

УДК 532.526

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОГРАНИЧНЫХ СЛОЕВ

В. Т. МОВЧАН, Е. А. ШКВАР

Национальный авиационный университет, Киев

Получено 25.02.2005

Представлен обзор формирования и развития теории пограничного слоя, а также соответствующих ей физических и математических моделей. Излагается один из плодотворных полуэмпирических подходов, развиваемый авторами по разработке непрерывной алгебраической модели турбулентной вязкости. Представлены различные приложения построенной теории к расчету ряда течений в рамках приближения пограничного слоя. Приведены примеры тестовых расчетов турбулентных течений.

Представлено огляд формування і розвитку теорії примежового шару, а також відповідних до неї фізичних і математичних моделей. Висвітлюється один з плідних напівемпіричних підходів, що розвивається авторами по розробці неперервної алгебраїчної моделі турбулентної в'язкості. Наведені різноманітні застосування побудованої теорії до розрахунків ряду течій в рамках наближення примежового шару. Наведені приклади тестових розрахунків турбулентних течій.

A review of forming and developing of the boundary layer theory together with corresponding physical and mathematical models is presented. One of fruitful semiempirical approaches elaborating by authors in the direction of development of the algebraic model of turbulent viscosity is described. Several applications of created theory for flow calculations in frame of boundary layer approximation are demonstrated. The examples of predictions of flow characteristics are presented.

ВВЕДЕНИЕ

Хотя прошло 100 лет со времени создания Л. Прандтлем физической и математической моделей пограничного слоя, интерес к исследованию течений в пограничных слоях не угасает и поныне. На время опубликования Л. Прандтлем модели пограничного слоя были известны и уравнения идеального движения Эйлера, и уравнения Навье-Стокса для описания динамики вязких течений, однако уравнения пограничного слоя Прандтля оказались вехой в механике жидкости и газа. На то время гидромеханика разделялась на две самостоятельные ветви науки – теоретическую, основанную на модели невязкого течения Эйлера, и экспериментальную гидродинамику или гидравлику. Математическая теория невязкого течения хотя и давала достоверную картину для отдельных типов течений, но не могла ответить на важные для практики вопросы – о сопротивлении тела при движении в жидкости, о теплопередаче между телом и движущейся жидкостью, о потерях давления при движении жидкости или газа в трубах или каналах. Гидравлика, методы которой нашли широкое применение в инженерной практике, представляла не столько рациональную систему знаний, сколько набор эмпирических фактов. Модель Прандтля объединила эти два самостоятельно развивавшихся раздела науки в единую науку – гидромеханику. Она позволила объяснить влияние трения на

развитие течения и понять суть явления отрыва, которое отрицательно влияет на подъемную силу – она резко уменьшается.

Прандтль, которого считают одним из основоположников экспериментальной аэродинамики, рассмотрел ряд задач теории крыла, в том числе крыла конечного размаха, крыла с наиболее выгодным распределением циркуляции. Он внес неоценимый вклад в науку о турбулентности, исследовал проблему теплопередачи в течении, открыл один из основных критериев подобия тепловых процессов в жидкостях и газах – число Прандтля.

Теория пограничного слоя широко используется при решении важных проблем в различных областях техники, где присутствуют процессы обтекания поверхностей. Самолето-, корабле-, ракето-, тепловозо-, автомобиле-, энергомашиностроение – эти и многие другие направления инженерной деятельности в значительной мере обязаны своим прогрессом использованию модели пограничного слоя.

Значимость теоретических и экспериментальных исследований в практической деятельности определяется количеством публикаций. Интересная статистика роста приведена в [28]. Так, с 1934 по 1964 гг. число публикаций по пограничному слою утроилось, а в последующие два десятилетия они каждый раз удваивались и в 1982 г. было опубликовано фантастическое число работ по пограничному слою – более 1200.

Необходимо отметить, что модель погранично-

го слоя стимулировала дальнейшие значительные исследования пристенных течений теоретического и экспериментального характера.

Наиболее распространены в природе и в технике турбулентные течения. Так, турбулентными в своем большинстве являются течения в пограничных слоях на поверхностях летательных аппаратов, автомобилей, поездов, в следах за подвижными телами, в соплах реактивных двигателей и в струях за ними, а также в трубах и каналах различной геометрии и предназначения. Турбулентными являются течения в океанах, морях, реках, течения воздушных масс атмосферы (ветры, бури, смерчи). Поэтому не уменьшается значительный интерес к начатым еще в позапрошлом столетии исследованиям турбулентных течений.

Для успешного изучения явлений природы, а было это понято еще в эпоху Большого Возрождения, необходимы и наблюдения, и эксперименты, и математические описания явления. Математическая формализация задачи, решение ее и анализ результатов дают возможность получить наиболее общее и глубокое представление об исследуемом явлении. С математической точки зрения турбулентное течение, как и ряд других явлений природы, представляет настолько сложную проблему, что ее решение не может не использовать результаты эксперимента. Несмотря на то, что турбулентность является предметом большого внимания специалистов прикладной физики и математики, механики жидкости и газов, техники, усилий многих ученых, проблема турбулентности и сегодня оказывается не менее острой, чем она была более ста лет тому назад, когда ее высказал О. Рейнольдс [1, 2]. Среди множества подходов к описанию турбулентных течений на сегодня основанием для проведения конкретных расчетов, несмотря на интенсивное развитие методов крупных вихрей или прямого численного моделирования, остаются полумпирические подходы. Математические полумпирические модели турбулентности своими истоками обязаны работам Буссинеска, Рейнольдса, Тейлора, Кармана и Прандтля [1, 2]. Так как математическое моделирование полумпирического направления опирается на знание его структуры, то изменение ее стало одной из центральных проблем механики турбулентных течений. Прандтль [1] первым начал изучать структуру турбулентного пограничного слоя, предложив двухслойную схему – ламинарный слой и турбулентное ядро. Карман ввел между этими зонами переходную или буферную зону. Экспериментальные исследования многих ученых указали на наличие двух существенно различных обла-

стей в пограничном слое, отличающихся как характером течения, так и характерными масштабами. Окончательно схема двух областей утвердилась после классических экспериментальных результатов Клаузера [11] относительно вихревой структуры пограничного слоя. Согласно результатам этих исследований, в пристенной области турбулентность является мелкомасштабной с “короткой памятью”, а во внешней – крупномасштабной с “долгой памятью”. Затухание возмущений во внешней области, согласно исследованиям Клаузера, осуществляется на расстояниях, значительно больших, нежели во внутренней, и равной нескольким толщинам пограничного слоя. Это означает, что течение во внешней области в значительной мере зависит от предыстории течения. Обе области существенно отличаются масштабом вихревых структур. Дальнейшие экспериментальные исследования [3, 12–14] обнаружили существование крупномасштабных квазипериодических детерминированных или когерентных структур, которые оказывают существенное, а то и определяющее влияние на развитие течения. Согласно экспериментальным исследованиям, существуют четыре основных элемента организованных структур. Цепочка продольных вихрей, которые вращаются в противоположных направлениях, колеблются и покрывают всю гладкую стенку. Над ними размещается зона низкоскоростных движений с чередованием больших и меньших скоростей. Область перемежаемости называют жгутами. Взаимодействие жгутов с течением происходит в такой последовательности: образование, подъем, внезапные колебания и разрушение. Последовательность от подъема до разрушения называют вспышками. Во внешней области также осуществляются интенсивные мелкомасштабные движения. Основные элементы внешней области – это крупномасштабные поперечные вихри, характеризующиеся размерами порядка толщины пограничного слоя и типичные вихри с большой энергией в зоне перемежаемости. Известные результаты исследований организованных структур свидетельствуют об отсутствии полного понимания процессов переноса в этих структурах. Считается достоверным факт образования преобладающей части турбулентности вблизи стенки на вспышках, но сам механизм, приводящий к условиям их реализации, остается неясным. Приведенная схема структуры представляет собой очень сложную и не до конца изученную картину взаимодействия структурных элементов. Карман и Тейлор определяли турбулентность как неупорядоченное движение во времени, а Хинце отметил, что это движение

неупорядочено как во времени, так и в пространстве, и что существует возможность изучения турбулентности статистическими методами. Наиболее широкое определение турбулентности дано Бредшоу: “Турбулентность – это трехмерное нестационарное движение, в котором вследствие растяжения вихрей осуществляется непрерывное распределение пульсаций скорости в интервале длин волн от минимальных, определяемых вязкими силами, до максимальных, определяемых границами течения”. Лапин предложил дополнить это определение: “Это многомасштабное движение в определенных частях носит когерентный (организованный) характер”. Хотя в настоящее время и отсутствует полное описание механизма растяжения вихревых трубок, однако накопленная к настоящему времени информация дает возможность понять, за счет чего поддерживается турбулентное движение. Крупномасштабные структуры (вихри) поглощают энергию основного течения, деформируются, делятся и путем нелинейных взаимодействий осуществляют передачу энергии от основного течения до мелкомасштабных структур в пристенной области, где осуществляется вязкая диссипация. Следовательно, турбулентное движение может существовать за счет энергии основного течения благодаря крупномасштабным структурам. Механизм растяжения вихревых трубок связан с каскадным процессом передачи энергии от основного движения к крупномасштабным вихрям, а от них к мелкомасштабным. Крупномасштабные структуры сильно анизотропны и существенно зависят от границ и характера внешних влияний, а поэтому они разные для различных течений. Характеристики мелкомасштабных структур меньше зависят от индивидуальных особенностей. Турбулентность, в отличие от ламинарного режима течения – это свойство движения, а не физическая характеристика газа или жидкости.

Что касается структуры течения в отношении распределения ее по толщине пограничного слоя, она представляется двумя областями – пристенной с вязкой, переходной и логарифмической зонами и внешней (следной) областью.

Первой моделью для замыкания уравнений турбулентного пограничного слоя является модель Буссинеска, основанная на подобии вязких и турбулентных напряжений. В середине 20-х годов XX ст. Прандтль создал полуэмпирическую теорию турбулентности, которая получила наименование теории турбулентного перемешивания или старой гипотезы Прандтля. Карманом из соображений размерности и локальности была получена иная полуэмпирическая формула для турбу-

лентных напряжений. Обе полуэмпирические модели турбулентности легли в основу многочисленных методов расчета. Как утверждает Л.Г. Лойцянский [2], Л. Прандтль первоначально обосновал свою старую гипотезу с помощью теории подобия и размерности. Клаузер для внешней области предложил свою гипотезу для коэффициента турбулентной вязкости. Известный способ масштабирования профиля скорости вблизи обтекаемой поверхности, получивший по этой причине название “закона стенки”, также впервые был обоснован Прандтлем. Затем Колмогоров (1941) и Прандтль (1945) предложили в качестве масштаба скорости в модели Буссинеска использовать квадратный корень из кинетической энергии турбулентности. Первым модель Прандтля в численных расчетах использовал Глушко (1965). Вольфштейну путем введения демпфирующих множителей типа предложенного ранее Ван-Дристом удалось улучшить прогнозирование низкорейнольдсовых течений. Невзглядов (1945) предложил формулу, в которой турбулентное напряжение трения линейно зависит от кинетической энергии турбулентности. Такая зависимость подтверждена Таунсендом. Несколько позже эта формула была улучшена. Надежность выбираемых для конкретных расчетов гипотез оценивается по конечным результатам, а именно, по профилям скорости и интегральным характеристикам пограничного слоя в сравнении с физическими экспериментами. Чтобы исключить в расчетах влияние упрощений и дополнительных допущений, которые обычно принимаются в приближенных аналитических методах, стало общепринятой практикой решать систему дифференциальных уравнений турбулентного пограничного слоя с помощью численных методов.

Теоретические основы турбулентности как фундаментальной науки далеки до завершения, а поэтому широкое распространение нашли полуэмпирические феноменологические модели. Большинство моделей, которые используются в инженерных расчетах, относятся к моделям турбулентной вязкости. Эксперименты подтверждают, что гипотеза турбулентной вязкости пригодна для расчета многих течений.

1. МОДЕЛИ КОЭФФИЦИЕНТА ТУРБУЛЕНТНОЙ ВЯЗКОСТИ

При построении математических моделей коэффициента турбулентной вязкости принципиальной является необходимость учета структуры по-