

УДК 532.546

## УСТАНОВИВШАЯСЯ НАПОРНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ К МАЛОМУ СФЕРИЧЕСКОМУ СТОКУ В НЕСВЯЗНОМ НЕСУФФОЗИОННОМ ГРУНТЕ

В. Л. ПОЛЯКОВ, В. В. ЖЕЛИЗКО

Институт гидромеханики НАН Украины, Киев

Получено 23.10.2008

Сформулированы две задачи установившейся напорной фильтрации к малому сферическому стоку в однородном несвязном несuffозионном грунте. Получены их строгие решения при наличии в области фильтрации трех характерных зон. Выполнен обстоятельный количественный анализ действия стока после массовой переориентации частиц скелета неправильной формы. Проведено сопоставление важнейших фильтрационных характеристик в деформированном и недеформированном грунте, свидетельствующее о значимости эффекта деформации для фильтрационного процесса и работы стока. Даны рекомендации по учету подобных фильтрационных деформаций в инженерных расчетах дренажа.

Сформульовано дві задачі усталеної напорної фільтрації до малого сферичного стоку в однорідному незв'язному несuffозионному ґрунті. Одержано точні розв'язки при наявності в області фільтрації трьох характерних зон. Виконано змістовний кількісний аналіз дії стоку після масової переорієнтації часток скелету неправильної форми. Проведено співставлення найважливіших фільтраційних характеристик у деформованому і недеформованому ґрунті, яке свідчить про значущість ефекту деформацій для фільтраційного процесу і роботи стоку. Наведено рекомендації відносно врахування подібних фільтраційних деформацій в інженерних розрахунках дренажу.

Two mathematical problems are stated of steady-state pressure groundwater flow to a small spherical sink in uniform noncohesion nonsuffosion soil. Exact solutions are obtained in case of three special zones presence. A quantitative analysis is performed of the sink action after reorientation of irregular structural particles. The most important characteristics are compared for deformable and initial soil and the results are evidence of deformation effect significance for groundwater flow. Recommendations are given about practical drainage calculations taking into account such hydrodynamic deformations.

### ВВЕДЕНИЕ

В водохозяйственной практике отвод воды из пористых сред часто осуществляется малыми по сравнению с областью фильтрации дренажными устройствами. Тогда, по крайней мере, в зоне влияния стока преобладает радиальное течение, что дает основание при надлежащем выборе положения питающей и принимающей поверхностей считать их сферическими. Естественно, что фильтрационный поток после такой схематизации становится строго радиальным, а постановка математической задачи значительно упрощается. В качестве упомянутых устройств могут служить фильтры скважин, зазоры между непроницаемыми дренажными трубками и пр. Вообще действие малых стоков в пористых средах обуславливает сильную неравномерность фильтрационного течения и значительные градиенты напора  $I$  вблизи них, что свидетельствует о больших потерях напора здесь. Указанные градиенты характеризуют гидродинамическую силу, которая при слабом сцеплении между частицами (несвязные грунты) способна привести их в движение. Малые частицы при этом мобилизуются и транспортируются фильтрационным потоком (механическая суффозия). Явления механической суффозии и нередко сопутствующие

ей кольматажа – две стороны одного распространенного типа фильтрационных деформаций, которые изучаются на протяжении ряда десятилетий. К настоящему времени в этом направлении накоплена обширная информация, например, можно упомянуть работы [1–7].

Вместе с тем, при достаточно больших значениях  $I$  и крупные частицы, образующие скелет грунта и определяющие его структурные свойства, могут ограниченно двигаться. Речь идет только об их переориентации по отношению к потоку. Благодаря этому минимизируется сопротивление жидкости со стороны твердой фазы, а значит возрастают проницаемость и коэффициент фильтрации грунта. И хотя подобное упорядочение структуры грунта (второй тип деформаций) происходит только в непосредственной близости от дрены, оно в состоянии серьезно повлиять на фильтрационную картину в целом. Экспериментальными методами второй тип обстоятельно изучался в Национальном университете водного хозяйства и природопользования (г. Ровно), и по результатам исследований опубликован цикл работ, в частности [8–10]. Важным их достижением стало определение коэффициента фильтрации деформированного грунта  $k$ . Было установлено, что он тесно связан с градиентом напора  $I$ , а сам деформированный грунт мо-

жет находиться в двух механических состояниях – предельном и промежуточном. Первое из них наступает при достижении градиентом  $I$  определенного значения  $I_u$ . При этом коэффициент фильтрации  $k$  становится максимальным  $k_u$ . Еще большее увеличение  $I$  никак не сказывается на пропускной способности грунта. Таким образом,

$$k = k_u \quad \text{при} \quad I \geq I_u. \quad (1)$$

При промежуточном состоянии грунта (частичная деформация) его коэффициент  $k$  является переменной величиной и прямо зависит от  $I$ . Опираясь на опытные данные, предложена кусочно-линейная аппроксимация зависимости  $k(I)$  [11], так что

$$k = a + bI \quad \text{при} \quad I_k < I < I_u, \quad (2)$$

где  $I_k$  – критический градиент, играющий ключевую роль в моделировании любых фильтрационных деформаций. Превышение градиентом  $I$  критического уровня означает наличие в грунте деформаций. Следует заметить, что для разных типов деформаций значения  $I_k$  отличаются и надежно определяются только экспериментально, хотя разработан ряд формул [12–14]. Итак, можно полагать, что

$$k = k_0 \quad \text{при} \quad I \leq I_k, \quad (3)$$

где  $k_0$  – коэффициент фильтрации недеформированного грунта. В действительности из-за изменения  $I$  под действием дренажа в широких пределах грунт в области фильтрации часто находится сразу в трех характерных состояниях. Поэтому в ней целесообразно выделить три зоны с грунтом в разных состояниях, а именно, зоны предельной (первая) и частичной (вторая) деформаций, а также зону с недеформированным грунтом (третья). Тогда первая зона находится в пределах от приведенного (вводится, если форма водопримной поверхности отличается от сферической) радиуса дрены  $R_d$  до  $R_u$ , вторая располагается между  $R_u$  и  $R_k$ , а третья – между  $R_k$  и  $R$ , где  $R_u$ ,  $R_k$  – радиусы границ между первой и второй, второй и третьей зонами;  $R$  – радиус контура питания.

## 1. ПОСТАНОВКА И РЕШЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Установившийся приток к сферическому стоку в однородном деформированном несифузионном грунте с учетом (1)–(3) описывается следующей

нелинейной системой уравнений напорной фильтрации:

$$\frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{dh_u}{dr} \right) = 0, \quad R_d \leq r < R_u; \quad (4)$$

$$\frac{d}{dr} \left[ r^2 \left( a + b \frac{dh_I}{dr} \right) \frac{dh_I}{dr} \right] = 0, \quad R_u \leq r \leq R_k; \quad (5)$$

$$\frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{dh_0}{dr} \right) = 0, \quad R_k < r \leq R. \quad (6)$$

Здесь  $h_u$ ,  $h_I$ ,  $h_0$  – напоры в первой, второй и третьей зонах соответственно. Также движение жидкости контролируется оператором граничных условий. На границах между зонами заданы условия сопряжения напоров и расходов:

$$r = R_u, h_u = h_I; \quad k_u \frac{dh_u}{dr} = \left( a + b \frac{dh_I}{dr} \right) \frac{dh_I}{dr}; \quad (7)$$

$$r = R_k, h_I = h_0; \quad \left( a + b \frac{dh_I}{dr} \right) \frac{dh_I}{dr} = k_0 \frac{dh_0}{dr}. \quad (8)$$

На внешних границах области фильтрации принимаются условия различного типа. На дрене имеет место условие первого рода

$$r = R_d, \quad h_u = H_d. \quad (9)$$

Кроме того, на внутренних границах должны выполняться условия, которые служат для установления их заранее неизвестного положения,

$$r = R_u, \quad \frac{dh_u}{dr} = I_u; \quad (10)$$

$$r = R_k, \quad \frac{dh_k}{dr} = I_k.$$

Ниже рассматриваются две типичные фильтрационные задачи, отличающиеся недостающим для полноты постановки условием. Так, в первой задаче считается известным расход стока, что выражается условием

$$r = R_d, \quad 4\pi R_d^2 k_u \frac{dh_u}{dr} = Q. \quad (11)$$

Для практики эта задача интересна благодаря возможности на базе ее решения и данных о реальных дренажных расходах прогнозировать изменения проницаемости дренируемого грунта за счет деформаций второго типа. Ее решение оказывается сравнительно простым, так как позволяет последовательно определить напоры  $h_u$ ,  $h_I$ ,  $h_0$  и радиусы  $R_u$ ,  $R_k$ .

Прежде всего найдено выражение для напора в зоне полной деформации:

$$h_u = H_d - \frac{Q}{2\pi k_u} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{R_d} \right), \quad (12)$$

так что на ее границе напор составит

$$h_u(R_u) = H_d - \frac{Q}{2\pi k_u} \left( \frac{1}{R_u} - \frac{1}{R_d} \right). \quad (13)$$

Положение указанной границы определяется с помощью условия (10) и ее радиус будет

$$R_u = \sqrt{\frac{Q}{4\pi k_u I_u}}. \quad (14)$$

Первое интегрирование выражения (5) дает

$$r^2 \left( a + b \frac{dh_I}{dr} \right) \frac{dh_I}{dr} = \frac{Q}{4\pi}. \quad (15)$$

На основе соотношения (15) формулируется задача относительно  $h_I$ :

$$\frac{dh_I}{dr} = -\frac{a}{2b} + \sqrt{\left( \frac{a}{2b} \right)^2 + \frac{Q}{4\pi b r^2}}; \quad (16)$$

$$r = R_u, \quad h_I = h_u(R_u). \quad (17)$$

Ее решение представляется в таком виде:

$$\begin{aligned} h_I = h_u(R_u) - \frac{a}{2b}(r - R_u) + \sqrt{\left( \frac{ar}{2b} \right)^2 + \frac{Q}{4\pi b}} - \\ - \sqrt{\left( \frac{aR_u}{2b} \right)^2 + \frac{Q}{4\pi b}} + \sqrt{\frac{Q}{16\pi b}} \times \\ \times \ln \frac{\sqrt{\pi a^2 r^2 + bQ} - \sqrt{bQ}}{\sqrt{\pi a^2 r^2 + bQ} + \sqrt{bQ}} \times \\ \times \frac{\sqrt{\pi a^2 R_u^2 + bQ} + \sqrt{bQ}}{\sqrt{\pi a^2 R_u^2 + bQ} - \sqrt{bQ}}. \end{aligned} \quad (18)$$

Используя условие (10) при  $r = R_k$ , находится

$$R_k = \sqrt{\frac{Q}{4\pi k_0 I_k}}. \quad (19)$$

С учетом (10), (18) значение напора на внешней границе области деформаций будет

$$\begin{aligned} h_I(R_k) = h_u(R_u) - \sqrt{\frac{Q}{4\pi}} \left[ \frac{a}{2b} \left( \frac{1}{\sqrt{k_0 I_k}} - \frac{1}{\sqrt{k_u I_u}} \right) - \right. \\ \left. - \sqrt{\frac{a^2}{4k_0 I_k b^2} + \frac{1}{b}} + \sqrt{\frac{a^2}{4k_u I_u b^2} + \frac{1}{b}} \right] \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} - \frac{1}{\sqrt{4b}} \ln \frac{\sqrt{a^2 + 4bk_0 I_k} - 2\sqrt{bk_0 I_k}}{\sqrt{a^2 + 4bk_0 I_k} + 2\sqrt{bk_0 I_k}} \times \\ \times \frac{\sqrt{a^2 + 4bk_u I_u} + 2\sqrt{bk_u I_u}}{\sqrt{a^2 + 4bk_u I_u} - 2\sqrt{bk_u I_u}} \end{aligned}$$

В третьей зоне напор распределяется следующим образом:

$$h_0 = h_I(R_k) - \frac{Q}{4\pi k_0} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{R_k} \right). \quad (21)$$

Для абстрактной схемы действия сферического стока в неограниченной пористой среде при  $r \rightarrow \infty$  в отличие от аналогичной осесимметричной фильтрационной задачи имеет место конечный напор, который в соответствии с (21) равен

$$h_0(\infty) = h_I(R_k) + \frac{Q}{4\pi k_0 R_k}. \quad (22)$$

При напоре вне зоны влияния дрены  $M_0$  ее ориентировочный радиус  $R_e$  вычисляется по формуле

$$R_e = \frac{Q}{\sqrt{4\pi k_0 I_k Q} - 4\pi k_0 [M_0 - h_I(R_k)]}. \quad (23)$$

Для образования зоны предельной деформации необходимо, чтобы

$$\frac{dh_u}{dr} \Big|_{r=R_d} = \frac{Q}{4\pi k_u R_d^2} > I_u. \quad (24)$$

Для существования же недеформированного грунта в области движения (влияния дрены)  $[R_d, R]$  должно быть

$$\frac{dh_0}{dr} \Big|_{r=R} = \frac{Q}{4\pi k_0 R^2} < I_k. \quad (25)$$

Наконец, изменение коэффициента фильтрации в пределах зоны частичной деформации описывается зависимостью

$$k_I = \frac{a}{2b} + \sqrt{\left( \frac{a}{2b} \right)^2 + \frac{Q}{4\pi b r^2}}. \quad (26)$$

Для упрощения расчетных формул вводятся безразмерные переменные и параметры:  $\tilde{h}_j = 4\pi k_0 R_d (h_u - H_d) / Q$ ,  $\tilde{r} = r / R_d$ ,  $\tilde{R}_{u,k} = R_{u,k} / R_d$ ,  $\tilde{R}_e = R_e / R_d$ ,  $\tilde{k}_u = k_u / k_0$ ,  $\tilde{I}_{u,k} = I_{u,k} / I_0$ ,  $\tilde{a} = a / k_0$ ,  $\tilde{b} = I_0 b / k_0$ ,  $I_0 = Q / (4\pi k_0 R_d^2)$ . Тогда указанные формулы приобретают более простой вид. Приведенный напор в первой зоне

$$\tilde{h}_u = \frac{1}{\tilde{k}_u} \left( 1 - \frac{1}{\tilde{r}} \right), \quad 1 \leq \tilde{r} < \frac{1}{\sqrt{\tilde{k}_u \tilde{I}_u}}; \quad (27)$$

во второй зоне

$$\begin{aligned} \tilde{h}_I = & \frac{1}{k_u} \left( 1 - \sqrt{k_u \bar{I}_u} \right) - \frac{\bar{a}}{2b} \left( \bar{r} - \frac{1}{\sqrt{k_u \bar{I}_u}} \right) + \\ & + \sqrt{\left( \frac{\bar{a}\bar{r}}{2b} \right)^2 + \frac{1}{b}} - \sqrt{\frac{\bar{a}^2}{4b^2 k_u \bar{I}_u} + \frac{1}{b}} + \\ & + \frac{1}{\sqrt{4b}} \ln \frac{\sqrt{\bar{a}^2 \bar{r}^2 + 4b} - 2\sqrt{b}}{\sqrt{\bar{a}^2 \bar{r}^2 + 4b} + 2\sqrt{b}} \times \\ & \times \frac{\sqrt{\bar{a}^2 + 4b k_u \bar{I}_u} + 2\sqrt{b k_u \bar{I}_u}}{\sqrt{\bar{a}^2 + 4b k_u \bar{I}_u} - 2\sqrt{b k_u \bar{I}_u}}, \quad \frac{1}{\sqrt{k_u \bar{I}_u}} \leq \bar{r} \leq \frac{1}{\sqrt{\bar{I}_k}}; \end{aligned} \quad (28)$$

в третьей зоне

$$\begin{aligned} \tilde{h}_0 = & \frac{1}{k_u} \left( 1 - \sqrt{k_u \bar{I}_u} \right) - \frac{\bar{a}}{2b} \left( \frac{1}{\sqrt{\bar{I}_k}} - \frac{1}{\sqrt{k_u \bar{I}_u}} \right) + \\ & + \sqrt{\frac{\bar{a}^2}{4b^2 \bar{I}_k} + \frac{1}{b}} - \sqrt{\frac{\bar{a}^2}{4b^2 k_u \bar{I}_u} + \frac{1}{b}} + \\ & + \frac{1}{\sqrt{4b}} \ln \frac{\sqrt{\bar{a}^2 + 4b \bar{I}_k} - 2\sqrt{b \bar{I}_k}}{\sqrt{\bar{a}^2 + 4b \bar{I}_k} + 2\sqrt{b \bar{I}_k}} \times \\ & \times \frac{\sqrt{\bar{a}^2 + 4b k_u \bar{I}_u} + 2\sqrt{b k_u \bar{I}_u}}{\sqrt{\bar{a}^2 + 4b k_u \bar{I}_u} - 2\sqrt{b k_u \bar{I}_u}} + \sqrt{\bar{I}_k} - \frac{1}{\bar{r}}, \\ & \frac{1}{\sqrt{\bar{I}_k}} < \bar{r} \leq \bar{R}_e. \end{aligned} \quad (29)$$

Здесь учтено, что радиусы границ между зонами в относительных единицах составляют

$$\bar{R}_u = \frac{1}{\sqrt{k_u \bar{I}_u}}, \quad \bar{R}_k = \frac{1}{\sqrt{\bar{I}_k}}. \quad (30)$$

Относительный радиус зоны влияния дрены будет

$$\bar{R}_e = \frac{1}{\sqrt{\bar{I}_k} - \tilde{M}_0 + \tilde{h}_I(\bar{R}_k)}, \quad (31)$$

где  $\tilde{M}_0 = 4\pi k_0 R_d (M_0 - H_d) / Q$  и ограничена сверху значением  $\tilde{M}_{max}$ , которое вытекает из (31) при  $\bar{R}_e \rightarrow \infty$  и равно

$$\tilde{M}_{max} = \tilde{h}_I(\bar{R}_k) + \sqrt{\bar{I}_k}.$$

Относительный коэффициент фильтрации во второй зоне

$$\bar{k}_I = \frac{\bar{a}}{2} + \sqrt{\frac{\bar{a}^2}{4} + \frac{\bar{b}}{\bar{r}^2}}. \quad (32)$$

С учетом (24), (25) и принятых масштабов условия предельного деформирования грунта и существования в области фильтрации зоны без деформаций представляются в виде

$$\bar{k}_u \bar{I}_u < 1, \quad \bar{I}_k \bar{R}^2 > 1. \quad (33)$$

Для выделения вклада деформационного эффекта в фильтрационный режим используется известное решение аналогичной стационарной задачи радиальной фильтрации к малому стоку, но в недеформированном грунте, из которого для функции напора  $h$  следует выражение

$$h = H_d + \frac{Q}{4\pi k_0} \left( \frac{1}{R_d} - \frac{1}{r} \right),$$

или в безразмерной форме

$$\tilde{h} = 1 - \frac{1}{\bar{r}}. \quad (34)$$

Конечную величину приведенного напора в третьей зоне на бесконечности  $\tilde{h}_0(\infty)$  можно трактовать как относительные полные потери напора в безграничной области движения. Тогда для выяснения роли деформаций второго рода в фильтрационном процессе в условиях радиальной симметрии удобно сопоставить  $\tilde{h}_0(\infty)$  с  $\tilde{h}(\infty)$ , введя специальный параметр  $G_h$ , а именно,

$$G_h = \frac{\tilde{h}(\infty) - \tilde{h}_0(\infty)}{\tilde{h}(\infty)} = 1 - \tilde{h}_I(\bar{R}_k) - \sqrt{\bar{I}_k}. \quad (35)$$

Вторая задача формулируется также, как и первая, за исключением условия (11), которое теперь заменяется на условие первого рода на контуре питания

$$r = R, \quad h_0 = H_R. \quad (36)$$

В ходе решения второй задачи выведены следующие представления для напоров в первой и третьей зонах:

$$h_u = H_d + A_1 \left( \frac{1}{R_d} - \frac{1}{r} \right), \quad R_d \leq r < R_u; \quad (37)$$

$$h_0 = H_R + A_3 \left( \frac{1}{R} - \frac{1}{r} \right), \quad R_k < r \leq R. \quad (38)$$

Также, повторяя процедуру построения решения во второй зоне из предыдущей задачи, получено

$$\begin{aligned} h_I = & h_u(R_u, A_1) - \frac{a}{2b}(r - R_u) + \sqrt{\left( \frac{ar}{2b} \right)^2 + \frac{A_2}{b}} - \\ & - \sqrt{\left( \frac{aR_u}{2b} \right)^2 + \frac{A_2}{b}} + \sqrt{\frac{A_2}{4b}} \times \\ & \times \ln \frac{\sqrt{a^2 r^2 + 4bA_2} - 2\sqrt{bA_2}}{\sqrt{a^2 r^2 + 4bA_2} + 2\sqrt{bA_2}} \times \\ & \times \frac{\sqrt{a^2 R_u^2 + 4bA_2} + 2\sqrt{bA_2}}{\sqrt{a^2 R_u^2 + 4bA_2} - 2\sqrt{bA_2}}. \end{aligned} \quad (39)$$

Из условий равенства расходов (7), (8) следует, что неизвестные постоянные  $A_1, A_2, A_3$  связаны между собой соотношениями  $A_2 = k_u A_1 = k_0 A_3$ . С помощью условий (10) радиусы  $R_u, R_k$  выражаются через  $A_2$ :

$$R_u^2 = \frac{A_1}{I_u} = \frac{A_2}{k_u I_u}, \quad R_k^2 = \frac{A_3}{I_k} = \frac{A_2}{k_0 I_k}. \quad (40)$$

Фактически остается одна неизвестная постоянная  $A_2$ , определение которой, по существу, и заканчивает решение данной задачи, поскольку тогда становятся возможными расчеты конкретных примеров по формулам (37)–(40). Составляется уравнение относительно  $A_2$ , исходя из равенства напоров  $h_I$  и  $h_0$  при  $r = R_k$  (условие (8)). С учетом значений  $h_u(R_u), h_0(R_k), h_I(R_k)$  согласно (37), (38), (39) соответственно указанное уравнение приобретает вид

$$\begin{aligned} & \frac{A_2}{k_u} \left( \frac{1}{R_d} - \frac{1}{R_u} \right) - \frac{A_2}{k_0} \left( \frac{1}{R} - \frac{1}{R_k} \right) - \frac{a}{2b} (R_k - R_u) + \\ & + \sqrt{\left( \frac{aR_k}{2b} \right)^2 + \frac{A_2}{b}} - \sqrt{\left( \frac{aR_u}{2b} \right)^2 + \frac{A_2}{b}} + \sqrt{\frac{A_2}{4b}} \times \\ & \times \ln \frac{\sqrt{a^2 R_k^2 + 4bA_2} - 2\sqrt{bA_2}}{\sqrt{a^2 R_k^2 + 4bA_2} + 2\sqrt{bA_2}} \times \\ & \times \frac{\sqrt{a^2 R_u^2 + 4bA_2} + 2\sqrt{bA_2}}{\sqrt{a^2 R_u^2 + 4bA_2} - 2\sqrt{bA_2}} = H_R - H_d. \end{aligned} \quad (41)$$

В итоге (41) сводится к квадратному уравнению для  $\sqrt{A_2}$ :

$$\psi_2 A_2 + \psi_1 \sqrt{A_2} - H_R + H_d = 0. \quad (42)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \psi_2 &= \frac{1}{k_u R_d} - \frac{1}{k_0 R}, \\ \psi_1 &= \sqrt{\frac{I_k}{k_0}} - \sqrt{\frac{I_u}{k_u}} + \frac{a}{2b} \left( \frac{1}{\sqrt{k_u I_u}} - \frac{1}{\sqrt{k_0 I_k}} \right) + \\ & + \sqrt{\frac{a^2}{4k_0 I_k b^2} + \frac{1}{b}} - \sqrt{\frac{a^2}{4k_u I_u b^2} + \frac{1}{b}} + \\ & + \frac{1}{\sqrt{4b}} \ln \frac{\sqrt{a^2 + 4bk_0 I_k} - 2\sqrt{bk_0 I_k}}{\sqrt{a^2 + 4bk_0 I_k} + 2\sqrt{bk_0 I_k}} \times \\ & \times \frac{\sqrt{a^2 + 4bk_u I_u} + 2\sqrt{bk_u I_u}}{\sqrt{a^2 + 4bk_u I_u} - 2\sqrt{bk_u I_u}}. \end{aligned}$$

Из (42) вытекает выражение для  $A_2$ :

$$A_2 = \sqrt{\left( \frac{\psi_1}{2\psi_2} \right)^2 + \frac{H_R - H_d}{\psi_2}} - \frac{\psi_1}{2\psi_2}. \quad (43)$$

Зная  $A_2$ , легко определить расход дрены (фильтрационный расход), который в отличие от предыдущей задачи заранее неизвестен и составит

$$Q = 4\pi k_u R_d^2 \frac{dh_u}{dr} \Big|_{r=R_d} = 4\pi A_2. \quad (44)$$

Наконец, коэффициент фильтрации во второй зоне будет

$$k_I = \frac{a}{2} + \sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{bA_2}{r^2}}. \quad (45)$$

Для получения расчетных формул в безразмерном виде здесь удобно ввести приведенные напоры  $\tilde{h}_j$  и масштаб для градиентов  $I_0$ , опираясь на известный перепад напоров  $H_R - H_d$ , так что  $\tilde{h}_j = (h_j - H_R)/(H_R - H_d)$ ,  $I_0 = (H_R - H_d)/R_d$ . После несложных преобразований распределение приведенных напоров в области движения описывается системой уравнений

$$\tilde{h}_u = \frac{\bar{A}_2}{\bar{k}_u} \left( 1 - \frac{1}{\bar{r}} \right), \quad 1 \leq \bar{r} < \sqrt{\frac{\bar{A}_2}{\bar{k}_u \bar{I}_u}}; \quad (46)$$

$$\begin{aligned} \tilde{h}_I &= \frac{A_2}{k_u} \left( 1 - \sqrt{\frac{\bar{k}_u \bar{I}_u}{\bar{A}_2}} \right) - \frac{\bar{a}}{2\bar{b}} \left( \bar{r} - \sqrt{\frac{\bar{A}_2}{\bar{k}_u \bar{I}_u}} \right) + \\ & + \sqrt{\left( \frac{\bar{a}\bar{r}}{2\bar{b}} \right)^2 + \frac{\bar{A}_2}{\bar{b}}} - \sqrt{\bar{A}_2 \left( \frac{\bar{a}^2}{4\bar{b}^2 \bar{k}_u \bar{I}_u} + \frac{1}{\bar{b}} \right)} + \sqrt{\frac{\bar{A}_2}{4\bar{b}}} \times \\ & \times \ln \frac{\sqrt{\bar{a}^2 \bar{r}^2 + 4\bar{b}\bar{A}_2} - 2\sqrt{\bar{b}\bar{A}_2}}{\sqrt{\bar{a}^2 \bar{r}^2 + 4\bar{b}\bar{A}_2} + 2\sqrt{\bar{b}\bar{A}_2}} \times \\ & \times \frac{\sqrt{\bar{a}^2 + 4\bar{b}\bar{k}_u \bar{I}_u} + 2\sqrt{\bar{b}\bar{k}_u \bar{I}_u}}{\sqrt{\bar{a}^2 + 4\bar{b}\bar{k}_u \bar{I}_u} - 2\sqrt{\bar{b}\bar{k}_u \bar{I}_u}}, \end{aligned} \quad (47)$$

$$\sqrt{\frac{\bar{A}_2}{\bar{k}_u \bar{I}_u}} \leq \bar{r} \leq \sqrt{\frac{\bar{A}_2}{\bar{I}_k}};$$

$$\tilde{h}_0 = 1 + \bar{A}_2 \left( \frac{1}{\bar{R}} - \frac{1}{\bar{r}} \right), \quad \sqrt{\frac{\bar{A}_2}{\bar{I}_k}} < \bar{r} \leq \bar{R}. \quad (48)$$

Здесь учтены следующие выражения для безразмерных радиусов внутренних границ:

$$\bar{R}_u = \sqrt{\frac{\bar{A}_2}{\bar{k}_u \bar{I}_u}}, \quad \bar{R}_k = \sqrt{\frac{\bar{A}_2}{\bar{I}_k}}. \quad (49)$$

Относительная постоянная

$$\bar{A}_2 = \frac{A_2}{k_0 R_d (H_R - H_d)}$$

вычисляется путем решения квадратного уравнения

$$\bar{\psi}_2 \bar{A}_2 + \bar{\psi}_1 \sqrt{\bar{A}_2} - 1 = 0,$$

где

$$\begin{aligned} \bar{\psi}_2 &= \frac{1}{\bar{k}_u} - \frac{1}{\bar{R}}, \\ \bar{\psi}_1 &= \sqrt{\bar{I}_k} - \sqrt{\frac{\bar{I}_u}{\bar{k}_u}} + \frac{\bar{a}}{2\bar{b}} \left( \frac{1}{\sqrt{\bar{k}_u \bar{I}_u}} - \frac{1}{\sqrt{\bar{I}_k}} \right) + \\ &+ \sqrt{\frac{\bar{a}^2}{4\bar{I}_k \bar{b}^2} + \frac{1}{\bar{b}}} - \sqrt{\frac{\bar{a}^2}{4\bar{k}_u \bar{I}_u \bar{b}^2} + \frac{1}{\bar{b}}} + \\ &+ \frac{1}{\sqrt{4\bar{b}}} \ln \frac{\sqrt{\bar{a}^2 + 4\bar{b}\bar{I}_k} - 2\sqrt{\bar{b}\bar{I}_k}}{\sqrt{\bar{a}^2 + 4\bar{b}\bar{I}_k} + 2\sqrt{\bar{b}\bar{I}_k}} \times \\ &\times \frac{\sqrt{\bar{a}^2 + 4\bar{b}\bar{k}_u \bar{I}_u} + 2\sqrt{\bar{b}\bar{k}_u \bar{I}_u}}{\sqrt{\bar{a}^2 + 4\bar{b}\bar{k}_u \bar{I}_u} - 2\sqrt{\bar{b}\bar{k}_u \bar{I}_u}}. \end{aligned}$$

Таким образом,

$$\bar{A}_2 = \frac{1}{4\bar{\psi}_2^2} \left( \sqrt{\bar{\psi}_1^2 + 4\bar{\psi}_2} - \bar{\psi}_1 \right)^2. \quad (50)$$

Относительный коэффициент фильтрации в зоне частичной деформации станет

$$\bar{k}_I = \frac{\bar{a}}{2} + \sqrt{\frac{\bar{a}^2}{4} + \frac{\bar{b}\bar{A}_2}{\bar{r}^2}}. \quad (51)$$

Приведенный напор в недеформированном грунте при таких же граничных условиях будет

$$\tilde{h} = \frac{\bar{R}}{\bar{R} - 1} \frac{\bar{r} - 1}{\bar{r}}. \quad (52)$$

Область движения будет включать зоны предельной деформации и недеформированного грунта при выполнении условий

$$\bar{I}_k \bar{R}^2 > \bar{A}_2 > \bar{k}_u \bar{I}_u. \quad (53)$$

В инженерных расчетах малых дренажных устройств удается сравнительно просто учесть эффект деформаций второго рода, если воспользоваться плодотворной идеей фильтрационных сопротивлений и ее практическим воплощением – методом фильтрационных сопротивлений. Базируется метод применительно к радиальной фильтрации на следующем представлении дренажного расхода:

$$Q = 4\pi k_0 \frac{H_R - H_d}{\frac{1}{R_d} - \frac{1}{R} + \Phi}. \quad (54)$$

С помощью фильтрационного сопротивления  $\Phi$  в принципе возможен учет любого вида несовершенства. С таких позиций и деформирование грунта вблизи дрены оправдано интерпретировать как специфическое несовершенство, которое оказывает обратное по отношению к традиционным видам действие, поскольку способствует улучшению условий фильтрации в целом. Поэтому величина соответствующего деформациям сопротивления  $\Phi_I$  должна быть отрицательной. Исходя из (50) и (54) для относительного  $\bar{\Phi}_I = \Phi_I R_d$  вытекает выражение

$$\bar{\Phi}_I = \frac{1}{\bar{A}_2} - 1 + \frac{1}{\bar{R}}. \quad (55)$$

В (54) и формуле для  $\bar{A}_2$  (50) присутствуют члены  $1/\bar{R}$ , которыми на практике можно пренебречь. Тогда  $\bar{\Phi}_I$  будет зависеть только от  $\bar{k}_u$ ,  $\bar{I}_k$ ,  $\bar{I}_u$ .

## 2. РАСЧЕТЫ ПРИМЕРОВ И ОБСУЖДЕНИЕ ИХ РЕЗУЛЬТАТОВ

С целью иллюстрации полученных выше решений и формул, а также оценки значимости фильтрационных деформаций второго рода для фильтрационных свойств несвязных несуперпозиционных грунтов, действия малых дренажных устройств было рассчитано множество примеров, которые можно разделить на две группы. Для первой группы привлекались формулы, выведенные в результате решения задачи с заданными на дрене напором и расходом, а для второй – формулы, вытекающие из решения аналогичной задачи с известными напорами на обеих границах области фильтрации. Предметом расчетов стали основные фильтрационные и деформационные характеристики – радиусы границ между зонами, приведенные напоры, коэффициент фильтрации, а, кроме того, специальные параметры, наглядно демонстрирующие серьезность влияния на фильтрационный процесс переориентации структурных частиц.

Исходная для примеров информация подбиралась, ориентируясь на данные экспериментов [8]. Однако, для ключевых параметров были взяты более широкие диапазоны, чем в опытах, а именно,  $\bar{k}_u$  менялся в пределах от 1 до 3,  $\bar{I}_k$  – от 0 до 0.25,  $\bar{I}_u$  – от 0.05 до 0.3. Еще два основных модельных параметра благодаря принятию кусочно-линейной формы аппроксимации для  $\bar{k}(\bar{I})$  удалось выразить через вышеупомянутые следующим образом:

$$\bar{a} = 1 - \frac{\bar{k}_u - 1}{\bar{I}_u - \bar{I}_k} \bar{I}_k, \quad \bar{b} = \frac{\bar{k}_u - 1}{\bar{I}_u - \bar{I}_k}.$$

Была принята во внимание важнейшая особенность установившейся радиальной фильтрации – физическая осмысленность результатов решения соответствующей математической задачи на бесконечном удалении от малого источника возмущения фильтрационного режима. В первой задаче показательным при выяснении вклада деформаций в действие стока становится напор на бесконечности  $h_0(\infty)$ . Если же заданы напоры на дрене и бесконечно удаленном контуре питания, то уже относительное увеличение фильтрационного расхода  $Q$  по сравнению с эталонным  $Q_0$  (в исходном грунте) будет показателем эффективности структурных изменений в грунте.

Прежде всего изучалась роль деформаций второго рода в радиальной фильтрации, которая контролируется условиями работы стока (заданы граничные условия на нем (9), (11)). Для проведения практически всех расчетов необходимо знать положение обеих границ между вышеупомянутыми зонами. Поэтому в первую очередь вычислялись  $\bar{R}_u, \bar{R}_k$ , по формулам (30) при изменении  $\bar{I}_k$  от 0.01 до 0.25 и  $\bar{I}_u$  от 0.05 до 0.25 (рис.1). Благодаря заданию фильтрационного расхода в условиях задачи искомые  $\bar{R}_u, \bar{R}_k$  не связаны друг с другом и зависят от  $\bar{k}_u, \bar{I}_u$  и  $\bar{I}_k$  соответственно. Повышение деформационной способности грунта (уменьшение  $\bar{I}_k$ ) ведет к значительному расширению области деформаций за счет увеличения зоны частичной деформации (кривая 1). В то же время, зона предельной деформации не меняется, если  $\bar{k}_u, \bar{I}_u$  фиксированные. Вместе с тем, увеличение  $\bar{k}_u$  в два раза обеспечивает полуторный рост  $\bar{R}_u$  (при неизменном  $\bar{R}_k$ ), а пятикратное увеличение  $\bar{I}_u$  ведет к росту  $\bar{R}_u$  более чем в два раза. Впрочем значения  $\bar{R}_k, \bar{R}_u$ , отвечающие реальным диапазонам изменения  $\bar{I}_u, \bar{I}_k$ , при сравнении с аналогичными величинами в случае осесимметричной фильтрации оказываются заметно меньшими. И все-таки, как свидетельствуют данные последующих расчетов приведенных напоров и других характеристик, даже при более сильной локализации деформаций около сферического стока их эффект может быть значительным. Рис. 2 иллюстрирует распределение приведенных напоров (относительных потерь напора) в области деформаций и начале третьей зоны. Рассчитывались  $\tilde{h}_j$  по формулам (27) – (29) при разных  $\bar{k}_u$  (1.5, 2, 3) и  $\bar{I}_k=0.05, \bar{I}_u=0.2$  (кривые 2–4). Кроме того, построена кривая 1 для недеформированного грунта. Все кривые выходят из одной точки, соответствующей напору на дрене ( $\tilde{h}_u(1) = \tilde{h}(1) = 0$ ), который во всех примерах одинаков. Затем они резко расходятся, причем образовавшаяся в области деформаций разли-

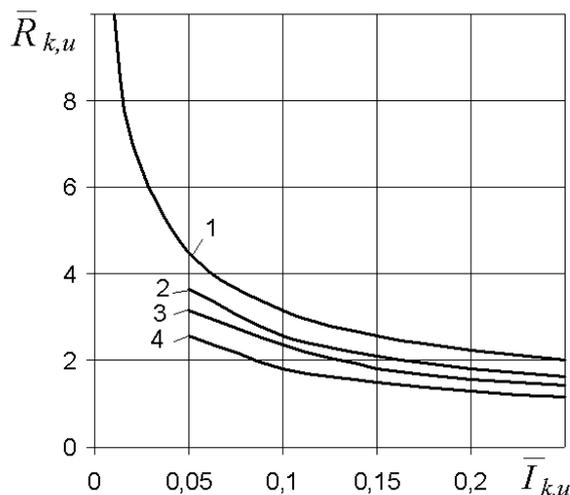


Рис. 1. Графики зависимостей  $\bar{R}_k(\bar{I}_k), \bar{R}_u(\bar{I}_u)$ :  
1 –  $\bar{R}_k$ , 2 – 4 –  $\bar{R}_u$ ;  
2 –  $\bar{k}_u = 1.5$ , 3 –  $\bar{k}_u = 2$ , 4 –  $\bar{k}_u = 3$

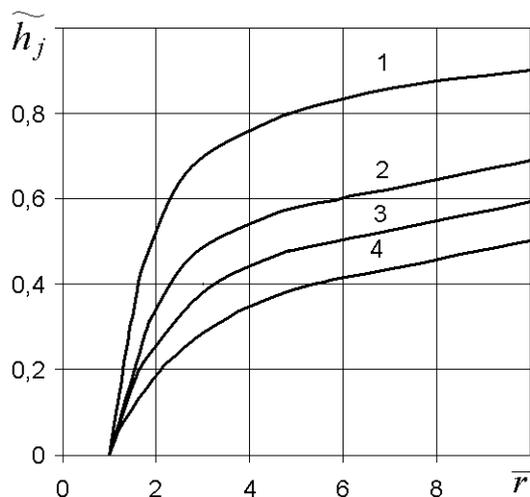


Рис. 2. Распределение приведенных напоров в области фильтрации:  
1 – недеформ., 2 – 4 – деформ.;  
2 –  $\bar{k}_u = 1.5$ , 3 –  $\bar{k}_u = 2$ , 4 –  $\bar{k}_u = 3$

ца сохраняется и при любых больших радиусах. Так, значительные различия между  $\tilde{h}_0$  и  $\tilde{h}$  отмечаются и при  $\bar{r} \rightarrow \infty$ , составляя 31% ( $\bar{k}_u=1.5$ ), 40.7% ( $\bar{k}_u=2$ ) и 49.8% ( $\bar{k}_u=3$ ).

Убедительно подтверждают важное значение деформаций для фильтрационного процесса на фоне сферического стока также и результаты вычислений нововведенного параметра  $G_h$ , характеризующего относительное снижение потерь напора в области движения деформированного грунта

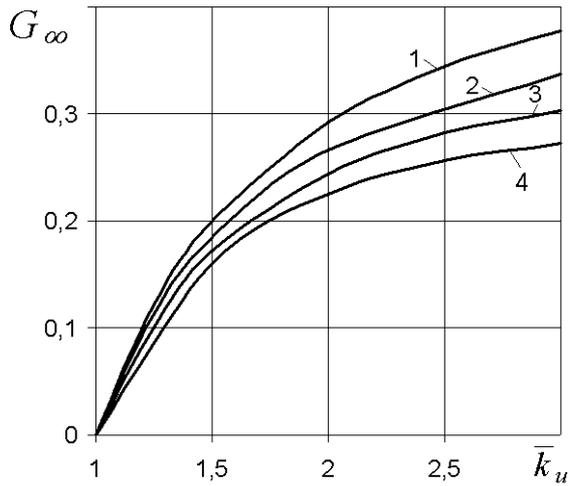


Рис. 3. Графики зависимости  $G_\infty(\bar{k}_u)$ :  
 1 –  $\bar{I}_k = 0.05$ , 2 –  $\bar{I}_k = 0.1$ , 3 –  $\bar{I}_k = 0.15$ ,  
 4 –  $\bar{I}_k = 0.2$

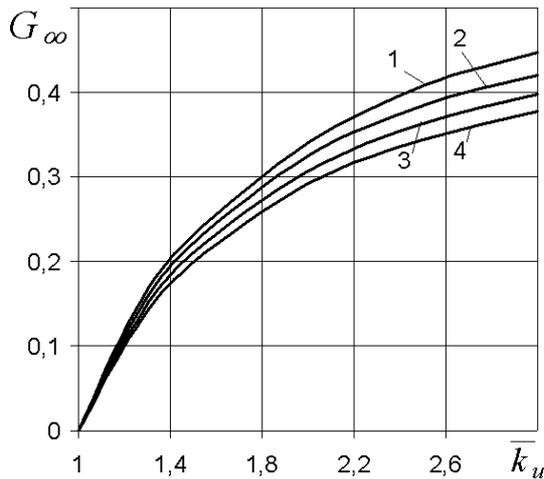


Рис. 4. Графики зависимости  $G_\infty(\bar{k}_u)$ :  
 1 –  $\bar{I}_u = 0.1$ , 2 –  $\bar{I}_u = 0.15$ , 3 –  $\bar{I}_u = 0.2$ , 4 –  $\bar{I}_u = 0.25$

по сравнению с недеформированным. Чтобы избавиться от параметра  $R$ , указанная область полагалась неограниченной. Строились кривые  $G_h(\bar{k}_u)$  двух видов. Первый набор кривых был получен при фиксированном  $\bar{I}_u = 0.25$  и дискретно меняющемся  $\bar{I}_k$  (0.05, 0.1, 0.15, 0.2). Соответствующие кривые показаны на рис. 3. При расчетах второго набора уже фиксировался  $\bar{I}_k = 0.05$ , а варьировался  $\bar{I}_u$  (0.1, 0.15, 0.2, 0.25) (рис. 4). Из рисунков очевидно, что в рассматриваемых условиях даже трехкратное изменение  $\bar{I}_k$ ,  $\bar{I}_u$  ведет к сравнительно небольшим изменениям  $G_h$  или, другими

словами, приведенного напора на бесконечности, полных потерь напора в неограниченной области фильтрации. В то же время, трехкратное увеличение  $\bar{k}_u$  способствует сокращению потерь напора на 20-40%.

Ценными для приложений являются формулы для коэффициентов фильтрации деформированных несущих грунтов и результаты расчетов на их основе. Последующий учет таких формул в постановке задач радиального притока к малым дренажным устройствам способен заметно повысить качество проектирования и эксплуатации дренажа, что сулит снижение текущих затрат, капитальных вложений. На рис. 5 даны характерные профили относительного коэффициента  $\bar{k}(\bar{r})$  в пределах области деформаций. Определены они при  $\bar{I}_k = 0.05$ ,  $\bar{I}_u = 0.25$  и разных  $\bar{k}_u$ . Указанные профили имеют горизонтальные участки в первой и третьей зонах, где  $\bar{k}$  равен соответственно  $\bar{k}_u$  и 1, а также переходной участок, отвечающий зоне частичной деформации, на котором происходит плавный переход от  $\bar{k}_u$  к 1. На этом участке функция  $\bar{k}(\bar{r})$  ведет себя как гиперболическая. По-видимому, в фильтрационных задачах применительно к деформированным грунтам может быть полезной замена  $\bar{k}(\bar{r})$  его эффективной постоянной величиной  $\bar{k}_{ef}$ . Логично выбирать значения  $\bar{k}_{ef}$  так, чтобы обеспечить совпадение расчетных напоров при  $\bar{k} = \bar{k}_{ef}$  и  $\bar{k} = \bar{k}(\bar{r})$  на определенном расстоянии от стока ( $\bar{r} = \bar{R}_p$ ). Для условий первой задачи

$$\bar{k}_{ef} = \frac{\left(1 - \frac{1}{\bar{R}_p}\right)}{\int_1^{\bar{R}_p} \frac{d\bar{r}}{\bar{r}^2 \bar{k}(\bar{r})}}. \quad (56)$$

В случае  $R_p = R_k$  формула для  $\bar{k}_{ef}$  будет иметь следующий вид:

$$\bar{k}_{ef} = \left(1 - \sqrt{\bar{I}_k}\right) \left[ \frac{1}{\bar{k}_u} \left(1 - \sqrt{\bar{k}_u \bar{I}_u}\right) + \frac{1}{\sqrt{\bar{b} \bar{A}_2}} \times \right. \\ \left. \times \ln \frac{2\sqrt{\bar{b} \bar{A}_2 \bar{I}_k} + \sqrt{\bar{a}^2 + 4\bar{b} \bar{A}_2 \bar{I}_k^2}}{2\sqrt{\bar{b} \bar{A}_2 \bar{k}_u \bar{I}_u} + \sqrt{\bar{a}^2 + 4\bar{b} \bar{A}_2 \bar{k}_u^2 \bar{I}_u^2}} \right]^{-1}. \quad (57)$$

Теоретический анализ фильтрационного процесса в деформированной среде осложняется при заданных на границах области движения напорах, так как все расчетные характеристики оказываются в таком случае взаимосвязанными. Это утверждение подтверждается уже вычислениями относительных радиусов границ между зонами  $\bar{R}_u$ ,  $\bar{R}_k$ ,

выполнявшимися для трех примеров: пример 1 –  $\bar{I}_k = 0.05, \bar{I}_u = 0.25$ ; пример 2 –  $\bar{I}_k = 0.1, \bar{I}_u = 0.25$ ; пример 3 –  $\bar{I}_k = 0.05, \bar{I}_u = 0.1$ . Графики функций  $\bar{R}_u(\bar{k}_u), \bar{R}_k(\bar{k}_u)$  строились с помощью формул (50) и представлены на рис. 6. Радиусы  $\bar{R}_u, \bar{R}_k$  зависят от  $\bar{I}_k$  благодаря присутствию в указанных формулах расходного параметра  $\bar{A}_2$ . Однако подобное взаимное влияние слабо выражено, на что указывает близость кривых 5, 6 (на рис. 6 они сливаются в одну линию). Таким образом, для  $\bar{R}_k$  определяющим остается  $\bar{I}_k$ , что следует из сильного расхождения кривых 2 и 3, а для  $\bar{R}_u - \bar{I}_u$  (большое расхождение кривых 4 и 5). В целом значения  $\bar{R}_u, \bar{R}_k$  в рассмотренных задачах с разными граничными условиями отличаются незначительно.

Специфические изменения напоров и их текущих потерь за счет деформаций второго рода, происходящие при граничных условиях первого рода (фиксируют общие потери напора в области движения), наглядно иллюстрируются рис. 7. Профили 2-4 приведенных напоров  $\bar{h}_j(\bar{r})$  здесь получены при  $\bar{I}_k = 0.05, \bar{I}_u = 0.2$ , трех значениях  $\bar{k}_u$  и диапазоне изменения  $\bar{r}$  от 1 до 10. Однако протяженность области фильтрации считается бесконечно большой ( $\bar{R} \rightarrow \infty$ ), так что на рисунке нашла отражение только малая часть вычислений  $\bar{h}_j$  по формулам (46), (48), причем в непосредственной близости от стока. Все-таки согласно рис. 6, и столь малого расчетного интервала по  $\bar{r}$  вполне достаточно, чтобы захватить все три зоны области движения, а, кроме того, продемонстрировать серьезность снижения напора вследствие деформаций. С этой целью на рис. 7 также дается кривая 1 для приведенного напора в недеформированном грунте. По мере увеличения  $\bar{r}$  все расчетные кривые сближаются, асимптотически стремясь к значению 1. Тем не менее, отчетливо наблюдаемое выполаживание профилей напора 2-4 (в сравнении с кривой 1), означающее более равномерное распределение потерь напора в области движения (при неизменных суммарных), приводит к весьма существенному росту фильтрационного расхода. Для количественной оценки подобного увеличения вводится параметр расхода  $G_q$  таким образом

$$G_q = \frac{Q - Q_0}{Q_0}.$$

Важно заметить, что эффект деформаций в небольшой степени зависит от положения контура питания, а наиболее слабо проявляется при отнесении последнего на бесконечность ( $\bar{R} \rightarrow \infty$ ). Такой вывод напрашивается благодаря результатам ра-

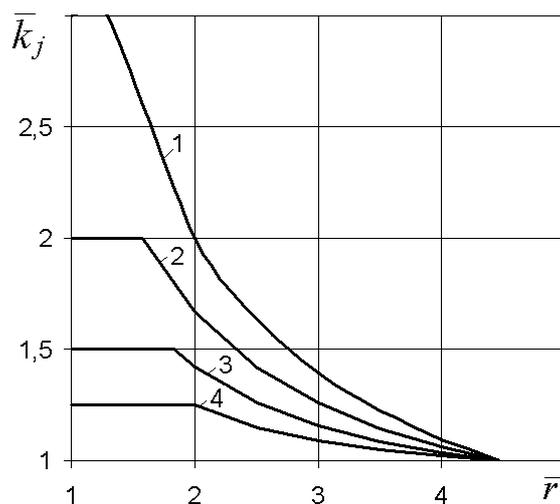


Рис. 5. Относительный коэффициент фильтрации в области деформаций:  
1 –  $\bar{k}_u = 3$ , 2 –  $\bar{k}_u = 2$ , 3 –  $\bar{k}_u = 1.5$ , 4 –  $\bar{k}_u = 1.25$

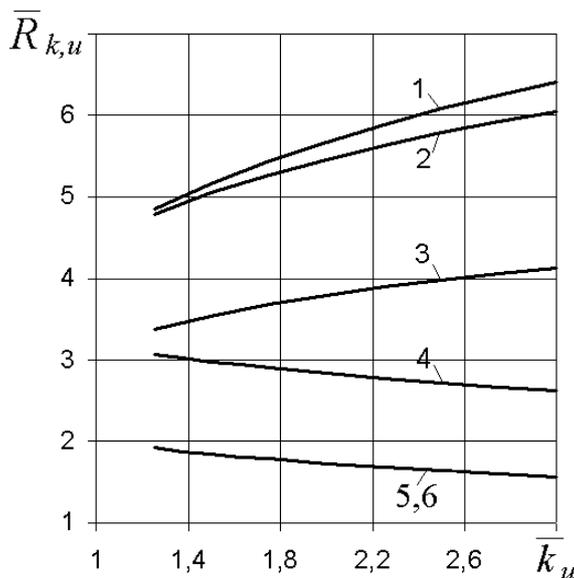


Рис. 6. Графики зависимостей  $\bar{R}_k(\bar{k}_u), \bar{R}_u(\bar{k}_u)$ :  
1, 4 – прим.3, 2, 5 – прим.1, 3, 6 – прим.2;  
1 – 3 –  $\bar{R}_k$ , 4 – 6 –  $\bar{R}_u$

счетов  $G_q$  по формулам (50) и

$$G_q = \bar{A}_2 \left( 1 - \frac{1}{\bar{R}} \right) - 1, \quad (58)$$

приведенным на рис. 8. Выполнялись они при  $\bar{I}_k = 0.05, \bar{I}_u = 0.2$ , трех значениях  $\bar{k}_u$  (1.5, 2, 3) и непрерывно менявшемся  $\bar{R}$  вплоть до 50. Найденные при  $\bar{R} = 50$  значения  $G_q$  отличаются от минимальных (при  $\bar{R} \rightarrow \infty$ ) 0.273 ( $\bar{k}_u = 1.5$ ), 0.49 ( $\bar{k}_u = 2$ )

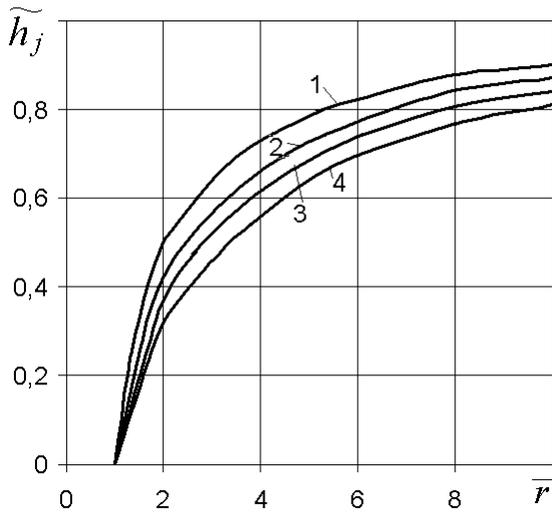


Рис. 7. Распределение приведенных напоров в области фильтрации:  
 1 - недеформ., 2 - 4 - деформ.;  
 2 -  $\bar{k}_u = 1.5$ , 3 -  $\bar{k}_u = 2$ , 4 -  $\bar{k}_u = 3$

и 0.827 ( $\bar{k}_u=3$ ) менее, чем на 4-6%. В то же время, при очень близком расположении внешней границы области движения к стоку увеличение фильтрационного расхода из-за деформаций будет намного больше, достигая максимальных в расчетах 170% при  $\bar{k}_u = 3$ ,  $\bar{R} = 5$ . В дальнейшем вычисления параметра  $G_q$  проводились только для предельного случая  $\bar{R} \rightarrow \infty$ , когда деформации сказываются на интенсивности фильтрационного процесса в наименьшей степени. Итак, полученные таким образом оценки дают представление лишь о минимальном из возможных приращений дренажного расхода. В действительности при конечных значениях  $\bar{R}$  изучаемый эффект выражен сильнее, иногда и намного.

Для выявления вклада опорных градиентов в интенсификацию фильтрационного процесса был рассчитан ряд кривых  $G_q(\bar{k}_u)$ , которые приведены на рис. 9, 10. Относительные значения  $\bar{I}_u$  и особенно  $\bar{I}_k$  менялись в широких пределах и поочередно. При этом другой параметр – градиент – фиксировался ( $\bar{I}_k = 0.05$  или  $\bar{I}_u = 0.25$ ), как и значения  $\bar{k}_u$ . Из рис. 9 видно, что уменьшение свободы структурных частиц в пористой среде и, следовательно, увеличение  $\bar{I}_k$  в десять раз способствует сокращению прироста фильтрационного расхода в полтора-два раза. Заметно слабее влияет на  $Q$  и  $G_q$  величина  $\bar{I}_u$  (рис. 10). Рост  $\bar{I}_u$ , затрудняющий достижение в среде предельно деформированного механического состояния, не имеет для фильтрационного течения такого значения, как  $I_k$ . Выя-

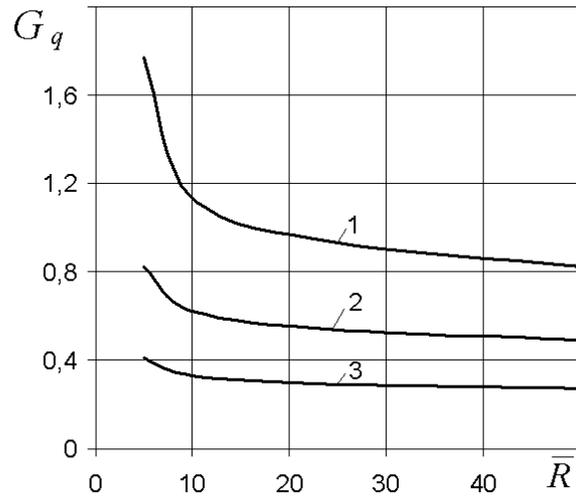


Рис. 8. Графики зависимости  $G_q(\bar{R})$ :  
 1 -  $\bar{k}_u = 3$ , 2 -  $\bar{k}_u = 2$ , 3 -  $\bar{k}_u = 1.5$

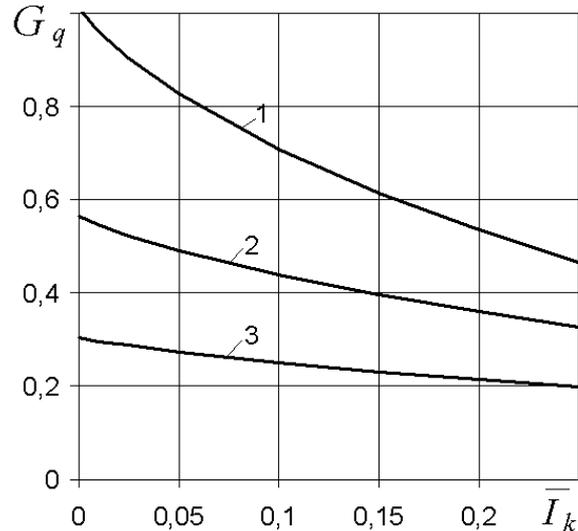


Рис. 9. Графики зависимости  $G_q(\bar{I}_k)$ :  
 1 -  $\bar{k}_u = 3$ , 2 -  $\bar{k}_u = 2$ , 3 -  $\bar{k}_u = 1.5$

снилось, что он ведет к увеличению длины зоны предельной деформации при почти таком же сокращении зоны частичной деформации. Таким образом, размеры области деформаций практически сохраняются. Напротив, увеличение  $I_k$  обуславливает соответствующее расширение указанной области.

О степени улучшения фильтрационной способности несугфозионных грунтов в результате их деформирования позволяет судить рис.11. Здесь даются профили относительных коэффициентов

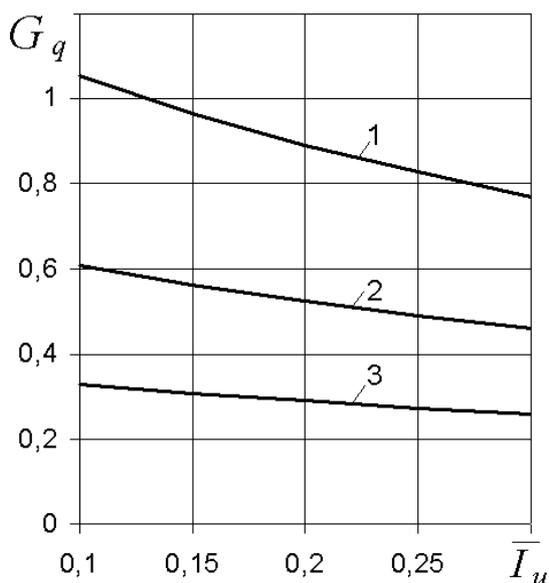


Рис. 10. Графики зависимости  $G_q(I_u)$ :  
 1 –  $\bar{k}_u = 3$ , 2 –  $\bar{k}_u = 2$ , 3 –  $\bar{k}_u = 1.5$

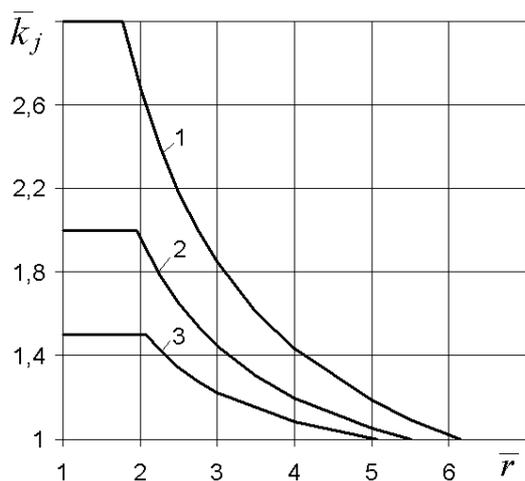


Рис. 11. Профили относительного коэффициента фильтрации в области деформаций:  
 1 –  $\bar{k}_u = 3$ , 2 –  $\bar{k}_u = 2$ , 3 –  $\bar{k}_u = 1.5$

фильтрации, рассчитанные при одинаковых  $\bar{I}$ ,  $\bar{I}_k$  (0.25 и 0.05), но разных  $\bar{k}_u$  по формуле (51). Они имеют сходную с профилями согласно (32) форму, поскольку описываются функциями одного типа. Тем не менее, между ними существует и заслуживающее внимания отличие. Присутствие в выражениях (49), (51) параметра  $\bar{A}_2$  обуславливает в задаче с заданными граничными условиями первого рода смещение границы между второй и третьей зонами в связи с изменением  $\bar{k}_u$ , что не на-

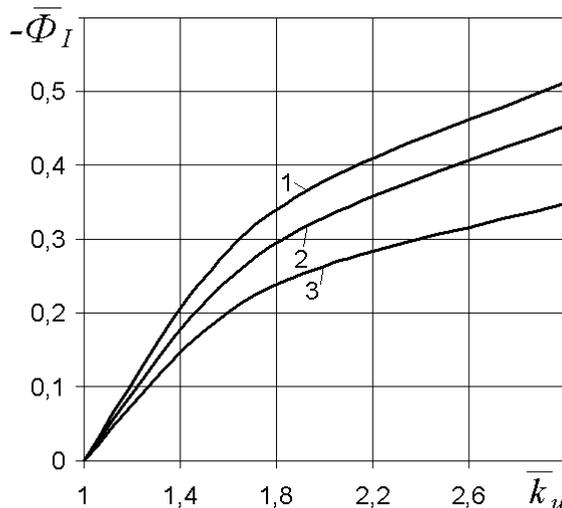


Рис. 12. Графики зависимости  $-\bar{\Phi}_I(\bar{k}_u)$ :  
 1 –  $\bar{I}_k = 0.05$ ,  $\bar{I}_u = 0.1$ ; 2 –  $\bar{I}_k = 0.05$ ,  $\bar{I}_u = 0.25$ ;  
 3 –  $\bar{I}_k = 0.2$ ,  $\bar{I}_u = 0.25$

блюдалось в задачах с условиями смешанного типа. И в данном случае можно рекомендовать формулу для эффективного  $\bar{k}_{ef}$  (57), в которой вместо  $\bar{b}$  следует полагать  $\bar{b}\bar{A}_2$ .

Эффект деформации грунтов путем переориентации их структурных частиц не сложно учитывать в интегральном смысле в разнообразных фильтрационных задачах (плоско)радиальной симметрии благодаря применению метода фильтрационных сопротивлений, что требует определения подходящего фильтрационного сопротивления  $\Phi_I$ . Относительное его значение  $\bar{\Phi}_I = \Phi_I R_d$  можно рассматривать как обобщенную меру вышеупомянутого эффекта. На рис. 12 показана совокупность абсолютных значений  $\bar{\Phi}_I$  (фактические имеют отрицательный знак), полученных по формуле (55) при непрерывном изменении  $\bar{k}_u$  от 1 до 3 для трех примеров с существенно различающимися  $\bar{I}_u$ ,  $\bar{I}_k$ . И все-таки три расчетные кривые оказались сравнительно близкими друг к другу, так что определяющим параметром здесь следует признать  $\bar{k}_u$ . Также нельзя не отметить быстрый рост  $\bar{\Phi}_I$  с увеличением  $\bar{k}_u$ , что еще раз подтверждает значимость деформаций в условиях радиальной фильтрации практически при любых  $\bar{k}_u > 0$ .

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В несвязных грунтах наряду с традиционными фильтрационными деформациями (механические суффозия и кольматаж) нередко происходят и де-

формации особого типа, заключающиеся в массовой переориентации структурных частиц неправильной формы вдоль фильтрационного течения. При этом снижается сопротивление, оказываемое жидкости со стороны скелета, и возрастает коэффициент фильтрации. Указанные деформации возникают при превышении градиентом напора  $I$  критического значения  $I_k$  и чаще всего инициируются различными дренажами. Степень деформирования грунта определяется величиной  $I$  и поэтому особенно сильно выражена при действии малых дренажных устройств, обуславливающих резкое сжатие фильтрационного потока и значительную неравномерность потерь напора в области движения. Деформациям подвергается, однако, только грунт вблизи такого устройства, которое в теоретических исследованиях целесообразно заменять эквивалентной по боковой площади сферой. Поэтому область деформаций, включающая обычно две характерные зоны (предельной и частичной деформаций), занимают лишь малую часть области фильтрации. Хотя повышение проницаемости грунта носит явно локальный характер, но наблюдается оно на участке потока с осложненными водно-физическими условиями и поэтому способно серьезно повлиять на фильтрационный процесс в целом. Выражается это в существенных снижении кривых напора и расширении зоны влияния малого стока при заданных на дрене напоре и расходе (первая задача), а также ощутимом увеличении фильтрационного расхода во второй задаче с известными напорами на обеих границах области движения. Практическое значение двух строго решенных и проиллюстрированных множеством примеров задач состоит в возможности надежного прогноза на основе полученных формул изменений коэффициента фильтрации и фильтрационного режима вследствие деформаций второго типа. Также построенные решения позволили выделить величину, которую можно трактовать как составляющую общего фильтрационного сопротивления, отражающую вклад деформаций в указанный режим. Благодаря этому и с помощью метода фильтрационных сопротивлений становится возможным простой учет подобных деформаций в разнообразных задачах дренажа.

1. Кондратьев В.Н. Фильтрация и механическая суффозия в несвязных грунтах.– Симферополь: Крымиздат, 1958.– 74 с.
2. Мурашко А.И., Саложников Е.Г. Защита дренажа от заилиения.– Мн.: Ураджай, 1978.– 168 с.
3. Поляков В.Л. Механическая суффозия в дренируемом грунте // Прикладна гідромеханіка.– 2002.– 4(76).– С. 60–73.
4. Поляков В.Л. Оценка влияния внутренней суффозии на эффективность увлажнения несвязных грунтов // Вісник НУВГП. – Рівне.– 2007.– Вип.4(40). – Ч.2.– С. 544–553.
5. Сидор В.Б. Инженерные расчеты внешней суффозии, вызванной действием малого сферического стока // Проблеми водопостачання, водовідведення та гідраліки.– 2007.– Вип.8.– С. 143–150.
6. Хлапук М.М. Математичне моделювання процесу фільтрації в середовищах, де відбуваються механічна суффозія // Гідромеліорація та гідротехнічне будівництво.– 1998.– Вип.23.– С. 92–98.
7. Willardson I.S., Walker R.E. Synthetic drain envelope-soil interactions // J.Irrig. and Drain. Div., ASSE.– 1979.– V.105, N 4.– P. 367–373.
8. Дмитриев А.Ф., Хлапук Н.Н., Дмитриев Д.А. Деформационные процессы в несвязных грунтах в придренированной зоне и их влияние на работу осушительно-увлажнительных систем.– Ровно: Изд-во РГТУ, 2002.– 145 с.
9. Дмитрігів Д.А. Про вплив градієнта напору на коефіцієнт фільтрації незв'язних ґрунтів // Вісник Укр. держ. акад. водн. госп-ва. – Рівне: УДАВГ.– 1998.– Ч.2.– С. 23–27.
10. Хлапук М.М., Дмитрігів Д.А. Моделювання впливу градієнтів напору на фільтрацію із зволожувача в ґрунт // Гідромеліорація та гідротехнічне будівництво.– 2000.– Вип. 25.– С. 92–103.
11. Поляков В.Л. Фильтрационные деформации несвязных суффозионных грунтов при установившейся одномерной безнапорной фильтрации // Доп. НАН України.– 2009.– N 4.– С. 57–64.
12. Патрашев А.Н. Напорное движение грунтового потока, сопровождающееся выносом мелких частиц грунта // Изв. НИИГ.– 1938.– Т. 22.– С. 5–49.
13. Рекомендации по проектированию обратных фильтров гидротехнических сооружений П 92-80 / ВНИИГ.– Л.: Энергия, 1981.– 105 с.
14. Ojha C.S.P., Singh V.P., Adrian D.D. Determination of critical head in soil piping // J. Irrig. and Drain. Div., ASSE.– 1979.– V. 105, N 4.– P. 367–373.