

УДК 532.542.4

УРАВНЕНИЕ БЕРНУЛЛИ ДЛЯ ПОТОКА ГАЗОВЗВЕСИ

С. И. КРИЛЬ*, М. Н. ЧАЛЬЦЕВ**

*Институт гидромеханики НАН Украины, Киев

**Автотранспортный институт Донецкого национального технического университета

Получено 03.10.2003

Составлено обобщенное уравнение Бернулли для потока газозвеси, учитывающее сжимаемость газа, температуру и неравномерное распределение концентраций и скоростей фаз по живому сечению потока. Составление такого рода уравнения математически строгим и физически обоснованным методом имеет принципиальное значение, поскольку известные в научной литературе уравнения Бернулли для потоков той или другой гетерогенной среды написаны не всегда правильно. Полученное в данной работе уравнение Бернулли носит универсальный характер и может служить основой методики гидравлического расчета параметров движения не только газозвесей, но и, в частности, суспензий или смесей жидкости и пузырьков газа или пара.

Складено узагальнене рівняння Бернуллі для потоку суміші газу та твердих частинок, яке урахує стисливість газу, температуру і нерівномірність розподілу концентрації та швидкостей фаз по живому перерізі потоку. Складання такого роду рівняння математично точним та фізично обґрунтованим методом має принципове значення, оскільки відомі у науковій літературі рівняння Бернуллі для потоку того чи іншого гетерогенного середовища написані не завжди вірно. Одержане у даній роботі рівняння Бернуллі носить універсальний характер і може бути основою методики гидравлического розрахунку параметрів руху не тільки сумішей газу і твердих частинок, а й, зокрема, суспензій або сумішей рідини і бульбашок газу чи пару.

Generalized equation of Bernoulli for a flow of gas and solid particles mixture, is made taking into account compressibility of gas, temperature and non-uniform distribution of concentration and velocities of phases on alive section of a stream. Such drawing up of the equation mathematically strict and physically proved method has basic value as the known equations of Bernoulli in scientific literature for flow of this or that heterogeneous environment are written not always correctly. Equation of Bernoulli received in the given work has universal character and can form a basis of a technique of hydraulic calculation of parameters of movement not only mixes of gas and solid particles, but also, in particular, suspensions or mixes of a liquid and blisters of gas or pair.

ВВЕДЕНИЕ

Турбулентные потоки смесей газов и твердых частиц – явление частое как в природе, так и в различных областях техники. Такие потоки наблюдаются, в частности, в системах трубопроводного пневмотранспорта твердых дисперсных материалов.

Теоретической основой инженерного расчета потоков газозвесей в трубах должны служить три гидравлические уравнения: неразрывности, Бернулли и гидравлических сопротивлений, написанные для одномерной задачи установившегося течения. Если в данном случае при записи уравнений неразрывности, выражающих постоянство массовых расходов фаз в поперечном сечении потока, не возникают какие-либо трудности, то при составлении уравнения Бернулли они появляются, что связано с необходимостью учета сжимаемости и температуры газа, а также неравномерности распределения концентраций и скоростей фаз по "живому" сечению. Что касается вопроса об определении гидравлических сопротивлений при движении газозвесей в трубах, то он наиболее трудный и требует проведения специальных теоретических и экспериментальных исследований.

В научной литературе известны уравнения Бер-

нуллы, составленные для потока суспензии как несжимаемой среды [1, 2], а также для потока газожидкостной смеси как сжимаемой среды [3, 4]. Однако, как показывает анализ этих уравнений, даже для одной и той же среды они отличаются друг от друга коэффициентами при скоростных напорах фаз и смысловым содержанием плотности, входящей в пьезометрический напор. Что касается уравнения Бернулли для потока газозвеси, то нам не известна литература по этому вопросу. На наш взгляд, наиболее математически строгим и физически обоснованным методом составления уравнения Бернулли для гетерогенной несжимаемой среды является метод, изложенный в [2]. Поэтому задача настоящей работы заключается в том, чтобы, пользуясь этим методом, получить уравнение Бернулли для потока газозвеси.

1. УРАВНЕНИЕ БЕРНУЛЛИ ДЛЯ ПОТОКА ГАЗОВЗВЕСИ

Газозвесь будем рассматривать как некую неоднородную сплошную среду, состоящую из двух взаимодействующих друг с другом континуумов, один из которых относится к газовой фазе, а другой – к твердой. Характеристики газа обозначим

нижним индексом 1, а характеристики твердых частиц – нижним индексом 2. Согласно [2], уравнение Бернулли для элементарной струйки "идеальной" (без трения) несжимаемой двухфазной среды имеет вид

$$\sum_{n=1}^2 \frac{1}{2} \rho_{p,n} v_n^2 + P - \rho_p \Pi = \text{const}, \quad (1)$$

$$\rho_{p,n} = \frac{\rho_n c_n v_n}{\sum_{n=1}^2 c_n v_n}, \quad (2)$$

$$\rho_p = \sum_{n=1}^2 \rho_{p,n}, \quad (3)$$

$$\Pi = - \int g dz, \quad (4)$$

где $\rho_{p,n}$ и ρ_p – расходные плотности n -й ($n = 1, 2$) фазы и двухфазной среды в элементарной струйке; ρ_n , c_n и v_n – плотность, объемная концентрация и истинная скорость движения n -й фазы соответственно; P – давление в несущей среде; Π – потенциальная функция; g – ускорение силы тяжести; z – ось, направленная вертикально вверх.

Обозначим символом q_n объемный расход n -й фазы через единицу площади живого сечения элементарной струйки двухфазной среды, т.е. $q_n = c_n v_n$. Тогда выражения (2) и (3) переписываются соответственно в виде

$$\rho_{p,n} = \frac{\rho_n q_n}{q}, \quad (5)$$

$$\rho_p = \frac{\sum_{n=1}^2 \rho_n q_n}{q} = \sum_{n=1}^2 \rho_n c_{p,n}, \quad (6)$$

где

$$q = \sum_{n=1}^2 q_n \quad (7)$$

– объемный расход двухфазной среды через единицу площади живого сечения элементарной струйки; $c_{p,n}$ – расходная объемная концентрация n -й фазы,

$$c_{p,n} = \frac{q_n}{q}. \quad (8)$$

Уравнение (1) переписем с учетом выражений (4) – (6) в виде

$$\sum_{n=1}^2 \frac{1}{2} \rho_n q_n v_n^2 + qP + \sum_{n=1}^2 \rho_n q_n g z = \text{const},$$

затем разделим все слагаемые полученного уравнения на постоянную величину $\sum_{n=1}^2 \rho_n q_n g$. В результате получим

$$\sum_{n=1}^2 c_{pm,n} \frac{v_n^2}{2g} + \frac{P}{\rho_p g} + z = \text{const}, \quad (9)$$

где

$$c_{pm,n} = \frac{\rho_n q_n}{\sum_{n=1}^2 \rho_n q_n} = \frac{\rho_{p,n}}{\rho_p} \quad (10)$$

– расходная массовая концентрация n -й фазы в элементарной струйке, при этом

$$\sum_{n=1}^2 c_{pm,n} = 1.$$

Уравнение (9) относится к несжимаемой двухфазной среде, поэтому концентрация $c_{pm,n}$ и расходная плотность ρ_p – постоянные величины вдоль струйки. В случае же газовой среды, несущая среда которой сжимаема, величина ρ_p переменная по длине струйки, и в данном случае вместо уравнения (9) нужно писать

$$\sum_{n=1}^2 c_{pm,n} \frac{v_n^2}{2g} + \int \frac{dP}{\rho_p g} + z = \text{const} \quad (11)$$

или

$$\sum_{n=1}^2 c_{pm,n} \frac{v_n^2}{2g} + \varphi + z = \text{const}. \quad (12)$$

Здесь принято

$$\varphi = \int \frac{dP}{\rho_p g},$$

где φ – функция давления.

Далее задача заключается в конкретизации интеграла, входящего в уравнения (11) и (12). Выразим величины $c_{pm,n}$ и ρ_p через заданные массовые расходы фаз α_1 и α_2 , относящиеся к единице площади живого сечения элементарной струйки. Согласно уравнениям неразрывности фаз, имеем

$$\rho_1 q_1 = \alpha_1 = \text{const}, \quad (13)$$

$$\rho_2 q_2 = \alpha_2 = \text{const}, \quad (14)$$

на основании чего выражения (6) и (10) принимают соответствующий вид:

$$\rho_p = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{\frac{\alpha_1}{\rho_1} + \frac{\alpha_2}{\rho_2}} = \frac{(\alpha_1 + \alpha_2) \rho_1 \rho_2}{\alpha_2 \rho_1 + \alpha_1 \rho_2}; \quad (15)$$

$$c_{pm,n} = \frac{\alpha_n}{\alpha_1 + \alpha_2} \quad (16)$$

и, как следует из выражения (16), величина $c_{pm,n} = \text{const}$.

Далее, учитывая соотношение (15), перепишем входящую в уравнение (12) функцию давления φ в виде

$$\varphi = \int \left(\frac{\alpha_2 \rho_1 + \alpha_1 \rho_2}{(\alpha_1 + \alpha_2) \rho_1 \rho_2} \right) \frac{dP}{g}. \quad (17)$$

С целью дальнейшего преобразования уравнения (17) предварительно напомним известные из газодинамики процессы изменения состояния газа.

Каждое состояние газа характеризуется тремя параметрами: ρ_1 , P_1 , T_1 , где T_1 – температура. В случае отсутствия теплообмена между газом и внешней средой (теплота не отводится и не подводится) изменяются все три параметра газа в процессе его расширения или сжатия. Такой процесс называем адиабатическим. Если $T_1 = \text{const}$, то процесс изотермический. В случае $P_1 = \text{const}$ – процесс изобарный и, наконец, если $\rho_1 = \text{const}$, то процесс изохорный. Изотермический, изобарный и изохорный процессы – это частные случаи адиабатического процесса.

Таким образом, переходя к уравнению (17), будем предполагать, что происходит адиабатический процесс сжатия газовой фазы, т.е. газ не совершает никакой внешней работы и поэтому вся его энергия расходуется на повышение внутренней потенциальной энергии давления. Для вычисления интеграла, входящего в уравнение (17), будем пользоваться методом, аналогичным изложенному в [5] для потока газа. В случае адиабатического процесса можем написать [5]

$$P = A \rho_1^K, \quad (18)$$

где $A = \text{const}$; K – показатель адиабаты, равный отношению теплоемкостей газа при постоянном давлении C_p^* и постоянном объеме C_v^* , т.е. $K = C_p^*/C_v^*$. Для воздуха $K = 1.405$ (при нормальных условиях) [5].

Для начального живого сечения элементарной струйки имеем

$$P_0 = A \rho_{1,0}^K. \quad (19)$$

Из равенств (18) и (19) вытекает, что

$$\frac{P_0}{\rho_{1,0}^K} = \frac{P}{\rho_1^K} = \text{const}. \quad (20)$$

Используя соотношение (18), выразим плотность газа ρ_1 через давление P :

$$\rho_1 = B P^{1/K}, \quad (21)$$

где

$$B = \left(\frac{P}{\rho_1^K} \right)^{-1/K} = \text{const}. \quad (22)$$

Подставляя в подынтегральное выражение уравнения (17) вместо ρ_1 его выражение (21), получаем в результате интегрирования

$$\begin{aligned} \varphi &= \int \left(\frac{P^{1/K} B \alpha_2 + \rho_2 \alpha_1}{(\alpha_1 + \alpha_2) P^{1/K} B \rho_2} \right) \frac{dP}{g} = \\ &= \frac{\alpha_2 P}{(\alpha_1 + \alpha_2) \rho_2 g} + \frac{\alpha_1}{B(\alpha_1 + \alpha_2)} \frac{K}{K-1} P^{\frac{K-1}{K}} + \text{const} \end{aligned}$$

или, учитывая соотношение (22) и тождество $\frac{K}{K-1} \equiv 1 + \frac{1}{K-1}$,

$$\begin{aligned} \varphi &= \frac{\alpha_2 P}{(\alpha_1 + \alpha_2) \rho_2 g} + \frac{\alpha_1 P}{(\alpha_1 + \alpha_2) \rho_1 g} + \\ &+ \frac{1}{K-1} \frac{\alpha_1 P}{(\alpha_1 + \alpha_2) \rho_1 g}. \end{aligned} \quad (23)$$

Согласно выражению (15), имеем

$$\frac{\alpha_2}{(\alpha_1 + \alpha_2) \rho_2} + \frac{\alpha_1}{(\alpha_1 + \alpha_2) \rho_1} = \frac{1}{\rho_p}, \quad (24)$$

а из уравнения состояния идеального газа

$$P = \rho_1 R T_1$$

получаем

$$\frac{P}{\rho_1} = R T_1, \quad (25)$$

где R – газовая постоянная. С учетом соотношений (24), (25) и обозначения (16) выражение функции давления (23) принимает вид

$$\varphi = \frac{P}{\rho_p g} + \frac{c_{pm,1} R T_1}{(K-1)g}. \quad (26)$$

В результате подстановки в уравнение (12) вместо φ его выражение (26) получаем:

$$\sum_{n=1}^2 c_{pm,n} \frac{v_n^2}{2g} + \frac{P}{\rho_p g} + \frac{c_{pm,1} R T_1}{(K-1)g} + z = \text{const}. \quad (27)$$

Сравнивая (27) с (9), видим, что уравнение Бернулли для элементарной струйки газовой фазы (27) отличается от соответствующего уравнения для несжимаемой двухфазной среды (9) дополнительным слагаемым

$$\frac{c_{pm,1} R T_1}{(K-1)g},$$

которое называется температурным напором, обусловленным неизотермическим движением среды [5]. В случае изотермического движения

$T_1 = \text{const}$ и, следовательно, температурный напор также постоянен. В этом случае, как следует из уравнения (27), температурный напор входит в константу в правой части, и тогда уравнение (27) становится тождественным уравнению (9). Согласно уравнению (27), в элементарной струйке газозвеси гидротермодинамический напор, состоящий из скоростного, пьезометрического, температурного и геометрического напоров и представляющий собой полную энергию, отнесенную к единице веса газозвеси, – величина постоянная вдоль струйки.

Далее установим вид уравнения Бернулли для всего потока газозвеси с поперечным сечением конечных размеров. Рассматривая поток как совокупность элементарных струек, будем предполагать, что угол расхождения между соседними элементарными струйками настолько мал, что составляющими скорости в поперечном сечении потока можно пренебречь. Такой поток, как известно, называется плавновзмещающимся, и в нем давление изменяется по сечению в соответствии с законом гидростатики. В данном случае

$$\wp + z = \text{idem}$$

для всех точек поперечного сечения.

В связи с вышеизложенным, при переходе от элементарной струйки ко всему плавновзмещающемуся потоку газозвеси нужно учесть в уравнении Бернулли поправку на неравномерное распределение скоростей и концентраций фаз по поперечному сечению. Для этого будем исходить из следующих соображений.

Вес объема газозвеси, протекающей в единицу времени через живое сечение $d\omega$ каждой отдельной струйки, равняется $\rho_p g v d\omega$, где

$$v = \sum_{n=1}^2 c_n v_n = q$$

– скорость движения газозвеси в элементарной струйке. Следовательно, кинетическая энергия dK_n массы n -ой фазы, протекающей в единицу времени через элементарную площадку $d\omega$, равняется

$$dK_n = \frac{1}{2} c_{pm,n} v_n^2 \rho_p d\omega. \quad (28)$$

Учитывая, что, согласно (6) и (10),

$$c_{pm,n} \rho_p v = \rho_n q_n = \rho_n c_n v_n, \quad (29)$$

выражение (28) перепишем в виде

$$dK_n = \frac{1}{2} \rho_n c_n v_n^3 d\omega. \quad (30)$$

Интегрируя (30) по всей площади поперечного сечения ω , получаем выражение действительной кинетической энергии массы n -ой фазы, протекающей в единицу времени через поперечное сечение ω :

$$K_n = \frac{1}{2} \rho_n \int_{\omega} c_n v_n^3 d\omega. \quad (31)$$

Если пользоваться средними по сечению ω объемной концентрацией $c_{cp,n}$ и скоростью n -ой фазы $v_{cp,n}$, то выражение "средней" кинетической энергии массы n -ой фазы, протекающей в единицу времени через сечение ω , имеет вид

$$K_{cp,n} = \frac{1}{2} \rho_n c_{cp,n} v_{cp,n}^3 \omega. \quad (32)$$

Разделив выражение (31) на (32), получим

$$\frac{\int_{\omega} c_n v_n^3 d\omega}{c_{cp,n} v_{cp,n}^3 \omega} = \beta_n \quad (\text{обозначение})$$

или, учитывая, что $c_{cp,n} v_{cp,n} \omega = Q_n$, где Q_n – объемный расход n -ой фазы через сечение ω , имеем

$$\beta_n = \frac{\int_{\omega} c_n v_n^3 d\omega}{v_{cp,n}^2 Q_n}. \quad (33)$$

Безразмерный коэффициент β_n , относящийся к потоку n -ой фазы газозвеси, является аналогом коэффициента Кориолиса для потоков однородных жидкостей. Он представляет собой отношение действительной кинетической энергии массы n -ой фазы, протекающей в единицу времени через сечение ω , к "средней" кинетической энергии этой же массы. Выражение (33) впервые получено другим путем в [2].

Попутно отметим, что для потоков суспензий в горизонтальных трубах значения коэффициентов Кориолиса β_1 и β_2 исследованы в [6]. В результате установлено, что для несущей среды коэффициент β_1 принимает значения $1.04 \div 1.2$, которые равны или близки значениям коэффициента Кориолиса для потоков однородной жидкости. Что касается коэффициента β_2 для твердой фазы, то его значение существенно зависит от степени неравномерности распределения концентрации твердых частиц по вертикальному диаметру трубы. В критическом режиме гидротранспортирования, когда основная масса твердого материала перемещается у нижней стенки трубы, значение коэффициента β_2 может равняться 1, 6 и более. С увеличением средней скорости потока значение коэффициента β_2 уменьшается, приближаясь к значению β_1 . Это

физически объясняется тем, что при сравнительно больших скоростях потока концентрация твердых частиц выравнивается по глубине, а эпюры осредненных скоростей обеих фаз приближаются к эпюре скоростей однородного потока.

Перейдем к рассмотрению первого слагаемого уравнения (27). Умножим его на $\rho_p g v d\omega$, затем проинтегрируем по сечению ω и разделим на $\rho_{cp,p} g Q$, где Q – объемный расход газовой фазы через сечение ω , а

$$\rho_{cp,p} = \sum_{n=1}^2 \rho_n \frac{Q_n}{Q} \quad (34)$$

– средняя по сечению ω расходная плотность газовой фазы.

В результате получим выражение

$$\frac{\sum_{n=1}^2 \int_{\omega} c_{pm,n} \rho_p v v_n^2 d\omega}{2g \rho_{cp,p} Q},$$

которое преобразуется с учетом выражений (29) – (31), (33), к виду

$$\sum_{n=1}^2 (c_{pm})_{cp,n} \beta_n \frac{v_{cp,n}^2}{2g}, \quad (35)$$

где

$$(c_{pm})_{cp,n} = \frac{\rho_n Q_n}{\sum_{n=1}^2 \rho_n Q_n} \quad (36)$$

– средняя по сечению ω расходная массовая концентрация n -ой фазы.

Таким образом, при переходе от элементарной струйки по всему потоку газовой фазы нужно заменить первое слагаемое левой части уравнения (27) на выражение (35). Что касается остальных слагаемых уравнения (27), то величины ρ_p и $c_{pm,1}$ нужно заменить на их средние значения $\rho_{cp,p}$ и $(c_{pm})_{cp,1}$ соответственно.

С учетом вышесказанного, уравнение Бернулли для плавноизменяющегося потока "идеальной" газовой фазы принимает вид

$$\sum_{n=1}^2 (c_{pm})_{cp,n} \beta_n \frac{v_{cp,n}^2}{2g} + \frac{P}{\rho_{cp,p} g} + \frac{(c_{pm})_{cp,1} RT_1}{(K-1)g} + z = \text{const}. \quad (37)$$

Здесь уместно отметить, что из-за сжимаемости газа величина $\rho_{cp,p}$ переменна вдоль потока, поэтому умножать все слагаемые уравнения (37) на $\rho_{cp,p} g$ в общем случае нельзя. Это можно делать лишь для низконапорного движения газовой фазы при малых относительных перепадах давления

между начальным и конечным сечениями потока. В этом случае, умножая все слагаемые уравнения (37) на $\rho_{cp,p} g$, получаем:

$$\sum_{n=1}^2 (\rho_p)_{cp,n} \beta_n \frac{v_{cp,n}^2}{2} + P + \rho_{cp,p} \frac{(c_{pm})_{cp,1} RT_1}{K-1} + \rho_{cp,p} g z = \text{const}, \quad (38)$$

где

$$(\rho_p)_{cp,n} = \frac{\rho_n Q_n}{Q} \quad (39)$$

– средняя расходная плотность n -ой фазы.

Учитывая, что

$$\frac{\rho_n Q_n}{Q} v_n^2 = \rho_n \frac{c_{p,n}^3}{c_{cp,n}^2} v_{cp}^2,$$

где v_{cp} – средняя скорость потока газовой фазы, уравнение (38) перепишем в виде [2, 7]

$$\frac{1}{2} \rho^* v_{cp}^2 + P + \rho_{cp,p} \frac{(c_{pm})_{cp,1} RT_1}{K-1} + \rho_{cp,p} g z = \text{const},$$

где

$$\rho^* = \sum_{n=1}^2 \rho_n \frac{(c_p)_{cp,n}^3}{c_{cp,n}^2} \beta_n$$

– эффективная плотность газовой фазы. Таким образом, составлены уравнения Бернулли для элементарной струйки (27) и для целого потока (37) "идеальной" газовой фазы. В случае реальной газовой фазы в левой части уравнений (27) и (37) нужно учесть потерянный напор, обусловленный внутренним и внешним трением газовой фазы. Тогда уравнение (37) перепишется в виде

$$\sum_{n=1}^2 (c_{pm})_{cp,n} \beta_n \frac{v_{cp,n}^2}{2g} + \frac{P}{\rho_{cp,p} g} + \frac{(c_{pm})_{cp,1} RT_1}{(K-1)g} + z + h = \text{const}, \quad (40)$$

где h – потерянный напор при переходе от одного поперечного сечения потока к другому.

Вызывает интерес сравнение уравнения (27) или (37) с уравнениями Бернулли, полученными для той или другой гетерогенной среды другими авторами, например, в [1, 3]. При сравнении будем полагать, что поток гетерогенной среды изотермический и горизонтальный. В этом случае уравнение Бернулли для элементарной струйки взвешенного потока, составленное в [1], имеет в наших обозначениях вид:

$$\left(\frac{v_1^2}{2g} + \frac{P}{\rho_1 g} \right) + \frac{c_{p,2}}{c_{p,1}} \left(\frac{v_2^2}{2g} + \frac{P}{\rho_2 g} \right) = \text{const}. \quad (41)$$

Легко убедиться в том, что уравнение (41) не вытекает из (27), что связано, видимо, с некорректностью записи уравнения (41).

Что касается уравнения Бернулли, записанного для газожидкостного потока в [3], то в случае горизонтального течения оно принимает вид

$$\frac{v_1^2}{2} + \frac{1}{K_m} \frac{v_2^2}{2} + \frac{P}{\rho_1} = \text{const}, \quad (42)$$

где $K_m = m_1/m_2$ – отношение массового расхода несущей среды (жидкости) к массовому расходу пузырьков; ρ_1 – плотность несущей среды.

Покажем, что уравнение, аналогичное уравнению (42), получается из (27).

Умножив все слагаемые уравнения (27) на g и разделив на постоянную величину $c_{pm,1}$, получим с учетом равенств

$$\frac{c_{pm,2}}{c_{pm,1}} = \frac{1}{K_m}, \quad \rho_p c_{pm,1} = \rho_1 c_{p,1}$$

уравнение

$$\frac{v_1^2}{2} + \frac{1}{K_m} \frac{v_2^2}{2} + \frac{P}{\rho_1 c_{p,1}} = \text{const}. \quad (43)$$

Сравнивая уравнение (43) с (42), убеждаемся, что в левую часть уравнения (42) должна входить, вместо истинной плотности несущей среды ρ_1 , расходная плотность этой среды $\rho_p c_{p,1}$, равная $\rho_1 c_{p,1}$.

ВЫВОД

Для разработки методики инженерного расчета параметров движения газозвесей в трубах осно-

вополагающим следует считать уравнения Бернулли. Это уравнение, в отличие от уравнения Бернулли для потоков суспензий, должно в общем случае дополнительно учитывать сжимаемость несущей среды и температурный напор. Составленные в данной работе уравнения Бернулли для элементарной струйки (27) и для всего потока газозвесей (37) носят обобщающий характер и могут служить основой методики расчета потоков не только газозвесей, но и других гетерогенных сред, в частности, суспензий или смесей жидкости и пузырьков газа или пара.

1. Дементьев М.А. О гидравлическом расчете прямолинейных и равномерных взвесенесущих потоков в гидротранспортных системах // Изв.ВНИИГ.– 1964.– т.75.– С. 33–58.
2. Криль С.И. Напорные взвесенесущие потоки.– К.: Наукова думка, 1990.– 160 с.
3. Федоровский А.Д., Никифорович Е.И., Приходько Н.А. Процессы переноса в системах газ – жидкость.– К.: Наукова думка, 1988.– 256 с.
4. Прандтль Л. Гидроаэромеханика.– М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1951.– 526 с.
5. Дмитриевский В.И. Гидромеханика.– М.: Изд-во "Морской транспорт", 1962.– 296 с.
6. Криль С.И., Берман В.П. Об измерении расхода гидросмеси трубой Вентури // Вісник Східноукраїнського державного університету, серія Пром. транспорт.– 1999.– N2(18).– С. 93–98.
7. Чальцев М.Н. О гидравлическом расчете трубопроводов для пневмотранспортных систем // Вестник НТУУ (КПИ), серия Машиностроение.– 2000.– N38, т.1.– С. 50–54.