

УДК 532. 529: 531.781

## ИЗМЕРЕНИЕ СИЛЫ МАГНУСА ПРИ УМЕРЕННЫХ ЧИСЛАХ РЕЙНОЛЬДСА

В. П. ЯЦЕНКО, В. В. АЛЕКСАНДРОВ

Институт общей энергетики НАН Украины, Киев

Получено 25.07.2000

Выполнены измерения силы Магнуса, действующей на вращающееся сферическое тело, обтекаемое воздушным потоком. Установлено на аналитических весах исследуемое тело приводилось во вращение и обдувалось потоком заданной скорости. Измерялся разбаланс весов, вызванный силой Магнуса, и определялась величина коэффициента  $C_M$  в формуле Рубинова-Келлера. Установлена зависимость коэффициента  $C_M$  от двух чисел Рейнольдса  $Re_\omega$  и  $Re_p$  в диапазоне  $590 < Re_\omega < 45000$ ,  $360 < Re_p < 13500$ . При постоянном  $Re_p$  с возрастанием  $Re_\omega$  величина  $C_M$  уменьшается, а при  $Re_\omega = \text{const}$  с увеличением  $Re_p$   $C_M$  увеличивается, приближаясь при малых  $Re_\omega$  к величинам, найденным Рубиновым и Келлером. С использованием полученных результатов и известных литературных данных получена обобщающая формула для коэффициента  $C_M$ .

Виконані вимірювання сили Магнуса, яка діє на сферичне тіло, що обертається у повітряному потоці. Встановлено на аналітичних вагах досліджуване тіло приводилося в обертання й обдувалося потоком заданої швидкості. Вимірювався розбаланс ваг, викликаний силою Магнуса, і визначалася величина коефіцієнту  $C_M$  у формулі Рубінова-Келлера. Встановлено залежність коефіцієнту  $C_M$  від двох чисел Рейнольдса  $Re_\omega$  і  $Re_p$  у діапазоні  $590 < Re_\omega < 45000$ ,  $360 < Re_p < 13500$ . При постійному  $Re_p$  із зростанням  $Re_\omega$  значення  $C_M$  зменшується, а при  $Re_\omega = \text{const}$  із збільшенням  $Re_p$   $C_M$  збільшується, наближаючись при малих  $Re_\omega$  до величин, визначеної Рубіновим і Келлером. З використанням отриманих результатів і відомих літературних даних отримана узагальнююча формула для коефіцієнту  $C_M$ .

We describe some results of our measurements of the Magnus force, acting on a rotating spherical body blown up by an air flow. A spherical body located on an analytical balance was rotated and blown by a flow with a given velocity. The out-of-balance caused by the Magnus force was measured, and the  $C_M$  factor in the Rubinow-Keller formula was determined. The dependence of  $C_M$  upon two Reynolds numbers  $Re_\omega$  and  $Re_p$  in a range  $590 < Re_\omega < 45000$ ,  $360 < Re_p < 13500$  was established. If  $Re_p$  is fixed, the  $C_M$  value decreases with increase in  $Re_\omega$ . If  $Re_\omega = \text{const}$ ,  $C_M$  increases with  $Re_p$ , coming nearer to the value found Rubinow and Keller for small  $Re_\omega$ . Using the obtained results and known data from the literature, we derive a generalizing formula for  $C_M$ .

### ВВЕДЕНИЕ

На движение частиц в потоке газовой взвеси оказывают влияние многие факторы. В результате частицы перемещаются не только в продольном направлении, совпадающем с вектором средней скорости газа, но и в поперечном. В каналах и соплах поперечное смещение приводит к осаждению частиц на стенки, их эрозионному износу, образованию отложений. В энергетических установках с двухфазными теплоносителями или рабочими телами такое осаждение может приводить к прогоранию стенок каналов. При перемещении газовой взвеси в атмосфере (песчаные бури, выбросы золы и несгоревшего топлива на тепловых электростанциях и аэрозолей из вентиляционных труб и т.п.) поперечное движение частиц приводит зачастую к непредсказуемому их рассеиванию и загрязнению окружающей среды.

Таким образом, даже этот краткий анализ явлений, имеющих место в потоках газовой взвеси, свидетельствует о необходимости изучения влияния силовых факторов, приводящих к поперечному перемещению частиц. Настоящая работа посвящена одному из этих факторов - силе Магнуса.

### 1. СОСТОЯНИЕ ВОПРОСА

Известно, что в потоке газовой взвеси частицы приобретают интенсивное вращательное движение. Оценки [1] показывают, что угловая скорость при этом может достигать значений  $\omega = 10^5 - 10^7 \text{ c}^{-1}$  в зависимости от размера частиц  $\delta$ . В результате вращения на частицы, кроме силы аэродинамического сопротивления  $F_a$ , действует также сила Магнуса  $F_M$ . Выражение для этой силы при  $Re_\omega \rightarrow 0$ ,  $Re_p \rightarrow 0$  и сферической форме тела было получено Рубиновым и Келлером [2]. Здесь  $Re_\omega$ ,  $Re_p$  - вращательное и поступательное числа Рейнольдса;  $Re_\omega = \omega \delta^2 / \nu$ ,  $Re_p = v \delta / \nu$ ;  $\nu$  - вязкость газа;  $v$  - скорость скольжения. Величина проекции  $F_M$  на поперечное направление определяется по формуле

$$F_M = C_M \rho_g (\delta/2)^3 \omega (U_g - U_p) \quad (1)$$

где  $U$  - продольная составляющая поступательной скорости;  $\rho$  - плотность;  $C_M$  - коэффициент; индексы  $g, p$  относятся к газу и частицам соответственно. В работе [2] получено  $C_M = \pi$ . В другом крайнем случае, при  $Re_\omega$  и  $Re_p \rightarrow \infty$  коэффициент  $C_M$  в выражении (1) вычислен аналитически [3] и

равен  $C_M = 8\pi/3$ .

Однако экспериментальные и теоретические исследования эффекта Магнуса для вращающихся сферических твердых тел, выполненные в работах [4–10], показали, что и при высоких, и при умеренных числах Рейнольдса величина коэффициента  $C_M$  в формуле (1) отличается от приведенных выше значений. Проанализируем вкратце эти работы.

Дементьев [4] определил величину  $C_M$  только для одной пары чисел  $Re_\omega, Re_p$  и получил значение  $C_M = 0.23\pi$ . В работе [5] приводятся экспериментальные результаты лишь для очень больших вращательных чисел Рейнольдса ( $Re_\omega > 10^4$ ). Измерение угловой скорости и смещения частицы из-за действия силы Магнуса в работе [6] проводилось после удара о шероховатую поверхность, что могло внести значительную погрешность в опытные данные. Как показывают наши расчеты, при такой методике различие между траекториями, соответствующими разным значениям  $C_M$ , меньше, чем погрешность измерений. Для определения величины  $C_M$  в [7] измерялись траектории твердой сферической частицы в трубе, при этом на частицы, кроме силы Магнуса, действовала и подъемная сила Саффмена, обусловленная градиентом скорости газа в пристенной области. В расчете одновременно определялись два коэффициента в выражениях для каждой из этих сил. В работе [8] исследовали траекторию движения вращающейся сферы, перемещающейся вверх в покоящейся жидкости для малых значений  $\Gamma$  и  $Re_p$ , где  $\Gamma = 0.5Re_\omega/Re_p$ .

В перечисленных работах, кроме [8, 10], аппроксимационные зависимости типа  $C_M(Re_\omega, Re_p)$  в широком диапазоне изменения  $Re_\omega, Re_p$  не получены. В [8] приводится зависимость  $C_M(\Gamma, Re_p)$  лишь для области  $Re_p = 10 \div 140$  и  $Re_\omega = 5 \div 410$ . Попытка обобщить экспериментальный материал в широком диапазоне значений  $Re_\omega$  предпринята в [10]. На основании данных [4, 6, 7] и результатов собственных измерений получена формула

$$C_M = 6.05\pi Re_\omega^{-0.39} \quad (100 < Re_\omega < 36000), \quad (2)$$

недостатком которой является отсутствие учета влияния  $Re_p$ .

Следует отметить, что в большинстве из рассмотренных работ, кроме [4, 9], используются косвенные методы определения силы Магнуса. Общим недостатком этих методов является то, что во время измерений меняются угловая скорость и скорость скольжения исследуемого тела. Поэтому при обработке результатов приходится привлекать различные гипотезы относительно способов

осреднения  $\omega$  и  $v$ . Кроме того, в расчетах траекторий движения необходимо использовать уравнение для затухания угловой скорости исследуемого тела и изменения коэффициента сопротивления  $C_R$ . И, наконец, при малых  $Re_\omega, Re_p$  чувствительность косвенных методов сравнима с погрешностью экспериментов, что в итоге приводит к ненадежности результатов. Поэтому весьма привлекательными являются различные прямые методы измерения силы Магнуса. Один из таких методов представлен в настоящей работе.

## 2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЙ СТЕНД И МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЙ

В основу наших экспериментов положен весовой метод измерения силы Магнуса. Схема стенда представлена на рис. 1. Исследуемое шарообразное тело 1 закреплялось на оси 2, установленной в подшипниках, расположенных на рамке 3. Ось вместе с шаром приводилась во вращение микроэлектродвигателем 4, питание которого осуществлялось по гибким проводам 5. Диаметр проводов выбирался минимально возможным, исходя из величины тока, необходимого для устойчивого вращения двигателя. В наших опытах он составлял 0,05 мм. На другой стороне рамки размещался противовес 6. Рамка 3 с помощью серьги 7 подвешивалась на одном из плеч весов. На другое плечо подвешивалась рамка 8 с уравновешивающими грузами 9 и площадкой 10 для установки на ней во время опытов компенсационных пластин известной массы.

Для обдува исследуемого тела использовался воздушный поток, вытекающий из горизонтального канала 11, передний срез которого находился на расстоянии  $10\delta$  от центра шара. Канал располагался таким образом, чтобы его ось лежала в плоскости вращения шара и проходила через его центр. Скорость потока измерялась термоанемометром 12, сигнал с которого регистрировался блоком 13. Температура потока измерялась термометром. Частота вращения электродвигателя определялась с помощью измерительного блока 14, содержащего частотомер и источник питания. Для контроля равновесного состояния использовались обычные в устройствах такого типа стрелочный указатель 15 и шкала 16.

Опыты проводились следующим образом. Вначале устанавливалось совпадение острия стрелочного указателя 15 (см. рис. 1) с нулевой отметкой шкалы 16 и, в случае необходимости, проводилась коррекция весов. Далее включался микроэлектродвигатель и устанавливалась заданная частота и

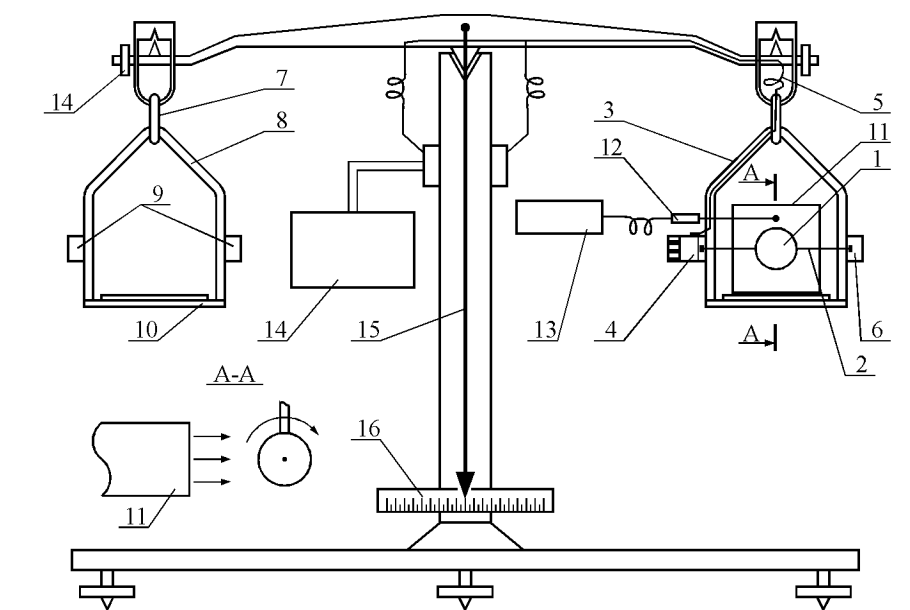


Рис. 1. Схема экспериментального стенда

направление вращения шара 1. Отклонения указателя 15 от нулевого положения при этом не наблюдалось. После этого двигатель выключался и подавался воздушный поток. Разбаланс весов при этом также не наблюдался. Измерялась скорость потока в двух взаимоперпендикулярных направлениях на расстоянии  $5\delta$  от среза канала 11. По измеренным значениям вычислялась средняя скорость потока. Снова включался микроэлектродвигатель и путем установки компенсационных пластинок на площадку 10 определялся разбаланс весов, вызванный действием силы Магнуса. Таким же образом измерялся разбаланс весов при той же скорости потока, но противоположном вращении шара. Результаты измерений при этом не различались.

При проведении измерений стрелочный указатель 15 совершал медленные колебания около нулевого положения. Поэтому в опытах визуально фиксировались крайние отклонения указателя и по ним находилось среднее значение. Зная цену деления шкалы и вес компенсационных пластинок, можно найти общий вес  $F_l$ , уравновешивающий в данном опыте силу Магнуса.

В этих опытах, как и в работе [10], использовался полый целлулоидный шар диаметром 37.8 мм и массой 2.27 г. Основная серия опытов по весовой методике проводилась в диапазоне чисел Рейнольдса  $590 < Re_\omega < 6000$ ,  $360 < Re_p < 6000$ . Для сравнения полученных результатов с [4, 5] и нашими предыдущими данными было выполнено несколько опытов в диапазоне  $6000 < Re_\omega < 45000$ .

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗМЕРЕНИЙ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

С использованием полученных экспериментальных значений  $F_l$ ,  $\omega$  и  $v$  были рассчитаны величины чисел Рейнольдса  $Re_\omega$ ,  $Re_p$ , а также коэффициент  $C_M$  в формуле (1), при которых  $F_l$  и  $F_M$  совпадают. На рис 2, 3 в качестве примера приведены зависимости коэффициента  $C_M$  от чисел Рейнольдса. Из представленных данных видно, что несмотря на некоторый разброс экспериментальных точек, общую тенденцию связи между  $C_M$ ,  $Re_\omega$  и  $Re_p$  все же можно установить.

Так, при одном и том же значении  $Re_\omega$  величина  $C_M/\pi$  для больших  $Re_p$  больше. При  $Re_p = \text{const}$  и  $Re_\omega = \text{var}$  наблюдается обратная зависимость - с ростом вращательного числа Рейнольдса коэффициент  $C_M$  уменьшается.

Обработка результатов весового измерения силы Магнуса совместно с нашими предыдущими данными [10] позволила получить зависимость для  $C_M$  в виде:

$$C_M = 0.667\pi Re_\omega^{-0.529} Re_p^{0.447} \quad (3)$$

в диапазоне  $590 < Re_\omega < 6000$ ,  $360 < Re_p < 6000$ . При обработке не учитывались опытные точки, явно отклоняющиеся (из-за погрешности измерений) от общего характера зависимости  $C_M(Re_p, Re_\omega)$ .

В качестве примера на рис. 2, 3 показаны значения коэффициента  $C_M$ , рассчитанные по выра-

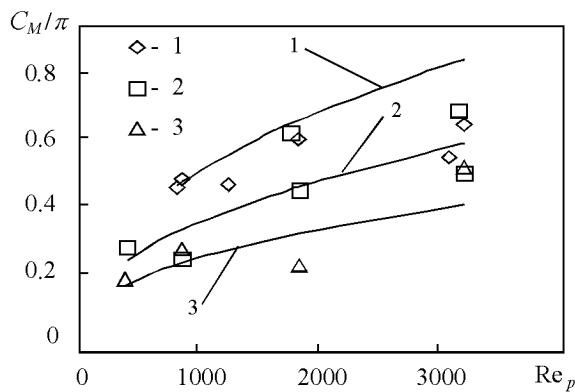


Рис. 2. Зависимость  $C_M$  от поступательного числа Рейнольдса. Кривые – расчет по формуле (3), точки – экспериментальные данные: 1 -  $Re_\omega = 590$ ; 2 -  $Re_\omega = 1180$ ; 3 -  $Re_\omega = 2450$

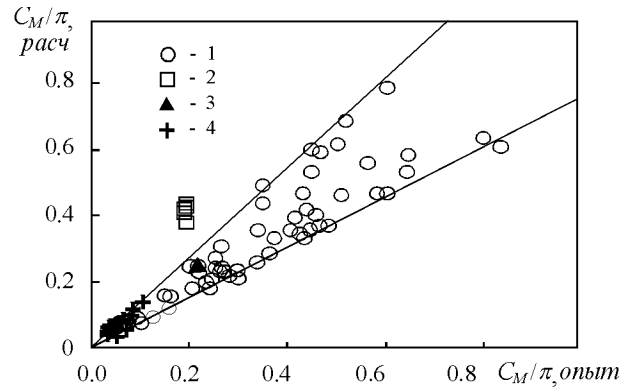


Рис. 4. Сравнение расчетных и опытных результатов: 1 - наши данные; 2 - [6]; 3 - [4]; 4 - [5]

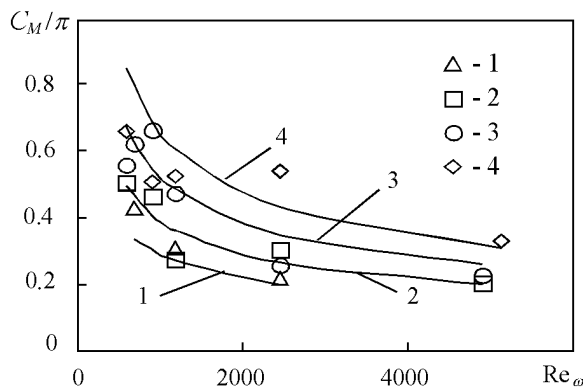


Рис. 3. Зависимость  $C_M$  от вращательного числа Рейнольдса: 1 -  $Re_p = 370$ ; 2 -  $Re_p = 840$ ; 3 -  $Re_p = 1800$ ; 4 -  $Re_p = 3170$

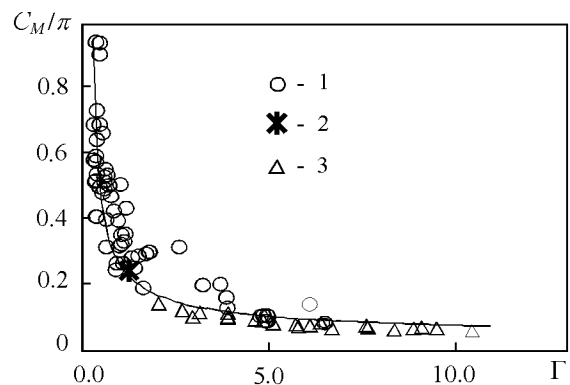


Рис. 5. Зависимость  $C_M$  от  $\Gamma$ : 1 - наши данные; 2 - [4]; 3 - [5]

жению (3) применительно к условиям опытов по весовому методу измерений.

На рис. 4 представлено сравнение всех наших опытных результатов с корреляцией (3). Видно, что в пределах  $\pm 30\%$  она удовлетворительно описывает экспериментальные данные.

Представляет интерес сравнение наших результатов с данными [4 – 7]. Из сравнения следует (см. рис. 4), что данные [4] хорошо совпадают с формулой (3). Результаты [6] находятся вне  $\pm 30\%$  интервала, а рассчитанные по данным [7] дают нереальные значения  $C_M (C_M > \pi)$  (на рис. 4 не показано). С учетом выполненного сравнения была проведена совместная обработка наших опытов, а

также результатов [4, 5]. В итоге была получена формула

$$C_M = 0.17\pi Re_\omega^{-0.64} Re_p^{0.72} \quad (4)$$

в диапазоне  $590 < Re_\omega < 45000$ ,  $360 < Re_p < 13500$ .

В литературе (см., например, [6]) используется и другая форма представления коэффициента  $C_M$ , а именно  $C_M = C_M(\Gamma)$ . На рис. 5 приведены опытные результаты, которые использовались при получении формулы (4), в координатах  $C_M/\pi - \Gamma$ .

Видно, что и в этом случае данные экспериментов удовлетворительно группируются около некоторой кривой. Расчеты показали, что кривая может быть аппроксимирована зависимостью

$$C_M = 0.194\pi\Gamma^{-0.639} \quad (5)$$

с достоверностью аппроксимации  $R^2 = 0.835$ .

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выполненные экспериментальные исследования позволили прямым весовым методом измерить силу Магнуса, действующую на сферическую частицу в диапазоне чисел Рейнольдса  $590 < Re_\omega < 45000$ ,  $360 < Re_p < 6000$ . Предложена новая экспериментальная корреляция для коэффициента  $C_M$  в выражении для силы Магнуса. Она позволяет удовлетворительно рассчитать величину  $C_M$  применительно к условиям выполненных нами опытов. С привлечением известных литературных данных корреляция уточнена и расширена диапазоны ее применимости.

Следует также заметить, что использованная нами весовая методика сопряжена с большими трудностями в области малых значений  $Re$  ( $Re_\omega < 500$ ,  $Re_p < 300$ ). Этот диапазон в настоящее время мало исследован. Кроме работы [8], нам неизвестны результаты исследований по измерению  $C_M$  при малых  $Re$ . Характер зависимости  $C_M(Re_\omega, Re_p)$  в работе [8] обратен тому, что предсказывают формулы (3), (4). В связи с этим представляется целесообразным усовершенствование описанной методики для ее применения при  $Re_\omega = Re_p = 70 \dots 100$ .

1. Шрайбер А.А., Гавин Л.Б., Наумов В.А., Яценко В.П. Турбулентные течения газовзвеси.– Киев: Наук.думка, 1987.– 240 с.
2. Rubinow S.I., Keller J.B. The transverse force on a spinning sphere moving in a viscous fluid // J. Fluid Mech.– 1961.– 11.– P. 447- 459.
3. Нигматуллин Р.И. Динамика многофазных сред. Ч. 1.– М.: Наука, 1987.– 464 с.
4. Дементьев М. А. Транспортирование одиночного твердого тела неоднородным потоком жидкости // Изв. ВНИИГ.– 1955.– вып 54.– С. 3-26.
5. Barkla H.M., Auchterlonie L.J. The Magnus or Robins effect on rotating spheres // J. Fluid Mech.– 1971.– 47.– P. 437- 447.
6. Цудзи, Моригава, Мидзуно Экспериментальное измерение силы Магнуса для вращающегося шара при малых числах Рейнольдса // Теорет. основы инж. расчетов.– 1985.– N 4.– С. 254-261.
7. Yamamoto F. A A study of motion of a sphere in a air flow through a horizontal pipe // Bull. JSME.– 1986.– 29 , N 253.– P. 2055-2061.
8. Oesterle, B., Bui Dinh, T Experiments on the lift of a spinning sphere in a range of intermediate Reynolds numbers // Exper. Fluids.– 1998.– 25.– P. 16-22.
9. Ben Salem, T., Oesterle, B. A shear flow around a spinning sphere: numerical study at moderate Reynolds numbers // Int. Multiphase Flow.– 1998.– 24 , N 4.– P. 563-585.
10. Яценко В. П., Наумов В. А., Соломенко А. Д. О коэффициенте в формуле для силы Магнуса при больших числах Рейнольдса // Моделирование в механике.– 1992.– 6 , N 4.– С. 150-156.