

УДК 622.242

НЕСТАЦИОНАРНОЕ ВЯЗКОЕ ТЕЧЕНИЕ ВОКРУГ ТРУБОПРОВОДА, РАСПОЛОЖЕННОГО ВБЛИЗИ ПОВЕРХНОСТИ ДНА

В. М. КУШНИР, С. В. ФЕДОРОВ

Морской гидрофизический институт НАН Украины, Севастополь

Получено 21.08.2003

Рассматривается краевая задача взаимодействия поля поверхностных волн с подводным трубопроводом при произвольном зазоре между поверхностью дна и трубой. Используются соотношения нестационарного вязкого обтекания и линейных поверхностных волн малой амплитуды (волн Эйри). Выполнены численные эксперименты для расчета полей волновых скоростей, горизонтальных и вертикальных сил, действующих на трубопровод при различных значениях фазы волнового возмущения и относительного зазора между трубопроводом и поверхностью дна. Численные эксперименты показали хорошее совпадение вычисленных значений гидродинамических коэффициентов с данными лабораторных экспериментов [1] при больших значениях чисел Келегана-Карпентера K , соответствующих развитому турбулентному потоку ($K > 5$).

Розглядається краєва задача взаємодії поля поверхневих хвиль з підводним трубопроводом при довільному зазорі між поверхнею дна та трубою. Використовуються співвідношення нестационарного в'язкого обтікання та поверхневих лінійних хвиль малої амплітуди (хвиль Ейрі). Виконані чисельні експерименти для розрахунку полів хвильових швидкостей, горизонтальних та вертикальних сил, діючих на трубопровід при різних значеннях фази хвильового збурення та відносного зазору між трубопроводом та поверхнею дна. Чисельні експерименти показали гарну збіжність розрахованих значень гідродинамічних коефіцієнтів з результатами лабораторних експериментів [1] при великих значеннях чисел Келегана-Карпентера K , що відповідають розвиненій турбулентній течії ($K > 5$).

The boundary values problem of the interaction between field of the surface gravity waves with the underwater pipeline at arbitrary gap between seabed surface and pipeline is considered. The time-dependent viscous flow and linear waves of small amplitudes approach (Airy waves) are used. The numeral calculations for wave velocities, the drag and lifting hydrodynamic forces, acting on the pipeline at different values of the wave perturbation phases and relative gap between pipeline and seabed surface are carried out. The numeral calculations are shown a good coincidence of the calculated hydrodynamic coefficients with laboratory tests [1] at Keulegan-Carpenter numbers, K , corresponded to advanced turbulence ($K > 5$).

ВВЕДЕНИЕ

Цель настоящей работы – создание гидродинамической модели вязкого волнового обтекания горизонтального трубопровода, расположенного на произвольном расстоянии от плоской поверхности морского дна. Модели такого типа необходимы для исследования гидродинамического взаимодействия придонных волновых течений с подводными трубопроводами, которые широко используются при освоении нефтяных и газовых месторождений на шельфе. Несмотря на многолетний опыт использования таких транспортных систем, многие аспекты их гидродинамического взаимодействия с морской средой являются неизученными. Особенно это относится к мелководным районам открытого моря, где воздействие штормовых волн создает не только значительные механические нагрузки, но может приводить к размыву грунта под трубой, провисанию и вибрациям участков трубопровода. В таких случаях обычно происходят аварии трубопроводов, которые сопряжены с негативными экологическими последствиями и большими материальными затратами. При авариях

или утечках из трубопровода необходимо располагать данными для прогноза характеристик диффузии продукта транспортировки в водной среде. Решение этой задачи также непосредственно связано с расчетом поля скорости вокруг трубопровода с учетом его вихревой структуры и оценкой потоков турбулентной диффузии. Таким образом, создание гидродинамической модели вязкого волнового обтекания кругового цилиндра над плоской поверхностью, чему посвящена настоящая работа, имеет существенное прикладное значение для создания и эксплуатации магистральных подводных трубопроводов в шельфовых зонах, подверженных интенсивному воздействию штормовых волн.

Гидродинамические задачи, в которых исследуются вязкие волновые течения вблизи препятствий различной формы, широко представлены в различных научных изданиях [1-11], а также в [12-16], где рассмотрены волновые течения вблизи горизонтальных круговых цилиндров. В настоящей работе изучаются следующие аспекты проблемы вязкого волнового обтекания горизонтального трубопровода над плоской поверхностью морского дна:

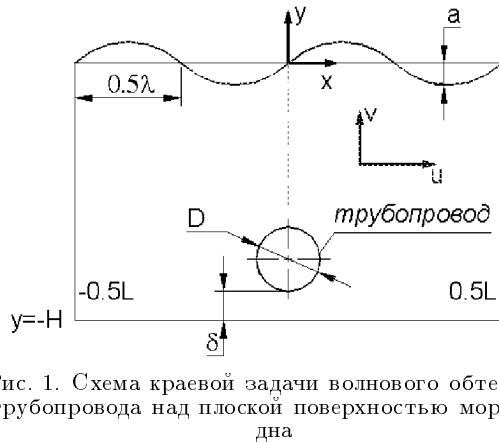


Рис. 1. Схема краевой задачи волнового обтекания трубопровода над плоской поверхностью морского дна

1. Развитие вихревого течения вблизи трубопровода при произвольном зазоре между ним и поверхностью дна.
2. Расчет давления на поверхности трубопровода, а также горизонтальной и вертикальной гидродинамических сил.
3. Верификация результатов моделирования на основе данных физического лабораторного эксперимента.

1. МОДЕЛЬ

2D-гидродинамическая модель обтекания горизонтального трубопровода вязким волновым течением рассматривается при различных значениях относительного зазора δ/D между трубой и плоским дном. Задача решается в приближении линейной теории поверхностных волн малой амплитуды (волн Эри). Волновое поле принимается невозмущенным на боковых границах расчетной схемы. На поверхности заданы вертикальные волновые смещения уровня; на плоском дне и на стенках трубы – условие прилипания. Расчетная схема решения задачи представлена на рис. 1.

Исходные уравнения записываются в следующем виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} &= -\frac{\partial P}{\rho \partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right), \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} &= -\frac{\partial P}{\rho \partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - g, \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где u, v – горизонтальная и вертикальная составляющие скорости течения вдоль осей ox, oy соответственно (рис. 1); ν – коэффициент вязкости; P

– давление; ρ – плотность; g – ускорение свободного падения.

Перекрестным дифференцированием и вычитанием второго уравнения из первого эта система приводится к следующим уравнениям: для вихря скорости $\varepsilon(x, y, t) = -(\partial u / \partial y) + (\partial v / \partial x)$ и функции тока $\psi(x, y, t)$,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial(u\varepsilon)}{\partial x} + \frac{\partial(v\varepsilon)}{\partial y} &= \nu \left(\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial y^2} \right), \\ \frac{\partial^2 \psi}{\partial^2 x} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial^2 y} &= -\varepsilon. \end{aligned} \quad (2)$$

где $u = \partial \psi / \partial y; v = -\partial \psi / \partial x$;

Эти уравнения должны удовлетворять таким граничным условиям [17, 18]:

- 1) $u = v = 0$, при $y = -H$ (поверхность дна) и на поверхности трубопровода, $\psi = 0$ на поверхности дна и $\psi = \psi_c$ на поверхности трубы.
- 2) На боковых границах:

$$\begin{aligned} \psi &= \int_{-H}^y u dy, \\ u(x = \pm 0.5L, y, t) &= \frac{\omega a \operatorname{ch}[k(H+y)]}{\operatorname{sh}(kH)} \times \\ &\times \sin(\omega t \mp 0.5kL), \end{aligned} \quad (3)$$

где $-H + L_B < y < 0$; L_B – придонный пограничный слой, в котором горизонтальная скорость изменяется от величины $u(x = \pm 0.5L, y = -H + L_B) = \omega a \operatorname{ch}(kL_B) \sin(\omega t \mp 0.5kL) / \operatorname{sh}(kH)$ до нуля при $y = -H$; $\omega = 2\pi/T$ – угловая частота; $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число; a – амплитуда волны; L – горизонтальный размер расчетной области (см. рис. 1).

- 3) На поверхности моря:

$$\begin{aligned} \psi &= - \int_{-0.5L}^x v dx, \\ v(x, y = 0, t) &= a \cos(\omega t - kx), \end{aligned} \quad (4)$$

где $-0.5L < x < 0.5L$.

4) На поверхности трубопровода функция тока ψ_c определяется следующим образом. Уравнение (2) здесь вырождается в уравнение для одномерной диффузии

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial n^2}, \quad (5)$$

где n – направление нормали к поверхности трубы. В конечно-разностной форме уравнение (5) преобразуется в следующий вид [19]:

$$\psi_c = \psi_{+1} - hu_{+1} + h^2 \varepsilon_c, \quad (6)$$

где ψ_{+1}, u_{+1} – функция тока и скорость течения на расстоянии шага расчетной сетки h от поверхности трубопровода; ε_c – вихрь на поверхности трубы. В качестве начального приближения принимается $\psi_c = 0$, затем методом итераций определяется величина ψ_c , удовлетворяющая уравнению (6).

В качестве начального условия принята фаза волны $\omega t = 0$, решение уравнения (2) в этот начальный момент времени представляется разностным уравнением вида:

$$\begin{aligned} \psi_0(x_0, y_0) = & 0.25[\psi(x_0 + h, y_0) + \psi(x_0 - \\ & - h, y_0) + \psi(x_0, y_0 + h) + \psi(x_0, y_0 - h)]. \end{aligned} \quad (7)$$

Горизонтальная и вертикальная скорость течения в начальный момент времени определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} u_0(x_0, y_0 + 0.5h) = & \frac{\psi(x_0, y_0 + h) - \psi(x_0, y_0)}{h}, \\ v_0(x_0 + 0.5h, y_0) = & \frac{\psi(x_0, y_0) - \psi(x_0 + h, y_0)}{h}. \end{aligned} \quad (8)$$

Начальное значение вихря вычисляется по соотношению

$$\begin{aligned} \varepsilon_0(x_0, y_0) = & [u(x_0, y_0 - 0.5h) - u(x_0, y_0 + \\ & + 0.5h) + v(x_0 + 0.5h, y_0) - v(x_0 - 0.5h, y_0)]/h. \end{aligned} \quad (9)$$

Значение вихря в последующий момент времени δt определяется как

$$\begin{aligned} \varepsilon(x_0, y_0)_{n+1} = & (1 + 2A)^{-1}(\varepsilon(x_0, y_0)_{n-1} + B \times \\ & \times [u(x_0 - 0.5h, y_0)_n \varepsilon(x_0 - 0.5h, y_0)_n - u(x_0 + \\ & + 0.5h, y_0)_n \varepsilon(x_0 + 0.5h, y_0)_n + v(x_0, y_0 - 0.5h)_n \times \\ & \times \varepsilon(x_0, y_0 - 0.5h)_n - v(x_0, y_0 + 0.5h)_n \varepsilon(x_0, y_0 + \\ & + 0.5h)_n] + A[\varepsilon(x_0 + h, y_0)_n + \varepsilon(x_0 - h, y_0)_n + \\ & + \varepsilon(x_0, y_0 + h)_n + \varepsilon(x_0, y_0 - h)_n - \\ & - 2\varepsilon(x_0, y_0)_{n-1}], \end{aligned} \quad (10)$$

где $A = (2\nu \delta t)/h^2$, $B = (2\delta t)/h$.

Соответствующее значение функции тока будет

$$\begin{aligned} \psi(x_0, y_0) = & [\psi(x_0 + h, y_0) + \psi(x_0 - h, y_0) + \\ & + \psi(x_0, y_0 + h) + \psi(x_0, y_0 - h) + h^2 \varepsilon(x_0, y_0)]/4, \end{aligned} \quad (11)$$

откуда по соотношению (8) определяются значения горизонтальной и вертикальной скорости.

Для вычисления давления $P(x, y, t)$ использованы уравнения (1) с такими граничными условиями:

на боковых границах

$$\begin{aligned} \frac{P(x = \pm 0.5L, y, t)}{\rho} = & \frac{gach [k(H + y)]}{\text{ch}(kH)} \times \\ & \times \sin(\omega t \mp 0.5kL) - gy; \end{aligned} \quad (12)$$

на свободной поверхности при $(-0.5L < x < 0.5L)$

$$\frac{P(x, y = 0, t)}{\rho} = ga \sin(\omega t - kx). \quad (13)$$

Дифференцируя первое уравнение (1) по x , а второе – по y и затем складывая их, находим:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} = -\rho Q(u, v, x, y, t), \quad (14)$$

где правая часть уравнения (14) определяется для каждой точки расчетной схемы в результате предварительного вычисления скоростей.

При расчетах поля давления в качестве конечно-разностной формулы использована следующая зависимость:

$$\begin{aligned} 4P(x_0, y_0) = & [P(x_0 + h, y_0) + P(x_0 - h, y_0) + \\ & + P(x_0, y_0 + h) + P(x_0, y_0 - h)] + \rho h^2 Q(x_0, y_0), \end{aligned} \quad (15)$$

где

$$\begin{aligned} h^2 Q(x_0, y_0) = & [u^2(x_0 + h, y_0) - 2u^2(x_0, y_0) + \\ & + u^2(x_0 - h, y_0) + v^2(x_0, y_0 + h) - 2v^2(x_0, y_0) + \\ & + v^2(x_0, y_0 - h)] + 0.5[u(x_0 + h, y_0 + h) \times \\ & \times v(x_0 + h, y_0 + h) - u(x_0 - h, y_0 + h) \times \\ & \times v(x_0 - h, y_0 + h) + u(x_0 - h, y_0 - h) \times \\ & \times v(x_0 - h, y_0 - h) - u(x_0 + h, y_0 - h) \times \\ & \times v(x_0 + h, y_0 - h)]. \end{aligned} \quad (16)$$

Численное решение уравнений (2), (14) выполнено итерационным методом Либмана [19]. Шаг сетки по горизонтали и вертикали был принят равным 0.1 м, число узлов – от 7381 до 12221 для глубин 6 и 10 м соответственно, шаг по времени задавался равным 0.02 с. Число итераций при расчетах функции тока и вихря составляло обычно 6000, остановка счета осуществлялась, если

приращение линии тока становилось равным или меньше 10^{-6} с^{-1} . При вычислении давления число итераций составляло обычно 12000, остановка счета проводилась при приращении давления не более 0.1 Па. Расчет выполнялся для десяти периодов волн. Задача рассматривалась для условий воздействия штормовых поверхностных волн на трубопровод в прибрежной зоне. Получены следующие характерные параметры поверхностных волн. На глубине $H = 10\text{ м}$ при экстремальной скорости ветра $W = 40\text{ м/с}$ средняя высота волны $h = 2a = 0.07W^2g^{-1}(gHW^{-2})^{0.6}$, период $T = 18.7W^{-0.2}g^{-0.4}h^{0.6}$, длина $\lambda = T(gH)^{0.5}$ и амплитуда вертикальной волновой скорости на свободной поверхности V_0 составляли соответственно 2.14 м, 5.7 с, 56 м, 1.18 м/с [20]. Диаметр трубопровода при расчетах принимался равным 1 м, величина зазора изменялась от нуля до 0.8 м.

Максимальное число Рейнольдса в придонном волновом слое $Re = [\pi/(\nu T)]^{0.5}h/sh(kH)$ [21] для рассматриваемых условий было равно 980.

Толщина пограничного слоя по оценке Бэтчелора $L_{BBL} = 0.75\pi(2Re^{-1})^{0.5}$ [22] для рассматриваемых условий составляла 0.1 м, что соответствовало размеру сетки. По данным многочисленных экспериментальных исследований эта величина имеет примерно такой же порядок [23–25].

Известно, что при решении аналогичных гидродинамических задач существуют определенные ограничения на параметры численной схемы для обеспечения устойчивости решения. Анализ этой проблемы для данной задачи выполнен на основе следующего критерия [19]:

$$|\sum_{i,j} \varepsilon_{i,j} - \sum_{i,j} \Delta\psi_{i,j}| < 0.0002 |\sum_{i,j} \Delta\psi_{i,j}|. \quad (17)$$

Суммирование оценок вихря скорости и лапласиана функции тока производится по всем узлам расчетной сетки.

Численные эксперименты показали, что должны выполняться следующие условия: $v\delta t/\delta h \leq 1$, $\nu\delta t/h^2 \geq 2.8 \cdot 10^{-3}$ при $\delta t = 0.02\text{ с}$, $h = 0.1\text{ м}$, $\nu = 1.4 \cdot 10^{-3}\text{ м}^2/\text{с}$.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ

На рис. 3 показаны последовательные стадии формирования вихревой структуры скорости вблизи трубопровода при различных фазах волнового течения. В этом случае трубопровод находится на поверхности дна без зазора. Результаты вычисления давления на поверхности трубопровода использованы для определения удельных гори-

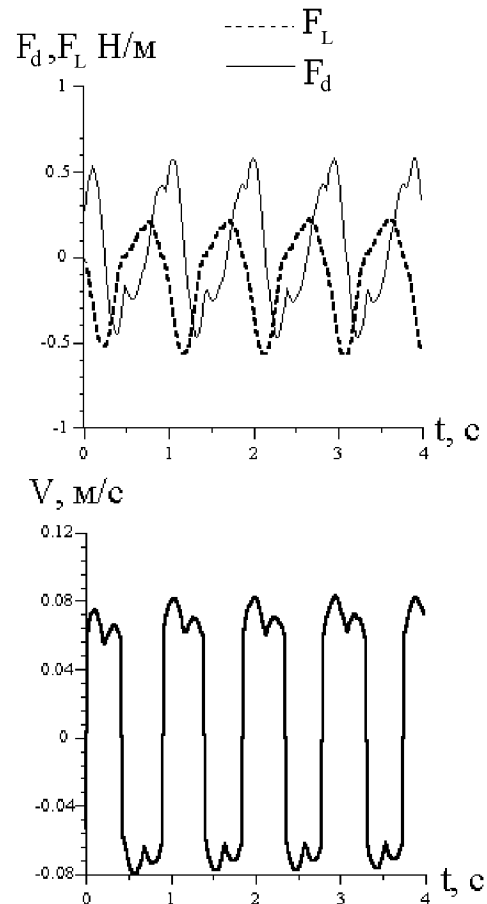


Рис. 2. Характер изменения горизонтальной F_d и вертикальной F_L гидродинамических сил, а также модуля скорости течения V на горизонтальной оси трубопровода

зонтальных F_d и вертикальных F_L гидродинамических сил (Н/м). Соответствующие гидродинамические коэффициенты горизонтальной C_d и вертикальной C_l сил найдены по соотношениям [26]:

$$C_d = \frac{F_d}{0.5\rho DV^2}, \quad (18)$$

$$C_l = \frac{F_l}{0.5\rho DV^2},$$

где D – диаметр трубопровода; V – модуль скорости течения вблизи его поверхности на расстоянии $0.5D$ от дна. Одновременно вычислены числа Келегана-Карпентера $K = VT/D$ и определены зависимости $C_d = f_1(K)$ и $C_l = f_2(K)$.

Характер изменения горизонтальной и вертикальной гидродинамической сил показан на рис. 2.

Аналогичные расчеты выполнены для случаев, ко-

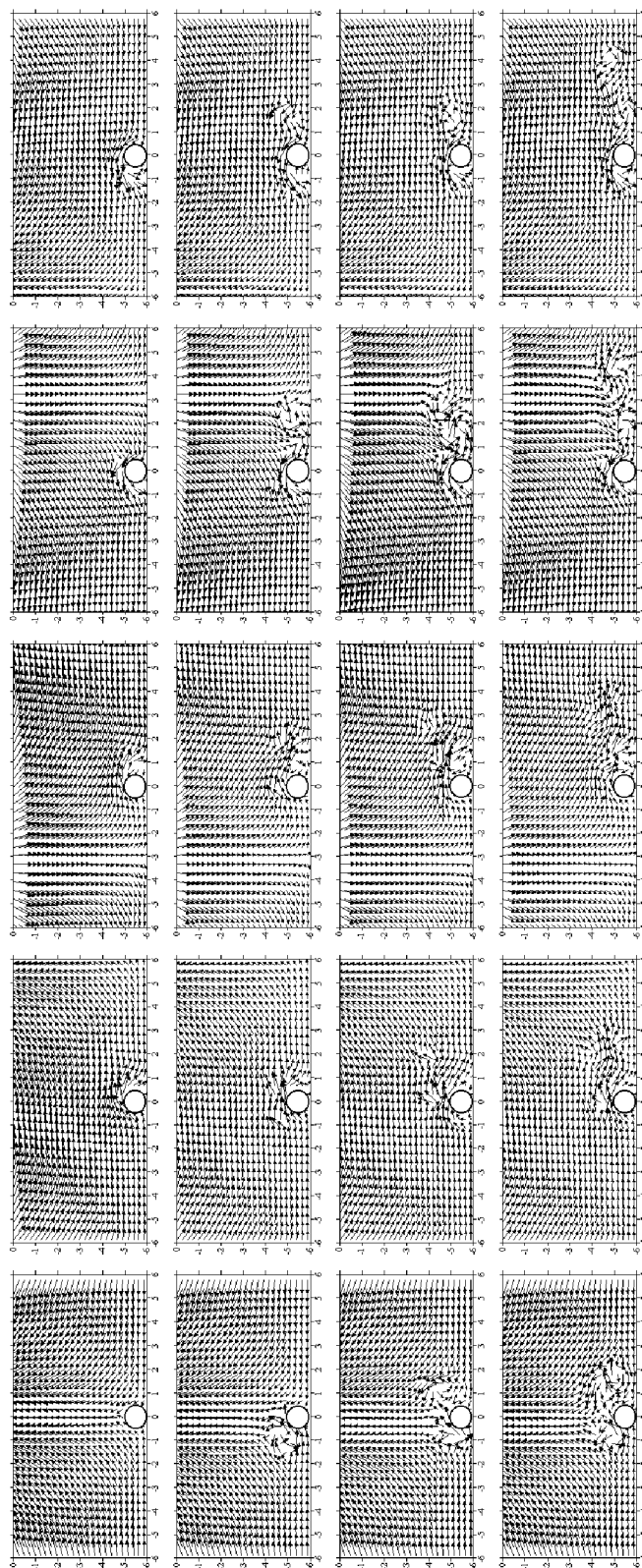


Рис.3. Последовательность формирования вихревой структуры поля скорости течения вблизи трубопровода при различных фазах волнового течения.
Каждая строка соответствует одному периоду волны

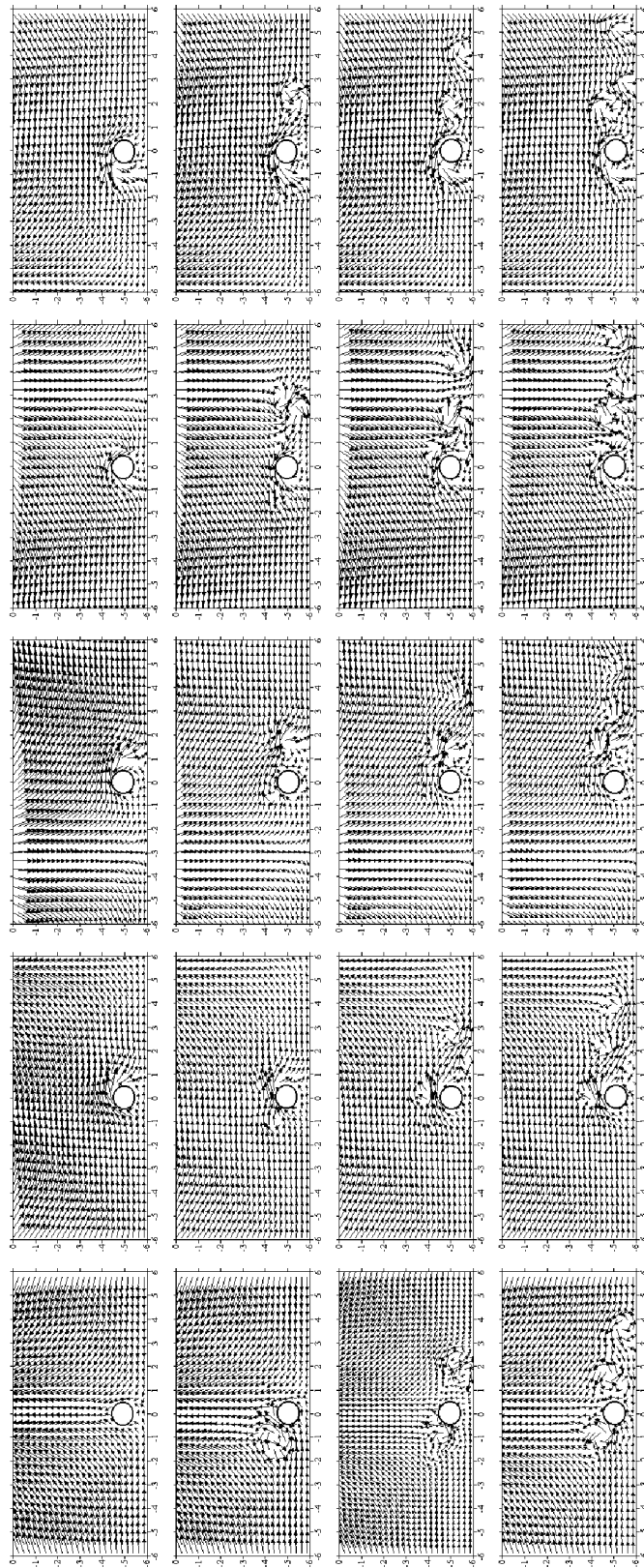


Рис. 4. Развитие вихревой структуры поля скорости течения вблизи трубопровода при зазоре 0.6 м. Одна строка соответствует периоду волны

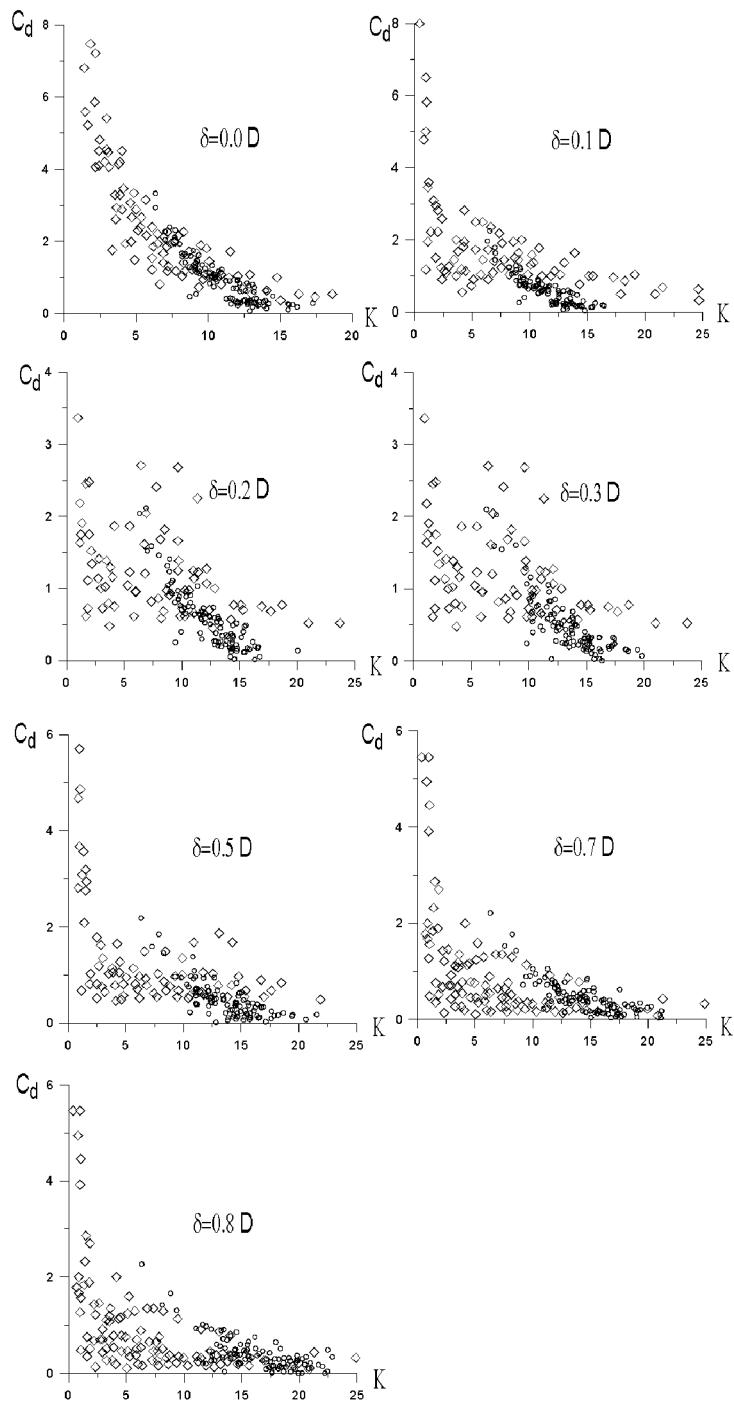


Рис. 5. Результаты сопоставления вычисленных (○) и экспериментальных (◇) зависимостей коэффициента горизонтальной гидродинамической силы от чисел Келегана-Карпентера при различных значениях от относительного зазора δ . Оценки величин C_d получены через интервалы времени 0.5 с для десяти периодов

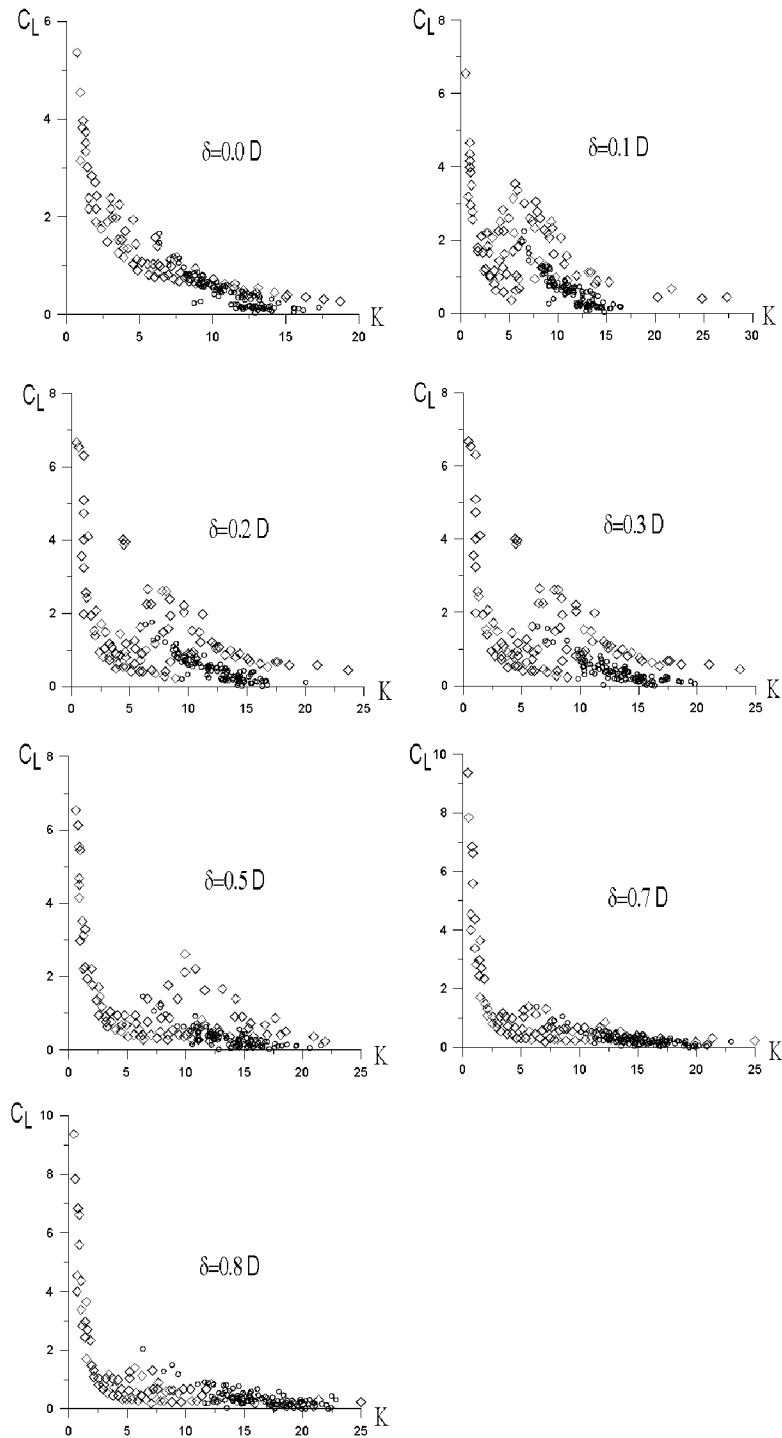


Рис. 6. Сопоставление вычисленных (○) и экспериментальных (◊) коэффициентов подъемной силы C_L от чисел Келегана-Карпентера. δ – величина зазора между трубой и дном. Оценки величин C_L получены через интервалы времени 0.5 с для десяти периодов

гда между трубой и поверхностью дна имеется зазор. Здесь функция тока на поверхности трубопровода определена по рассмотренной выше схе-

ме (соотношения (5), (6)) в результате итераций. Пример развития вихревой структуры для зазора, равного 0.6 м, показан на рис. 4. Расчеты показа-

ли, что в таких случаях функция тока на поверхности трубы не равна нулю, что соответствует некоторому среднему течению в зазоре, которое отчетливо видно на рис. 4. Величина ψ_c является знакопеременной и меняется в соответствии с изменением фазы волны.

Вычисленные зависимости гидродинамических коэффициентов от чисел Келегана-Карпентера сопоставлены с аналогичными зависимостями, полученными в результате выполнения серии лабораторных физических экспериментов в гидродинамическом бассейне [27]. Результаты сопоставлений приведены на рис. 5 и 6.

ВЫВОДЫ

1. Созданная гидродинамическая модель вязкого волнового обтекания трубопровода над плоским дном позволяет численными методами исследовать развитие вихревой структуры течений вблизи трубы при различных величинах зазора между ней и поверхностью дна. Расчет переменного давления на поверхности трубы является основой для расчета гидродинамических горизонтальных и вертикальных сил, воздействующих на трубопровод.

2. Сопоставление полученных численными методами зависимостей коэффициентов горизонтальной и вертикальной гидродинамических сил от чисел Келегана-Карпентера с данными аналогичных физических экспериментов в волновом бассейне показало хорошее соответствие этих характеристик. При этом ограниченный диапазон чисел Келегана-Карпентера ($K > 5$) при численных расчетах объясняется тем, что при меньших величинах K по данным лабораторных экспериментов обтекание трубопровода является потенциальным [27]. Модельная задача такого типа рассмотрена в [28-30].

3. Созданная вихреразрешающая модель обтекания трубопровода волновым течением может быть использована для расчетов турбулентных напряжений вблизи поверхности дна и, следовательно, для определения характеристик размыва грунта [31, 32]. Эта модель может быть также использована для оценок вертикальных турбулентных потоков диффузии импульса и растворенного вещества, что необходимо для прогноза диффузии транспортируемого вещества при возникновении аварий или утечек из трубопровода.

Работа выполнена при поддержке гранта CRDF, проект UP2-2424-SE-02.

1. *Tanaka N., Sato T., Nakazono M.* Three-Dimensional Turbulent Calculation around Projection Using k-ε Model // Proc. of 7th Int. Symposium of Flow Modeling and Turbulence Measurements. Taiwan.– 1998.– Vol. 1.– P. 459-466.
2. *Hwang R.R., Sue Y.C.* Numerical simulation of non-linear interaction of water waves with submerged obstacles // Proc. of 7th Int. Symposium of Flow Modeling and Turbulence Measurements. Taiwan.– 1998.– Vol.1.– P. 545-554.
3. *Ochiai M., Eudo S., Wada A.* Flow Characteristics near the submerged breakwater in the wave induced current // Proc. of 7th Int. Symposium of Flow Modeling and Turbulence Measurements. Taiwan.– 1998.– Vol. 1.– P. 529-536.
4. *Iwata K., Kawasaki K., Tanaka H.* Wave Breaking and Post-breaking Deformation and Breaker Zero Length Due to Submerged // Proc. of Coastal Engineering JSCE.– 1997.– Vol. 1.– P. 71-75.
5. *Kawasaki K., Iwata K.* Numerical Analysis of Two-dimensional Plane Wave Deformation Due to Submerged Structure // Proc. of Coastal Engineering JSCE.– 1997.– Vol. 1.– P. 81-85.
6. *Davis R.W., Moore E.F.* A numerical study of vortex shedding from rectangles // Fluid Mech.– 1982.– Vol. 116.– P. 475-506.
7. *Grue J.* Non-linear water waves at a submerged obstacle or bottom topography // Fluid Mech.– 1992.– Vol. 244.– P. 455-476.
8. *Harlow F.H., Welch J.E.* Numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow of fluid with free surface // Phys. Fluid.– 1965.– Vol. 8.– P. 2182-2189.
9. *Ohyama T., Nadaoka K.* Transformation of a non-linear wave train passing over a submerged shelf without breaking // Coastal Eng.– 1994.– Vol. 24.– P. 1-22.
10. *Rey Y., Belzons M., Guazzelli E.* Propagation of surface gravity waves over a rectangular submerged bar // Fluid Mech.– 1992.– Vol. 253.– P. 453-479.
11. *Ting F. C. K., Kim Y. K.* Vortex generation in water waves propagating over a submerged obstacle // Coastal Eng.– 1994.– Vol. 24.– P. 23-49.
12. *Niyata H., Lee Y-G.* Vortex motions about a horizontal cylinder in waves // Ocean Eng.– 1990.– Vol. 17.– P. 279-305.
13. *Williamson C. H. H.* Sinusoidal flow relative to circular cylinder // Fluid Mech.– 1985.– Vol. 155.– P. 141-174.
14. *Stansby P.K., Slaouti A.* On non-linear wave interaction with cylindrical bodies: a vortex sheet approach // Appl. Ocean Res.– 1984.– Vol. 6.– P. 108-115.
15. *Baba N., Niyata H.* Higher-order accurate difference solution of vortex generation from a circular cylinder in an oscillatory flow // Comput. Rhys.– 1987.– Vol. 69.– P. 362-396.
16. *Chaplin J.R.* Non-linear forces on a horizontal cylinder beneath waves // Fluid Mech.– 1984.– Vol. 147.– P. 449-464.
17. *Sumer B.M. and Fredsøe J.* Review of Wave/Current-Induced Scour Around Pipelines // Proc. of 23rd Int. Conf. Coastal Eng.– 1992.– Vol. 1.– P. 400-406.
18. *Sumer B.M., Jansen H.R., Mao Y. and Fredsøe J.* Effect of Lee-Wave on Scour Below pipelines in Current // J. of Waterway, Port, Coastal and Ocean Eng., ASCE.– 1988.– Vol. 114(1).– P. 81-92.

19. Б. Олдер, С. Фернбах Вычислительные методы в гидромеханике.– М.: Мир, 1967.– 384 с.
20. Кудрявая К.И., Серяков Е.И., Скриптунова Л.И. Морские гидрометеорологические прогнозы.– Л.: Гидрометеоиздат, 1974.– 310 с.
21. Collins, J.I. Inception of Turbulence at the Bed under Periodic Gravity Waves // *Geophys. Res.*– 1963.– 68, Vol.21.– P. 6007-6014.
22. Jensen, B.L., Sumer B.M., Fredsøe J. Turbulent Oscillatory Boundary Layer at High Reynolds Numbers // *Fluid Mech.*– 1989.– Vol. 206.– P. 265-297.
23. Craig P.D. Velocity profiles and surface roughness under breaking waves // *Geophys. Res.*– 1996.– 101. C1.– P. 1265-1277.
24. Faria, A.F., Thornton, E.B., Stanton, T.P., Soares, C.V. Lippmann T.C. Vertical profiles of longshore currents and related bed shear stress and bottom roughness // *Geophys. Res.*– 1998.– 103. C2.– P. 3217-3232.
25. Grant W.D. and Madsen O.S. Combined Wave and Current Interaction With a Rough Bottom // *Geophys. Res.*– 1979.– Vol. 84, C2.– P. 1797-1808.
26. Burrows R., Tickell R.C., Hames D., and Najafian G. Morison wave force coefficients for application to random seas // *Applied Ocean Res.*– 1997.– Vol. 19, N 3-4.– P. 183-199.
27. Cheong Hin-Fatt, Shenkoz J.N., Subbiah K. Wave forces on submarine pipelines near a plane boundary // *Ocean Eng.*– 1987.– Vol. 14, N 3.– P. 181-200.
28. Кушнир В. М., Федоров С. В. Взаимодействие поверхностных волн с подводным трубопроводом: численные эксперименты // Экологическая безопасность прибрежных и шельфовых зон и комплексное использование ресурсов шельфа.– 2002.– 1(6).– С. 233-237.
29. Кушнир В. М., Федоров С. В. Моделирование взаимодействия поверхностных волн с подводным трубопроводом // *Прикладная гидромеханика.*– 2003.– Т. 5(77), N 3.– С. 55-64.
30. Hansen E.A., Fredsøe J. and Ye M. Two-Dimensional Scour Below Pipelines // *Proc. of 5th Int. Symp. Offshore Mech. and Artic Eng.*, Tokio.– 1986.– Vol. 1.– P. 670-678.
31. Kjeldsen S.P., Gjørvik O., Bringaker K.G. and Jacobsen J. Local Scour Near Offshore Pipelines // *Proc. of 2nd Int. Conf. Port and Ocean Eng. Under Artic Conditions*, Univ. of Iceland.– 1973.– Vol. 1).– P. 308-331.
32. Van Beek F.A. and Wind H.G. Numerical Modeling of Erosion and Sedimentation Around Pipelines // *Coastal Eng.*– 1990.– Vol. 14.– P. 107-128.