

УДК 532.526.10

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОГО ТУРБУЛЕНТНОГО ТЕЧЕНИЯ С ОТРЫВОМ НАД ВПАДИНОЙ И ВНУТРИ ВПАДИНЫ

В. Г. КУЗЬМЕНКО

Институт гидромеханики НАН Украины, Киев

Получено 27.06.2008 ◊ Пересмотрено 11.05.2009

Трехмерный турбулентный поток несжимаемой жидкости над и внутри прямоугольной двумерной впадины в канале численно исследуется с применением LES-технологии и пристенной модели. Отношение длины к ширине впадины равно 2, число Рейнольдса для впадины 3360 и число Рейнольдса на “входе” 20450 для турбулентного пограничного слоя. Крупномасштабное поле течения получается путем прямого интегрирования фильтрованных трехмерных нестационарных уравнений Навье-Стокса для несжимаемой жидкости с помощью конечно-разностного метода. Маломасштабные движения параметризованы посредством динамической “смешанной” модели. Число использованных сеточных узлов составляет 2192103. Численное моделирование выполнено для того, чтобы изучить среднюю скорость, фазово-осредненную скорость, турбулентные напряжения, кинетическую энергию турбулентности и подсчетные эффекты. Согласно вычисленных профилей средней скорости и турбулентных статистик с экспериментальными данными является хорошим.

Тривимірний турбулентний потік нестисливої рідини над та всередині прямокутної двохвимірної западини в каналі чисельно досліджується за допомогою LES-технології та пристінної моделі. Співвідношення довжини до ширини западини становить 2, число Рейнольдса для западини дорівнює 3360 та число Рейнольдса на “вході” є 20450 для турбулентного пограничного шару. Великомасштабне поле течії одержується шляхом прямого інтегрування фільтрованих тривимірних нестационарних рівнянь Нав’є-Стокса для нестисливої рідини, використовуючи кінцево-різницевий метод. Маломасштабні рухи параметризовані за допомогою динамічної “змішаної” моделі. Число використаних сіткових вузлів є 2192103. Чисельне моделювання виконано для того, щоб вивчити середню швидкість, фазово-осереднену швидкість, турбулентні напруги, кінетичну енергію турбулентності та підсіткові ефекти. Узгодженість обчислених профілів середньої швидкості і турбулентних статистик з експериментальними результатами є доброю.

The three-dimensional turbulent incompressible flow over a rectangular two-dimensional cavity in a channel is investigated using LES-technique and wall model. The aspect ratio (length/depth) of the cavity is 2, cavity Reynolds number of 3360 and inflow Reynolds number of 20450 for turbulent boundary layer. The large-scale flow field has been obtained by directly integrating the filtered three-dimensional time-dependent incompressible Navier-Stokes equations using a finite-difference method. The small-scale motions were parametrized by dynamic subgrid-scale mixed model. The number of grid points used in the numerical method was 2192103. The simulation were performed to study the mean velocity, phase-averaged velocity, the turbulent stresses, the turbulence kinetic energy and subgrid-scale-model effect. There is good agreement between the computer mean-velocity profiles, turbulence statistics and experimental data.

ВВЕДЕНИЕ

Изучению течений в каналах со впадиной посвящено немалое количество исследований [1–8, 23]. Физическая картина отрывных потоков в канале со впадиной сложна и разнообразна, потому что она зависит от многих условий и геометрических параметров: жидкость несжимаемая или сжимаемая; режим течения перед впадиной ламинарный или турбулентный; величина отношения толщины пограничного слоя в канале к глубине впадины; от числа Рейнольдса основного течения; ширины канала; отношения длины впадины к ее глубине. Главная особенность таких течений – присутствие сложного механизма, который состоит из порождения вихрей на переднем верхнем угле впадины вследствие неустойчивостей, их переносом и столкновением на вершине заднего верхнего угла. Это ведет к введению пятен завихренности внутрь впадины неустановившимся способом. Сильные колебания развиваются в окрестности переднего верхне-

го угла впадины из-за его взаимодействия с этими пятнами завихренностями. Такие взаимодействия бывают квазирегулярными в случае входящего ламинарного пограничного слоя и довольно случайными для высоко турбулентного поступающего потока, особенно если толщина входящего пограничного слоя большая. В понимание такой картины течения внесли определенный вклад экспериментальные работы [1, 5–8].

Большинство исследователей потоков во впадине (особенно те, в которых использовались методы прямого численного моделирования DNS и моделирование крупных вихрей LES) сосредоточили свое внимание на сжимаемом случае (подзвуковые и сверхзвуковые режимы) с ламинарным или, в случае LES, относительно тонким турбулентным пограничным слоем [2–4].

Малоизученным случаем течения в канале со впадиной есть такая конфигурация потока, в которой жидкость несжимаема, канал широкий, входящий поток турбулентный с толстым пограни-

чным слоем, прямоугольная впадина с отношением длина/глубина, равным 2. Для несжимаемой жидкости в ламинарном режиме проведено двумерное DNS [1], чтобы изучить сцепление между сдвиговым слоем и рециркуляционным течением в двумерной впадине. В работах [9, 23] применена LES-технология для течений несжимаемой жидкости (при умеренных числах Рейнольдса) в канале с наличием впадины, причем поток перед впадиной турбулентный.

В случае турбулентных течений у стенки (при числах Рейнольдса основного потока больших чем $2 \cdot 10^4$) необходимо дополнять классический LES-подход пристенной моделью для вязкого и переходного подслоя. Вид пристенной модели, в первую очередь, зависит от того, где расположен параллельный и ближайший к стенке слой узлов расчетной сетки (в вязком, переходном или турбулентном подслое) [10–13, 16–17, 29–30, 32]. Это позволяет использовать модернизированную LES-технология, где идеологически заложена возможность расчета при любых больших числах Рейнольдса.

Для конфигурации течения, соответствующей экспериментальной работе [1] ($Re=3360$; длина впадины равна удвоенной глубине), в [9] проведены вычисления на основе LES-подхода с полуневязной разностной схемой в большой вычислительной зоне (область перед, над и за впадиной; от одной стенки канала до другой) с переменными шагами сетки и условием прилипания на стенках на компьютере с быстродействием около 20 ГГц. Входные граничные условия определяются простым предварительным расчетом турбулентного течения в канале без впадины методом установления по времени с периодическими граничными условиями по продольной координате и произвольными начальными условиями. Такой метод установления по времени в [9] может сходиться бесконечно долго, а может и не сойтись. Вызывает много вопросов правомерность применения в [9] переменных пространственных шагов (различных по всем трем координатам; отношение максимального значения к минимальному больше 50) в рамках классической LES-технологии при использовании динамической подсеточной модели вихревой вязкости.

В настоящее время в мировой литературе не обнаружено корректного вывода динамической процедуры вычисления подсеточного коэффициента при использовании переменного размера ширины фильтра вдоль пространственной координаты. Достигнут лишь некоторый прогресс в этом направлении. В работе [41] допускается реализа-

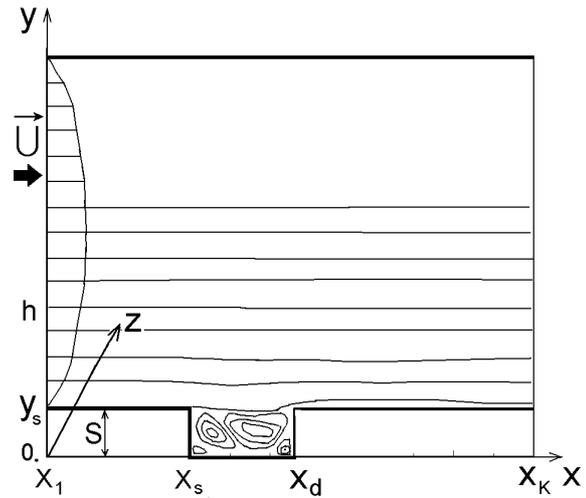


Рис. 1. Принципиальная схема течения над впадиной и внутри нее в канале, принятая система координат $Oxyz$ и изолинии средней скорости

ция динамической процедуры в подсеточной модели вихревой вязкости при использовании не равных друг другу x, y, z -размеров ширины фильтра, но с условием, что ширина фильтра имеет постоянную величину вдоль каждой пространственной координаты.

Эффективным методом для проведения расчета турбулентного течения в канале и во впадине (с конфигурацией течения [1]), при сохранении высокой разрешающей сеточной способности, есть усечение большой вычислительной области, корректное задание граничных условий для новой расчетной зоны, правильный выбор пристенной модели.

Целью настоящей работы является создание численного алгоритма решения задачи об отрывном течении вокруг впадины (при первоначальном турбулентном пограничном слое несжимаемой жидкости) в расширенном диапазоне чисел Рейнольдса на основе модернизированной LES-технологии, которая использует пристенное моделирование.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

1. Турбулентный поток вязкой несжимаемой жидкости с постоянными свойствами при отсутствии внешних массовых сил течет в канале с впадиной (на нижней стенке канала) на участке $X_1 \leq X \leq X_k$; максимальная скорость U_0 ; средняя скорость по входному сечению U_b ; высота канала h , равная $6S$; глубина впадины S ; ее длина $2S$; стенки ка-

нала имеют пренебрежимо малую шероховатость (принципиальная схема течения на рис. 1).

2. Исследуется трехмерное турбулентное течение при числе Рейнольдса $Re=U_b S/\nu=3360$ для впадины, числе Рейнольдса канала $Re_h=U_b h/\nu=20450$ и $Re_\delta=U_b \delta/\nu=8382$ для турбулентного пограничного слоя в $X=X_1$.

3. Задача рассматривается в конечной трехмерной вычислительной области с заданными граничными условиями.

4. Все параметры и уравнения представлены в безразмерном виде.

Уравнения движения вязкой несжимаемой жидкости представим в виде безразмерных фильтрованных уравнений Навье-Стокса [14–17]:

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial(\tilde{u}_i \tilde{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 \tilde{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}; \quad (1)$$

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_i} = 0,$$

где $\tilde{u}_1, \tilde{u}_2, \tilde{u}_3$ или $\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{w}$ – фильтрованные компоненты вектора скорости вдоль координатных осей x, y, z ; P – обобщенное фильтрованное давление; τ_{ij} и P пронормированы на плотность несжимаемой жидкости, все переменные безразмерены с помощью величин S и U_b . Из уравнения неразрывности и уравнений движения выводится уравнение Пуассона для вычисления давления P . Тензор подсеточных напряжений τ_{ij} параметризуется на основе однопараметрической динамической смешанной подсеточной модели [10]:

$$\tau_{ij} = -2C_V \tilde{\Delta}^2 | \tilde{S} | \tilde{S}_{ij} + (\tilde{e}_{ij} - \tilde{u}_i \tilde{u}_j),$$

где $e_{ij} = \tilde{u}_i \tilde{u}_j$. Коэффициент C_V определяется с помощью динамической процедуры [17, 33]. Операция фильтрования представлена в [14–17]. Необходимо отметить, что в вязком и переходном подслоях пристенные эффекты (в том числе и в зоне отрыва турбулентного течения) учитывает также и динамическая смешанная подсеточная модель [10] с расчетным коэффициентом $C_V(x, y)$. Эта подсеточная модель осуществляет корректный энергообмен между различными масштабами вихрей в вязком, переходном и турбулентном подслое в рамках LES-подхода. Модель [10] тестирована с учетом турбулентного рециркуляционного течения при изучении потока за обратным уступом [33].

2. ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ

Для обеспечения необходимой точности расчетов в рамках LES-технологии при ограниченной

мощности персонального компьютера в нашей работе используется экономичная вычислительная область D . Каждое из уравнений (1) дискретизируется на прямоугольной расчетной сетке с шагом $\tilde{\Delta}_S$ в $D = \{x_1 \leq x \leq x_k; y_s \leq y \leq y_k$ и $\{x_s \leq x \leq x_d; 0 \leq y \leq y_s; 0 \leq z \leq z_k\}$, где $z_k=3; x_k=x_1+9; y_k=3.5; y_s=1; x_1=0; x_s=x_1+3; x_d=x_s+2$. В вычислительном методе используется $\{N_x; N_y; N_z\}=\{289; 71; 97\}+\{65; 33; 97\}$ сеточных точек.

Граничные условия имеют следующий вид:

1) условие на входе в расчетную область $x=x_1; 0 \leq z \leq z_k; y_s \leq y \leq y_k$:

$$\tilde{u} = U_{ct}(y, t) + \tilde{u}_p; \quad \tilde{v} = V_{ct}(y, t) + \tilde{v}_p;$$

$$\tilde{w} = \tilde{w}_p;$$

2) на выходе из расчетной области $x=x_k; 0 \leq z \leq z_k; y_s \leq y \leq y_k$:

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial t} + \tilde{U}_{conv} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial \tilde{v}}{\partial t} + \tilde{U}_{conv} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x} = 0;$$

$$\frac{\partial \tilde{w}}{\partial t} + \tilde{U}_{conv} \frac{\partial \tilde{w}}{\partial x} = 0;$$

3)–5) приближенные граничные условия на стенках $\{y = y_s; x_1 \leq x \leq x_s\}; \{y = y_s; x_d \leq x \leq x_k\}; \{y = 0; x_s \leq x \leq x_d\}$ (для $0 \leq z \leq z_k$):

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial y} = \frac{\tilde{u}(x, y_e, z, t) c_f(x) Re_a}{\langle \tilde{u}(x, y_e, z, t) \rangle}; \quad \tilde{v} = 0;$$

$$\frac{\partial \tilde{w}}{\partial y} = \frac{\tilde{w}(x, y_e, z, t) c_f(x) Re_a}{\langle \tilde{u}(x, y_e, z, t) \rangle},$$

6) $y=y_k; 0 \leq z \leq z_k; x_1 < x < x_k$:

$$\tilde{u} = U_{cb}(x, t); \quad \tilde{v} = V_{cb}(x, t); \quad \tilde{w} = 0;$$

7)–8) приближенные граничные условия на стенках $x=x_s$ и $x=x_d$; при $0 \leq y \leq y_s; 0 \leq z \leq z_k$:

$$\frac{\partial \tilde{v}}{\partial x} = \frac{\tilde{v}(x_e, y, z, t) c_{fn}(y) Re_a}{\langle \tilde{v}(x_e, y, z, t) \rangle}; \quad \tilde{u} = 0;$$

$$\frac{\partial \tilde{w}}{\partial x} = \frac{\tilde{w}(x_e, y, z, t) c_{fn}(y) Re_a}{\langle \tilde{v}(x_e, y, z, t) \rangle}$$

9)–10) периодическое граничное условие $z=0; z=z_k; 0 < y < y_k; x_1 < x < x_k$:

$$\tilde{u}_i(x, y, z_k, t) = \tilde{u}_i(x, y, 0, t).$$

Скорость конвективного переноса \tilde{U}_{conv} на выходе из вычислительной области равна \tilde{u} при $x=x_k$ на предыдущем шаге по времени.

На верхней границе вычислительной области нефильТРованные пульсации компонент скорости моделируем так: $u_p(x)=u_p(x_1)$; $v_p(x)=v_p(x_1)$; $w_p(x)=w_p(x_1)$. Распределение величины $U_{cb}(x, t)$ установлено на основе экспериментальной работы [1] и аппроксимируется следующей формулой на участке $x_1 \leq x \leq x_k$:

$$U_{cb}(x, t) = U_{ct}(y_k, t).$$

V_{cb} вычисляется из уравнения неразрывности. Используя экспериментальные работы [1, 23, 31], полагаем, что на верхней грани вычислительной области $y=y_k$ справедливо $\partial P/\partial x = -2u_*^2$ и давление определяется так:

$$P(x, y_k, z, t) = P(x_1, y_k, z, t) + \frac{\partial P}{\partial x}(x - x_1).$$

В численном алгоритме принято $P(x_1, y_k, z, t)=1$.

3. ПРИСТЕННАЯ МОДЕЛЬ

Применение LES-технологии с выбранным шагом расчетной сетки в сравнении с масштабом Колмогорова (масштабом длины вязкой диссипации) не позволяет использовать граничное условие “прилипания” на стенке: $\tilde{u}=\tilde{v}=\tilde{w}=0$, согласно [10–12, 29–30]. Это вызвано тем, что решение фильтрованных уравнений Навье-Стокса с граничным условием “прилипания” на стенке дает неправильные результаты в вязком и переходном подслое турбулентного пограничного слоя. В нашем случае (несмотря на то, что ближайший к стенке слой узлов сетки находится в вязком подслое $y_2^+ \sim 5$) мы все же не можем использовать условие “прилипания” на стенке, поскольку на основе работ [2–4, 10–13, 24, 29–30] установлено требование для этого граничного условия: $y_2^+ < 0.3$.

При расчете турбулентного течения в качестве пристенной модели используем приближенные граничные условия на стенке для локальных компонент скорости [16, 17] в модифицированном виде на горизонтальных стенках:

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial y} = \frac{\tilde{u}(x, y_e, z, t)c_f(x)Re_a}{\langle \tilde{u}(x, y_e, z, t) \rangle}; \quad \tilde{v} = 0;$$

$$\frac{\partial \tilde{w}}{\partial y} = \frac{\tilde{w}(x, y_e, z, t)c_f(x)Re_a}{\langle \tilde{u}(x, y_e, z, t) \rangle},$$

где $\langle . \rangle$ – осреднение по координате z ; величина y_e (равна шагу сетки $\tilde{\Delta}_S$) выбирается в представленной LES-технологии таким образом, что на протяжении всей вычислительной области она располагается только в вязком подслое; коэффициент поверхностного трения $c_f(x)$ вычисляется на

основе подхода [24], но с учетом изменения скорости и давления вдоль z -координаты:

$$C_g(x, z) = \frac{4\tilde{u}_g}{y_e Re} - \frac{\partial P}{\partial x} \frac{2y_e}{3};$$

$$f(x) = \langle C_g(x, z) \rangle,$$

где \tilde{u}_g – скорость в центре ячейки (рассматриваемые ячейки расположены между слоем узлов сетки на стенке и соседним горизонтальным слоем). Вблизи вертикальных стенок впадины справедливо следующее:

$$C_{gn}(y, z) = \frac{4\tilde{v}_g}{x_e Re} - \frac{\partial P}{\partial y} \frac{2x_e}{3};$$

$$f_n(y) = \langle C_{gn}(y, z) \rangle, \quad x_e = \tilde{\Delta}_S.$$

В свою очередь, $Re_a=ReA_0$. Параметр A_0 определяется предварительным расчетом, используя данные для граничных условий на входе в расчетную область (в нашем случае $A_0=0.07$).

4. ВХОДНЫЕ ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ

В общем случае, входные граничные условия для нестационарных течений нельзя представить единственным образом, поскольку они изменяются в зависимости от физических условий вверх по потоку от рассматриваемой границы и зависят от решения в исследуемой вычислительной области. Поэтому в нашей работе при определенных допущениях в рамках модернизированного LES-подхода реализуется процедура численного генерирования поля скорости для входных граничных условий.

Экспериментально установленное в [1, 20, 21, 37–39] дискретное распределение осредненной продольной компоненты скорости $U_{cc}(y)$ турбулентного пограничного слоя на “входной” границе ($x=x_1$) аппроксимируем следующим образом (с учетом обозначений $Y^+=Y u_* Re_\delta$, $Y=(y - y_s)/(y_k - y_s)$). Изменение U_{cc} вдоль оси Oy на участке $0 \leq Y^+ \leq 13.2$ задается на основе эмпирической зависимости [20]:

$$U_{cc} = u_*[Y^+ - 0.0228(Y^+)^2],$$

а U_{cc} на участке $13.2 < Y^+ < 60$ вычисляется по следующей формуле [20]:

$$U_{cc} = u_*[2.5 \ln(Y^+) + 5.5 - 36.08/Y^+].$$

Изменение U_{cc} при $Y^+ \geq 60$ и $Y \leq \delta$ определяется как в [22]:

$$U_{cc} = \frac{u_*}{\kappa} \{ \ln(u_* Re_\delta Y / \delta) + \kappa C +$$

$$+[1 + 6\Pi](Y/\delta)^2 - [1 + 4\Pi](Y/\delta)^3\}, \quad (2)$$

где $C=5.2$; $\kappa=0.4$; $\Pi=0.55$. Из эксперимента [1] получаем: $\delta = 2.48$; $Re_\delta = 8382$; $u_* = 0.05$. Динамическая скорость u_* характерна для обтекания гидродинамически гладкой поверхности. В [1] установлено, что U_{cc} при $y=y_k$ равна средней скорости по “входному” сечению U_b . В нашей модели для безразмерной средней скорости справедливо $U_{cc}(y_k) = 1$. Вычисленное таким образом значение U_c полностью соответствует экспериментальному $U_c = \langle u(x_1, y, z, t) \rangle_{zt}$ из [1, 21, 31, 37–39].

В свою очередь, для полностью нестационарной постановки задачи полагаем:

$$U_{ct}(y, t) = U_{cc}(y)[1 + \phi_t].$$

Таким образом учитываются характерные особенности поля скорости, особенно в вязком и переходном (к турбулентному) подслоях, где наиболее значительны градиенты скорости и неравномерность их распределения в пространстве. Используются обобщенные знания из работ [1, 25–28] о вихревых наклонных структурах, участках замедленной и ускоренной жидкости. Функция ϕ_t моделирует в обобщенном виде нестационарный и относительно случайный характер вышеупомянутых вихревых структур:

$$\phi_t = \frac{0.05y_e^{1/7}}{Y^{1/7}} \cos\left(\frac{2\pi t}{L_a}\right).$$

Значения интегрального масштаба турбулентности L_a определяем на основе экспериментальных работ [1, 31] и теоретических обобщающих исследований [18, 19, 22] в виде

$$L_a(Y) = 0.5\{1 - (0.5Y - 1)^{2/3}\}.$$

V_{ct} вычисляется из уравнения неразрывности.

Нефильтрованные пульсации компонент мгновенной скорости на “входе” ($x=x_1$; $0 \leq z \leq z_k$; $y_s \leq y \leq y_k$) моделируем следующим образом:

$$u_p(x_1, y, z, t) = u_* a_1 \phi_t f_1(y) \phi_z;$$

$$v_p(x_1, y, z, t) = u_* a_2 \phi_t f_2(y) \phi_z;$$

$$w_p(x_1, y, z, t) = u_* a_3 \phi_t f_3(y) \phi_z,$$

где ϕ_z учитывает периодический характер пульсаций в однородном направлении z (суммарный вклад вихрей различных размеров на основе концепции каскадного процесса передачи турбулентной энергии от больших вихрей к меньшим)

в рамках конечно-разностной реализации поставленной краевой задачи:

$$\phi_z = \sum_{m=1}^{50} m^{-5/6} \sin\left(\frac{2\pi z m}{L_a}\right).$$

Функции f_1 , f_2 и f_3 определены на основе экспериментальных данных [1, 4, 21, 25, 31, 37–39] и полностью соответствуют по форме профилям нормальных турбулентных напряжений (рис. 2), причем $0 < f_j \leq 1$. Константы a_1 , a_2 и a_3 находятся предварительно при $x=x_1$, $y=y_{pj}$ (где y_{pj} – координата максимума функции $f_j(y_{pj})=1$; $j=1,2,3$) из соотношений:

$$\max \langle u_p^2 \rangle_{zt} = a_1^2 u_*^2 \langle (\phi_t \phi_z)^2 \rangle_{zt};$$

$$\max \langle v_p^2 \rangle_{zt} = a_2^2 u_*^2 \langle (\phi_t \phi_z)^2 \rangle_{zt};$$

$$\max \langle w_p^2 \rangle_{zt} = a_3^2 u_*^2 \langle (\phi_t \phi_z)^2 \rangle_{zt}.$$

Величины $\max \langle u_p^2 \rangle_{zt}$; $\max \langle v_p^2 \rangle_{zt}$;

$$\max \langle w_p^2 \rangle_{zt}$$
 определяются на основе

экспериментов [1, 21, 25, 31, 37–39].

На рис. 2 представлено изменение продольной, поперечной и боковой пронормированных компонент нормальных турбулентных напряжений U_{ii} вдоль y при $x=x_1$ и результаты экспериментов [1, 31], где

$$U_{11} = \frac{T_{11}}{U_{max}^2}; \quad U_{22} = \frac{T_{22}}{U_{max}^2}; \quad U_{33} = \frac{T_{33}}{U_{max}^2},$$

T_{11} , T_{22} , T_{33} – компоненты нормальных турбулентных напряжений в направлении осей координат x , y , z соответственно; U_{max} – средняя скорость на центральной оси канала ($U_{max}=1.134$ в эксперименте [1]). Полные нормальные турбулентные напряжения имеют следующий вид в рамках LES-технологии:

$$T_{11} = \langle (\tilde{u}_1 - U_{cc})^2 + \tau_{11} \rangle_{zt},$$

$$T_{22} = \langle (\tilde{u}_2 - V_{cc})^2 + \tau_{22} \rangle_{zt},$$

$$T_{33} = \langle \tilde{u}_3^2 + \tau_{33} \rangle_{zt}.$$

При использовании технологии экономичной вычислительной области важной проблемой является необходимость детального задания мгновенного поля скорости на “входной” границе. Это влияет не только на точность получаемых результатов, но и на устойчивость расчета в целом. Неправильный учет спектра энергии влечет за собой значительное уменьшение амплитуды пульсаций в процессе расчета по времени.

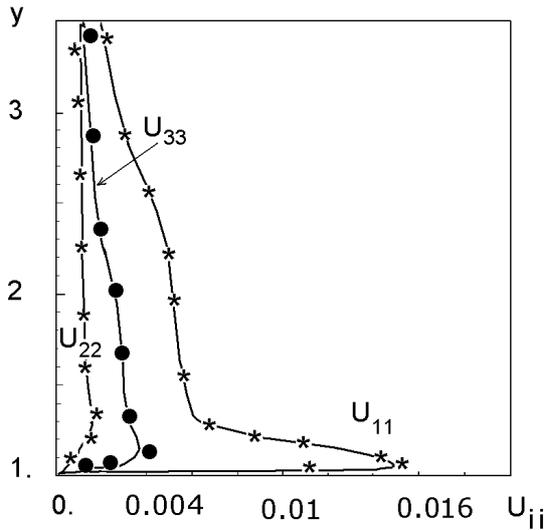


Рис. 2. Зависимость продольной, поперечной и боковой компонент нормальных турбулентных напряжений U_{11} , U_{22} , U_{33} от y для $x=x_1$ (аппроксимация – сплошная кривая; экспериментальные данные [1, 31] – значки *, ●)

5. ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД

В представленной модели нестационарного трехмерного турбулентного течения в канале над и во впадине рассматривается задача, которая решается с учетом изменения во времени фильтрованного поля скорости и давления на выбранном промежутке $0 \leq t \leq T_c$.

Дискретизация основных уравнений (1) осуществляется следующим образом. Все пространственные производные аппроксимируются центральными конечными разностями с вторым порядком точности относительно $\tilde{\Delta}_s$. Конвективные производные аппроксимированы схемой с дополнительным диссипативным слагаемым:

$$\frac{\partial(\tilde{u}\tilde{u})}{\partial x} \sim u_n \frac{u_{n+1} - u_{n-1}}{2\tilde{\Delta}_s} + \alpha f_d,$$

где f_d – слагаемое искусственной диссипации второго порядка точности для обеспечения устойчивости расчета и гладкости решения [34],

$$f_d = - |u_n| \frac{u_{n+1} - 2u_n + u_{n-1}}{2\tilde{\Delta}_s}.$$

Слагаемое искусственной диссипации второго порядка точности f_d целесообразно умножить на коэффициент α (равный 0.3), что уменьшает численную диффузию при сохранении устойчивости счета.

К дискретизированным уравнениям Навье-Стокса применяется метод [35] двуциклического по координатному расщеплению и неявная по времени абсолютно устойчивая конечно-разностная схема со вторым порядком точности относительно Δt . После преобразований получаем шесть систем линейных алгебраических уравнений с трехдиагональными матрицами, которые решаются методом линейной прогонки. Такая методика решения при соответствующем представлении коэффициентов в методе прогонки обеспечивает устойчивость и приемлемую точность расчета [36, 40]. Схемная вязкость, искусственная диссипация и подсеточные эффекты характеризуют общую модель турбулентности для данной задачи. Процедура вычисления динамического коэффициента $C_V(x, y)$, входящего в состав подсеточного напряжения, корректирует процесс передачи турбулентной кинетической энергии от крупных вихрей к малым. Слагаемые искусственной диссипации применяются в неявной разностной схеме для обеспечения устойчивости вычислений только при нарушении условия для коэффициентов в методе прогонки, подавляя высокочастотные возмущения. В данной модели принято, что параметр α равен 0.3 и при этом в расчетах получаем уменьшение динамического коэффициента C_V на три процента по сравнению со случаем $\alpha=0$. Вклад диссипативных слагаемых будет малым в сравнении с действием подсеточных напряжений. Не представляется возможным вывести аналитическую формулу о том, как искусственная диссипация учитывается при вычислении C_V , поскольку динамическая процедура в работах [10, 11, 17, 33, 41] построена на поиске приближенного решения с операцией сходимости погрешностей в среднеквадратичном смысле и коэффициент C_V осредняется по z . Основным критерием оценки правильности энергообмена между крупными и подсеточными масштабами вихрей является: 1) сравнение результатов расчета полной кинетической энергии турбулентности E и подсеточной энергии k на основе выбранной LES-технологии и экспериментальных данных на интервале времени расчета с учетом цикличности течения; 2) проверка условий реализуемости [42] для подсеточных напряжений (см. раздел Результаты вычислений).

Влияние численной (схемной) вязкости заключается в следующем. При прямом численном решении уравнений Навье-Стокса (DNS) с крупным шагом вычислительной сетки (например, размер расчетной ячейки нашего LES-подхода) получаем большую величину численной вязкости, которая сильно искажает искомое решение. Для устра-

нения данного негативного явления применяется LES-технология с подсеточными напряжениями, которая имеет очень малую численную вязкость (порядка ошибок округления при вычислениях) в сравнении с подсеточным напряжением и стремится к величине численной вязкости для DNS с шагом расчетной сетки порядка масштаба вязкой диссипации. В гипотетическом случае при использовании очень мелкой расчетной сетки для LES получаем, что подсеточные напряжения стремятся к нулю, и следовательно, величины численных вязкостей для LES и DNS будут практически равны.

Для определения обобщенного давления P используется уравнение Пуассона, которое решается методом верхней релаксации. Пространственные производные аппроксимируются центральными конечными разностями с вторым порядком точности относительно Δ_s . Граничные условия определяются на каждой грани вычислительной области в виде краевых условий Неймана для $\partial P/\partial x_i$ с использованием конечно-разностных аналогов фильтрованных уравнений Навье–Стокса, что в результате обеспечивает корректную взаимосвязь между полем скорости, давлением и подсеточным напряжением.

Общая стратегия численного алгоритма заключается в следующем. Дискретизированные уравнения (1) и уравнение Пуассона вместе с начальными и граничными условиями решаются относительно неизвестных $\tilde{u}_i, P, \tau_{ij}$. На первом шаге по времени задаются начальные условия для поля скорости. На основе подсеточной динамической смешанной модели определяются подсеточные напряжения. Из уравнения Пуассона находится давление. В качестве первого внутреннего итерационного приближения в конвективных слагаемых для нелинейных компонент скорости используются начальные условия для поля скорости. Затем градиенты давления и подсеточных напряжений подставляются в компоненты уравнения движения и находятся новые значения компонент скорости. Последовательность действий такова. Методом линейной прогонки решаются расщепленные по координатам компоненты уравнения движения с использованием внутренней итерационной процедуры (по нелинейности). Поскольку применяется метод двуциклического покоординатного расщепления, то для уточнения решения привлекается промежуточный расчет уравнения Пуассона и подсеточных напряжений (в процессе между двумя циклами). Затем выполняется определение средних характеристик путем осреднения по одной координате z . На втором шаге по времени

используются результаты расчета, полученные на предыдущем временном шаге, и выполняется аналогичная процедура вычислений. И так далее.

Основной критерий сходимости решения поставленной начально-краевой задачи на каждом шаге по времени заключается в том, что для дискретизированных фильтрованных уравнений Навье–Стокса вычисляется невязка в каждом узле сетки и расчет прекращается при выполнении условия – максимальная невязка становится меньше 10^{-5} .

Для нестационарной постановки задачи начальное распределение поля скорости и давления в вычислительной области определяется на основе предварительного решения поставленной начально-краевой задачи с применением неявной по времени конечно-разностной дискретизации основных уравнений и использованием метода установления по времени (за период времени, равный 20, при $\Delta t = 0.3$).

6. РЕЗУЛЬТАТЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ

На основе численного алгоритма, разработанного в рамках модернизированной LES-технологии, проведены расчеты параметров турбулентного течения перед, над, во впадине и за ней ($Re=3360$) с учетом отрыва турбулентного пограничного слоя. В вычислениях применялся компьютер PENTIUM-IV с тактовой частотой 5.7 ГГц и оперативной памятью 4 Гбайта.

Статистически установившееся решение было получено после промежутка времени $T_{st}=20$ и затем статистика была собрана по $T_{oc}=60$. Для выхода на установившийся режим (при использовании неявной абсолютно устойчивой схемы) и накопления статистик для осреднения было произведено 1600 шагов по времени с $\Delta t=0.05$ за промежуток времени $T_c=80$. Полное время расчета поставленной задачи на указанном выше компьютере составляет 22 часа 45 минут.

Анализ нерегулярных численных решений нестационарных фильтрованных уравнений Навье–Стокса, в том числе установление адекватности результатов математического моделирования реальным данным об объекте, может быть осуществлен лишь для некоторых статистических характеристик. Алгоритмы статистической обработки должны отражать различия пространственно-временной структуры данных.

В представленном исследовании применяются два наиболее распространенных метода статистической обработки численной информации. Этого достаточно для оценки адекватности разработанного нами численного алгоритма (в рамках

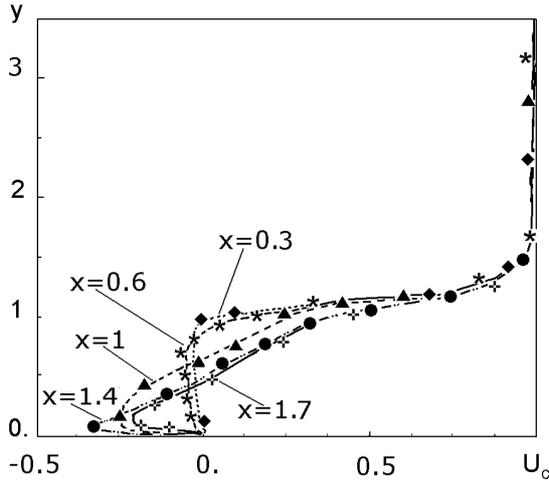


Рис. 3. Зависимость осредненной продольной компоненты скорости U_c от y для $x = \{0.3; 0.6; 1; 1.4; 1.7\}$ (расчет – кривые; экспериментальные данные [1] – значки)

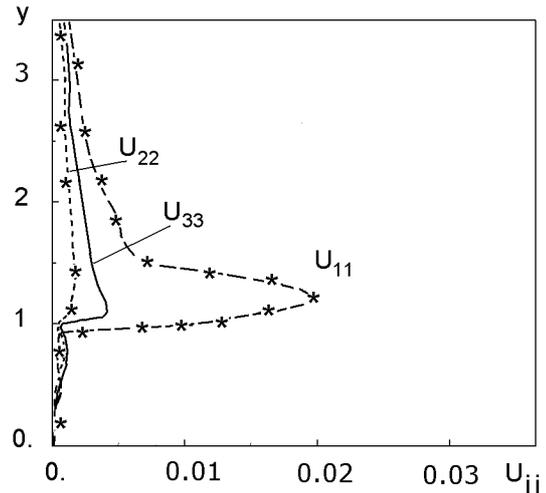


Рис. 4. Зависимость продольной, поперечной и боковой компонент нормальных турбулентных напряжений U_{11}, U_{22}, U_{33} от y для $x=0.3$ (расчет – кривая; экспериментальные данные [1] – значки *)

LES-технологии с использованием экономичной вычислительной области) в сравнении с ограниченным числом способов обработки экспериментальных результатов [1].

Изменения основных расчетных осредненных (по однородному направлению Oz и периоду времени T_{oc}) безразмерных характеристик турбулентного потока вдоль безразмерной координаты y представлены на рис. 3–10. Результаты наших вычислений сравниваются с экспериментальными данными [1], полученными для такой же конфигурации течения.

Далее используются следующие обозначения:

$$U_c = \langle u(x, y, z, t) \rangle_{zt} / \langle u(x, y_k, z, t) \rangle_{zt},$$

что в рамках LES-технологии адекватно соотношению вида:

$$U_c = \langle \tilde{u}(x, y, z, t) \rangle_{zt} / \langle \tilde{u}(x, y_k, z, t) \rangle_{zt},$$

Первым методом статистической обработки численной информации есть осреднение по z и t произвольной величины $\tilde{g}(x, y, z, t)$ по закону:

$$\langle \tilde{g}(x, y, z, t) \rangle_{zt} = \frac{1}{N_r N_z} \sum_{i=1}^{N_r} \sum_{k=0}^{N_z-1} \tilde{g}(x, y, k\Delta z, i\Delta t),$$

где $N_r = T_{oc}/\Delta t$.

На рис. 3 представлена зависимость осредненной продольной компоненты скорости U_c от y для случаев $x = \{0.3; 0.6; 1; 1.4; 1.7\}$ и экспериментальные данные [1], где $x = x - x_s$. При сопоставлении

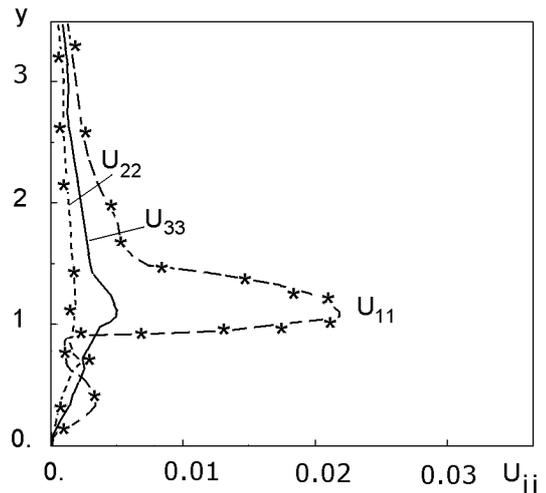


Рис. 5. Зависимость продольной, поперечной и боковой компонент нормальных турбулентных напряжений U_{11}, U_{22}, U_{33} от y для $x=0.6$ (расчет – кривая; экспериментальные данные [1] – значки *)

численных и экспериментальных результатов наблюдаем, что разработанная модель довольно точно описывает изменение средней скорости поперек турбулентного течения над и во впадине для различных x . Видны характерные черты поведения потока во впадине с наличием зон возвратного течения с отрицательными значениями осредненной продольной компоненты скорости U_c при $y < 1$.

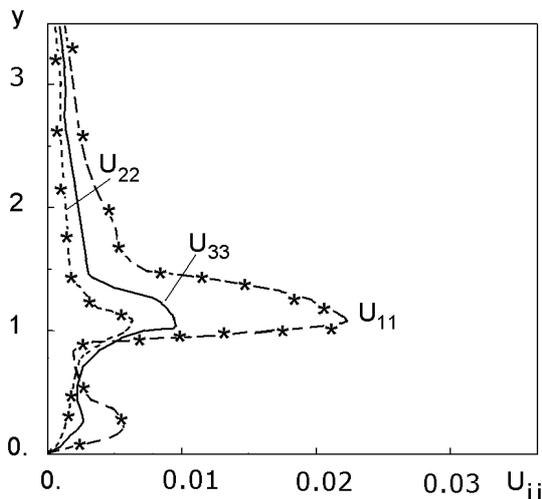


Рис. 6. Зависимость продольной, поперечной и боковой компонент нормальных турбулентных напряжений U_{11} , U_{22} , U_{33} от y для $x=1$ (расчет – кривая; экспериментальные данные [1] – значки *)

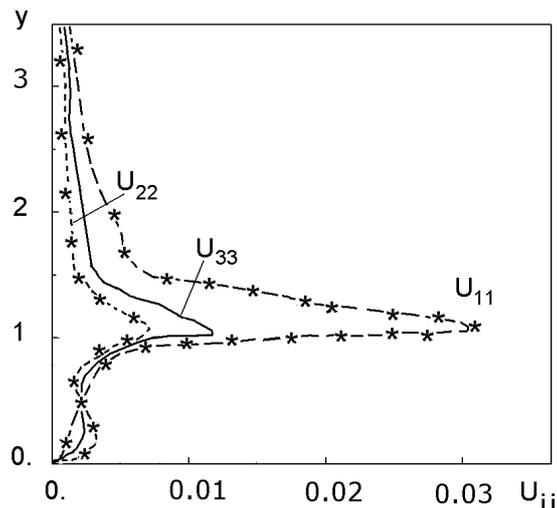


Рис. 8. Зависимость продольной, поперечной и боковой компонент нормальных турбулентных напряжений U_{11} , U_{22} , U_{33} от y для $x=1.7$ (расчет – кривая; экспериментальные данные [1] – значки *)

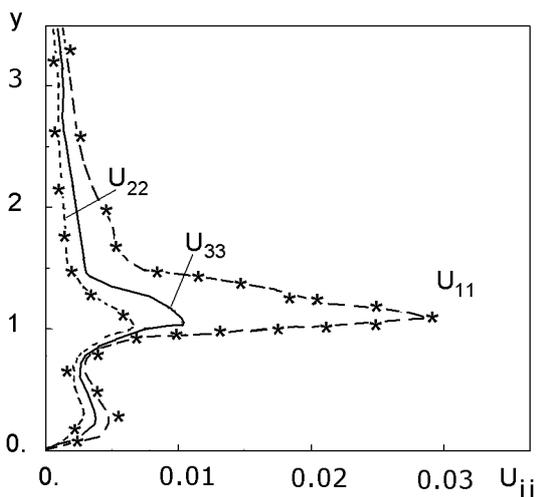


Рис. 7. Зависимость продольной, поперечной и боковой компонент нормальных турбулентных напряжений U_{11} , U_{22} , U_{33} от y для $x=1.4$ (расчет – кривая; экспериментальные данные [1] – значки *)

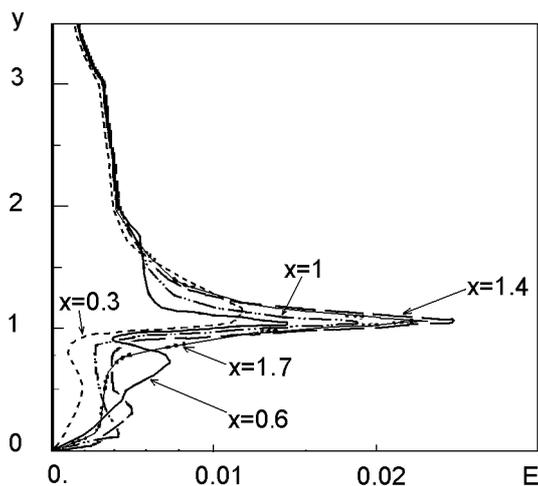
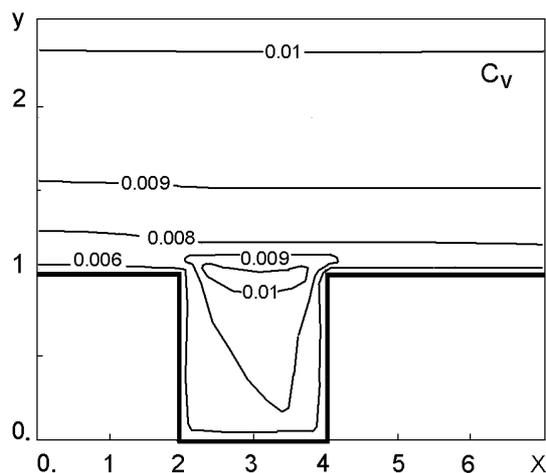
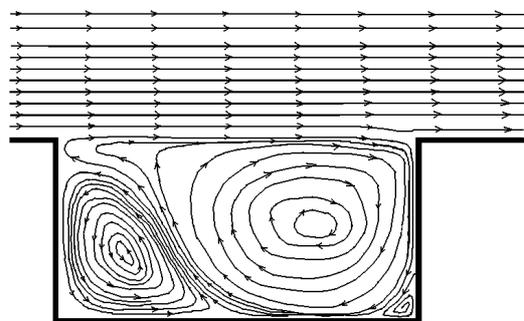


Рис. 9. Зависимость полной кинетической энергии E от y для $x=\{0.3; 0.6; 1; 1.4; 1.7\}$

На рис. 4–8 представлено изменение компонент полных нормальных напряжений U_{ii} вдоль y для случаев $x=\{0.3; 0.6; 1; 1.4; 1.7\}$ и результаты эксперимента [1]. Расчетные и экспериментальные данные хорошо коррелируются. Например, предсказанные распределения U_{11} точно захватывают пиковые значения фактически во всех местоположениях, и темп распада поперек оторвавшегося

сдвигового слоя. Моделирование учитывает вторичный пик вдоль оси x при $x=0.6$ и $x=1$, что связано с отрывом "пристенного струеподобного" течения от дна впадины. Распределение вертикального нормального напряжения U_{22} также хорошо согласуется с экспериментальными данными [1]. В отличие от изменения U_{11} , рост U_{22} является более умеренным, поскольку напряжение остается относительно низким в первой трети длины впадины. Моделирование также хорошо предсказыва-


 Рис. 10. Изолинии коэффициента ν в плоскости xy

 Рис. 11. Линии направления вектора скорости среднего течения в канале и во впадине при усреднении по T_{cc}

ет вертикальные нормальные напряжения внутри главного рециркуляционного вихря. Распределение U_{33} дополняет до трехмерного вида экспериментально установленную картину турбулентного течения в работе [1] для U_{11} и U_{22} .

На рис. 9 показана зависимость полной кинетической энергии турбулентности от y для случаев $x = \{0.3; 0.6; 1; 1.4; 1.7\}$, где

$$E = \langle (\tilde{u}_1 - U_{cc})^2 + (\tilde{u}_2 - V_{cc})^2 + \tilde{u}_3^2 + \tau_{11} + \tau_{22} + \tau_{33} \rangle_{zt} / 2U_{max}^2.$$

На “входе” ($x=x_1$) уже существуют относительно большие значения E (пиковые величины расположены вблизи $y=y_s+0.09$). После отрыва ($x > x_s$) наблюдается значительное возростание турбулентной энергии внутри оторвавшегося сдвигового слоя вдоль x -координаты. Распределения E на участке $0 \leq y \leq 1$ показывают сложный характер

течения во впадине при взаимодействии двух рециркуляционных вихрей и соответствующее этому расположение пиковых значений E .

В процессе расчетов установлено, что вклад подсеточной кинетической энергии в полную турбулентную энергию составляет около 4–5 процентов. Такое поведение аналогично и для полных нормальных турбулентных напряжений.

Изолинии динамического коэффициента C_v в плоскости xy представлены на рис. 10, где $X=x-x_s+2$. Распределение C_v наглядно показывает характерные черты течения перед, во впадине и за ней, особенно в зоне смешения основного отрывного турбулентного потока с рециркуляционными течениями. Динамическая смешанная модель позволяет эффективно учитывать процессы в области рециркуляции.

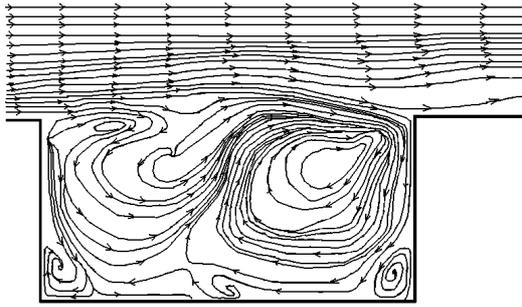
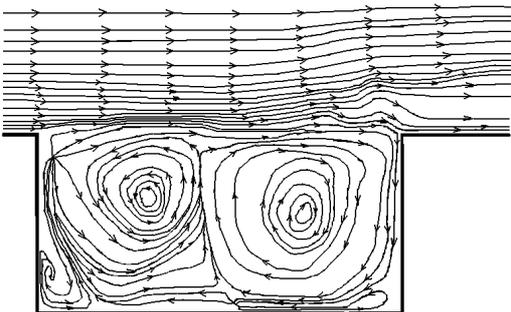
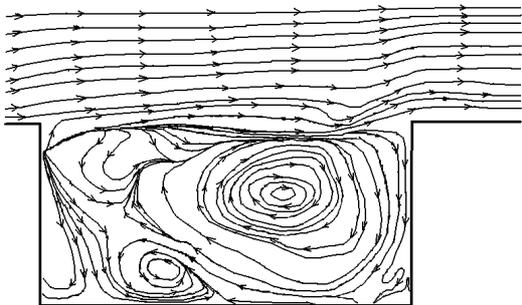
Распределение линий направления вектора скорости среднего течения в плоскости xy показано на рис. 11. Наблюдаются два больших рециркуляционных вихря. Размер и относительное местоположение этих двух вихрей внутри впадины очень подобны экспериментальным данным [1]. Сдвиговый слой на вершине впадины (над передним верхним углом) отличается от слоя смешения главным образом из-за действия течения во впадине, что может изменять скорость обмена. Ближнестенные структуры переносятся от “входа” и сильно нарушают сверху пелену завихренности, связанную с оторвавшимся сдвиговым слоем. В результате этих взаимодействий для $x > 0.7$ формируются пятна изолированной завихренности и затем переносятся к заднему углу. Это отражается на распределении C_v и средней скорости течения (рис. 10–11).

Второй метод статистической обработки данных – усреднение по z и по фиксированной временной фазе ϕ_a :

$$\hat{g}_{\phi_a}(x, y) = \frac{1}{N_p N_z} \sum_{i=0}^{N_p-1} \sum_{k=0}^{N_z-1} \tilde{g}(x, y, k\Delta z, iT_s + \phi_a);$$

где T_s – период цикла; i – номер цикла; m_a – номер интервала разбиения цикла для фазы ϕ_a , причем $\phi_a = (m_a - 1)\Delta t$; $m = \overline{1, M_\phi}$; M_ϕ – число интервалов фазового разбиения одного цикла;

На основе численных расчетов установлено, что течение в окрестности заднего верхнего угла впадины осциллирует в среднем с периодом T_f . Период цикла обновления ситуации T_f равен 2.6, что хорошо согласуется с [1]. В результатах вычислений наблюдаются различные пиковые значения давления, которые носят довольно случайный характер для каждого цикла обновления в пределах временного интервала T_c (величины, соответствующие

Рис. 12. Линии направления среднего течения в канале и во впадине в фазе ϕ_a Рис. 13. Линии направления среднего течения в канале и во впадине в фазе ϕ_b Рис. 14. Линии направления среднего течения в канале и во впадине в фазе ϕ_c

пие последовательным наивысшим и наименьшим значениям, могут быть весьма различны). Период цикла для получения осредненных по фазе величин целесообразно брать равным $T_s = 2T_f$. В нашем численном исследовании для фазового осреднения используется десять циклов T_s .

Рассмотрим три наиболее выразительные фазы развития течения при определенной величине давления вблизи вершины заднего угла впадины:

а) фаза ϕ_a – относительный максимум величины давления; б) фаза ϕ_b – абсолютный минимум величины давления; в) фаза ϕ_c – абсолютный максимум величины давления. Распределение линий направления вектора скорости среднего течения в плоскости xy , осредненного по фазе, представлены на рис. 12–14 для каждой из фаз ϕ_a , ϕ_b , ϕ_c соответственно. Рисунки 12 и 14 наглядно показывают преобладание рециркуляционного вихря, расположенного во второй половине впадины ближе к верхнему заднему углу, где фиксируется максимум давления. И чем больше величина пикового давления, тем ярче видно доминирование (фаза ϕ_c , рис. 14) упомянутого выше рециркуляционного вихря. Фаза ϕ_b (рис. 13) соответствует минимуму давления. Наблюдаем ослабление выше упомянутого рециркуляционного вихря и усиление другого, расположенного в первой половине впадины. Видно, что в этом случае линии направления скорости среднего течения вблизи заднего верхнего угла отклоняются вверх, в отличие от нисходящих отклонений, наблюдаемых в той же области в фазах ϕ_a и ϕ_c . Относительно изменений в интенсивности струеподобного потока можно сделать вывод, что в случае, когда давление около заднего верхнего угла находится в минимуме, то ширина струеподобного потока около дна впадины будет меньшей и величина скорости внутри него выше.

На основе численных расчетов установлено, что (при турбулентном течении на входе в вычислительную область) происходит дрожание сдвигового слоя на вершине переднего верхнего угла впадины под действием входящих из пограничного слоя пристенных когерентных структур. Это сильно влияет на формирование и конвекцию вихрей внутри оторвавшегося сдвигового слоя, и как следствие, никакие "квазидвухмерные" вихри не присутствуют в нем.

Для проверки влияния числа Рейнольдса на результаты вычислений проведены тестовые расчеты для $Re=6000; 9000$. Входные граничные условия задавались с учетом работ [18, 19, 21, 22, 25–28, 31, 37–38] для турбулентного течения в канале без впадины. На рис. 15 представлена зависимость осредненной продольной компоненты скорости U_c от y для случаев $x=\{0.6; 1.7\}$ и $Re=\{3360; 6000; 9000\}$. При сопоставлении численных результатов наблюдаем, что разработанная модель адекватно реагирует на изменение числа Рейнольдса. При увеличении Re уменьшается толщина вязкого и промежуточного подслоев в турбулентном течении канала перед впадиной, что и сказывается на скорости течения во впадине.

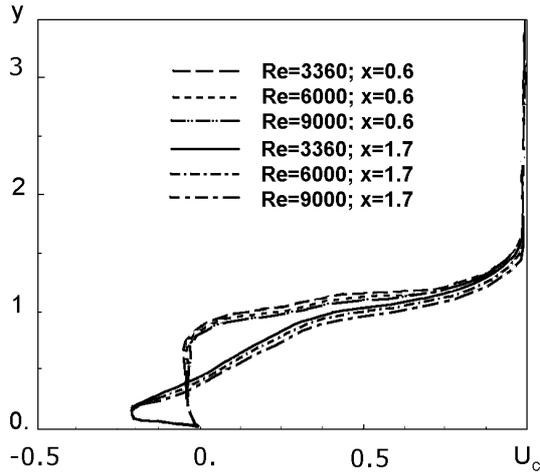


Рис. 15. Зависимость осредненной продольной компоненты скорости U_c от y для $x=\{0.6; 1.7\}$ при $Re=\{3360; 6000; 9000\}$

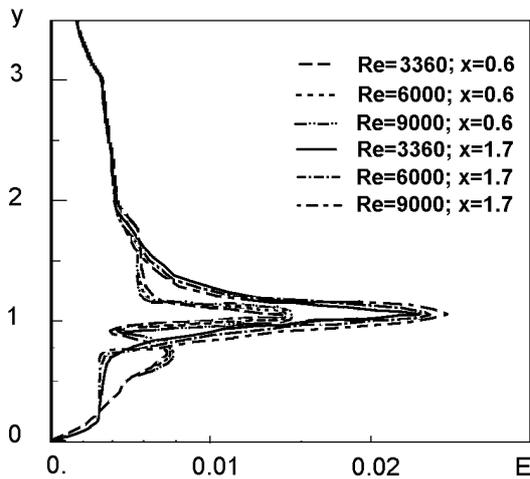


Рис. 16. Зависимость полной кинетической энергии E от y для $x=\{0.6; 1.7\}$ при $Re=\{3360; 6000; 9000\}$

Рис. 16 показывает, что после отрыва на верхнем переднем угле впадины наблюдается возрастание пикового значения турбулентной энергии внутри оторвавшегося сдвигового слоя с ростом числа Re . Распределение E на участке $0 \leq y \leq 0.7$ остается практически очень близким для разных Re .

На каждом шаге по времени результаты всех вычислений показали, что в верхних углах впадины коэффициент поверхностного трения c_f , осредненный по z -координате, стремится к нулю. Это соответствует принятой пристенной модели, характеризующая граничные условия в точках отрыва тур-

булентного потока на горизонтальных стенках:

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial y} = 0; \quad \tilde{v} = 0; \quad \frac{\partial \tilde{w}}{\partial y} = 0,$$

что согласуется с критерием отрыва ламинарного течения

$$\frac{\partial u}{\partial y} = 0; \quad v = 0.$$

Необходимо отметить, что нами получена оценка времени расчета поставленной задачи с использованием разработанного численного алгоритма с неявной разностной схемой в сравнении с полунеявной конечно-разностной схемой работы [9]. Время расчета на основе нашего численного метода примерно в три раза меньше, чем затраты на основе полунеявного метода [9] при прочих равных условиях, поскольку шаг по времени в модернизированной LES-технологии в четыре раза больше, чем в работе [9]. При этом учитывается, что время, затрачиваемое на итерации по нелинейности для неявного разностного метода, на 20–25 процентов больше, чем затраты на расчет по полунеявной схеме при использовании нашего численного алгоритма. Результаты наших расчетов (рис. 3–8) лучше согласуются с экспериментальными данными [1], чем вычисления из [9], особенно в области впадины, где максимальные отклонения в работе [9] достигают пятнадцати процентов для турбулентных напряжений. Главная причина этого заключается в том, что наша модернизированная LES-технология (экономичная вычислительная область, 2 миллиона расчетных узлов, персональный компьютер) позволяет использовать во впадине в два раза больше сеточных узлов, чем численный метод работы [9] (большая вычислительная область, 14 миллионов расчетных узлов, суперкомпьютер). Получаем такой эффект использования подробных знаний о структуре турбулентности в граничных условиях на входе в экономичную вычислительную область.

Правильность энергообмена между вихрями сеточных и подсеточных масштабов проверяется: а) выполнением условия реализуемости для компонент подсеточных напряжений; б) сравнением результатов расчета полной кинетической энергии турбулентности E и подсеточной энергии k с экспериментальными данными на интервале времени расчета T_{oc} с периодом цикличности течения T_s .

В процессе расчетов установлено, что на каждом шаге по времени выполняются условия реализуемости [42] для подсеточных напряжений:

$$\tau_{ii} \geq 0; \quad |\tau_{ij}| \leq \sqrt{\tau_{ii}\tau_{jj}}; \quad \det(\tau_{ij}) \geq 0.$$

Подсеточная энергии k определяется следующим образом

$$k = (\tau_{11} + \tau_{22} + \tau_{33})/2.$$

На рис. 3–8 представлены нормальные компоненты полных турбулентных напряжений, которые хорошо согласуются с экспериментальными данными, что подтверждает правильность расчета полной турбулентной энергии E для интервала времени T , где $T = 10 T_s$. Сравнение результатов расчета полной кинетической энергии турбулентности E (осредненной по T_s) для каждого из десяти циклов T_s дает погрешность меньшую нескольких процентов.

ВЫВОДЫ

В данном исследовании модернизирована LES-технология с пристенной моделью (развитие LES-подхода [14–17, 33]) для изучения нестационарного отрывного турбулентного течения в канале и во впадине в усеченной (но физически значимой) вычислительной области.

На основе модернизированной LES-технологии развита численная нестационарная трехмерная модель турбулентного течения несжимаемой жидкости в канале и во впадине с учетом отрыва. В данной модели все параметры и уравнения имеют безразмерный вид. Численная модель содержит три основных параметра: 1) число Рейнольдса впадины Re ; 2) число Рейнольдса канала Re_h . 3) параметр пристенной модели A_0 . Динамическая подсеточная модель имеет расчетный коэффициент C_V .

Разработан новый численный алгоритм решения нестационарных трехмерных фильтрованных уравнений Навье-Стокса с неявной разностной схемой (со вторым порядком точности по времени и по пространственным координатам), двуциклическим методом расщепления в сочетании с динамической подсеточной смешанной моделью. Это позволило корректно применять более крупные шаги по времени.

Впервые в рамках модернизированного LES-подхода (применяя численно-аналитическую реконструкцию нестационарного поля фильтрованной мгновенной скорости для всех трех компонент во входном граничном условии) для отрывного турбулентного течения несжимаемой жидкости в канале и во впадине ($Re=3360$; $Re_h=20450$), используя персональный компьютер, получены численные значения: компонент осредненной скорости, кинетической турбулентной энергии, нор-

мальных турбулентных напряжений, распределений линий направлений средней скорости осредненных по большому промежутку времени и по разным фазам течения. Сравнение наших численных результатов с экспериментальными данными другого автора показало хорошее согласие. Результаты вычислений боковых нормальных напряжений и кинетической турбулентной энергии дополняют экспериментально установленную картину течения. Проведены также тестовые расчеты для чисел Рейнольдса $Re=\{6000; 9000\}$.

В рамках LES-технологии вклад подсеточной кинетической турбулентной энергии в полную турбулентную энергию составляет около 4–5 процентов.

Представленный модернизированный LES-подход правомерно использовать для расчетов на персональном компьютере в диапазоне $3000 < Re < 15000$. В свою очередь, вычисления на компьютере с быстродействием более 20 ГГц и объемом оперативной памяти свыше 10 ГГб на измельченной расчетной сетке можно проводить для $3000 < Re < 100000$ (при $18000 < Re_h < 600000$). Это существенно расширяет возможности исследования отрывных турбулентных течений в сравнении с ранее использованной другими авторами классической LES-технологией для $3000 < Re < 20000$.

1. *Pereira J.C., Sousa J.M.* Experimental and numerical investigation of flow oscillations in a rectangular cavity // *J.Fluids Engng.*– 1995.– v.117.– P. 68–73.
2. *Larcheveque L., Sagaut P., Mary I., Labbe O., Comte P.* Large-eddy simulation of a compressible flow past a deep cavity // *Phys.Fluids.*– 2003.– v.15,N1.– P. 193–210.
3. *Larcheveque L., Sagaut P., Le T.H., Comte P.* Large-eddy simulations of a compressible flow in a three-dimensional open cavity at high Reynolds number // *J.Fluid.Mech.*– 2004.– v.516.– P. 265–301.
4. *Larcheveque L., Sagaut P., Labbe O.* Large-eddy simulation of a subsonic cavity flow including asymmetric three-dimensional effects // *J.Fluid.Mech.*– 2007.– v.577.– P. 105–126.
5. *Djenidi L., Elavarasan R., Antonia R.* The turbulent boundary layer over transverse square cavities // *J.Fluid.Mech.*– 1999.– v.395.– P. 271–294.
6. *Grace S.M., Dewar W.G., Wroblewski D.E.* Experimental investigation of the flow characteristics within a shallow wall cavity for both laminar and turbulent upstream boundary layers // *Exps. Fluids.*– 2004.– v.36.– P. 791–804.
7. *Lin J.C., Rockwell D.* Organized oscillations of initially turbulent flow past a cavity // *AIAA J.*– 2001.– v.39,N12.– P. 1139–1151.
8. *Rowley C., Colonius T., Basu A.* On self-sustained oscillations in two-dimensional compressible flow over rectangular cavity // *J.Fluid.Mech.*– 2002.– v.455.– P. 315–346.
9. *Chang K., Constantinescu G., Park S.* Analysis of the flow and mass transfer processes for the incompressible flow past an open cavity with a laminar and a

- fully turbulent incoming boundary layer // *J.Fluid Mech.*– 2006.– v.561.– P. 113–145.
10. Zang Y., Street R., Koseff J. A dynamic mixed subgrid-scale model and its application to turbulent recirculating flows // *Phys.Fluids A.*– 1993.– v.5,N12.– P. 3186–3196.
 11. Piomelli U. High Reynolds number calculations using the dynamic subgrid-scale stress model // *Phys.Fluids A.*– 1993.– v.5,N6.– P. 1484–1490.
 12. Meneveau C., Katz J. Scale-invariance and turbulence models for large-eddy simulation // *Annu.Rev.Fluid.Mech.*– 2000.– v.32.– P. 1–32.
 13. Piomelli U., Balaras E. Wall-layer models for Large-Eddy Simulations // *Annu.Rev.Fluid.Mech.*– 2002.– v.34.– P. 349–374.
 14. Кузьменко В.Г. Численное трехмерное моделирование турбулентного пограничного слоя в режиме развитой шероховатости на основе LES-технологии // *Прикладна гідромеханіка.*– 2002.– **4(76)**, N3.– С. 31–41.
 15. Кузьменко В.Г. Численное трехмерное моделирование турбулентного пограничного слоя в режиме промежуточной шероховатости // *Прикладна гідромеханіка.*– 2003.– **5(77)**, N2.– С. 27–36.
 16. Кузьменко В.Г. Численное трехмерное моделирование турбулентного пограничного слоя на основе экономичной LES-технологии // *Прикладна гідромеханіка.*– 2004.– **6(78)**, N1.– С. 19–24.
 17. Кузьменко В.Г. Динамические подсеточные модели для LES-технологии // *Прикладна гідромеханіка.*– 2004.– **6(78)**, N3.– С. 22–27.
 18. Федяевский К.К., Гиневский А.С., Колесников А.В. Расчет турбулентного пограничного слоя несжимаемой жидкости.– Л.: Судостроение, 1973.– 256 с.
 19. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя.– М.: Инлит, 1956.– 528 с.
 20. Бабенко В.В., Канарский М.Б., Коробов Б.И. Пограничный слой на эластичных пластинах.– К.: Наукова думка, 1993.– 261 с.
 21. Ligrani P., Moffat R. Structure of transitionally rough and fully rough turbulent boundary layers // *J.Fluid.Mech.*– 1986.– v.162.– P. 69–98.
 22. Ротта И.К. Турбулентный пограничный слой в несжимаемой жидкости.– Л.: Судостроение, 1967.– 231 с.
 23. Suponitsky V., Avital E., Gaster M. On three-dimensionality and control of incompressible cavity flow // *Phys.Fluids.*– 2005.– v.17.– P. 104103.
 24. Breuer M. Wall models for LES of separated flows // *ERCOfTAC Bulletin.*– 2007.– N72.– P. 13–18.
 25. Hoyas S., Jimenez J. Scaling of the velocity fluctuations in turbulent channels up to $Re_{\tau}=2003$ // *Phys.Fluids.*– 2006.– v.18.– P. 011702.
 26. Carlier J., Stasnislas M. Experimental study of eddy structures in a turbulent boundary layer using particle image velocimetry // *J.Fluid Mech.*– 2005.– v.535.– P. 143–158.
 27. Natrajan V., Christensen The role of coherent structures in subgrid-scale energy transfer within the log layer of wall turbulence // *Phys.Fluids.*– 2006.– v.18.– P. 065104.
 28. Zhou J., Adrian R., Balachandar S. Autogeneration of near-wall vortical structures in channel flow // *Phys.Fluids.*– 1996.– v.8.– P. 288–305.
 29. Jakirlic S. Wall modelling in LES: method development and application // *ERCOfTAC Bulletin.*– 2007.– N72.– P. 5–6.
 30. Fubery C. On LES and DES of wall bounded flows // *ERCOfTAC Bulletin.*– 2007.– N72.– P. 67–72.
 31. Конт-Белло Ж. Турбулентное течение в канале с параллельными стенками.– М.: Мир, 1968.– 176 с.
 32. Kaltenbach H. A priori testing of wall models for separated flows // *Phys.Fluids.*– 2003.– v.15,N10.– P. 3048–3064.
 33. Кузьменко В.Г. Численное моделирование турбулентного течения с отрывом за обратным уступом // *Прикладна гідромеханіка.*– 2007.– **9(81)**, N4.– С. 37–48.
 34. Квак Д., Ченг Д., Шэнкс С., Чакраварти С. Метод решения уравнения Навье-Стокса для трехмерных течений несжимаемой жидкости с использованием простейших переменных // *Аэро/космическая техника.*– 1987.– N2.– С. 144–153.
 35. Марчук Г.И. Математическое моделирование в проблеме окружающей среды.– М.: Наука, 1983.– 319 с.
 36. Андерсон Д., Танненхил Дж., Плетчер Р. Вычислительная гидромеханика и теплообмен. Т. 2.– М.: Мир, 1990.– 726 с.
 37. Balint J., Wallace J., Vukoslavcevic P. The velocity and vorticity vector fields of a turbulent boundary layer.Part 2.Statistical properties // *J.Fluid.Mech.*– 1991.– v.228.– P. 53–86.
 38. Perry A.E., Lim K.L., Henbest S.M. An experimental study of the turbulence structure in smooth- and rough-wall boundary layers // *J.Fluid.Mech.*– 1987.– v.177.– P. 437–468.
 39. Klebanoff P.S., Claveland W.G., Tidstrom K.D. On the evolution of a turbulent boundary layer induced by a three-dimensional roughness element // *J.Fluid.Mech.*– 1992.– v.237.– P. 101–187.
 40. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа.– М.: Наука, 1987.– 840 с.
 41. Scotti A., Meneveau C., Fatica M. Dynamic Smagorinsky model on anisotropic grids // *Phys.Fluids.*– 1997.– v.9,N6.– P. 1856–1858.
 42. Vreman B., Geurts B., Kuerten H. Realizability conditions for the turbulent stress tensor in large-eddy simulation // *J. Fluid. Mech.*– 1994.– v. 278.– P. 351–362.