

УДК 532.525.2

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ ЖИДКОСТИ В ЗАКРЫТОЙ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ПОЛОСТИ С ДВИЖУЩЕЙСЯ ВЕРХНЕЙ КРЫШКОЙ

Е. В. БРУЯЦКИЙ, А. Г. КОСТИН

Институт гидромеханики НАН Украины, Киев

Получено 10.09.2008

Универсальный дискретный аналог системы нестационарных уравнений Навье-Стокса в переменных скорость-давление применен для решения задачи о вынужденном движении несжимаемой жидкости внутри замкнутой прямоугольной полости под воздействием движущейся верхней крышки. Численно исследованы особенности полей давления и возникающих рециркуляционных вихревых течений в полости в зависимости от числа Рейнольдса при заданной геометрии полости. Приведены результаты численных расчетов, иллюстрирующие эффективность и возможности предлагаемого подхода.

Універсальний дискретний аналог системи нестационарних рівнянь Нав'є-Стокса у змінних швидкість-тиск застосований для розв'язання задачі про змушений рух нестисливої рідини всередині замкнутої прямокутної порожнини під дією верхньої кришки, яка рухається. Чисельно досліджені особливості полів тиску і виникаючих рециркуляційних вихрових течій в порожнині в залежності від числа Рейнольдса при заданій геометрії порожнини. Приведені результати чисельних розрахунків, які ілюструють ефективність і можливість запропонованого підходу.

Universal discrete analogue of the non-stationary Navier-Stokes equation system in velocity-pressure variables is used to solve a problem on forced motion of incompressible fluid within a rectangular cavity affected by a moving upper wall. Peculiarities of pressure fields and arising recirculation vortical flows in the cavity are investigated numerically depending on the Reynolds number under a given geometry of the cavity. Numerical results are presented which illustrate effectiveness and a potential of the described approach.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время для численного решения уравнений Навье-Стокса существуют и используются несколько десятков разновидностей разностных схем. Построение разностных схем для системы уравнений Навье-Стокса в случае несжимаемой жидкости вызывает определенные трудности из-за отсутствия явного уравнения для определения давления. Поэтому большая часть разностных схем разработана для варианта, когда исходная система уравнений записана в переменных функция тока – вихрь. Главное преимущество такого подхода состоит в возможности исключения давления из системы исходных уравнений. А главный недостаток связан с трудностью постановки граничных условий для вихря скорости и отсутствие возможности обобщения этого подхода на трехмерные задачи и турбулентные режимы течения. Поэтому более предпочтительным является вариант использования естественных физических переменных скорость-давление. Однако в этом случае возникают сложности не только определения давления, но и согласования полей скорости и давления.

При использовании переменных скорость-давление можно выделить две группы методов. К первой группе относятся разновидности метода "мар-

керов и ячеек" (MAC), предложенного Ф.Х. Харлоу [1, 2]. Он характерен тем, что для построения разностной схемы используется разнесенная сетка. Одной из ключевых идей метода MAC является использование уравнения неразрывности при получении дискретного уравнения типа Пуассона для давления. В первых версиях такого подхода возникали большие трудности с граничными условиями на твердых поверхностях. Позднее в методе SMAC этот недостаток удалось преодолеть [3].

В дальнейшем эта схема развивалась и другими авторами. Особенно эффективной для решения задач динамики вязкой несжимаемой жидкости оказалась схема расщепления по физическим процессам, предложенная и развитая О. М. Белоцерковским, В. Н. Гуциным, В. В. Щенниковым [4–6]. Согласно этому подходу процесс решения системы уравнений Навье-Стокса основывается на расщеплении временного цикла и использовании трехэтапного итерационного метода. Согласно этой схеме вначале рассчитывается промежуточное поле скоростей из уравнений движения без учета градиента давления. Затем при этих значениях скоростей решается уравнение Пуассона для давления и далее определяются новые значения скоростей с учетом вклада от полученного давления.

Ко второй группе методов относится семей-

ство алгоритмов типа SIMPLE. Согласно этому подходу для дискретизации исходных уравнений используется метод "конечных объемов" на разнесенных сетках. Этот метод предложен и детально развит С. В. Патанкармом и П. В. Сполдингом [8, 9]. К этой группе относятся такие процедуры решения и коррекции давления, как SIMPLER, PISO, SIMPLER. Они характеризуются тем, что на каждом шаге по времени организуется итерационная процедура решения дискретных уравнений на установление с целью получения стационарных решений.

Характерной особенностью методов, использующих физические переменные скорость–давление, является использование разнесенных сеток [7, 8, 9], что несколько осложняет решение, но позволяет согласовать поля скоростей и давления.

Недавно в нашей работе [10] предложен эффективный метод численного решения полных нестационарных уравнений Навье–Стокса в физических переменных скорость–давление для несжимаемой жидкости. Общий принцип решения основывается на синтезе идей MAC метода Ф. Х. Харлоу [1, 2] и модифицированного варианта SIMPLE метода С.В. Патанкара, П.В. Сполдинга [8, 9]. Особенность метода состоит в использовании разнесенных сеток и построении универсального дискретного аналога уравнений ламинарного течения. В указанной работе этот аналог тестировался на примере расчета течения на начальном участке стабилизации внутри плоского прямолинейного канала [10].

Данная статья посвящена дальнейшей апробации полученного универсального дискретного аналога ламинарных течений для расчетов более сложных течений, содержащих возвратные рециркуляционные области течения. Для этой цели важно выбрать подходящую модельную задачу, которая бы уже решалась как в переменных функция тока – вихрь, так и в переменных скорость–давление. В качестве такой модельной задачи удобно рассмотреть течение в прямоугольной полости под воздействием движущейся верхней крышки. Интерес к этой задаче обусловлен тем, что это течение обладает набором структурных особенностей возвратных и рециркуляционных вихревых течений. Кроме того, локализация течения в прямоугольной расчетной области практически снимает вопрос о постановке граничных условий для скорости в силу очевидных условий прилипания и непротекания жидкости на границах расчетной области.

Таким образом, цель данной работы заключается в проверке эффективности предлагаемого уни-

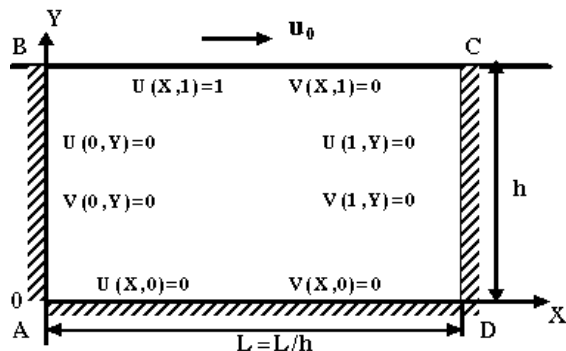


Рис. 1. Область интегрирования и граничные условия

версального дискретного аналога системы полных нестационарных уравнений Навье–Стокса в переменных скорость–давление для расчета вихревых циркуляционных течений в замкнутой прямоугольной полости. Задача о течении в квадратной полости рассмотрена нами раньше.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Рассматривается двумерная задача о движении вязкой жидкости в замкнутой прямоугольной полости с движущейся верхней крышкой. Горизонтальный размер расчетной области ABCD обозначим через l , а вертикальный – через h . Принципиальная схема рассматриваемого течения и принятые обозначения представлены на рис. 1. Начало декартовой прямоугольной системы координат O расположено в левом нижнем углу.

Специфика задачи состоит в том, что три граничные стенки AB, AD, DC расчетной области ABCD неподвижны, а четвертая верхняя стенка BC движется с постоянной скоростью u_0 слева направо, как показано на рис. 1.

Предполагается, что в начальный момент времени $t = 0$ жидкость всюду покоится, а при $t > 0$ верхняя крышка BC приходит в движение со скоростью u_0 . Движение жидкости будем описывать нестационарными двумерными уравнениями Навье–Стокса в переменных скорость – давление. В качестве масштаба длины выберем вертикальный размер полости h , скорость движения верхней крышки u_0 примем за масштаб скорости, за масштаб времени примем величину $t_0 = h/u_0$, а за масштаб давления примем скоростной напор $\rho_0 u_0^2$.

Тогда в безразмерных переменных систему нестационарных уравнений движения Навье–Стокса для рассматриваемого течения в прямоугольной

декартовой системе координат можно записать в следующей консервативной тензорной форме [11]:

$$\frac{\partial V_i}{\partial \tau} = -\frac{\partial P}{\partial X_i} + \frac{\partial}{\partial X_k} \times \left[-V_i V_k + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial V_i}{\partial X_k} + \frac{\partial V_k}{\partial X_i} \right) \right], \quad (1)$$

$$\frac{\partial V_k}{\partial X_k} = 0.$$

Здесь по повторяющемуся индексу подразумевается суммирование. Такая компактная запись исходных уравнений позволяет рассматривать и трехмерные течения. Для рассматриваемой двумерной задачи $i, k = 1, 2$; $X_1 = X$; $X_2 = Y$; $V_1 = U$; $V_2 = V$.

При этом $U = u/u_0$, $V = v/u_0$, $X = x/h$, $Y = y/h$, $\tau = tu_0/h$, $P = p/\rho_0 u_0^2$.

Основным параметром задачи служит число Рейнольдса $\text{Re} = u_0 h/\nu$. Заметим, что давление P в рассматриваемой системе уравнений не является основной переменной. Для завершения постановки задачи должны быть заданы граничные условия. В данной задаче они состоят в том, что на твердых поверхностях должны выполняться очевидные условия прилипания и непротекания жидкости. Следовательно, на границах области имеем:

$$U|_{AB} = 0; U|_{BC} = 1; U|_{CD} = 0; U|_{AD} = 0; \quad (2)$$

$$V|_{AB} = 0; V|_{BC} = 0; V|_{CD} = 0; V|_{AD} = 0. \quad (3)$$

В процессе решения задачи необходимо рассчитать установившуюся картину полей скорости и давления в зависимости от числа Рейнольдса.

2. ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД

Общий принцип используемого метода решения уравнений Навье-Стокса рассмотрен в нашей работе [10]. Решение системы исходных нестационарных уравнений (1) выполняется методом конечных разностей на установление. Конечно-разностные аналоги рассматриваемых уравнений строятся на пятиточечном шаблоне в соответствии с известной схемой "крест" [12]. Из-за сложностей согласования полей скорости и давления конечно-разностные аппроксимации реализуются на сетке с разнесенной структурой расположения сеточных узлов для зависимых переменных. Это означает,

что компоненты скоростей и давления определяются в разных узлах. Такой подход аналогичен методу MAC [1] и дает определенные преимущества при расчете поля давления.

Для дискретизации исходных уравнений в пространстве (X, Y, τ) вводится основная прямоугольная сетка $S_0(X_j, Y_i, \tau^n)$, состоящая из точек

$$X_j = j \cdot \Delta x, \quad j = 1, \dots, N;$$

$$Y_i = i \cdot \Delta y, \quad i = 1, \dots, M;$$

$$\tau_n = n \cdot \Delta \tau, \quad \tau = 1, \dots, N_\tau,$$

и две вспомогательные полуцелые сетки S_1 и S_2 ,

$$S_1(X_{j+1/2}, Y_i, \tau^n),$$

$$X_{j+1/2} = (j + 1/2) \cdot \Delta x, \quad Y_i = i \cdot \Delta y,$$

$$S_2(X_j, Y_{i+1/2}, \tau^n),$$

$$X_j = j \cdot \Delta x, \quad Y_{i+1/2} = (i + 1/2) \cdot \Delta y.$$

В соответствии с выбранным сеточным шаблоном, вводятся следующие обозначения:

$$P(X_j, Y_i, \tau^n) = P_{j,i}^n,$$

$$U((j + 1/2) \cdot \Delta x, i \cdot \Delta y, n \cdot \Delta \tau) = U_{j+1/2,i}^n,$$

$$V(j \cdot \Delta x, (i + 1/2) \cdot \Delta y, n \cdot \Delta \tau) = V_{j,i+1/2}^n.$$

Вся расчетная область разбивается на прямоугольные ячейки. Схема расположения ячеек и узлов приведена на рис. 1 в работе [10]. В узлах основной сетки расположены сеточные функции давления $P_{j,i}$. Сеточные функции компонентов скорости находятся на серединах граней контрольных объемов, то есть в узлах вспомогательных полуцелых сеток $S_1(j + 1/2, i)$ и $S_2(j, i + 1/2)$ соответственно. Шаги сеток hx_j и hy_i могут быть как равномерными, так и переменными в обоих направлениях сетки:

$$\Delta x = 0,5(hx_j + hx_{j+1}), \quad \Delta y = 0,5(hy_i + hy_{i+1}),$$

$$hx1 = (hx_j + hx_{j+1}), \quad hy1 = (hy_i + hy_{i+1}).$$

Внешние границы расчетной области выбираются с учетом совпадения граней внутренних приграничных ячеек с физическими границами области, где задаются граничные условия для компонентов скорости. При таком подходе сеточные функции давления находятся внутри расчетной области и не попадают на физическую границу D_h , что позволяет согласовать поля скорости и давления.

Для конечно-разностной аппроксимации исходных уравнений движения и неразрывности

используются обычные схемы первого порядка точности для производных по времени и второго порядка точности для производных по пространству. При этом диффузионные слагаемые аппроксимируются по схеме с центральными разностями, а для конвективных слагаемых используются схемы с односторонними разностями "против потока". Особенностью дискретизации является то, что конечно-разностные аппроксимации центрируются в соответствии с выбранным шаблоном. При этом сеточные индексы для зависимых переменных оказываются сдвинутыми.

Подстановка конечно-разностных формул в исходную систему уравнений движения после простых преобразований позволяет записать их дискретные аналоги для X и Y направлений соответственно. Полученные разностные алгебраические уравнения, разрешенные относительно соответствующих компонент скорости $U_{j+1/2,i}^{n+1}$ и $V_{j,i+1/2}^{n+1}$, и дополненные уравнением неразрывности, преобразуются к следующему конечно-разностному виду:

$$U_{j+1/2,i}^{n+1} = \frac{[\Delta y \cdot (P_{j,i}^{n+1} - P_{j+1,i}^{n+1}) + G_{j+1/2,i}^U]}{d_{j+1/2,i}^U}, \quad (4)$$

$$V_{j,i+1/2}^{n+1} = \frac{[\Delta x \cdot (P_{j,i}^{n+1} - P_{j,i+1}^{n+1}) + G_{j,i+1/2}^V]}{d_{j,i+1/2}^V}, \quad (5)$$

$$\frac{U_{j+1/2,i}^{n+1} - U_{j-1/2,i}^{n+1}}{\Delta x} + \frac{V_{j,i+1/2}^{n+1} - V_{j,i-1/2}^{n+1}}{\Delta y} = 0, \quad (6)$$

где выражения G и d с соответствующими нижними и верхними индексами являются известными величинами по данным с предыдущего шага.

Полученная система уравнений связывает между собой искомые компоненты скорости и давления. Однако эта система пока содержит неизвестные слагаемые с градиентом давления. Поэтому для получения недостающего уравнения по определению давления используется уравнение неразрывности (6). Учитывая его структуру, понизим предварительно в выражениях для скоростей $U_{j+1/2,i}^{n+1}$ и $V_{j,i+1/2}^{n+1}$ индексы j и i на единицу соответственно. Тогда получим необходимые выражения для $U_{j-1/2,i}^{n+1}$ и $V_{j,i-1/2}^{n+1}$. Подставляя соответствующие выражения для компонент скорости в уравнения неразрывности (6), получим выражение, в котором неизвестными величинами являются лишь сеточные функции давления. Выполнив простые алгебраические преобразования для функции давления в узле с номером (j, i)

и окружающих его узлах, получаем следующий конечно-разностный аналог для определения давления в виде замаскированного разностного уравнения Пуассона:

$$d_{j,i}^P P_{j,i}^{n+1} + c_1^P P_{j+1,i}^{n+1} + c_0^P P_{j-1,i}^{n+1} + b_1^P P_{j,i+1}^{n+1} + b_0^P P_{j,i-1}^{n+1} = f^P(j, i), \quad (7)$$

где соответствующие коэффициенты дискретизации и свободный член $f^P(j, i)$ – известные величины по результатам предыдущего шага. В итоге полученное уравнение Пуассона (7) для давления заменяет уравнение неразрывности и решается на текущем временном слое.

Приведенная система конечно-разностных алгебраических уравнений (4), (5) и (7) носит фундаментальный характер и является универсальным дискретным аналогом системы полных нестационарных уравнений Навье-Стокса. Важной особенностью полученного разностного уравнения Пуассона (7) оказывается то, что благодаря использованию разнесенных сеток граничные условия для его решения не требуются, так как значение давления в приграничных узлах может быть определено из уравнений движения в комбинации с граничными условиями для компонент скорости [13]. Решение полученной системы разностных алгебраических уравнений осуществляется известными итерационными методами. В настоящем методе компоненты скорости и давления расщеплены так, что на любом этапе расчета решаются уравнения относительно одной зависимой переменной. Это упрощает применение стандартных методов решения интересующих нас систем линейных алгебраических уравнений. Эффективным способом решения рассматриваемого двумерного разностного уравнения второго порядка для давления является его редукция к двум одномерным системам уравнений второго порядка с трехдиагональными матрицами, которые решаются методом "прогонки" [12]. В зарубежной литературе его часто называют алгоритмом Томаса [14].

В данном методе расчеты проводятся для двух основных физических переменных – скорости и давления. Итерационный вычислительный процесс состоит из шагов по времени. В начале каждого временного цикла предполагаются известными поля скорости и давления. Вычислительная процедура выполняется в следующей последовательности. При заданных на предыдущем временном шаге значениях $U_{j+1/2,i}^n$ и $V_{j,i+1/2}^n$ по соответствующим алгебраическим

формулам рассчитываются коэффициенты дискретизации $G_{j+1/2,i}^U(U^n, V^n)$, $G_{j+1/2,i}^V(U^n, V^n)$, $d_{j+1/2,i}^U(U^n, V^n)$, $d_{j,i+1/2}^V(U^n, V^n)$, $d_{j,i}^P$, c_1^P , c_0^P , b_1^P , b_0^P , включая свободный член $f^p(j, i)$. Определив таким образом коэффициенты уравнения Пуассона, путем его решения находится поле давления $P_{j,i}^{n+1}$. Далее зная коэффициенты дискретизации и поле давления $P_{j,i}^{n+1}$, по уравнениям (4), (5), рассчитываются поля скорости $U_{j+1/2,i}^{n+1}$, $V_{j,i+1/2}^{n+1}$ на $(n+1)$ шаге. На этом первый временной цикл заканчивается и далее он повторяется. Задача решается на установление. Критерием окончания решения служит условие, когда максимальная разность между значениями искомым переменных на предыдущем и следующем временном шаге не превышает заданную величину ошибки ε .

Используемая конечно-разностная схема аппроксимирует рассматриваемые уравнения с первым порядком точности по времени и со вторым порядком точности по пространственным переменным $O(\Delta\tau, h^2)$, и можно показать, что она устойчива [7]. Шаг интегрирования по времени подбирался численным экспериментом в зависимости от числа Рейнольдса.

Важный момент расчетов – контроль за выполнением уравнения неразрывности. Описанный алгоритм решения системы двумерных нестационарных уравнений Навье-Стокса реализован в виде компьютерной программы, которая позволяет решать эволюционную задачу формирования во времени полей скорости и давления вязкой несжимаемой жидкости, возникающих в прямоугольной полости под действием верхней движущейся крышки.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Рассмотрим некоторые результаты расчетов структуры вынужденного течения жидкости в замкнутой прямоугольной полости с движущейся верхней крышкой. Как и следовало ожидать, искомые поля скорости и давления оказались функциями числа Рейнольдса и геометрических размеров полости. Основные численные расчеты были выполнены при соотношении сторон прямоугольника $L = l/h = 2$ и $L = 4$ на равномерных сетках 50×100 и 50×200 , хотя исследовались и другие варианты, включая переменность шага в обоих направлениях. Шаг по времени варьировался в зависимости от числа Рейнольдса.

В качестве примера на рис. 2 приведены результаты расчетов векторного поля скоростей в прямо-

угольной полости с соотношением сторон $L = 2$, а на рис. 3 – для случая $L = 4$ при трех и четырех различных числах Рейнольдса ($Re = 100, 400, 1000, 2000$) соответственно. Эти рисунки наглядно демонстрируют качественную и количественную картину влияния числа Рейнольдса на кинематическую структуру течения в прямоугольной полости при заданном соотношении ее сторон.

Общая картина течения в рассматриваемых прямоугольных полостях в виде векторного поля скоростей, представленная на рис. 2 и 3, дополняется приведенными на рис. 4 и 5 расчетными линиями равных скоростей. Здесь особенно отчетливо видна сложная структура возникающих циркуляционных течений в зависимости от числа Рейнольдса при заданной геометрии полости ($L = 2$ и $L = 4$).

Анализ указанных рисунков показывает, что зона с наибольшей интенсивностью течения расположена в верхней части расчетной области, прилегающей к границе ВС (см. рис. 1), где жидкость вовлекается в движение благодаря действию сил трения между верхней движущейся крышкой и жидкостью. Плотность расположения линий равных скоростей характеризует интенсивность течения в полости. Из-за движения верхней крышки слева направо общая картина вихревого поля скоростей несимметрична и центры вихрей смещены вправо.

Верхние слои жидкости, прилегающие к движущейся крышке, при своем движении наталкиваются на заднюю стенку CD и резко меняют свое направление, отклоняясь вниз и образуя как бы струйное течение. Далее этот поток наталкивается на нижнюю стенку AD и снова изменяет свое направление, которое противоположно направлению движения крышки полости. Затем этот поток наталкивается на левую стенку AB и вдоль нее поднимается вверх, где он снова увлекается жидкостью, контактирующей с верхней движущейся стенкой BC. Таким образом, в прямоугольной полости при числах $Re \leq 400$, как и в квадратной полости, образуется область устойчивого циркуляционного движения, направленного по часовой стрелке. Однако в отличие от квадратной полости, где образуется большой вихрь, занимающий почти всю полость, в прямоугольных полостях образуются вихри располагаются в правой части полости и занимают примерно третью ее часть. С ростом числа Рейнольдса эта вихревая область увеличивается, а при числе $Re \geq 1000$ картина течения качественно изменяется. Внизу полости левее основного вихря возникает вторая область вихревого течения со скоростями движения жидкости,

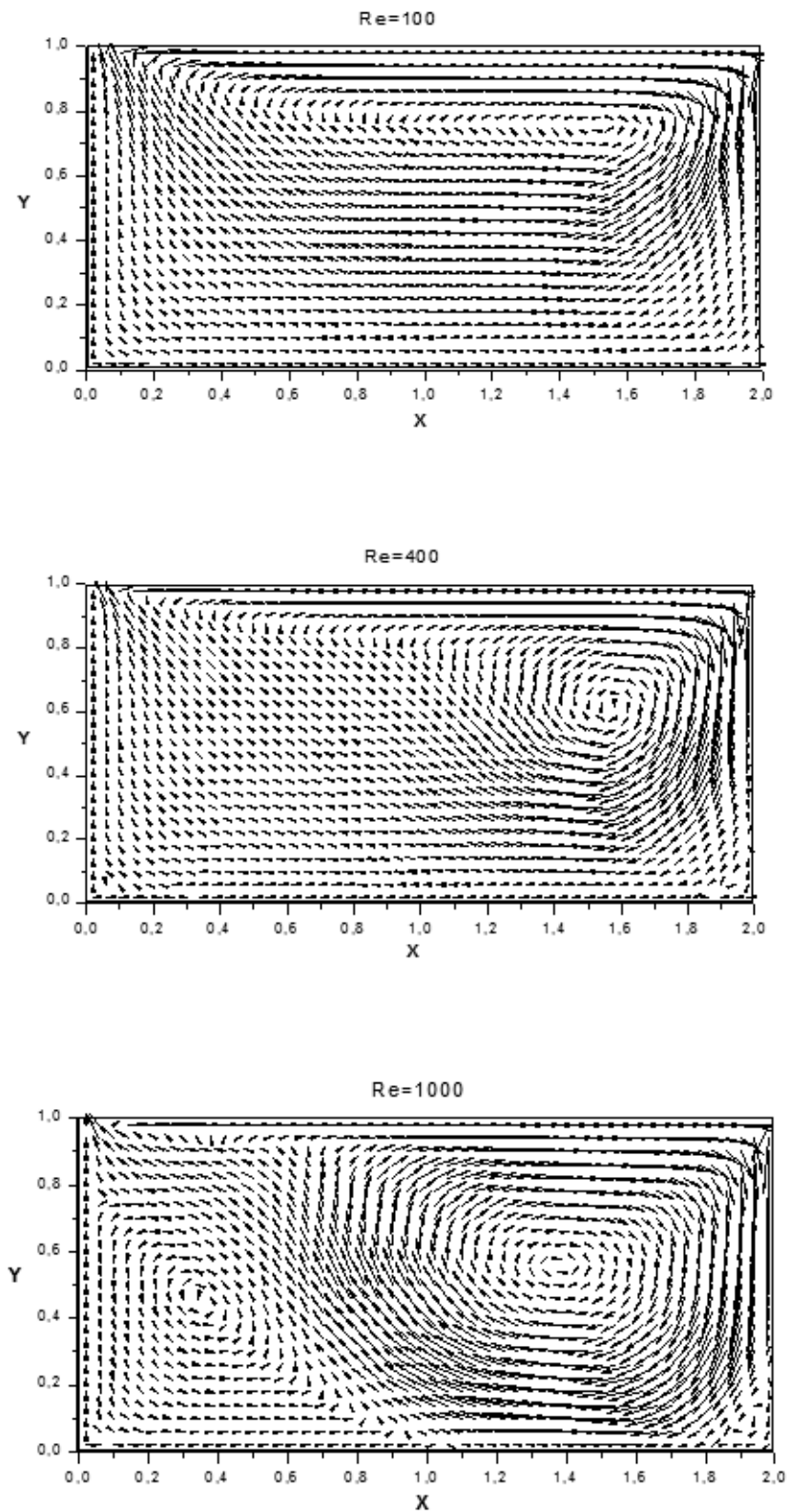


Рис. 2. Расчетное векторное поле скоростей в прямоугольной полости ($L = 2$) при трех различных числах Рейнольдса ($Re=100, 400, 1000$)

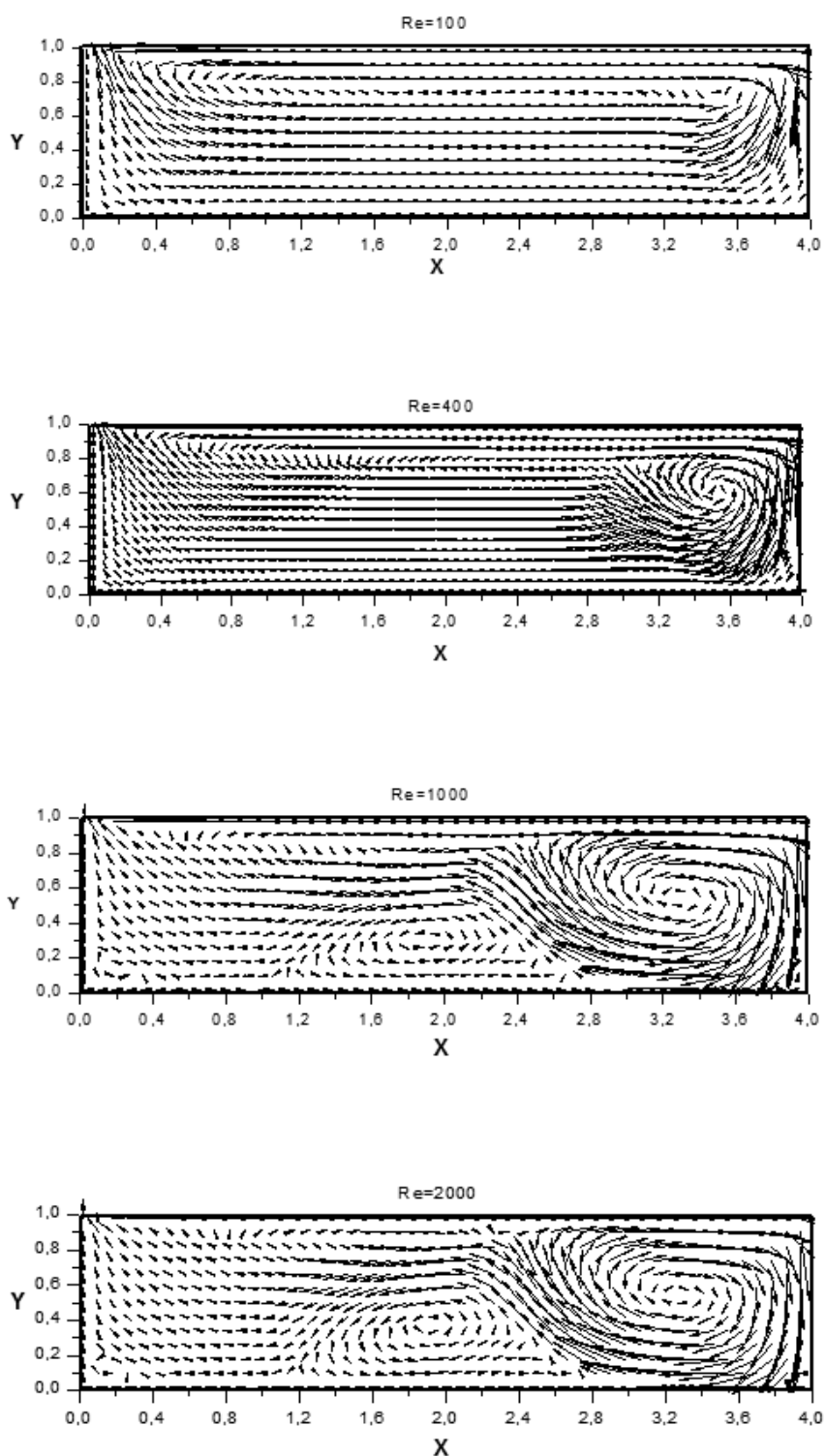


Рис. 3. Расчетное векторное поле скоростей в прямоугольной полости ($L = 4$) при четырех различных числах Рейнольдса ($Re=100, 400, 1000, 2000$)

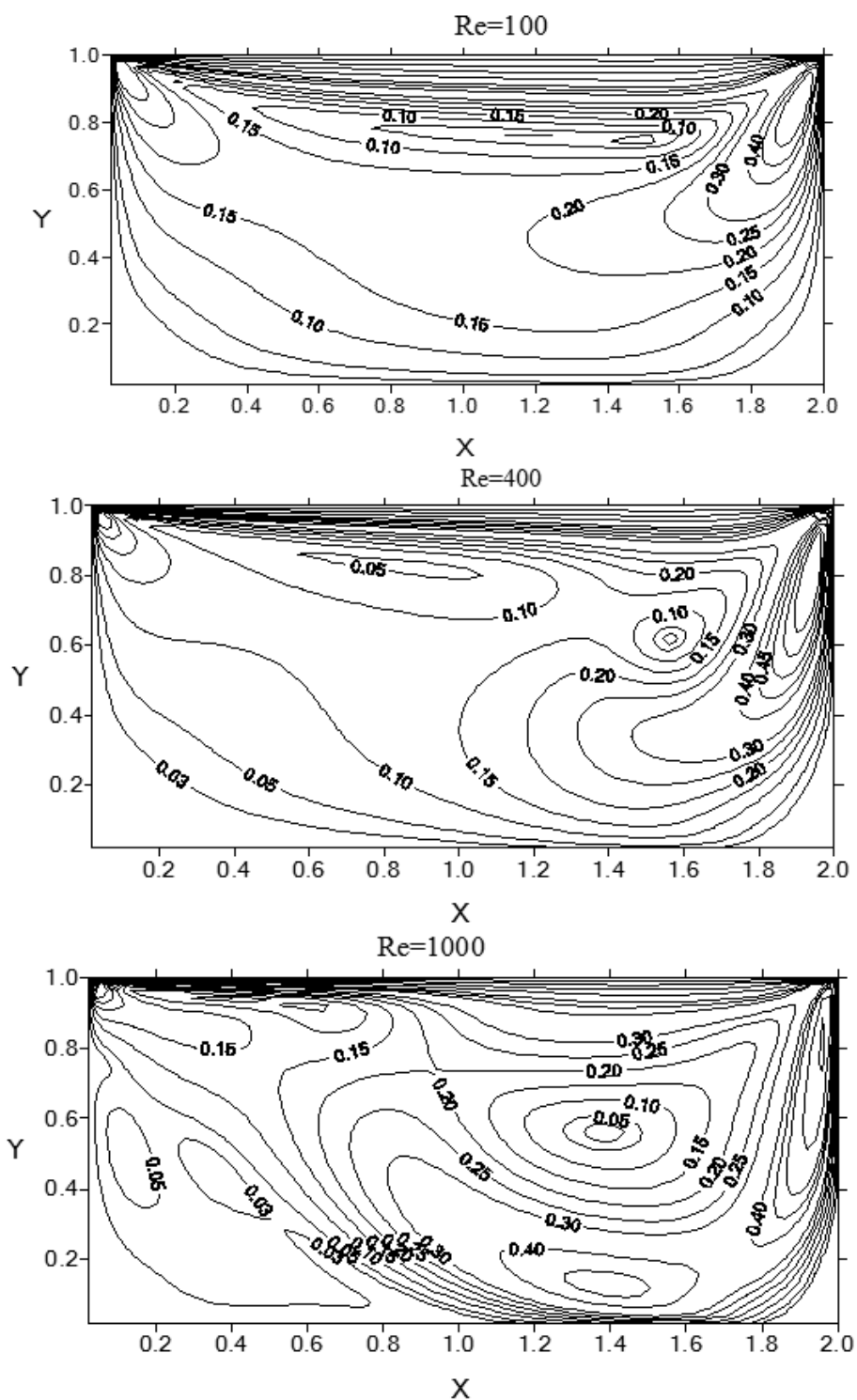


Рис. 4. Расчетные изолинии равных скоростей в прямоугольной полости ($L = 2$) при трех различных числах Рейнольдса ($Re=100, 400, 1000$)

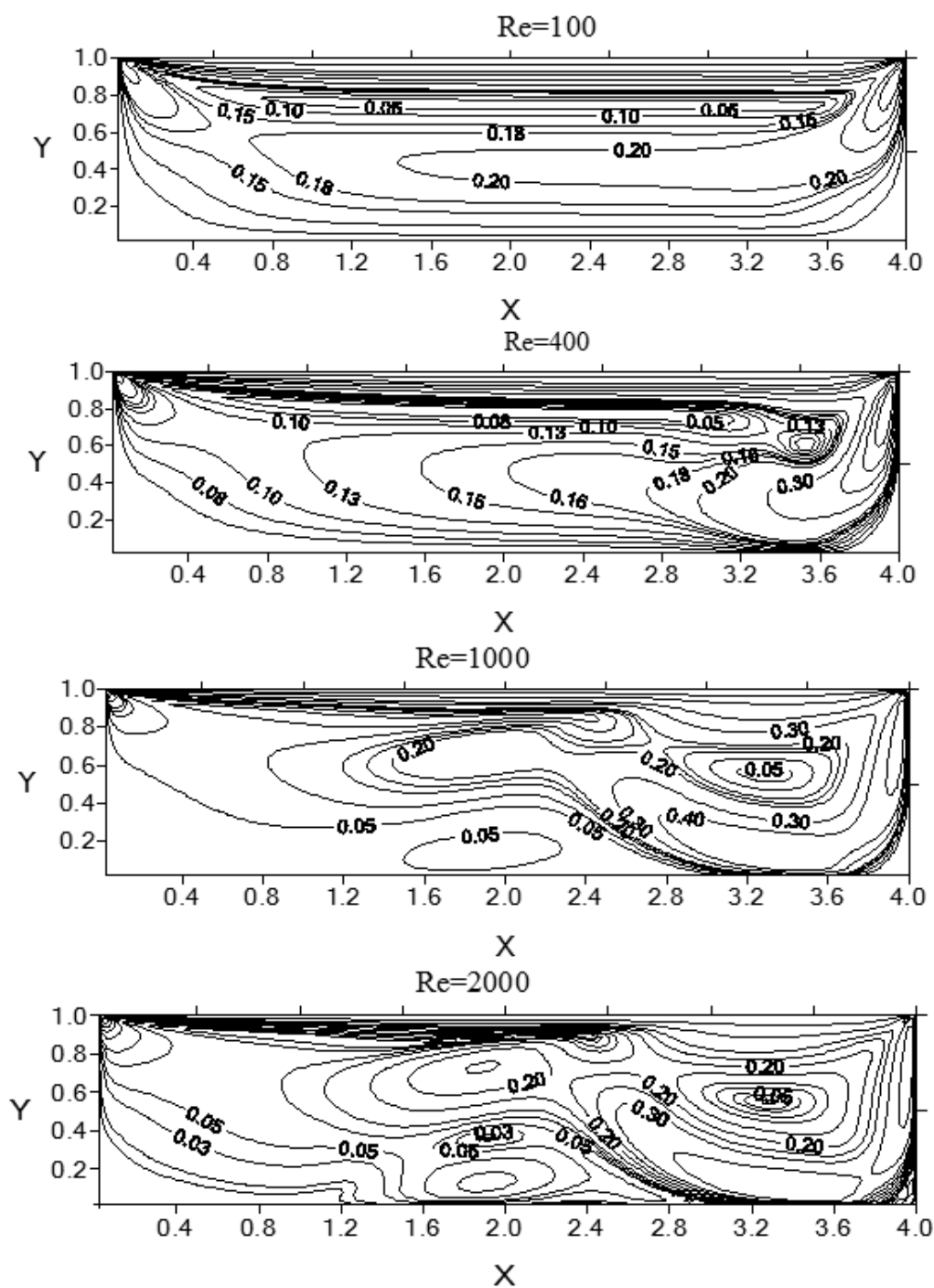


Рис. 5. Расчетные изолинии равных скоростей в прямоугольной полости ($L = 4$) при четырех различных числах Рейнольдса ($Re=100, 400, 1000, 2000$)

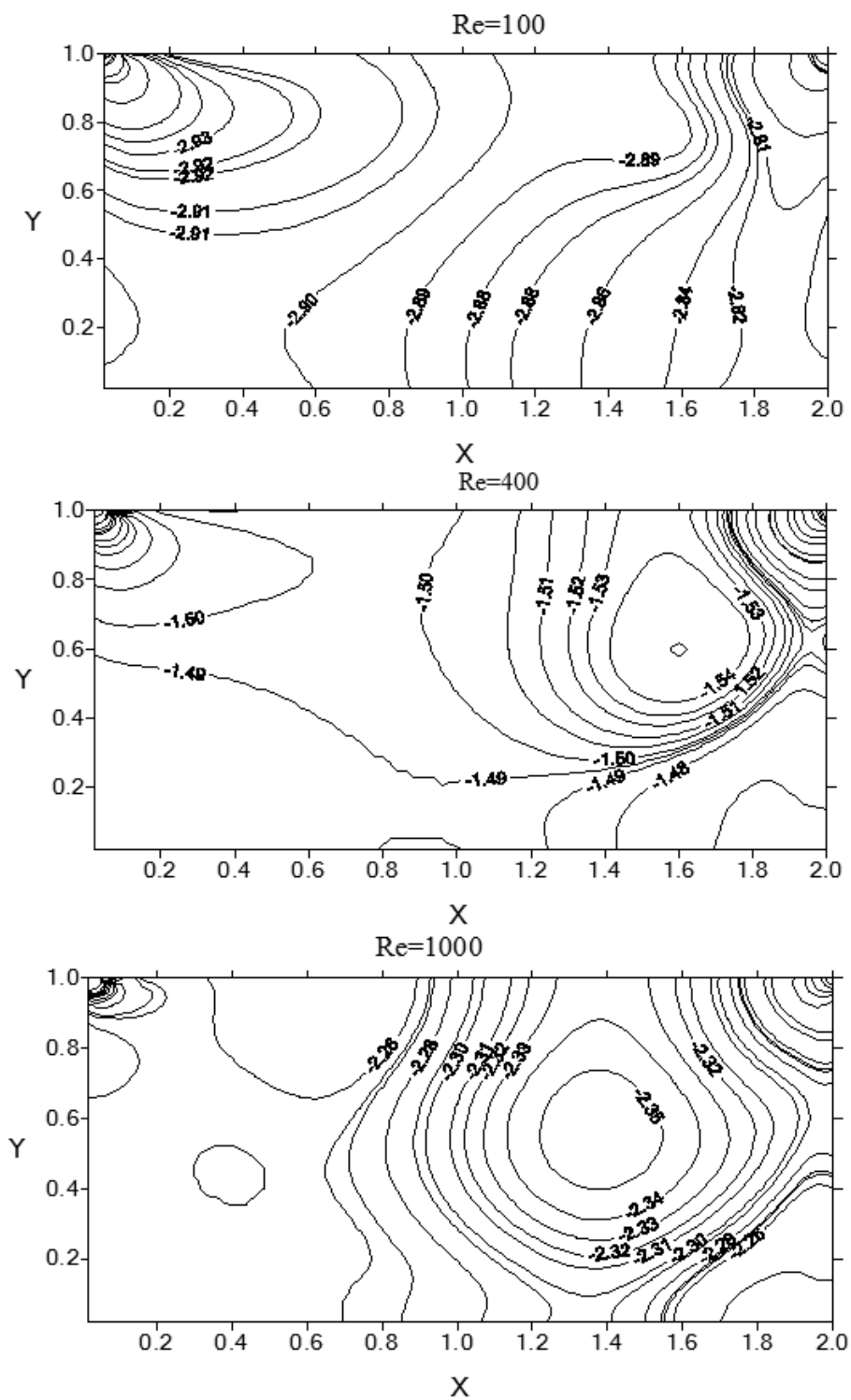


Рис. 6. Расчетные изолинии равных давлений (изобары) в прямоугольной полости ($L = 2$) при трех различных числах Рейнольдса ($Re=100, 400, 1000$)

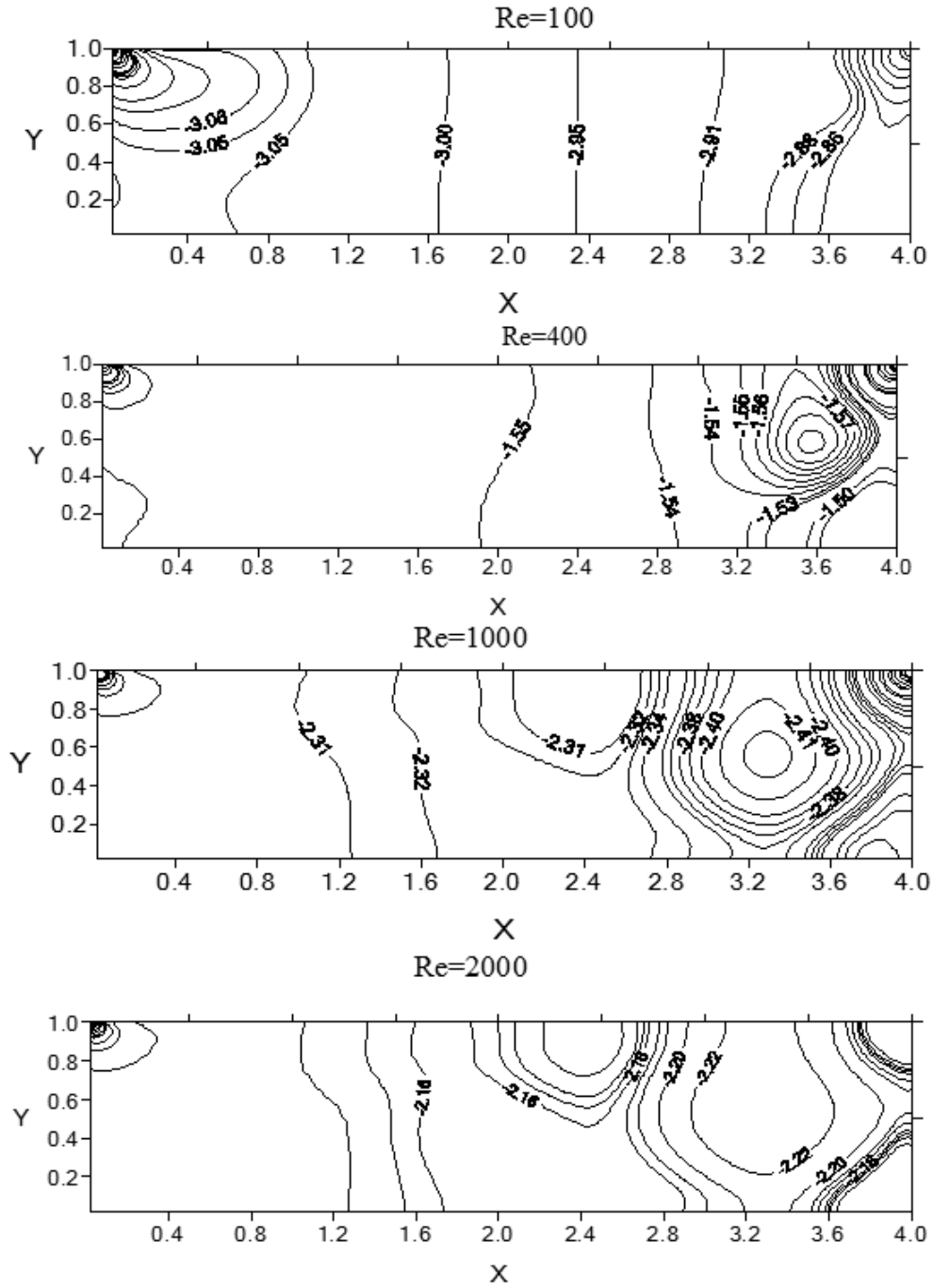


Рис. 7. Расчетные изолинии равных давлений (изобары) в прямоугольной полости ($L = 4$) при четырех различных числах Рейнольдса ($Re = 100, 400, 1000, 2000$)

меньшими, чем в основном вихре, с направлением вращения противоположным вращению основного вихря. Анализ рис. 4 и 5 показывает, что при числах $Re \geq 1000$ наблюдается дробление течения. В этом случае в левой части полости образуются мелкие вихри, при этом в основной левой части полости движение безвихревое и его интенсивность незначительная.

Поскольку исходные уравнения движения записаны и решаются в переменных скорость–давление, то это позволяет в процессе решения сразу рассчитывать и поле давления в прямоугольной полости. В качестве примера на рис. 6 и 7 представлены результаты расчетов поля давления в виде изобар для различных чисел Рейнольдса при двух вариантах геометрии полости: $L = 2$ и $L = 4$. Расчеты позволяют отметить, что в целом изобары хорошо коррелируют с расчетными изолиниями равных скоростей, приведенными на рис. 4 и 5. Особенно неплохое соответствие, независимо от величины параметра L , наблюдается при числах Рейнольдса $Re \geq 400$. В этом случае зоны наименьших значений давления совпадают с вихревыми зонами скоростного поля циркуляционных течений. Однако для чисел $Re=100$ для обеих прямоугольных полостей ($L = 2$ и $L = 4$) такого согласования линий изобар и изолиний равных скоростей не наблюдается. Изобары в этом случае имеют несколько иное распределение, которое носит характер не круговых, а вертикальных линий. Таким образом, при малых числах Рейнольдса в срединной части полости отмечается постоянство давления по вертикали. В то же время, в левом и правом верхних углах полости имеют место изолинии как давлений, так и скоростей в форме деформированных эллипсов.

В целом расчетная картина полей скорости и давления в прямоугольных полостях качественно и количественно согласуется с известными представлениями [15]. В силу того, что в работе [15] задача решается в переменных функция тока–вихрь, а у нас в переменных скорость–давление, прямое сравнение результатов расчетов затруднительно. Однако в [15] на рис. 3 приведены расчетные профили горизонтальной скорости в среднем вертикальном сечении полости, которые хорошо согласуются с данными наших расчетных профилей.

В целом расчетная картина полей скорости и давления в прямоугольных полостях качественно и количественно согласуется с известными представлениями [15].

ВЫВОДЫ

В работе численно решена эволюционная задача формирования во времени поля скоростей и давлений, возникающих в прямоугольной полости под действием верхней движущейся крышки. Решение основано на использовании универсального дискретного аналога уравнений Навье–Стокса в переменных скорость–давление. Применение разнесенных сеток обеспечивает высокое качество моделирования конвективных вихревых течений в замкнутых полостях с различной геометрией при малых и умеренных числах Рейнольдса.

Показано, что внутри прямоугольной полости формируется устойчивое циркуляционное течение, параметры которого зависят от числа Рейнольдса и геометрических размеров полости. Циркуляция внутри полости развивается монотонно во времени и асимптотически стремится к стационарному режиму. При увеличении числа Рейнольдса до чисел $Re = 2000$ картина течения в зависимости от соотношения сторон прямоугольной полости перестраивается от одновихревой к двухвихревой структуре. Координаты центров вихрей, давление и локальные значения скорости на изолиниях являются важными характеристиками рассматриваемых течений.

1. Харлоу Ф. Х. Численный метод частиц в ячейках для задач гидродинамики / Вычислительные методы в гидродинамике. – М.: Мир, 1967. – С. 316–342.
2. Harlow F. H. Welch J. E. Numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow of fluid with free surface // Phys. Fluids.– 1965.– 8.– P. 12. 2182–2189
3. Easton C. R. Homogeneous boundary conditions for pressure in MAC method // J. Comput. Phys.– 1972.– v. 9, № 2.– P. 375–379.
4. Белоцерковский О. М., Гуцин В. А., Щенников В. В. Метод расщепления в применении к решению задач динамики вязкой несжимаемой жидкости // ЖВМ и МФ.– 1975.– т. 15, N 1.– С. 197–207.
5. Гуцин В. А., Щенников В. В. Об одном численном методе решения уравнений Навье–Стокса // Ж. Выч. матем. и матем. физ.– 1974.– 14, N2.– С. 512–520.
6. Белоцерковский О. М., Давыдов Ю. М. Метод крупных частиц в газовой динамике. Вычислительный эксперимент.– М.: Наука, Физматлит, 1982.– 392 с.
7. Белоцерковский О. М. Численное моделирование в механике сплошных сред.– М.: Наука, Физматлит, 1984.– 519 с.
8. Patancar S. V., Spolding P. V. Calculation Procedure for Heat, Mass, and Momentum Transfer in Three-dimensional Parabolic Flows // Int. J. Heat and Mass Transfer.– 1972.– 15.– P. 1787–1806.
9. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости.– М.: Энергоатомиздат, 1984.– 152 с.

10. Бруязцкий Е. В., Костин А. Г., Никифорович Е. И., Розумнюк Н. В. Метод численного решения уравнений Навье-Стокса в переменных скорости-давление // Прикладна гідромеханіка.– 2008.– Т. 10(82), N 2.– С. 13–23.
11. Бруязцкий Е. В. Турбулентные стратифицированные струйные течения.– Киев: Наукова думка, 1986.– 296 с.
12. Самарский А. А. Теория разностных схем.– М.: Наука, 1977.– 656 с.
13. Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей // М.– Мир.– 1991.– Р. 1.-501,2.-552.
14. Андерсон Д., Таннехил Дж., Плетчер Р. Вычислительная гидромеханика и теплообмен. – М.: Мир.– 1990.– Т. 1.– 384 с.; Т. 2.– 392 с.
15. Белов И. А., Исаев С. А. Циркуляционное движение жидкости в прямоугольной камере при средних и высоких числах Рейнольдса // ПМТФ.– 1982.– N1.– С. 41–45.