

УДК 532.516

ОСОБЕННОСТИ ДВИЖЕНИЯ СРЕДЫ В КАНАЛАХ СО СТЕНОЗАМИ¹

И. В. ВОВК, В. Т. ГРИНЧЕНКО, В. С. МАЛЮГА

Институт гидромеханики НАН Украины, Киев

Получено 20.03.2009

Исследовано течение вязкой несжимаемой жидкости в плоском канале при наличии в нем следующих друг за другом двух стенозов (сужений) на основе численного решения нестационарных уравнений Навье-Стокса. Алгоритм численного решения базируется на методе конечных объемов с использованием TVD схем для дискретизации конвективных членов. Проанализирован характер течения в области между стенозами в зависимости от числа Рейнольдса. В частности, показано, что в определенном диапазоне чисел Рейнольдса появляются характерные вихревые структуры в сдвиговых слоях на границе струи и полостей (ниш), образованных стенозами. В результате этого возникают устойчивые периодические антисимметричные автоколебания профиля скорости на выходе из отверстия второго стеноза, которые принципиально могут служить источником звуковых колебаний в канале. Определена зависимость чисел Струхала автоколебаний профиля скорости от числа Рейнольдса.

Досліджено течію в'язкої нестисливої рідини у плоскому каналі за наявності в ньому двох послідовно розташованих стенозів (звужень) на основі чисельного розв'язання нестационарних рівнянь Нав'є-Стокса. Алгоритм чисельного розв'язання базується на методи скінченних об'ємів з використанням TVD схем для дискретизації конвективних членів. Проаналізовано характер течії в області між стенозами в залежності від числа Рейнольдса. Зокрема показано, що в певному діапазоні чисел Рейнольдса з'являються характерні вихрові структури в зсувних шарах на межі струї і порожнин (ніш), утворених стенозами. В результаті цього з'являються стійкі періодичні антисиметричні автоколивання профіля швидкості на виході з отвору другого стенозу, які принципово можуть бути джерелом звукових коливань у каналі. Визначено залежність чисел Струхала автоколивань профіля швидкості від числа Рейнольдса.

The flow of viscous incompressible fluid in a plane duct with two serial stenoses (contractions) is studied by way of the numerical solution of the unsteady Navier-Stokes equations. The algorithm of the numerical computations is based on the finite volume method and employs the TVD schemes for the discretization of the convective terms. The features of the flow in the area between the stenoses are analyzed at various Reynolds number. Specifically, it is shown that within certain limits of the Reynolds number an ensemble of vortex structures develops in the shear layers at the interface between the jet and the cavities (pockets) formed by the stenoses. As a consequence the stable periodic antisymmetric self-sustained oscillations of the velocity profile arise at the outlet of the second stenosis orifice. In principle, those oscillations may serve as an acoustic source in the duct. The dependence of the Strouhal number of the velocity profile oscillations on the Reynolds number is established.

ВВЕДЕНИЕ

Сосуды кровеносных систем человека и животных, их бронхиальные деревья, через которые осуществляется дыхание, различные трубы для транспортировки технических сред, кондиционеры, вентиляционные системы и волноводы – вот далеко не полный перечень встречающихся естественных и искусственных каналов, по которым движутся потоки газа, жидкости и волны различной природы. Как правило, каналы подобного рода являются нерегулярными, т. е. могут иметь изгибы, разветвления, сужения (стенозы) или расширения, различные заслонки, вентили и пр. Их стенки также могут иметь различные механические и акустические свойства, в том числе и локального характера.

Закономерностями движения газа или жидко-

сти в таких каналах интересуется главным образом такая наука, как аэрогидромеханика, а закономерностями распространения волн (акустических или электромагнитных) – акустика и электродинамика.

Вместе с тем, нередко встречаются случаи, когда движущиеся по таким каналам газ или жидкость, встречая на своем пути некоторые из указанных выше нерегулярностей, неожиданно начинают генерировать звуковые колебания. Иными словами, часть энергии потока, движущегося в канале, по каким-то причинам преобразуется в звуковую энергию.

Этими явлениями интересовались очень давно. Еще Рэлей в своих фундаментальных работах [1] указывал, что в 1854 году Зондхауз² наблюдал возникновение тонального звука (hole tone) при натекании струи воздуха на круглое отверстие в пластине.

¹Стеноз – (от греческого *στενος* – узкий, тесный) местное (локальное) сужение сечения канала в общем случае имеющее любую форму

²К сожалению, пионерской работы Н. Sondhauss, Pogg. Ann. 91,126-147,1854, нам найти не удалось

В дальнейшем, вот уже более чем 150 лет, этой проблеме уделялось сравнительно большое внимание. Например, в [2, 3 и библиография к ним] установлено, что наличие одиночного стеноза в трубе приводит к турбулизации потока и, как следствие, к возникновению широкополосного звука шумового характера. Но уже в трубах, имеющих два стеноза, следующих друг за другом на определенном расстоянии, может возникнуть тональный звуковой сигнал, частота которого пропорциональна скорости потока, см., например, [4, 5 и обширную библиографию в них]. Интересно, что эти работы связаны с проблемой управления тягой реактивных двигателей, и в них было рассмотрено движение топлива по трубопроводу, имеющему два управляющих вентиля (заслонки). Результаты исследования показали наличие существенного (в основном негативного) влияния возникающих звуковых колебаний между заслонками на эффективность контроля управления тягой реактивных двигателей.

Экспериментальная работа [6] посвящена изучению тональных звуков, возникающих при натекании струи на отверстие в пластине или на кольцо. А экспериментальная работа [7] посвящена изучению физического механизма возникновения свиста, который способен генерировать человек, выдыхая воздух через ротовую полость и отверстие, образованное губами. Интересно, что в качестве физической модели для проведения экспериментов была выбрана прозрачная камера в виде отрезка трубы, в которой на некотором расстоянии друг от друга располагались два стеноза (диафрагмы) с одинаковыми отверстиями в их центрах. Были получены данные о зависимости частоты возникающего тонального сигнала от геометрических параметров камеры и отверстий в диафрагмах. В частности, с помощью видеокамеры со стробоскопической подсветкой было зафиксировано, что на поверхностях струи (на участке между диафрагмами) образуются кольцевые вихри, появление которых и связывалось с возникновением тональных звуковых сигналов.

В работе [8] исследовались звуковые шумы, генерируемые потоками крови в артериях, имеющих одиночные патологические стенозы, вызванные осадками холестерина, выделяющегося из крови. Потенциально результаты работ такого типа могут быть использованы для диагностических целей в медицине.

Наконец, в статье [9] высказана интересная гипотеза, предполагающая, что сухие хрипы¹, со-

путствующие ряду легочных заболеваний, могут возникать за счет образования в бронхах стенозов, вызванных воспалением стенок бронхов и, как следствие, частичным перекрытием их сечений выделяющейся при этом вязкой мокроты (субстанция, прилипающая к стенкам бронхов и других участков бронхиального дерева, вызывающая затруднение дыхания и кашель). Были проведены модельные эксперименты, которые подтвердили принципиальную возможность появления сухих хрипов из-за такого рода явлений в бронхиальном дереве.

Не претендуя на исчерпывающий анализ результатов, приведенных в указанных выше литературных источниках, можно утверждать, что проблема генерирования тональных звуков потоком в нерегулярных каналах необычайно сложна при изучении ее как в экспериментальном, так и в теоретическом плане. Можно лишь с уверенностью утверждать, что тональные звуки оказываются следствием автоколебательных движений среды, возникающих при натекании потока на неоднородности, присутствующие в нерегулярных каналах. При этом, необходимым условием появления автоколебаний является наличие обратных связей, проявляющихся в существенном влиянии особенностей движения среды, находящихся ниже по течению потока, на участки среды, находящиеся выше по течению потока.

Цель настоящей работы – исследование особенностей течения потока в плоском канале с двумя стенозами, выяснение физических причин, способных приводить к появлению автоколебательных движений среды и, как следствие, к появлению тональных звуков.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим течение газа или жидкости в плоском канале при наличии следующих друг за другом двух препятствий в виде стенозов. Расчетная область и принятые обозначения представлены на рис. 1. Предполагается, что стенки канала (верхняя и нижняя границы расчетной области), а также стенки стенозов неподвижны и абсолютно жесткие, а поток жидкости попадает в расчетную область через левую границу $x = 0; 0 \leq y \leq D_1$ и покидает расчетную область на правой границе $x = L_1; 0 \leq y \leq D_1$.

вые сигналы, хорошо прослушиваемые медицинским стетофонендоскопом на поверхности грудной клетки человека, используемые для диагностики типа легочных заболеваний.

¹Сухие хрипы – это различного рода тональные звуко-

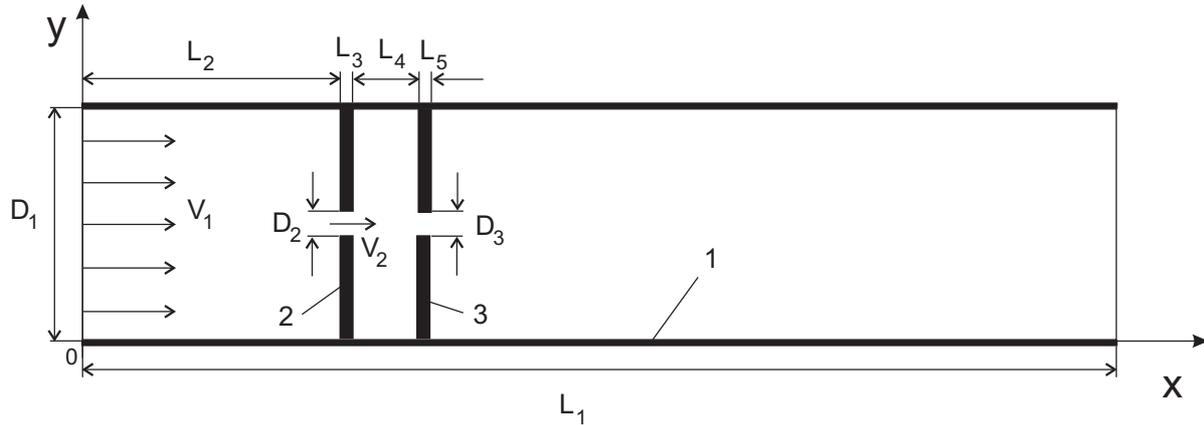


Рис. 1. Геометрия расчетной области:
1 – стенка канала; 2 – первый стеноз; 3 – второй стеноз

Задача решается в рамках модели вязкой несжимаемой ньютоновской жидкости с плотностью ρ и, следовательно, основным параметром задачи является число Рейнольдса. Поскольку в задаче присутствует не один, а несколько масштабов длины, число Рейнольдса может быть определено различным образом. Рассматривая данное течение как течение в канале, можно в качестве масштаба длины выбрать ширину канала D_1 , в качестве масштаба скорости – скорость потока на входе в расчетную область V_1 . Тогда масштабом времени будет величина D_1/V_1 , а масштабом давления – удвоенный скоростной напор ρV_1^2 . В этом случае число Рейнольдса определяется как $Re_D = V_1 D_1 / \nu$, где ν – кинематическая вязкость среды. Причем в силу несжимаемости среды $V_1/V_2 = D_2/D_1$, где V_2 – скорость потока в отверстии первого стеноза, осредненная по вертикальному сечению. И, следовательно, $Re_D = V_2 D_2 / \nu$.

В дальнейшем, чтобы облегчить анализ движения среды в области между стенозами, условно разобьем эту область на три зоны. Первая – это зона, по-сути – занимаемая струей, $L_2 \leq x \leq L_2 + L_3 + L_4 + L_5$, $D_1/2 - D_2/2 \leq y \leq D_1/2 + D_2/2$. Вторая – зона, занимаемая верхней нишей, $L_2 + L_3 \leq x \leq L_2 + L_3 + L_4$, $D_1/2 + D_2/2 \leq y \leq D_1$. Третья – зона нижней ниши, $L_2 + L_3 \leq x \leq L_2 + L_3 + L_4$, $0 \leq y \leq D_1/2 - D_2/2$.

Объектом нашего исследования являются особенности движения среды во всех этих зонах, а также на границах этих зон, где (как будет показано ниже) образуется сдвиговый слой, который формируется как пристенный сдвиговый слой на поверхностях отверстия первого стеноза, а затем отрывается и сносится течением между стенозами и может уже рассматриваться как свободный

сдвиговый слой. В связи с этим, более естественно было бы определить число Рейнольдса по длине ниш, вдоль которых происходит развитие сдвигового слоя: $Re_L = V_2 L_4 / \nu = Re_D L_4 / D_2$. При этом масштабом длины служит расстояние между стенозами L_4 , масштабом скорости – скорость V_2 , масштабом времени – величина L_4/V_2 , а масштабом давления – удвоенный скоростной напор в отверстии стеноза ρV_2^2 .

В рамках принятой модели процесс описывается нестационарной системой уравнений Навье-Стокса. В безразмерных физических переменных их можно представить в тензорной форме следующим образом:

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{U}\mathbf{U} = \frac{1}{Re_L} \nabla \cdot \nabla \mathbf{U} - \nabla p, \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{U} = 0, \quad (2)$$

где p – скалярное поле давления; \mathbf{U} – векторное поле скорости; $\mathbf{U}\mathbf{U}$ – тензор второго ранга, определенный как внешнее произведение векторов. Покомпонентное представление этих уравнений можно найти в учебной литературе [см., например, 18].

Граничные условия для скорости на границах расчетной области задавались следующим образом: равномерный поток на входе в расчетную область при $x = 0$, условие прилипания на твердых поверхностях канала и стенозов, а также “мягкие” граничные условия типа линейной экстраполяции, соответствующие равенству нулю нормального градиента скорости, на выходе из расчетной области при $x = L_1$. Для давления условие равенства нулю нормального градиента формулировалось по всей границе расчетной области [22] за исключением выхода из нее. На выходе задавалось постоянное давление.

Хорошо известно, что двумерная постановка задачи позволяет сформулировать ее в переменных завихренность–функция тока (см., например, [17]). Такой подход позволяет исключить давление из уравнений движения и таким образом избежать сложностей, связанных с определением поля давления и согласованием полей. Однако распространение подхода с использованием завихренности и функции тока на трехмерные задачи осложнено тем, что для трехмерного течения нельзя ввести скалярную функцию тока. Использование же векторного потенциала приводит к необходимости решать на каждом временном слое три параболических и три эллиптических уравнения, что существенно усложняет задачу [20]. По этой причине в данной работе задача решалась именно в физических переменных скорость - давление.

Значения геометрических параметров канала выбирались такие же, как в экспериментальной работе [9], а именно: $D_1 = 18$ мм, $D_2 = D_3 = 2$ мм, $L_1 = 150$ мм, $L_2 = 20$ мм, $L_3 = L_5 = 1$ мм, $L_4 = 5.8$ мм. Кинематическая вязкость принималась равной вязкости воздуха при температуре 20°C : $\nu = 1.5 \cdot 10^{-5}$ м²/с. Размеры области при расчетах не изменялись, а значения скорости на входе варьировались в пределах 0.6 - 3 м/с, что соответствовало значениям числа Рейнольдса $Re_D = 720 - 3600$ или $Re_L = 2088 - 10440$.

2. ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Уравнения движения (1), (2) решаются численно методом конечных объемов [21, 22], который в настоящее время можно считать наиболее популярным в задачах механики жидкостей. Основная идея метода конечных объемов состоит в том, что расчетная область разбивается на элементарные объемы и дифференциальные уравнения, справедливые для всей расчетной области, заменяются интегральными балансными соотношениями для каждого из этих элементарных объемов. Это обеспечивает строгое соблюдение законов сохранения в каждом элементарном объеме.

Для дискретизации расчетной области использовалась неортогональная сетка со сгущением узлов в отверстиях стенозов (210 точек по вертикальному сечению отверстия, т. е. 208 элементарных ячеек) и со сгущением узлов при приближении к стенке. Такое количество точек в вертикальном сечении отверстия стеноза было выбрано из соображений гладкости профиля скорости в сечении. Точки сетки принимались за верши-

ны контрольных объемов, а значения неизвестных функций определялись в центроидах ячеек. Метод конечных объемов, вообще говоря, не накладывает ограничений на геометрические характеристики каждого из контрольных объемов, однако в данном исследовании мы использовали структурированную сетку с четырехугольной формой ячейки (но в общем случае не прямоугольной), что более естественно соответствовало геометрии задачи, давало меньшее число ячеек и более быструю сходимость по сравнению с неструктурированными триангулярными сетками. С целью верификации полученных результатов расчеты выполнялись при различном числе контрольных объемов и при различных значениях коэффициентов сгущения узлов сетки. Представленные в данной работе результаты получены на сетке с 264496 контрольных объемов с минимальным шагом 0.004 мм вблизи угловых точек у отверстий стенозов.

При расчетах использовались библиотеки тулбокса с открытым кодом OpenFOAM [11, 12]. Для вычисления объемных интегралов по контрольному объему использовалась общая процедура Гаусса, согласно которой интеграл по объему представляется через интеграл по поверхности ячейки, а значение функции на поверхности ячейки интерполируется из значений функции в центроидах соседних ячеек. Для интерполяции конвективных членов использовалась TVD схема limitedLinearV – TVD форма центрально-разностной схемы для векторного поля с ограничителем типа Sweby [14], имплементированная в OpenFOAM. На ортогональных участках сетки нормальные градиенты скорости на поверхности ячейки, необходимые при вычислении диффузионных членов по теореме Гаусса, вычислялись из значений скорости в центроидах соседних ячеек по схеме второго порядка. На неортогональных участках сетки использовалась процедура коррекции погрешности, вызванной неортогональностью сетки [13].

В качестве схемы дискретизации производной по времени использовалась неявная трехточечная несимметричная схема второго порядка с разностями назад (backward differencing).

Для связанного расчета поля скорости и давления использовалась процедура PISO (pressure implicit split operator) [16] с числом корректоров 4. Описание процедуры PISO может быть также найдено в учебной литературе по вычислительной гидромеханике (см., например, [18, 19]). Для решения полученной системы линейных алгебраических уравнений использовались итерационные солверы PCG

и PBiCG (preconditioned (bi-)conjugate gradient, метод (би-)сопряженных градиентов с предобусловливанием) для симметричных и асимметричных матриц, соответственно, которые также входят в OpenFOAM, хотя доступны и в других свободно распространяемых библиотеках с открытым кодом. В качестве предобусловливателя были выбраны процедуры DIC (diagonal-based incomplete Cholesky preconditioner, предобусловливатель основанный на упрощенной схеме неполной факторизации Холецкого) и DILU (diagonal-based incomplete LU preconditioner, предобусловливатель основанный на упрощенной неполной LU факторизации) для симметричных и асимметричных матриц соответственно [15].

Расчеты проводились для шести значений скорости на входе в диапазоне 0.6 - 3 м/с ($Re_L = 2088 - 10440$). Результаты расчетов для течения с предыдущим, меньшим значением входной скорости, принимались за начальные условия для течения с следующим, большим значением входной скорости. В качестве начальных условий для задачи с наименьшим значением входной скорости $V_1 = 0.6$ м/с ($Re_L = 2088$), когда образующийся сдвиговой слой остается устойчивым на всем участке между стенозами, использовались нулевые начальные условия. Поскольку интерес представляет прежде всего не переходной процесс, а развитое течение с периодически образующимися вихрями в сдвиговом вихревом слое между стенозами, то вначале расчеты проводились на более грубой сетке с последующим отображением полей на более детальную сетку. После окончания переходного процесса некоторый момент времени принимался за $t = 0$.

С целью контроля точности вычисления полей в данной задаче поле скорости численно интегрировалось по вертикальному сечению на входе в отверстие первого стеноза ($x = L_2$), которое в дальнейшем называется S_1 , а также по вертикальному сечению на выходе из отверстия второго стеноза ($x = L_2 + L_3 + L_4 + L_5$), которое в дальнейшем называется S_2 . Это позволяло контролировать точность выполнения условия несжимаемости среды. Относительная погрешность не превышала 10^{-3} :

$$\left| \frac{\int_{S_i} U ds - V_1 D_1}{V_1 D_1} \right| < 10^{-3}, \quad i = 1, 2. \quad (3)$$

Также следует упомянуть, что с целью верификации используемого численного алгоритма была численно решена классическая задача о нестационарном отрыве потока при обтекании кругового

цилиндра. Результаты, полученные с использованием представленного в данной статье численного алгоритма, хорошо согласовывались с результатами, представленными в [10]. Расхождение наших результатов с результатами авторов [10] не превышало 2% и было меньше, чем расхождение результатов, полученных различными авторами, которые обсуждаются в [10].

Представленные в статье результаты рассчитывались на компьютере с четырехядерным процессором Core 2 Quad. Для распараллеливания вычислений использовалась технология MPI и метод распараллеливания, известный как декомпозиция области решения (domain decomposition), т. е. распараллеливание на основе геометрического параллелизма [18]. Согласно этому методу расчетная область и рассчитываемые поля расщепляются на части, каждая из которых располагается в памяти отдельного процессора. Таким образом, вычисления в каждой из подобластей проводятся на отдельном процессоре, что существенно сокращает время расчетов.

3. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТОВ

Анализ начнем со случая, когда скорость потока относительно мала и движение потока практически стационарно. На рис. 2, а,б представлены картины линий тока и поля завихренности при $V_1 = 0.6$ м/с ($Re_L = 2088$). Сначала остановимся на картине линий тока (см. рис. 2, а). Здесь хорошо видно как поток, входя из широкой левой части канала в узкое отверстие первого стеноза, резко увеличивает свою скорость (в среднем в D_1/D_2 раз) и образует в межстенном пространстве струю с ровными и гладкими поверхностями, на что непосредственно указывает значительное сгущение здесь ровных и гладких линий тока. После выхода из отверстия второго стеноза в широкую правую часть канала струя еще достаточно долго (примерно на дистанции до $5D_2$ от второго стеноза) практически сохраняет свою скорость и форму.

Теперь рассмотрим картину поля завихренности, для чего обратимся к рис. 2, б и расположенной правее шкале, которая показывает степень завихренности среды. Здесь оттенкам красного цвета соответствует положительная завихренность (направлена против часовой стрелки), а оттенками синего цвета – отрицательная завихренность (направлена по часовой стрелке). Как видно, на поверхностях первого стеноза формируются два ламинарных пограничных слоя (верхний и нижний), которые после отрыва от стеноза ста-

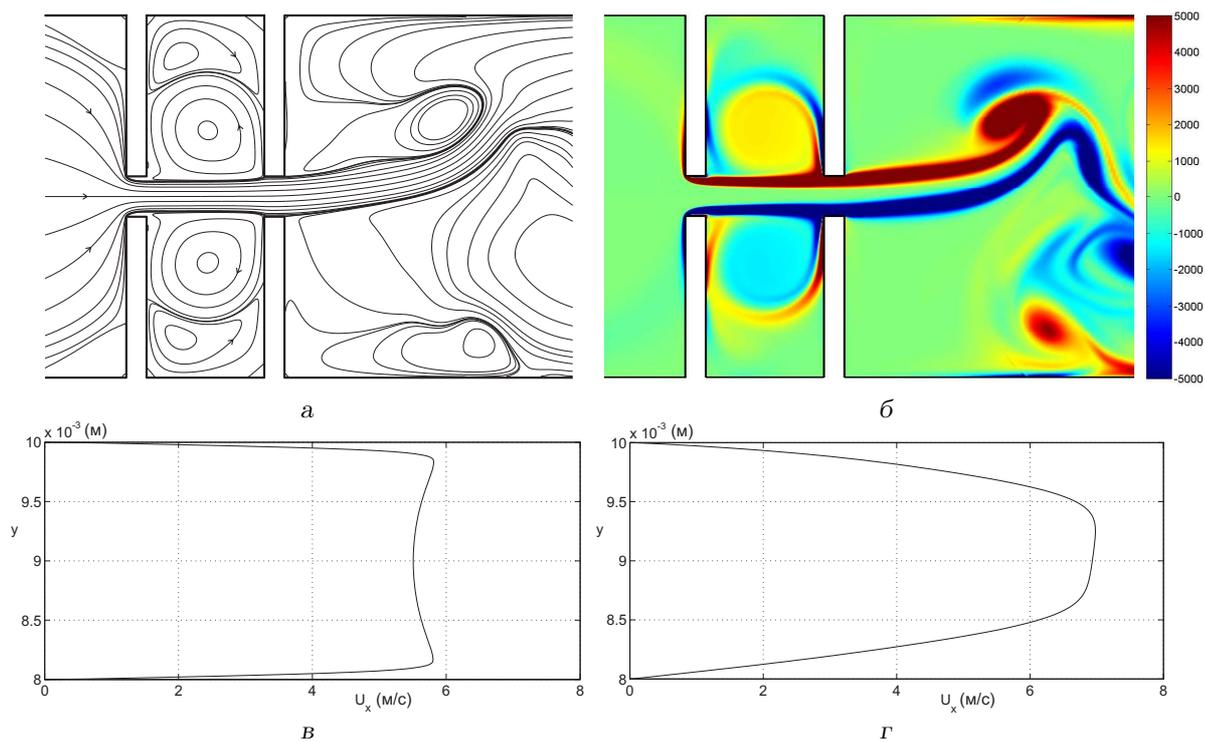


Рис. 2. Течение при $V_1 = 0.6$ м/с ($Re_L = 2088$):
 а – линии тока, б – поле завихренности, в, г – профили скорости в сечениях S_1 и S_2 , соответственно

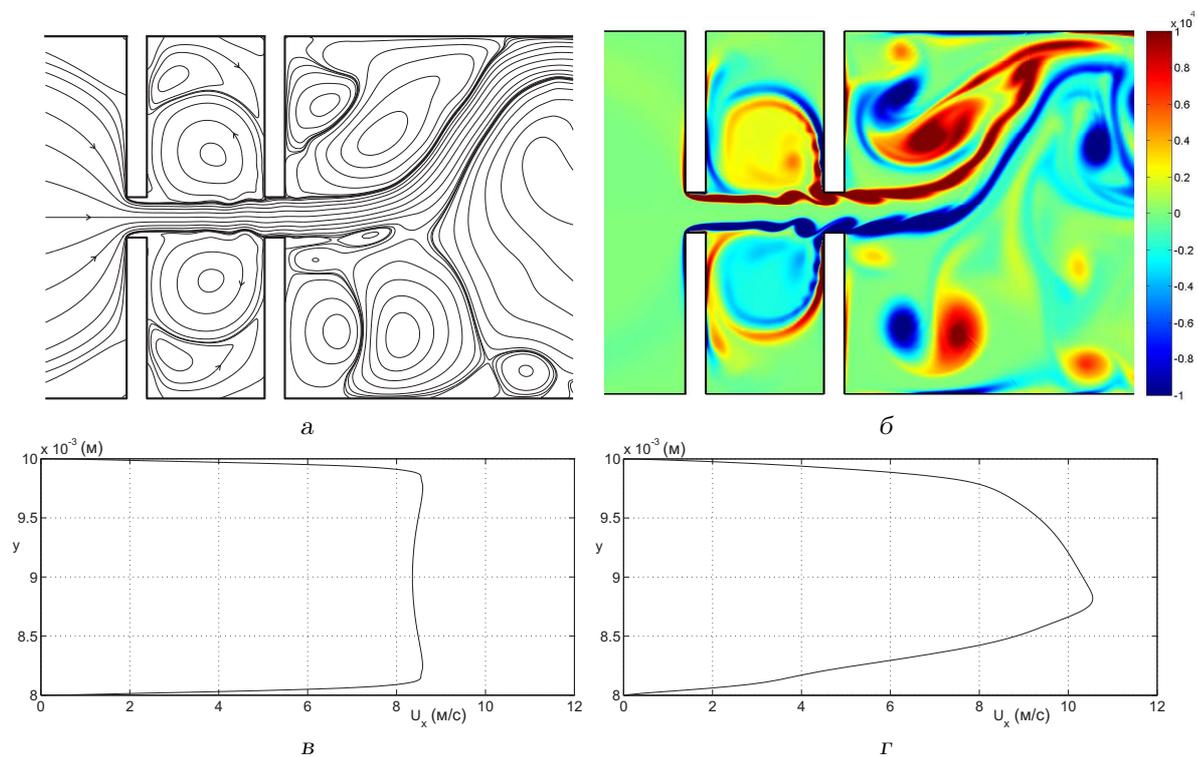


Рис. 3. Течение при $V_1 = 0.9$ м/с ($Re_L = 3132$):
 а – линии тока, б – поле завихренности, в, г – профили скорости в сечениях S_1 и S_2 , соответственно

новятся по сути свободными сдвиговыми слоями и далее сносятся течением в область между стенозами, все время оставаясь на поверхностях струи. Завихренность в верхнем сдвиговом слое все время остается положительной, а в нижнем – отрицательной. При этом, как показывают полученные расчетные данные, скорость движения среды V_x в толще сдвиговых слоев существенно неравномерная. Так, по мере продвижения от внутренних поверхностей сдвиговых слоев к их внешним поверхностям она снижается примерно на порядок.

На пути от левого стеноза к правому сдвиговые слои несколько расширяются, и поэтому общая толщина струи со сдвиговыми слоями при подходе ко второму стенозу становится больше ширины его отверстия. Это приводит к тому, что каждый сдвиговый слой разрезается передними кромками отверстия второго стеноза на два слоя – внутренний и внешний. Внутренние слои проходят через отверстие второго стеноза и далее остаются на поверхностях струи в правой широкой части канала, а внешние слои заворачивают в верхнюю и нижнюю ниши. Сначала они движутся вдоль внутренних стенок второго стеноза, а потом отрываются от них и формируют два основных симметричных (относительно плоскости $y = D_1/2$) циркуляционных течения (два вихря). Обратим внимание на то, что эти вихри слоистые. Особенно четко это видно в районе внутренних стенок второго стеноза, где слой, находящийся ближе к стенке, имеет отрицательную завихренность, а слой над ним – положительную завихренность. Важно отметить, что, вращаясь в нишах, эти два основных вихря переносят часть кинетической энергии струи из района входа ее в отверстие второго стеноза в район выхода струи из первого стеноза (район корня струи). Таким образом, в межстенном пространстве оба основных вихря выполняют роль своеобразного канала обратной связи, когда часть энергии с выхода рассматриваемой нелинейной динамической системы переносится на ее вход. А как известно из теории автоколебаний, наличие обратной связи в нелинейных системах создает предпосылки для возникновения в ней автоколебательных процессов [23, 24]. Конечно, возникнут автоколебания или нет, зависит от многих факторов, главными из которых являются относительный уровень энергии в канале обратной связи и его запаздывание по времени (или фаза). В рассматриваемой динамической системе, очевидно, немаловажную роль будут играть не только относительный уровень энергии и его запаздывание, но и степень завихренности среды в канале обратной связи, а также ее знак. В данном случае, при относи-

тельно низкой скорости потока, указанные факторы таковы, что не могут оказывать достаточного влияния на корень струи и поэтому никаких автоколебаний в системе не возникает.

Теперь кратко остановимся на особенностях движения потока в правой широкой части канала. Как мы уже говорили выше, здесь наблюдается струя, сформированная вторым стенозом, которая, замедляясь, порождает "грибовидный" вихрь, распадающийся в дальнейшем на относительно крупные вихревые структуры. Последние, взаимодействуя со стенками канала, могут перемещаться как в направлении основного течения, так и в других направлениях, в том числе и против течения. Изменение положения этих вихревых структур обуславливает весьма медленное изменение направления движения струи в этой широкой части канала.

Наконец, посмотрим как ведут себя профили скорости потока V_x во входном сечении S_1 и в выходном сечении S_2 межстенной области, (см. рис. 2, в,г). Тут хорошо видно, что профиль скорости во входном сечении имеет П-образную форму, что указывает на то, что пограничный слой на передней кромке поверхности отверстия первого стеноза еще не успел сформироваться. В отличие от этого, профиль скорости в выходном сечении, т.е. на кормовой кромке поверхности второго стеноза, имеет форму, близкую к форме, характерной для течения в канале без стенозов (профиль Пуазейля). В дополнение к этому следует также сказать, что форма профиля скорости во входном сечении не зависит от времени. А форма профиля скорости в выходном сечении не существенно изменяется в центральной области струи, т.е. имеет весьма малую нестационарную составляющую, появление которой обусловлено медленными изменениями направления движения струи, о котором мы говорили уже выше.

Увеличим скорость потока до $V_1 = 0.9$ м/с ($Re_L = 3132$) и обратимся к результатам расчета картин линий тока и поля завихренности, представленным на рис. 3, а,б. Как хорошо видно, при такой скорости потока эти картины существенно отличаются от соответствующих картин для скорости потока $V_1 = 0.6$, которые мы рассмотрели чуть выше. Теперь энергии в канале обратной связи оказывается вполне достаточно, чтобы влиять на форму струи (см. картину линий тока) и на сдвиговый слой (см. картину поля завихренности). Здесь, начиная примерно с середины межстенного пространства, струя приобретает извилистый характер, а в сдвиговых слоях образуется характерная последовательность вихрей. При этом

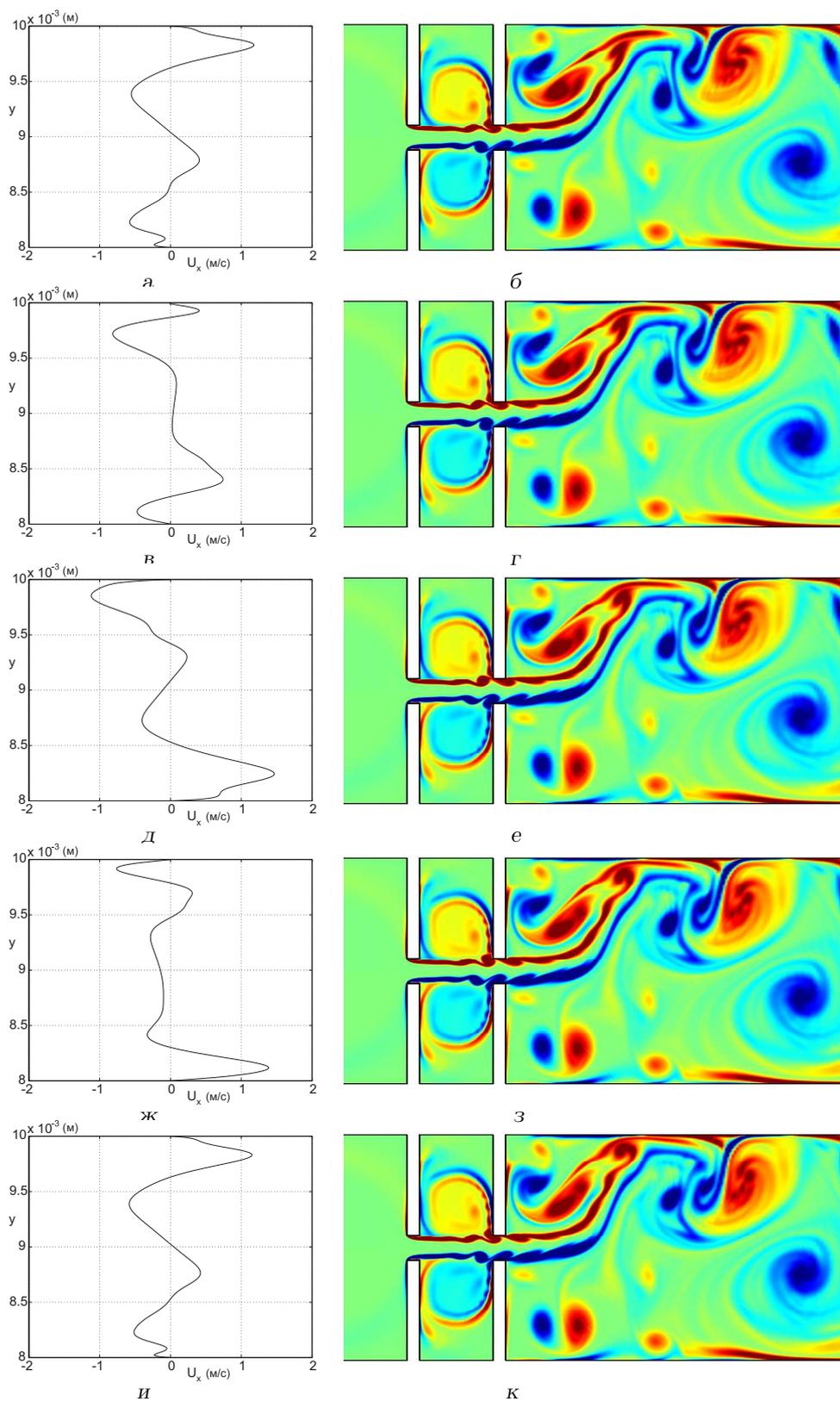


Рис. 4. Течение при $V_1 = 0.9$ м/с ($Re_L = 3132$),
 левая колонка – осциллирующая часть профиля скорости V_x в сечении S_2 ,
 правая колонка – поле завихренности:
 а, б – момент времени $t = 0$, в, г – $t = T/4$, д, е – $t = T/2$, ж, з – $t = 3T/4$, и, к – $t = T$, где T - период колебаний

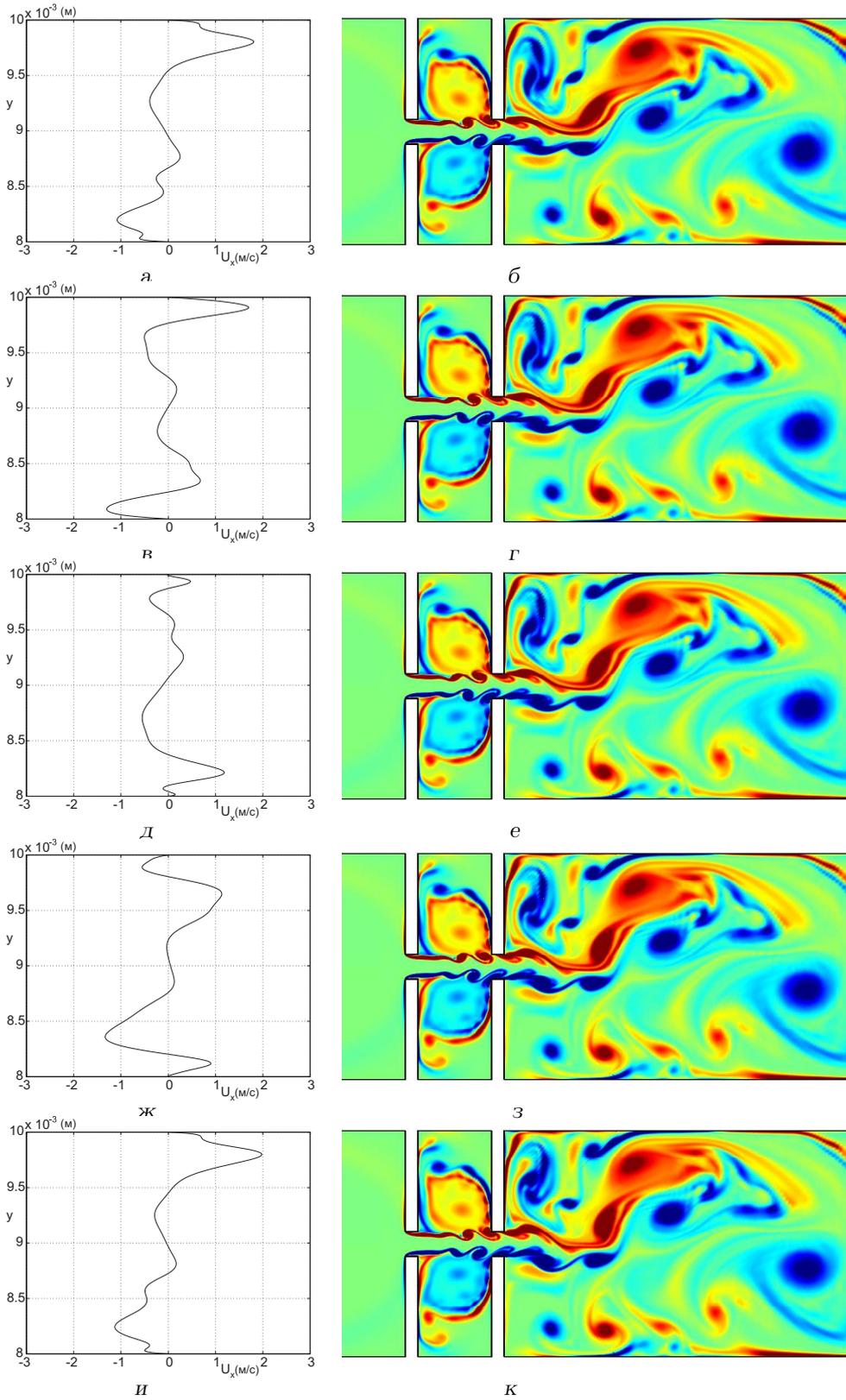


Рис. 5. Течение при $V_1 = 1.2$ м/с ($Re_L = 4176$),
 левая колонка – осциллирующая часть профиля скорости V_x в сечении S_2 ,
 правая колонка – поле завихренности:
 а, б – момент времени $t = 0$, в, г – $t = T/4$, д, е – $t = T/2$, ж, з – $t = 3T/4$, и, к – $t = T$

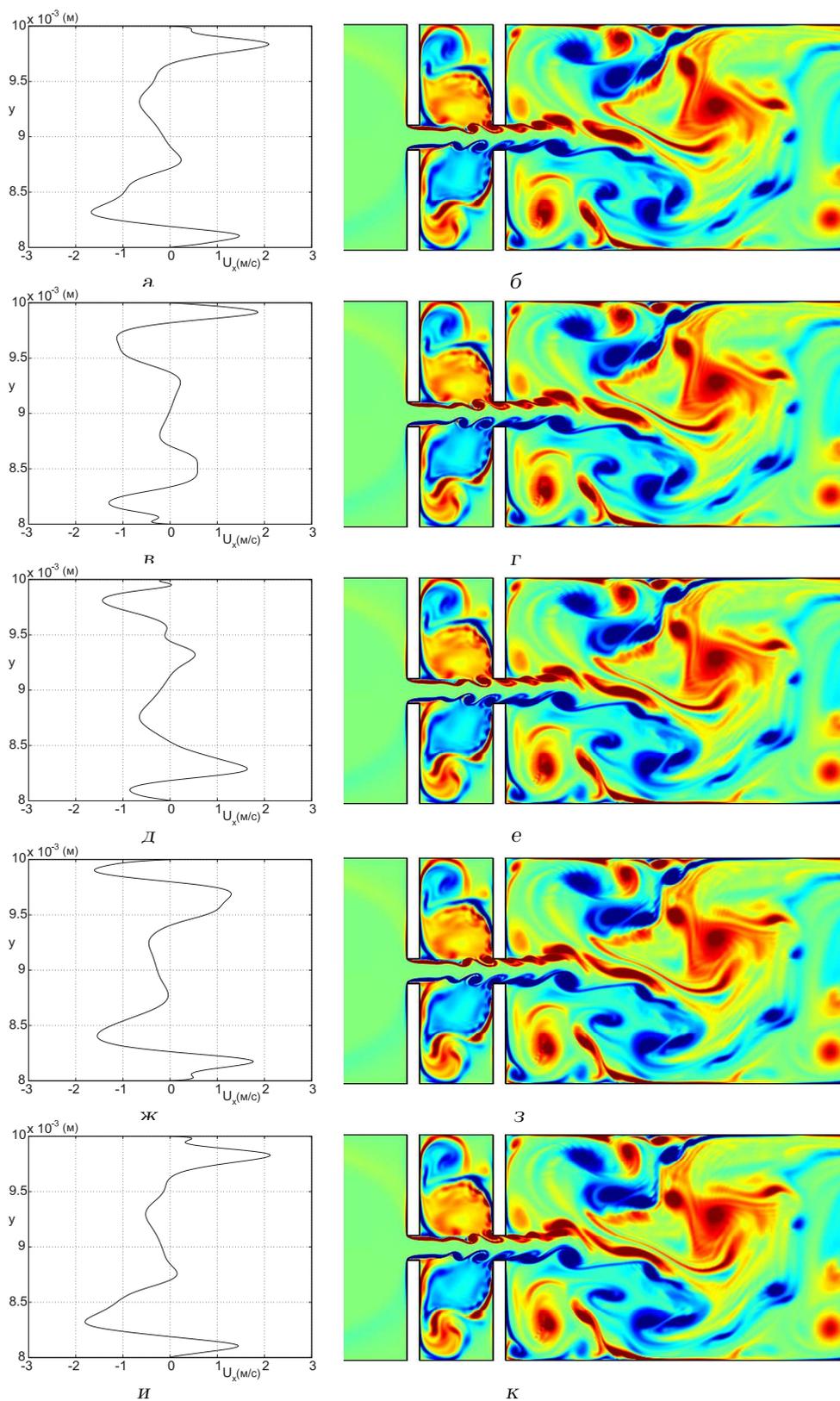


Рис. 6. Течение при $V_1 = 1.8$ м/с ($Re_L = 6264$),
 левая колонка – осциллирующая часть профиля скорости V_x в сечении S_2 ,
 правая колонка – поле завихренности:
 а, б – момент времени $t = 0$, в, г – $t = T/4$, д, е – $t = T/2$, ж, з – $t = 3T/4$, у, κ – $t = T$

ряды вихрей в верхнем и нижнем сдвиговых слоях располагаются относительно друг друга в шахматном порядке. Набегая на отверстие второго стеноза, эти ряды вихрей вызывают несимметричные (относительно оси струи) колебания вертикального профиля скорости в выходном сечении S_2 , в то время как профиль скорости во входном сечении S_1 остается постоянным и не зависящим от времени (см. рис. 3, в, г). Что касается больших слоистых вихрей, образующихся в нишах и являющихся по-сути каналом обратной связи, то теперь их слои имеют не сплошной характер, а прерывистый (сравни рис. 2, б и рис. 3, б), что обусловлено наличием вихрей в сдвиговых слоях на поверхностях струи.

Естественно возникает вопрос: являются ли колебания профиля скорости в сечении S_2 периодическими? Чтобы ответить на него, мы исследовали зависимость изменения профиля скорости от времени, и оказалось, что в определенном диапазоне скоростей V_1 эти колебания носят ярко выраженный периодический характер и антисимметричны относительно оси струи. Таким образом, в рассматриваемой гидродинамической системе действительно могут возникать автоколебательные явления. С целью иллюстрации этих явлений на рис. 4–6 приведены данные, которые показывают, как в течение одного периода T процесса автоколебаний в системе изменяются картины поля завихренности и осциллирующие части профилей скорости V_x в выходном сечении S_2 . Заметим, что при разложении величины V_x в ряд Фурье по времени стационарная (не зависящая от времени) часть профиля скорости описывается нулевым членом ряда, а осциллирующая часть, которая и будет прежде всего нас интересовать, суммой остальных членов ряда.

Анализируя данные, приведенные на рис. 2–6, можно отметить ряд важных свойств, присущих рассматриваемой гидродинамической системе. Во-первых, автоколебания в системе возникают только после достижения некоторой пороговой скорости потока, что в общем типично для всех гидроаэродинамических систем, в которых наблюдаются автоколебания. Самым давним и хорошо известным классическим примером является обтекание потоком жесткого цилиндра, вокруг которого возникают автоколебания среды, начиная примерно со значений чисел Рейнольдса $Re \approx 50$ [25]. В нашей системе автоколебания начинают возникать при значениях Рейнольдса Re_L , лежащих между 2088 и 3132. Во-вторых, период автоколебаний уменьшается с ростом скорости потока. Действительно, при скорости потока $V_1 = 0.9$ м/с пе-

риод автоколебаний составляет $T = 2.77 \cdot 10^{-4}$ с (число Струхала $St = L_4/(V_2 T) = 2.58$). При $V_1 = 1.2$ м/с величина $T = 1.94 \cdot 10^{-4}$ с ($St = 2.77$), а при $V_1 = 1.8$ м/с $T = 1.16 \cdot 10^{-4}$ с ($St = 3.08$). Такая закономерность объясняется тем обстоятельством, что расстояние между соседними вихрями в каждом из сдвиговых слоев слабо зависит от скорости струи в межстенном пространстве. Поэтому увеличение скорости потока приводит к тому, что вихри чаще сталкиваются с отверстием второго стеноза и, следовательно, колебания профиля скорости в сечении S_2 происходят быстрее. В-третьих, с ростом скорости потока также растет амплитуда колебаний профиля скорости, что вполне естественно, поскольку растет кинетическая энергия потока. В-четвертых, точка, где начинают сворачиваться вихри в сдвиговых слоях, имеет тенденцию смещаться ближе к первому стенозу с увеличением скорости потока. Дальнейшее увеличение скорости до $V_1 = 2.4$ м/с ($Re_L = 8352$) приводит к тому, что точка сворачивания вихрей в сдвиговом слое смещается к задней кромке отверстия первого стеноза. А отрыв пограничного слоя, который образуется на фронтальной поверхности первого стеноза, происходит уже на передней кромке. Вследствие этого увеличивается число вихрей, которые умещаются между стенозами, а размеры вихрей и расстояния между соседними вихрями заметно уменьшаются. Период колебаний профиля скорости в сечении S_2 уменьшается до $T = 0.72 \cdot 10^{-4}$ с, а число Струхала принимает значение $St = 3.73$. Также следует отметить, что при больших скоростях струя в области между стенозами не успевает расширяться настолько, чтобы занять полностью отверстие второго стеноза. Поэтому направление движения струи в канале после второго стеноза оказывает влияние и на направление струи в области между стенозами. На рис. 7 (левая колонка) видно, что струя прижата к нижней половине второго стеноза. Поэтому вихри в нижнем сдвиговом слое большей частью срезаются нижней кромкой отверстия второго стеноза и могут попасть в нижнюю нишу, в то время как вихри верхнего сдвигового слоя практически полностью проскакивают в отверстие второго стеноза. Эта картина меняется на противоположную, когда меняется направление движения струи в канале после стенозов, т.е. когда струя в этой части канала под действием образующихся там вихревых структур движется вверх.

При дальнейшем увеличении скорости потока описанные выше закономерности движения потока в межстенной области могут не сохраняться. Характер движения потока может оказаться не

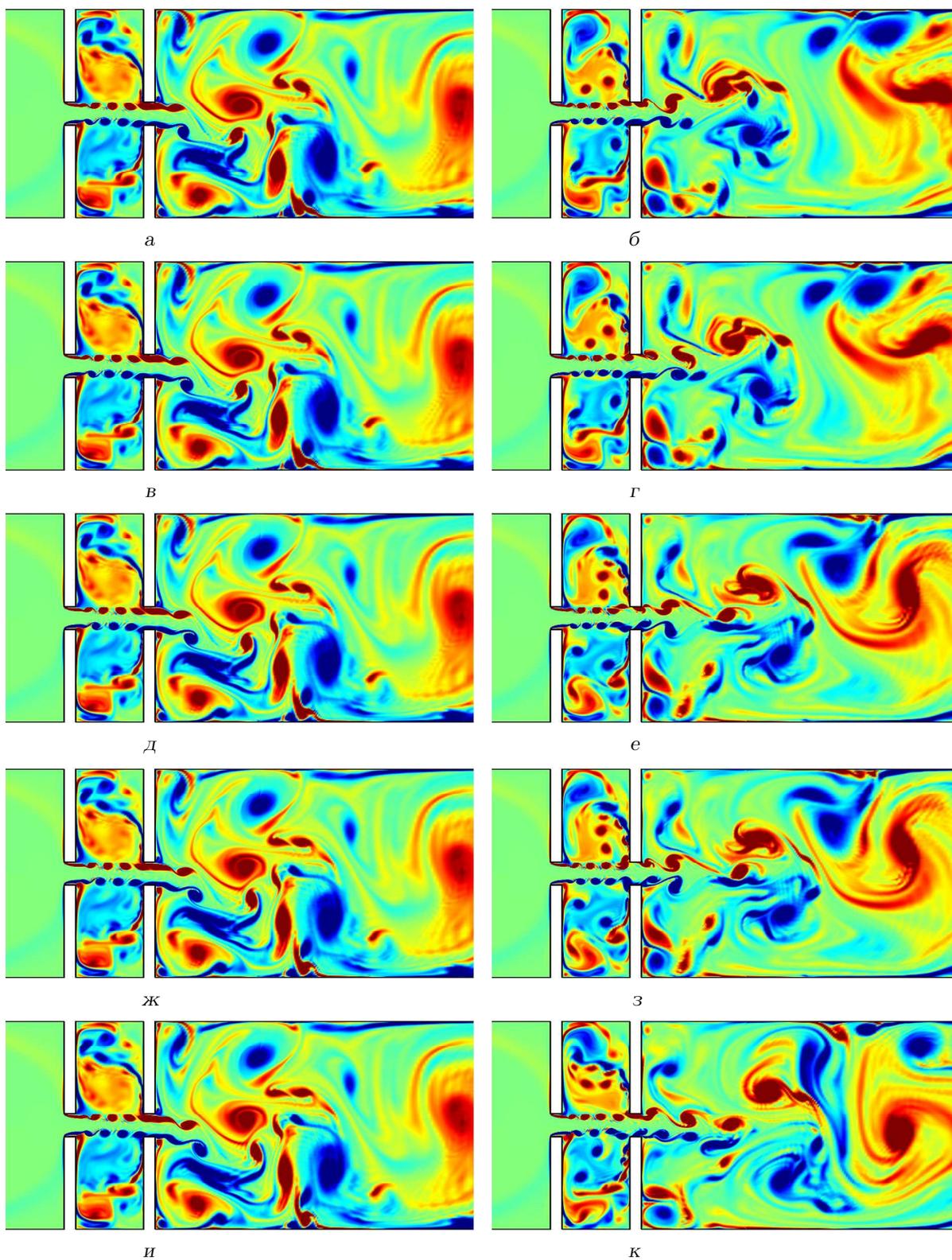


Рис. 7. Левая колонка – течение при $V_1 = 2.4$ м/с ($Re_L = 8352$):
 а – момент времени $t = 0$, в – $t = T/4$, д – $t = T/2$, ж – $t = 3T/4$, и – $t = T$
 правая колонка – течение при $V_1 = 3$ м/с ($Re_L = 10440$):
 б, г – вихри расположены в шахматном порядке, е, з – чехарда, к – несимметричный случай чехарды

стабільним і приймати декілька режимів, чергуються во часі. В якості ілюстрації таких явищ в правій колонці рис. 7 представлено поле завихренності при $V_1 = 3$ м/с ($Re_L = 10440$) в різні моменти часу, які відповідають різним режимам руху потоку в міжстеннозному просторі.

Наприклад, на рис. 7, б видно, як більша частина верхнього вихря сікається передньою кромкою другого стеноза і потрапляє в верхню нішу і лише невелика його частина проскакує в отвір другого стеноза. Ідущий за ним верхній вихрь, навпаки, майже повністю проскакує в отвір стеноза (рис. 7, г). На рис. 7, е, з видно початкову і кінцеву стадії проскакування наступної вихревої пари всередині попередньої. Це явище добре відомо в гідромеханіці і носить назву "вихрева чехарда". В результаті цієї "чехарди" та пара вихрей, яка проскочила всередині, далі одразу потрапляє в отвір стеноза. А зовнішня пара розсіюється і потрапляє в нішу.

На рис. 7, к представлено несиметричний випадок "чехарди", що відбувається тільки на нижньому вихревому ряду.

В висновок необхідно зауважити наступне. Дослідження коливань середовища в отвірі другого стеноза ми провели на основі використання моделі несжимаємої рідини, в якій принципово не можуть поширюватися звукові хвилі. Реальні середовища, звичайно, мають певну стисливість. В зв'язі з цим можна передбачити (і досвід підтверджує це), що для реальних середовищ особливості руху в розглянутому каналі будуть мати таку ж характер, як і для випадку несжимаємої рідини. Тоді коливання швидкості в отвірі другого стеноза можуть стати джерелом звукових коливань, поширюючись в каналі.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Проведено пряме чисельне моделювання течії в'язкої несжимаємої рідини в плоскому каналі при наявності наступних один за одним двох стенозів. Отримано картини полів ліній тиску і завихренності і на цій основі проаналізовані особливості руху середовища в таких каналах в залежності від швидкості потоку.

2. Встановлено, що при відносно малих числах Рейнольдса ($Re_L \leq 2088$) течія рідини в області між стенозами стаціонарно і характеризується наявністю в міжстеннозній області швидкісної струї, витікаєщої з входного отвіря першого стеноза і втекаєщої в отвір

другого стеноза. При цьому на поверхностях струї з'являються стійкі сдвигові шари, утворені зближеними з передньою кромкою отвіря першого стеноза межовими шарами. Сдвигові шари розщеплюються передніми кромками другого стеноза, внаслідок чого в нішах (вище і нижче струї) з'являються циркуляційні рухи середовища, які переносять частину кінетичної енергії струї назад до кореня струї. Цей перенос енергії можна інтерпретувати як гідродинамічний канал зворотного зв'язку, що викликає автоколибання в розглянутої системі.

3. Показано, що при збільшенні числа Рейнольдса, коли енергія в каналі зворотного зв'язку стає достатньою, циркуляційні рухи в нішах починають впливати на сдвигові шари, в результаті чого вони втрачають стійкість. Втрата стійкості призводить до запуску процесу утворення в кожному з сдвигових шарів послідовного ряду вихрей, які розташовані відносно один одного в шахматному порядку. Наближаючись до отвіря другого стеноза, ці вихри викликають періодичні антисиметричні колибання в ньому профіля швидкості.

4. Встановлено, що період коливань профіля швидкості на виході з отвіря другого стеноза закономірно зменшується з ростом швидкості потоку.

5. Виявлено, що при відносно високих швидкостях потоку ($Re_L \geq 10440$) періодичний характер течії порушується. Автоколибання в системі перестають бути строго періодичними, т.е. мають одну характерну частоту. При цьому спостерігаються різні режими течії, які довільно перемикаються між собою. В результаті цього автоколибання по-видимому будуть характеризуватися не однією частотою, а рядом частот.

6. Автоколибання профіля швидкості в отвірі другого стеноза в принципі можуть слугувати джерелом звукових коливань в каналі.

1. Стретт Дж. В. (Лорд Рэлей) Теорія звуку. Т.2.– М.: Гос. Изд. Техніко-теоретич. лит., 1955.– 474 с.
2. Hardin J. C., Pope D. S. Sound generation by a stenosis in a pipe // AIAA Journal.– 1992.– 30.– P. 312–317.
3. Abdallah S. A., Hvang N. H. C. Arterial stenosis murmurs: an analysis of flow and pressure fields // J. Acoust. Soc. Amer.– 1988.– 83.– P. 318–334.
4. Rockwell D., Schachenmann A. Self-generation of organized waves in an impinging turbulent jet at low

- Mach number // *J. Fluid. Mech.*–1982.– **117**.– P. 425–441.
5. Hourigan K., Welsh M. C., Thompson M. C., Stokes A. N. Aerodynamic sources of acoustic resonance in a duct with baffles // *J. Fluids and Structures*.– 1990.– **4**.– P. 345–370.
 6. Chanaud R. C., Powel A. Some experiments concerning the hole and ring tone // *J. Acoust. Soc. Amer.*–1965.– **37**.– P. 902–911.
 7. Wilson T. A., Beavers G. S., DeCoster M. A., Holger D. K., Regenfuss M. D. Experiments on the fluid mechanics of whistling // *J. Acoust. Soc. Amer.*–1970.– **50**.– P. 366–372.
 8. Borisyuk A. O. Noise field in the human chest due to turbulent flow in a larger blood vessel // *Flow, Turbul. Combust.*– 1999.– **61**.– P. 269–284.
 9. Басовский В. Г., Вовк И. В., Вовк О. И. О возможности генерирования тональных звуковых колебаний потоком воздуха в бронхах со стенозом // *Акуст. вісн.*– 2003.– **6**, N 1.– С. 3–21.
 10. Приходько А.А., Редчиц Д. А. Численное моделирование нестационарного течения в следе за цилиндром на основе уравнений Навье-Стокса // *Прикл. гідромех.*– 2005.– **7**, N 1.– С. 56–71.
 11. OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox (электронный ресурс). Режим доступа: <http://www.opencfd.co.uk/openfoam/>
 12. Weller H. G., Tabor G., Jasak H., Fureby C. A tensorial approach to computational continuum mechanics using object-oriented techniques // *Comp. in Phys.*– 1998.– **12**.– P. 620–631.
 13. Jasak, H. Error analysis and estimation for the finite volume method with applications to fluid flows. PhD Thesis.– London: Imperial College, 1996.– 394 p.
 14. Sweby P. K. High resolution schemes using flux limiters for hyperbolic conservation laws // *J. Numer. Anal.*– 1984.– **21**.– P. 995–1011.
 15. Barrett R., Berry M., Chan T.F. et al. Templates for the solution of linear systems: Building blocks for iterative methods, 2nd Edition.– Philadelphia: SIAM, 1994.– 107 p.
 16. Issa R. I. Solution of implicitly discretised fluid flow equations by operator-splitting // *J. Comput. Phys.*–1986.– **62**.– P. 40–65.
 17. Роуч П. Вычислительная гидродинамика.– М: Мир, 1980.– 612 с.
 18. Ferziger J.H., Peric M. Computational methods for fluid dynamics, 3rd rev. ed. .– Berlin: Springer, 2002.– 424 p.
 19. Versteeg H.K., Malalasekera W. An introduction to computational fluid dynamics. The finite volume method.– New York: Longman, 1995.– 258 p.
 20. Андерсон Д., Таннехилл Дж., Плетчер Р. Вычислительная гидромеханика и теплообмен, Т.2.– М: Мир, 1990.– 392 с.
 21. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости.– М: Энергоатомиздат, 1984.– 152 с.
 22. Hirsch, C. Numerical computation of internal and external flows.– Oxford: Butterworth-Heinemann, 2007.– 656 p.
 23. Харкевич А.А. Автоколебания .– М: Гос.изд.техн.-теор.лит., 1954.– 170 с.
 24. Ланда П.С. Нелинейные колебания и волны .– М: Наука, 1997.– 495 с.
 25. Etkin B., Korbacher G. K., Keefe R.T. Acoustic radiation from a stationary cylinder in a fluid stream // *J. Acoust. Soc. Amer.*– 1957.– **29**, N 1.– P. 30–36.