

УДК 551.49.018

# МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ФОРМИРОВАНИЯ ГРУНТОВЫХ И СНЕГОВЫХ ОПОЛЗНЕЙ

Ю. Г. КРИВОНОС, В. В. СКОПЕЦКИЙ

*Институт кибернетики НАН Украины, Киев*

*Получено 09.11.2000 ◊ Пересмотрено 15.11.2002*

Приведены и анализируются модели, описывающие возникновение и движение оползней, а также явления влагопереноса. Задача распознавания оползней сводится к решению уравнения влагопереноса при соответствующих граничных и начальных условиях. Анализируются различные возможные граничные условия и характерные особенности оползневых явлений и условия их генерации.

Наведено та аналізуються моделі, що описують виникнення та рух зсувів, а також явища переносу вологи. Задача розпознавання зсувів зводиться до розв'язку рівнянь переносу вологи при відповідних граничних та початкових умовах. Аналізуються різні можливі граничні умови та характерні особливості зсувових явищ та умови їхньої генерації.

The models of generation and moving of landslides and phenomena of moisture transfer are presented and analysed. The recognition problem of landslides is reduced to solving a moisture transfer equation under corresponding boundary and initial conditions. Different possible boundary conditions and characteristic features of the landslides phenomenon are analysed.

## ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время большое значение приобретают проблемы, связанные с предотвращением или уменьшением пагубных последствий грунтовых и снежных оползней, наиболее характерных для горных районов. Установление механизмов формирования этих явлений и определение критериев срыва грунтовых и снеговых масс с подстилающих поверхностей – одна из важных экологических задач.

Детальное изучение геологической структуры оползневой зоны является особо важным и необходимым этапом изучения механизма и кинематики оползневого процесса, которое требует проведения геологоразведочных работ, главным образом буровых и геофизических [1].

Гидрогеологические факторы оказывают существенное влияние на ход развития оползневых процессов. Воздействия этих факторов могут быть силовыми (фильтрационное давление, повышение массы пород при увлажнении) и снижающими прочность пород за счет повышения естественной влажности, диффузного выщелачивания, суффозии [2].

Необходимо проводить различие между оползнями и грунтовыми обвалами. Как правило, оползни характерны для горных склонов, тогда как грунтовые обвалы обычно происходят у берегов и у подножий горных склонов. Хотя в некоторых случаях провести между этими процессами

четкую границу не представляется возможным.

Грунтовые оползни возникают в период продолжительных сезонных дождей, когда толщи пористых пород осадочного происхождения, расположенные на более плотных породах, полностью насыщаются влагой. Это приводит к увеличению их веса и уменьшению касательного напряжения на границе их соприкосновения с подстилающими осадочными породами, имеющими малый коэффициент фильтрации, либо с коренными породами магматического происхождения, угол наклона поверхности которых к горизонту достаточно велик.

Для прогнозирования времени наступления грунтового оползня необходимо иметь информацию о геологическом разрезе и рельефе местности с целью обнаружения местонахождения наиболее опасных участков с критическими углами склона поверхности подстилающих пород.

## 1. МОДЕЛЬ ФОРМИРОВАНИЯ ОПОЛЗНЕЙ И ИХ ХАРАКТЕРНЫЕ ОСОБЕННОСТИ

Таким образом, задача распознавания оползня сводится к решению уравнения влагопереноса с соответствующими граничными условиями на поверхности почвы и на границе контакта исследуемой толщи осадочных пород с подстилающей породой, которая может быть либо коренной породой, либо плотной породой осадочного происхождения с малым коэффициентом фильтрации. Если толщина пород предполагаемого оползня состо-

ит из нескольких слоев различных типов пород, то на границах их соприкосновения должны выполняться следующие условия:

- а) равенство потоков влаги;
- б) условие сопряжения влажностей пород.

Очевидно, что в реальных условиях свободная поверхность исследуемой на оползень толщи пород в общем случае не будет параллельна поверхности соприкосновения с подстилающими породами. Будем исходить из принципа максимального неблагоприятия и рассмотрим упрощенный осредненный вариант задачи, когда поверхности почвы и подстилающих пород параллельны. На рис. 1 штриховой линией нанесено некоторое среднее положение свободной поверхности почвы.

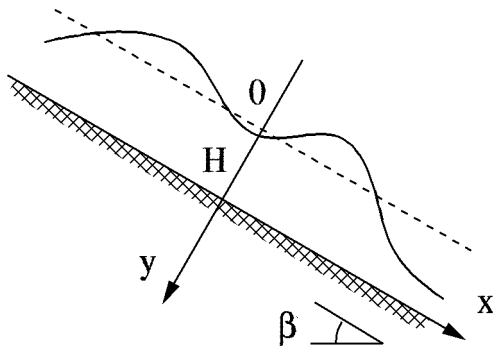


Рис. 1. Расположение почвы на подстилающей породе: сплошная линия – свободная поверхность почвы; штриховая – ее среднее значение

Начало координат расположим на поверхности почвы. Уравнения влагопереноса для различных метеоусловий приведены в [3].

При отсутствии на поверхности почвы дождевого потока процесс влагопереноса в ней описывается уравнением

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial y} \left[ \cos \beta \left\{ D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial y} - \frac{K(\theta)}{\theta_{max} - \theta_{гл}} \times \left( \frac{\theta - \theta_{гл}}{\theta_{max} - \theta_{гл}} \right)^{n-1} \left[ (\theta - \theta_{гл}) + ny \frac{\partial \theta}{\partial y} \right] \right\} - s(y, t), \right. \quad (1)$$

где  $\theta$  – объемная влажность почвы;  $\beta$  – угол наклона поверхности почвы к горизонту;  $\theta_{гл}$  – характерная влажность почвы на глубине после полного гравитационного стекания;  $D(\theta)$  и  $K(\theta)$  – соответственно коэффициент диффузии влаги в почве и коэффициент гидравлической проводимости;  $s(y, t)$  – изменение объемной влажности в почве в единицу времени за счет поглощения воды корнями растений.

Уравнение (1) удовлетворяет следующим граничным условиям:

- а) равенству потоков влаги через поверхность почвы при  $y = 0$

$$\cos \beta \left\{ -D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial y} + K(\theta) \left( \frac{\theta - \theta_{гл}}{\theta_{max} - \theta_{гл}} \right)^n \right\}_{y=0} = q; \quad (2)$$

- б) условию сопряжения влажностей пород при  $y = H$

$$\theta(H, t) = \frac{\theta_{max}}{\theta_{max}^n} \theta_n(H, t); \quad (3)$$

- в) условию равенства потоков влаги при  $y = H$

$$\begin{aligned} \cos \beta \left\{ -D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial y} + \frac{K(\theta)}{\theta_{max} - \theta_{гл}} \left( \frac{\theta - \theta_{гл}}{\theta_{max} - \theta_{гл}} \right)^{n-1} \times \right. \\ \left. \times \left[ (\theta - \theta_{гл}) + nH \frac{\partial \theta}{\partial y} \right] \right\}_{y=H} = \\ = \cos \beta \left\{ -D_n(\theta_n) \frac{\partial \theta_n}{\partial y} + \frac{K_n(\theta_n)}{\theta_{max}^n - \theta_{гл}^n} \left( \frac{\theta_n - \theta_{гл}}{\theta_{max} - \theta_{гл}} \right)^{n-1} \times \right. \\ \left. \times \left[ (\theta_n - \theta_{гл}) + nH \frac{\partial \theta_n}{\partial y} \right] \right\}_{y=H}; \quad (4) \end{aligned}$$

- г)  $\theta_n(\infty, t) = \theta_{гл}^n$ ; (5)

при начальных условиях

$$\theta(y, 0) = \theta_0(y), \quad (6)$$

$$\theta_n(y, 0) = \theta_0(y) = \theta_{гл}^n, \quad (7)$$

которые определяются опытным путем.

Здесь  $q$  – интенсивность выпадения осадков. Индекс  $n$  в приведенных выше граничных и начальных условиях относится к подстилающей толще пород. Все остальные физические величины имеют прежний смысл.

Уравнение влагопереноса для подстилающих пород имеет вид, аналогичный (1), но без члена  $s(y, t)$ , учитывающего поглощение влаги корнями растений.

При наличии на поверхности почвы дождевого потока глубиной  $h$  уравнение влагопереноса в ненасыщенной почве примет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial y} \left[ \cos \beta \left\{ D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial y} - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{K(\theta)}{\theta_{max} - \theta_{гл}} \left( \frac{\theta - \theta_{гл}}{\theta_{max} - \theta_{гл}} \right)^{n-1} \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \left[ (\theta - \theta_{гл}) + n(h+y) \frac{\partial \theta}{\partial y} \right] \right\} \right] - s(y, t). \quad (8) \end{aligned}$$

Граница насыщенной зоны будет перемещаться в глубину почвы со скоростью [3]

$$V_f = K_f \cos \beta / \theta_{max},$$

где  $K_f$  – осредненный коэффициент фильтрации почвы, учитывающий неоднородность состава пород.

Заменой переменных  $Y = y - V_f t$  уравнение (1) можно привести к виду, удобному для численного интегрирования:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = V_f \frac{\partial \theta}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left[ \cos \beta \left\{ D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial y} - \frac{K(\theta)}{\theta_{max} - \theta_{гл}} \left( \frac{\theta - \theta_{гл}}{\theta_{max} - \theta_{гл}} \right)^{n-1} \times \left[ (\theta - \theta_{гл}) + n(Y + V_f) \frac{\partial \theta}{\partial y} \right] \right\} \right] - s(t, y). \quad (9)$$

На движущейся границе насыщенной зоны при  $y = Y_f t$  имеет место следующее граничное условие:

$$\theta(V_f t) = \theta_{max}. \quad (10)$$

После перехода к новой независимой переменной  $Y$  условие (10) принимает вид

$$\theta(0, t) = \theta_{max}. \quad (11)$$

Граничные условия на поверхности соприкосновения с подстилающей толщей пород остаются без изменений, но берутся в точке  $Y = H - V_f t$ .

Если подстилающие породы водопроницаемые, то при  $y = H$  выполняются условия равенства нулю потока влаги:

$$\cos \beta \left\{ -D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial y} + \frac{K(\theta)}{\theta_{max} - \theta_{гл}} \left( \frac{\theta - \theta_{гл}}{\theta_{max} - \theta_{гл}} \right)^{n-1} \times \left[ (\theta - \theta_{гл}) + n(h + y) \frac{\partial \theta}{\partial y} \right] \right\}_{y=H=0} = 0. \quad (12)$$

Решая приведенные выше задачи влагопереноса (1) – (12), можно определить промежуток времени, за который исследуемая на возможное появление оползня толща пород достигнет полного насыщения влагой при различных значениях интенсивностей выпадения осадков.

Существенную роль в процессе формирования грунтовых оползней может играть корневая система крупных деревьев на территории возможного проявления оползня, при условии, что подстилающий слой является породой осадочного происхождения, например, плотной глиной. Корни деревьев могут проникать на достаточно большую глубину и пересекать границу контакта, исследуемую на оползень, а также толщи пород вместе с подстилающей породой, что способствует укреплению связи между ними и в конечном счете препятствует появлению оползня.

Если подстилающая порода имеет магматическое происхождение (например, гранит, базальт) или является метаморфизированной породой осадочного происхождения (например, песчаник-роговик), роль растительного покрова сводится в основном к увеличению веса оползня. В состав такого оползня, кроме пород осадочного происхождения, могут входить обломки выветрившихся подстилающих пород. Для характеристики таких грунтов вводятся понятия "приведенных" коэффициентов диффузии влаги и коэффициентов гидравлической проводимости, которые определяются опытным путем.

Появление оползня возможно и в конце весеннего периода таяния снега при условии, что перед началом формирования снегового покрова почва находилась в мерзлом состоянии и не была полностью насыщена влагой, что дает возможность талой воде проникать через мерзлый прослойку грунта внутрь почвы.

Критерий возможного разрыва сплошности пород и ее срыва с подстилающих пород может быть записан следующим образом:

$$\alpha_{min} = \arctg K_{Tp},$$

где  $\alpha_{min}$  – минимальный угол наклона поверхности подстилающей толщи пород к горизонту, при котором возможен срыв полностью насыщенной влагой породы со склона;  $K_{Tp}$  – коэффициент трения скольжения, определяемый экспериментальным путем.

Перейдем к выяснению причин, вызывающих появление снеговых оползней и разработке математической модели процесса их формирования с целью предсказания возможного появления оползней в период интенсивного снеготаяния.

При теоретическом исследовании процессов снеготаяния и транспортировки влаги в снежном покрове предполагается, что последний представляет собой сплошную пористую среду, которая в зависимости от погодных условий может содержать влагу в снегообразном, льдистом и жидком видах. В случае, когда на протяжении суток температура окружающего воздуха принимает как положительное, так и отрицательное значения, талая вода, проникая с поверхности снежного покрова в его глубину, может замерзать, что, в конечном итоге, может привести к образованию в толще снега льдистой прослойки, препятствующей проникновению воды к подстилающей поверхности и тем самым способствующей формированию оползня. Вследствие разнообразия погодных условий трудно учесть все возможные ситуации, возникающие

при формировании оползней в процессе снеготаяния. Поэтому исследования проведем для периода пика весеннего снеготаяния, когда в течение суток значение температуры не опускается ниже нуля градусов Цельсия. При этом будем предполагать, что до начала процесса снеготаяния снеговой покров по всей глубине прогрелся, по крайней мере, до нулевой температуры. В процессе таяния со стороны свободной поверхности снегового покрова в глубину толщи снега движется поток талой воды, способствуя его уплотнению, а следовательно, и изменению количественного соотношения в объеме между снегообразной массой и талой водой.

Очевидно, что срыв снежного покрова наиболее вероятен после полного насыщения его водой, когда касательные напряжения на границе контакта снег-подстилающая поверхность будут иметь минимальные значения.

Будем считать, что до периода пика весеннего снеготаяния снег уплотняется и с течением времени его структура и содержание в объеме не изменяются, т. е. температура снега и талой воды в покрове в процессе таяния примерно одинакова и близка к нулю. Это подтверждается наличием "водоснежных потоков", представляющих собой ручейковые течения полностью насыщенного водой снега [4]. Отсюда следует, что весь процесс снеготаяния происходит, в основном, в очень тонком верхнем слое снегового покрова, при температуре плавления, равной нулю. Скорость таяния снега определяется величиной поступающего из атмосферы теплового потока  $Q$ , который в общем случае является функцией от времени.

Начало координат расположим на поверхности снегового покрова до начала процесса снеготаяния, соответствующего моменту времени  $t = 0$ . Ось  $OY$  направим вниз перпендикулярно свободной поверхности.

Запишем граничное условие непрерывности потока тепла, необходимое для определения скорости перемещения свободной поверхности снегового покрова по направлению к почве в процессе таяния снега:

$$Q(t) = -\chi(\theta_{max}^c) \frac{\partial T}{\partial y} [\xi(t), t] + \lambda_c \rho_c \frac{d\xi}{dt}.$$

Здесь  $\chi(\theta_b^c)$  – эффективный коэффициент теплопроводности снегового покрова, содержащего влагу в жидком и снегообразном виде;  $\theta_{max}^c$  – пористость уплотненного снега;  $T$  – температура снежной массы;  $y = \xi(t)$  – уравнение свободной поверхности снегового покрова;  $\rho_c$  – плотность снега;  $\lambda_c$  – удельная теплота плавления снега, равная

теплоте плавления льда.

Величина теплового потока  $Q$  зависит от погодных условий: температуры и влажности воздуха, скорости испарения, солнечной радиации, скорости ветра и других факторов. Формулы для определения величин тепловых потоков приведены в [5]. Значения  $Q$ , как правило, осредняются в течение периода пика весеннего снеготаяния поэтапно с учетом дневного и ночного времени таяния.

Поскольку снегообразная и жидкая влага в снеговом покрове находятся при температуре, близкой к нулю, градиентом температуры  $\partial T/\partial y$  в соотношении (13) можно пренебречь в виду его талости. Отсюда следует, что практически все подводимое к поверхности снегового покрова тепло со стороны атмосферы расходуется на плавление снега.

Поместим начало координат на подстилающей поверхности породы, а ось  $\tilde{y} = H - y$  направим вверх, где  $H$  – толщина снегового покрова до начала процесса снеготаяния. При сделанном выше предположении граничное условие (13) упрощается и принимает вид

$$\frac{d\tilde{\xi}}{dt} = V_0 = -\frac{Q(t)}{\lambda_c \rho_c} \quad (13)$$

при начальном условии

$$\tilde{\xi}(t_i) = h_i, \quad (14)$$

где  $h_i$  – глубина снегового покрова в момент времени  $t = t_i$ , соответствующем началу  $i$ -го этапа снеготаяния;  $i = 1, 2, \dots, N$ .

Из решения задачи (14), (15) находим уравнение движения поверхности снегового покрова  $y = \xi(t)$ .

## 2. МОДЕЛЬ ВЛАГОПЕРЕНОСА И ЕЕ АНАЛИЗ

Запишем уравнение влагопереноса для уплотненного снега ( $\theta_{max}^{yc} = \text{const}$ ) [3]:

$$\frac{\partial \theta_b^c}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial y} \left[ \cos \beta \left\{ D(\theta_b^c) \frac{\partial \theta_b^c}{\partial y} - \left[ \frac{(\theta_b^c - \theta_{gs}^c)^{n-1}}{(\theta_{max}^{yc} - \theta_{gs}^c)^n} \right] \times \right. \right. \\ \left. \left. \times K(\theta_b^c) \left[ (\theta_b^c - \theta_{gs}^c) + n \left[ y - \xi(t) \right] \frac{\partial \theta_b^c}{\partial y} \right] \right\} \right]. \quad (15)$$

Здесь  $\theta_b^c$  – объемное содержание воды в толще снегового покрова;  $\theta_c$  – объемное содержание снега в снеговом покрове,  $\theta_c = 1 - \theta_{max}^{yc}$ ;  $\theta_{gs}^c$  – объемное содержание жидкой влаги (воды) после полного гравитационного стекания, при котором не

проявляється дія гравітаційних сил;  $n$  – показател степені, визначений експериментальним шляхом;  $\theta_{gs}^c \approx 0.2 \pm 0.22$ .

Уравнение влагопереноса (15), в отличие от известного в литературе [5], учитывает зависимость гравитационного потенциала от объемного содержания воды в снеговом покрове. Выражение для определения коэффициентов диффузии такой воды в снеговой массе  $D(\theta_b^c)$  и гидравлической проводимости  $K(\theta_b^c)$  приведены в [5].

Уравнение (15) удовлетворяет следующим граничным условиям.

На поверхности снегового покрова при  $y = \xi(t)$  в зависимости от скорости движения  $\frac{d\xi}{dt}$  может иметь место одно из двух граничных условий:

1. Если величина  $(1 - \theta_{max}^{yc}) \frac{d\xi}{dt}$  больше или равна коэффициенту фильтрации воды в снеге  $K_f$ , граница насыщенной зоны в снеге перемещается вниз относительно свободной поверхности  $y = \xi(t)$  со скоростью  $V_f = K_f / \theta_{max}^{yc}$ ;
2. Если  $(1 - \theta_{max}^{yc}) \frac{d\xi}{dt} < K_f$ , то граничное условие при  $y = \xi(t)$  имеет вид

$$\begin{aligned} \cos \beta \left\{ D(\theta_b^c) \frac{\partial \theta_b^c}{\partial y} - \left[ \frac{(\theta_b^c - \theta_{gs}^c)^{n-1}}{(\theta_{max}^{yc} - \theta_{gs}^c)^n} \right] K(\theta_b^c) \times \right. \\ \left. \times \left[ (\theta_b^c - \theta_{gs}^c) + n [y - \xi(t)] \frac{\partial \theta_b^c}{\partial y} \right] \right\}_{y=\xi(t)} = \\ = (1 - \theta_{max}^{yc}) \frac{d\xi}{dt}. \end{aligned} \quad (16)$$

На поверхности почвы при  $y = H$  задано условие

$$\theta_b^c(H, t) = \theta_{min}, \quad (17)$$

где  $\theta_{min}$  – минимально возможное объемное содержание воды в снеге, обусловленное наличием водяных паров в воздухе ( $\theta_{min} \approx 0.1$ ).

В момент начала снеготаяния можно положить

$$\theta_b^c(y, 0) \approx \theta_{min}. \quad (18)$$

Будем также считать, что в мерзлом грунте до начала снеготаяния объемное содержание воды равно  $\theta_{min}$ , а температура грунта близка к нулю.

С момента времени  $t = t_k$ , когда влагосодержание у поверхности почвы станет больше начального значения  $\theta_{min}$ , граничное условие (18) при  $y = H$  заменяется равенством потоков воды с обеих сторон от поверхности почвы.

Кроме того, при  $y = H$  должно выполняться условие сопряжения влажностей

$$\theta_b^c(H, t) = (\theta_{max}^{yc} / \theta_{max}^{rp}) \theta_b^{rp}(H, t),$$

где  $\theta_b^{rp}$  и  $\theta_{max}^{rp}$  – соответственно объемное и максимально возможное содержание воды в мерзлом грунте.

Поскольку проникающая в грунт талая вода имеет температуру, равную  $0^\circ$ , она не в состоянии перевести замерзшую влагу в виде льда в жидкое состояние.

Если грунт до начала снеготаяния промерз на глубину, равную  $L$ , то граничное условие на глубине будет иметь вид

$$\theta_b^{rp}(H + L, t) = \theta_{rp}, \quad (19)$$

где  $\theta_{rp}$  – характерная для этой местности влажность на глубине немерзлого грунта после полного гравитационного стекания воды.

Уравнение влагопереноса для мерзлого грунта будет иметь вид, аналогичный уравнению (15). Следует заметить, что при отрицательных температурах почвы вода, проникая в глубину грунта, замерзает, и граничные условия могут быть заменены условием водонепроницаемости почвы

$$\frac{\partial \theta_b^c}{\partial y}(H, t) = 0.$$

Задача влагопереноса (15) – (19) решается численно, например, методом конечных разностей. Счет продолжается до нахождения момента времени, соответствующего полному насыщению снегового покрова водой. Может оказаться, что при некоторых погодных условиях в период пика весеннего снеготаяния с учетом инфильтрационных свойств мерзлого грунта снеговой покров не сможет достичь полного насыщения водой, что в общем случае при некоторых углах наклона  $\beta$  поверхности почвы к горизонту может исключить возможность появления оползня.

Критерий срыва можно характеризовать как минимальный угол наклона поверхности почвы к горизонту, при котором полностью насыщенной влагой снежный покров отрывается от подстилающей поверхности и сносится вниз по склону водосбора:

$$\alpha_{min}^0 = \arctg K_{mp}^c,$$

где  $K_{mp}^c$  – коэффициент трения скольжения, зависящий от толщины и плотности снегового покрова, определяемый экспериментальным путем.

Наличие ручейков водоснежных потоков полностью насыщенного водой снега, о чем упоминалось

выше [4], является прямым доказательством локальных срывов снежных покровов с подстилающих поверхностей при углах наклона к горизонту, превышающих критические.

## ВЫВОДЫ

Представлены модели формирования оползней, характеризующие особенности зарождения оползней и их срыв. При прогнозировании возможности появления оползня необходимо использовать данные метеослужбы по прогнозу погоды в период пика снеготаяния и провести численные расчеты по определению промежутка времени, в течение

которого снеговой покров в оползнеопасном районе может достичь полного насыщения водой.

1. Емельянов Е. П. Основные закономерности оползневых процессов.– М.: Недра, 1972.– 308 с.
2. Изучение режима оползневых процессов.– М.: Недра, 1982.– 255 с.
3. Волкович В. Л., Чечко Г. А., Панчук В. И. Математическое прогнозирование смыва почвы дождевыми осадками // Проблемы управления и информатики.– 1995.– N 5.– С. 125-134.
4. Ушборн А. Л. Мир холода.– М.: Прогрес, 1988.– 382 с.
5. Кучмент Л. С., Демидов В. Н., Мотовилов Ю. Г. Формирование речного стока.– М.: Наука, 1983.– 214 с.