

УДК 532.542.7:621.695

ЕНЕРГЕТИЧНА МОДЕЛЬ ГАЗОРІДИННИХ ТЕЧІЙ В ЕРЛІФТАХ

С. І. Кріль

*Інститут гідромеханіки НАН України,
вул. Желябова, 8/4, 03057, Київ, Україна
†E-mail: office@hydromech.com.ua*

Отримано 23.09.2015

У результаті розвитку фундаментальних уявлень про гідродинаміку ерліфтингу запропоновано принципово новий енергетичний підхід до вивчення загальних закономірностей висхідної газорідинної течії у піднімальній трубі ерліфта. В його основу покладено гідравлічні рівняння нерозривності, енергобалансу та стану фаз для стаціонарного одновимірного ізотермічного руху газорідинної суміші у вертикальній трубі. Розроблена математична модель враховує втрати гідродинамічного напору не тільки на тертя, а й на ковзання фаз. У цьому полягає її принципова відмінність від загально прийнятої гідродинамічної моделі течій такого роду, побудованої на основі диференціальних рівнянь збереження маси й імпульсу для двофазних потоків. Показано, що при визначенні втрат напору на тертя слід врахувати не витратну, а ефективну густину газорідинної суміші. Це дозволяє забезпечити рівність між кінетичними енергіями фаз. Уперше отримано вираз для втрат напору на ковзання фаз, який який можна фізично трактувати як відношення питомих (за одиницю часу) роботи сил міжфазної гідродинамічної взаємодії до ваги газорідинної суміші, що протікає через живий переріз. У результаті чисельного дослідження розробленої енергетичної моделі для випадку ерліфта зі снарядною структурою водоповітряної суміші встановлено співвідношення між втратами напору на ковзання фаз і повними втратами напору. Виявлено автомобельну область для гідравлічного опору тертя. Показано, що втрати на ковзання фаз можуть складати від 30 до 90% повних втрат. Розроблено методичку розрахунку продуктивності ерліфта, достовірність якої забезпечується хорошим збігом розрахункових витратних характеристик з експериментальними у широкому діапазоні зміни умов ліфтингу для нагнітально-струмінного змішувача.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: ерліфт, газорідинна течія, енергетична модель, втрати напору на тертя і ковзання фаз, витратна характеристика ерліфта

1. ВСТУП

Висхідний рух суміші рідини й повітряних бульбашок у вертикальній піднімальній трубі ерліфта носить складний характер. Такий потік турбулентний і нерівномірний.

Внаслідок пониження тиску уздовж потоку у цьому напрямку змінюються не тільки об'єм і густина газової фази, а й гідродинамічні характеристики суміші. Через неперервне спливання бульбашок потік газорідинної гетерогенної суміші в загальному випадку характеризується ковзанням фаз, на що потрібно звертати увагу при побудові математичної моделі таких двофазних потоків. Дійсно, при обтіканні рідиною спливаючих бульбашок, за ними з'являються вихрові сліди, на утворення яких витрачається потужність питомої сили гідродинамічної взаємодії рідинної й газової фаз у їх відносному усередненому русі. Згадана потужність дорівнює дисипативній потужності внутрішніх сил в'язкого тертя в області вихрової течії і, таким чином, виражає втрату частини механічної енергії газорідинного потоку на ковзання фаз.

Теорія ерліфта отримала свій розвиток після опублікування в 1909 році роботи Лоренца, в якій рух газорідинної суміші у вертикальній трубі було досліджено на основі рівняння Бернуллі як для гомогенної рідини. Слід, однак, зазначити, що результати цієї теорії значно розбігаються з дослідними даними [1]. Теоретичні дослідження ерліфта на більш високому науковому рівні почалися лише в кінці 1960-их рр. Наразі вони проводяться у різних напрямках: одні дослідники розвивають загальну теорію ерліфта, інші — займаються вивченням окремих питань, пов'язаних, зокрема, з гідравлічними опорами, істинною концентрацією газової фази, методикою розрахунку параметрів робочого процесу ерліфта тощо (див., наприклад, [2]).

Представлені в науковій літературі математичні моделі газорідинних течій в ерліфтах зазвичай базуються на усереднених диференціальних рівнянь збереження маси й імпульсу для одновимірного стаціонарного руху сумішей [2–10]. Однак побудовані таким чином гідродинамічні моделі не враховують силу міжфазової взаємодії у відносному усередненому русі фаз і пов'язані з нею втрати напору на ковзання фаз. Саме в цьому й полягає їхній основний недолік.

У даній статті математична модель ерліфтною газорідинною течією будується на базі гідравлічних рівнянь нерозривності й енергобалансу для двофазного потоку. Це дозволяє назвати її енергетичною моделлю. На відміну від гідродинамічних моделей, енергетична враховує втрати напору не лише на тертя, а й на ковзання фаз, що сприяє поглибленню розуміння природи гідравлічних опорів в ерліфтах.

2. ГІДРАВЛІЧНІ РІВНЯННЯ ДЛЯ ГАЗОРІДИННОЇ ТЕЧІЇ

При побудові гідравлічних рівнянь для висхідного руху газорідинної суміші у вертикальній трубі вважатимемо, що рух усталений, ізотермічний, без фазових переходів. Припущення щодо ізотермічності течії обґрунтовують зазвичай тим, що повітряні бульбашки знаходяться в тісному контакті з рідиною (наприклад, водою), теплоємність якої значно перевищує теплоємність повітря. Тому, незважаючи на те, що процес розширення об'єму газової фази супроводжується виділенням незначної кількості теплової енергії, у даному випадку його можна вважати близьким до ізотермічного [1].

Гідравлічні рівняння для усталеного одновимірного потоку газорідинної суміші у вертикальній трубі одержані в [11]. Для їх побудови використано усереднені за ймовірністю диференціальні рівняння гідродинаміки двофазних турбулентних середовищ [12]. Як відомо, основою ймовірнісного методу усереднення гідродинамічних величин є перехід від опису єдиного турбулентного потоку до розгляду статистичної сукупності анало-

гічних потоків, які відповідають практично однаковим зовнішнім умовам [13]. Ймовірнісний метод усереднення не пов'язаний, зокрема, з вибором лінійних масштабів часток дисперсної фази та двофазного потоку в цілому. Саме в цьому й полягає його перевага над методом просторового усереднення, який широко застосовується в континуальній механіці гетерогенних середовищ. Стосовно ерліфта метод просторового усереднення є прийнятним лише на випадку, коли газорідина суміш містить у великій кількості дрібні бульбашки. Для течій газорідинних сумішей з крупними бульбашками (зокрема, течій зі снарядною структурою) такий підхід вважається незручним в сенсі вибору елементарного об'єму усереднення при моделюванні газової фази як певного континууму, що неперервно заповнює всю область газорідинного потоку.

Вихідні рівняння для ерліфтної газорідинної течії [11] складаються з рівняння нерозривності фаз:

$$\rho_{\Gamma} u_{\Gamma} \varphi F = \text{const}, \quad u_{\Gamma} = \frac{Q_{\Gamma}}{\varphi F}, \quad (1)$$

$$\rho_{\omega} u_{\omega} (1 - \varphi) F = \text{const}, \quad u_{\omega} = \frac{Q_{\omega}}{(1 - \varphi) F} \quad (2)$$

і рівняння Бернуллі у формі напорів для потоку реальної (в'язкої) суміші:

$$(1 - C_m) \frac{u_{\omega}^2}{2g} + C_m \frac{u_{\Gamma}^2}{2g} + \int \frac{dP}{\rho_p g} + z + h_{\Gamma} + h_k = \text{const}, \quad (3)$$

$$C_m = \frac{\rho_{\Gamma} Q_{\Gamma}}{\rho_{\Gamma} Q_{\Gamma} + \rho_{\omega} Q_{\omega}}, \quad (4)$$

$$\rho_p = \rho_{\omega} (1 - \beta) + \rho_{\Gamma} \beta, \quad (5)$$

$$\beta = \frac{Q_{\Gamma}}{Q_{\Gamma} + Q_{\omega}}, \quad (6)$$

яких приєднуються рівняння стану фаз при абсолютній температурі $T = \text{const}$:

$$\rho_{\omega} = \text{const}, \quad P \omega_{\Gamma} = \frac{P}{\rho_{\Gamma}} = \text{const}. \quad (7)$$

У наведених співвідношеннях використано такі позначення: $\rho_{\Gamma}, \rho_{\omega}$ — густини газової та рідинної фаз; u_{Γ}, u_{ω} — середні по площі живого перерізу потоку F дійсні середньостатистичні швидкості газової та рідинної фаз; φ — істинна концентрація газової фази в сенсі середнього по площі F значення її ймовірнісної концентрації; Q_{Γ}, Q_{ω} — об'ємні витрати газової та рідинної фаз; C_m — масова витратна концентрація газової фази; g — прискорення вільного падіння; ρ_p — витратна густина суміші; β — витратна об'ємна концентрація газової фази; P — тиск, z — вертикальна координата; h_{Γ}, h_k — втрати напору на тертя й ковзання фаз; ω_{Γ} — питомий масовий об'єм газової фази. У формулі (3) коефіцієнти Коріоліса для обох фаз приймаються рівними одиниці.

Вигляд функції від тиску $\int dP/\rho_p g$, яка входить до рівняння (3), залежить від характеру термодинамічного процесу, що відбувається при русі газорідинної суміші. Визначимо її для випадку ізотермічного процесу розширення газової фази. Для цього перетворимо вираз (5) з урахуванням (6):

$$\rho_p = \frac{\rho_{\omega} Q_{\omega} + \rho_{\Gamma} Q_{\Gamma}}{Q_{\Gamma} + Q_{\omega}}. \quad (8)$$

Скориставшись формулою (8), напишемо

$$\int \frac{dP}{\rho_p g} = \int \frac{Q_\omega dP}{(\rho_\Gamma Q_\Gamma + \rho_\omega Q_\omega)g} + \int \frac{Q_\Gamma dP}{(\rho_\Gamma Q_\Gamma + \rho_\omega Q_\omega)g}. \quad (9)$$

Обчислимо інтеграли, що містяться у правій частині цього рівняння. Зважаючи на те, що $\rho_\omega = \text{const}$ і

$$\frac{\rho_\omega Q_\omega}{(\rho_\Gamma Q_\Gamma + \rho_\omega Q_\omega)} = (1 - C_m),$$

для першого з них маємо

$$\int \frac{Q_\omega dP}{(\rho_\Gamma Q_\Gamma + \rho_\omega Q_\omega)g} = (1 - C_m) \frac{P}{\rho_\omega g}. \quad (10)$$

аналогічно другий інтеграл дає

$$\int \frac{Q_\Gamma dP}{(\rho_\Gamma Q_\Gamma + \rho_\omega Q_\omega)g} = C_m \frac{dP}{\rho_\Gamma g}. \quad (11)$$

Оскільки густина ρ_Γ залежить від тиску, скориставшись рівнянням (7), виразимо її через густину вільного повітря ρ_0 при нормальних (технічних) умовах:

$$\rho_\Gamma = \rho_0 \frac{P}{P_{\text{ат}}}, \quad (12)$$

де $P_{\text{ат}}$ — атмосферний тиск. Після підстановки виразу (12) у праву частину рівняння (11) і подальшого інтегрування одержимо

$$\int \frac{Q_\Gamma dP}{(\rho_\Gamma Q_\Gamma + \rho_\omega Q_\omega)g} = C_m \frac{P_{\text{атм}}}{\rho_0 g} \ln P. \quad (13)$$

Отже, згідно зі співвідношеннями (10) і (13), шукана функція від тиску має вигляд

$$\int \frac{dP}{\rho_p g} = (1 - C_m) \frac{P}{\rho_\omega g} + C_m \frac{P_{\text{атм}}}{\rho_0 g} \ln P. \quad (14)$$

Якщо підставити вираз (14) у співвідношення (3), а потім записати одержане рівняння для початкового (1-1) і кінцевого (2-2) перерізів піднімальної труби (див. Рис. 1), то після нескладних перетворень одержимо рівняння Бернуллі у розгорнутому вигляді:

$$(1 - C_m) \frac{P_1 - P_2}{\rho_\omega g} + C_m \frac{P_{\text{атм}}}{\rho_0 g} \ln \frac{P_1}{P_2} = H + h_t + h_k + \frac{1}{2g} [(1 - C_m)(u_{\omega,2}^2 - u_{\omega,1}^2) + C_m(u_{\Gamma,2}^2 - u_{\Gamma,1}^2)], \quad (15)$$

$$P_1 = P_{\text{н}} + P_{\text{ат}}, \quad P_2 = P_{\text{ат}}. \quad (16)$$

Тут H — довжина піднімальної труби ерліфта; P_1 і $P_{\text{н}}$ — абсолютний і надлишковий тиск у початковому перерізі 1-1 відповідно. Оскільки довжина змішувача значно менша за

довжину піднімальної труби і нею можна нехтувати, тиски P_1 і P_H зазвичай розглядають як робочі тиски у змішувачі. При цьому

$$P_H = \rho_\omega g h (1 - \varepsilon), \quad (17)$$

де h — геометрична глибина занурення змішувача; $\varepsilon = (\Sigma_i h_i)/h$, де $\Sigma_i h_i$ — сумарні втрати зовнішнього напору H_0 на ділянці від низу подаючої труби до перерізу 1–1, які складаються із втрат, пов'язаних з усмоктуванням рідини ззовні в подаючу трубу, гідравлічним тертям L по її довжині та утворенням газорідної суміші в змішувачі.

Ліва частина рівняння (15) виражає повний напір у початковому перерізі потоку 1–1. Він складається із п'єзометричного напору (перший доданок), та напору, пов'язаного з розширенням стиснутого повітря (другий доданок). Згадані напори діють сумісно, пропорційні до масових концентрацій фаз і витрачаються на підймання суміші на висоту H , подолання гідравлічних опорів тертя й ковзання фаз та інерційних опорів, пов'язаних зі зміною питомої кінетичної енергії при переході від початкового перерізу потоку до кінцевого.

Підставимо вирази (16) у рівняння (15), поділивши отримане співвідношення на H . У результаті прийдемо до безрозмірного рівняння Бернуллі у вигляді

$$(1 - C_m) \bar{h} (1 - \varepsilon) + C_m \frac{\rho_\omega}{\rho_0} \frac{10}{H} \ln \left(\frac{H}{10} \bar{h} (1 - \varepsilon) + 1 \right) = 1 + \bar{h}_T + \bar{h}_K + \frac{1}{2} [(1 - C_m)(\bar{u}_{\omega,2}^2 - \bar{u}_{\omega,1}^2) + C_m(\bar{u}_{r,2}^2 - \bar{u}_{r,1}^2)], \quad (18)$$

де верхньою рискою позначено безрозмірні величини: $\bar{h} = h/H$; $\bar{h}_T = h_T/H$; $\bar{h}_K = h_K/H$; $\bar{u}_r = u_r/\sqrt{gH}$; $\bar{u}_\omega = u_\omega/\sqrt{gH}$.

Знайдемо вирази для швидкостей \bar{u}_r і \bar{u}_ω . Для цього поділимо відповідні рівняння у формулах (1) і (2) на \sqrt{gH} , після чого виразимо площу F через діаметр піднімальної труби D і прийнемо до уваги, що для ізотермічної течії

$$Q_r = \frac{Q_0}{\bar{P}}, \quad (19)$$

де Q_0 — об'ємна витрата вільного повітря при нормальних (технічних) умовах; $\bar{P} = P/P_{\text{ат}}$ — безрозмірний абсолютний тиск у живому перерізі потоку на відстані z від змішувача. Одержані вирази для \bar{u}_r і \bar{u}_ω мають вигляд

$$\bar{u}_r = \frac{4}{\pi} \frac{\bar{Q}_0}{\bar{P}}, \quad \bar{u}_\omega = \frac{4}{\pi} \frac{\bar{Q}_\omega}{1 - \varphi}, \quad (20)$$

$$\bar{Q}_0 = \frac{Q_0}{D^2 \sqrt{gH}}, \quad \bar{Q}_\omega = \frac{Q_\omega}{D^2 \sqrt{gH}}. \quad (21)$$

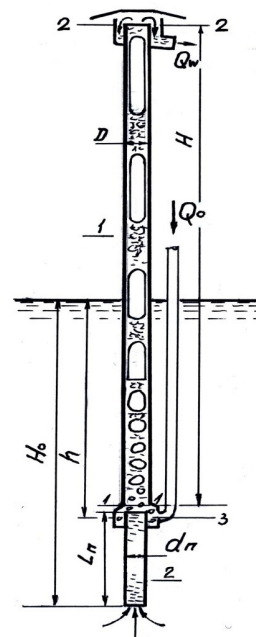


Рис. 1. Схема улаштування і дії ерліфта:

- 1 — піднімальна труба,
- 2 — подаюча труба,
- 3 — змішувач

Як відомо, в процесі роботи неглибоководних промислових ерліфтів тиск у піднімальній трубі змінюється вздовж потоку за законом, близьким до лінійного [6]. Тому вираз для тиску \bar{P} можна апроксимувати лінійною функцією:

$$\bar{P} = -(\bar{P}_1 - 1)\bar{z} + \bar{P}_1, \quad (22)$$

$$\bar{P}_1 = \frac{H}{10}\bar{h}(1 - \varepsilon) + 1, \quad (23)$$

де $\bar{z} = z/h$ — безрозмірна вертикальна координата. Перший доданок у правій частині рівняння (23) виражає безрозмірний надлишковий тиск у змішувачі.

Середній у піднімальній трубі тиск \bar{P}_s задається як

$$\bar{P}_s = \frac{\bar{P}_1 + 1}{2}. \quad (24)$$

Одна з актуальних задач дослідження ерліфта полягає у визначенні його витратної характеристики. Остання являє собою залежність об'ємної витрати рідини в піднімальній трубі від об'ємної витрати нагнітального повітря при заданих геометричних і технологічних параметрах ерліфта. Для побудови витратної характеристики ерліфта будемо користуватися рівнянням (18). Однак попередньо слід вирішити ряд питань стосовно визначення істинної концентрації газової фази, гідравлічних опорів і втрат напору на тертя й ковзання фаз.

3. ІСТИННА КОНЦЕНТРАЦІЯ ГАЗОВОЇ ФАЗИ

Зазвичай, під терміном «істинна концентрація» газової фази у довільному живому перерізі потоку розуміють відношення площі F_r частини перерізу, зайнятої газовою фазою, до повної площі перерізу F :

$$\varphi = \frac{F_r}{F}. \quad (25)$$

При дослідженні параметрів робочого процесу ерліфта істинну концентрацію газової фази визначають за методами розрахунку, розробленими в [4, 14]. В роботі [14] запропоновано узагальнену напівемпіричну методику розрахунку, яку можна застосовувати до бульбашкової, снарядної та емульсійної структур суміші повітря з будь-якою ньютонівською рідиною. Однак зауважимо, що ця методика носить дещо ускладнений характер. Одержана ж у статті [5] розрахункова залежність для концентрації φ є наближеною і стосується лише бульбашкової структури суміші.

Просту і, отже, зручну для практичного використання методику розрахунку істинної концентрації газової фази запропоновано в дослідженні [15]. Викладемо її в загальних рисах.

З огляду на ймовірнісне усереднення гідродинамічних величин турбулентного газорідного потоку істинна концентрація газової фази в довільному живому перерізі дорівнює її середній по всій площі перерізу ймовірнісній концентрації:

$$\varphi = \frac{1}{F} \int \bar{\Theta}_r dF = \frac{(F_r)_{\text{ср}}}{F}. \quad (26)$$

Тут $\bar{\Theta}_r$ — локальна ймовірнісна концентрація в сенсі ймовірності того, що довільно задана точка даного перерізу належить області газової фази; $(F_r)_{cp}$ — середнє статистичне значення площі F_r у заданому живому перерізі. Отже, формули (25) і (26) узгоджені між собою.

Для одержання розрахункової залежності для концентрації φ використаємо рівняння (6). Оскільки, згідно зі співвідношеннями (1), (2),

$$Q_r = \varphi u_r F, \quad Q_w = (1 - \varphi) u_w F, \quad (27)$$

то рівняння (6) допускає перетворення до вигляду

$$\beta = \frac{\varphi}{1 - (1 - \varphi)_r \kappa}, \quad (28)$$

$$\kappa = \frac{u_r - u_w}{u_r}. \quad (29)$$

Розв'язавши рівняння (28) відносно φ , одержуємо

$$\varphi = \frac{(1 - \kappa)\beta}{1 - \kappa\beta}. \quad (30)$$

Параметр κ визначимо, скориставшись відомим емпіричним співвідношенням [16]:

$$\varphi_s = 0.833\beta_s, \quad (31)$$

де φ_s і β_s — істинна й витратна концентрації газової фази, приведені до середнього тиску в піднімальній трубі. Експериментальні дані, на основі яких установлено залежність (31), показані на Рис. 2, запозиченому з [16].

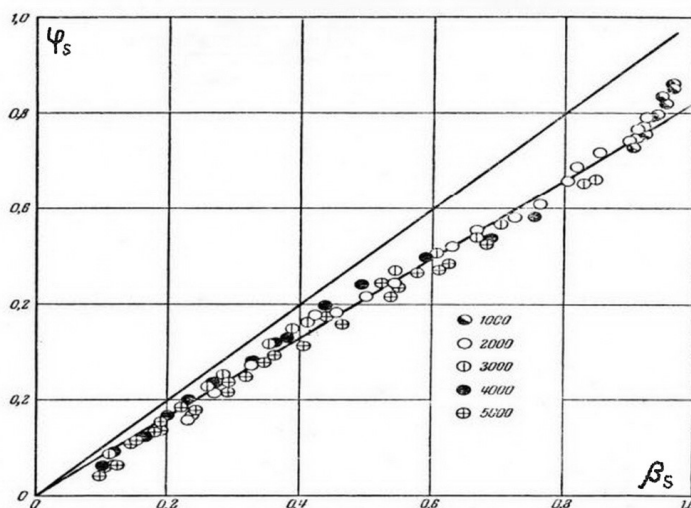


Рис. 2. Залежність φ_s від β_s для вертикальної труби [16]

Замінімо у формулі (30) величини φ і β на φ_s і β_s відповідно, а потім виразимо φ_s через β_s згідно зі співвідношенням (31). Розв'язавши отримане рівняння відносно \varkappa , маємо

$$\varkappa = \frac{0.167}{1 - 0.833\beta_s}. \quad (32)$$

Величину β_s визначимо з рівняння (6), яке з урахуванням (19) перепишемо у вигляді

$$\beta = \frac{\bar{Q}_0}{\bar{Q}_0 + \bar{Q}_\omega \bar{P}}. \quad (33)$$

Звідси одержуємо

$$\beta_s = \frac{\bar{Q}_0}{\bar{Q}_0 + \bar{Q}_\omega \bar{P}_s}, \quad (34)$$

де тиск \bar{P}_s визначається за формулою (24).

Таким чином, для заданих \bar{Q}_ω , \bar{Q}_0 і \bar{P} формула (30) сумісно з формулами (32) і (33) дозволяє визначити концентрацію φ у довільному живому перерізі потоку. Достовірність запропонованої методики розрахунку концентрації газової фази забезпечується використанням емпіричного співвідношення (31), яке стосується ерліфтів з різними структурами газорідних течій.

У якості прикладу на Рис. 3 показано розрахункову залежність φ від \bar{z} (крива ем 1). Вона відповідає формулі (30) при $Q_0 = 0.133 \text{ м}^3/\text{с}$, $Q_\omega = 0.044 \text{ м}^3/\text{с}$, $D = 0.15 \text{ м}$, $D_0 = 0.1 \text{ м}$, $H = 90.5 \text{ м}$, $h = 68 \text{ м}$ (числові дані запозичено з [17]). При цьому $\varepsilon = 0.176$.

Середнє в усьому діапазоні зміни координати \bar{z} відхилення кривої 1 від кривої 2 складає 8.8%. Якщо прийняти до уваги, що максимальна похибка розрахункових значень φ , одержаних за методикою [14], не перевищує 13%, то можна вважати, що криві 1 і 2 практично узгоджені між собою. Зазначимо, що перевага методики розрахунку за формулою (30) полягає у тому, що вона значно простіша у порівнянні з методикою [14]. Суттєве відхилення кривої 3 від кривих 1 і 2 обумовлено наближеним характером відповідної методики розрахунку, на що й було звернуто увагу в [4].

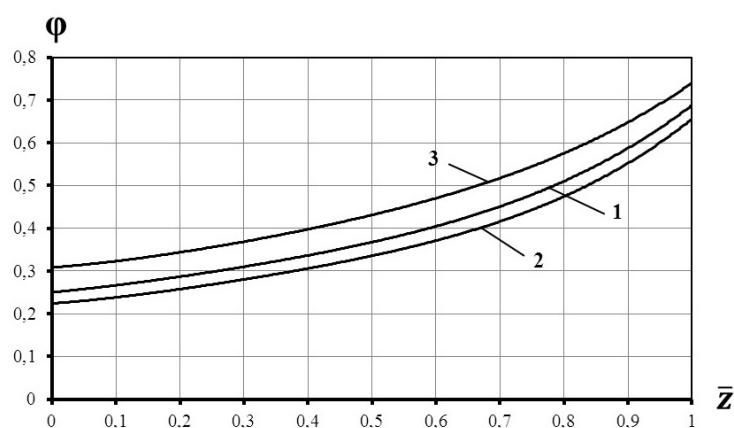


Рис. 3. Залежність φ від \bar{z} :

1 — відповідно до формули (30), 2 — розрахунок за методикою [14],
3 — розрахунок за методикою [4]

4. ВТРАТИ НАПОРУ НА ТЕРТЯ

За умов існування стаціонарної нерівномірної газорідинної течії з ковзанням фаз втрата напору на тертя по довжині піднімальної труби в загальному випадку визначається за формулою [18]

$$h_T = \frac{4}{D} \int_0^H \frac{\tau_0}{\rho_P g} dz, \quad (35)$$

де τ_0 — напруження сили тертя між газорідинним потоком і стінками труби. Величина τ_0 прямо пропорційна питомій кінетичній енергії потоку, віднесеній до одиниці об'єму суміші, який проходить через живий переріз за одиницю часу. Інакше кажучи, величина τ_0 пропорційна добутку густини суміші на половину квадрата середньої швидкості потоку. Однак, якщо для потоків однорідних рідин густина рідини задається однозначно, то для потоку газорідинної суміші потрібно визначитися з її вибором, оскільки в даному випадку можливі різні тлумачення. Так, одні дослідники враховують витратну густину суміші, а інші — дійсну. Покажемо, що у випадку ковзання фаз обидва підходи є неприйнятними при визначенні τ_0 .

Для одновимірного потоку газорідинної суміші вираз для питомої кінетичної енергії E має вигляд

$$E = \rho_\omega (1 - \beta) \frac{u_\omega^2}{2} + \rho_\Gamma \beta \frac{u_\Gamma^2}{2}. \quad (36)$$

Виразимо дійсні середні швидкості фаз u_ω і u_Γ через середню швидкість суміші $u = Q/F$, де Q — об'ємна витрата суміші:

$$u_\omega = \frac{(1 - \beta)}{(1 - \varphi)} u, \quad u_\Gamma = \frac{\beta}{\varphi} u. \quad (37)$$

Підставивши співвідношення (37) в (36), одержимо

$$E = \left(\rho_\omega \frac{(1 - \beta)^3}{(1 - \varphi)^2} + \rho_\Gamma \frac{(\beta)^3}{(\varphi)^2} \right) \frac{u^2}{2}. \quad (38)$$

Вираз, який міститься в дужках правої частини рівняння (38), позначимо через ρ_Φ :

$$\rho_\Phi = \rho_\omega \frac{(1 - \beta)^3}{(1 - \varphi)^2} + \rho_\Gamma \frac{(\beta)^3}{(\varphi)^2}. \quad (39)$$

Величина ρ_Φ — це не що інше, як ефективна густина суміші, для якої приведена до середньої швидкості суміші питома кінетична енергія потоку дорівнює фактичній питомій кінетичній енергії, визначеній за формулою (39). Очевидно, що у випадку ковзання фаз ні витратна, ні дійсна густини суміші не співпадають з її ефективною густиною.

Нехай λ — гідравлічний коефіцієнт тертя для суміші, який відповідає густині ρ_Φ . Тоді, враховуючи коефіцієнт пропорційності $\lambda/4$, напишемо вираз для τ_0 у вигляді

$$\tau_0 = \frac{\lambda}{4} \rho_\Phi \frac{u^2}{2}. \quad (40)$$

Припускаючи, що величина λ незмінна по довжині потоку, підставимо вираз (40) у формулу (35):

$$h_T = \lambda \frac{1}{2gD} \int_0^H \frac{\rho_\Phi}{\rho_P} u^2 dz. \quad (41)$$

Оскільки $\rho_r \ll \rho_\omega$, знехтуємо у співвідношеннях (5) і (38) доданками, що містять густину газової фази. Тоді замість $\frac{\rho_\Phi}{\rho_P}$ в рівнянні (41) запишемо

$$\frac{\rho_\Phi}{\rho_P} = \frac{(1 - \beta)^2}{(1 - \varphi)^2}. \quad (42)$$

Враховуючи додатково, що

$$u = \frac{4Q_\omega}{\pi D^2} \frac{1}{(1 - \beta)}, \quad (43)$$

з формули (41) отримаємо

$$h_T = \frac{8}{\pi^2} \lambda \frac{Q_\omega^2}{gD^5} \int_0^H \frac{dz}{(1 - \varphi)^2}, \quad (44)$$

або у безрозмірному вигляді

$$\bar{h}_T = \frac{8}{\pi^2} \lambda \frac{H}{D} \bar{Q}_\omega^2 \int_0^1 \frac{d\bar{z}}{(1 - \varphi)^2}. \quad (45)$$

Функція, яка міститься під знаком інтеграла у формулі (45), з урахуванням співвідношень (30) і (33) набуває такого вигляду:

$$\frac{1}{(1 - \varphi)^2} = \frac{1}{\bar{Q}_\omega^2} \left(\bar{Q}_\omega^2 + 2(1 - \varkappa) \bar{Q}_0 \bar{Q}_\omega \frac{1}{\bar{P}} + (1 - \varkappa)^2 \bar{Q}_0^2 \frac{1}{\bar{P}^2} \right). \quad (46)$$

Підставивши вираз (46) у співвідношення (45) з подальшим обчисленням інтеграла з урахуванням залежності (22), остаточно одержимо

$$\bar{h}_T = \frac{8}{\pi^2} \lambda \frac{H}{D} (\bar{Q}_\omega^2 + B_1 \bar{Q}_0 \bar{Q}_\omega + B_2 \bar{Q}_0^2), \quad (47)$$

$$B_1 = \frac{2(1 - \varkappa)}{\bar{P}_1 - 1} \ln \bar{P}_1, \quad B_2 = (1 - \varkappa)^2 \frac{1}{\bar{P}_1}.$$

При цьому $\bar{Q}_0 > \bar{Q}_{0,\delta}$, де $\bar{Q}_{0,\delta}$ — об'ємна витрата вільного повітря при барботажному режимі роботи ерліфта.

5. ВТРАТИ НАПОРУ НА КОВЗАННЯ ФАЗ

Загальний вираз для h_k має такий вигляд:

$$h_k = \frac{F}{g(\rho_\omega Q_\omega + \rho_0 Q_0)} \int_0^H R(u_\Gamma - u_\omega) dz. \quad (48)$$

Тут R — питома (віднесена до одиниці об'єму суміші) сила гідродинамічного опору рідини рухові газової фази, обумовлена швидкістю ковзання фаз $(u_\Gamma - u_\omega)$. Права частина рівняння (48) фізично виражає відношення сумарної по всій висоті H секундної роботи сили R до ваги суміші, що протікає через живий переріз потоку за одиницю часу.

Перетворимо вираз (48) до безрозмірного вигляду, поділивши його на H і виразивши площу F через діаметр піднімальної труби D . При цьому також нехтуватимемо масовою витратою $\rho_0 Q_0$, яка значно менша за масову витрату $\rho_\omega Q_\omega$. Як результат одержимо

$$\bar{h}_\Gamma = \frac{\pi}{4} \frac{1}{Q_\omega} \int_0^1 \bar{R}(\bar{u}_\Gamma - \bar{u}_\omega) \bar{d}z, \quad (49)$$

де $\bar{R} = \frac{R}{\rho_\omega g}$.

При визначенні величини \bar{R} будемо виходити з того, що силу R можна визначити двома способами, прямим і опосередкованим. Перший з них передбачає безпосередній зв'язок R зі швидкістю відносного усередненого руху газової фази, а другий пов'язаний з її вираженням через питому вагу газової фази, питому узагальнену силу Архімеда й конвективну частину питомої сили інерції газової фази.

У випадку стаціонарного нерівномірного висхідного потоку суміші у вертикальній трубі сила R , виражена безпосередньо через відносну швидкість руху фаз, визначається за формулою

$$R = \varphi C_x \frac{S_\Gamma}{V_\Gamma} \rho_\omega \frac{(u_\Gamma - u_\omega)^2}{2}. \quad (50)$$

Права частина цього рівняння виражає питому (віднесена до одиниці об'єму суміші) гідродинамічну силу опору, яка діє на бульбашки з боку рідини при квазірівномірному відносному русі фаз. Тут C_x — коефіцієнт гідродинамічного опору; S_Γ і V_Γ — середньостатистичні у заданому живому перерізі площа міделя та об'єм бульбашок відповідно.

Використання виразу (50) для дослідження втрат напору на ковзання фаз вважають недоцільним, оскільки визначення коефіцієнта C_x загалом пов'язане зі значними труднощами, особливо для нерівномірних потоків. Їх можна обійти, визначивши силу R з рівняння усталеного одновимірного висхідного руху газової фази у вертикальній трубі:

$$\frac{\rho_0 Q_0}{F} \frac{du_\Gamma}{dz} = -\varphi \rho_\Gamma g - \varphi \left(\frac{dP}{dz} + \frac{4\tau_0}{D} \right) - R, \quad (51)$$

звідки

$$R = -\frac{\rho_0 Q_0}{F} \frac{du_\Gamma}{dz} - \varphi \rho_\Gamma g - \varphi \left(\frac{dP}{dz} + \frac{4\tau_0}{D} \right). \quad (52)$$

При написанні рівняння (52) припускалося, що тензор усереднених напружень суміші неперервний в усій її області. У такому разі величину $(dP/dz + 4\tau_0/D)$ слід тлумачити як узагальнену Архімедову силу, віднесену до одиниці об'єму газової фази у рухомій в'язкій рідині.

У результаті очевидних перетворень приведемо рівняння (52) до безрозмірного вигляду:

$$\bar{R} = -\frac{16}{\pi^2}(\bar{P}_1 - 1)\frac{\rho_0}{\rho_\omega}\frac{\bar{Q}_0^2}{\bar{P}^2} - \varphi\frac{\rho_0}{\rho_\omega}\bar{P} + \varphi\frac{10}{H}(\bar{P}_1 - 1) - \varphi\frac{8}{\pi^2}\lambda\frac{H}{D}\frac{(1 - \beta)}{(1 - \varphi)^2}\bar{Q}_\omega^2 \quad (53)$$

й виразимо φ , \bar{u}_r , \bar{u}_ω через \bar{Q}_0 , \bar{Q}_ω , \bar{P} . Підставивши (33) в (30), одержуємо

$$\varphi = \frac{(1 - \varkappa)\bar{Q}_0}{(1 - \varkappa)\bar{Q}_0 + \bar{Q}_\omega\bar{P}}. \quad (54)$$

З урахуванням залежності (54) вирази (20) набувають вигляду

$$\bar{u}_r = \frac{4}{\pi} \frac{(1 - \varkappa)\bar{Q}_0 + \bar{Q}_\omega\bar{P}}{(1 - \varkappa)\bar{P}}, \quad (55)$$

$$\bar{u}_\omega = \frac{4}{\pi} \frac{(1 - \varkappa)\bar{Q}_0 + \bar{Q}_\omega\bar{P}}{\bar{P}}. \quad (56)$$

В результаті підстановки виразів (53)–(56) у співвідношення (49) і розв'язання інтеграла одержимо остаточно

$$\begin{aligned} \bar{h}_K = \varkappa\frac{\bar{Q}_0}{\bar{Q}_\omega} \left\{ -\frac{16}{\pi^2}\frac{\rho_0}{\rho_\omega}\frac{\bar{P}_1 - 1}{\bar{P}_1}\bar{Q}_0 \left(\frac{\bar{P}_1 + 1}{2\bar{P}_1}\bar{Q}_0 + \frac{\bar{Q}_\omega}{1 - \varkappa} \right) - \frac{\rho_0}{\rho_\omega} + \frac{10}{H} \ln \bar{P}_1 - \right. \\ \left. \lambda\frac{8}{\pi^2}\frac{H}{D}\bar{Q}_\omega^2 \left[\frac{(1 - \varkappa)\bar{Q}_0}{\bar{P}_1(\bar{P}_1 - 1)} \left((1 - \varkappa)\frac{\bar{P}_1 - 1}{\bar{P}_1}\frac{\bar{Q}_0}{\bar{Q}_\omega} \left(1 + \ln \frac{(\bar{Q}_0 + \bar{Q}_\omega)\bar{P}_1}{\bar{Q}_0 + \bar{Q}_\omega\bar{P}_1} \right) + \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. \ln \frac{(\bar{Q}_0 + \bar{Q}_\omega)\bar{P}_1}{\bar{Q}_0 + \bar{Q}_\omega\bar{P}_1} \right) + \frac{\bar{Q}_\omega}{(\bar{P}_1 - 1)^2} \ln \frac{(\bar{Q}_0 + \bar{Q}_\omega)\bar{P}_1}{\bar{Q}_0 + \bar{Q}_\omega\bar{P}_1} \right] \right\}. \quad (57) \end{aligned}$$

6. ВИТРАТНА ХАРАКТЕРИСТИКА ЕРЛІФТА

Переходячи до побудови витратної характеристики ерліфта на основі рівняння (18), попередньо перетворимо його з урахуванням співвідношень (23), (55), (56) до вигляду

$$\frac{10}{H} \left[(1 - C_m)(\bar{P}_1 - 1) + C_m\frac{\rho_\omega}{\rho_0} \ln \bar{P}_1 \right] = 1 + \bar{H}_T + \bar{H}_K + \bar{H}_E, \quad (58)$$

$$\bar{H}_E = \frac{1}{2}[(1 - C_m)(\bar{u}_{\omega,2}^2 - \bar{u}_{\omega,1}^2) + C_m(\bar{u}_{r,2}^2 - \bar{u}_{r,1}^2)] = \quad (59)$$

$$\frac{16}{\pi^2}(1 - \varkappa) \left(1 + C_m\frac{\varkappa(2 - \varkappa)}{(1 - \varkappa)^2} \right) [(\bar{P}_1 + 1)(1 - \varkappa)\bar{Q}_0 + 2\bar{P}_1\bar{Q}_\omega] \frac{(\bar{P}_1 - 1)}{\bar{P}_1^2}\bar{Q}_0,$$

$$C_m = \frac{\rho_0\bar{Q}_0}{\rho_0\bar{Q}_0 + \rho_\omega\bar{Q}_\omega}, \quad (60)$$

де $\bar{h}_E = h_E/H$ — втрати напору, пов'язані зі зміною питомої кінетичної енергії суміші уздовж піднімальної труби.

Рівняння (58) сумісно з виразами (47), (57), (59), (60) утворює загальну математичну модель безрозмірної витратної характеристики ерліфта, чисельна реалізація якої дозволяє установити продуктивність ерліфта при відомих значеннях \bar{P}_1 , κ , λ й геометричних параметрах ерліфта. При цьому величини \bar{P}_1 , κ задаються формулами (23) і (29) відповідно, а гідравлічний коефіцієнт тертя λ слід визначити додатково на основі сформульованої вище математичної моделі з використанням експериментальних витратних характеристик ерліфтів. Оскільки одержані таким чином значення λ залежать, зокрема, від структури висхідного газорідного потоку, вони повинні обчислюватись окремо для кожної зі структур. У даній роботі при визначенні коефіцієнта λ використано запозичені з [19] експериментальні дані щодо витратних характеристик ерліфтів зі снарядною структурою водоповітряного потоку, яка є характерною для таких систем. Усього використано дані шести дослідів. Відповідні геометричні параметри ерліфтів наведені в Табл. 1.

У роботі [19] довжини подаючих труб задані лише для дослідів 3, 4, 5, тим часом як дані щодо випадків 1, 2 і 6 відсутні. У зв'язку з цим в Табл. 1 наведені розрахункові значення відповідних довжин, одержані за формулою, запропонованою в [1] (вони позначені зірочкою). Окрім цього, виходячи з конструктивних даних змішувача, діаметр подаючої труби в досліді 1 прийнято рівним 0.04 м. Заміна відсутніх в [19] фактичних значень геометричних параметрів на розрахункові є цілком допустимою, оскільки для таких коротких труб втрати напору на тертя виявляються незначними у порівнянні з втратами, пов'язаними з входом рідини в подаючу трубу й утворенням водоповітряної суміші у змішувачі.

Попередня оцінка членів рівняння (57), здійснена на основі експериментальних даних, показала, що перший і четвертий члени у його правій частині малі у порівнянні з рештою доданків, і ними можна нехтувати. Встановлено також, що з аналогічних міркувань можна не враховувати величину \bar{h}_E у правій частині рівняння (58). Таким чином, для ерліфта зі снарядною структурою водоповітряної суміші математична модель витратної характеристики значно спрощується.

Гідравлічний коефіцієнт тертя для вертикальних водоповітряних течій зі снарядною структурою визначають переважно за емпіричними формулами. При цьому різні дослідники виражають число Рейнольдса для суміші у різних модифікаціях [2, 3, 7]. У

Табл. 1. Геометричні параметри ерліфтів зі снарядною структурою водоповітряної суміші

Дослід №	D , м	H , м	h , м	$d_{\text{п}}$, м	$L_{\text{п}}$, м	Джерело
1	0.05	14	5.5	0.04*	1.57*	[20]
2	0.06	16	8	0.05	1.48*	[21]
3	0.10	16.9	5.9	0.07	1.5	[22]
4	0.10	16.9	7.5	0.07	1.5	[22]
5	0.15	51.4	47	0.1	21	[23]
6	0.15	11.45	8	0.15	0.67*	[24]

загальному випадку найбільш прийнятним вважають число

$$\text{Re} = \frac{4Q}{\pi D \nu_{\text{см}}}. \quad (61)$$

Тут $\nu_{\text{см}}$ — кінематична в'язкість двофазної суміші, при визначенні якої у даному випадку виникають певні труднощі. Виходячи з цього, замість виразу (61) доцільно скористатися нормованим параметром Re/Re_m , де через

$$\text{Re}_m = \frac{4D^2 \sqrt{gH}}{\pi D \nu_{\text{см}}} \quad (62)$$

записане масштабне число Рейнольдса, у якому замість витрати суміші міститься масштаб витрати $D^2 \sqrt{gH}$. З урахуванням співвідношень (61) і (62) отримуємо

$$\text{Re}/\text{Re}_m = \frac{Q}{D^2 \sqrt{gH}} = \bar{Q}. \quad (63)$$

Залежність коефіцієнта λ від \bar{Q} , зображену на Рис. 4, було одержано нами на основі спрощеної математичної моделі й безрозмірних експериментальних витратних характеристик ерліфтів. Із Графіка видно, що при $\bar{Q} > 0.25$ спостерігається автотельна область гідравлічного опору тертя, в якій λ приймає сталі значення 0.05.

У результаті чисельної реалізації спрощеної математичної моделі ерліфта зі снарядною структурою водовітряної суміші побудовано безрозмірні витратні характеристики для наведених вище прикладів ерліфтів. Для надання можливості безпосереднього порівняння з дослідними даними [19] вони перераховувались у розмірні залежності витрати рідини Q_w м³/год від витрати нагнітального повітря Q_0 м³/хв. Порівняння експериментальних і розрахункових кривих на Рис. 5 свідчить про їхню в цілому задовільну збіжність.

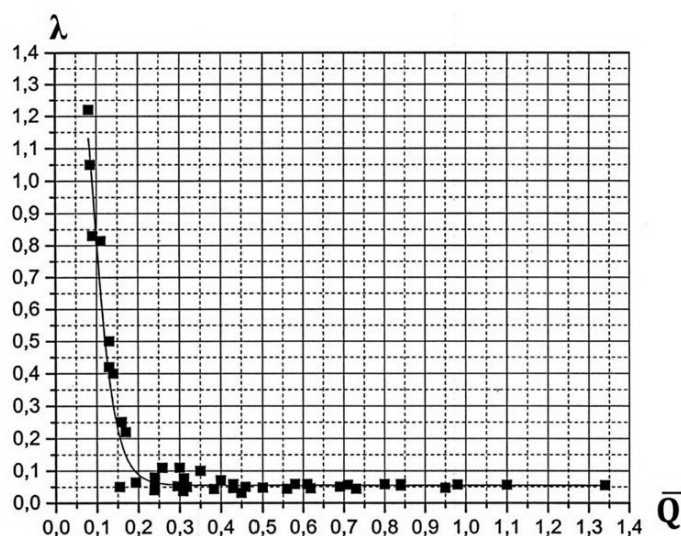


Рис. 4. Залежність λ від \bar{Q}

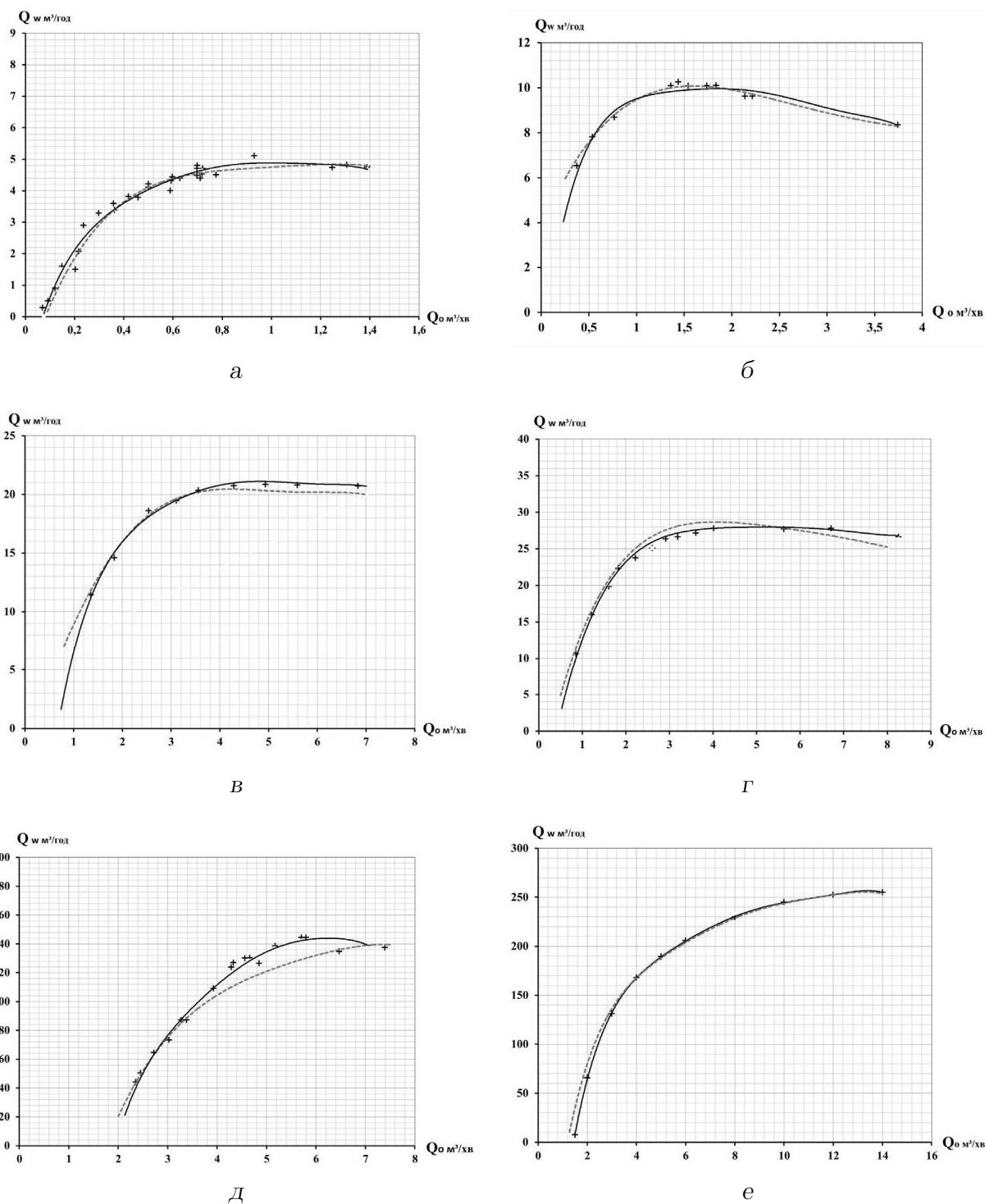
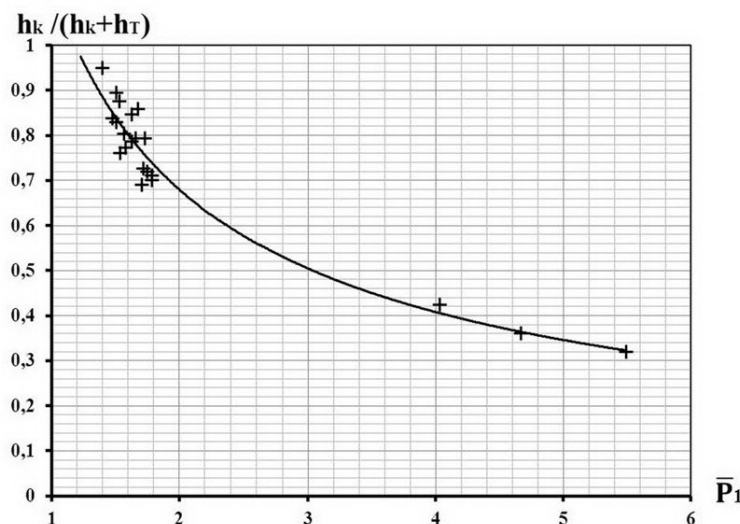


Рис. 5. Витратна характеристика ерліфта:
 а — дослід 1, б — дослід 2, в — дослід 3, г — дослід 4, д — дослід 5, е — дослід 6;
 неперервна — експеримент, штрихова — розрахунок

Рис. 6. Залежність $\bar{h}_K / (\bar{h}_K + \bar{h}_T)$ від \bar{P}_1

Цікаво прослідкувати поведінку відношення втрат напору на ковзання фаз \bar{h}_K до повних втрат ($\bar{h}_K + \bar{h}_T$) по усій довжині піднімальної труби. Для його визначення використано розрахункові значення величин \bar{h}_K і \bar{h}_T , одержані при побудові безрозмірних витратних характеристик ерліфтів в усіх 6-ти дослідів. Виявлено, що величина $\bar{h}_K / (\bar{h}_K + \bar{h}_T)$ змінюється в залежності від тиску \bar{P}_1 (Рис. 6). На цьому графіку точки, нанесені у верхній частині кривої, стосуються дослідів 1, 2, 3, 4 і 6, а в нижній — дослід 5. Це дозволяє зробити висновок про те, що в ерліфтах зі снарядною структурою водоповітряних течій втрати напору на ковзання фаз можуть складати від 30 до 90% повних втрат. Відзначимо, що цей важливий факт є новим і не був відомим дотепер.

Одержаний результат можна стлумачити, виходячи із наступних міркувань. При порівняно великих тисках \bar{P}_1 і довжинах піднімальних труб (дослід 5) поздовжні розміри повітряних снарядів, а отже і інтенсивність вихорів за їхньою кормою, відносно невеликі. Тому в даному випадку втрати на тертя по усій довжині труби будуть переважати над втратами на ковзання фаз. Для низьких тисків \bar{P}_1 і коротких піднімальних труб (досліди 1, 2, 3, 4, 6), повітряні снаряди та інтенсивність вихорів за їхньою кормою значно збільшуються, а втрати на тертя — зменшуються. Отже, у граничному випадку коротких піднімальних труб ерліфтів, коли $\bar{P}_1 \approx 1$ (і $\bar{h}_T \ll \bar{h}_K$) справедливо

$$\bar{h}_K / (\bar{h}_K + \bar{h}_T) \rightarrow 1.$$

7. ВИСНОВКИ

При виконанні фундаментальних наукових досліджень, спрямованих на подальший розвиток загальної теорії ерліфта вперше запропоновано енергетичний підхід до вивчення закономірностей газорідинних течій в таких системах. В його основу покладено базові гідрравлічні рівняння нерозривності, енергобалансу та стану фаз для стаціонарного одновимірного ізотермічного руху газорідинної суміші у вертикальній трубі. Розроблена на основі цих рівнянь математична модель ерліфтних течій враховує втрати гідродинамічного напору не тільки на тертя, а й на ковзання фаз, чим принципово відрізняється

від загально прийнятої гідродинамічної моделі течій такого роду, побудованої на основі диференціальних рівнянь збереження маси й імпульсу для двофазних потоків.

Доведено, що при визначенні втрат напору на тертя потрібно врахувати не витратну, а ефективну густину газорідинної суміші, що дозволяє забезпечити рівність між кінетичними енергіями фаз. Уперше отримано вираз для втрат напору на ковзання фаз, який можна фізично трактувати як відношення секундної роботи сил міжфазної гідродинамічної взаємодії до ваги газорідинної суміші, що протікає через живий переріз за одиницю часу.

У результаті чисельної реалізації розробленої енергетичної моделі на випадок ерліфта зі снарядною структурою водовітряної суміші виявлено автономну область для гідравлічного опору тертя. Встановлено співвідношення між втратами напору на ковзання фаз і повними втратами напору. Показано, що втрати на ковзання фаз можуть складати від 30 до 90% повних втрат. Розроблено методику розрахунку продуктивності ерліфта, достовірність якої забезпечується хорошим збігом розрахункових витратних характеристик з експериментальними у широкому діапазоні зміни умов ліфтингу для нагнітально-струминного змішувача.

ЛІТЕРАТУРА

- [1] Пороло Л. В. Воздушно-газовые подъемники жидкости (эргазлифты). Основы теории и методы расчета. — Москва : Машиностроение, 1969. — 160 с.
- [2] Кириченко Е. О. Механика глубоководных гидротранспортных систем в морском горном деле. — Днепропетровск : Национальный горный университет, 2009. — 343 с.
- [3] Уоллис Г. Одномерные двухфазные течения. — Москва : Мир, 1977. — 436 с.
- [4] Кутателадзе С. С., Стырикович М. А. Гидродинамика газожидкостных систем. — Москва : Энергия, 1976. — 296 с.
- [5] Кононенко А. П. Уравнения сохранения массы и импульса вертикально восходящего водовоздушного потока в подъемной трубе эрлифта // Промислова гідравліка і пневматика. — 2006. — № 3(13). — С. 44–48.
- [6] Кононенко А. П. Моделирование рабочего процесса эрлифта // Наукові праці ДонНТУ. — 2009. — Т. 17(157). — С. 171–184.
- [7] Приходько М. А. Гідротермодинаміка бульбашкових газо-паро-рідинних систем. — Київ : Інститут гідромеханіки НАН України, 2007. — 473 с.
- [8] Jeelani S. A. K., Kasipati K. V., Balasubramanian R. G. R. The theory of the gas-lift pump: A rejoinder // International Journal of Multiphase Flow. — 1979. — Vol. 5, no. 3. — P. 225–228.
- [9] Clark N. N., Dabolt R. J. A general design equation for air lift pumps operating in slug flow // AIChE Journal. — 1986. — Vol. 32, no. 1. — P. 56–64.

- [10] Clark N. N., Flemmer R. L. Gas-liquid contacting in vertical two-phase flow // Industrial Engineering Chemistry Process Design and Development. — 1985. — Vol. 24, no. 2. — P. 231–236.
- [11] Кріль С. І. Гідравлічні рівняння для усталеного ізотермічного руху газорідних сумішей в трубах // Проблеми водопостачання, водовідведення та гідравліки. — 2013. — Т. 22. — С. 134–141.
- [12] Криль С. И. Напорные взвесенесущие потоки. — Киев : Наукова думка, 1990.
- [13] Монин А. С., Яглом А. М. Статистическая гидромеханика. — Москва : Наука, 1965. — Т. 1. — 641 с.
- [14] Андриасов Р. С., Ямпольский В. И. О связи между истинным и расходным газосодержанием при движении смесей по вертикальным трубам // Известия вузов. Нефть и газ. — 1968. — № 9. — С. 38–42.
- [15] Криль С. И., Кононенко А. П. Определение истинного газосодержания водовоздушного потока в подъемной трубе эрлифта // Проблеми водопостачання, водовідведення та гідравліки. — 2014. — Т. 23. — С. 156–165.
- [16] Арманд А. А., Невструева Е. И. Исследование механизма движения двухфазной смеси в трубе // Известия БТИ. — 1950. — № 2. — С. 1–8.
- [17] Костанда В. С. Исследование и разработка эрлифтных и углесосно-эрлифтных подъемов гидрошахт : дис. ... канд. наук / В. С. Костанда ; ДПИ. — Донецк, 1963. — 213 с.
- [18] Кріль С. І., Кононенко А. П. Про втрати напору на тертя при русі водоповітряної суміші в підіймальній трубі ерліфта // Проблеми водопостачання, водовідведення та гідравліки. — 2014. — Т. 24. — С. 155–163.
- [19] Бойко Н. Г., Кононенко А. П. Расчетные характеристики эрлифта со снарядной структурой водовоздушной смеси // Наукові праці ДонНТУ. — 2006. — Т. 104. — С. 17–29.
- [20] Стифеев Ф. Ф. Разработка эрлифтов для подъема пульпы повышенной плотности : дис. ... канд. наук / Ф. Ф. Стифеев ; ДПИ. — Донецк, 1985. — 262 с.
- [21] Козыряцкий Л. Н. Исследование и разработка уточненного расчета эрлифтных установок горной промышленности : дис. ... канд. наук / Л. Н. Козыряцкий ; ДПИ. — Донецк, 1976. — 197 с.
- [22] Стегниенко А. П. Исследование и разработка методов управления режимами работы шахтных эрлифтов : дис. ... канд. наук / А. П. Стегниенко ; ДПИ. — Донецк, 1978. — 242 с.
- [23] Адамов Б. И. Исследование и разработка глубоководных эрлифтных установок для подъема твердого материала : дис. ... канд. наук / Б. И. Адамов ; ДПИ. — Донецк, 1982. — 323 с.

- [24] Шевченко В. Ф. Исследование и разработка узла подвода пневматической энергии в эрлифте : дис. ... канд. наук / В. Ф. Шевченко ; ДПИ. — Донецк, 1974. — 183 с.

REFERENCES

- [1] L. V. Porolo, *Air-gas liquid lifts (airgaslifts). Fundamentals of the theory and methods of calculation*. Moscow: Mashinostroenie, 1969.
- [2] E. O. Kirichenko, *Mechanics of deep-sea hydrotransport systems in marine mining*. Dnepropetrovsk: National Mining University, 2009.
- [3] G. B. Wallis, *One-dimensional two-phase flow*. New York: McGraw-Hill, 1969.
- [4] S. S. Kutateladze and M. A. Styrikovich, *Hydraulics of gas-liquid systems*. Moscow: Energiya, 1976.
- [5] A. P. Kononenko, "The equations of conservation of mass and momentum of a vertically ascending water-air flow in the riser of airlift," *Industrial Hydraulics and Pneumatics*, no. 3(13), pp. 44–48, 2006.
- [6] A. P. Kononenko, "Airlift operation modelling," *Transactions of DonNTU*, vol. 17(157), pp. 171–184, 2009.
- [7] M. A. Prihodko, *Hydrothermodynamics of the bubble gas-vapor-liquid systems*. Kyiv: Institute of Hydromechanics of NAS of Ukraine, 2007.
- [8] S. A. K. Jeelani, K. V. Kasipati, and R. G. R. Balasubramanian, "The theory of the gas-lift pump: A rejoinder," *International Journal of Multiphase Flow*, vol. 5, no. 3, pp. 225–228, 1979.
- [9] N. N. Clark and R. J. Dabolt, "A general design equation for air lift pumps operating in slug flow," *AIChE Journal*, vol. 32, no. 1, pp. 56–64, 1986.
- [10] N. N. Clark and R. L. Flemmer, "Gas-liquid contacting in vertical two-phase flow," *Industrial Engineering Chemistry Process Design and Development*, vol. 24, no. 2, pp. 231–236, 1985.
- [11] S. I. Kril, "The hydraulic equations for the established isothermal movement of gas-liquid mixes in pipes," *Problems of Water Supply, Drainage and Hydraulics*, vol. 22, pp. 134–141, 2013.
- [12] S. I. Kril, *Pressurized sweeping flows*. Kyiv: Naukova Dumka, 1990.
- [13] A. S. Monin and A. M. Yaglom, *Statistical fluid mechanics*, vol. 1. Cambridge, MA: MIT Press, 1971.
- [14] R. S. Andriasov and V. I. Yampolskii, "On the relationship between the true and consumable gas content when moving mixtures through vertical pipes," *Higher Educational Institutes News. Neft i Gaz*, no. 9, pp. 38–42, 1968.

- [15] S. I. Kril and A. P. Kononenko, “Determining the true gas content in the water-flow in the riser airlift,” *Problems of Water Supply, Drainage and Hydraulics*, vol. 23, pp. 156–165, 2014.
- [16] A. A. Armand and E. I. Nevstrueva, “Studying the mechanism of motion of a two-phase mixture in a pipe,” *Proceedings of BTI*, no. 2, pp. 1–8, 1950.
- [17] V. S. Kostanda, *Studying and developing the air-lift and coal-hydraulic-air-lift lifts of hydraulic mines*. PhD thesis, DPI, Donetsk, 1963. Dissertation... Candidate of Technical Sciences.
- [18] S. I. Kril and A. P. Kononenko, “On pressure loss for water-air mixture moving in a lifting pipe of airlift,” *Problems of Water Supply, Drainage and Hydraulics*, vol. 24, pp. 156–165, 2014.
- [19] N. G. Boiko and A. P. Kononenko, “Estimated characteristics of airlift with a shell structure of the air-water mixture,” *Transactions of DonNTU*, vol. 104, pp. 17–29, 2006.
- [20] F. F. Stifeev, *Development of airlifts for raising pulps of increased density*. PhD thesis, DPI, Donetsk, 1985. Dissertation... Candidate of Technical Sciences.
- [21] L. N. Kozyryackii, *Studying and developing the improved calculation of airlift installations of the mining industry*. PhD thesis, DPI, Donetsk, 1976. Dissertation... Candidate of Technical Sciences.
- [22] A. P. Stegnienko, *Studying and developing the methods for controlling the operation modes of mine airlifts*. PhD thesis, DPI, Donetsk, 1978. Dissertation... Candidate of Technical Sciences.
- [23] B. I. Adamov, *Studying and developing the deep-water airlift installations for lifting solid material*. PhD thesis, DPI, Donetsk, 1982. Dissertation... Candidate of Technical Sciences.
- [24] V. F. Shevchenko, *Studying and developing the pneumatic power supply unit in airlift*. PhD thesis, DPI, Donetsk, 1974. Dissertation... Candidate of Technical Sciences.

С. И. Криль

Энергетическая модель газожидкостных течений в эрлифтах

В результате развития фундаментальных представлений о гидродинамике эрлифтинга предложен принципиально новый энергетический подход к изучению общих закономерностей восходящего газожидкостного течения в подъемной трубе эрлифта. В его основу положены базовые гидравлические уравнения неразрывности, энергобаланса и состояния фаз для стационарного одномерного изотермического движения газожидкостной смеси в вертикальной трубе. Разработанная на их основе математическая модель учитывает потери гидродинамического напора не только на трение, но и на проскальзывание фаз. В этом заключается ее принципиальное отличие от общепринятой гидродинамической модели течений такого рода,

построенной на основе дифференциальных уравнений сохранения массы и импульса для двухфазных потоков. Показано, что при определении потерь напора на трение следует учитывать не расходную, а эффективную плотность газожидкостной смеси. Это позволяет обеспечить равенство между кинетическими энергиями фаз. Впервые получено выражение для потерь напора на проскальзывание фаз, которое может физически трактоваться как отношение удельных (за единицу времени) работы сил межфазного гидродинамического взаимодействия к весу газожидкостной смеси, протекающей через живое сечение. В результате численного исследования разработанной энергетической модели для случая эрлифта со снарядной структурой водовоздушной смеси установлено соотношение между потерями напора на проскальзывание фаз и полными потерями напора. Обнаружена автомодельная область для гидравлического сопротивления трения. Показано, что потери на проскальзывание фаз могут составлять от 30 до 90% полных потерь. Разработана методика расчета продуктивности эрлифта, достоверность которой обеспечивается хорошим совпадением расчетных расходных характеристик с экспериментальными в широком диапазоне изменения условий лифтинга для нагнетательно-струйного смесителя.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: эрлифт, газожидкостное течение, энергетическая модель, потери напора на трение и проскальзывание фаз, расходная характеристика эрлифта

S. I. Kril

The energy model of gas-liquid flows in airlifts

An innovative energy approach to studying of general regularities of the ascending gas-liquid flow in airlift's lifting pipe is proposed as a result of developing the fundamental ideas about the airlifting dynamics. It is based on the hydraulic equations of continuity, energy balance and state of phases for steady one-dimensional isothermal motion of gas-liquid mixture in a vertical pipe. The mathematical model is developed considering not only the frictional loss of a hydrodynamic pressure, but also the loss due to phase slip. This is its principal difference from the common hydrodynamic model of similar flows derived from the differential equations of mass and momentum conservation for two-phase flows. It is shown that when determining the pressure loss, the effective density of gas-liquid mixture should be used instead of the flow density. This approach ensures equality among phase kinetic energies. For the first time, an expression is obtained for pressure loss due to phase slip that may be interpreted from a physics perspective as a ratio of specific (per unit of time) work of inter-phase hydrodynamic interaction forces and weight of gas-liquid mixture flowing through actual cross-section. The relation between the pressure loss due to phase slip and total hydrodynamic loss is obtained in the result of numerical studying of the developed energy model for the case of airlift with shell structure of air-water flow. The loss due to phase slip are shown to make 30 to 90% of the total loss. A methodology for calculating the airlift efficiency is developed, the reliability of which is validated by good coincidence of the estimated and experimental flow characteristics in a wide range of lifting conditions for an injection jet mixer.

KEY WORDS: airlift, gas-liquid flow, energy model, pressure loss due to phase friction and slip, flow rate characteristics of airlift