

УДК 532.5:518:5

РАСЧЕТ ТЕЧЕНИЯ В ГИДРОПУШКЕ ЧИСЛЕННЫМ МЕТОДОМ С ИСКУССТВЕННОЙ ВЯЗКОСТЬЮ

А. Н. СЕМКО

Донецкий государственный университет, Донецк

Получено 03.02.2000

Для расчета течения в гидропушке ударного действия развит численный метод, основанный на введении в уравнения движения искусственной вязкости. Нестационарное движение сжимаемой жидкости рассматривается в квазиодномерном приближении. Уравнение состояния воды взято в форме, учитывающей возможную кавитацию жидкости. Результаты расчетов, выполненные для гидропушки конкретной конструкции, сравниваются с расчетами, проведенными численными методами характеристик и Годунова. Обсуждаются особенности применения рассмотренного метода для решения задач нестационарного движения жидкости.

Для розрахунку течії в гідропушці ударної дії розвинуто чисельний метод, заснований на введенні в рівняння руху штучної в'язкості. Нестационарний рух стискаємої рідини розглядається в квазіодномірному наближенні. Рівняння стану води взято у формі, яка враховує можливу кавітацію рідини. Результати розрахунків, виконані для гідропушки конкретної конструкції, порівнюються з розрахунками, проведеними чисельними методами характеристик і Годунова. Обговорюються особливості застосування розглянутого методу для рішення задач нестационарного руху рідини.

For calculation of flow in a hydrocannon of shock action the numerical method based on introduction of artificial viscosity to the equations of movement was improved. The unsteady movement of a compressed liquid is examined in quasi-one-dimensional approximation. The equation of water state is taken in the form which is takes into account possible cavitation of liquid. The results of calculations carried out for a hydrocannon of a concrete design, are compared to results obtained by the numerical method of the characteristics and by Godunov's method. The peculiarities of application of the considered method for solving problems of unsteady movement of liquid are discussed.

ВВЕДЕНИЕ

Исследование гидропушки ударного действия, выполненное в квазиодномерной постановке методами характеристик и Годунова [1 - 5], показало, что течение жидкости в этой установке сопровождается отколом - разрушением жидкости из-за растягивающих напряжений. Расчет течения с отколом методом характеристик требует выделения границы откола, что делает алгоритм неоднородным и усложняет его. При расчете таких течений методом Годунова добавляются новые типы "распадов взрывов", и это также усложняет алгоритм [4, 5]. Ниже описана однородная разностная схема, основанная на введении искусственной вязкости, которая свободна от перечисленных недостатков.

1. УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ В ГИДРОПУШКЕ

Рассмотрим гидропушку ударного действия, схема которой изображена на рис. 1 [1]. В такой установке поршень 1, движущийся в цилиндрическом стволе 2 со скоростью u_0 , в начальный момент времени ударяет по неподвижному столбу жидкости 3 длиной L , который находится у входа в

сужающееся сопло 4. Начало координат поместим у входа в сопло. Течение жидкости в гидропушке будем рассматривать в квазиодномерном приближении, влияние воздуха в сопле не учитываем.

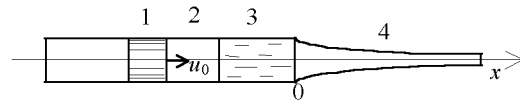


Рис. 1. Схема установки:
1 - поршень, 2 - ствол, 3 - вода,
4 - сужающееся сопло

Для единообразного описания течения введем в уравнения движения искусственную вязкость q , как добавку к гидростатическому давлению p . Систему уравнений нестационарного движения сжимаемой жидкости запишем в виде

$$\frac{dp}{dt} + \rho \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{u}{F} \frac{dF}{dx} \right) = 0,$$

$$\rho \frac{du}{dt} + \frac{\partial}{\partial x} (p + q) = 0, \quad (1)$$

$$\rho \frac{de}{dt} + (p + q) \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{u}{F} \frac{dF}{dx} \right) = 0.$$

Здесь t и x - время и координата; u , ρ и e - скорость, плотность и удельная внутренняя энергия на единицу массы; F - площадь поперечного сечения проточной части установки. Вязкое давление q представим комбинацией линейной и квадратичной вязкости в виде

$$q = -(\lambda + \mu) \frac{\partial u}{\partial x}, \quad (2)$$

где λ и μ - коэффициенты линейной и квадратичной вязкости.

Начальные и граничные условия для задачи следующие:

$$u(0, x) = 0, \quad \rho(0, x) = \rho_0, \quad p(0, x) = 0, \quad (3)$$

$$e(0, x) = 0, \quad x \in [-L, 0];$$

$$u(t, x_p) = u_p, \quad p(t, x_f) = 0. \quad (4)$$

Здесь ρ_0 - плотность воды при $p = 0$; x_p и x_f - координаты поршня и свободной поверхности; u_p - скорость поршня. В задаче рассматривается только втекание жидкости в сопло, поэтому граничные условия при истечении струи жидкости на срезе сопла не ставятся.

Движение поршня описывается следующими уравнениями с начальными условиями:

$$\frac{du_p}{dt} = -\frac{F_c}{m_p} p_p; \quad \frac{dx_p}{dt} = u_p;$$

$$u_p(0) = u; \quad x_p(0) = -L. \quad (5)$$

Здесь F_c - площадь поперечного сечения ствола, равная площади поршня; p_0 - давление жидкости на поршень; m_p - масса поршня.

Уравнение состояния воды возьмем в форме, которая учитывает возможность возникновения откола:

$$p = \begin{cases} \alpha(\rho/\rho_0 - 1) + \beta(\rho/\rho_0 - 1)^2 + \gamma\rho e, & p \geq 0, \\ \alpha(\rho/\rho_0 - 1), & p_* < p < 0, \\ p_*, & p \leq p_*, \end{cases} \quad (6)$$

где $\alpha = 2.29$ ГПа; $\beta = 3.93$ ГПа; $\gamma = 2.85$; $p_0 = 10^3 \text{ кг/м}^3$ - постоянные уравнения состояния. Критическое давление p_* , ниже которого вода разрушается, примем равным: $p_* = -1$ МПа [6, 7]. Как отмечалось выше, для сглаживания разрывов и построения однородной разностной схемы в уравнение движения введена искусственная линейная и квадратичная вязкость. Линейная вязкость q_1

используется для подавления осцилляций параметров течения и вводится в виде

$$q_1 = \begin{cases} \lambda_1 \alpha \rho \Delta x \left| \frac{\partial u}{\partial x} \right|, & \frac{\partial u}{\partial x} < 0; \\ 0, & \frac{\partial u}{\partial x} \geq 0. \end{cases} \quad (7)$$

Здесь λ_1 - числовой коэффициент; a - скорость звука в воде; Δx - шаг разностной сетки.

Квадратичная вязкость q_2 включается на ударных волнах в виде

$$q_2 = \begin{cases} \lambda_2 \rho \Delta x^2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2, & \frac{\partial u}{\partial x} < 0; \\ 0, & \frac{\partial u}{\partial x} \geq 0, \end{cases} \quad (8)$$

где λ_2 - числовой коэффициент. Коэффициенты λ_1 и λ_2 подбираются экспериментально так, чтобы добиться небольшой ширины ударной волны и малой амплитуды пульсаций параметров.

2. КОНЕЧНО-РАЗНОСТНАЯ АППРОКСИМАЦИЯ УРАВНЕНИЙ

Численный расчет начально-краевой задачи (1)-(6) осуществлен на конечно-разностной подвижной сетке с переменным шагом. Скорость жидкости задается в узлах сетки, а давление, плотность и энергия в средних точках.

Скорость жидкости определяется из разностного уравнения сохранения импульса:

$$u_i^{n+1} = u_i^n - 2\Delta t^n \frac{(p+q)_{i+1/2}^n - (p+q)_{i-1/2}^n}{(x_{i+1} - x_{i-1})\rho_i^n}, \quad (9)$$

где

$$\rho_i^n = \frac{(\rho\Delta V)_{i-1/2}^n + (\rho\Delta V)_{i+1/2}^n}{\Delta V_{i-1/2}^n + \Delta V_{i+1/2}^n},$$

$$\Delta V_{i+1/2}^n = \frac{\Delta x_{i+1/2}}{3} (F_i + F_{i+1} + \sqrt{F_i \cdot F_{i+1}}).$$

Здесь нижний индекс относится к координате сетки, верхний - времени. Дробный индекс соответствует промежуточным точкам сетки.

Вязкость q и давление p определяются из обычной разностной аппроксимации уравнений (6), (7).

Внутренняя энергия находится из следующего разностного выражения

$$e_{i+1/2}^{n+1} = e_{i+1/2}^n - \Delta t^n \left(\frac{p+q}{\rho} \right)_{i+1/2}^n \times \left(\frac{u_{i+1} - u_i}{\Delta x_{i+1/2}} + \frac{u_{i+1} + u_i}{2\Delta x_{i+1/2}} \ln \frac{F_{i+1}}{F_i} \right)^{n+1/2}. \quad (10)$$

Скорость звука определяется по формуле

$$a = \sqrt{\frac{p(\gamma + 1) + \beta[(\rho/\rho_0)^2 - 1] + \alpha}{\rho}}$$

В области откола скорость звука считается постоянной, равной $a_* \approx 30$ м/с [8].

Скорость граничного узла 1 на поршне на следующем шаге по времени принимается равной:

$$u_1^{n+1} = u_1^n - \frac{F_c}{m_p} p_{3/2}^n \cdot \Delta t^n. \quad (11)$$

Шаг по времени определяется условием

$$\Delta t = k \min(\Delta t_a, \Delta t_q), \quad (12)$$

где

$$\Delta t_a = \min\left(\frac{\Delta x_{i+1/2}}{a_{i+1/2}}\right),$$

$$\Delta t_q = \min\left[\frac{p\Delta x^2}{4(\lambda + \mu)}\right],$$

k – некоторая константа ≤ 1 .

Для расчета граничного узла N по свободной поверхности вводится фиктивный узел с номером $N + 1$, давление и плотность в котором принимаются нулевыми.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

На рис. 2 приведена диаграмма развития откола для гидропушки с данными, взятыми из работы [1]: $L/L_s = 0,5$; $R_s/R_c = 0,2$; $u_0 = 0,06a_0$, где R_c и R_s – радиусы ствола и среза сопла; L_s – длина сопла; a_0 – скорость звука при давлении, равном нулю. Поршень предполагался очень тяжелым, профиль сопла описывался формулой Виттошинского

$$R = R_s \left\{ 1 - \left[1 - \left(\frac{R_s}{R_c} \right)^2 \right] \frac{\left[1 - \left(\frac{x}{L_s} \right)^2 \right]^2}{\left[1 + \frac{1}{3} \left(\frac{x}{L_s} \right)^2 \right]^3} \right\}^{-\frac{1}{2}}.$$

Предварительные расчеты показали, что вблизи свободной поверхности наблюдается заметная деформация ячеек, связанная с наличием большого градиента скорости. Эта особенность, характерная для лагранжевых сеток, должна учитываться при проведении качественных расчетов. В настоящей работе расчеты проводились на сетках двух видов. В первом варианте использовалась неравномерная сетка, начальный шаг которой уменьшался в направлении к свободной поверхности в несколько раз по линейному закону. В другом

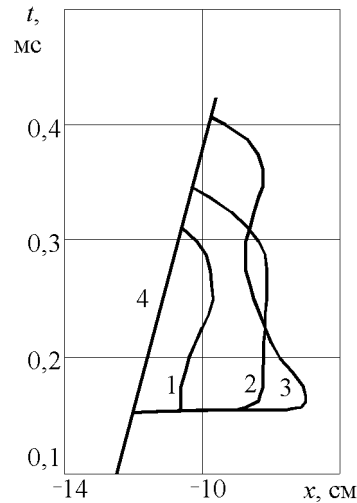


Рис. 2. Диаграмма развития откола: кривые 1–3 – расчет методами характеристик, Годунова и с искусственной вязкостью; 4 – траектория поршня

варианте начальная сетка задавалась равномерной. При расчете контролировался шаг сетки по всем ячейкам. Если шаг сетки для какой-то ячейки превышал максимальный, то она делилась на две ячейки. Параметры течения в новых ячейках находились при помощи линейной интерполяции. Начальное число ячеек сетки задавалось равным 30–60. Расчеты проводились с коэффициентами $\lambda_1 = 3$ и $\lambda_2 = 10$, значения которых были подобраны при решении тестовой задачи о распространении стационарной ударной волны.

Кривые 1–3 на рис. 2 изображают границу откола, полученную при расчете методом характеристик, методом Годунова и предложенным методом, кривая 4 представляет траекторию поршня, которая для тяжелого поршня будет прямой линией. При расчете методом характеристик граница откола выделялась явно [3]. Расчет методом Годунова [4, 10, 11] проводился на эйлеровой подвижной и равномерной сетке. Кривые 2 и 3 получены при расчете методами сквозного счета без выделения границы откола по единому алгоритму. Это привело к некоторому размазыванию границы и расширению области откола, которая определялась сравнением плотности жидкости в ячейке с критической плотностью, соответствующей началу разрушения жидкости.

На рис. 3 приведено распределение скорости по длине гидропушки в конце втекания воды в сопло, когда передний фронт жидкости достигает среза сопла. Кривая 1 получена при расчете методом Годунова, а кривая 2 – по предложенной схеме. Как видно, результаты расчетов хорошо совпада-

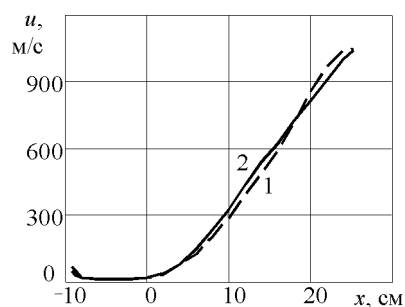


Рис. 3. Распределение скорости жидкости по длине гидропушки в конце втекания. Кривые 1 и 2 - расчет методом Годунова и предложенным методом.

ют. При расчетах разными численными методами контролировалось выполнение законов сохранения массы и энергии. Для предложенного метода дисбаланс массы не превышал 0.2% , а полной энергии - 1% на всех стадиях расчета на сетке из 48 ячеек.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенные исследования показали достаточную эффективность и надежность предложенного метода для расчета нестационарных течений жидкости с отколами. Время расчета по предложенной схеме в 2 - 3 раза меньше, чем методом Годунова, более простым является сам алгоритм расчета. Метод позволяет рассчитывать одномерные течения жидкости с любой симметрией в областях, ограниченных подвижными границами разного вида (свободная и контактная поверхность, непроницаемая стенка и т.п.), законы движения которых не известны заранее и определяются в ходе решения задачи. Без особых затруднений метод обобщается на случай расчета двумерных нестационарных течений. К недостаткам метода

можно отнести сильную деформацию разностной сетки при наличии больших градиентов скорости, что приводит к снижению точности расчетов. Автор выражает благодарность В. К. Толстых за помощь в проведении расчетов.

1. Атанов Г. А. Расчет течения с отколами в гидропушке // Изв. ВУЗов СССР, Энергетика.- 1974.- № 5.- С. 108-113.
2. Атанов Г. А. Численное исследование сверхзвукового течения в гидропушке // Изв. АН СССР, МЖГ.- 1973.- N 1.- С. 155-158.
3. Атанов Г. А. Обобщение метода С.К. Годунова на расчет течений с отколом // Журнал вычислительной математики и математической физики.- 1978.- N 6.- С. 1607-1612.
4. Атанов Г. А. Расчет выстрела течения гидропушки методом "распада разрыва" // Гидромеханика.- 1974.- Вып. 30.- С. 51-54.
5. Атанов Г. А., Семко А. Н., Украинский Ю. Д. Исследование внутренней баллистики гидропушки // Изв. АН СССР. МЖГ.- 1983.- N 4.- С. 168-170.
6. Гавриленко Т. П., Толчийн М. Е. Исследование динамической прочности воды на разрыв // Журнал прикладной механики и технической физики (ПМТФ).- 1966.- N 4.- С. 172-174.
7. Кнепп Р., Дейли Дж., Хеммит Ф. Кавитация.- М.: Мир, 1974.- 687 с.
8. Бэтчелор К. Г. Волны сжатия в суспензии газовых пузырьков в жидкости // Сб. переводов "Механика".- 1968.- N 3.- С. 65-84.
9. Поттер Д. Вычислительные методы в физике.- М.: Мир, 1975.- 392 с.
10. Атанов Г. А., Губский А. Н., Семко А. Н. Внутренняя баллистика пороховой гидропушки // Изв. РАН. МЖГ.- 1997.- N 6.- С. 191-194.
11. Atanov G. A., Semko A. N. Mechanics of the powder hydro-cannon with the regard of wave processes while powder burning // Proc. of the 9th American Water Jet Conference.- 1997: Dearborn, Michigan.- Paper No 30.- С. 431-440.