

УДК 532.546:628.16

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ФИЛЬТРАЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ В ПОРИСТЫХ СРЕДАХ С ИЗМЕНЯЮЩИМИСЯ ВОДНО-ФИЗИЧЕСКИМИ СВОЙСТВАМИ

А. Я. ОЛЕЙНИК, В. Л. ПОЛЯКОВ

Институт гидромеханики НАН Украины, Киев

Получено 23.03.2007

Кратко изложены основные результаты теоретических исследований фильтрационных и сопутствующих им физико-химических, биологических процессов в природных и искусственных пористых средах с изменяющимися водно-физическими свойствами, полученные в отделе прикладной гидродинамики за период с 2002 по 2006 годы. Описаны инженерные методы расчета фильтрации суспензий через многослойные загрузки при линейной кинетике массообмена и обезжелезивания подземной воды на очистных фильтрах, выполнен анализ кризиса сопротивления в несвязных грунтах при внутренней суффозии. Разработки проиллюстрированы рядом примеров.

Стисло викладені основні результати теоретичних досліджень фільтраційних і ініційованих ними фізико-хімічних, біологічних процесів у природних і штучних пористих середовищах зі змінними водно-фізичними властивостями, які отримані у відділі прикладної гідродинаміки за період з 2002 по 2006 роки. Описані інженерні методи розрахунку фільтрування суспензій крізь багатoshарові завантаження при лінійній кінетиці масообміну і обеззалізення підземної води на очистних спорудах, виконано аналітичними методами аналіз кризи опору в незв'язних грунтах при внутрішній суффозії. Розробки ілюстровані рядом прикладів.

The most important theoretical results are presented of water flow and interconnected physico-chemical, biological processes within natural and artificial porous media with variable hydraulic properties obtained during 2002-2006 years. Effective methods are described of calculating suspension filtration through multi-layer filter media at linear mass-exchange kinetic and iron removal from groundwater using filter plants, an analysis is performed of resistance crisis taking place in cohesiveness soils at internal suffosion. The above methods are illustrated by a number of examples.

ВВЕДЕНИЕ

В природе и технике пористые среды нередко функционируют в специфических условиях, обуславливающих существенное изменение их водно-физических свойств. Причины таких изменений (деформаций) могут иметь физическую (суффозия, отрыв частиц, механический коьматаж), химическую (растворение и осаждение, химический коьматаж, выщелачивание) и биологическую (жизнедеятельность биоты) природу. Перечисленные процессы участвуют в формировании не только водного, но и сопутствующих режимов среды, а в некоторых случаях и структурных свойств, усиливая сцепление твердых частиц, образуя вторичную пористость и т. д. Эти процессы часто инициируются внешними факторами, которые являются результатом или целенаправленной деятельности человека (строительство и эксплуатация водохозяйственных сооружений, агротехнические и мелиоративные мероприятия), или природных сил (погодные явления, поверхностный сток и эрозия почв). Иногда фильтрационные деформации протекают резко (их характерное время оказывается значительно меньше

аналогичного времени для водно-физических процессов) и с образованием разного рода фронтов. Тогда в формальных построениях оправдано считать изменение механического состояния неструктурного вещества мгновенным и использовать для его математического описания простые уравнения состояния, аппарат обобщенных функций. Такой подход реализуется, в частности, при теоретическом изучении суффозии и механического коьматажа несвязных грунтов. Но чаще указанные времена соизмеримы. В подобных ситуациях в исходную математическую модель необходимо вводить кинетические уравнения, контролирующие локальный баланс неструктурной компоненты (привнесенной извне или изначально содержащейся в среде). Поэтому, а также в связи с временностью некоторых ключевых модельных параметров основополагающие модели и их теоретический анализ намного усложняются. И здесь большое значение приобрели разумные упрощения, которые, с одной стороны, не выхолащивают физическое содержание модели, а с другой стороны, дают возможность применить аналитические методы исследований. Удачными примерами таких упрощений может служить пренебре-

жение диффузионным механизмом массопереноса, изменчивостью расхода фильтрата по высоте в задачах фильтрования, видовым разнообразием организмов в задачах гидромелиорации и биоочистки, силами инерции в задачах фильтрационных деформаций.

Отклонения фильтрационного режима грунта от прежнего стабильного состояния непосредственно вызываются изменением его проницаемости (коэффициента фильтрации), пористости, а в зоне аэрации – и гидрофизических характеристик. Эти отклонения могут быть полезными или нежелательными и даже опасными для расположенных в зоне деформаций водохозяйственных объектов, а также прилегающих территорий, близлежащих водоотоков и т.д. Если фильтрационный режим меняется вследствие техногенных факторов, то их последствия, конечно, должны быть предварительно всесторонне проанализированы с целью рационального планирования намечаемых мероприятий. Подобный анализ способен служить надежной базой при принятии ответственных инженерных решений, если опирается на научно обоснованные математические модели и их эффективные, а при возможности и строгие решения.

В отделе прикладной гидродинамики ИГМ НАН Украины исследования фильтрационных процессов в сложных динамичных природных и техногенных условиях, давно ставшие ведущей тематикой, были успешно продолжены в период с 2002 по 2006 гг. Проводились они сразу по нескольким направлениям и позволили получить большой ряд весомых в научном и практическом отношении результатов. Объединяло новые разработки особое внимание к фильтрационным процессам, а также их единая цель – создание надежного инструмента для выполнения инженерных расчетов, практического решения широкого круга важных прикладных задач. Если движение жидкости в пористой среде инициировало другие физико-химические и биологические процессы, то в исходную математическую модель фильтрационная задача входила отдельным блоком. Ярким примером продуктивного развития фильтрационных исследований в последнее время могут служить новые наработки в области фильтрования малоцентрированных суспензий и других загрязнений различного происхождения. Они базируются на использовании хорошо известных моделей материального баланса вещества и теории фильтрации. Однако применение мощного современного аппарата математического анализа и, в первую очередь, высокоэффективных аналитических методов дало возможность построить несколько оригинальных и, что

очень ценно, строгих в математическом отношении решений задач фильтрования в общих постановках.

Прежде всего, следует отметить новый метод инженерного расчета осветления мутных вод в многослойных фильтрах [1 – 4]. Он применим к загрузкам, сложенным из любого конечного числа слоев, при линейной кинетике массообмена и фильтровании в одном из двух основных режимов – с постоянным расходом фильтрата ($V = \text{const}$) или с постоянным перепадом напора на границах фильтра. В основе метода лежит точное решение сложной математической задачи, что и предопределило его надежность. Метод представляет собой систематизированный набор большого количества формул, предназначенных для определения важнейших с практической точки зрения характеристик (концентраций взвеси и осадка, распределения и потерь напора) на протяжении всего рабочего периода. Особо следует выделить зависимости, обеспечивающие достоверный прогноз выходной концентрации взвеси C_e , суммарных потерь напора в фильтре при первом режиме фильтрования и снижения расхода фильтрата при втором.

В частности, если водоочистка осуществляется фильтрованием через трехслойную загрузку [2], а массоперенос и массообмен в загрузке описываются системой уравнений

$$n_{ei} \frac{\partial C_i}{\partial t} + V \frac{\partial C_i}{\partial z} + \frac{\partial S}{\partial t} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial S_i}{\partial t} = \alpha_i C_i - \beta_i S_i, \quad i = 1, 2, 3,$$

где n_{ei} – эффективная пористость i -го слоя; V – расход фильтрата; C_i, S_i – объемные концентрации взвешенных и осажденных частиц; α_i, β_i – коэффициенты скоростей массообмена, то своевременно остановить фильтр и начать его промывку помогает следующая формула для относительной концентрации \bar{C}_e [2, 3]:

$$\bar{C}_e(\bar{l}) = e^{-\bar{\alpha}_3 \bar{m}_3} \left[\bar{C}_3^*(\bar{l}) + \sqrt{\bar{\alpha}_3 \bar{\beta}_3 \bar{m}_3} \times \right. \\ \left. \times \int_0^{\frac{\bar{l}}{\bar{n}_3}} \frac{e^{-\bar{\beta}_3 \left(\frac{\bar{l}}{\bar{n}_3} - \xi\right)} \cdot I_1 \left(2 \sqrt{\bar{\alpha}_3 \bar{\beta}_3 \bar{m}_3 \left(\frac{\bar{l}}{\bar{n}_3} - \xi\right)} \right)}{\sqrt{\frac{\bar{l}}{\bar{n}_3} - \xi}} \bar{C}_2^*(\xi) d\xi \right]. \quad (2)$$

Здесь

$$\bar{C}_3^*(\bar{l}) = e^{-\bar{\alpha}_2 \bar{m}_2} \left[\bar{C}_2^*(\bar{l}) + \sqrt{\bar{\alpha}_2 \bar{\beta}_2 \bar{m}_2} \times \right.$$

$$\times \int_0^{\frac{l}{\bar{n}_2}} \frac{e^{-\bar{\beta}_2(\frac{l}{\bar{n}_2}-\xi)} \cdot I_1 \left(2\sqrt{\bar{\alpha}_2\bar{\beta}_2\bar{m}_2 \left(\frac{l}{\bar{n}_2} - \xi \right)} \right)}{\sqrt{\frac{l}{\bar{n}_2} - \xi}} \bar{C}_2^*(\xi) d\xi \Bigg],$$

$$\bar{C}_2^*(\bar{l}) = e^{-\bar{\alpha}_1\bar{m}_1} \left[e^{-\bar{\beta}_1\bar{l}} \cdot I_0 \left(2\sqrt{\bar{\alpha}_1\bar{\beta}_1\bar{m}_1(\bar{l} - \bar{m}_1)} \right) + \right. \\ \left. + \bar{\beta}_1 \int_0^{\bar{l}-\bar{m}_1} e^{-\bar{\beta}_1\lambda} \cdot I_0 \left(2\sqrt{\bar{\alpha}_1\bar{\beta}_1\bar{m}_1\lambda} \right) d\lambda \right].$$

Все параметры в выражении (2) являются безразмерными; m_i – мощность i -го слоя; \bar{n}_i – отношения эффективных пористостей i -го и верхнего (первого) слоев; l – объем суспензии, поступившей в фильтр к моменту t (при первом режиме фильтрования l следует полагать равным t , а при втором – специально найдена связь между l и t). С помощью выражения (2) надежно отслеживается качество осветления мутных вод и устанавливается момент достижения концентрацией C_e предельно допустимого значения (время защитного действия загрузки t_3).

Чтобы расход V сохранялся на исходном уровне (первый режим фильтрования), необходимо на протяжении всего рабочего периода компенсировать растущие потери напора в N -слойной загрузке. Для этого приведенный напор на верхней границе \bar{H}_u должен увеличиваться по закону

$$\bar{H}_u = \frac{H_u - H_d}{H_{u0} - H_d} = \sum_{j=1}^N \frac{1}{\bar{k}_{j0}} \int_0^{\bar{m}_j} \frac{d\xi}{\bar{k}_j(\bar{S}_j(\xi, t))}, \quad (3)$$

где H_u, H_{u0} – текущий и начальный входные напоры; H_d – фиксированный выходной напор; \bar{k}_{j0}, \bar{k}_j – относительные начальный и текущий коэффициенты фильтрации j -го слоя.

Если же входной напор также зафиксирован (второй режим фильтрования), то скорость фильтрования будет снижаться в соответствии с формулой

$$\bar{V} = \sum_{j=1}^N \int_0^{\bar{m}_j} \frac{d\xi}{\bar{k}_j(\bar{S}_j(\xi, \bar{l}))}, \quad (4)$$

а связь между \bar{t} и \bar{l} выражается зависимостью

$$\bar{t} = \bar{t}_* + \int_1^{\bar{l}} \left(\sum_{j=1}^N \int_0^{\bar{m}_j} \frac{d\bar{z}}{\bar{k}_i(\bar{S}_i(\bar{z}, \xi))} \right) d\xi, \quad (5)$$

где \bar{t}_* – длительность начальной стадии фильтрования (промачивания загрузки).

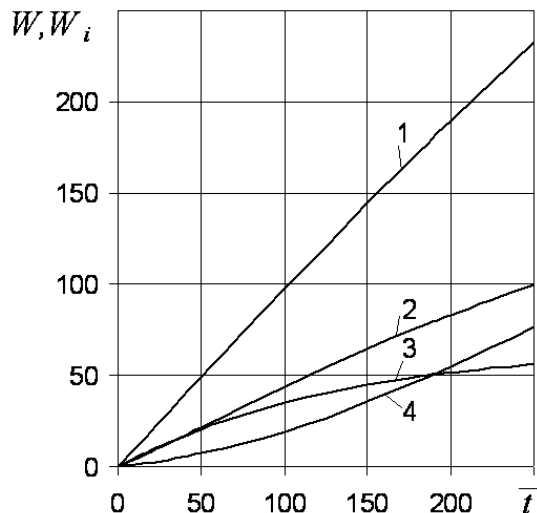


Рис. 1. Рост осадка в отдельных слоях и всей загрузке: 1 – W , 2 – W_2 , 3 – W_1 , 4 – W_3

Метод иллюстрировался расчетами большого количества примеров осветления суспензий в трехслойных и двухслойных загрузках. Для сравнения также попутно анализировалась работа однородных загрузок с материалом, идентичным материалу отдельных слоев слоистых загрузок. Важно, что коэффициенты скоростей массообмена слоев подбирались специальным образом, чтобы обеспечить активную работу фильтра всем своим объемом. Рис. 1 показывает динамику накопления осадка в слоях трехслойной загрузки и подтверждает правильность выбора указанных коэффициентов. Однако, как видно уже из рис. 2, хотя распределение осадка в ней и становится намного равномернее, но в отдельных слоях осадок по-прежнему сосредотачивается, главным образом, в их верхней части. Поэтому только использование многослойных загрузок в состоянии гарантировать почти равномерное по высоте отложение взвеси осадка в порах фильтрующего материала.

Рост выходной концентрации \bar{C}_e и относительных потерь напора $\Delta\bar{H}$ определялся параллельно для трехслойной ($\alpha_1 < \alpha_2 < \alpha_3$, пример 1), двухслойных ($\alpha_1 < \alpha_3$, пример 2; $\alpha_1 < \alpha_2$, пример 3; $\alpha_2 < \alpha_3$, пример 4) и однородных ($\alpha = \alpha_1$, пример 5; $\alpha = \alpha_2$, пример 6; $\alpha = \alpha_3$, пример 7) загрузок. Данные вычислений $\bar{C}_e(\bar{t}), \Delta\bar{H}(\bar{t})$ по формулам (2), (3) для первого режима фильтрования представлены на рис. 3 и 4 соответственно. Они дают полную картину о постепенном снижении осветительной способности фильтров различного

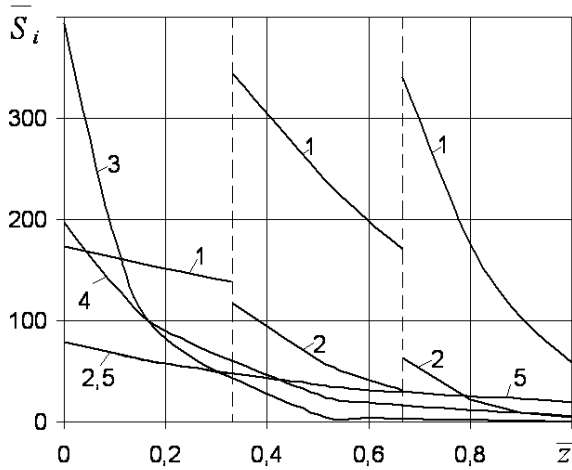


Рис. 2. Профили концентрации осадка:
1 – $t = 200$; 2–5 – $t = 50$;
1–2 – трехслойная загрузка, 3–5 – однородная

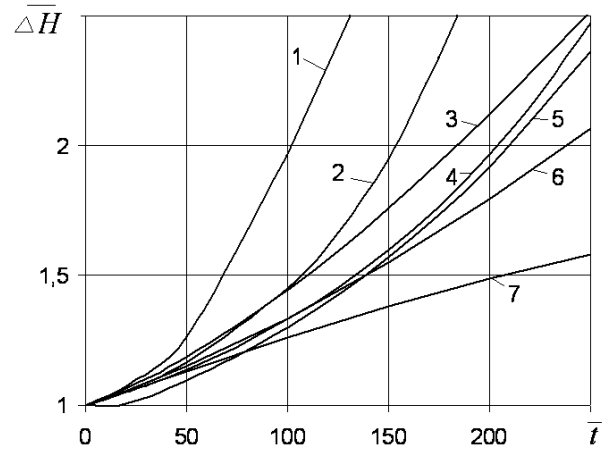


Рис. 4. Рост потерь напора в загрузке:
1 – пример 7; 2 – пример 2; 3 – пример 6; 4 –
пример 1; 5 – пример 4; 6 – пример 3; 7 – пример 5

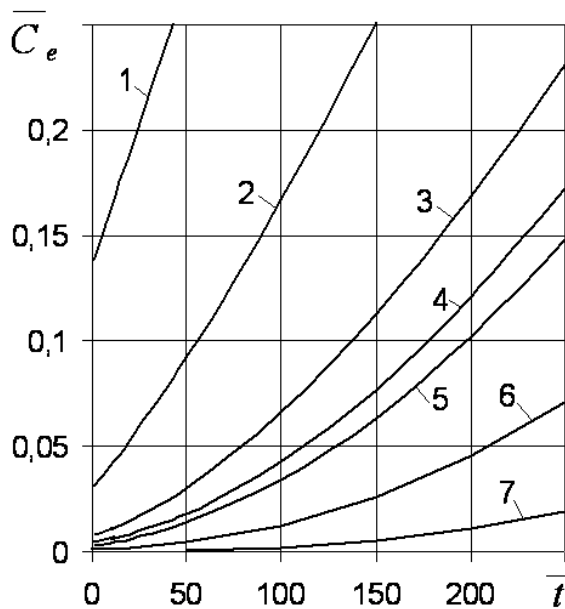


Рис. 3. Изменение выходной концентрации взвеси \bar{C}_e
со временем:
1 – пример 5; 2 – пример 3; 3 – пример 6; 4 –
пример 1; 5 – пример 2; 6 – пример 4; 7 – пример 7

строения. С их помощью надежно устанавливаются два характерных времени: t_3 и достижения предельной потери напора t_H . Согласно рис. 3, 4, предпочтительнее выглядит именно трехслойная загрузка, которая благодаря своим структурным свойствам в состоянии за один фильтроцикл очистить с требуемым качеством наибольший объем суспензии.

Кроме того, осветляющее действие однородной загрузки изучалось при линейной массообменной кинетике в работе [5], а при нелинейной – в [6]. Чтобы иметь основание пользоваться в вычислениях известным простым решением соответствующей задачи фильтрования, выраженным в элементарных функциях [7], в кинетическое уравнение был введен эффективный коэффициент массообмена. С его помощью удается удовлетворительно учесть суммарный эффект от одновременно протекающих процессов прилипания взвешенных частиц и отрыва прилипших.

При правильной эксплуатации фильтры являются продуктивными и экономичными очистными сооружениями благодаря тому, что однажды загруженный в них пористый материал удается использовать по назначению годами. Однако при этом его приходится периодически регенерировать. А промывка чистой водой (основной способ устранения накопившегося в межпоровом пространстве осадка) далеко не всегда способна восстановить сорбционный ресурс загрузки в полной мере. Осадок, остающийся в фильтре после его промывки, снижает производительность фильтровальной установки. Значимость этого фактора, характерного для работы длительно эксплуатируемых фильтров, также была предметом обстоятельного теоретического изучения в отделе [6, 8, 9]. И здесь формальный анализ был ограничен рамками линейной и упрощенной нелинейной кинетики массообмена, а также простейшей структурой загрузки. Для облегчения использования сложных расчетных формул на практике было предпринято табулирование их наиболее громоздких составля-

ющих [9]. Установлено, что первичное загрязнение фильтра в состоянии существенно ухудшить его действие на начальном этапе, но со временем влияние исходного осадка ослабевает. Тем не менее, длительность фильтроцикла сокращается и иногда заметно. Предложенные формулы помогают своевременно начать очередную промывку.

Интенсивно развивались теоретические исследования и в традиционных для отдела прикладных областях, связанных с гидротехническим и мелиоративным строительством. Здесь, во-первых, были углублены представления о взаимосвязи водного режима почвогрунтов с атмосферой в бездождевые периоды [9]. Детально рассмотрены три стадии испарения с оголенной почвы с учетом гидрофизических свойств грунта, особенностей внутреннего парообразования. Выведена формула для скорости потенциального испарения, которая, в отличие от известных аналогов, аккуратно учитывает влияние на него теплофизических свойств деятельного верхнего слоя грунта. Ценным результатом есть определение испарения с временно уплотненной почвы, например, вследствие прохождения тяжелой сельскохозяйственной техники, выпадения обильных осадков. Выяснилось, что изменение ее гидрофизических свойств может совершенно по-разному влиять на процесс испарения. Важную роль здесь играет положение уровня грунтовых вод (УГВ). Если УГВ расположен на большой глубине, то испарение усиливается и, наоборот, при высоком стоянии грунтовых вод сжатие почвогрунта тормозит этот процесс.

Большое внимание было уделено численным [11] и аналитическим исследованиям таких фильтрационных деформаций, как механические суффозия и кольматация, часто встречающимся в несвязных грунтах и реже – в связных. Усиление фильтрационных процессов вследствие устройства локальных водорегулирующих приспособлений (дренажей) нередко обуславливает мобилизацию более мелких частиц грунта. Эти неструктурные (суффозионные) частицы быстро или выносятся из грунта в близлежащие дренажи (внешняя суффозия), или же отгесняются от них и перераспределяются, образуя так называемые аккумуляционные зоны с повышенным содержанием в них мобилизованного вещества (внутренняя суффозия). Внешняя суффозия в отличие от более ранних работ изучалась для экстремальных ситуаций, когда дрена-осушитель кратковременно работает в условиях максимального переувлажнения грунта [12]. Ускоренный отвод избыточной влаги в такой период происходит одновременно с резким умень-

шением дренажного расхода Q . При этом суффозионный процесс сопровождается кольматационным. Как следствие этого в периферийной части области деформаций подвижные частицы активно осаждаются, формируя зону осаждения. Эта зона быстро расширяется и при достижении расходом Q некоторого критического значения охватывает всю область деформаций. Таким образом, в указанной области может сохраниться значительная часть первоначально мобилизованных частиц, а эффект от суффозии стает заметно меньшим.

При внутренней суффозии подвижные частицы скапливаются в аккумуляционной зоне. Внешняя граница этой зоны остается неподвижной, а внутренняя удаляется от дрены. Тем самым содержание мобильных частиц в ней ускоренно нарастает, что, в конце концов, порождает кольматационный процесс и снижение расхода дрены-увлажнителя, причем нередко до такого уровня, который вообще делает нецелесообразным дальнейшее увлажнение грунта. Полный анализ водонасыщения суффозионных грунтов, который требует совместного исследования фильтрационного и деформационного процессов, еще предстоит выполнить. Отправной точкой в нем является исходный расход дрены (в начале деформаций). И здесь имеет место интересный эффект, результаты анализа которого изложены в [13] и частично ниже. Как было установлено, мгновенная мобилизация неструктурного вещества ведет к резкому снижению сопротивления со стороны твердой компоненты грунта, включающей оба сорта частиц (структурные и суффозионные). В действительности, силы инерции препятствуют обвалному падению сопротивления, но проявляются они в течение очень короткого времени и практически не сказываются на величине упомянутого снижения. Поэтому эти силы во внимание не принимались. Падение указанного сопротивления (кризис) способствует скачкообразному увеличению расхода источника (дрены-увлажнителя) Q . Его определение базируется на уравнении Дарси в обобщенной форме:

$$n_w \cdot \left(\frac{u}{k_s} + \frac{u_k}{k_c} \right) = -\frac{\partial H}{\partial r}. \quad (6)$$

Здесь n_w – текущая пористость, $n_w = 1 - m_s - n_c$; m_s , n_c – доли пространства, занятые структурными и подвижными неструктурными частицами; u_k , u – критическая и средняя (в порах) скорости течения жидкости; k_s , k_c – эмпирические коэффициенты, сродственные коэффициенту фильтрации применительно к физическим системам: жидкость – структурная компонента пористой среды (неподвижна) и – неструктурная твердая компо-

нента среды (подвижная или неподвижная); H – напор.

Уравнение (6) дополнительно учитывает торможение жидкости за счет действия на нее медленнее движущихся твердых частиц. Ключевые параметры k_s, k_c находились с использованием экспериментальных данных об осаждении взвешенных частиц в стесненных условиях [14]. Исходя из выражений для скоростей осаждения взаимодействующих частиц суспензии, были строго выведены следующие формулы [15]:

$$k_s = \frac{g}{146.3\nu} \cdot \frac{d_s^2 n_w^4}{m_s^2 (1 - n_c)^2}, \quad (7)$$

$$k_c = \frac{g}{146.3\nu} \cdot \frac{d_c^2 n_w^4}{(1 - m_s)^2 n_c^2},$$

где g – ускорение земного притяжения; ν – кинематическая вязкость; d_s, d_c – эквивалентные диаметры структурных и неструктурных частиц соответственно. Из-за существенного различия в характерном времени деформации среды и фильтрации жидкости принимается, что нестационарный суффозионный процесс происходит на фоне установившегося фильтрационного и начинается в момент $t = 0$. Таким образом, среда при $t < 0$ сложена из обеих твердых неподвижных компонент, а ее коэффициент фильтрации будет

$$k_0 = \frac{k_{s0} k_{c0}}{k_{s0} + k_{c0}}, \quad (8)$$

где $k_{s0} = k_s(0), k_{c0} = k_c(0)$ и вычисляются по формулам (7) при $n_c = m_c$ (m_c – постоянная объемная концентрация суффозионных частиц в недеформированной среде). Именно k_0 использовался в качестве одного из масштабов при введении безразмерных переменных и параметров.

В момент $t = 0$ суффозионные частицы в соответствии с принятой моделью фильтрации начинают перемещаться уже с некоторой ненулевой скоростью. В итоге скорость мобилизованных частиц относительно жидкости сразу станет равной критической скорости. Тем самым предопределяется резкое снижение потерь напора. Мерой кризиса сопротивления может служить начальный эквивалентный коэффициент фильтрации k_e^0 :

$$k_e^0 = \frac{k_{s0} k_{c0} u^o}{k_{s0} u_k + k_{c0} u^o}. \quad (9)$$

Здесь коэффициент k_e^0 является уже переменной величиной $u^o = u(r, 0)$. Относительные полные потери механической энергии $\tilde{H} = (H_d - H)/(H_d - H_R)$ и начальный расход $\bar{Q}^0 = \bar{Q}(0)$ находились

из решения простой фильтрационной задачи относительно приведенных начальных напоров в деформированной \tilde{H}_1 и недеформированной \tilde{H}_2 частях области движения:

$$(1 - \beta) \left(\frac{\bar{u}^o}{\bar{k}_{s0}} + \frac{1}{\bar{k}_{c0}} \right) = -\frac{\partial \tilde{H}_1^o}{\partial \bar{r}}, \quad 1 \leq \bar{r} \leq \bar{r}_a, \quad (10)$$

$$\frac{\partial}{\partial \bar{r}} \left(\bar{r} \frac{\partial \tilde{H}_2^o}{\partial \bar{r}} \right) = 0, \quad \bar{r}_a < \bar{r} \leq \bar{R}, \quad (11)$$

$$\bar{r} = 1, \quad \tilde{H}_1^o = 0; \quad \bar{r} = R, \quad \tilde{H}_2^o = 1; \quad (12)$$

$$\bar{r} = \bar{r}_a, \quad \tilde{H}_1 = \tilde{H}_2; \quad \bar{k}_e^o(\bar{r}_a) \frac{\partial \tilde{H}_1^o}{\partial \bar{r}} = \frac{\partial \tilde{H}_2^o}{\partial \bar{r}}. \quad (13)$$

Здесь H_d, H_R – заданные значения напора на границах области движения $\bar{u}^o = u^o/u_k, \bar{k}_{s0} = k_{s0}/k_0, \bar{k}_{c0} = k_{c0}/k_0, \bar{k}_e = k_e/k_0, \bar{r} = r/r_0, R$ – радиус внешней границы области движения, r_0 – радиус источника, $\bar{r}_a = r_a/r_0, r_a$ – радиус внешней границы аккумулирующей зоны. В результате решения задачи (8) – (11) получено формальное выражение для \bar{Q}^o в виде

$$\bar{Q}^o = \frac{\frac{\bar{R}\chi}{1 - \beta} - \beta \int_1^{\bar{r}_a} \frac{d\bar{r}}{\bar{k}_e^o(\bar{r})} + \beta \bar{r}_a \ln \frac{\bar{r}_a}{\bar{R}}}{\int_1^{\bar{r}_a} \frac{d\bar{r}}{\bar{r} \bar{k}_e^o(\bar{r})} - \ln \frac{\bar{r}_a}{\bar{R}}}, \quad (14)$$

где

$$\chi = \frac{k_0(H_d - H_R)}{u_k R(1 - m_s)}.$$

Для получения \bar{k}_e^o как функции от \bar{r} из работ [15, 16] были заимствованы выражения для \bar{u}^o и $\bar{k}_e^o(\bar{r}, \bar{Q}^o)$. Тогда \bar{k}_e приняло окончательную форму

$$\bar{k}_e^o = \frac{\phi_1}{\beta} \cdot \frac{\beta \bar{r} + \bar{Q}^o}{\bar{r} + \phi_2 \bar{Q}^o}, \quad (15)$$

где

$$\phi_1 = \frac{\gamma^4 D^2 + (\beta + \gamma - \beta\gamma)^2}{\gamma^4 D^2 + \beta(\beta + \gamma - \beta\gamma)^2},$$

$$\phi_2 = \frac{(\beta + \gamma - \beta\gamma)^2}{\gamma^4 D^2 + \beta(\beta + \gamma - \beta\gamma)^2},$$

$$\gamma = \frac{m_c}{m_s}, \quad D = \frac{d_s}{d_c}.$$

Подстановка выражений (13) в (12) и несложные преобразования позволили получить трансцендентное уравнение для \bar{Q}^0 :

$$\bar{Q}^o \left[\left(\beta \frac{\phi_2}{\phi_1} - \frac{1}{1 - \beta} \right) \ln \frac{\bar{Q}^o}{1 - \beta} + \frac{\ln \bar{R}}{1 - \beta} + \frac{\beta}{(1 - \beta)\phi_1} \right] =$$

$$= \frac{\bar{R}\chi}{1-\beta} + \frac{\beta}{\phi_1}. \quad (16)$$

Для оценки значимости кризиса сопротивления расход \bar{Q}^0 сопоставлялся с расходом источника \bar{Q}_0 в недеформированной среде, действующем в аналогичных условиях. Была проанализирована значимость противодействия фильтрационному течению со стороны взвеси. Тогда $k_{co} \rightarrow \infty$ (синхронное движение жидких и твердых частиц), $\bar{k}_e^o = \bar{k}_{s0}$, а уравнение (14) трансформируется к виду относительно предельного значения источника \bar{Q}_{Π}^0 :

$$\bar{Q}_{\Pi}^0 \left[\left(\frac{1}{\bar{k}_{s0}} - \frac{1}{1-\beta} \right) \ln \frac{\bar{Q}_{\Pi}^0}{1-\beta} + \frac{\ln \bar{R}}{1-\beta} + \frac{\beta}{(1-\beta)\bar{k}_{s0}} \right] = \frac{\bar{R}\chi}{1-\beta} + \frac{\beta}{\phi_1}. \quad (17)$$

Сравнение \bar{Q}_{Π}^0 с \bar{Q}^0 или $L = \bar{Q}^o/\bar{Q}_o$ с $L_{\Pi} = \bar{Q}_{\Pi}^o/\bar{Q}_o$ дает возможность измерять в относительных единицах вклад в фильтрационный процесс сопротивления, оказываемого подвижными частицами потоку жидкости.

Начальный скачок интенсивности источника определяется пятью комплексными параметрами $-\beta, \gamma, D, \chi, \bar{R}$. Реальные пределы их изменения существенно отличаются. Так как содержание неструктурных частиц в природных средах, как правило, сравнительно небольшое, то $\beta, \gamma \ll 1$. Для количественного анализа, прежде всего, была выбрана типичная пара значений $\beta = 0.15, \gamma = 0.1$ (пример 1), что отвечает умеренно высокой концентрации указанных частиц в минеральных грунтах. Для контраста также брались значения $\beta = 0.1, \gamma = 0.3$ (пример 2), характерные для сильнопористых сред, к таким средам, например, относятся органические грунты (торфы). В примерах использовано единственное, часто встречающееся соотношение между d_s и d_c ($D = 5$), так как внимание акцентировалось на других модельных параметрах. Поэтому для \bar{R} и χ выбраны интервалы $[2, 1000], [0, 2]$ соответственно.

Предметом расчетов стал относительный расход источника в начале деформаций \bar{Q}^0 , который обязательно сопоставлялся с аналогичным расходом в такой же, но недеформированной двухкомпонентной пористой среде. Отдельно исследовалось влияние радиуса \bar{R} и отношения среднего и критического градиентов напора χ .

Данные вычислений приращения расхода $L = \bar{Q}^o/\bar{Q}_o$ как функции от \bar{R} получены с использованием формулы (14) для значений $\chi = 0.2, 0.5, 1$ и представлены в случае минерального грунта на рис. 5, а органического – на рис. 6. Параллель-

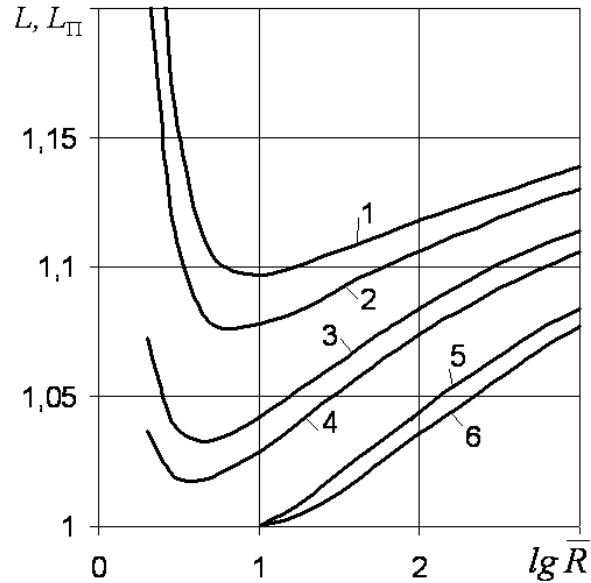


Рис. 5. Графики зависимостей $L(\lg \bar{R}); L_{\Pi}(\lg \bar{R})$: 1, 3, 5 – L_{Π} ; 2, 4, 6 – L ; 1, 2 – $\chi = 1$; 3, 4 – $\chi = 0.5$; 5, 6 – $\chi = 0.2$

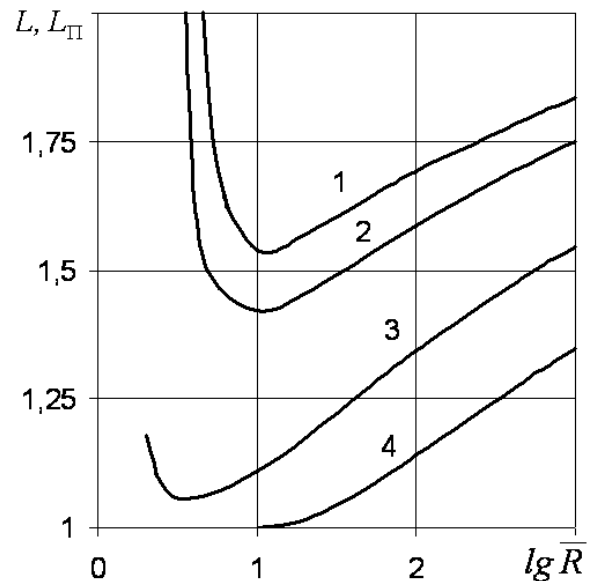


Рис. 6. Графики зависимостей $L(\lg \bar{R}); L_{\Pi}(\lg \bar{R})$: 1 – L_{Π} ; 2–4 – L ; 2 – $\bar{R} = 1000$; 1, 3 – $\bar{R} = 100$; 4 – $\bar{R} = 10$

но рассчитывались \bar{Q}^0, L для предельной ситуации, когда взвесь и жидкость движутся синхронно. При минимальных размерах области движения скорость течения жидкости в порах вблизи дрены может быть значительной и мобилизация

даже небольшого количества неструктурного вещества в состоянии резко улучшить фильтрационные условия, что и подтверждается характером кривых 1–6 на интервале $2 \leq R \leq 5$. Гипотетическое удаление контура разгрузки при неизменных χ , перепаде $H_d - H_R$ значит адекватное \bar{R} уменьшение критического градиента напора и, следовательно, расширение области деформаций. Поток суффозионных частиц одновременно усиливается за счет вовлечения в деформации их большего объема и сокращается из-за уменьшения скорости транспортировки мобильной компоненты. Как видно из рис. 5, 6, превалирует как раз первый фактор, что и вызывает итоговое усиление работы источника с ростом \bar{R} . Упрощенная трактовка поведения дисперсной фазы как ассоциированной составляющей двухфазного течения способна приводить к заметным погрешностям, в чем убеждает относительное расположение на этих рисунках кривых $L(\bar{R})$ и $L_{\Pi}(\bar{R})$.

Из областей определения функций $L(\bar{R})$, $L(\chi)$ выделены и рассматриваются только те множества значений \bar{R} , χ , для которых полученное выше решение имеет физический смысл. Соответствующие ограничения на них вытекают из условия, соблюдение которого гарантирует отсутствие деформаций, а именно:

$$\chi \leq (1 - \beta) \frac{\ln \bar{R}}{\bar{R}}. \quad (18)$$

Фиксация размера области движения ($\bar{R} = 10, 100$ и 1000), граничных напоров при изменении параметра χ в выбранном диапазоне облегчает изучение чувствительности кризиса сопротивления по отношению к критическому градиенту (скорости u_k). Рассчитанные по формулам (14), (15) кривые $L(\chi)$, $L_{\Pi}(\chi)$ изображены на рис. 7 (минеральный) и рис. 8 (органический грунт). Минимальные значения χ_m (среда деформируется при $\chi > \chi_m$) находились из выражения (16). Естественно, что при $\chi = \chi_m$ будет $L = 1$. Попутно определялись и зависимости $L_{\Pi}(\chi)$, причем $L_{\Pi}(\chi_m)$ также равно 1. Наиболее быстрый рост L , L_{Π} отмечался при малых значениях χ .

В целом сравнение рис. 5 и 6, 7 и 8 позволяет утверждать, что эффект резкой интенсификации действия источника особенно сильно проявляется в суффозионных грунтах с высокой пористостью при большом содержании неструктурных частиц, хотя безусловно он представляет практический интерес и для обычных несвязных грунтов.

Были продолжены традиционные для отдела теоретические исследования водного режима мелиорированных земель, но уже с учетом изменения их

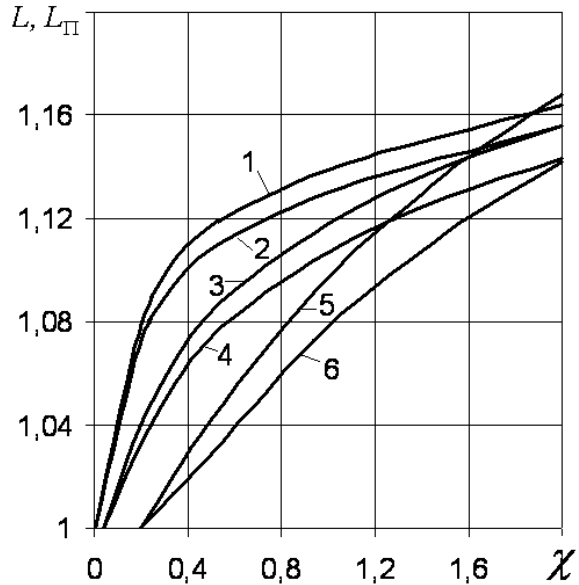


Рис. 7. Графики зависимостей $L(\chi)$; $L_{\Pi}(\chi)$:
1, 3, 5 — L_{Π} ; 2, 4, 6 — L ; 1, 2 — $\bar{R} = 1000$;
3, 4 — $\bar{R} = 100$; 5, 6 — $\bar{R} = 10$

водно-физических свойств. Указанные разработки выполнялись численными методами и преследовали цель обеспечить благоприятные для роста и развития сельскохозяйственных культур условия на протяжении всего вегетационного периода [17, 18], что потребовало более полного и детального учета исходной информации о водно-воздушном, тепловом режимах грунтов, фазах развития растений в этот период, а также особенностях работы дренажа в различные периоды года.

Наконец, начаты работы в прогрессивном биологическом направлении водоочистки, использующем в качестве основного средства устранения загрязнений многочисленные группы живых организмов разного уровня организации. Глубокая очистка промышленных, сельскохозяйственных, бытовых стоков, обеспечивающая почти полное удаление органических загрязнителей, ионов тяжелых металлов и в меньшей степени дисперсной фазы, осуществляется, главным образом, микроорганизмами. Правильно подобранные микробные популяции способны справиться с любым из известных синтетических токсичных веществ. Однако им необходимо помогать, создавая максимально комфортные условия для существования. Правда, затем приходится бороться уже с продуктами их жизнедеятельности, которые сами часто являются высокотоксичными и обуславливают вторичное загрязнение. Высокую эффективность био-

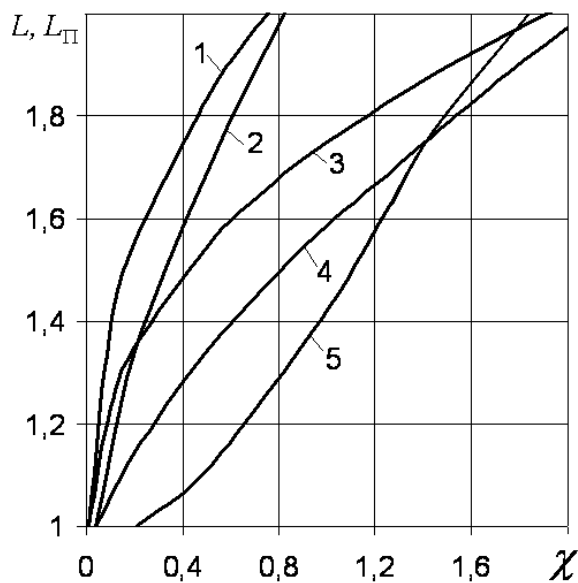


Рис. 8. Графіки залежностей $L(\chi)$; $L_{\text{П}}(\chi)$:
 1, 2 – $L_{\text{П}}$; 3–5 – L ; 1, 3 – $\bar{R} = 1000$; 2, 4 – $\bar{R} = 100$;
 5 – $\bar{R} = 10$

очистки демонструють установки нового типу с фиксированной биотой, которые имеют простую конструкцию и удобны в эксплуатации [9]. Эти прямоточные системы многоступенчатой биоочистки состоят из последовательно расположенных секций с густо размещенными внутри них волокнистыми носителями разнообразных организмов (виаи). Их виды от микробов до животных-хищников подбираются, исходя из состава загрязнения, и расселяются в этих секциях таким образом, чтобы установилась между ними надежная трофическая связь.

Для изучения комплекса процессов, способствующих ликвидации сначала первичного, а потом и бактериального загрязнения была создана иерархическая (трехуровневая) математическая модель, которая упрощенно описывает тесно взаимосвязанное функционирование как отдельных микроорганизмов, так и их ассоциаций в форме биопленок и, наконец, сообществ организмов в масштабе всей установки. Пока изучались особенности обработки сточных вод только такими большими сообществами [10]. При этом реализовывался интегральный подход, использующий при формализации макропроцессов массопереноса и деградации загрязняющих веществ обобщенные характеристики их и среды, которую можно трактовать как пористую с меняющимися вследствие развития биопленок свободным пространством и про-

ницаемостью. В итоге сделаны оценки значимости двух механизмов переноса субстрата (диффузионного и конвективного), указаны пределы, в которых их следует учитывать, а также предложена методика рационального выбора длины отдельной секции и расхода сточных вод, очерчен круг исходных параметров, подлежащих экспериментальному определению.

В настоящее время степень удаления органических и биогенных загрязнений в сооружениях механической и биологической очистки во многих случаях уже не удовлетворяет требованиям, предъявляемым к сточным водам, сбрасываемым в водоёмы, особенно маловодные и рыбохозяйственного назначения, и необходима их дополнительная доочистка. Ведущая роль в доочистке сточных вод принадлежит процессу фильтрации через зернистые и другие типы загрузок.

В процессах доочистки хозяйственно-бытовых сточных вод, загрязненных преимущественно легкоокисляемыми органическими веществами, в основном преобладает процесс биоокисления (деструкции) органических соединений, механизм и характер протекания которого несколько отличается от известных. В настоящей статье на основе изучения и анализа механизмов и особенностей процесса доочистки сточных вод фильтрованием преимущественно от легкоокисляемых органических загрязнений разработана математическая модель, в которой предполагается, что в условиях, когда процесс биохимического окисления в загрузке в достаточном количестве обеспечен кислородом, поступление кислорода не будет лимитировать скорость прохождения кинетики биоокисления. Как известно, лимитирующая скорость удаления загрязнений определяется стехиометрическими соотношениями между кислородом и субстратом.

Аэрация загрузки и сточной жидкости в нужном количестве обеспечивается различными способами подачи и потребления кислорода для создания благоприятных условий развития микроорганизмов в загрузке. Обычно аэрированная сточная жидкость поступает на фильтр и равномерно распределяется по его поперечному сечению. Далее она движется в порах и обтекает поверхность биологической пленки, которая образуется и покрывает поверхность загрузочного материала по всей толще фильтра. При этом растворенные в воде органические загрязнения и кислород потребляются аэробными микроорганизмами биопленки. При рассмотрении модели предполагается, что загрузка состоит из сферических частиц или стержней (волокон) и биопленка распределе-

на равномерно по поверхности загрузки. К сферической частице известными методами может быть приведена любая форма и тип зернистой загрузки фильтра.

Биологическая очистка сточных вод в сооружениях с прикрепленной биомассой (био пленкой) имеет ряд существенных преимуществ и широко применяется на практике, и поэтому модели биопленочной очистки сточных вод получили достаточное развитие. В частности, эффективность удаления органических загрязнений в загрузке фильтра связана с образованием высокой концентрации поверхности биомассы в единице объема фильтра. Образование биопленки на поверхности загрузки является результатом одновременного протекания нескольких физических, химических и биологических процессов. Здесь только отметим, что после того, как биологическая пленка сформировалась, может наступить стационарный (равновесный) режим очистки, т. е. процесс поступления, трансформации и удаления органического вещества развитой биопленкой, а также микробные преобразования стабилизируются.

В изъятии загрязнений микроорганизмами существенными являются такие процессы, как адгезия, сорбция, диффузия, деструкция, окисление, гидродинамический режим и т. д. В результате окислительных процессов идет быстрое потребление легкоокисляемых веществ, образование нового клеточного вещества и выделение продуктов разложения. При этом в биопленке могут также накапливаться труднорастворимые соединения, различные биогенные вещества и продукты их разложения, а также вещества минерального происхождения, которые могут присутствовать и поступать на фильтр со сточными водами. Наличие указанных веществ в биопленке может каким-то образом влиять на реакцию биоокисления и может быть учтено в константах реакции. В настоящем сообщении рассматривается утилизация органических загрязнений преимущественно легкоокисляемой формы.

Для описания процессов удаления таких загрязнений на биопленочной модели необходимо установить баланс изменения загрязнений в биопленке, жидкой пленке и в объеме фильтра. В объеме фильтра загрязнения переносятся фильтрационным потоком. Возле поверхности биопленки образуется тонкий ламинарный пограничный слой (жидкая пленка). На рис. 9 показан профиль распределения концентрации благодаря диффузии в жидкой пленке (пограничном слое), внутренней диффузии и реакции в биопленке.

Жидкая пленочная диффузия выражает массо-

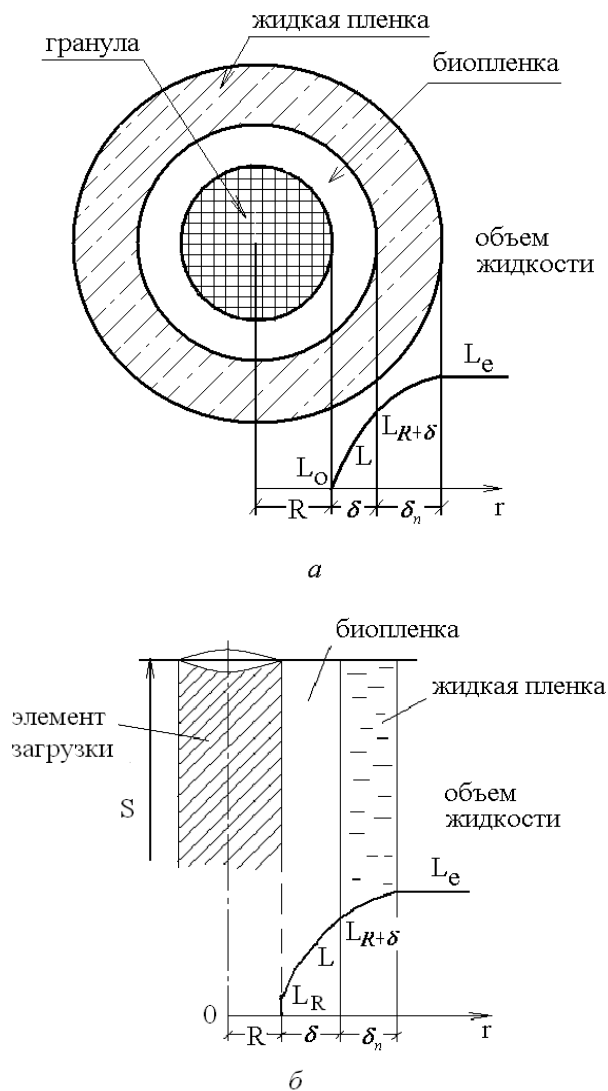


Рис. 9. Профили распределения концентраций L в биопленке и жидкой пленке:
 а – сферическая загрузка,
 б – цилиндрическая (стержневая) загрузка

передачу (массоперенос) между фильтрационным потоком в объеме жидкости фильтра и поверхностью биопленки. Толщина пограничного слоя δ_n и коэффициент жидкой пленочной диффузии K_L зависят от гидравлических условий потока, проходящего через фильтр. Транспорт (перенос) загрязнений в биопленке контролируется молекулярной диффузией. Когда на поверхности нет накопления, что рассматривается в модели, перенос загрязнений становится таким же как и их удаление в биопленке. Таким образом, с учетом приведенных выше представлений о механизмах процесса в условиях фильтрования с фиксированным

на загрузке биоценозом и достаточности при этом обеспечения кислородом математическая модель будет сводиться к описанию процессов переноса (фильтрации) потока субстрата в фильтре (емкости), жидкой пленке и био пленке, т. е. будет состоять из уравнений материального баланса, записанных относительно концентрации субстрата в очищаемой жидкости, в био пленке и жидкой пленке. Кроме отмеченных выше, модель также базируется на следующих предпосылках, которые, как показал последующий анализ, вполне допустимы и не вносят существенных погрешностей в расчеты:

- активная толщина био пленки на поверхности зерен загрузки принимается постоянной, хотя общая толщина био пленки может изменяться за счет периодического отрыва и смывания;

- количество субстрата, используемого микроорганизмами для их жизненных функций, не принимается во внимание, так как оно значительно меньше количества субстрата, использованного для их роста;

- концентрация субстрата в био пленке и в жидкой пленке изменяется только по толщине;

- как правило, в процессе очистки рост биомассы микроорганизмов за время пребывания жидкости в фильтре будет много меньше средней концентрации микроорганизмов в био пленке (фильтре), а потому в уравнениях реакций их концентрация X принимается как параметр, а не переменная величина;

- параметры (коэффициенты) переноса (фильтрации), диффузии и реакций принимаются в моделях постоянными, не зависящими от концентрации, координат и времени.

На основании вышеизложенного общая математическая модель удаления загрязнений в фильтрах будет состоять из следующей системы уравнений:

1) Нестационарное уравнение материального баланса массы субстрата для относительно неограниченного участка тонкого активного слоя био пленки

а) в условиях загрузки из сферических гранул (рис. 9, а):

$$D_L \left(\frac{\partial^2 L}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial L}{\partial r} \right) - R_L = \frac{\partial L}{\partial t}; \quad (19)$$

б) в условиях загрузки в виде стержней, волокон и других элементов цилиндрической формы (рис. 9, б):

$$D_L \left(\frac{\partial^2 L}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial L}{\partial r} \right) - R_L = \frac{\partial L}{\partial t}. \quad (20)$$

2) Уравнение для потока субстрата к поверхности био пленки из объема жидкости (фильтра) через жидкую пленку (пограничный слой):

$$N_L = K_L(L_e - L). \quad (21)$$

3) Нестационарное уравнение материального баланса для субстрата в объеме фильтра:

$$n_c \frac{\partial L_e}{\partial t} = -v \frac{\partial L_e}{\partial z} - \frac{F_s}{F} K_L(L_e - L) |_{R+\delta}. \quad (22)$$

В приведенных уравнениях: L , L_e – соответственно концентрации субстрата в био пленке и фильтре, гБПК/м³; D_L – коэффициент молекулярной диффузии субстрата в био пленке, м²/час; R_L – скорость кинетической реакции утилизации субстрата, г/(м³/час); K_L – коэффициент массопереноса субстрата в жидкой пленке, м/час; v – постоянная скорость фильтрации ($v = Q/F$, Q – расход, F – площадь фильтра), м/час; F_s – площадь поверхности био пленки на единицу высоты фильтра, м; n_c – расчетная (средняя) пористость загрузки; δ , δ_n – соответственно толщины активной (аэробной) био пленки и жидкой пленки, м.

Наиболее распространенная модель для скорости реакции R_L при полном отсутствии ингибирующего процесса био окисления описывается известным уравнением Моно:

$$R_L = \rho = \frac{\rho_m L}{K_m + L}, \quad \rho_m = \frac{\mu_m X}{Y}, \quad (23)$$

где μ_m – удельная максимальная скорость роста микроорганизмов, ч⁻¹; K_m – константа полунасыщения по субстрату, гБПК/м³; $y = -dX/dL$ – экономический коэффициент трансформации субстрата в биомассу микроорганизмов.

Учитывая, что в условиях доочистки, т. е. при сравнительно низких значениях концентрации субстрата, можно считать $K_m \gg L_e$ и поэтому с достаточным приближением вместо выражения (5) кинетику реакции можно принимать как реакцию первого порядка и в последующих решениях, считать:

$$R_L = kL, \quad k = \frac{\rho_m}{K_m}. \quad (24)$$

Решение приведенной системы уравнений выполняется при следующих начальных и граничных условиях:

1) на поверхности раздела пленок ($r = R + \delta$) принимается, что поток в био пленку равен притоку к ней через пограничный слой:

$$D_L \frac{dL}{dr} = K_L(L_e - L) |_{r=R+\delta}; \quad (25)$$

2) на поверхности раздела среды и биопленки ($r = R$) принимается, что перенос в зерна загрузки отсутствует и равен нулю:

$$D_L \frac{dL}{dr} \Big|_{r=R} = 0; \quad (26)$$

3) считаем, что в начальный момент времени ($t = 0$), содержание субстрата в биопленке незначительное и им можно пренебречь:

$$L(r, 0) = 0, \quad R < r < R + \delta; \quad (27)$$

4) в начальный момент времени ($t = 0$) содержание субстрата в емкости (филт্রে) принимается:

$$L_e(z, 0) = L^0; \quad (28)$$

5) содержание субстрата во входном потоке, поступающем на поверхность филт্রে ($z = 0$), принимается:

$$L_e(0, t) = L_0. \quad (29)$$

Заметим, что ось z направлена по высоте филт্রে сверху вниз.

Рассмотренные модели процесса в биопленке (исходные уравнения и граничные условия) позволяют учесть всю реакцию активной толщины биопленки.

Для биопленки приведем результаты решения уравнений (19) и (20) при граничных условиях для стационарного случая $\frac{\partial L}{\partial t} = 0$. Как показал дополнительный анализ результатов общего решения, такое допущение не будет оказывать заметного влияния на окончательные результаты расчетов. В результате этого решения для распределения концентрации по толщине биопленки r в случае загрузки из сферических гранул получено следующее уравнение:

$$\bar{L}(\bar{r}) = \frac{\alpha(1 + \bar{\delta})ch\sqrt{k}(\bar{r} - 1)}{\bar{r}\sqrt{k}sh\sqrt{k}\bar{\delta} + \alpha ch\sqrt{k}\bar{\delta}}. \quad (30)$$

Значение концентрации на внешней поверхности биопленки определим из уравнения (30) при значении $\bar{r} = 1 + \bar{\delta}$ ($r = R + \delta$):

$$\bar{L}_{R+\delta} = A = \frac{\alpha}{\alpha + W}, \quad (31)$$

где

$$W = \sqrt{k} \frac{sh\sqrt{k}\bar{\delta}}{ch\sqrt{k}\bar{\delta}}. \quad (32)$$

В случае загрузки из элементов цилиндрической формы получены следующие уравнения для распределения концентраций по толщине биопленки:

$$\bar{L}(\bar{r}) = \alpha \left(K_0(\sqrt{k}\bar{r}) + \frac{K_1(\sqrt{k})}{I_1(\sqrt{k})} I_0(\sqrt{k}\bar{r}) \right) \times \quad (33)$$

$$\times \left(\alpha K_0\sqrt{k}(1 + \bar{\delta}) + \sqrt{k}K_1(\sqrt{k}(1 + \bar{\delta})) - \frac{K_1(\sqrt{k})}{I_1(\sqrt{k})} \left[\sqrt{k}I_1(\sqrt{k}(1 + \bar{\delta})) - \alpha I_0(\sqrt{k}(1 + \bar{\delta})) \right] \right).$$

Значение концентрации на внешней поверхности биопленки определим из уравнения (33) при значении $\bar{r} = 1 + \bar{\delta}$ ($r = R + \delta$):

$$\bar{L}_{R+\delta} = A = \frac{L_{R+\delta}}{L_e} = \alpha \frac{N}{M}, \quad (34)$$

где

$$N = K_0(\sqrt{k}(1 + \bar{\delta})) + \frac{K_1(\sqrt{k})}{I_1(\sqrt{k})} I_0(\sqrt{k}(1 + \bar{\delta})), \quad (35)$$

$$M = \alpha K_0(\sqrt{k}(1 + \bar{\delta})) + \sqrt{k}K_1(\sqrt{k}(1 + \bar{\delta})) - \quad (36)$$

$$- \frac{K_1(\sqrt{k})}{I_1(\sqrt{k})} \left[\sqrt{k}I_1(\sqrt{k}(1 + \bar{\delta})) - \alpha I_0(\sqrt{k}(1 + \bar{\delta})) \right].$$

В приведенных формулах: $\bar{L} = L/L_e$, $\bar{r} = r/R$, $\bar{\delta} = \delta/R$, $\bar{k} = kR^2/D_L$, $\alpha = K_L R/D_L$, $I_0(x)$, $I_1(x)$, $K_0(x)$, $K_1(x)$ – известные функции Бесселя нулевого и первого порядков от мнимого аргумента. Значение концентрации на внутренней поверхности биопленки, т.е. остаточное количество неудаленных загрязнений, $\bar{L}_R = L_R/L_e$ можно определить по формулам (30) и (33), положив в них $\bar{r} = 1$ ($r = R$).

С учетом зависимостей (31) и (34) преобразуем уравнение (22) к виду

$$n_c \frac{\partial L_e}{\partial t} = -v \frac{\partial L_e}{\partial z} - A_* L_e, \quad (37)$$

где $A_* = K_*(1 - A)$, $K_* = K_L \bar{F}_\delta$, $\bar{F}_\delta = F_\delta/F = 1(1 - n_c)6/d$, $F_{\delta_s} = F_\delta$ – общая площадь поверхности биопленки в филт্রে высотой S , м²; d – расчетный диаметр зерен (гранул) загрузки ($d = 2R$), м.

Заметим, что величина пористости n_c для гранул сферической формы зависит от способа упаковки и в общем случае определяется по формуле

$$n_c = 1 - \frac{\pi}{6a_m}. \quad (38)$$

Тогда для нахождения площади поверхности \bar{F}_δ имеем:

$$\bar{F}_\delta = \frac{\pi}{a_m d}, \quad (39)$$

где a_m – коэффициент способа упаковки. В частности, для наиболее распространенной кубической упаковки $a_m = 1$, а для остальных упаковок $a_m < 1$.

В случае разнородного размера зерен (гранул) для сферы диаметром d , имеющей кубическую упаковку, в центр этого куба можно вписать сферу диаметром d' , тангенциально расположенную по отношению к восьми расположенным сферам с диаметром d . Если учесть, что в этом случае соотношение между диаметрами будет

$$d' = (\sqrt{3} - 1)d, \quad (40)$$

то пористость и площадь поверхности для кубической упаковки можно рассчитать по формулам:

$$n_c = 1 - \frac{\pi}{6} [1 + (\sqrt{3} - 1)^3], \quad (41)$$

$$\bar{F}_\delta = \frac{\pi}{d} [5 - 2\sqrt{3}]. \quad (42)$$

В литературе для различных способов упаковки сфер приводятся также рекомендации для определения основных геометрических характеристик загрузки (объема, площадей поверхности и пористости) с учетом биопленочного покрытия постоянной толщины δ для однородной (гомогенной) и неоднородной (гетерогенной) сферической загрузки.

В результате решения уравнения (37) при крайних условиях (28) – (29) получим зависимость для определения изменения концентрации по высоте фильтра S :

$$L(z, t) = L^0 \exp(-\bar{t}) + \eta \left\{ L_0 - L_0 \exp \left[-\frac{A_*}{n_c} \left(t - \frac{n_c z}{v} \right) \right] \right\} \exp(-\bar{z}), \quad (43)$$

где

$$\bar{t} = A_* t / n_c; \quad \bar{z} = A_* z / v;$$

$$\eta = (\bar{t} - \bar{z}) = \begin{cases} 1 & \text{при } \bar{t} \leq \bar{z} \\ 0 & \text{при } \bar{t} < \bar{z} \end{cases}.$$

Таким образом, при $t < n_c z / v$, $\eta = 0$:

$$L_e(z, t) = L^0 e^{-\bar{t}}; \quad (44)$$

при $t > n_c z / v$, $\eta = 1$ имеем:

$$L_e(z, t) = L_0 e^{-\bar{z}}. \quad (45)$$

На выходе из фильтра $z = S$ будет:

$$L_e(S) = L_0 e^{-\bar{S}}, \quad \bar{S} = S \frac{A_*}{v}. \quad (46)$$

Записав зависимость (46) относительно S , получим следующее выражение для определения рабочей высоты фильтра при известных L_0 , A_* , v и $L_e(S)$:

$$S = \frac{v}{A_*} \ln \frac{L_0}{L_e(S)}. \quad (47)$$

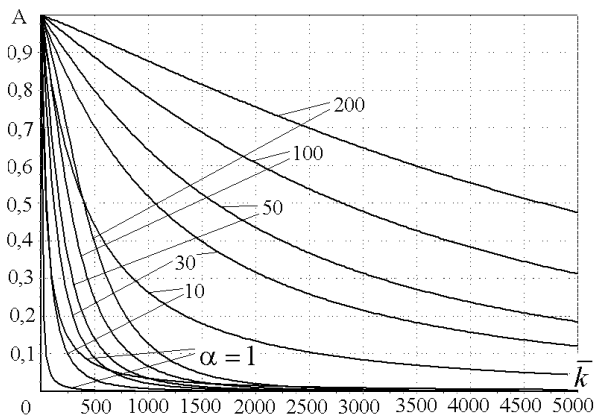


Рис. 10. Графики зависимости $A = f(\bar{k}, \alpha, \bar{\delta})$ для сферической загрузки. Нижняя кривая соответствует $\bar{\delta} = 0.06$, верхняя – $\bar{\delta} = 0.01$

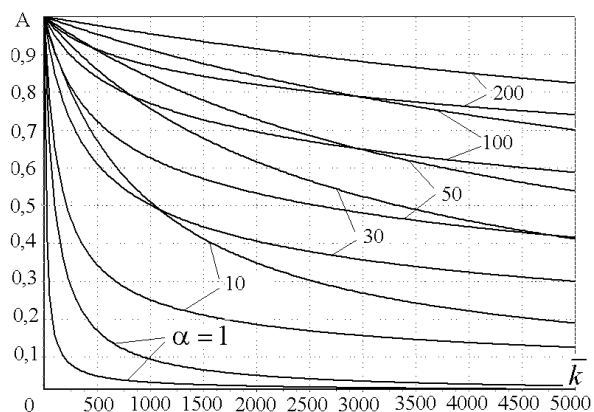
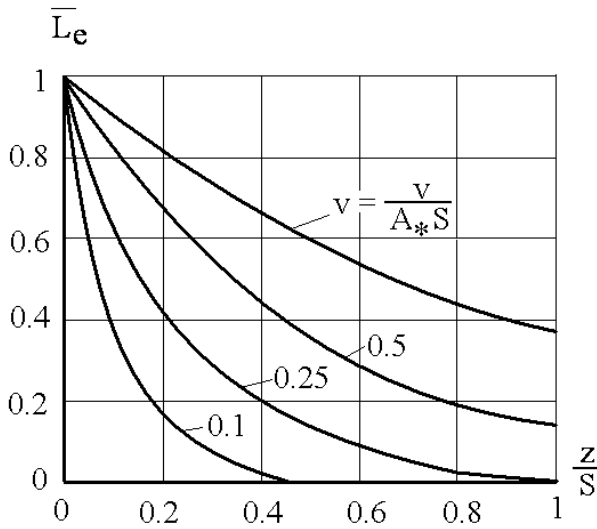
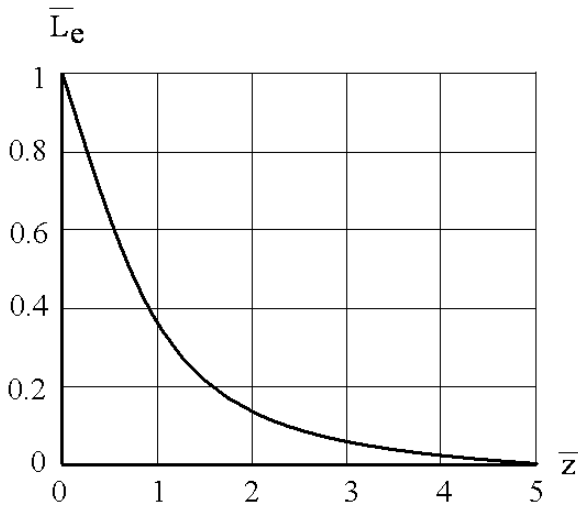


Рис. 11. Графики зависимости $A = f(\bar{k}, \alpha, \bar{\delta})$ для цилиндрической загрузки. Нижняя кривая соответствует $\bar{\delta} = 0.06$, верхняя – $\bar{\delta} = 0.01$

На основе зависимостей (31) и (34) для определения параметра A для рассмотренных типов загрузки построены расчетные графики $A = f(\bar{k}, \alpha, \bar{\delta})$, приведенные на рис. 10 и 11. На основе зависимости (46) построен расчетный график $\bar{L}_e = L_e / L_0 = f(z/S, \bar{v})$, приведенный на рис. 12, а на рис. 13 – график зависимости $\bar{L}_e = L_e / L_0 = f(\bar{z})$.

Рассмотрим следующий пример расчета. Поступающую на фильтр сточную жидкость с концентрацией $L_0 = 25$ мг/л необходимо доочистить до концентрации на выходе $L_s = 5$ мг/л. Требуемую высоту фильтра S определим по формуле (46) при следующих исходных данных: $v = 5$ м/час, $K_* = 6$ час⁻¹, $A = 0.5$, $A_* = 3$ час⁻¹:

$$S = \frac{5}{3} \ln \frac{25}{5} = 2.68.$$


 Рис. 12. График зависимости $\bar{L}_e = f(z/S, \bar{v})$

 Рис. 13. График зависимости $\bar{L}_e = f(\bar{z})$

При этом значение параметра $A = 0.5$ установлено по графику рис. 11 при значениях $\delta = 5 \cdot 10^{-5}$ м, $k = 500$ час $^{-1}$, $d = 0.002$ м, $K_L = 0.05$ м/час, $D = 2 \cdot 10^{-6}$ м 2 /час. Для этого примера, но при $A_* = 6$ час $^{-1}$, имеем $S = 1.34$ м, а при $A_* = 10$ час $^{-1}$ имеем $S = 0.805$ м. Таким образом, как следует из формулы (46), рабочая высота фильтра наряду со скоростью фильтрования будет существенно зависеть от параметра A_* , а именно, чем он будет больше, тем меньше потребуются рабочая высота фильтра S . Поэтому в технических решениях необходимо стремиться к увеличению параметра A_* , которое может быть достигнуто пре-

жде всего за счет увеличения площади поверхности зернистой загрузки F_S , а также в меньшей степени за счет улучшения переноса (диффузии) загрязнений в пограничном слое и в биопленке, характеризующейся коэффициентами массопереноса K_L и диффузии D_L .

Для выполнения расчетов можно воспользоваться следующими ориентировочными значениями исходных констант и коэффициентов, имеющих в специальной литературе $k = 300 \dots 800$ час $^{-1}$, $K_L = 0.025 \dots 0.080$ м/час, $\delta = 25 \dots 100$ мкм = $(0.25 \dots 1.0) \cdot 10^{-4}$ м, $D_L = (1.25 \dots 3.0) \cdot 10^{-6}$ м 2 /час, $R = 0.001 \dots 0.0025$ м. В частности, при расчетах биореакторов с прикрепленным биоценозом (биопленкой) рекомендуется принимать $\rho_m = (50 \dots 500)$ кг ХПК/(м 3 сутки), причем для БПКполн – в 2 раза меньше, $K_m = (10 \dots 30)$ г ХПК/м 3 , $D_L = (0.3 \dots 0.6) \cdot 10^{-4}$ м 2 /сутки, $\delta = 100 \dots 200$ мкм.

Некоторая апробация теоретических исследований была проведена на основании сопоставления расчетных и опытных данных, полученных в лабораторных условиях на фильтрах с загрузкой в виде сферических гранул, и были получены вполне удовлетворительные результаты. Кроме того, некоторые оценки результатов теоретических исследований и калибровка предложенных математических моделей были выполнены при проведении лабораторных исследований доочистки сточных вод на волокнистых пенополистирольных фильтрах. Вместе с тем, верификация предложенных моделей и рассмотренных методов должна быть продолжена с использованием для определения различных констант и коэффициентов более простых моделей и экспериментов.

Наряду с удалением взвешенных частиц минерального происхождения (процессы механической коагуляции и суффозии) в отделе широко проводились теоретические исследования по удалению из подземных вод при помощи фильтрования загрязнений химического происхождения (нерастворенных оксидов, гидрооксидов и ионов различных металлов). Так как большинство водоносных горизонтов на территории Украины, залегающих на глубине 50–150 м, имеют повышенное содержание железа, существенно превышающее нормативные требования, были проведены, прежде всего, исследования по разработке теоретических основ и методов расчета технологий обезжелезивания подземной воды на очистных фильтрах различной конструкции.

Разработка теоретических основ сводится к построению довольно сложной математической модели, которая состоит из двух блоков: гидро-

динамического (фильтрационного) и динамики соединений железа в фильтрующей аэрируемой пористой среде. Модель учитывает взаимодействие гидравлических и физико-химических процессов при фильтрации (изменение гидравлических свойств среды, нестационарность процесса обезжелезивания, различные модели кинетики массообмена и реакций (гомогенной и гетерогенной) окисления, особенности влияния каталитических и автокаталитических свойств сформировавшейся среды и т. д.). Модель реализована применительно к решению задач химического кольматажа фильтров водозаборных скважин и обезжелезивания подземной воды на очистных фильтрах.

Для рассмотренных технических схем разработаны инженерные методы расчета, которые позволяют более надежно обосновать и запроектировать технологические и конструктивные параметры фильтров с различными нагрузками без проведения дополнительных экспериментов. Осуществлена широкая апробация и внедрение предложенных методов расчета. По этому научному направлению подготовлены и защищены одна докторская и несколько кандидатских диссертаций, а основные результаты исследований частично опубликованы в монографии [1] и работах [2–8]. Как уже указывалось выше, в последнее время в отделе широко проводятся исследования, направленные на научное обоснование очистных сооружений (аэротенков, биодисков, вторичных отстойников, фильтров и т. д.), в которых для удаления органических загрязнений, соединений азота и фосфора применяются биологические методы очистки [9–18]. Интенсивное строительство в канализованных районах, особенно автономно возводимых объектов коммунально-бытового назначения, высокая стоимость больших очистных сооружений и канализационных сетей создают условия необходимости решения задач, связанных с обработкой сточных вод и последующим их отведением путем строительства локальных очистных сооружений (установок) малой производительности (УМП). Были проведены теоретические и экспериментальные исследования наиболее технологически надежной, эффективной и удобной в эксплуатации УМП, обеспечивающей комплексную очистку бытовых сточных вод, и предложены рекомендации по их расчету.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Фильтрационные процессы нередко способствуют в природных и искусственных пористых средах мобилизации, переносу и осаждению мелких твер-

дых частиц (дисперсной фазы) различного природного происхождения. Вследствие этого исходные водно-физические свойства среды могут существенно меняться как в пространстве, так и со временем. Тем самым фильтрационная картина претерпевает серьезные изменения.

Углубленные исследования теоретическими методами таких процессов, а также других физико-химических процессов, тесно связанных с ними, ведутся в отделе прикладной гидродинамики Института гидромеханики НАН Украины длительное время и по разным направлениям. Наиболее существенные результаты достигнуты в областях осветления суспензий фильтрованием и фильтрационных деформаций несвязных грунтов. Разработан инженерный метод расчета действия и конструктивных параметров многослойных загрузок при линейной кинетике массообмена. Детально проанализировано влияние начального загрязнения на эффективность традиционных фильтров. Продолжена работа над деформациями суффозионных грунтов, инициированными осушительным и увлажнительным дренажами. Выполнена оценка внешней суффозии при переменном дренажном расходе. Выявлен и изучен новый эффект, который имеет место при внутренней суффозии, вызывается резким уменьшением сопротивления потоку жидкости со стороны твердой компоненты грунта (кризис сопротивления) и выражается в скачкообразном увеличении расхода дрены в начальный момент времени. Положено начало исследованиям в новом для отдела направлении с целью теоретического обоснования современных методов биологической очистки сточных вод. Выполнены комплексные исследования сооружений биологической очистки сточных вод от органических загрязнений, соединений азота и фосфора. Особое внимание при этом уделено особенностям такой очистки на установках малой производительности ($Q = 1 - 100 \text{ м}^3/\text{сутки}$), разработке методов расчета технологических и конструктивных параметров таких установок. Процессы фильтрования оказались весьма эффективными и наиболее экономичными при разработке моделей и методов расчета необходимых параметров глубокой биологической очистки в связи с повышенными требованиями, предъявленными в последнее время к качеству и степени очистки хозяйственно-бытовых и производственных сточных вод. Подземные воды глубоких водоносных горизонтов, являющихся источниками питьевого водоснабжения, часто по химическому составу не соответствуют нормативным показателям и требуют дополнительной специальной очистки. В частности, во многих регио-

нах України підземні води мають в своєму складі велику кількість заліза, значно перевищуючу допустимі межі. Найбільш поширеним методом видалення залізистих сполук з води є фільтрація через зернисті завантажувачі очищувальних фільтрів. Тому були проведені широкі теоретичні та експериментальні дослідження процесів видалення заліза з води фільтрацією, результати яких дозволили розробити інженерну методику розрахунку технологічних параметрів обеззалізування на очищувальних фільтрах різних конструкцій. Звернемо увагу, що наведені розробки по очищувальній та стічних вод від різних забруднень проводилися відділом прикладної гідродинаміки разом з Київським національним університетом будівництва та архітектури.

1. Поляков В.Л. Расчет осветления суспензий в двухслойной загрузке (линейная кинетика массообмена) // Вісник ОДАБА.– 2005.– Вип. 19.– С. 194–202.
2. Поляков В.Л. Расчет разделения суспензий путем фильтрации через трехслойную загрузку при линейном массообмене // Проблеми водопостачання, водовідведення та гідраліки.– К.: КНУБА.– 2006.– Вип. 7.– С. 122–131.
3. Поляков В.Л. Расчет фильтрации суспензий через многослойную загрузку при линейной кинетике массообмена // Химия и технология воды.– 2007.– N 6.– С. 22–47.
4. Polyakov V.L., Sidor V.B. Method for calculation of filtration in layered filters // Recent progress in show sand and alternative biofiltration processes.– IWA Publishing.– 2006.– P. 506–510.
5. Крємез В.С. Моделирование очистки воды от взвешенных загрязнений фильтрацией // Вісник ОДАБА.– 2005.– Вип. 19.– С. 190–194.
6. Поляков В.Л. Про фільтрування мутних вод при початковому забрудненні завантаження (нелінійна кінетика масообміну) // Проблеми водопостачання, водовідведення та гідраліки.– 2006.– Вип. 6.– С. 124–133.
7. Орнатський Н.В., Сергєєв Е.М. Шехтман Ю.М. Исследование процесса кавитации песков.– М.: Изд-во МГУ, 1965.– 182 с.
8. Поляков В.Л. О фильтрации суспензий при начальном загрязнении загрузки (линейная кинетика массообмена) // Доп.НАН України.– 2006.– N 10.– С. 65–71.
9. Олійник О.Я., Калугін Ю.І. Деякі результати теоретичних досліджень процесів масообміну в пористих середовищах // Проблеми водопостачання, водовідведення та гідраліки.– 2005.– Вип. 5.– С. 100–112.
10. Polyakov V.L. Simulation of evaporation from bare soil without and with the soil surface seal // International J. of Fluid Mechanics Res.– 2005.– V. 2, N 2.– P. 214–254.
11. Добронравов О.О., Крємез В.С. Моделирование фильтрации грунтовых вод с учетом суффозии и коагуляции // Проблеми водопостачання, водовідведення та гідраліки.– Київ, 2006.– Вип. 7.– С. 147–153.
12. Поляков В.Л. О механической суффозии грунтов под действием цилиндрического стока переменной интенсивности // Прикладна гідромеханіка.– 2006.– Т. 8(80), N 4.– С. 43–52.
13. Поляков В.Л. Кризис сопротивления в несвязных средах при внутренней суффозии, обусловленной действием линейных источников (дренувлажнителей) // Доп. НАН України.– 2007.– N 11.– С. 41–48.
14. Романьков П.Г., Курочкина М.И. Гидромеханические процессы химической технологии.– Л.: Химия, 1982.– 288 с.
15. Поляков В.Л. О фильтрационных деформациях грунта с образованием аккумуляционных зон // Прикладна гідромеханіка.– 2003.– Т. 5(77), N 2.– С. 45–56.
16. Поляков В.Л. Механическая суффозия в дренируемом грунте // Прикладна гідромеханіка.– 2002.– Т. 4(76), N 4.– С. 60–73.
17. Калугін Ю.И., Курганская С.Н., Сирый В.С. Математические модели регулирования водно-воздушного режима почв на основе расчета водно-солевых потоков в зоне аэрации // Прикладна гідромеханіка.– 2001.– Т. 3(75), N 3.– С. 26–31.
18. Калугін Ю.І., Курганська С.М., Сірий В.С. Метод прогнозування числових схем розрахунку руху води в грунтах // Проблеми водопостачання, водовідведення та гідраліки.– 2004.– N 5.– С. 24–29.
19. Гвоздяк П.І. За принципом біоконвеєра. Біотехнологія охорони довкілля // Вісн. НАН України.– 2003.– N 3.– С. 29–36.
20. Поляков В.Л. До теоретичного обґрунтування біоконвеєрних технологій очищення стічних вод // Проблеми водопостачання, водовідведення та гідраліки.– 2005.– N 5.– С. 54–61.
21. Тугай А.М., Олійник О.Я., Тугай Я.А. Продуктивність водозабірних свердловин в умовах коагуляції.– Харків: ХНАМГ, 2004.– 240 с.
22. Олійник А.Я., Тугай А.М. Моделирование процессов коагуляции и суффозии в профильтровой зоне скважины // Доповіді НАН України.– 2001.– N 9.– С. 190–194.
23. Калугін Ю.И., Киселев С.К., Олійник А.Я. Моделирование удаления железа из воды фильтрацией с учетом изменения фильтрационных свойств среды // Доповіді НАНУ.– 1998.– N 7.– С. 183–187.
24. Киселев С.К., Олійник А.Я. Гидродинамическая модель фильтрации при очистке подземных вод от соединений железа // Прикладна гідромеханіка.– 1999.– Т. 1(73), N 1.– С. 20–25.
25. Олійник О.Я., Кисельов С.К. Теоретичні дослідження втрат напору на очищувальних фільтрах при знезалізненні води // НТЗ Проблеми водопостачання, водовідведення та гідраліки.– 2003.– Вип. 1.– С. 3–12.
26. Кисельов С.К. Методика інженерного розрахунку основних технологічних характеристик знезалізнення та параметрів очищувального фільтра // НТЗ Проблеми водопостачання, водовідведення та гідраліки.– 2004.– Вип. 3.– С. 5–17.

27. Олійник О.Я., Хомуцька Т.П. Дослідження висхідного фільтрування підземних вод при їх знезалізненні // Збірник доповідей Міжн. конгресу "ЕТЕВК 99". – Ялта. – 1999. – С. 31–33.
28. Олейник А.Я., Семенко Г.И. Математическое моделирование процесса удаления железа из природных вод фильтрованием // Химия и технология воды. – 1997. – Т. 19, N 5. – С. 451–457.
29. Олейник А.Я., Калугин Ю.И., Шайб Шуджаа Валид Об одной модели биологической очистки сточных вод // Доклады НАНУ. – 1995. – N 5. – С. 146–148.
30. Олейник А.Я., Шайб Шуджаа Валид Математическое моделирование биологической очистки сточных вод на биодисковых фильтрах (ВДФ) // Химия и технология воды. – 1994. – Т. 16, N 5. – С. 501–508.
31. Олейник А.Я., Шайб Шуджаа Валид Методика расчета очистки сточных вод на биодисковых фильтрах // Сб. Мелиорация и водное хозяйство. – 1996. – Вып. 83. – С. 131–138.
32. Олійник О.Я., Степова Н.Г. Математичне моделювання процесів перенесення субстрату та кисню в біодіскових фільтрах // Доповіді НАНУ України. – 1998. – N 10. – С. 206–209.
33. Олійник О.Я., Степова Н.Г. Окислення органічних сполук на біофільтрах // Водне господарство України. – 1998. – N 1-2. – С. 34–36.
34. Степова Н.Г. Вплив кисню на біоочищення стічних вод // Водне господарство України. – 1998. – N 1-2. – С. 38–39.
35. Олійник О.Я., Сорокіна В.Ю. Моделювання процесів осадження і зневоднення осадів на мулових майданчиках // НТЗ Проблеми водопостачання, водовідведення та гідравліки. – 2005. – Вип. 4. – С. 54–67.
36. Олейник А.Я., Калугин Ю.И., Степовая Н.Г., Зябликов С.В. Теоретический анализ процессов осаждения в системах биологической очистки сточных вод // Прикладная гидромеханика. – 2004. – Т. 6(78), N 4. – С. 62–67.
37. Олійник О.Я., Зябліков С.В. Особливості моделювання очистки стічних вод у системі аеротенк.-відстійник-регенератор // НТЗ Проблеми водопостачання, водовідведення та гідравліки. – 2005. – Вип. 4. – С. 46–53.
38. Олейник А.Я., Киселев С.К., Малько В.Ф. Ягодковская О.Н. Методика инженерного расчета вторичных вертикальных отстойников // НТЗ. Проблеми водопостачання, водовідведення та гідравліки. – 2006. – Вип. 7. – С. 66–84.
39. Олейник А.Я., Тетеря А.И. Особенности моделирования процессов удаления органических загрязнений из сточных вод на установках малой производительности // Прикладная гидромеханика. – 2001. – Т. 3(75), N 4. – С. 20–27.
40. Тетеря А.И. ВЮТАЛ – энергосберегающая технология глубокой биологической очистки малых количества сточных вод // Коммунальное хозяйство городов. – 2001. – N 30. – С. 60–66.
41. Тетеря А.И., Олейник А.Я. Моделирование процессов удаления азота из сточных вод на малых габаритных установках биологической очистки воды // Прикладная гидромеханика. – 2001. – Т. 3(75), N 3. – С. 59–65.
42. Тетеря О.І. Методика визначення параметрів біологічної очистки стічних вод від органічних забруднень на установці "ВЮТАЛ" // Гідромеліорація і гідротехнічне будівництво. – Рівне, РДТУ. – N 26. – С. 299–307.