ISSN 1561-9087 Прикладна гідромеханіка. 2009. Том 11, N 1. С. 44 – 58

УДК 532.526.10

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ ЗА РАЗРУШИТЕЛЯМИ ВИХРЕВЫХ СТРУКТУР

В. Г. КУЗЬМЕНКО

Институт гидромеханики НАН Украины, Киев

Получено 07.02.2007 ⋄ Пересмотрено 09.12.2008

Турбулентный пограничный слой на гладкой пластине за разрушителями вихревых структур (схема “тандем”) численно моделируется посредством LES-технологии для чисел Рейнольдса Re=12934 и $\mathrm{Re}_x = \{940000 - 1252884\}$. Крупномасштабное поле течения получается путем прямого интегрирования фильтрованных трехмерных нестационарных уравнений Навье-Стокса для несжимаемой жидкости, используя конечно-разностный метод. Маломасштабные движения параметризованы посредством динамической “смешанной” модели. Число использованных сеточных узлов составляет $\{673 \times 97 \times 193\}$. Численное моделирование выполнено для того, чтобы изучить среднюю скорость, турбулентные напряжения, кинетическую энергию турбулентности, коэффициент поверхностного трения и подсеточные эффекты. Разрушители вихревых структур (схема “тандем”) уменьшают коэффициент поверхностного трения на 15 % (в сравнении с турбулентным пограничным слоем без разрушителей вихревых структур). Согласие вычисленных профилей средней скорости и турбулентных статистик с экспериментальными данными является хорошим.

Турбулентний пограничний шар на пласкій пластині за руйнівниками вихрових структур (схема “тандем”) чисельно моделюється за допомогою LES-технології для чисел Рейнольдса Re=12934 та $\mathrm{Re}_x = \{940000 - 1252884\}$. Великомасштабне поле течії одержується шляхом прямого інтегрування фільтрованих тривимірних нестаціонарних рівнянь Нав'є-Стокса для нестисливої рідини, використовуючи кінцево-різницевий метод. Маломасштабні рухи параметризовані за допомогою динамічної “змішаної” моделі. Число використаних сіткових вузлів є $\{673 \times 97 \times 193\}$. Чисельне моделювання виконано для того, щоб вивчити середню швидкість, турбулентні напруги, кінетичну енергію турбулентності, коефіцієнт поверхневого тертя та підсіткові ефекти. Руйнівники вихорових структур (схема “тандем”) зменшують коефіцієнт поверхневого тертя на 15 % (у порівнянні з турбулентним пограничним шаром без руйнівників вихорових структур). Узгоджуванність обчисленних профілів середньої швидкості і турбулентних статистик з експериментальними результатами є доброю.

The turbulent boundary layer on a flat plate behind vortex structures destructors (device “tandem”) is simulated by LES-technique for a Reynolds numbers of Re=12934 and $\mathrm{Re}_x = \{940000 - 1252884\}$. The large-scale flow field has been obtained by directly integrating the filtered three-dimensional time-dependent incompressible Navier-Stokes equations using a finite-difference method. The small-scale motions was parametrized by dynamic subgrid-scale mixed model. The number of grid points used in the numerical method was $\{673 \times 97 \times 193\}$. The simulation were performed to study the mean velocity, the turbulent stresses, the turbulence kinetic energy, skin friction coefficient and subgrid-scale-model effects. The vortex structures destructors (device “tandem”) decreases the skin friction coefficient by up to 15 % (in comparison to the turbulent boundary layer without vortex structures destructors). There is good agreement between the computer mean-velocity profiles, turbulence statistics and experimental data.

ВВЕДЕНИЕ

В последние тридцать лет достаточно интенсивно экспериментально исследовался пассивный способ уменьшения турбулентного трения – применение разрушителей вихревых структур (РВС). Сущность идеи состоит в использовании минимального количества горизонтальных и вертикальных пластин или элементов с различной формой в плане и в поперечных сечениях, расположенных в пределах турбулентной области, с целью непосредственного воздействия на большие вихревые структуры. На практике наиболее популярны устройства, представляющие собой металлические ленты, которые размещаются в турбулентном пограничном слое и вытянуты в боковом направлении. Элементы РВС распожены на заданных высотах параллельно основной гладкой длинной пластине, над которой развивается турбулентный пограничный слой. Такие устройства, уменьшая характерный интегральный масштаб турбулентности, влияют на механизм передачи количества движения из внешней области течения к стенке, за счет чего может уменьшаться число турбулентных выбросов из пристенной области, а следовательно, и поверхностное напряжение трения. Необходимо отметить, что пока отсутствует достаточно надежное объяснение механизма воздействия разрушителей крупных вихрей на снижение трения. Обзор исследований по снижению трения с помощью таких устройств содержится в [1–6].

В экспериментальной работе [4] представлены результаты лабораторных измерений для двух случаев РВС схемы “тандем” и оценена их эффективность по снижению поверхностного трения пластины за РВС в сравнении с другими экспериментальными исследованиями, в которых РВС располагались на больших высотах относительно пластины в турбулентном пограничном слое. В [4] выявлен наиболее оптимальный случай конфигурации РВС схемы "тандем" на выбранной высоте. Отметим, что в большинстве опубликованных экспериментальных работ вопрос о высоте установки РВС не рассматривался.

Анализ опубликованных работ позволяет сделать следующий вывод относительно эффективности различных схем РВС: поверхностное трение вниз по потоку за РВС уменьшается, однако снижение полного сопротивления (суммы сопротивления РВС и поверхностного трения) наблюдается лишь для РВС схемы "тандем" (две поперечные полосы распожены на заданных высотах одна за другой параллельно основной гладкой длинной пластине), как в экспериментальной работе [4].

Абсолютное большинство работ, выполненных по данной тематике, являются экспериментальными исследованиями, в том числе [1, 4–6]. В подавляющем большинстве различных случаев конфигурации РВС лабораторные измерения проводились только за разрушителями вихревых структур в их следе. Основной вопрос всех исследований заключается в выявлении механизма уменьшения поверхностного трения на основной обтекаемой пластине.

На современном этапе изучения турбулентности представляет большой практический интерес проблема численного моделирования влияния РВС на параметры турбулентного пограничного слоя.

Наиболее общим является прямое численное решение уравнений Навье-Стокса (DNS – Direct Numerical Simulation). На данном уровне развития компьютерной техники получить численное решение уравнений Навье-Стокса методом DNS для больших чисел Рейнольдса (Re$> 10^4$) не представляется возможным, поскольку существует главное ограничение – шаг расчетной сетки должен быть равен масштабу вязкой диссипации.

Для изучения развитых турбулентных течений с большими числами Рейнольдса (Re> 5000) более реальным оказывается LES-подход [8–13, 29]. Для LES безразмерный шаг сетки составляет порядка Re$^{-3/8}$, а для DNS – Re$^{-3/4}$. LES-технология представляет собой численное моделирование трехмерных нестационарных фильтрованных уравнений Навье-Стокса с использованием замыкающих моделей подсеточных масштабов. Классический LES-подход базируются на идее, что основная часть турбулентной кинетической энергии сосредоточена в вихрях большого масштаба. Турбулентность с малыми пространственными масштабами лишь обеспечивает эффективный сток турбулентной кинетической энергии. Наименьший решаемый масштаб выбирается так, что он попадает в инерционный интервал турбулентности. Чем больше число Рейнольдса, тем шире инерционный интервал. Следовательно, увеличивается вариантность выбора критерия раздела масштабов течения на крупные и малые (подсеточные), иными словами, решается проблема выбора ширины фильтра. Шаг расчетной сетки прямо связан с шириной фильтра. Поэтому увеличение шага сетки приведет к сокращению вычислительных затрат.

В случае турбулентных течений у стенки необходимо дополнять классический LES-подход пристенной моделью для вязкого и переходного подслоя. Вид пристенной модели прежде всего зависит от того, где расположен первый от стенки горизонтальный (параллельный стенке) слой узлов сетки (в вязком, переходном или турбулентном подслое), а потом – от уровня шероховатости поверхности [9, 12, 13–17, 29, 32, 33].

Если первый горизонтальный слой узлов сетки лежит в турбулентном подслое, то в качестве пристенной модели целесообразно использовать приближенные граничные условия на стенке для скорости. Этот вид пристенной модели является наиболее экономичным по отношению к вычислительным затратам, особенно при Re$> 10^5$. С ростом числа Рейнольдса относительная толщина турбулентного подслоя увеличивается, а вязкого и переходного сокращается. Следовательно, уменьшается требуемый (корретный в рамках LES-подхода) шаг расчетной сетки, что, свою очередь, ведет к увеличению вычислительных затрат. Этот вид пристенной модели имеет тот недостаток, что вязкий и переходной подслой не рассчитываются, а их влияние на все течение моделируется.

В случае, когда первый горизонтальный слой узлов расположен в вязком подслое, роль пристенной модели исполняет динамическая подсеточная модель и применяется граничное условие "прилипания" на стенке. Такой вид пристенной модели целесообразно использовать для турбулентных течений при $4000 < \mathrm{Re} < 10^5$, особенно для статистически установившихся режимов.

Важной характеристикой изучаемого турбулентного течения является наличие в нем статистически однородных направлений в поле скорости относительно координатных осей [7, 8] и реализации этого фактора в рамках LES-технологии. Например, в турбулентном пограничном слое существует одно статистически однородное направление, в турбулентном течении в канале – два, а в изотропной турбулентности – три. В последнем типе течения имеет место совершенная неупорядоченность и не может существовать среднего напряжения сдвига и градиента осредненной скорости. Наличие однородных направлений кардинальным образом влияет на организацию процесса фильтрования, вычисления подсеточных напряжений и оценки их относительного вклада в общие турбулентные напряжения. В динамической подсеточной модели расчетный коэффициент осредняется по однородному направлению. Отметим, что корректная LES-технология для течений без однородных направлений в настоящее время не разработана.

В научной литературе [13] представлены также и комбинированые технологии (LES+DNS) в полностью нестационарной постановке. В этом случае первый горизонтальный слой узлов расположен в вязком подслое и роль пристенной модели исполняет DNS-подход для вязкого и переходного подслоя. Основное турбулентное течение моделируется на основе классического LES-подхода. Однако существует проблема сопряжения результатов расчета (фильтрованных и нефильтрованных) в зонах ответственности LES и DNS на каждом шаге по времени для полей скорости и давления. Комбинированные (LES+DNS)-технологии являются наиболее точными, но требуют значительно больших вычислительных затрат и теоретического обоснования вопросов сопряжения для каждого типа течения.

Выбор методики расчета течения для случая РВС [4] заключается в следующем. Известно, что начало зоны измерений находится за элементами РВС на расстоянии большем, чем 200 толщин самого элемента. В этой зоне наблюдается значительное падение поверхностного трения.

Расчет характеристик турбулентного течения в единой ограниченной вычислительной области с элементами РВС, при заданных условиях экспериментальной работы [4], возможно осуществить на основе LES-подхода с пристенной моделью в полностью нестационарной постановке на сетке порядка (5000; 600; 800) только на суперкомпьютере. Но в работе [4] не проведены измерения в зоне вокруг элементов РВС и в их непосредственной близости. Возникает трудная проблема при задании достоверного “входного” граничного условия для вычислительной области. Следовательно, наиболее надежный способ расчета заключается в проведении вычислений в зоне измерений, реализованных в работе [4].

В исследованиях [30, 31] рассматриваются вопросы идентификации и визуализации вихревых структур на основе результатов численного моделирования. Работа [30] представляет способы ра-

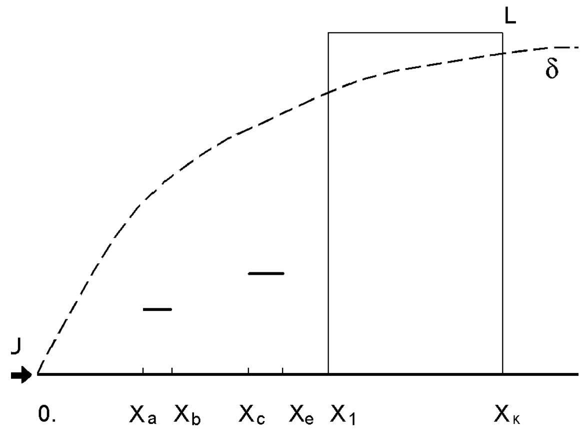

Рис. 1. Схема течения в турбулентном пограничном слое, расположение элементов РВС (“ тандем”, экспериментальная работа [4]) и расчетной области при Re=12934

зделения турбулентного течения на осредненную (главную), когерентную и хаотическую (пульсационную) составляющие для разных типов течений. Установлены основные на данный момент времени критерии выделения трехмерных вихревых структур, которыми являются изоповерхности компонент завихренности, давления, параметров Q или λ_2 с заданным пороговым значением. Для разных типов течений каждый из четырех критериев дает свои результаты, чаще плохо коррелирующиеся между собой. Важный вклад в процесс идентификации вносят процессы осреднения по времени и по пространству, учет систем отсчета Эйлера и Лагранжа.

Идентификация и визуализация вихрей на основе результатов LES-подхода эффективна только на мелкой сетке порядка (5000; 600; 800), так как это позволяет учитывать широкий интервал масштабов в спектре турбулентной энергии. На крупных сетках идентификация вихрей является не достаточно точной, потому что большее число масштабов вихрей попадают в подсеточные. Следовательно, меньшее число средних и малых масштабов рассчитываются LES, иными словами, спектр прямо исследуемых турбулентных пульсаций.

Цель настоящей работы – численное моделирование влияния разрушителей крупных вихрей (схема “тандем”) на структуру турбулентного пограничного слоя несжимаемой жидкости в режиме гидродинамически гладкой поверхности на основе LES-технологии, реализуемой на персональном компьютере.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Постановка задачи заключается в следующем:

1) безвихревой неограниченный внешний поток вязкой несжимаемой жидкости с постоянными свойствами при отсутствии внешних массовых сил натекает под нулевым углом на плоскую длинную гидродинамически гладкую пластину, над которой в турбулентном пограничном слое на заданном расстоянии от переднего торца пластины располагается разрушители вихревых структур (РВС);

2) используется РВС схемы "тандем" [4] (две поперечные полосы размещены на определенных высотах одна за другой параллельно основной гладкой длинной пластине).

3) исследуется трехмерное течение пограничного слоя при Re= 12934 (числе Рейнольдса, составленном из средней скорости набегающего потока U и размера L вычислительной области в направлении, перпендикулярном пластине, рис.1) вниз по потоку за РВС;

4) задача рассматривается в конечной трехмерной вычислительной области с заданными граничными условиями при $\mathrm{Re}_x = \{940000 - 1252884\}$;

5) для определения "входных" граничных условий используются экспериментальные данные [4] вниз по потоку за РВС.

На рис. 1 схематически представлена конфигурация течения с РВС на основе экспериментальной работы [4] и основные размеры для схемы "тандем": U=19.5 /; $\delta_0(X_1)$=0.0142 ; X_1=0.72 ; $h_1=0.4\delta_0$; $h_2=0.54\delta_0$; $X_b - X_a=0.7\delta_0$; $X_e - X_c=1.05\delta_0$; $X_c - X_a=12.5\delta_0$; $X_1 - X_e=1.75\delta_0$ и расчетная область $\{X_1; X_{kk}\}$.

Отметим, что дальше по тексту все параметры и уравнения представлены в безразмерном виде.

Уравнения движения вязкой несжимаемой жидкости запишем в форме фильтрованных уравнений Навье-Стокса [14–17]:

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial(\tilde{u}_i\tilde{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{1}{\mathrm{R}e}\frac{\partial^2 \tilde{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}; \quad (1)$$

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_i} = 0,$$

где $\tilde{u}_1, \tilde{u}_2, \tilde{u}_3$ или $\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{w}$ – фильтрованные компоненты вектора скорости вдоль координатных осей x, y, z; P – обобщенное давление. Тензор подсеточных напряжений τ_{ij} параметризуется на основе динамической смешанной подсеточной модели [10]:

$$\tau_{ij} = -2C_V\tilde{\Delta}^2 \mid \tilde{S} \mid \tilde{S}_{ij} + (\tilde{e}_{ij} - \tilde{\tilde{u}}_i\tilde{\tilde{u}}_j), \quad (2)$$

где $e_{ij} = \tilde{u}_i\tilde{u}_j$. Коэффициент C_V определяется с помощью динамической процедуры следующим образом:

$$C_V(x, y) = -\frac{< M_{ij}(L_{ij} - H_{ij}) >}{2 < M_{ij}M_{ij} >}.$$

Осреднение $< . >$ выполняется по однородному направлению Oz, и C_V есть функция от x и y. В данном исследовании в качестве первичного и повторного фильтра используется Гауссов фильтр (см. подробно [17]).

2. НАЧАЛЬНЫЕ И ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ

На основе экспериментальных рузультатов [4] будем полагать, что турбулентное течение за разрушителями вихревых структур в выбранной вычислительной области при числе Рейнольдса Re= 12934 имеет стационарный характер в статистическом смысле. При этом учитывается, что расстояние от задней кромки второго (замыкающего) элемента РВС до "входной" границы зоны измерений [4] в 248 раз больше толщины самого элемента. Поэтому для турбулентного течения за РВС схемы "тандем" в выбранной расчетной области рассматривается задача, которая (при независящих от времени заданных граничных условиях) решается методом установления по времени.

Нестационарные трехмерные дифференциальные уравнения Навье-Стокса в частных производных для несжимаемой жидкости при заданной конфигугации течения относятся к "эллиптическому" типу по пространственным координатам, и поэтому необходимо задавать граничные условия на всех шести гранях вычислительной области.

Для замыкания задачи вместо уравнения неразрывности используется уравнение Пуассона для обобщенного давления P.

Уравнения (1) и уравнение Пуассона вместе с начальными и граничными условиями образуют замкнутую нелинейную краевую задачу относительно неизвестных $\tilde{u}_i, P, \tau_{ij}$. Стратегия вычислительного алгоритма для этой краевой задачи заключается в следующем. После задания некоторого начального поля скорости фильтрованные уравнения Навье-Стокса и уравнение Пуассона интегрируются до выхода решения на статистически стационарный режим с помощью метода установления по времени. Затем интегрирование продолжается с одновременным расчетом осредненных характеристик.

Каждое из уравнений (1) дискретизируется на прямоугольной расчетной сетке с шагом $\tilde{\Delta}_S$ по всем трем координатам в вычислительной безразмерной области: $D = \{x_1 \le x \le x_k;\ 0 \le y \le 1;\ 0 \le z \le z_k\}$, где z_k=2.; x_1 определяется в рамках LES-технологии для заданного значения Re_x. В основном элементе численного метода используется $\{N_x; N_y; N_z\}$=$\{193; 97; 193\}$ сеточных точек.

Вычисления осуществляются в четырех зонах:
1) $x_1 \le x \le x_1 + 2$;
2) $x_1 + 2 \le x \le x_1 + 4$;
3) $x_1 + 4 \le x \le x_1 + 6$;
4) $x_1 + 6 \le x \le x_1 + 7$; (при $\{N_x; N_y; N_z\} = \{97; 97; 193\}$).

При численном решении конечно-разностным методом поставленной краевой задачи (для турбулентного течения с высоким числом Рейнольдса) граничные условия для трехмерной ограниченной вычислительной области всегда будут приближенными.

Отметим, что в вязком и переходном подслоях роль пристенной модели исполняет динамическая подсеточная модель с коэффициентом $C_V(x, y)$, который вычисляется. Эта подсеточная модель осуществляет корректный энергообмен между различными масштабами вихрей в вязком, переходном и турбулентном подслое в рамках общего LES-подхода. Вследствие того, что первый от стенки горизонтальный слой узлов сетки находится в вязком подслое, правомерным является использование граничного условия "прилипания" на стенке.

Граничные условия в турбулентном пограничном слое при Re=12934 в режиме гидродинамически гладкой поверхности (в одинаковой мере корректные для случаев наличия РВС перед вычислительной областью или его отсутствия) имеют следующий вид:

1) $y = 0; 0 \le z \le z_k; x_1 < x \le x_k :$

$$\tilde{u} = 0; \quad \tilde{v} = 0; \quad \tilde{w} = 0;$$

2) $y = 1; 0 \le z \le z_k; x_1 < x \le x_k :$

$$\tilde{u} = 1; \quad \frac{\partial \tilde{v}}{\partial y} = \frac{\partial \tilde{w}}{\partial y} = 0;$$

3)-4) $z = 0; z = z_k; 0 \le y \le 1; x_1 < x \le x_k :$

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial z} = \frac{\partial \tilde{v}}{\partial z} = \tilde{w} = 0.$$

5) условие на входе в расчетную область
$x = x_1; 0 \le z \le z_k; 0 \le y \le 1 :$

$$\tilde{u} = U_c + \tilde{u}_p; \quad \tilde{v} = \tilde{v}_p; \quad \tilde{w} = \tilde{w}_p;$$

6) на выходе из расчетной области каждой зоны используется "конвективное" граничное условие, которое позволяет распространяющимся вихрям покидать вычислительную область с минимальным возмущающим эффектом. Это граничное условие в настоящее время является самым эффективным для LES-технологии [10, 12, 29],

$(x = x_k; \quad 0 \le z \le z_k; \quad 0 < y < 1) :$

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial t} + u_c \frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} = 0; \qquad \frac{\partial \tilde{v}}{\partial t} + v_c \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x} = 0;$$

$$\frac{\partial \tilde{w}}{\partial t} + w_c \frac{\partial \tilde{w}}{\partial x} = 0.$$

Параметры u_c, v_c и w_c определяются аналогично исследованиям [14–17].

Важной проблемой является необходимость детального задания фильтрованного мгновенного поля скорости на "входной" границе ($x = x_1$) вычислительной области. Это влияет не только на точность получаемых результатов, но и на устойчивость расчета в целом. Неправильный учет спектра энергии влечет за собой значительное уменьшение амплитуды пульсаций в процессе использования метода установления по времени.

Для задания "входных" граничных условий используется "синтетическое" поле мгновенной скорости. Нефильтрованные компоненты мгновенной скорости при $x = x_1$ моделируем следующим образом:

$$u = U_c + u_p; \quad v = v_p; \quad w = w_p,$$

где U_c– средняя скорость (компонента "u", осредненная по однородному направлению Oz).

Пульсации компонент мгновенной скорости представляем так:

$$u_p(x, y, z) = u_*(x) a_1 f_1(y) \phi(z, l_m);$$

$$v_p(x, y, z) = u_*(x) a_2 f_2(y) \phi(z, l_m);$$

$$w_p(x, y, z) = u_*(x) a_3 f_3(y) \phi(z, l_m),$$

где функция $\phi(z, l_m)$ учитывает периодический характер пульсаций в однородном направлении z и определяет суммарный вклад вихрей с размерами l_m на основе концепции каскадного процесса передачи турбулентной энергии от больших вихрей к меньшим в рамках конечно-разностной реализации поставленной краевой задачи:

$$\phi(z, l_m) = \sum_{m=1}^{J} l_m^{5/6} \sin(\frac{2\pi z}{l_m}).$$

В данном случае конфигурации течения мы учитываем следующие экспериментально установленные факты [1, 2, 4–8, 23]:

1) турбулентный пограничный слой имеет единственное однородное направление (z) для турбулентного поля скорости, поэтому

$$< u_p >_z = < v_p >_z = < w_p >_z = 0;$$

2) в основной части турбулентного пограничного слоя за РВС спектр энергии пропорционален $k_m^{-5/3}$, где k_m- обезразмеренное волновое число ($k_m = 1/l_m$; $l_m = L_a/2^{m-1}$; l_m- уменьшающийся с ростом m масштаб вихрей в соответствии с принятой концепцией каскадного процесса передачи энергии по спектру), а для пульсаций скорости для каждого масштаба вихрей l_m выше упомянутые зависимости будут в виде $k_m^{-5/6}$, $L_a(y)-$ максимальный масштаб турбулентных вихрей (интегральный масштаб турбулентного течения). В численных расчетах величина $1/L_a$ всегда округляется до целого числа для выполнения пункта 1);

3) l_J- наименьший масштаб вихрей, учитываемый при моделировании функции $\phi(z, l_m)$, где $J = 15$ (определено на основе спектра турбулентной энергии [1–5] для заданного Re и особенностей обтекания разрушителей вихревых структур).

Концепция каскадного процесса передачи кинетической энергии от больших вихрей к меньшим по спектру размеров вихрей заключается в следующем [7, 8, 23]. При достаточно высоких числах Рейнольдса турбулентное течение можно рассматривать как суперпозицию вихрей различных размеров. Вследствие неустойчивости основного течения непосредственно генерируются только наибольшие из вихрей. Движение в этих вихрях также неустойчиво и порождает более мелкие вихри, которые, в свою очередь, питают энергией еще более мелкие. В результате многих каскадных превращений такого рода характерные размеры вихрей и соответствующие им локальные числа Рейнольдса становятся настолько малыми, что основную роль в движении этих вихрей начинают играть силы вязкости, которые приводят к диссипации кинетической энергии турбулентности.

Взаимосвязь спектра энергии турбулентности и размеров вихрей развитого турбулентного течения без воздействия разрушителей крупных вихрей для $L >> L_a \geq l >> \eta$ представима так:

а) $E(l) \sim l$; (при $L_a > l \geq l_I$);

б) $E(l) \sim l^{5/3}$; (при $l_I > l \geq l_J$);

в) $E(l) \sim l^7$ (при $l_J > l > \eta$, где обезразмеренный масштаб вязкой диссипации η порядка $\mathrm{Re}^{1/2}$)

Вихри крупнейших размеров обладают наибольшим уровнем турбулентной энергии.

Значения $L_a(y)$ устанавливаем на основе экспе-

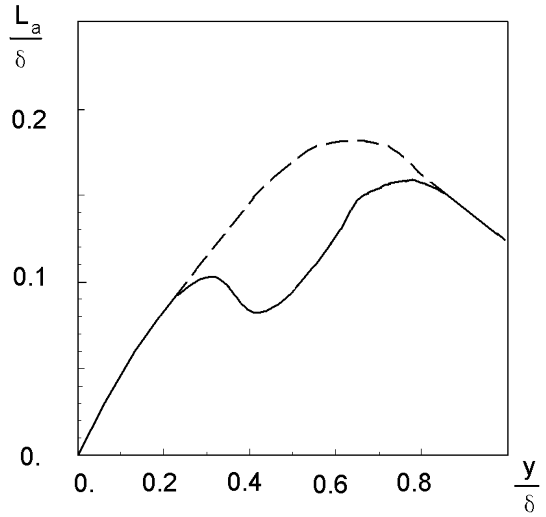

Рис. 2. Зависимость интегрального масштаба турбулентностии L_a от y ($---$ для развитой турбулентности в пограничном слое без РВС [18]; сплошная кривая – в пограничном слое за РВС [4]) при $x = x_1$

риментальных работ [4, 18]. На рис. 2 представлены зависимости интегрального масштаба турбулентности L_a/δ от y/δ для развитой турбулентности в пограничном слое без РВС [18] и за РВС [4] при $x = x_1$. Отметим, что за РВС наблюдается уменьшение уровня турбулентных пульсаций и интегрального масштаба турбулентности, согласно экспериментальным данным [4].

Функции f_1, f_2, f_3 определены на основе экспериментальных данных. Для течения без РВС используется работа [21] и поэтому функции f_1,f_2, f_3 в данном случае далее по тексту обозначаются f_1^0, f_2^0 и f_3^0.

При наличии РВС в турбулентном пограничном слое из эксперимента [4] для $x = x_1$ (где x_1- координата поперечного сечения пограничного слоя вниз по потоку за РВС при Re_δ=10347, Re_x=940000) известно только f_1 и f_2, а f_3 будем аппроксимировать следующим образом:

а) для $0 < y \leq \delta(x_1)$:

$$f_3 = (f_3^0 f_1/f_1^0 + f_3^0 f_2/f_2^0)/2; \tag{3}$$

б) для $\delta(x_1) < y \leq 1$:

$$f_3 = 0, \tag{4}$$

где f_1, f_2, f_3, f_1^0, f_2^0, f_3^0 зависят от $y/\delta(x_1)$.

Константы a_1, a_2 и a_3 находятся предварительным численным расчетом в $x = x_1$, $y = y_{vj}$ (где $j = 1, 2, 3$; y_{vj} – координата максимума функции

$f_j(y_{vj})$) при соблюдении следующих условий:

$$< u_p^2 >_z = u_*^2(x)(a_1 f_1(y_{v1}))^2;$$

$$< v_p^2 >_z = u_*^2(x)(a_2 f_2(y_{v2}))^2;$$

$$< w_p^2 >_z = u_*^2(x)(a_3 f_3(y_{v3}))^2.$$

Величины $< u_p^2 >_z$; $< v_p^2 >_z$; $< w_p^2 >_z$ определяются на основе работы [4].

Применеяя операцию фильтрования к “синтетическому” полю мгновенной скорости, получаем фильтрованное поле скорости, которое используется при решении поставленной краевой задачи:

$$\tilde{u} = U_c + \tilde{u}_p; \quad \tilde{v} = \tilde{v}_p; \quad \tilde{w} = \tilde{w}_p.$$

Принимаем следующее обозначение $\mathrm{Re}_\delta = \delta\,\mathrm{Re}$, и учитывая, что характерный безразмерный масштаб расчетной области равен единице и $\delta < 1$.

Сначала определим функциональные зависимости для $U_c(x_1, y)$ в случае турбулентного пограничного слоя без РВС. Распределение средней скорости вдоль оси Oy в вычислительной области турбулентного пограничного слоя определяется на основе эмпирических зависимостей [19, 20]:

а) при $0 \le y^+ \le 13.2$

$$U_c = u_*(y^+ - 0.0228(y^+)^2), \tag{5}$$

б) при $13.2 < y^+ < 60$

$$U_c = u_*(2.5\ln(y^+) + 5.5 - 36.08/y^+), \tag{6}$$

в) при $y^+ \ge 60$ и $y \le \delta$

$$U_c = \frac{u_*}{\kappa}\left\{\ln(u_*\mathrm{Re}_\delta y/\delta) + \kappa C + \Pi[1 - \cos(\pi y/\delta)]\right\}, \tag{7}$$

где C=5,2; κ=0,4; Π=0,55; $y^+ = y u_*\,\mathrm{Re}_\delta$.

Полагаем, что условная толщина турбулентного пограничного слоя δ равна такому значению координаты y, в которой величина средней скорости течения равна $U_c = 0.995$. Используется также следующий критерий подобия:

$$\mathrm{Re}_x = x\delta\mathrm{Re}.$$

В рамках выбранного способа задания физически значимой конечной вычислительной области важным является корректное определение значений x_1 и x_k на основе учета принятых критериев подобия течения Re_x, Re_δ и Re и экспериментальных данных [4]. С этой целью полагаем, что при $x = x_1$ безразмерная толщина турбулентного пограничного слоя $\delta(x_1)$ равна 0.8.

При $y = \delta(x)$ формула (7) принимает следующий вид:

$$0.995 = \frac{u_*}{\kappa}\left\{\ln(u_*\mathrm{Re}_\delta) + \kappa C + 2\Pi\right\}, \tag{8}$$

Динамическая скорость u_* определяется с помощью зависимости из [24], характерной для гладкой поверхности:

$$C_f = 0,0263(\mathrm{Re}_x)^{-1/7}.$$

Используя соотношения $u_*^2 = C_f/2$, имеем окончательный вид зависимости для определения динамической скорости:

$$u_* = 0,1146(\mathrm{Re}_x)^{-1/14}. \tag{9}$$

Подставляя результат решения (9) в формулу (8), после преобразований находим Re_δ в x_1:

$$\mathrm{Re}_\delta = \frac{1}{u_*}\exp\left\{\frac{0.995\kappa}{u_*} - \kappa C - 2\Pi\right\}, \tag{10}$$

и получаем $\mathrm{Re}_\delta(x = x_1)$=10347, потом определяем Re= $\mathrm{Re}_\delta/\delta(x_1) = 12934$ и x_1= $\mathrm{Re}_x/\ \mathrm{Re}_\delta = 90.84$.

Среднюю скорость $U_c(x_1, y)$ при $0 \le y \le \delta$ в случае турбулентного пограничного слоя без РВС находим по формулам (5)–(7).

Затем находим x_k по формуле x_k=x_1+2. Толщина пограничного слоя δ при $x = x_k$ также определяется на основе решения зависимостей (5)−(10) и $\delta(x_k)$= $\mathrm{Re}_\delta(x = x_k)/\mathrm{Re}$. Величина x_k всегда выбирается так, что $\delta(x_1) < 1$ и $\delta(x_k) < 1$ для соблюдения принятых критериев подобия течения.

В рамках поставленной задачи принято: Re =12934 и Re_x= $\{940000 - 1252884\}$ в общей вычислительной области $x_1 \le x \le x_{kk}$, где x_{kk}=$x_1 + 7$. На основе экспериментальных данных [4] установлено, что при наличии РВС в турбулентном течении условная толщина пограничного слоя в пределах вычислительной области при Re_x= $\{940000 - 1252884\}$ не больше, чем толщина пограничного слоя без РВС. Поэтому для расчетов течения с РВС используем вычислительную область, примененную для течения без РВС с тем же критерием подобия Re =12934. При наличии РВС в турбулентном пограничном слое для определения компонент скорости на “входной” границе также используется вышеприведенная технология определения фильтрованного “синтетического” поля мгновенной скорости, но уже в следе за разрушителями крупных вихрей (распределение средней скорости U_c, осредненных нормальных турбулентных напряжений T_{ii} при $0 \le y \le \delta$ задается из [4]). В случае турбулентного пограничного слоя с

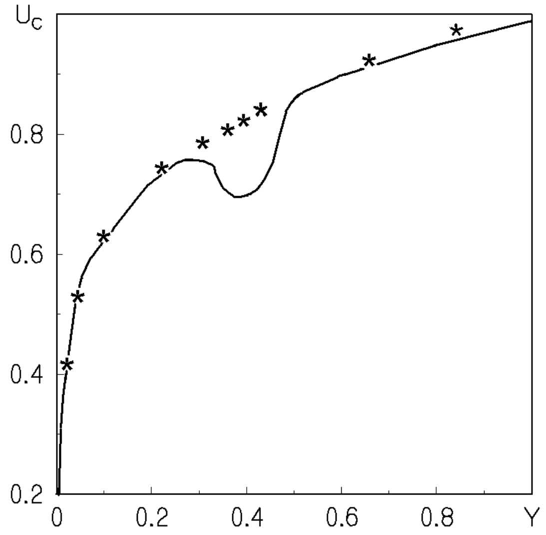

Рис. 3. Зависимость средней скорости U_c от Y для $x = x_1$ (с РВС – сплошная кривая [4]; без РВС экспериментальные данные [4, 21] – значки $*$)

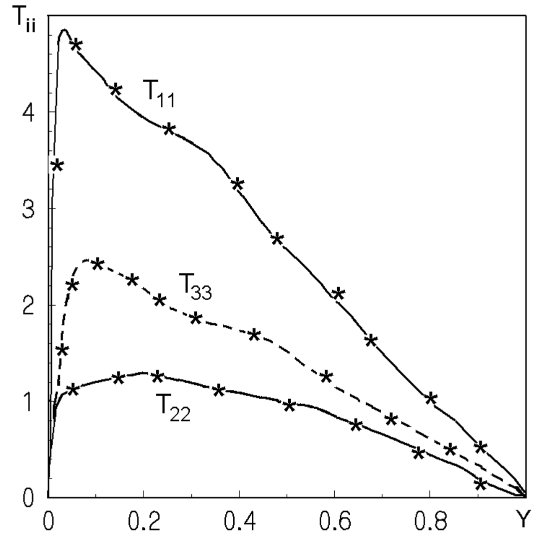

Рис. 4. Зависимость компонент турбулентных напряжений T_{11}, T_{22}, T_{33} от Y для $x = x_1$ без РВС (сплошная кривая – аппроксимация экспериментальных данных [4]; значки $*$ – данные эксперимента [21])

РВС динамическую скорость u_* находим на основе экспериментальных данных [4] при $x = x_1$:

$$u_*(x_1) = (C_f(x_1)/2)^{1/2},$$

где коэффициент поверхностного трения гдадкой пластины с РВС определяется так:

$$C_f(x_1) = 0.92\{0.0263(\mathrm{Re}_x(x_1)^{-1/7})\}.$$

На рис. 3 приведена зависимость средней скорости U_c от $Y = y/\delta$ при $x = x_1$=90.84, Re_x=940000 для течения с РВС – сплошная кривая (эксперимент [4]); без РВС – значки $*$ (экспериментальные данные [4, 21]). Явно наблюдается влияние разрушителей вихревых структур на величину средней скорости в следе за РВС и происходит значительное уменьшение U_c на высоте расположения РВС.

Изменение продольной, поперечной и боковой компонент нормальных турбулентных напряжений T_{11}, T_{22}, T_{33} вдоль Y представлено на рис. 4 для $x = x_1$ при условии, что разрушителей вихревых структур нет в турбулентном пограничном слое (сплошная кривая – аппроксимация экспериментальных данных [4]; – – – аппроксимация T_{33} по формуле (3); значки $*$ – данные эксперимента [21]).

На рис. 5 дана зависимость компонент турбулентных напряжений T_{11}, T_{22}, T_{33} от Y при $x = x_1$: 1) без РВС – значки $*$ [21]; 2) с РВС – сплошная кривая; – – – аппроксимация T_{33} по формуле (3) в случае присутствия РВС в течении. Для течения без РВС величины T_{11}, T_{22}, T_{33} получены из экспериментальных данных [21], а при наличии РВС – T_{11}, T_{22} взяты из эксперимента [4], а T_{33} получен с помощью выражений (3), (4) и [21].

Рис. 6 показывает изменение удвоенной полной кинетической энергии турбулентности вдоль Y для $x = x_1$ с РВС (сплошная кривая, аппроксимация на основе эксперимента [4], формулы (3) и работы [21]); без РВС (экспериментальные данные [21], значки $*$), где E=($T_{11} + T_{22} + T_{33}$). Видно, что форма профиля турбулентной энергии в следе за разрушителями вихревых структур при $x = x_1$ сильно искажается действием РВС по сравнению с невозмущенным течением в турбулентном пограничном слое. Величины T_{11}, T_{22}, T_{33} и E пронормированы на u_*^2 (рис. 4–6 и последующие).

Начальное распределение поля скорости и давления в расчетной области определяется на основе предварительного решения поставленной начально-краевой задачи с применением неявной по времени конечно-разностной дискретизации основных уравнений и использования метода установления при Δt = 0.02 и K=400 шагов по времени для всей вычислительной области. В свою очередь, предварительное начальное распределение поля скорости во всех расчетных узлах для $x_1 < x \leq x_{kk}$ равно условиям на "входной" границе, а давление $P = 1$.

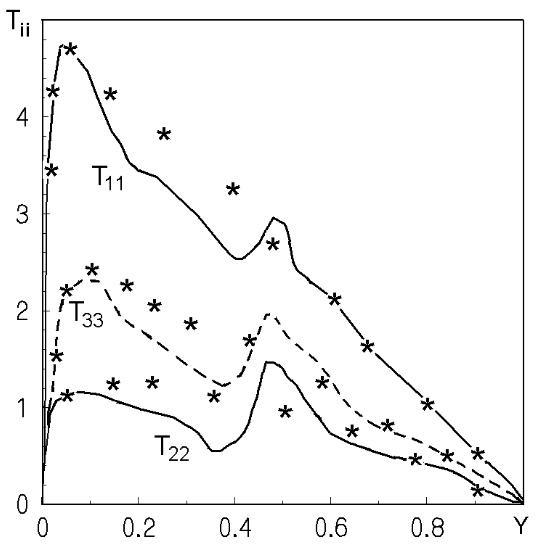

Рис. 5. Зависимость компонент турбулентных напряжений T_{11}, T_{22}, T_{33} от Y для $x = x_1$ с РВС (сплошная кривая, аппроксимация эксперимента [4]) и без РВС (экспериментальные данные [21], значки *)

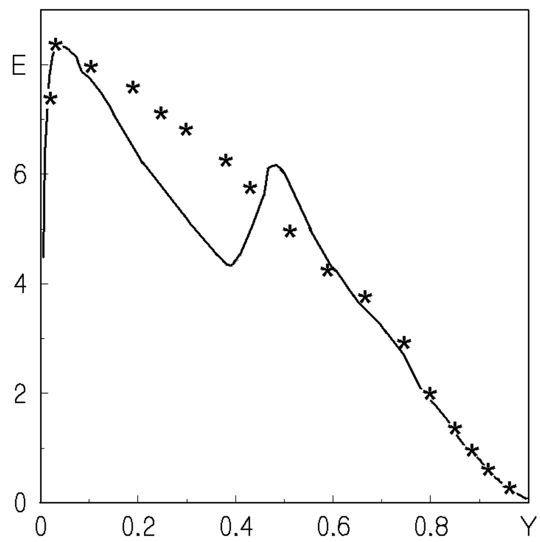

Рис. 6. Зависимость полной кинетической энергии E от Y для $x = x_1$ с РВС (сплошная кривая, аппроксимация эксперимента [4]) и без РВС (экспериментальные данные [21], значки *)

Поэтому начальные условия в рамках общего численного алгоритма при использовании метода установления являются, по сути, первым приближением искомого решения, что значительно укрепляет взаимосвязь начальных и граничных условий. К тому же, качественное задание начальных условий устраняет причины нелинейной неустойчивости и сокращает время вычислений по методу установления по времени.

3. ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД

Уравнения (1) и уравнение Пуассона вместе с начальными и граничными условиями решаются относительно неизвестных $\tilde{u}_i, P, \tau_{ij}$ следующим образом. Задаются начальные условия для поля скорости. На основе подсеточной динамической смешанной модели определяются подсеточные напряжения. Из уравнения Пуассона находится давление. Затем градиенты давления и подсеточных напряжений подставляются в уравнение движения и находятся новые значения компонент скорости.

Таким образом, на каждом шаге по времени последовательно решаются уравнение Пуассона для давления и уравнения движения. Эта процедура повторяется до тех пор, пока решение не сойдется, тем самым достигается статистически стационарный режим с помощью метода установления по времени. После этого интегрирование продолжается с одновременным расчетом средних характеристик (осуществляется осреднение по однородной координате z и по времени). Общий расчет производится за промежуток времени $T_c = K\Delta t$ для каждой вычислительной зоны.

Дискретизация основных уравнений (1) осуществляется следующим образом. Все пространственные производные аппроксимируются центральными конечными разностями с вторым порядком точности относительно $\tilde{\Delta}_s$. Конвективные производные аппроксимированы схемой с дополнительным диссипативным слагаемым второго порядка точности:

$$\frac{\partial(\tilde{u}\tilde{u})}{\partial x} \sim (u_n + \mid u_n \mid)\frac{u_n - u_{n-1}}{2\tilde{\Delta}_S} +$$

$$+(u_n - \mid u_n \mid)\frac{u_{n+1} - u_n}{2\tilde{\Delta}_S} = u_n\frac{u_{n+1} - u_{n-1}}{2\tilde{\Delta}_S} + f_d,$$

где f_d- слагаемое искусственной диссипации второго порядка точности для обеспечения устойчивости расчета и гладкости решения [26],

$$f_d = - \mid u_n \mid \frac{u_{n+1} - 2u_n + u_{n-1}}{2\tilde{\Delta}_S}.$$

К дискретизированным уравнениям Навье-Стокса применяется метод [27] двуцикличного покоординатного расщепления и неявная по времени абсолютно устойчивая конечно-разностная схема со вторым порядком точности относительно

Δt. После преобразований получаем шесть систем линейных алгебраических уравнений с трехдиагональными матрицами, которые решаются методом линейной прогонки. Такая методика решения при соответствующем представлении коэффициентов в методе прогонки обеспечивает устойчивость и приемлемую точность расчета [28]. Схемная вязкость и искусственная диссипация непосредственно учитывается при вычислении динамического подсеточного коэффициента в виде рекурентной взаимосвязи, выраженной в величинах подсеточных напряжений, и служит неким компенсационным механизмом для всего поля скорости и давления. Это приводит в общем алгоритме решения поставленной краевой задачи к малому влиянию действия схемной вязкости и искусственной диссипации на окончательные численные результаты и является очень важной характеристикой LES-технологии.

Для определения обобщенного давления P используется уравнение Пуассона, которое решается методом простой итерации на каждом шаге по времени. Пространственные производные аппроксимируются центральными конечными разностями с вторым порядком точности относительно $\tilde{\Delta}_s$. Граничные условия определяются на каждой грани вычислительной области в виде краевых условий Неймана для $\partial P/\partial x_i$ с использованием конечно-разностных аналогов фильтрованных уравнений Навье-Стокса, что в результате обеспечивает корректную взаимосвязь между полем скорости, давлением и подсеточным напряжением. В процессе расчета уравнения Пуассона методом простой итерации получаются значения давления P^k_{mlj} на всем множестве рассчетных узлов (x_m, y_l, z_j), где $k-$ это индекс итерации. Критерий сходимости решения состоит в следующем – расчет прекращается при выполнении условия, при котором максимальная разность давления для двух соседних итераций изменяется меньше, чем на некоторую малую величину $\max_{mlj} \mid P^{k+1}_{mlj} - P^k_{mlj} \mid < a_p$.

Численный процесс продвижения по времени представляет собой глобальную итерацию в рамках метода установления. Для того чтобы сократить вычислительные затраты, на каждом шаге по времени используются: 1) процедура экстраполяции (на основе предыдущих по времени расчетов) для компонент скорости $\tilde{u}_{j*}$ в конвективных слагаемых $\tilde{u}_{j*}\partial\tilde{u}_i/\partial x_j$ вместо внутренней итерации;

2) величина a_p регулируется (на начальной стадии a_p равен 10^{-4}, а затем критерий сходимости ужесточается с ростом t до a_p=10^{-6} на конечной стадии расчета).

Основной критерий сходимости решения поставленной начально-краевой задачи – расчет прекращается при выполнении условия, что осредненные по однородному направлению Oz подсеточные напряжения на каждом шаге по времени изменяются меньше, чем на одну сотую процента.

Для контроля используются также и другие критерии сходимости:

1) для дискретизированных фильтрованных уравнений Навье-Стокса (для каждой компоненты вектора количества движения в проекции на оси координат x, y, z уравнения изменения количества движения) вычисляется невязка в каждом узле сетки. Расчет по методу установления прекращается при выполнении следующего условия – максимальная невязка становится меньше 10^{-5};

2) для средней скорости

$$\max_{ml} \mid U^{n+1}_{c,ml} - U^n_{c,ml} \mid < 10^{-5},$$

где $n-$ это номер шага по времени.

Разбиение всей вычислительной области на четыре зоны в нашем случае турбулентного течения за РВС допустимо, потому что область расчета выбрана достаточно далеко от конца последнего элемента РВС [4]. На “выходной” границе каждой зоны используется “конвективное” граничное условие, которое позволяет распространяющимся вихрям покидать вычислительную область с минимальным возмущающим эффектом. Согласование между зонами осуществляется следующим образом. Полученные значения $\tilde{u}_i$ и P на “выходе” первой зоны используются как “входные” граничные условия для второй вычислительной зоны и так далее для всех четырех зон. Процесс разбиения рассчетной области на зоны будет только тогда некорректным, когда нужно рассматривать задачу определения характеристик течения вокруг тел обтекания в их ближней зоне.

В вычислениях используется шаг по времени Δt = 0.004 для того, чтобы повысить устойчивость расчетов, гладкость решения, согласно [28], и точность получаемых результатов (особенно при операции фильтрования в рамках LES-подхода с принятым шагом сетки) по сравнению со случаем более крупного Δt.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ

На основе численного алгоритма, разработанного в рамках LES-технологии, проведены расчеты основных характерных величин течения турбулентного пограничного слоя в режиме гидродинамически гладкой поверхности для двух случаев:

1) присутствие разрушителей вихревых структур (схема “тандем”) перед расчетной областью; 2) без РВС; (Re =12934 и Re_x= {940000 – 1252884}). Для вычислений применялся компьютер PENTIUM-IV с тактовой частотой 3 ГГц и оперативной памятью 512 Мб. Для выхода на установившийся режим и накопления статистик для осреднения было произведено K=800 шагов по времени с Δt = 0,004 для каждой зоны вычислений. Общее число шагов Δt для всей расчетной области составляет 3200. Полное время расчета поставленной задачи для всех четырех зон на указанном выше комьютере составляет 14 часов 25 минут.

Для турбулентного пограничного слоя несжимаемой жидкости в режиме гидродинамически гладкой поверхности без РВС (Re =12934 и Re_x= {940000 – 1252884}) получены численные значения осредненной скорости, кинетической турбулентной энергии, продольной, поперечной и боковой пульсаций скорости. Данный случай течения является тестовым для разработанной LES-технологии. Результаты расчетов (не приводятся на графиках) хорошо согласуются с экспериментальным данными [21], представленными на рис. 3–9 значками (∗). Различия между результатами расчетов и эксперимета составляют не более двух процентов.

При сравнении результатов в данном численном моделировании для случая присутствия разрушителей вихревых структур в турбулентном пограничном слое используются экспериментальные данные [4] для наиболее оптимальной конфигурации РВС схемы “тандем”, полученные при Re=12934 и $9 \times 10^5 \leq Re_x \leq 12.5 \times 10^5$. На приведенных ниже графиках (рис. 7–9) представлены изменения основных осредненных (по однородному направлению Oz) безразмерных характеристик турбулентного пограничного слоя вдоль безразмерной координаты Y в сечении x=x_2(=0.9388) при Re_x=1065220.

На рис. 7 приведена зависимость средней скорости U_c от Y при $x = x_2$ для течения с РВС (сплошная кривая – расчет; значки + из экспериментальной работы [4]); и без РВС – значки ∗ (данные эксперимента [21]). Результаты расчетов и данные эксперимента [4] хорошо согласуются между собой.

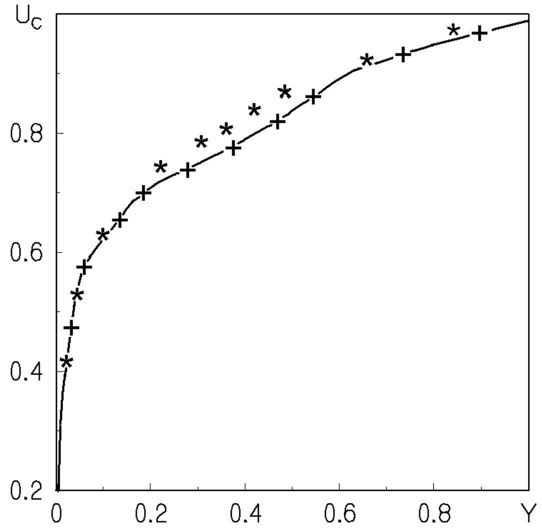

Рис. 7. Зависимость средней скорости U_c от Y для $x = x_2$ с РВС (сплошная кривая – расчет, значки (+) данные эксперимента [4]) и без РВС (экспериментальные данные [21], значки ∗)

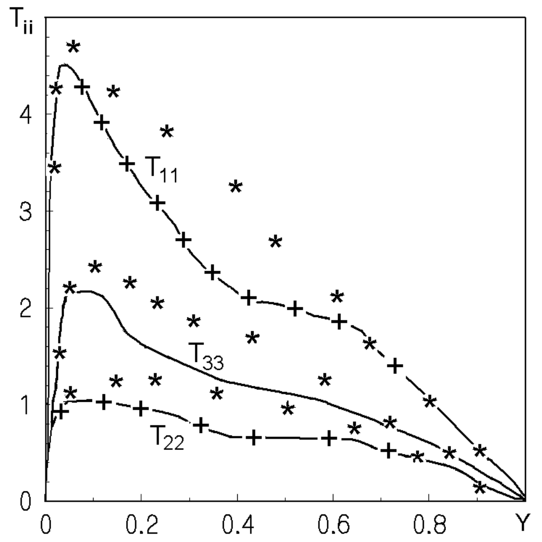

Рис. 8. Зависимость компонент турбулентных напряжений T_{11}, T_{22}, T_{33} от Y для $x = x_2$ с РВС (сплошная кривая – расчет, значки (+) данные эксперимента [4]) и без РВС (экспериментальные данные [21], значки ∗)

Рис. 8 показывает изменение компонент турбулентных напряжений T_{11}, T_{22}, T_{33} вдоль Y при $x = x_2$ с РВС (сплошная кривая – расчет; значки (+) – данные эксперимента [4]) и без РВС (экспериментальные данные [21], значки ∗). Расчетные и экспериментальные данные хорошо коррелируются. Результаты расчета T_{33} дополняют трехмерную картину течения и согласуються с общим характером изменения турбулентых напряжений, уточняя механизм течения за РВС.

Полные нормальные турбулентные напряжения и удвоенная кинетическая энергия турбулентности

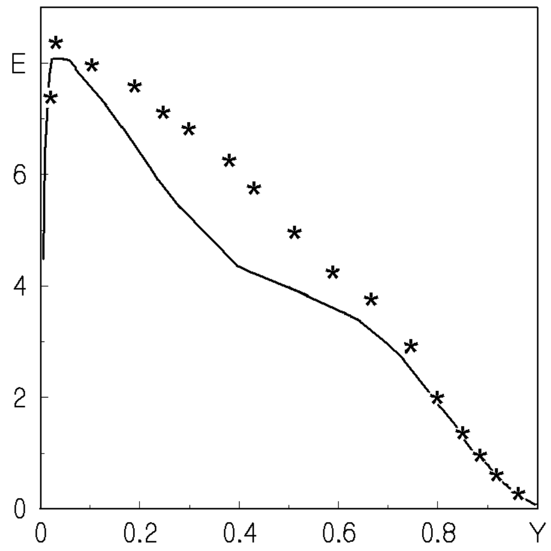

Рис. 9. Зависимость полной кинетической энергии E от Y для $x = x_2$ с РВС (сплошная кривая – расчет) и без РВС (экспериментальные данные [21], значки $*$)

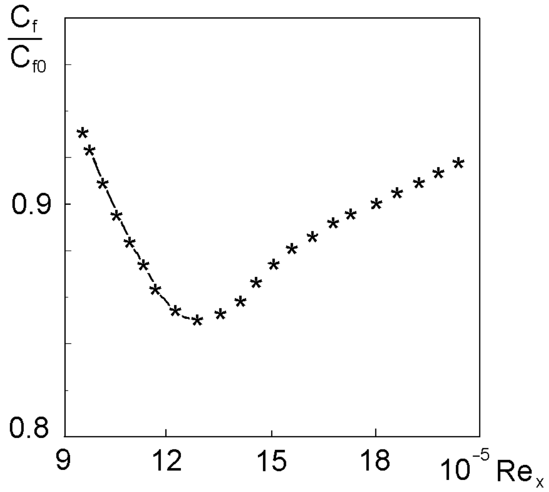

Рис. 10. Зависимость отношения коэффициентов поверхностного трения C_f/C_{f0} (с РВС / без РВС) от Re$_x$ (сплошная кривая – расчет; экспериментальные данные [4], значки $*$)

определяются следующим образом:

$$T_{11} = \langle(\tilde{u} - U_c)^2 + \tau_{11}\rangle_z/u_*^2;$$

$$T_{22} = \langle\tilde{v}^2 + \tau_{22}\rangle_z/u_*^2; \qquad T_{33} = \langle\tilde{w}^2 + \tau_{33}\rangle_z/u_*^2;$$

$$E = (\langle(\tilde{u} - U_c)^2 + \tilde{v}^2 + \tilde{w}^2 + \tau_{11} + \tau_{22} + \tau_{33}\rangle_z)/u_*^2.$$

Зависимость удвоенной полной кинетической энергии турбулентности от Y для $x = x_2$ с РВС (сплошная кривая – расчет) и без РВС (экспериментальные данные [21], значки $*$) представлена на рис. 9. Расчетные результаты E хорошо дополняют измеренные и вычисленные турбулентые напряжения (рис. 8), подтверждая и уточняя представления о механизме течения за РВС. При сравнении результатов (рис. 6, 9) видно, что форма профиля турбулентной энергии испытывает менее резкое влияние РВС при $x = x_2$. Результаты расчета показали, что при удалении от РВС вниз по потоку по мере приближения к стенке ($Y < 0.1$) турбулентная энергия, ощущая нарастающее воздействие разрушителя крупных вихрей, уменьшается. В то же время, при $Y > 0.4$ влияние РВС на величину турбулентной энергии ослабевает (см. рис. 6, 9).

Технология вычисления коэффициентов поверхностного трения $_f$ и C_{f0} заключается в следующем. По вычиссленному на основе LES-технологии профилю средней скорости $U_c(x, y)$ определяются толщина вытеснения δ^*, толщина потери импульса θ, формпарметр H и Re$_\theta$, где

$$\delta^* = \int_0^1 (1 - U_c)dy; \qquad \theta = \int_0^1 U_c(1 - U_c)dy;$$

$H = \delta^*/\theta$ и Re$_\theta = \theta$Re. Затем определяются осредненные коэффициенты C_f и C_{f0} по известным в литературе соотношениям (приведенным в [25] из [18, 19, 24] и другим), которые зависят от H и Re$_\theta$. На рис. 10 приведена зависимость отношения коэффициентов поверхностного трения C_f/C_{f0} (с РВС / без РВС) от Re$_x$, сплошная кривая – расчет (Re$_x = \{940000 - 1252884\}$); экспериментальные данные [4] – значки $*$ (Re$_x = \{900000 - 2100000\}$).

По результатам расчетов можно сделать вывод, что для коэффициентов поверхностного трения C_f и C_{f0} (с РВС и без РВС) и их отношения C_f/C_{f0} различия между значениями, вычисленными LES-технологией, и экспериментальными данными [4] составляют не более двух-трех процентов. Расчетами подтверждается экспериментально установленное существование снижения величины поверхностного трения за разрушителями вихревых структур для конкретной конфигурации схемы "тандем" в среднем на восемь-десять процентов ($\max\{100(C_{f0} - C_f)/C_{f0}\} = 15$).

При сопоставлении численных и экспериментальных результатов видно, что разработанная модель довольно точно описывает изменение средней скорости течения турбулентного пограничного слоя в вычислительной области. Результаты расчета показали, что на расстоянии $x < 92.4$

($\mathrm{Re}_x < 10^6$) собственные возмущения РВС превышают уменьшение турбулентных напряжений в пограничном слое от его воздействия. Положение локального максимума турбулентных напряжений и турбулентной кинетической энергии находится несколько выше места постановки элементов РВС (см. рис. 1, 5, 6). При этом в области между поверхностью и РВС турбулентные напряжения меньше, чем на пластине без РВС. С увеличением вдоль по потоку расстояния от РВС максимум на профилях турбулентных напряжений и кинетической энергии турбулентности быстро сглаживается, и на расстоянии $x \sim (93–94)$ ($\mathrm{Re}_x \sim$ 1000000–1100000) профили становятся гладкими и проходят ниже соответствующего профиля для случая пограничного слоя на пластине без РВС (см. рис. 8, 9). Отличие в профилях составляет около 15-20 процентов в области пограничного слоя, примыкающей к поверхности ($y < 0.4$) до $x \sim 95.2$ ($\mathrm{Re}_x \sim 1170000$). По мере удаления от РВС отличие в профилях турбулентных напряжений за РВС и на пластине без РВС быстро уменьшается. Но "гасящее" воздействие РВС на кинетическую энергию турбулентности и турбулентные напряжения, особенно вблизи пластины, все еще наблюдается на больших расстояниях (до $\mathrm{Re}_x \sim 1900000$, согласно с [4]).

В целом, можно утверждать, что разрушители вихревых структур изменяют процесс турбулентности. Уменьшение кинетической энергии турбулентности и турбулентных напряжений в пограничном слое за РВС свидетельствует о сокращении турбулентного переноса. Это приводит к более медленному росту (вдоль пластины) толщины потери импульса и, следовательно, к уменьшению сопротивления трения пластины за РВС. Главная причина – изменение структуры турбулентных вихрей большого масштаба и уменьшение масштаба турбулентности (см. рис. 2).

Для турбулентного пограничного слоя без РВС в основной его части спектр энергии для самых крупных вихрей пропорционален k_m^{-1} и для масштабов вихрей, находящихся в инерционном интервале, спектр энергии пропорционален $k_m^{-5/3}$ ($k_m = 1/l_m$; $l_1 = L_a$; L_a– максимальный масштаб турбулентных вихрей). Для случая пограничного слоя без РВС введем обозначение L_a^0.

Турбулентный пограничный слой за РВС имеет измененный спектр энергии – отсутствует участок с k_m^{-1} вследствие действия разрушителей крупных вихрей. Следовательно, $L_a < L_a^0$, что и наблюдается на рис. 2 в виде зависимости интегрального масштаба турбулентности L_a/δ от Y для развитой турбулентности в пограничном слое без РВС [18] и за РВС [4] при $x = x_1$.

По результатам расчетов на основе разработанной LES-технологии установлено, что для случаев наличия или отсутствия РВС в турбулентном пограничном слое вклад подсеточной кинетической энергии в полную турбулентную энергию составляет около 6–7 процентов.

Сравнение наших численных результатов с экспериментальными данными других авторов [4, 21] показало хорошее согласие для средней скорости, турбулентных напряжений, кинетической энергии турбулентности и коэффициента поверхностного трения.

ВЫВОДЫ

В данном исследовании разработана LES-технология, которая представляет собой дальнейшее развитие LES-подхода [14–17]. Впервые развита численная трехмерная модель турбулентного пограничного слоя несжимаемой жидкости в режиме гидродинамически гладкой поверхности с учетом влияния разрушителей вихревых структур схемы "тандем" ($\mathrm{Re}_x = \{940000 - 1252884\}$; Re=12934) на основе LES-технологии и реализована на персональном компьютере. В данной модели все параметры и уравнения имеют безразмерный вид. Численная модель содержит три основных параметра: 1) число Рейнольдса заданной расчетной области Re; 2) число Re_x; 3) расчетный коэффициент C_V динамической подсеточной модели. Воздействие РВС учитывается во "входных" граничных условиях при решении фильтрованных трехмерных уравнений Навье-Стокса.

Впервые на основе LES-технологии для турбулентного пограничного слоя несжимаемой жидкости в режиме гидродинамически гладкой поверхности с учетом влияния разрушителей вихревых структур и без них ($\mathrm{Re}_x = \{940000 - 1252884\}$; Re=12934) (с применением численно-аналитической реконструкции поля мгновенной скорости для входных граничных условий LES-подхода) получены численные значения осредненной скорости, кинетической энергии турбулентности, продольной, поперечной и боковой компонент турбулентных напряжений и коэффициента поверхностного трения. Сравнение наших численных результатов с экспериментальными данными других авторов показало хорошее согласие. На основе вычислений по LES-технологии подтвержден экспериментально установленный в [4] факт, что поверхностное трение вниз по потоку за РВС уменьшается для схемы "тандем" в среднем на восемь-десять процентов ($\max\{100(C_{f0} - C_f)/C_{f0}\} = 15$).

Получены новые численные значения кинетической турбулентной энергии и боковой компоненты турбулентных напряжений, которые существенно дополняют трехмерную картину течения в турбулентном пограничном слое за разрушителями вихревых структур, исследованную в экспериментальной работе [4].

Углублено понимание механизма уменьшения поверхностного трения на основной обтекаемой пластине ниже по потоку от РВС, что объясняется следующими причинами: 1) увеличением потери импульса в пограничном слое; 2) изменением структуры турбулентных вихрей большого масштаба. Разрушители вихревых структур изменяют процесс турбулентности. Определение влияния интегрального масштаба турбулентности на поверхностное трение есть дальнейшим подтверждением того, что уменьшение поверхностного трения вниз по потоку за РВС является в основном следствием уменьшения масштаба турбулентности.

Воздействие РВС полностью учитывается во "входных" граничных условиях при решении уравнений Навье-Стокса. Поэтому разработанный алгоритм численного моделирования турбулентного пограничного слоя под влиянием РВС обладает определенной универсальностью при моделировании данного класса задач при Re порядка $10^4 - 10^5$ и Re_x порядка $5 \cdot 10^5 - 3 \cdot 10^6$. Учет влияния другого типа РВС производиться только конкретизацией "входных" граничных условий. Следовательно, на основе разработанной LES-технологии целесообразно производить широкомасштабные численные расчеты для ряда "входных" граничных условий, которые моделируют влияние различных конфигураций разрушителей вихревых структур в сечении ($x{=}x_1$). Таким способом достигается значительная экономия затрат при проведении лабораторных исследований, поскольку достаточно выполнить измерения только в выбранном сечении ($x{=}x_1$) для каждого конкретного вида РВС.

1. *Юдаев Б.Н.,Михайлов М.С.,Савин В.К.* Теплообмен при взаимодействии с преградами.– М.: Машиностроение, 1977.– 234 с.
2. *Белов И.А.* Взаимодействие неравномерных потоков с преградами.– Л.: Машиностроение, 1983.– 201 с.
3. *Романенко П.Н.* Гидродинамика и теплообмен в пограничном слое.Справочник.– М.: Энергия, 1974.– 464 с.
4. *Гудилин И.В.,Ким А.Ю.,Шумилкин В.Г.* Экспериментальное исследование влияния разрушителей вихревых структур на характеристики турбулентного пограничного слоя // Труды ЦАГИ.– 1989.– Вып. 2431.– С. 27–47.
5. *Гудилин И.В.,Ким А.Ю.,Шумилкин В.Г.* Экспериментальное исследование вырождения турбулентности за диафрагмами и решетками // Труды ЦАГИ.– 1994.– Вып. 2509.– С. 24–40.
6. *Репик Е.У.,Соседко Ю.П.* Управление уровнем турбулентности потока.– М.: Физматлит, 2002.– 240 с.
7. *Монин А.С., Яглом А.М.* Статистическая гидромеханика.Т.2.– М.: Наука, 1967.– 720 с.
8. *Методы расчета турбулентных течений:* Пер. с англ./ Под ред. В.Кольмана. – М.: Мир, 1984. – 464 с.
9. *Vreman B.,Geurts B.,Kuerten H.* On the formulation of the dynamic mixed subgrid-scale model // Phys.Fluids.– 1994.– v. 6, N 12.– P. 4057–4059.
10. *Zang Y.,Street R.,Koseff J.* A dynamic mixed subgrid-scale model and its application to turbulent recirculating flows // Phys.Fluids A.– 1993.– v. 5, N 12.– P. 3186–3196.
11. *Piomelli U.* High Reynolds number calculations using the dymamic subgrid-scale stress model // Phys.Fluids A.– 1993.– v. 5, N 6.– P. 1484–1490.
12. *Meneveau C.,Katz J.* Scale-invariance and turbulence models for large-eddy simulation // Annu.Rev.Fluid.Mech.– 2000.– v. 32.– P. 1–32.
13. *Piomelli U., Balaras E.* Wall-layer models for Large-Eddy Simulations // Annu.Rev.Fluid.Mech..– 2002.– v. 34.– P. 349–374.
14. *Кузьменко В.Г.* Численное трехмерное моделирование турбулентного пограничного слоя в режиме развитой шероховатости на основе LES-технологии // Прикладна гідромеханіка.– 2002.– **4(76)**, N 3.– С. 31–41.
15. *Кузьменко В.Г.* Численное трехмерное моделирование турбулентного пограничного слоя в режиме промежуточной шероховатости // Прикладна гідромеханіка.– 2003.– **5(77)**, N 2.– С. 27–36.
16. *Кузьменко В.Г.* Численное трехмерное моделирование турбулентного пограничного слоя на основе экономичной LES-технологии // Прикладна гідромеханіка.– 2004.– **6(78)**, N 1.– С. 19–24.
17. *Кузьменко В.Г.* Динамические подсеточные модели для LES-технологии // Прикладна гідромеханіка.– 2004.– **6(78)**, N 3.– С. 22–27.
18. *Федяевский К.К.,Гиневский А.С.,Колесников А.В.* Расчет турбулентного пограничного слоя несжимаемой жидкости.– Л.: Судостроение, 1973.– 256 с.
19. *Шлихтинг Г.* Теория пограничного слоя.– М.: Инлит, 1956.– 528 с.
20. *Бабенко В.В.,Канарский М.Б.,Коробов Б.И.* Пограничный слой на эластичных пластинах.– К.: Наукова думка, 1993.– 261 с.
21. *Ligrani P.,Moffat R.* Structure of transitionally rough and fully rough turbulent boundary layers // J.Fluid.Mech.– 1986.– v. 162.– P. 69–98.
22. *Белоцерковский О.М.* Численное моделирование в механике сплошных сред.– М.: Наука, 1984.– 518 с.
23. *Колмогоров А.Н.* Уравнения турбулентного движения несжимаемой жидкости // Изв.АН СССР,сер.физ.– 1942.– Т. 6, N 1–2.– С. 56–58.
24. *Лойцянский Л.Г.* Механика жидкости и газа.– М.: Наука, 1987.– 840 с.

25. *Гудилин И.В.,Енютин Г.В.,Ким А.Ю.,Лашков Ю.А,Шумилкин В.Г.* Экспериментальное исследование влияния разрушителей вихревых структур и оребрения поверхности на турбулентное трение // Труды ЦАГИ.– 1989.– Вып.2431.– С. 48–64.
26. *Квак Д.,Ченг Д.,Шэнкс С.,Чакраварти С.* Метод решения уравнения Навье-Стокса для трехмерных течений несжимаемой жидкости с использованием простейших переменных // Аэро/космическая техника.– 1987.– N2.– С. 144–153.
27. *Марчук Г.И.* Математическое моделирование в проблеме окружающей среды.– М.: Наука, 1983.– 319 с.
28. *Андерсон Д., Танненхил Дж., Плетчер Р.* Вычислительная гидромеханика и теплообмен. Т. 2.– М.: Мир, 1990.– 726 с.
29. *Orellano A., Wengle H.* Numerical simulation (DNS and LES) of manipulated turbulent boundary layer flow over a surface-mounted fence // Eur. J. Mech. B/Fluids.– 2000.– v. 19, N 5.– P. 765–788.
30. *Lesieur M.,Begou P.,Comte P.,Metais O.* Vortex recognition in numerical simulations // ERCOFTAC Bulletin.– 2000.– N46.– P. 25–28.
31. *Гущин В.А.,Матюшин П.В.* Механизмы формирования вихрей в следе за сферой при $200 < Re < 380$ // Известия РАН. МЖГ.– 2006.– N5.– С. 135–151.
32. *Jakirlic S.* Wall modelling in LES: method development and application // ERCOFTAC Bulletin.– 2007.– N72.– P. 5–6.
33. *Fubery C.* On LES and DES of wall bounded flows // ERCOFTAC Bulletin.– 2007.– N72.– P. 67–72.