной задачи о малых колебаниях токонесущих жидкостей в окрестности равновесного состояния приведена в работах [23, 24]. В них же подробно описана процедура метода Галеркина, применяемого к исследованию устойчивости равновесия и волновых процессов в рассматриваемой МГД-системе.

Опуская подробности, укажем основные этапы реализации метода Галеркина. В качестве базисных функций  $\vec{v}_k(\vec{x}), \zeta_k(x, y)$  для поля скоростей  $\vec{v}(t, \vec{x})$  и отклонений  $\zeta(t, x, y)$  поверхности раздела жидкостей от горизонтального уровня выбирались собственные функции задачи о свободных колебаниях системы вязких жидкостей в отсутствие магнитного поля и токов. Решение последней задачи отыскивалось в приближении пограничного слоя. Базисные функции  $\vec{j}_k(\vec{x})$  для возмущений объемной плотности токов в жидкостях определялись по функциям  $\vec{v}_k, \zeta_k$  как решения некоторых краевых задач (см. [23, 24]).

Приближенное решение эволюционной задачи о малых колебаниях системы токонесущих жидкостей во внешнем магнитном поле отыскивалось в виде

$$(\vec{v}, \vec{j}, \zeta)(t, \vec{x}) \simeq \sum_{k=1}^N q_k(t) (\vec{v}_k(\vec{x}), \vec{j}_k(\vec{x}), \zeta_k(x, y)). \quad (3)$$

Метод Галёркина редуцирует исходную эволюционную задачу к задаче Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений относительно функций  $q_k(t)$ :

$$\mathcal{A} \frac{d^2 q(t)}{dt^2} + \mathcal{D} \frac{dq(t)}{dt} + (\mathcal{B} + \mathcal{M})q(t) = 0, \quad (4)$$

$$q(0) = q^0, \quad \frac{dq(0)}{dt} = q^1, \quad (5)$$

$$q(t) := (q_1(t), q_2(t), \dots, q_N(t))^T.$$

Здесь  $\mathcal{A}$ ,  $\mathcal{B}$  – матрицы кинетической и потенциальной энергий;  $\mathcal{D}$  – матрица диссипации энергии;  $\mathcal{M}$  – матрица МГД-взаимодействия;  $q^0, q^1$  –  $N$ -компонентные векторы, определяющие начальные возмущения равновесного состояния. Явные выражения для всех указанных матриц приведены в [23, 24]. Число  $N$  базисных функций определялось из условий практической сходимости вычислительного процесса.

Отыскивая решения системы уравнений (4) вида  $q(t) = \exp(\lambda t) c$ , приходим, как обычно, к алгебраической спектральной задаче:

$$(\lambda^2 \mathcal{A} + \lambda \mathcal{D} + (\mathcal{B} + \mathcal{M})) c = 0, \quad (6)$$

$$c := (c_1, c_2, \dots, c_N)^T.$$

Пусть  $\lambda_k^N := \gamma_k^N + i \omega_k^N$  ( $i$  – мнимая единица),  $k = \overline{1, 2N}$  – собственные значения квадратичного пучка матриц (6). Условие устойчивости (неустойчивости) решений уравнения (4) относительно начальных возмущений, как известно, имеет вид:

$$\max_{k=\overline{1, 2N}} \gamma_k^N < 0 (> 0) \text{ – условие (не)устойчивости.} \quad (7)$$

Пусть  $c_k^N := (c_{k1}^N, c_{k2}^N, \dots, c_{kN}^N)^T$ ,  $k = \overline{1, 2N}$  – собственный вектор спектральной задачи (6), отвечающий собственному значению  $\lambda_k^N$ . В общем случае компоненты  $c_{ks}^N$  собственных векторов  $c_k^N$  принимают комплексные значения,

$$c_{ks}^N := a_{ks}^N + i b_{ks}^N, \quad k = \overline{1, 2N}, \quad s = \overline{1, N}.$$

Зная  $\lambda_k^N, c_k^N$ , нетрудно выписать общее решение системы уравнений (4) и, тем самым, приближенное решение исходной эволюционной задачи. Для функций  $\zeta(t, \vec{x})$ , описывающих колебания поверхности раздела жидкостей, будем иметь, в частности,

$$\zeta \simeq \zeta^N(t, \vec{x}) := \sum_{k=1}^{2N} \sum_{s=1}^N A_k \exp(\gamma_k^N t) (a_{ks}^N \cos \omega_k^N t - b_{ks}^N \sin \omega_k^N t) \zeta_s, \quad (8)$$

$$\zeta_s \simeq \cos \frac{\pi m_s x}{L_x} \cos \frac{\pi n_s y}{L_y} \quad (0 < x < L_x, 0 < y < L_y),$$

$$m_s, n_s = 0, 1, 2, \dots, \quad m_s + n_s \neq 0,$$

где  $A_k$  – постоянные, определяемые начальными условиями (5). Пару целых чисел  $(m_s, n_s)$  будем называть номером моды колебаний  $\zeta_s$ .

Условие (7) устойчивости решений системы (4) естественно принять в качестве условия устойчивости равновесного состояния рассматриваемой МГД-системы. Действительно, как видно из (8), при выполнении условия устойчивости (7) отклонения  $\zeta$  поверхности раздела жидкостей от равновесного положения стремятся к нулю при  $t \rightarrow \infty$  для любых значений коэффициентов  $\alpha_k$ , определяющих начальные возмущения поверхности. При выполнении условия неустойчивости (7) существуют возмущения, отвечающие неограниченному росту  $\zeta$  при  $t \rightarrow \infty$ .

Введем безразмерный параметр МГД-взаимодействия

$$W = \frac{JB}{g(\rho_1 - \rho_2)S},$$

характеризующий соотношением электромагнитных и гравитационных сил. Одним из основных геометрических безразмерных параметров является введенное ранее отношение горизонтальных размеров ванны  $k_L := L_y/L_x$ . Выбирая величину  $L := S^{1/2}$  в качестве характерного линейного размера, введем безразмерные толщины слоев нижней и верхней жидкостей:  $\bar{h}_1 := h_1/L$ ,  $\bar{h}_2 := h_2/L$ . Определим также числа Галилея  $\text{Ga}_k := gL^3/\nu_k^2$ ,  $k = 1, 2$ , характеризующие отношение сил тяжести к силам вязкости в  $k$ -ой жидкости.

В дальнейшем ограничимся исследованием влияния перечисленных параметров на пороги возбуждения и формы поверхностных волн. Полная совокупность безразмерных (физических и геометрических) параметров, определяющих поведение рассматриваемой МГД-системы, приведена в [23].

Граница области устойчивости равновесных состояний жидкостей в пространстве безразмерных параметров определяется уравнением:

$$\max_{k=\overline{1, 2N}} \gamma_k^N(W, k_L, \bar{h}_1, \bar{h}_2, \text{Ga}_1, \text{Ga}_2) = 0. \quad (9)$$

Разрешая (численно) уравнение (9), получим критические значения параметра МГД-взаимодействия  $W_{\text{кр}}$  в зависимости от остальных параметров. Это позволяет представить уравнение границы области устойчивости в виде:

$$W = W_{\text{кр}}(k_L, \bar{h}_1, \bar{h}_2, \text{Ga}_1, \text{Ga}_2). \quad (10)$$

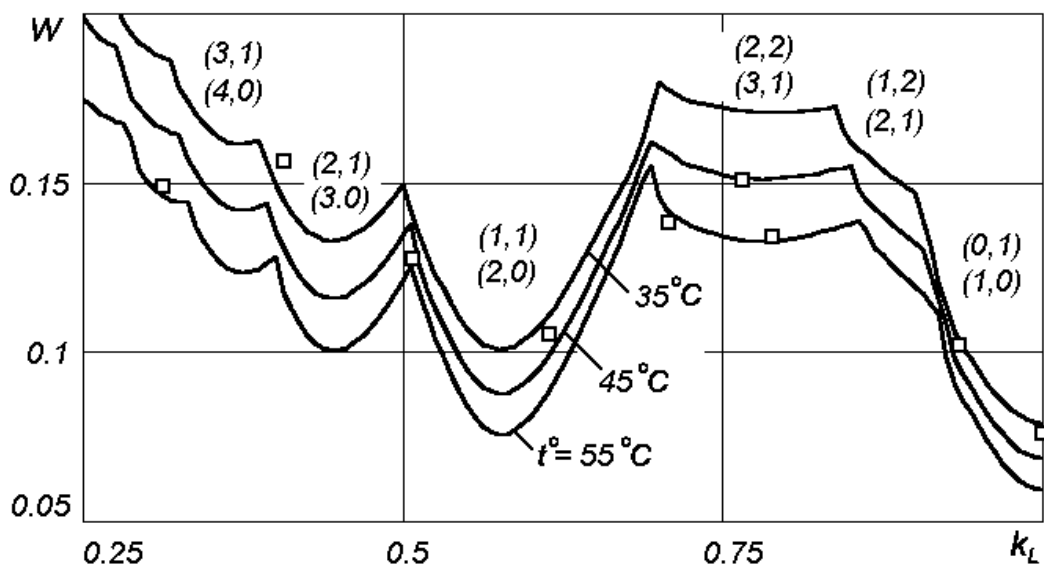


Рис. 2. Зависимость  $W_{кр}$  от соотношения горизонтальных размеров ванны  $k_L$  при  $\bar{h}_1 = \bar{h}_2 = 0.3$

Для значений параметров, принадлежащих границе области устойчивости, колебания поверхности раздела жидкостей независимо от начальных возмущений выходят на периодический режим:

$$\zeta = \sum_{s=1}^N (\alpha_s \cos(\omega_{k_*} t) - \beta_s \sin(\omega_{k_*} t)) \zeta_s(x, y), \quad (11)$$

$$\alpha_s := A_{k_*} a_{k_* s}, \quad \beta_s := A_{k_*} b_{k_* s}.$$

Здесь  $k_*$  – номер собственной частоты  $\lambda_{k_*}^N$ , для которой достигается максимум в левой части уравнения, (9). Круговая частота периодических колебаний определяется равенством:

$$\omega_{k_*} = \text{Im } \lambda_{k_*}(k_L, \bar{h}_1, \bar{h}_2, \text{Ga}_1, \text{Ga}_2). \quad (12)$$

Процедура численного определения границы области устойчивости и частоты (периода) колебаний описана в [23, 24].

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТОВ И ВЫЧИСЛЕНИЙ

На рис. 2 сопоставлены теоретические и экспериментальные значения  $W_{кр}$  в зависимости от соотношения горизонтальных размеров ванны  $k_L = L_y/L_x$ . Приведенные результаты относятся к ваннам без подовой вставки 4. Эксперименты проводились, в основном, на ваннах с площадью поперечного сечения  $20 \text{ см}^2$  при высоте слоев нижней и верхней жидкостей  $h_1 = h_2 = 14 \text{ мм}$ .

Поскольку в экспериментах не удавалось обеспечить постоянство температуры (в силу разогрева жидкостей электрическим током), то расчеты проведены при температурах 35, 45, 55°C. Как видно из представленных результатов, экспериментальные значения параметра  $W_{кр}$  достаточно хорошо укладываются в расчетный диапазон.

Вычисления показали, что в уравнении (11), определяющим периодические колебания поверхности раздела жидкостей, как правило, две пары коэффициентов  $\alpha_s, \beta_s$  значительно превосходят по величине все остальные коэффициенты. Физически это означает, что раскачка поверхности раздела жидкостей происходит преимущественно в результате взаимодействия двух мод колебаний, названных в [23] главными взаимодействующими модами.

Графики зависимостей  $W_{кр}(k_L)$  претерпевают характерные изломы, объясняемые сменой главных взаимодействующих мод колебаний при изменении  $k_L$ . Номера этих мод ( $m_s, n_s$ ) указаны на рис. 2 над соответствующими гладкими участками графиков.

Отличительной особенностью главных мод является совпадение или близость отвечающих им собственных частот колебаний жидкостей в отсутствие магнитного поля. Магнитное поле "выравнивает" эти частоты, приводя, тем самым, к резонансному взаимодействию главных мод колебаний.

Результаты обработки фотоснимков позволяют утверждать, что расчетные номера главных взаимодействующих мод колебаний совпадают с ре-

лизуемыми в эксперименте. Иначе говоря, форма наблюдаемых в экспериментах поверхностных волн качественно совпадает с расчетной картиной волновых процессов.

Изменение параметра  $k_L$  (при сохранении значений остальных параметров) сопровождается скачком частоты (периода) колебаний жидкостей. Этот факт, обнаруженный в расчетах, полностью подтвердился в экспериментах.

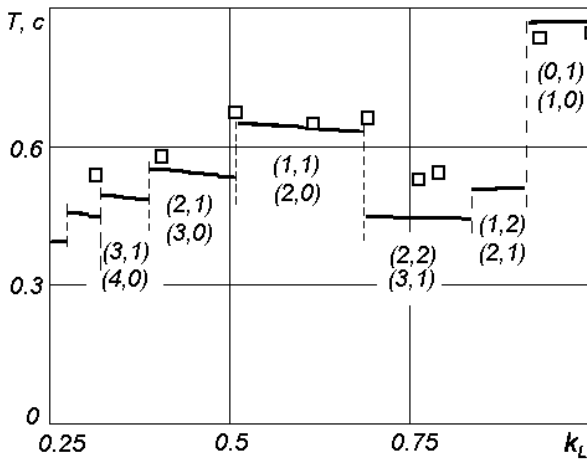


Рис. 3. Зависимость периода колебаний  $T$  от соотношения горизонтальных размеров ванны  $k_L$  при  $h_1 = h_2 = 14$  мм,  $S = 20$  см<sup>2</sup>

На рис. 3 приведены экспериментальные и расчетные значения периодов колебаний  $T$  в зависимости от соотношения горизонтальных размеров ванны с площадью поперечного сечения  $S = 20$  см<sup>2</sup> при  $h_1 = h_2 = 14$  мм; расчеты проведены для температуры  $t^\circ = 45^\circ\text{C}$ . Вертикальные штриховые прямые на рис. 3 выделяют зоны непрерывного изменения частоты (периода) колебаний. В пределах этих зон главные взаимодействующие моды колебаний имеют одни и те же номера (указанные в круглых скобках под соответствующим участком графика).

Расхождение экспериментальных и расчетных значений периодов колебаний для различных значений  $k_L$ , как правило, не превышало 10%. Исключение составляют значения  $k_L$ , попадающие на границу двух соседних зон. В этом случае наблюдалась смена режимов колебаний МГД-системы, сопровождающаяся сменой частот и форм поверхностных волн.

Исследования влияния глубины  $h_1$  слоя нижней жидкости на пороги возбуждения поверхностных волн показали, что при наличии съемной вставки 4, имитирующей подину электролизера, значения

$W_{кр}$  существенно понижаются с уменьшением  $h_1$ . Качественно иная картина наблюдается в отсутствие подовой вставки 4. В этом случае возбуждение поверхностных волн происходит при тем больших значениях  $W_{кр}$ , чем меньше  $h_1$ . Для достаточно больших значений уровня нижней жидкости ( $\bar{h}_1 \geq 0.5$ ) значения  $W_{кр}$  выходят на насыщение, т. е. практически перестают зависеть от  $\bar{h}_1$ .

Проведенные измерения не позволили обнаружить сколь-нибудь четкую зависимость значений  $W_{кр}$  от толщины слоя верхней жидкости  $h_2$ . Отличия значений  $W_{кр}$  при изменении  $h_2$  не превышали погрешности измерений.

Из других результатов экспериментальных наблюдений отметим следующие. Изоляцией части поверхности анода можно было вызвать интенсивные вихревые течения жидкостей и значительные перекосы их поверхности раздела. К такому же эффекту приводило нарушение горизонтальности пластины анода 3. С увеличением силы тока статические перекосы и вихревые течения дополнялись колебаниями поверхности раздела жидкостей.

Внесение ванны с жидкостями в однородное горизонтальное магнитное поле не позволило обнаружить возбуждение волн на поверхности раздела жидкостей. Параметр МГД-взаимодействия при этом практически на порядок превышал значения  $W_{кр}$ , отвечающие вертикальному магнитному полю. Тем самым, экспериментально подтверждена определяющая роль вертикального магнитного поля в механизме генерации волн на поверхности раздела жидкостей.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенные эксперименты были направлены, в основном, на проверку математической модели волновых процессов в МГД-системе несмешивающихся токонесущих жидкостей, представляющей собой упрощенную физическую модель электролизера для производства алюминия. К несомненным достоинствам физической модели следует отнести максимально возможную визуализацию исследуемых процессов. Это дало возможность получить достаточно полную информацию об условиях возникновения и форме волн, генерируемых на поверхности раздела жидкостей.

Экспериментально установлен пороговый характер волновых процессов. Определены критические значения параметра МГД-взаимодействия (пропорционального силе тока и индукции магнитного поля), отвечающие режиму возбуждения волн. Показано, что форма поверхностных волн определяется, в основном, линейной комбинацией

двух основных мод колебаний. В отсутствие магнитного поля и токов этим модам отвечают совпадающие или близкие по величине собственные частоты колебаний жидкостей. Резонанное взаимодействие этих мод является основной причиной возбуждения волн на поверхности раздела жидкостей.

Сравнительный анализ численных и экспериментальных результатов позволяет утверждать, что пороги волнообразования с достаточной для практических целей точностью определяются на основе линейной теории поверхностных волн. Предлагаемая математическая модель волновых процессов и методы их анализа могут быть использованы для оптимизации конструктивных и технологических параметров алюминиевых электролизеров большой мощности.

1. Ветюков М. М., Цыплаков А. М., Школьников С. Н. Электрометаллургия алюминия и магния. – М.: Металлургия, 1987. – 320 с.
2. Мещеряков С. М. О влиянии магнитных полей ошинок на работу электролизных ванн // Цветные металлы. – 1955. – N 6. – С. 22–25.
3. Urata N., Mori S., Ikeuchi H. Behaviour of bath and molten metal in aluminium electrolytic cell // Keikinzoku. – 1976. – 26, N 11. – P. 573–600.
4. Sele T. Instabilities of the metal surface in electrolytic alumina reduction cells // Metallurgical transactions. – 1977. – 8B. – P. 613–618.
5. Cherchi S., Degan G. Oscillation of liquid in industrial reduction cells // Light Metals. – 1983. – P. 457–467.
6. Абрамов А. А., Скворцов А. П., Пряхин Г. С. Анализ причин нестабильной работы мощных алюминиевых электролизеров // Цветные металлы. – 1985. – N 6. – С. 44–47.
7. Lee H., Evans J.W. Physical model for electromagneticfly driven flow in Hall cells // Light Metals. – 1985. – P. 569–579.
8. Sneyd A. D. Stability of fluid layers carrying a normal electric current // J.Fluid Mech. – 1985. – 156. – P. 223–236.
9. Горбачев Е.В., Кравцов В.Г., Чайковский А.И. Физическое моделирование МГД-процессов в алюминиевых электролизерах // Цветные металлы. – 1988. – № 1. – С. 38–41.
10. Исследование МГД – явлений в алюминиевых электролизерах большой мощности: Отчет о НИР (промежуточн.) / Харьковский гос. ун-т им. А.М.Горького; №ГР 0186.0130987. – Харьков, 1988. – 82 с.
11. Sneyd A. D., Wang A. Interfacial instability due to MHD mode coupling in aluminium reduction cells // J.Fluid Mech. – 1994. – 263. – P. 243–259.
12. Vojarevich V., Romerio M. V. Long waves instability of liquid metal–electrolyte interface in aluminium electrolysis cells: a generation of Sele’s criterion // Euro.J.Mech., B/Fluids. – 1994. – 13 № 1. – P. 33–56.
13. Davidson P. A. An energy analysis of unstable, aluminium reduction cells // Euro.J.Mech., B/Fluids. – 1994. – 13 N 1. – P. 15–32.
14. Lindsay J. R., Davidson P. A. Application of new stability criteria to industrial cell design // Light Metals. – 1997. – P. 423–428.
15. Davidson P. A., Lindsay J. R. A new model of interfacial waves in aluminium reduction cells // Light Metals. – 1997. – P. 437–442.
16. Davidson P. A., Lindsay J. R. Stability of interfacial waves in aluminium reduction cells // J.Fluid Mech. – 1998. – 362. – P. 273–295.
17. Lukyanov A., El G., Molokov S. Instability of MHD-modified interfacial gravity waves revisited // Physics Letters A. – 2001. – 290. – P. 165–172.
18. Kurenkov A., Thess A., Zikanov O., Segatz M., Droste Ch., Vogelsang D. Stability of aluminium reduction cells with mean flow // Magnetohydrodynamics. – 2004. – 40 N 2. – P. 203–212.
19. Алаторцев А. В., Кузьмин Р. Н., Савенкова Н. П., Проворова О. Г. Динамическая модель магнитно-гидродинамических процессов в алюминиевом электролизере // Прикладная физика. – 2004. – N 5. – С. 33–41.
20. Алаторцев А. В., Кузьмин Р. Н., Савенкова Н. П., Проворова О. Г. Повышение эффективности электролиза алюминия с помощью математического моделирования // Прикладная физика. – 2007. – N 4. – С. 34–42.
21. Pedcenko A., Molokov S., Thomas P. J., Lukyanov A., Priede J. Experimental study of interfacial instability in aluminium reduction cells // Proc. 7th PAMIR Conference on Fundamenatl and Applied MHD. – Presquile de Giens, France 8th-12th September, 2008. – P. 923–927.
22. Борисов И. Д., Никифоров С. А., Пацегон Н. Ф., Руднев Ю. И., Скворцов А. П. Математическое моделирование МГД-процессов в алюминиевых электролизерах // Вісник Донецького університету, Сер. А: Природничі науки. – 2002. – № 1. – С. 195–199.
23. Борисов И. Д., Пославский С. А., Руднев Ю. И. Устойчивость равновесия системы несмешивающихся токонесящих жидкостей в магнитном поле // Прикладная гидромеханика. – 2006. – 8(80), № 4. – С. 3–14.
24. Борисов И. Д., Пославский С. А., Руднев Ю. И. Волновые процессы в двухслойной системе несмешивающихся токонесящих жидкостей // Вісник Харківського національного університету ім. В. Н. Каразіна, Сер.: Математика, прикладна математика, механіка. – 2008. – № 826. – С. 165–184.
25. Багоцкий В.С. Основы электрохимии. – М.: Химия, 1988. – 400 с.
26. Варгафтик Н.Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. – М.: Наука, 1972. – 320 с.
27. Кикоин И.К. Таблицы физических величин. Справочник. – М.: Атомиздат, 1976. – 1008 с.