

УДК 532.526

СТРУКТУРА ВЫНУЖДЕННЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ В ЛАМИНАРНОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ ПРИ ИСТОЧНИКЕ ВОЗМУЩЕНИЙ НА ОБТЕКАЕМОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Г. А. ВОРОПАЕВ*, К. К. ЧАН**, К. С. ЮН**

*Институт гидромеханики НАН Украины, Киев

**Пусанский национальный университет, Корея

Получено 12.04.2007

Рассмотрено формирование возмущенных полей скорости и давления в ламинарном пограничном слое на деформирующейся поверхности на основании системы уравнений, записанной в подвижной системе координат, связанной с деформирующейся поверхностью. Получены зависимости амплитудных характеристик возмущений скорости и давления от фазовой скорости и длины волны деформирующейся поверхности. Получены критические значения фазовых скоростей в зависимости от числа Рейнольдса, при которых изменяется направление энергетического потока от осредненного движения к пульсационному. Показано принципиальное отличие трехмерного возмущенного поля скоростей в пограничном слое от двумерного.

Розглянуто формування збурених полів швидкості та тиску в ламінарному прилежовому шарі на поверхні, що деформується, на основі системи рівнянь, за описаних у рухомій системі координат, зв'язаній з поверхнею, що деформується. Одержано залежності амплітудних характеристик збурень швидкості і тиску від фазової швидкості та довжини хвилі поверхні, що деформується. Одержано критичні значення фазових швидкостей в залежності від числа Рейнольдса, при яких змінюється напрямок енергетичного потоку від осередненого руху до пульсаційного. Показано принципову відмінність тримірної збуреної поля швидкостей в прилежовому шарі від двомірної.

It has been considered the formation of perturbed fields of velocity and pressure in the laminar boundary layer over a deforming surface, on the basis of a system of equations written down in the moving coordinates related with the deforming surface. Dependencies of the amplitude characteristics of the disturbances of velocity and pressure on the phase velocity and wavelength of the deforming surface have been obtained. Critical values of the phase velocity in dependence on the Reynolds number have been found, at which the direction of the energy flux changes from the mean flow to the pulsating flow. A principal distinction of the 3D disturbed velocity field in a boundary layer from the 2D field has been shown.

ВВЕДЕНИЕ

Процесс перехода ламинарного пограничного слоя в турбулентный в реальных условиях движения тел в жидкой среде определяется большим количеством параметров, но базовыми являются: число Рейнольдса, градиент давления (как в продольном, так и нормальном по отношению к обтекаемой поверхности направлениях), качество обтекаемой поверхности и структура натекающего потока. В зависимости от сочетания этих параметров и их величин меняются сценарии перехода от плоского (устойчивость волны Толлмина-Шлихтинга) до трехмерного (устойчивость различных трехмерных структур), что и обуславливает существование различных методов управления процессом перехода [6, 10, 12–14, 28].

Активные и пассивные методы управления, построенные на генерации возмущений, подобных собственным возмущениям пограничного слоя, предполагают полную или почти полную информацию о структуре собственных возмущений в пограничном слое и закономерности их конвективной устойчивости. Это и обуславливает необходимость исследования собственных возмущений в

пограничном слое при различном сочетании величин определяющих параметров.

Одним из пассивных методов управления, изменяющим структуру возмущенного течения в пограничном слое, является деформирующаяся под действием пульсаций давления и напряжений трения обтекаемая поверхность. История этого метода управления начинается с экспериментальной работы Крамера [20], в которой было получено снижение сопротивления на теле вращения с вязко-упругим покрытием, моделирующим кожный покров дельфина. Анализируя результаты эксперимента, Крамер предложил гипотезу ламинаризации пограничного слоя при обтекании вязко-упругой поверхности, объясняющую снижение сопротивления трения. Последующие теоретические работы Бенджамина, Ландала, Нонвайлера, Короткина [7, 21, 24, 4] рассмотрели устойчивость потока на деформирующейся границе. Эти первые теоретические работы не подтвердили предложенный механизм снижения сопротивления трения, так как были получены практически такие числа Рейнольдса потери устойчивости, как и на жесткой гладкой поверхности. Но эти работы и не опровергли принципиальную возможность управления возмущениями пограничного слоя, по-

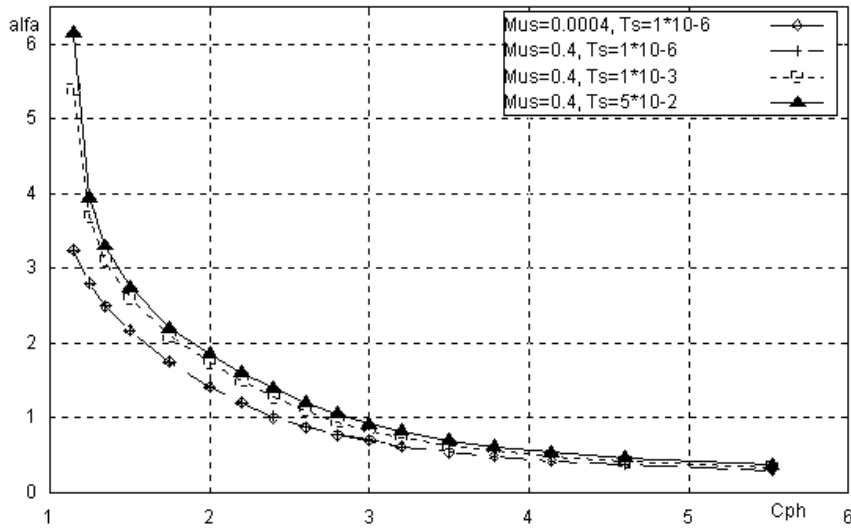


Рис. 1. Дисперсионные кривые первого собственного числа вязко-упругого слоя при различных значениях динамического коэффициента модуля сдвига и времени релаксации материала слоя:

$$C_{ph} = C/a_\mu - \text{безразмерная фазовая скорость; } a_\mu = \sqrt{\mu_0/\rho_s}$$

казав изменение скорости нарастания возмущений в пограничном слое на упруго-демпфирующей поверхности. Однако на основании этих работ проследить определенные закономерности между параметрами обтекаемой поверхности и изменением возмущений пограничного слоя по сравнению с возмущениями в пограничном слое на жесткой гладкой поверхности практически невозможно. Введенная Бенджамином [8] классификация возможных волновых возмущений в виде трех видов волн в системе бесконечные поток-мембрана по сценарию их устойчивости при достаточно жестких ограничениях, на первый взгляд имеющих мало общего с пограничным слоем, нашла, тем не менее, и развитие, и поддержку в последующих работах [23, 35, 15], и в первую очередь, в работе Ландала [21]. Вместе с тем, обобщать результаты решения задачи устойчивости системы пограничный слой – бесконечная мембрана для возмущений, распространяющихся вниз по течению, на случай вязкого потока на покрытиях конечной толщины с неподвижной нижней поверхностью и конечной длины, основываясь на этой классификации, необходимо с определенными поправками.

В первую очередь, это связано с появлением дополнительного линейного масштаба h – толщины покрытия. Для покрытий конечной толщины с неподвижным нижним основанием волновая карти-

на на поверхности слоя существенно зависит от толщины слоя, и собственных волн в покрытии с длиной, большей, чем $8\pi h$, не бывает при любых вязко-упругих параметрах покрытия. Это следует из дисперсионной кривой (рис. 1) первой собственной моды. При построении этой дисперсионной кривой в качестве модели вязко-упругой среды применена обобщенная модель Фойхта-Кельвина [4], на основании которой можно получить комплексный модуль сдвига, зависящий от частоты:

$$\mu(\omega) = \mu_0 \left(1 + \mu_s \left(\frac{(\omega\tau_s)^2}{1 + (\omega\tau_s)^2} - i \frac{\omega\tau_s}{1 + (\omega\tau_s)^2} \right) \right),$$

где μ_0, μ_s, τ_s – статический модуль сдвига, его динамическая составляющая и время релаксации соответственно. Действительная часть комплексного модуля сдвига отвечает зависящему от частоты модулю сдвига, а мнимая часть – модулю потерь, имеющему максимум при частоте, равной $1/\tau_s$. Вид дисперсионной кривой существенно зависит от вязкости только при малых фазовых скоростях, когда при увеличении вязкости значительно уменьшается длина собственной волны при фиксированной фазовой скорости либо увеличивается фазовая скорость волны соответствующей длины. Причем величина потоков энергии в точках дисперсионной кривой при заданной пульсационной нагрузке больше говорит о точности

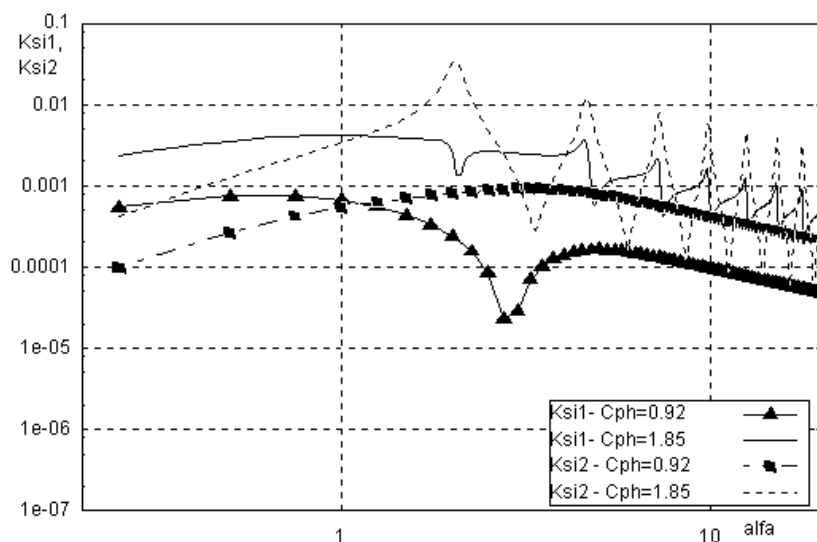


Рис. 2. Безразмерные продольная $\xi_1 = \xi_1/h$ и нормальная $\xi_2 = \xi_2/h$ амплитуды колебания поверхности вязко-упругого слоя ($\mu_0 = 7 \cdot 10^4$ Па; $\mu_s = 0.4$; $h=0.02$ м; $\tau_s = 5.0 \cdot 10^{-3}$ с) при скорости течения $U_0 = 10.0$ м/с; кривые без маркеров

расчета, чем о реальной зависимости поглощаемой энергии от вязкости материала. Но, тем не менее, можно указать диапазон значений параметров покрытия, при которых по поверхности покрытия будут распространяться волны с фазовой скоростью и длиной волны, соответствующими волне Толлмина–Шлихтинга. Учитывая, что минимальная длина волны Толлмина–Шлихтинга равна приблизительно 6δ , а ее фазовая скорость составляет приблизительно $0.39U_0$, то при толщине покрытия, равной, толщине пограничного слоя, для кинематического поддержания волны Толлмина–Шлихтинга статический модуль сдвига должен быть $\mu_0 = 0.025\rho U_0^2$. При уменьшении толщины покрытия необходимо уменьшать статический модуль сдвига. Поэтому у покрытий, толщины которых составляют 1–2 толщины пограничного слоя, модули сдвига материала покрытия для поддержания волны Толлмина–Шлихтинга должны быть малыми, то есть материалы таких покрытий должны быть необычайно мягкими.

Отметим, что при параметрах покрытия, первая собственная мода которых соответствует условиям поддержания волны Толлмина–Шлихтинга, на поверхности покрытия генерируются амплитуды моды (рис. 2), амплитуды которых не менее первой моды, и соответственно поверхность генерирует в пограничный слой весь спектр собственных волн

покрытия. Вместе с тем, при возмущениях пульсаций давления, пропорциональных напряжению трения на границе, при разных скоростях потока существенно изменяется величина потока пульсационной энергии в покрытие (рис. 3). Результаты показывают, что величина поглощаемой энергии покрытием в единицу времени, отнесенная к энергии пограничного слоя, не только не однородна по спектру волновых чисел при $C_{ph} > 1$, но существенно возрастает с увеличением скорости потока. Поэтому очевидно, что для моделирования процесса взаимодействия пограничного слоя с покрытием наряду с числом Рейнольдса необходим дополнительный параметр, который и ввели Бенджамин (податливость – compliance) или Ландау (проводимость – mechanical admittance), что практически одно и то же. Но как только волновые числа и фазовые скорости возмущений пограничного слоя соответствуют дисперсионным кривым покрытия, роль этих параметров в оценке энергетике взаимодействия потока и покрытия не ясна.

Последующие экспериментальные работы [9, 22, 19, 17] были посвящены в основном оценке влияния упруго-демпфирующих покрытий на характеристики потока при турбулентном режиме обтекания. Однако эти работы так, же не дали однозначного ответа на вопрос, какими параметрами должны обладать покрытия для снижения сопро-

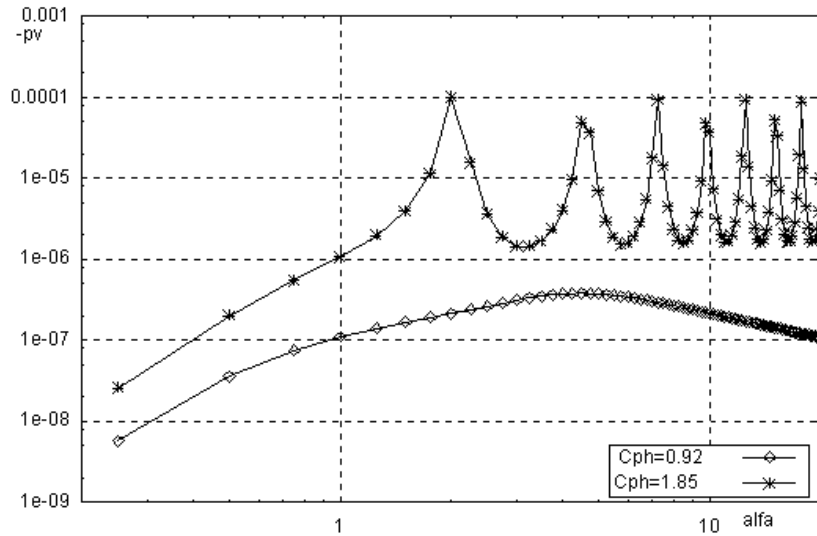


Рис. 3. Безрозмірний потік пульсационної енергії в покриття при відповідних швидкостях течія

тивлення трия. Більше того, в деяких з цих робіт зафіксовано збільшення опору трия. Узагальнивши результати експериментальних робіт, була запропонована модифікація енергетичної моделі взаємодії турбулентного пограничного шару [1] з деформуючою поверхнею в'язко-пружого шару на основі потікових граничних умов в системі рівнянь моделі турбулентності – рівнянь переносу напружень Рейнольдса [30].

К достоїнству цієї моделі можна віднести те, що отримано якісне описання зміни балансу компонентів тензора напружень Рейнольдса в залежності від параметрів в'язко-пружого шару, що дозволяє практично однозначно визначити ефективність покриття з точки зору зміни опору трия. А до недоліку цієї енергетичної моделі – неможливість врахувати зміну спектральної густоти та фази збурень швидкості та тиску пограничного шару на пружо-демпкуючій поверхні порівняно зі структурою збурень на жорсткій гладкій поверхні, що вимагає введення постулюваного механізму турбулентної дифузії, відповідального за перенос енергії турбулентності поперек пограничного шару, та кореляцій тиску-напруження, відповідальних за механізм анізотропії нормальних напружень Рейнольдса. Однак, легко показується [2, 31], при яких параметрах потоку та покриття ці збурен-

ня будуть згасаючими. Це визначає діапазон параметрів потоку та покриття, при яких застосовна модель енергетичного взаємодії турбулентного пограничного шару та покриття.

Результатом рішення на основі енергетичної моделі взаємодії є висновок, що демпкуючі покриття зменшують опір трия, а осцилюючі – завжди його збільшують. Одно і те ж покриття при зміні швидкості обтікання переходить з розряду демпкуючих в розряд осцилюючих. При цьому величина максимального зменшення опору трия, отриманого на основі енергетичної моделі, не перевищує 15-20%, що пояснюється величиною внеску дифузійного переносу та механізму перерозподілу в зміну енергетичного балансу пристінної турбулентності на демпкуючій поверхні порівняно з жорсткою гладкою поверхнею. Разом з тим, в ряду експериментальних робіт отримано практично 30% зменшення опору трия, наприклад, у Карпентера [10].

В зв'язі з цим залишається нерешеним питання – чи може за рахунок специфічних коливань поверхні так змінитися структура власних коливань пограничного шару, що в результаті взаємодії власних та вимушених коливань будуть отримані згасаючі або неростаючі вниз по потоку коливання, які будуть

ответственны за снижение сопротивления трения.

Поэтому интерес к изучению структуры возмущенного пограничного слоя на податливой поверхности на соответствующем уровне вычислительной техники с элементами прямого численного моделирования не ослабевает [16, 25, 13, 34, 32]. В указанных работах, как правило, решается задача начального этапа развития возмущений в пограничном слое на покрытии конечной длины. Конечность длины покрытия, с которым работают экспериментаторы, определяет дополнительные трудности при теоретическом решении задачи взаимодействия. При этом в ряде работ фактически конечность длины покрытия не учитывается, так как расчеты заканчиваются еще до того, как сдвиговые возмущения доходят до задней кромки покрытия [13]. К тому же двумерность постановок этих решений и существенное упрощение граничных условий (линеаризованные граничные условия сносятся на невозмущенную границу – условия Бенжамина) накладывают определенные ограничения на использование результатов численных решений при объяснении механизма взаимодействия деформирующейся поверхности с возмущенным потоком.

Вместе с тем, трехмерные возмущения вблизи обтекаемой поверхности, связанные с колебанием поверхности или ее части, приводят к генерации возмущений скорости и давления в пограничном слое, структура и спектр которых существенно отличаются от собственных возмущений в пограничном слое на плоской гладкой поверхности [14, 33].

В связи с этим, в настоящей работе предложено решение нестационарной трехмерной задачи, на основании которого можно судить о возможной структуре возмущенного поля скорости и давления в ламинарном пограничном слое на деформирующейся поверхности.

1. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ И ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ

Для определения волновой и вихревой структуры потока, которая формируется при обтекании деформированной или деформирующейся поверхности, воспользуемся классической нестационарной системой уравнений Навье–Стокса и уравнением неразрывности для несжимаемой среды в переменных скорость – давление в декартовой системе координат:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} + W \frac{\partial U}{\partial z} =$$

$$= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \right);$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} + W \frac{\partial V}{\partial z} =$$

$$= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \right);$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} + U \frac{\partial W}{\partial x} + V \frac{\partial W}{\partial y} + W \frac{\partial W}{\partial z} =$$

$$= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + \nu \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} \right);$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} = 0,$$

где ρ, ν – соответственно плотность и кинематическая вязкость среды.

Рассмотрим возмущенный трехмерный поток, который формируется при обтекании плоской деформированной или деформирующейся поверхности. В направлении x и z принимаем условия периодичности, а вдали по нормали от поверхности условия невозмущенного потока и условия прилипания на поверхности:

$$U|_{y=\infty} = \bar{U}_0; V|_{y=\infty} = W|_{y=\infty} = 0; \quad (2)$$

$$U|_{y=s} = F_x; V|_{y=s} = F_y; W|_{y=s} = F_z,$$

где $\vec{F} = \{F_x, F_y, F_z\}$ – вектор скорости смещения обтекаемой поверхности.

Рассмотрим систему координат x_1, x_2, x_3 , связанную с деформирующейся поверхностью:

$$x_1 = x - \xi_1(x, 0, z, t);$$

$$x_2 = y - \xi_2(x, 0, z, t); \quad (3)$$

$$x_3 = z - \xi_3(x, 0, z, t);$$

где (x, y, z) – абсолютная система координат; ξ_i – амплитуды смещающейся поверхности относительно невозмущенной поверхности $y = 0$.

Если в подвижной системе координат ввести относительный вектор скорости

$$\vec{U} = \{U - \eta_1, V - \eta_2, W - \eta_3\}, \quad (4)$$

здесь U, V, W – компоненты абсолютного вектора скорости; $\eta_i = \frac{\partial \xi_i}{\partial t}$ – компоненты вектора смещения деформирующейся поверхности, то уравнение неразрывности и векторное уравнение Навье–Стокса принимают вид:

$$\nabla \cdot \vec{U} = - \left(\frac{\partial \eta_1}{\partial x} + \frac{\partial \eta_3}{\partial z} \right) + \frac{\partial \xi_1}{\partial x} \cdot \nabla U_1 + \frac{\partial \xi_3}{\partial z} \cdot \nabla U_3. \quad (5)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + (\vec{U} \cdot \nabla) \vec{U} + \nabla P - \frac{1}{Re} \Delta \vec{U} = \\ & = \eta_1 \left(\frac{\partial}{\partial x} \vec{\xi} \cdot \nabla \right) \vec{U} + \eta_3 \left(\frac{\partial}{\partial z} \vec{\xi} \cdot \nabla \right) \vec{U} + \quad (6) \\ & + U_1 \left(\frac{\partial}{\partial x} \vec{\xi} \cdot \nabla \right) \vec{U} + U_3 \left(\frac{\partial}{\partial z} \vec{\xi} \cdot \nabla \right) \vec{U} - \left(\frac{\partial \vec{\eta}}{\partial t} + (\vec{U}_{xz} \cdot \nabla_{xz}) \vec{\eta} \right) - \\ & - (\vec{\eta}_{xz} \cdot \nabla_{xz}) \vec{\eta} + (\nabla P \cdot \nabla_{xz}) \vec{\xi} + \frac{1}{Re} \Delta_{xz} \vec{\eta} + \frac{1}{Re} N_{xz} \vec{U} - \\ & - \frac{2}{Re} \left[\left(\frac{\partial}{\partial x} \vec{\xi} \cdot \nabla \right) \frac{\partial \vec{U}}{\partial x} + \left(\frac{\partial}{\partial z} \vec{\xi} \cdot \nabla \right) \frac{\partial \vec{U}}{\partial z} \right] - \\ & - \frac{1}{Re} \left[\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} \vec{\xi} \cdot \nabla \right) \vec{U} + \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} \vec{\xi} \cdot \nabla \right) \vec{U} \right]; \end{aligned}$$

где ∇ – оператор градиента; Δ – оператор Лапласа; $\nabla_{xz} = \frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{k}$ – плоский оператор градиента в плоскости xOz ; \vec{U}_{xz} – проекция вектора скорости на невозмущенную плоскость xOz ; оператор $N_{xz} = \left\{ \left(\frac{\partial \xi_i}{\partial x} \frac{\partial \xi_j}{\partial x} + \frac{\partial \xi_i}{\partial z} \frac{\partial \xi_j}{\partial z} \right) \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \right\}$; $\Delta_{xz} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ – плоский оператор Лапласа в плоскости xOz ; $Re = \frac{U_0 L}{\nu}$.

Уравнение Пуассона для давления в абсолютной системе координат для несжимаемой жидкости имеет вид:

$$\begin{aligned} \Delta P = \rho \left(\frac{\partial U}{\partial y} \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial z} \frac{\partial W}{\partial x} + \frac{\partial W}{\partial y} \frac{\partial V}{\partial z} - \right. \quad (7) \\ \left. - \frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial V}{\partial y} - \frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial W}{\partial z} - \frac{\partial W}{\partial z} \frac{\partial V}{\partial y} \right), \end{aligned}$$

в подвижной системе координат это уравнение в безразмерном виде записывается как:

$$\begin{aligned} \Delta P = G(P) \rho \left[J_1(\vec{U}) + J_2(\vec{U}, \vec{\eta}) - J_2(\vec{U}, \vec{\xi}) - \right. \\ \left. - J_2(\vec{U}, \vec{\xi}, \vec{\eta}) + J_3(\vec{\eta}) \right], \quad (8) \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} G = \left(\frac{\partial \xi_i}{\partial x} \frac{\partial \xi_j}{\partial x} - \frac{\partial \xi_i}{\partial z} \frac{\partial \xi_j}{\partial z} \right) \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} - \\ - 2 \left(\frac{\partial \xi_i}{\partial x} \frac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_i} + \frac{\partial \xi_i}{\partial z} \frac{\partial^2}{\partial x_3 \partial x_i} \right) - \\ - \left(\frac{\partial^2 \xi_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi_i}{\partial z^2} \right) \frac{\partial}{\partial x_i}; \\ J_1(\vec{U}) = \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \frac{\partial U_j}{\partial x_i} - \frac{\partial U_j}{\partial x_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_i}, \quad (i \neq j); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} J_2(\vec{U}, \vec{\eta}) = \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \frac{\partial \eta_i}{\partial x_i} - \frac{\partial U_i}{\partial x_i} \frac{\partial \eta_j}{\partial x_j}, \\ (i \neq j, j \neq 2); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} J_2(\vec{U}, \vec{\xi}) = \frac{\partial \xi_k}{\partial x_j} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_k} \frac{\partial U_j}{\partial x_i} - \frac{\partial U_j}{\partial x_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_i} \right), \\ (i \neq j, j \neq 2); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} J_2(\vec{U}, \vec{\xi}, \vec{\eta}) = \frac{\partial \xi_k}{\partial x_j} \left(\frac{\partial \eta_j}{\partial x_i} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} - \frac{\partial \eta_i}{\partial x_i} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} \right), \\ (i \neq j, j \neq 2); \end{aligned}$$

$$J_3(\vec{\eta}) = \frac{\partial \eta_1}{\partial x_3} \frac{\partial \eta_3}{\partial x_1} - \frac{\partial \eta_1}{\partial x_1} \frac{\partial \eta_3}{\partial x_3}.$$

На подвижной поверхности выполняются условия прилипания и непротекания и для компонент относительной скорости получают нулевые граничные условия:

$$U_i|_{x_2=0} = 0;$$

а возмущенные граничные условия переносят вдале от обтекаемой поверхности:

$$\begin{aligned} U_1|_{x_2=\infty} = U_0 - \frac{\partial \xi_1}{\partial t} |_{x_2=0}; \\ U_2|_{x_2=\infty} = - \frac{\partial \xi_2}{\partial t} |_{x_2=0}; \quad (9) \\ U_3|_{x_2=\infty} = W_\infty - \frac{\partial \xi_3}{\partial t} |_{x_2=0}. \end{aligned}$$

Для направления x и z необходимо выполнение условий периодичности.

До настоящего момента не делалось никаких ограничений ни на величину деформации поверхности, ни на скорость ее изменения. Для каждой конкретной задачи эти условия могут оговариваться дополнительно.

Введение деформирующейся системы координат, даже для малых амплитуд смещения поверхности, в районе обтекаемой поверхности имеет свои преимущества в силу того, что эта область больших градиентов, и где, как правило, расчетные сетки имеют существенное сгущение узлов, и амплитуда смещения поверхности больше расчетного шага по нормали к поверхности. В этом случае разностный шаблон у обтекаемой поверхности всегда остается согласованным с поверхностью.

Вдали от обтекаемой поверхности, где задается внешнее граничное условие, смещением поверхности можно пренебречь при малости амплитуд

колебания поверхности по сравнению с большим последним расчетным шагом, либо рассмотреть деформирующуюся расчетную область, когда амплитуда колебания поверхности сопоставима с величиной расчетной области [16, 26].

Рассмотрим возмущенное относительно одномерного профиля скорости $U\{U(x_2), 0, 0\}$ исходное плоское течение:

$$\begin{aligned} U_1 &= U(x_2) + u_1(\vec{x}, t); \\ U_2 &= u_2(\vec{x}, t); \\ U_3 &= u_3(\vec{x}, t); \\ P &= p(\vec{x}, t). \end{aligned} \quad (10)$$

Представлять решение в таком виде имеет смысл только в том случае, когда амплитуды возмущений поверхности малы по сравнению с толщиной пограничного слоя, длины волн этих возмущений больше вязких масштабов $1_\nu = \nu/u_*$, а частоты колебаний меньше вязких частот пограничного слоя $\omega_\nu = u_*^2/\nu$, где u_* – динамическая скорость.

Уравнение неразрывности и векторное уравнение Навье-Стокса относительно вектора возмущения скорости записываются в виде:

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \vec{u} &= - \left(\frac{\partial \eta_1}{\partial x} + \frac{\partial \eta_3}{\partial z} \right) + \frac{\partial \vec{\xi}}{\partial x} \cdot \nabla u_1 + \\ &+ \frac{\partial \vec{\xi}}{\partial z} \cdot \nabla u_3 + \frac{\partial \xi_2}{\partial x} \frac{\partial U}{\partial x_2}; \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + U \frac{\partial \vec{u}}{\partial x_1} + \nabla p + (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} + u_2 \frac{\partial U}{\partial x_2} \vec{i} - \frac{1}{Re} \Delta \vec{u} &= \\ = \eta_1 \left(\frac{\partial}{\partial x} \vec{\xi} \cdot \nabla \right) \vec{u} + \eta_3 \left(\frac{\partial}{\partial z} \vec{\xi} \cdot \nabla \right) \vec{u} + \\ + u_1 \left(\frac{\partial}{\partial x} \vec{\xi} \cdot \nabla \right) \vec{u} + u_3 \left(\frac{\partial}{\partial z} \vec{\xi} \cdot \nabla \right) \vec{u} - \\ - \left(\frac{\partial \vec{\eta}}{\partial t} + (\vec{u}_{xz} \cdot \nabla_{xz}) \vec{\eta} \right) - \\ - U \left(\frac{\partial \xi_2}{\partial x} \cdot \nabla \right) \vec{u} + u_1 \frac{\partial \xi_2}{\partial x} \frac{\partial U}{\partial x_2} \vec{i} - \\ - (\vec{\eta}_{xz} \cdot \nabla_{xz}) \vec{\eta} + (\nabla p \cdot \nabla_{xz}) \vec{\xi} + \frac{1}{Re} \Delta_{xz} \vec{\eta} + \frac{1}{Re} N_{xz} \vec{u} + I(U, \vec{\xi}) - \\ - \frac{2}{Re} \left[\left(\frac{\partial}{\partial x} \vec{\xi} \cdot \nabla \right) \frac{\partial}{\partial x_1} \vec{u} + \left(\frac{\partial}{\partial z} \vec{\xi} \cdot \nabla \right) \frac{\partial}{\partial x_3} \vec{u} \right] - \\ - \frac{1}{Re} \left[\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} \vec{\xi} \cdot \nabla \right) \vec{u} + \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} \vec{\xi} \cdot \nabla \right) \vec{u} \right], \end{aligned} \quad (12)$$

где

$$\begin{aligned} I(U, \vec{\xi}) &= -U \frac{\partial \vec{\eta}}{\partial x} + \left(U \frac{\partial \xi_2}{\partial x} \frac{\partial U}{\partial x_2} + \frac{1}{Re} \left(\left(\frac{\partial \xi_2}{\partial x} \right)^2 + \right. \right. \\ &+ \left. \left. \left(\frac{\partial \xi_2}{\partial z} \right)^2 \right) \frac{\partial^2 U}{\partial x_2^2} - \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 \xi_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi_2}{\partial z^2} \right) \frac{\partial U}{\partial x_2} \right) \vec{i}. \end{aligned}$$

С граничными условиями:

$$u_i|_{x_2=0} = 0; \quad u_i|_{x_2=\infty} = -\eta_i.$$

Неоднородные граничные условия на удаленной границе от обтекаемой поверхности делают эту задачу эквивалентной задаче о взаимодействии внешних вихревых и волновых возмущений с пограничным слоем (задача восприимчивости пограничного слоя) [23], если пренебречь дополнительными слагаемыми в правой части уравнений, но как видно, даже из линеаризованной задачи, пренебрегать этими членами нельзя.

Любое волновое воздействие на пограничный слой определяется амплитудой воздействия, длиной волны и скоростью ее распространения. При малых амплитудах колебания поверхности энергетику воздействия можно скомпенсировать частотой колебания, а при постоянной скорости распространения – длиной волны. Так, при распространении по обтекаемой поверхности бегущей волны

$$\xi_i = A_i \exp(i\alpha x + i\beta z - i\omega t),$$

с волновыми числами α и β и частотой ω , связанных между собой фазовой скоростью $\omega = C_{ph}\alpha$ и малой, относительно толщины пограничного слоя, амплитудой $A_i \sim \varepsilon^k \delta$, (здесь ε – малый параметр; δ – толщина пограничного слоя), в пристенной области пограничного слоя генерируются пульсации скорости, величина которых имеет величину порядка $\sim \omega \varepsilon^k \delta$. Порядок градиентов изменения этих пульсаций в плоскости распространения волны определяется соответствующим волновым числом:

$$\left[\frac{\partial^2 \xi_i}{\partial x \partial t} \right] \sim \alpha \omega \varepsilon^k \delta.$$

Поэтому, чтобы порядок величины генерированных пульсаций скорости был порядка скорости потока U_0 , частота осцилляций поверхности должна быть $\omega \sim \frac{U_0}{\delta} \varepsilon^{-k}$, и, выбирая в качестве малого параметра обратное число Рейнольдса $\varepsilon = \frac{1}{Re}$, имеем $\omega \sim \frac{U_0}{\delta} Re^k$, а величины градиентов пульсаций скоростей в плоскости распространения волны с фазовой скоростью, близкой скорости потока, соответствовали градиенту средней скорости в

нормальном направлении, волновое число поверхностного возмущения должно составлять:

$$\alpha \sim \beta \sim \sqrt{\frac{U_0 \operatorname{Re}^{k/2}}{C_f \delta}}.$$

Поэтому при рассмотрении задачи активного управления пристенным течением за счет воздействия на него когерентных возмущений с полученными параметрами линеаризация по малому амплитудному параметру некорректна и необходимо учитывать нелинейные члены в системе уравнений (9)–(10). Однако решать ее чрезвычайно сложно, и, учитывая, что стремление сохранить уровень энергетического воздействия приводит нас в диссипативную часть спектра, где возмущения стохастичны и изотропны даже в пристенной части пограничного слоя области, идея активного когерентного воздействия на турбулентный поток за счет малых высокочастотных осцилляций кажется бесперспективной.

Однако, учитывая нестационарный характер возмущений в пристенной части турбулентного пограничного слоя на жесткой гладкой поверхности, определяемый интенсивными периодически низкочастотными выбросами заторможенной в пристенной области жидкости во внешнюю область пограничного слоя, высокочастотные колебания поверхности могут увеличить частоту выбросов из вязкого подслоя, но уменьшить их интенсивность. Это и изменит низкочастотную частотную часть спектра пульсаций скорости, участвующей в отборе энергии от осредненного течения, и, следовательно, приведет к уменьшению сопротивления трения.

Вместе с тем, на стадии перехода, когда возмущения в пограничном слое малы по величине и низкочастотны (волна Толлмина–Шлихтинга или возмущения других сценариев перехода), малые возмущения обтекаемой поверхности могут непосредственно взаимодействовать с возмущениями пограничного слоя.

В силу того, что мы предположили не только малость амплитуд, но и малость частот и волновых чисел осциллирующей поверхности, в уравнениях для возмущенных скоростей можно пренебречь взаимодействием пульсаций скоростей с возмущениями поверхности и взаимодействием между собой, сохраняя члены первого порядка малости. Система уравнений в этом случае существенно упрощается:

$$\nabla \cdot \vec{u} = - \left(\frac{\partial \eta_1}{\partial x} + \frac{\partial \eta_3}{\partial z} \right) + \frac{\partial \xi_2}{\partial x} \frac{\partial U}{\partial x_2}; \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + U \frac{\partial \vec{u}}{\partial x_1} + \nabla p + u_2 \frac{\partial U}{\partial x_2} \vec{i} - \frac{1}{\operatorname{Re}} \Delta \vec{u} = \\ = - \frac{\partial \vec{\eta}}{\partial t} - U \frac{\partial \vec{\eta}}{\partial x} + \frac{1}{\operatorname{Re}} \Delta_{xz} \vec{\eta} + I_1(U, \vec{\xi}) \vec{i}, \end{aligned} \quad (14)$$

где

$$\begin{aligned} I_1(U, \vec{\xi}) = -U \frac{\partial \xi_2}{\partial x} \frac{\partial U}{\partial x_2} - \\ - \frac{1}{\operatorname{Re}} \left(\frac{\partial^2 \xi_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi_2}{\partial z^2} \right) \frac{\partial U}{\partial x_2}. \end{aligned}$$

С граничными условиями:

$$u_i|_{x_2=0} = 0; \quad u_i|_{x_2=\infty} = -\eta_i. \quad (15)$$

В результате имеем линейную неоднородную систему уравнений с детерминированной правой частью, характеризуемой возмущениями деформированной поверхности и взаимодействием этих возмущений со средним течением.

Решение краевой задачи (13)–(15) можно представить в виде суммы

$$u_i = \tilde{u}_i + u'_i,$$

где \tilde{u}_i – общее (собственное) решение однородной системы уравнений с однородными граничными условиями:

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0, \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + U \frac{\partial \vec{u}}{\partial x_1} + \nabla \tilde{p} + \tilde{u}_2 \frac{\partial U}{\partial x_2} \vec{i} - \frac{1}{\operatorname{Re}} \Delta \vec{u} = 0, \\ u_i|_{x_2=0} = u_i|_{x_2=\infty} = 0; \end{aligned}$$

и частного решения u'_i следующей неоднородной системы уравнений с неоднородными граничными условиями:

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \vec{u}' = - \left(\frac{\partial \eta_1}{\partial x} + \frac{\partial \eta_3}{\partial z} \right) + \frac{\partial \xi_2}{\partial x} \frac{\partial U}{\partial x_2}; \\ \frac{\partial \vec{u}'}{\partial t} + U \frac{\partial \vec{u}'}{\partial x_1} + \nabla p' + u'_2 \frac{\partial U}{\partial x_2} \vec{i} - \frac{1}{\operatorname{Re}} \Delta \vec{u}' = \\ = - \frac{\partial \vec{\eta}}{\partial t} - U \frac{\partial \vec{\eta}}{\partial x} + \frac{1}{\operatorname{Re}} \Delta_{xz} \vec{\eta} + I_1(U, \vec{\xi}) \vec{i}, \quad (17) \\ u'_i|_{x_2=0} = 0; \quad u'_i|_{x_2=\infty} = -\eta_i. \end{aligned}$$

Краевая задача (16) в двумерном случае – это классическая задача Орра–Зоммерфельда (Orr–Sommerfeld) на собственные значения с огромной библиографией [27]. Воспользовавшись теоремой Сквайра (Н. В. Squire), можно остановиться только на двумерном случае, рассматривая задачу устойчивости пограничного слоя. Однако, как показывают последние экспериментальные работы,

и в плоском пограничном слое существуют другие сценарии перехода, когда возникают продольные вихревые структуры и переход к турбулентному пограничному слою происходит, минуя стадию развития плоской волны Толлмина–Шлихтинга [6, 10, 29, 33].

Рассмотрим частное решение краевой задачи (17) на деформирующейся поверхности, компоненты вектора смещения ξ_i которой заданы в виде бегущей волны:

$$\xi_i = A_1 \exp(i\alpha x + i\beta z - i\omega t),$$

искомое частное решение также представляем в виде:

$$u'_i = u_i(x_2) \exp(i\alpha x + i\beta z - i\omega t),$$

$$p' = p(x_2) \exp(i\alpha x + i\beta z - i\omega t).$$

После несложных преобразований, приводящих рассматриваемую задачу к неоднородному уравнению Орра–Зомерфельда, получаем

$$\frac{1}{\text{Re}} [u_2^{IV} - 2\gamma^2 u_2'' + \gamma^4 u_2] - \quad (18)$$

$$-i\alpha [(U - c)(u_2'' - \gamma^2 u_2) - U'' u_2] = F(\alpha, \beta, c, U),$$

где

$$F = A_2 \left[\frac{i\alpha}{\text{Re}} (U^{IV} + c\gamma^4) + 2\alpha^2 (UU')' - \right. \\ \left. - \alpha^2 c (U'' + \gamma^2 (U - c)) \right]; \\ \gamma^2 = \alpha^2 + \beta^2,$$

с граничными условиями:

$$u_2(0) = 0; u_2'(0) = -\alpha c(\alpha A_1 + \beta A_3) + i\alpha A_2 U'(0); \\ u_2(\infty) = i\omega A_2; \quad u_2^\infty = 0. \quad (19)$$

Обращает на себя внимание тот факт, что при линеаризации зависимость вертикальной компоненты скорости от продольных и трансверсальных осцилляций обтекаемой поверхности проявляется только через граничные условия и только в условиях осциллирующей поверхности. При обтекании волнистой поверхности ($c = 0$) плоским потоком возмущения вертикальной скорости при обтекании бесконечной пластины не зависят от ξ_1 и ξ_3 .

При обтекании осциллирующей поверхности, не внося дополнительных ограничений при действительных α, β, c, U , можно принять A_2 тоже действительным. В этом случае решение находится в

виде $u_2 = u_{2r} + iu_{2i}$, которое удовлетворяет системе уравнений:

$$\frac{1}{\text{Re}} (u_{2r}^{IV} - 2\gamma^2 u_{2r}'' + \gamma^4 u_{2r}) + \quad (20)$$

$$+ \alpha [(U - c)(u_{2i}'' - \gamma^2 u_{2i}) - U'' u_{2i}] = Tr;$$

$$\frac{1}{\text{Re}} (u_{2i}^{IV} - 2\gamma^2 u_{2i}'' + \gamma^4 u_{2i}) -$$

$$- \alpha [(U - c)(u_{2r}'' - \gamma^2 u_{2r}) - U'' u_{2r}] = Ti;$$

где

$$Tr = 2\alpha^2 (UU')' - \alpha^2 c (U'' + \gamma^2 (U - c));$$

$$Ti = \frac{\alpha}{\text{Re}} (U^{IV} + c\gamma^4).$$

Действительная и мнимая части искомого частного решения удовлетворяют следующим граничным условиям:

$$u_{2r}(0) = 0; u_{2r}'(0) = -\alpha c(\alpha \tilde{A}_{1i}) + \beta \tilde{A}_{3i}; \\ u_{2r}(\infty) = 0; u_{2r}'(\infty) = 0; \quad (21)$$

$$u_{2i}(0) = 0; u_{2i}'(0) = -\alpha c(\alpha \tilde{A}_{1r}) + \beta \tilde{A}_{3r} + \alpha U'(0);$$

$$u_{2i}(\infty) = \alpha c; u_{2i}'(\infty) = 0.$$

где

$$\tilde{A}_{1r} + i\tilde{A}_{1i} = \frac{|A_1|}{A_2} e^{i\theta_1}; \\ \tilde{A}_{3r} + i\tilde{A}_{3i} = \frac{|A_3|}{A_2} e^{i\theta_3};$$

$|A_1|$ и $|A_3|$ модули соответствующих смещений, Θ_1 и Θ_3 – соответствующие сдвиги фаз относительно нормального смещения поверхности.

Для произвольного профиля скорости эта задача не имеет простого аналитического решения, но вдали от обтекаемой поверхности, где значение средней скорости не меняется и $U = 1$, очевидно простейшее аналитическое частное решение. Положив

$$u_{2r}'' - \gamma^2 u_{2r} = f_r; u_{2i}'' - \gamma^2 u_{2i} = f_i;$$

получаем следующие уравнения:

$$f_r^{IV} - 2\gamma^2 f_r'' + (\gamma^4 + (\alpha(1 - c)\text{Re})^2) f_r = 0;$$

$$f_i^{IV} - 2\gamma^2 f_i'' + (\gamma^4 + (\alpha(1 - c)\text{Re})^2) f_i = \\ = -\alpha c \gamma^2 (\gamma^4 + (\alpha(1 - c)\text{Re})^2).$$

Первое имеет тривиальное частное решение, второе – константу:

$$f_r = 0; f_i = -\alpha c \gamma^2.$$

Таким образом, граничное условие переносится на конечное расстояние от обтекаемой поверхности:

$$\begin{aligned} u_{2r}(0) &= 0; u'_{2r}(0) = -\alpha c(\alpha \tilde{A}_{1i}) + \beta \tilde{A}_{3i}; \\ u_{2r}(1) &= 0; u'_{2r}(1) = 0; \\ u_{2i}(0) &= 0; u'_{2i}(0) = -\alpha c(\alpha \tilde{A}_{1r}) + \beta \tilde{A}_{3r} + \alpha U'(0); \\ u_{2i}(1) &= \alpha c; u'_{2i}(1) = 0. \end{aligned} \quad (22)$$

Краевая задача (20)–(22) сводится к системе обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка, которая решается численно методом ортогональной прогонки[3].

При определенной вертикальной компоненте пульсации скорости значения пульсаций давления определяются по формуле:

$$p = \frac{1}{\gamma^2 Re} (u_2''' - \theta^2 u_2' - i\alpha Re U' u_2) - (\alpha^2 Re(2U - c)U' + i\alpha U''') A_2,$$

а нахождение продольной и трансверсальной компонент пульсаций скорости сводится к решению уравнения второго порядка для компоненты вертикальной завихренности $S_z = \frac{\partial u_1}{\partial x_3} - \frac{\partial u_3}{\partial x_1}$,

$$S_z'' \theta^2 S_z = F,$$

где

$$\begin{aligned} F &= \alpha c \theta^2 \beta A_1 - \alpha A_3 - \\ &- i\beta(\gamma^2 - i\alpha Re U)U' A_2 + i\beta Re u_2 U', \\ \theta^2 &= \gamma^2 + i\alpha Re(U - c). \end{aligned}$$

Тогда продольная и трансверсальная компонента пульсаций скорости записываются в виде:

$$\begin{aligned} u_1 &= \frac{i\alpha}{\gamma^2} u_2' - \frac{i\beta}{\gamma^2} S_z + ic \frac{\alpha^2}{\gamma^2} (\alpha A_1 + \beta A_3) + \frac{\alpha^2}{\gamma^2} U' A_2; \\ u_3 &= \frac{i\beta}{\gamma^2} u_2' + \frac{i\alpha}{\gamma^2} S_z + ic \frac{\alpha\beta}{\gamma^2} (\alpha A_1 + \beta A_3) + \frac{\alpha\beta}{\gamma^2} U' A_2, \end{aligned}$$

где

$$S_z = \frac{1}{\theta} \int_0^{x_2} F(t) sh(\gamma(x_2 - t)) dt.$$

2. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Выбор диапазона изменения параметров $\alpha, \beta, C_{ph}, A_i$ осциллирующей поверхности и числа Рейнольдса для численного анализа формирования вынужденных возмущений в пограничном слое при заданном плоском профиле средней скорости определяется областью перехода в ламинарном пограничном слое:

$$Re_\delta = 1000 \div 4000; \alpha = \tilde{\alpha}\delta = 0.01 \div 1.0;$$

$$\beta = \tilde{\beta}\delta = 0.0001 \div 10; C_{ph} = 0.01 \div 1.0.$$

Таким образом, рассмотрены длинноволновые возмущения поверхности относительно толщины пограничного слоя (волновое число волны Tollmin-Schlichting, отнесенное к толщине вытеснения составляет $\alpha^* = \alpha_{TS}\delta^* = 0.165 \div 0.175$, что при пересчете на толщину пограничного слоя для профиля Блазиуса составляет $0.48 \div 0.51$), амплитуда которых много меньше толщины пограничного слоя, и распространяющиеся с различными фазовыми скоростями по отношению к скорости потока.

В силу линейности задачи без ограничения общности нормировка возмущенного решения проводится по нормальной амплитуде смещения поверхности, поэтому $A_2 = |A_2| = 1$ и в результате определяется влияние единичного возмущения нормального смещения обтекаемой поверхности и относительное влияние продольных A_1 и трансверсальных A_3 смещений поверхности на возмущения скорости и давления в пограничном слое в приведенном диапазоне изменения волновых чисел и фазовых скоростей.

На рис. 4 приведены величины амплитуд пульсаций скоростей при генерации на обтекаемой поверхности плоской волны ($\beta = 0.001$) различных длин волн $\lambda/\beta = 2\pi \div 20\pi$ и двумерной волны с волновым числом в трансверсальном направлении, равном продольному волновому числу ($\beta = \alpha$), что, как правило, соответствует реальному отклику вязко-упругого покрытия на возмущения потока. Обращает на себя внимание существенное отличия в величинах амплитуд продольной пульсации скорости и распределения ее по толщине пограничного слоя в зависимости от вида деформации, при этом практически не изменяется вертикальная компонента скорости и появление трансверсальной компоненты пульсации скорости при генерации двумерного возмущения поверхности.

При рассмотрении плоской задачи невозможно учесть не только локальность возмущения в трансверсальном направлении, но и поток энергии в

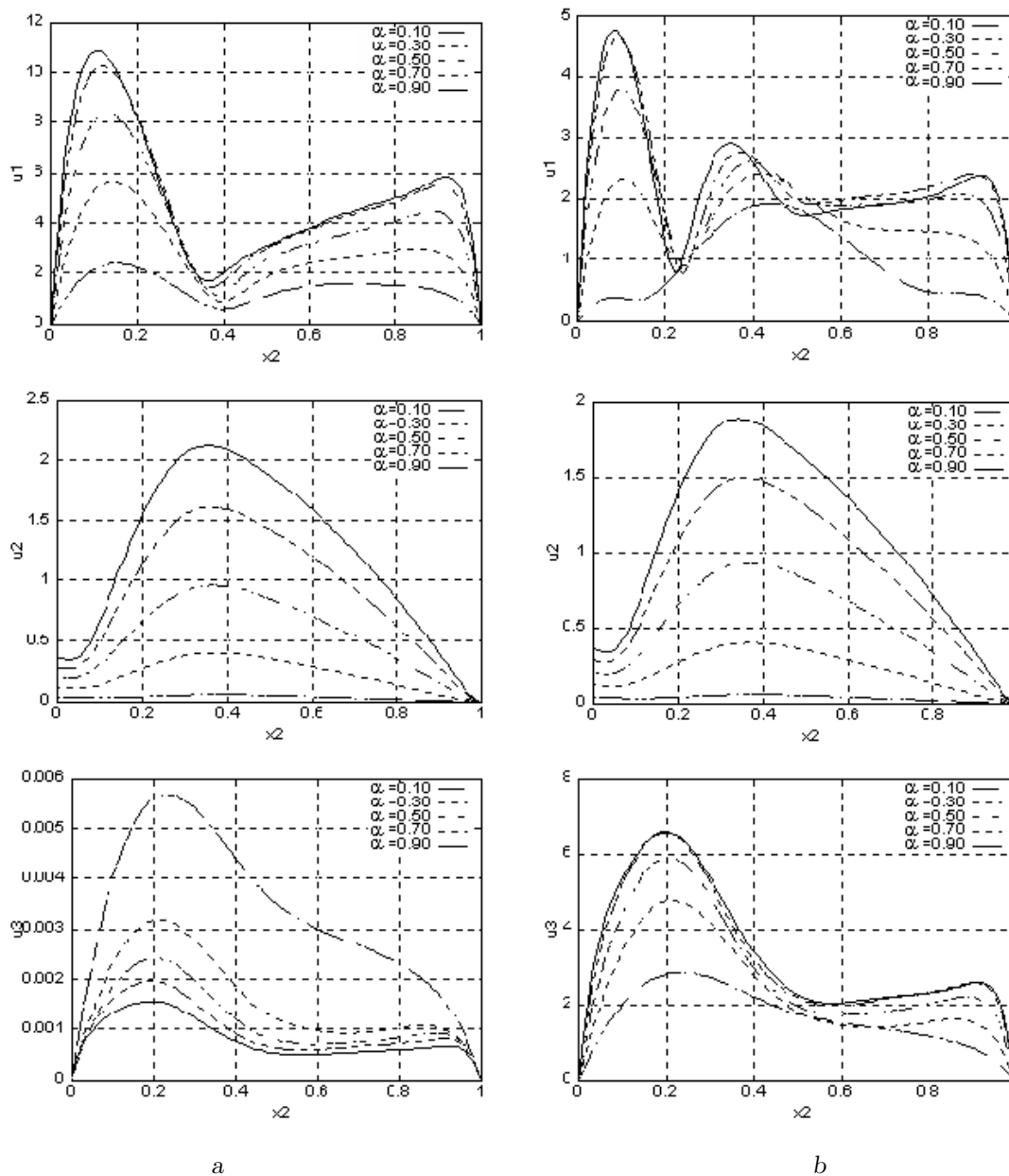


Рис. 4. Амплитуды возмущений яркости u_i в пограничном слое при $Re=2500$, $C_{ph} = 0.5$; а – плоские волны – $\rho=0.0001$; б – $\beta_01 \div 0.9$

трансверсальном направлении, что практически в два раза уменьшает скорость восприятия и поглощения покрытием нормальной нагрузки пульсаций давления [31].

С увеличением волнового числа растет величина скорости колебания поверхности, и если пропорционально ему растет вертикальная компонента пульсации скорости, то зависимость продольной компоненты пульсации скорости от волнового числа при постоянной амплитуде деформации по-

верхности и постоянном градиенте средней скорости более сложная. Резкий рост амплитуды при изменении волнового числа до 0.3, а затем медленное изменение величины максимума пульсаций скорости с приближением его к поверхности, что говорит о том, что граничные условия Бенжамина (Benjamin),

$$u_1|_{x_2=0} = \frac{\partial \xi_1}{\partial t} - \xi_2 U'(0),$$

получаемые за счет линеаризации граничных

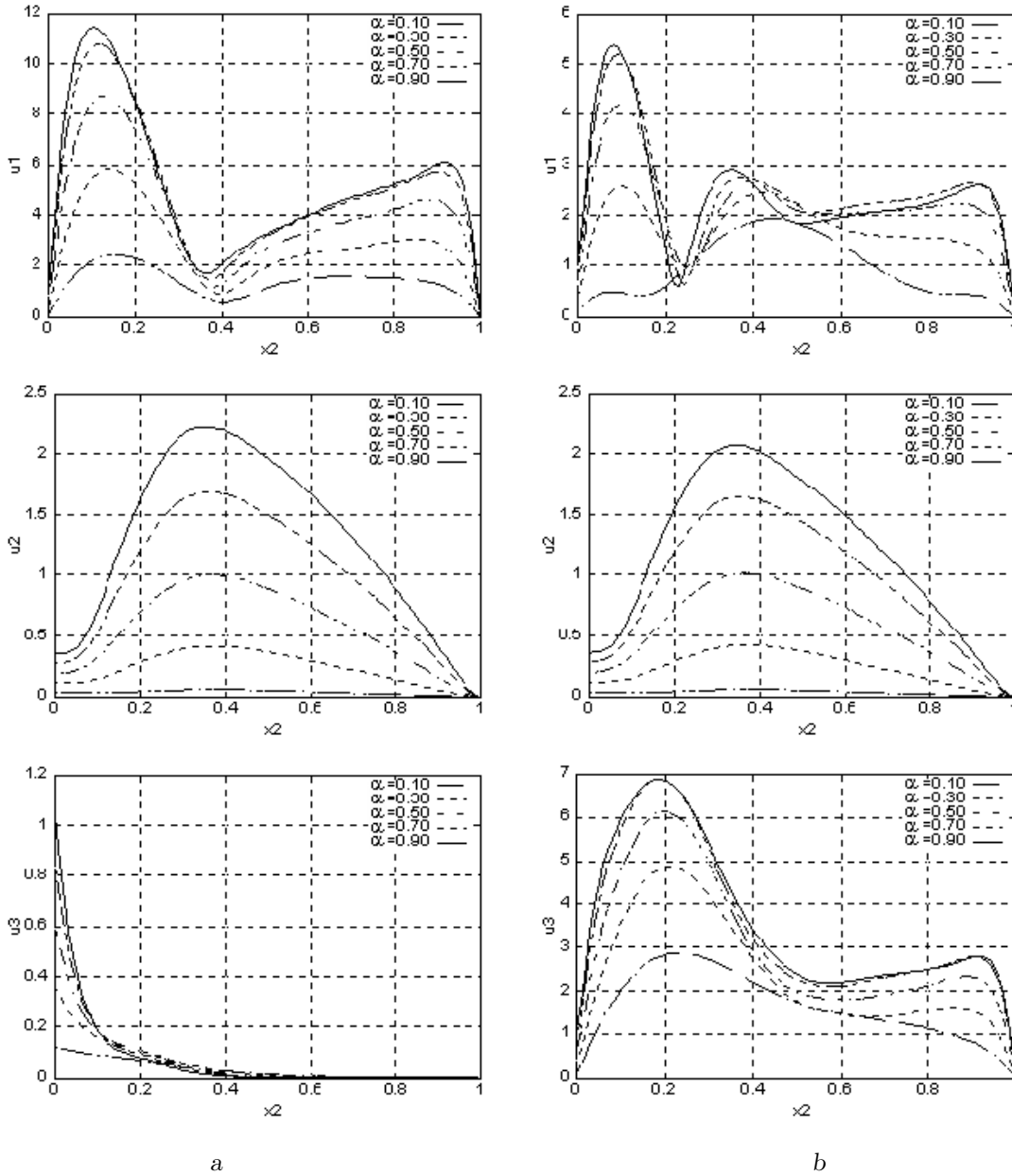


Рис. 5. Амплитуды возмущений яркости u_i в пограничном слое при $Re=2500$ и $A_1 = 3A_2\ell^{i\frac{\pi}{2}}$; $A_3 = 3A_2\ell^{i\frac{\pi}{2}}$; а – плоские волны $\beta = 0.0001$; б – $\beta = 0.1 \div 0.9$

условий при снесенні їх на невозмущенную границу, выполняются только в определенном диапазоне волновых чисел. Это вполне понятно, так как отражает несимметричность потока при прогибе поверхности в сторону пограничного слоя и наоборот. Но вместе с тем, это граничное условие отражает главную особенность генерации возмущений в пограничном слое (в градиентном потоке) – малые нормальные осцилляции обтекаемой поверхности порождают значительные продольные

пульсации скорости, пропорциональные амплитуде и градиенту осредненной скорости.

Этот эффект наблюдается как при плоской волне на обтекаемой поверхности, так и двумерной. При учете продольного смещения и трансверсального смещения при $Re=2500$ в данном диапазоне волновых чисел заметные отклонения в амплитудных характеристиках пульсаций скорости происходят при $A_i > 3A_2$ и только у обтекаемой поверхности (рис. 5).

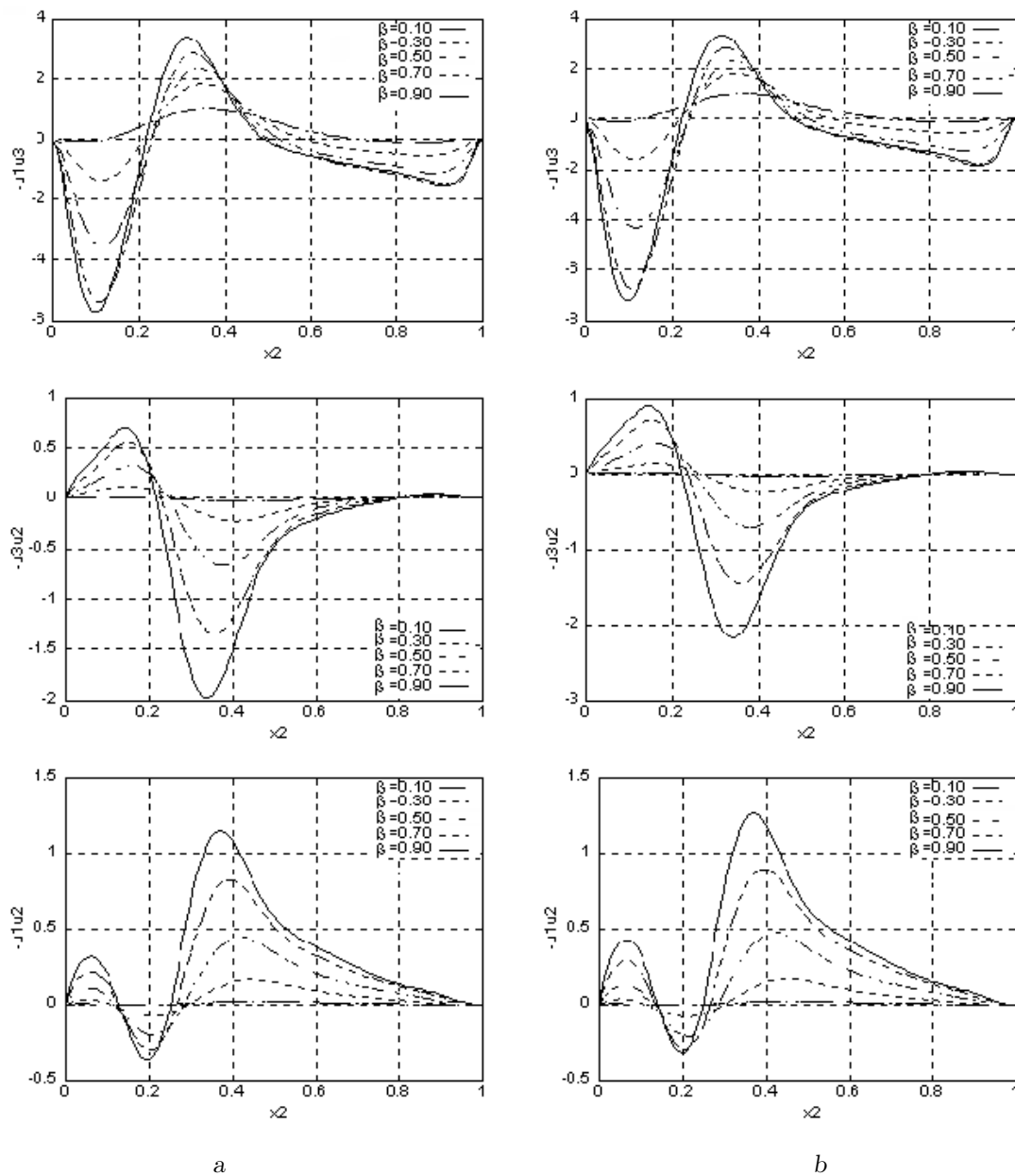


Рис. 6. Корреляции возмущений скорости $\overline{u_i u_j}$ при $Re=2500$, $C_{ph} = 0.5$; $\beta = 0.1 \div 0.9$; *a* – $A_1 = A_3 = 0$; *б* – $A_1 = A_3 = 3A_2 \ell^{i \frac{\pi}{2}}$

Величины корреляций пульсаций скоростей $-\overline{u_1 u_2}$, $-\overline{u_1 u_3}$ и $-\overline{u_3 u_2}$ при фиксированном числе Рейнольдса и фазовой скорости существенно зависят от величины волнового числа только в окрестности точки пограничного слоя, где местная скорость равна фазовой скорости, и практически не зависят от продольного и трансверсального смещения поверхности (рис. 6).

Величины корреляций пульсаций давления и пульсаций скоростей при таких же параметрах

представлены на (рис. 7).

Уравнение осредненного по длине волны и по периоду баланса пульсационной энергии вынужденных колебаний в рассматриваемом приближении для плоского пограничного слоя при генерации гармонических колебаний поверхностью существенно упрощается. В уравнении баланса сохраняются только потоки в нормальном направ-

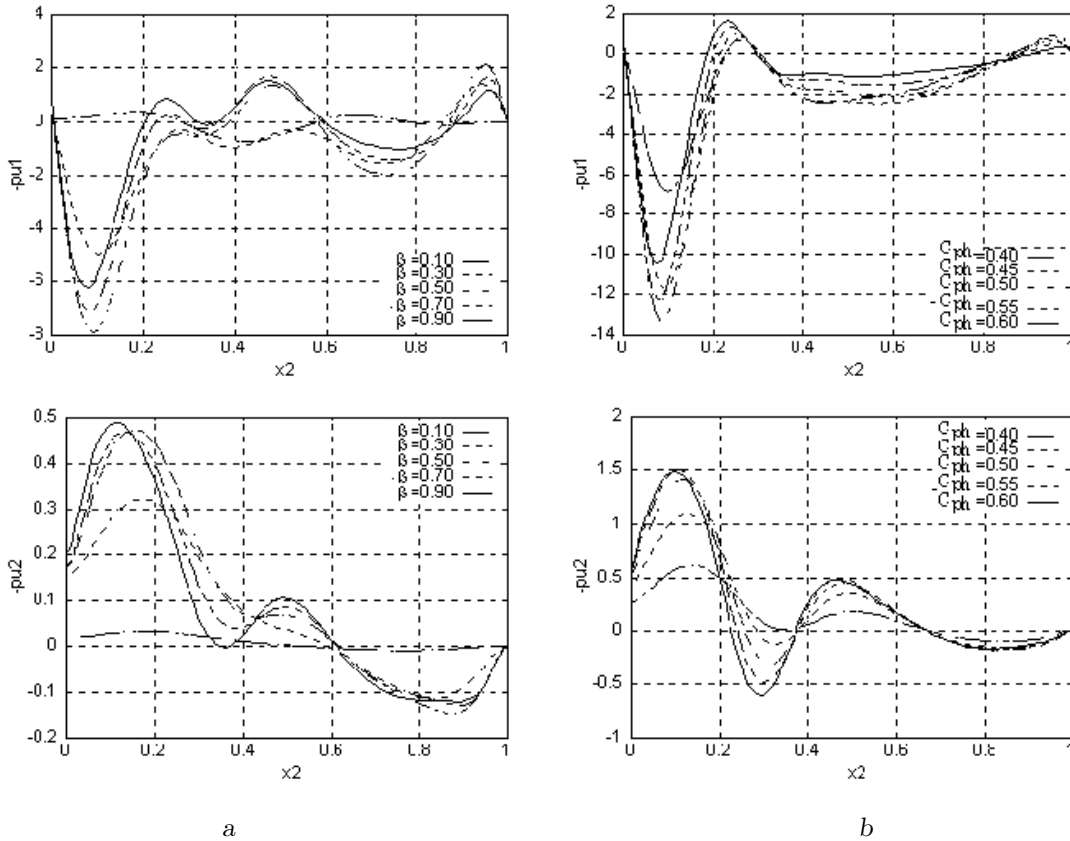


Рис. 7. Корреляция возмущений скорости и давления при $Re=2500$: $a - C_{ph} = 0.5, \alpha = \beta = 0.1 \div 0.9$; $b - C_{ph} = 0.4 \div 0.6, \alpha = \beta = 0.5$

лении к поверхности, диссипация и порождение:

$$-\frac{\partial \overline{u_2 p}}{\partial x_2} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 k}{\partial x_2^2} - \frac{1}{Re} \overline{\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right)^2} - \overline{u_1 u_2} \frac{\partial U}{\partial x_2} = 0,$$

где $k = \frac{1}{2}(\overline{u_1^2} + \overline{u_2^2} + \overline{u_3^2})$ – энергия вынужденных колебаний в пограничном слое.

Поэтому, если проинтегрировать уравнение пульсационного баланса энергии поперек толщины пограничного слоя, принимая во внимание, что вдали от пограничного слоя течение не возмущено, то будем иметь:

$$\overline{u_2 p}|_{x_2=0} - \frac{1}{Re} \frac{\partial k}{\partial x_2}|_{x_2=0} - \frac{1}{Re} \int_0^\infty \overline{\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right)^2} dx_2 + \int_0^\infty (-\overline{u_1 u_2}) \frac{\partial U}{\partial x_2} dx_2 = 0.$$

Первые два члена этого уравнения характеризуют диффузионные потоки на деформирующейся

границе, и если на поверхности вязко-упругого покрытия, деформирующейся под действием пульсаций давления, диффузионный поток давления всегда направлен в покрытие и определяется скоростью поглощения пульсационной энергии в покрытии, то на активно колеблющейся поверхности диффузионный поток не всегда направлен в пограничный слой. В установившемся потоке это не приводит к противоречию, так как диссипация уравновешивается порождением, а в потоке с детерминированными колебаниями тем более.

Изменение фазовой скорости распространения возмущения по обтекаемой поверхности (рис. 8) при фиксированном числе Рейнольдса и длине волны приводит не только к количественному и качественному изменению корреляционных моментов, но к качественному изменению структуры энергетического равновесия в пограничном слое. Так, при изменении знака корреляций $-\overline{u_1 u_2}$ вынужденные пульсации скорости, генерированные поверхностью, отдают энергию колебаний потоку, а при изменении знака корреляции пульсации давления с пульсацией вертикальной скоро-

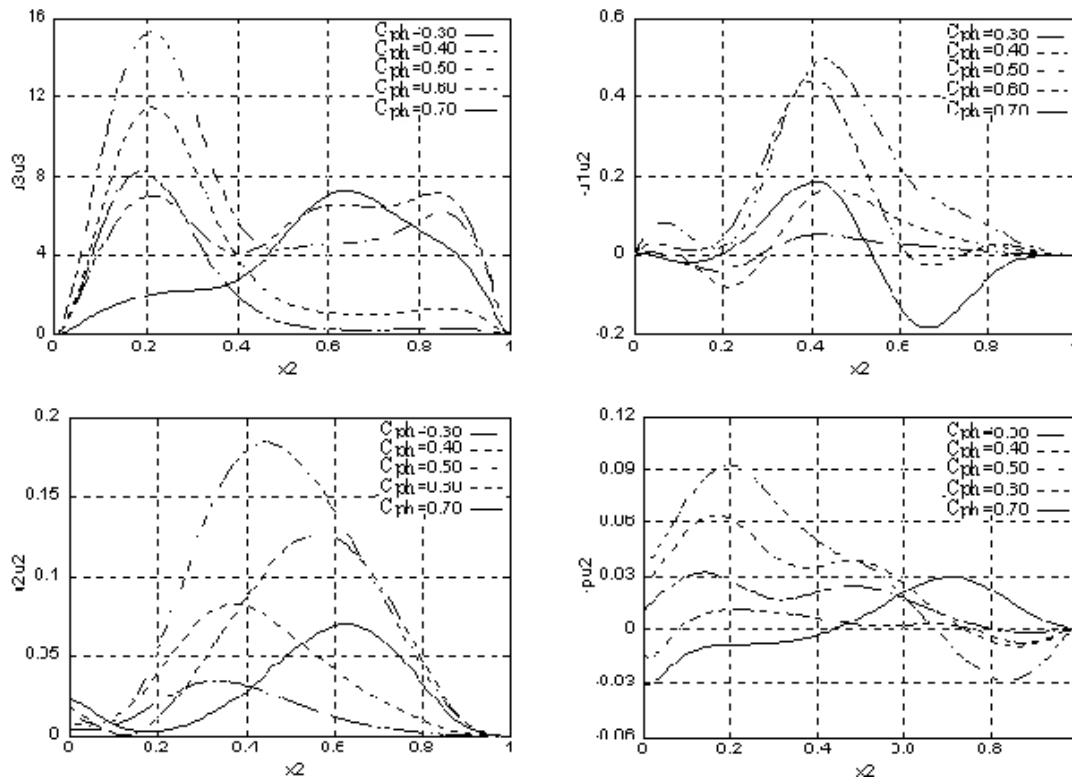


Рис. 8. Корреляционные характеристики возмущений скорости и давления при изменении фазовой скорости при $Re=2500$; $\alpha = \beta = 0.3$; $A_1 = A_2 F_3$

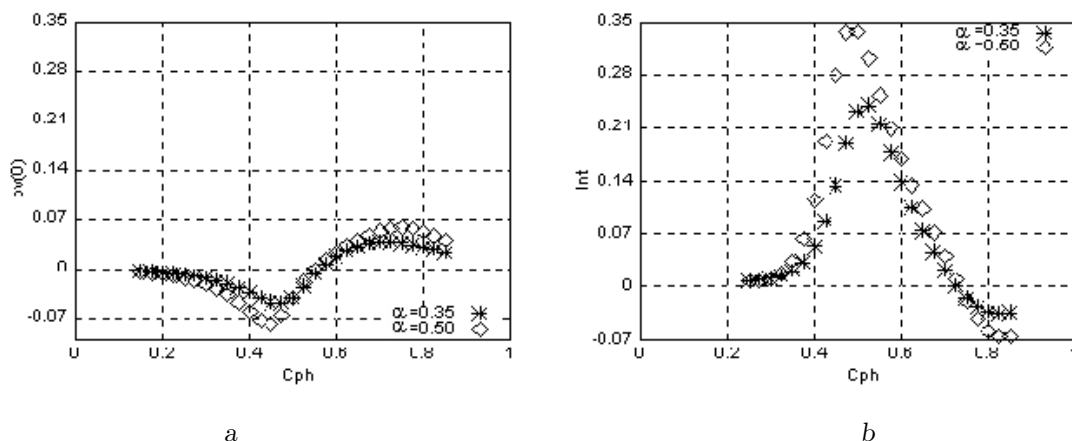
сти колеблющаяся поверхность становится вместо источника энергии возмущений в потоке диссипатором. Причем, как правило, вклад этих двух источников пульсационной энергии в пограничном слое при одном и том же волновом числе и фазовой скорости – разных знаков, но тем не менее суммарная величина энергетического воздействия колеблющейся поверхности определяется членом порождения (рис. 9). Однако необходимо учитывать не только интегральную величину порождения или диссипации, но и распределение этих величин по толщине пограничного слоя, что и определяет в конечном счете обратное влияние колеблющейся поверхности на интегральные характеристики осредненного течения.

Результаты численного эксперимента по изучению трехмерных возмущений в плоском пограничном слое, генерированных трехмерными возмущениями обтекаемой поверхности, показали ожидаемую зависимость интенсивности возмущений, распределение их по толщине пограничного слоя от чисел Re , волновых чисел и фазовой скорости, амплитуд колебания обтекаемой поверхности.

Полученные результаты коррелируют с результатами линейной устойчивости при генерации пло-

ских возмущений из области нейтральных собственных возмущений пограничного слоя. К неожиданным результатам можно отнести существенное изменение продольных пульсаций скорости в зависимости от отношения волновых чисел $q = \beta/\alpha$ – в трансверсальном и в продольном направлениях соответственно. При $q \rightarrow 0$ можно считать возмущения плоскими. При генерации и плоских или трехмерных возмущений при неизменных волновом числе α и фазовой скорости C_{ph} вертикальная компонента пульсации скорости практически не меняется, в то время как при увеличении q существенно меняются не только амплитудные характеристики продольной и трансверсальной компонент пульсации скорости, но их фазовые характеристики, что приводит к существенному изменению корреляций пульсаций скорости, вплоть до изменения их знака.

Эти результаты позволяют проследить направление передачи энергии от одной компоненты пульсаций скорости к другой, а также изменению направления передачи энергии от осредненного течения к пульсационному и наоборот.

Рис. 9. Производство пульсационной энергии в пограничном слое при $Re=2500$; $A_1 = A_2 = A_3$

ВЫВОДЫ

Полученные результаты позволяют с другой стороны взглянуть на результаты плоского анализа развития возмущений в пограничном слое на демпфирующей поверхности вязко-упругого покрытия. В возмущенном пограничном слое на пластине плоский анализ отражает количественную сторону энергетического содержания возмущенного поля скорости. Учет третьей составляющей скорости и трансверсальной составляющей амплитуды колеблющейся поверхности приводит к перераспределению пульсационной энергии между продольной и трансверсальной составляющими скорости, практически не меняя вертикальной составляющей. При этом величины суммарной пульсационной энергии в пограничном слое, полученные при решении плоской и трехмерной задач, практически совпадают. Однако описание реального течения в пограничном слое на деформирующейся под действием возмущений давления и напряжений трения поверхности на основании плоского анализа можно делать только на ранней стадии распространения волны TS. Следовательно, и объяснение механизма снижения сопротивления трения на податливой поверхности за счет изменения скорости нарастания возмущений в пограничном слое нельзя экстраполировать на стадию взаимодействия возмущений между собой.

Это нельзя делать еще и потому, что при "реальном" взаимодействии возмущений потока с поверхностью вязко-упругого слоя по поверхности вязко-упругого слоя с малыми модулями потерь распространяются поверхностные волны, скорость распространения которых определяется не скоростью потока, а сдвиговым модулем материала по-

крытия. При этом поверхностные волны распространяются не только вниз по потоку, но и навстречу потоку, и поперек. И только при обтекании вязко-упругих слоев с большими модулями потерь собственными возмущениями в вязко-упругом слое можно пренебречь, но не потому, что такие волны перестают существовать вообще, а потому что они быстро вырождаются.

Причем на мембранных покрытиях поверхностная волна (первая изгибная мода) существует при любой вязкости мембраны и скорость ее распространения определяется ее изгибной жесткостью мембраны, но ни на одном мембранном покрытии не было получено снижение сопротивления трения. Что косвенно ставит под сомнение идею положительного влияния распространяющейся по поверхности волны на устойчивость потока, так как при этом просходит генерация возмущений потока по всей толщине пограничного слоя.

Покрытие же с большим модулем потерь становится динамически жестким и не воспринимает высокочастотные нагрузки. Поэтому, покрытия на которых получено снижение сопротивления трения, имели средние модули потерь, когда на поверхности существуют быстро затухающие поверхностные волны, то есть процесс существенно аperiодичен по отношению к начальному возмущению.

1. Воропаев Г. А., Бабенко В. В. Турбулентный пограничный слой на эластичной поверхности // Гидромеханика. – 1978. – N 38. – С. 71–77.
2. Воропаев Г. А., Попков В. И. Энергетические и кинематические характеристики распространения волн в вязко-упругом многослойном пологом цилиндре.

- дре // Прикладная механика.– 1986.– 24, N 7.– С. 43–48.
3. Годунов С. К. О численном решении краевых задач для систем линейных обыкновенных дифференциальных уравнений // Успехи математических наук.– 1961.– 16, N 3.– С. 171–175.
 4. Кристенсен Р. Введение в теорию вязкоупругости // М.– Мир.– 1974.– С. 338.
 5. Короткин А. И. Устойчивость ламинарного пограничного слоя в несжимаемой жидкости на упругой поверхности // Изв. АН СССР, Механика жидкости и газа.– 1966.– N 3.– С. 39–44.
 6. Asai M., Minagawa M., Nishioka T. The stability breakdown of near-wall low-speed streaks // J.Fluid Mech.– 2002.– 455.– P. 289–314.
 7. Benjamin T. B. Effects of a flexible boundary on hydrodynamic stability // J. Fluid Mech.– 1960.– Vol. 9.– P. 513–530.
 8. Benjamin T. B. The three-fold classification of unstable disturbances in flexible surfaces bounding inviscid flows // J. Fluid Mech.– Vol. 16.– 1963.– P. 436–450.
 9. Blick E. F., Walters R. R. Turbulent boundary layer characteristics of compliant surfaces // J. Aircraft.– 1968.– v. 5, N 1.– P. 11–16.
 10. Brandt L., Henningsson D. S. Transition of streamwise streaks in zero-pressure-gradient boundary layer // J.Fluid Mech.– 2002.– 472.– C. 229–261.
 11. Carpenter P. The optimization of multiple-panel compliant walls for delay laminar-turbulent transition // AIAA J.– 1993.– 31.– P. 1187–1188.
 12. Choi K.- S. Near-wall structures of turbulent boundary layer with spanwise-wall oscillation // Phys.Fluids.– 2002.– 14.– P. 25–30.
 13. Davies C., Carpenter P. Numerical simulation of the evolution of Tollmien-Schlichting waves over finite compliant panels // J.Fluid Mech.– 1997.– 335.– P. 361–392.
 14. Du Y., Simeonidis V., Karniadakis G. E. Drag reduction in wall-bounded turbulence via a transverse traveling wave // J.Fluid Mech.– 2002.– 457.– P. 1.
 15. Duncan J. H., Waxman A. M., Tulin M. P. The dynamics of waves at the interface between a viscoelastic coating a fluid flow // J. Fluid Mech.– 1985.– Vol. 158.– P. 177–197.
 16. Fasel H., Rist U., Konzelmann U. Numerical investigation of the three-dimensional development in boundary-layer transition // AIAA J.– 1990.– 28.– P. 29–37.
 17. Gad-el-Hak M. The response of elastic and viscoelastic surfaces to a turbulent boundary layer // Tras. ASME E: J. Appl. Mech.– 1986.– 55.– P. 206–211.
 18. Hall M. S. The interaction between a compliant material and an unstable boundary layer flow // J.Computational Physics.– 1988.– 76.– P. 33–41.
 19. Hansen R. J., Hunston D. L., Ni C. C. Reichman M. M. An experimental study of flow-generated waves on a flexible surface // Journal of Sound and Vibration.– 1980.– 68, N 3.– P. 317–334.
 20. Kramer M. O. Boundary layer stabilization by distributed damping // Nav. Eng. J.– 1962.– 74.– P. 341–348.
 21. Langahl M. T. On the stability of laminar incompressible boundary layer over a flexible surface // J. Fluid Mech.– 1962.– Vol. 13.– P. 609–632.
 22. Lissamen P. B. S. Gordon L. H. Turbulent skin friction on compliant surfaces // AIAA Paper.– 1969.– 164.– P. 1–4.
 23. Morkovin M. V., Reshotko E. Dialogue on progress and issues in stability and transition research // Opening Invited Lecture Third IUTAM Symp. on Laminar Turbulent Transition.– Toulouse, France, Sept.– 1989.– P. 1–24.
 24. Nonweiler T. R. F. Qualitative solution of the stability equation for boundary layer in contact with forms of flexible surface // Aeronaut. Res. Council Curr. Pap., ARC Rep.– 1963.– N 22, 670.– P. 3–75.
 25. Oertel Jr. H., Delfs J. Dynamics of localized disturbances in engineering flows: Report on Euromech Colloquium 353 // J. Fluid Mech.– 1997.– vol. 347.– P. 369–374.
 26. Oertel Jr. H., Laurien E. Numerische Strömungsmechanik // Vieweg-Verlag, Braunschweig.– Wiesbaden.– 2002.– P. –.
 27. Schlichting H., Gersten K. Boundary-layer Theory // 8th edition.– Springer-Verlag.– 801.– P. 2000.
 28. Shen L., Zhang X., Yue D. K. P., Triantafyllou M. Turbulent flow over flexible wall undergoing a streamwise traveling wave motion // J.Fluid Mech.– 2003.– 484.– P. 197–221.
 29. Swearingen J. D., Blackwelder R. F. The growth and breakdown of streamwise vortices in the presence of a wall // J.Fluid Mech.– 1987.– 182.– P. 225–290.
 30. Voropayev G. A. Rozumnyuk N. V. Turbulent boundary layer over a compliant surface // High Speed Body Motion in Water.– AGARD Report 827.– 1998.– P. 4.1–4.11.
 31. Voropayev G. A., Zagumennyi Ya. V., May C. Turbulent boundary layer over compliant and deformable surface // ISSDR 2005, May 23–26.– Busan, Korea.– 2005.– P. 447–458.
 32. Wang Z., Yeo K. S., Khoo B. C. On two-dimensional linear waves in Blasius boundary layer over viscoelastic layers // European Journal of Mechanics B/Fluid.– 2006.– 25.– P. 33–58.
 33. White E. B., Saric W. S. Secondary instability of crossflow vortices // J.Fluid Mech.– 2005.– 525.– P. 275–308.
 34. Wiplier O., Ehrenstein U. Numerical simulation of linear and nonlinear disturbance evolution in a boundary layer with compliant walls // Journal of Fluid and Structures.– 2000.– 14.– P. 157–182.
 35. Yeo K. S. Dowling A. P. The stability of inviscid flow over passive compliant wall // J. Fluid Mech.– 1987.– Vol. 183.– P. 265–283.
 36. Yeo K. S., Zhao H. Z. Khoo B. C. Turbulent boundary layer over compliant surface: absolute and convective instabilities // J. Fluid Mech.– 2001.– Vol. 449.– P. 141–168.