УДК 532.465

ДИСИПАЦІЯ ЕНЕРГІЇ ВНУТРІШНІХ ХВИЛЬ НАД ПІДВОДНИМИ ПЕРЕШКОДАМИ

К. В. Терлецька^{\dagger}

Інститут проблем математичних машин і систем НАН України просп. академіка Глушкова, 42, 03187, Київ, Україна †E-mail: kterletska@gmail.com

Отримано 02.02.2017

В роботі представлено результати чисельного моделювання взаємодії внутрішніх усамітнених хвиль з підводними перешкодами різної геометрії. Продемонстровано хорошу відповідність моделі лабораторним експериментам. Показано, що висота, довжина й форма перешкоди суттєво впливають на процес трансформації внутрішніх хвиль. Дисипація енергії хвилі, яка трансформується над перешкодою у вигляді півкола або прямокутника, буде більшою аніж при трансформації хвилі над трикутною перешкодою. Втрати енергії зростають зі збільшенням довжини перешкоди. Таким чином, доведено, що урахування топографічних ефектів (а саме, впливу форми підводних перешкод) потенційно важливе при оцінюванні дисипації енергії.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: усамітнені внутрішні хвилі, підводна перешкода, взаємодія з топографією, дисипація енергії

1. ВСТУП

Внутрішні відокремлені хвилі існують крізь у стратифікованих водоймах. Такі хвилі в океанах, як правило, утворюються при взаємодії припливів із топографією [1]. Внутрішні хвилі часто зустрічаються в стратифікованих озерах, і дія вітру, що призводить до відхилення рівня вільної поверхні, та як наслідок термокліну від положення рівноваги, є основним джерелом енергії для їх генерації [2]. Проходження такими хвилями мілководних ділянок супроводжується інтенсивними течіями, що призводить до турбулізації придонного пограничного шару та ерозії дна.

Внутрішні хвилі великих амплітуд потенційно небезпечні для споруд на шельфі та впливають на термогідродинаміку океану та, як наслідок, на глобальний клімат Землі. У естуаріях зі складною донною топографією, таких як фіорди або альпійські озера, що сформовані під впливом льодовиків, басейни можуть бути розділені підводними хребтами. Наприклад, підводний перешийок, що відокремлює Верхнє Боденське озеро від озера Юберлінген, займає лише 1% загальної площі басейну, але саме він є причиною дисипації близько 40% енергії через взаємодію між внутрішніми хвилями, що утворились в озері, з підводним порогом.

Одним із найпривабливіших місць для спостереження генерації, розповсюдження та взаємодії внутрішніх хвиль із особливостями донної топографії є Південнокитайське море. Тут спостерігаються внутрішні хвилі із найбільшими в світовому океані амплітудами. Генерація таких хвиль відбувається в зоні між островами Тайвань та Лусон. Баротропний припливний потік, що взаємодіє зі складною топографією дна, яка утворена двома підводними хребтами в районі Лусонської протоки, утворює бароклінний приплив. В результаті генеруються цуги внутрішніх хвиль великих амплітуд, що взаємодіють із підводними хребтами.

Розуміння гідродинамічних процесів пов'язаних із взаємодією внутрішніх хвиль з перешкодами є важливим, а особливо важливою є оцінка втрат енергії при такій взаємодії. В роботі [3] за допомогою чисельного моделювання було показано, що східний хребет відповідає за генерацію хвиль першої бароклінної моди, які потім прямують до західного хребта, а при взаємодії із ним генеруються хвилі вищих бароклінних мод. В роботі [4] описані результати польових спостережень поведінки внутрішніх хвиль над підводними перешкодами.

Лабораторні експерименти по взаємодії внутрішніх усамітнених хвиль в резервуарі із двошаровою стратифікацією та трикутними перешкодами описані в роботі [5]. В роботі [6], де описані чисельні експерименти, було показано, що при наявності перехідного шару скінченої глибини при взаємодії внутрішньої хвилі першої бароклінної моди генеруються внутрішні хвилі вищих мод. Внутрішні хвилі-пониження та підвищення у двошаровій стратифікації при наявності трикутної перешкоди та перешкоди у вигляді півкола розглядались в роботі [7]. Руйнування на хребті періодичних прогресивних хвиль у двошаровій стратифікації досліджувалось за допомогою лабораторних експериментів в роботі [8]. В роботі [9] було проведено моделювання хвиль з прямокутними перешкодами та проводилось порівняння із результатами лабораторних спостережень.

В даній роботі ставиться за мету дослідження динаміки (руйнування та перемішування) внутрішніх відокремлених хвиль, що розповсюджуються над донними перешкодами. Метою роботи також є оцінка впливу форми перешкоди та її геометричних характеристик на втрати енергії.

2. ОПИС ЧИСЕЛЬНИХ ЕКСПЕРИМЕНТІВ

Для проведення чисельних експериментів використовувалася чисельна модель, що базується на роз'вязанні рівнянь Нав'є—Стокса для стратифікованої по солоності рідини в наближенні Буссінеска. Детально алгоритми цієї чисельної негідростатичної тривимірної моделі з вільною поверхнею описано в [10,11]. Модель використовувалася для проведення серії чисельних експериментів, деякі з яких відтворюють відповідні лабораторні експерименти з робіт [7,12].

Конфігурація чисельного експерименту зображена на Рис. 1. Чисельний прямокутний лоток довжини L = 12 м і змінної висоти H (див. Табл. 1) заповнений двошаровою рідиною, з густиною верхнього шару ρ_1 та нижнього шару ρ_2 відповідно.

Для завдання вертикальної стратифікації в чисельному лотку використовується про-



Рис. 1. Схема чисельного експерименту

| Тип | Н(м) | $a_{in}(M)$ | $H_{\rm ob}/h_2$ | h_1/h_2 | Три- | Пів- | Прямо- | Прямо- | Плас- |
|-------|------|-------------|------------------|-----------|------|------|----------------|----------------|-------|
| хвилі | | | | | кут- | коло | кутник | кутник | тина |
| | | | | | ник | | $L_{\rm ob}$ = | $L_{\rm ob} =$ | |
| | | | | | | | 0.17 м | 0.52 м | |
| підв. | 0.5 | 0.03 | 4 | 0.75 | TE1 | SE1 | | | |
| підв. | 0.5 | 0.052 | 4 | 0.75 | TE2 | SE2 | | | |
| підв. | 0.5 | 0.073 | 4 | 0.75 | TE3 | SE3 | | | |
| пон. | 0.5 | 0.05 | 0.25 | 0.75 | TD1 | SD1 | | | |
| пон. | 0.5 | 0.07 | 0.25 | 0.75 | TD2 | SD2 | | | |
| підв. | 0.5 | 0.052 | 0.25 | 0.75 | | | | | RE1 |
| пон. | 0.3 | 0.059 | 0.1 | 0.7 | | | 1703a | 1703b | 1703c |
| пон. | 0.3 | 0.036 | 0.1 | 0.7 | | | 0104a | 0104b | 0104c |
| пон. | 0.3 | 0.065 | 0.1 | 0.8 | | | | | 2203 |
| пон. | 0.3 | 0.036 | 0.1 | 0.8 | | | | | 0303 |
| пон. | 0.3 | 0.067 | 0.1 | 0.8 | | | 0203 | | |

Табл. 1. Характеристики перешкод та внутрішніх хвиль, що розглядались в чисельних експериментах

філь змінної по вертикалі солоності, що задається формулою:

$$S(z) = \frac{S_1 + S_2}{2} - \frac{S_2 - S_1}{2} \operatorname{th} \frac{z - h_1}{\Delta h}.$$
 (1)

Тут $\Delta h = 0.1$ см — товщина проміжного шару, а $S_1 = 0$, $S_2 = 30$ при постійній температурі $T = 20^{\circ}$ С. Молекулярна в'язкість задавалась $\nu = 1.14 \cdot 10^{-6}$ м² с⁻¹, а молекулярна дифузія солі — $\chi = 10^{-9}$ м² с⁻¹. Відношення шарів різної густини h_1/h_2 змінювалося для різних експериментів. Ці значення наведено в Табл. 1. Внутрішні хвилі генерувалися методом колапсу рідини [13], що знаходиться за заслінкою (Рис. 1). При усунені цієї заслінки генерується хвиля підвищення (у випадку коли $h_1/h_2 > 1$) або хвиляпониження (у випадку коли $h_1/h_2 < 1$). Хвиля, що утворена таким чином, розповсюджується справа наліво і її характеристики залежать від довжини відсіку за заслінкою та перепаду між положенням лінії розділу шарів з різною густиною за заслінкою та в основній області басейну η_{0i} . Внутрішня хвиля характеризується амплітудою a_{in} , яка визначається як максимальне відхилення ізопікни від незбуреного положення.

Далі така хвиля проходить над підводною перешкодою з висотою $H_{\rm ob}$ та трансформується над нею. В роботі розглядаються перешкоди у вигляді півкола, трикутників та прямокутників різної довжини. Для прямокутних форм перешкод розглядались три різних варіанти: пластина $L_{\rm ob} = 1$ см, проміжна довжина $L_{\rm ob} = 17$ см та довгий прямокутник з довжиною $L_{\rm ob} = 52$ см. Граничний варіант, коли довжина перешкоди зростає і переходить в сходинку описано авторами раніше в роботах [14–17]. Перешкода знаходиться на відстані $x_{step} = 6$ м від правого торця чисельного лотка. Характеристики хвиль до та після взаємодії з перешкодами фіксувалися в перетинах X_R і X_L відповідно, що знаходяться на відстані 0.3 м від торців перешкоди. Задача розв'язувалась в квазі двовимірній постановці, коли рівняння дискретизувались в декількох вузлах поперек басейну при умові ковзання на бічних стінках. Роздільна здатність сітки по довжині, висоті і ширині становила 0.004 м 0.001 м на 0.001м. В рамках кожної серії чисельних експериментів висота перешкоди $H_{\rm ob}$ змінювалась, а також змінювались характеристики хвиль та стратифікації. Глибина чисельного басейну *H*, амплітуда хвилі $a_{\rm in}$, відношення висоти перешкоди до глибини нижнього шару $H_{\rm ob}/h_2$, відношення шарів h_1/h_2 вказані в Табл. 1.

2.1. Параметри, що контролюють трансформацію хвиль над підводною перешкодою

Важливою характеристикою потоку є складене число Фруда:

$$Fr^{2} = \frac{U_{1}^{2}}{g'(h_{1} - \eta)} + \frac{U_{2}^{2}}{g'(h_{2}(x) + \eta)}$$
(2)

де

$$g' = g \frac{\Delta \rho}{\rho_0}; \qquad \Delta \rho = \rho_2 - \rho_1; \qquad \rho_0 = \frac{\rho_2 + \rho_1}{2};$$

 U_1 та U_2 — усереднені по глибині швидкості у верхньому та нижньому шарі відповідно; $h_2(x)$ —глибина нижнього шару. Раніше в роботах [14, 15] було показано, що сильна взаємодія внутрішніх хвиль зі сходинкою характеризується значеннями $\operatorname{Fr}^2_{\max} > 1$. Параметр, який характеризує взаємодію внутрішніх хвиль з перешкодою — параметр блокування *B*. Він представляє собою відношення висоти нижнього шару над перешкодою до амплітуди хвилі:

$$B = \frac{h_2 - H_{\rm ob}}{a_{\rm in}}.\tag{3}$$

Цей параметр був представлений раніше в роботах [14–16] залежність втрат енергії при взаємодії хвиль першої та другої бароклінної моди зі сходинкою на дні була описана за допомогою цього параметра. Було показано, що залежність втрат енергії від параметра блокування B є автомодельною, як для внутрішніх хвиль-пониження та хвиль-підвищення першої моди так і для хвиль другої бароклінної моди.

Якщо узагальнити результати проведених в роботах [14–16]чисельних експериментів, то в залежності від параметра *В* виділяються наступні типи взаємодії хвиль з підводною сходинкою.

- Слабка взаємодія. При походженні хвилі над сходинкою її характеристики (амплітуда та довжина) змінюються не суттєво.
- Помірна взаємодія. Для цього типу взаємодії характерним є утворення нестійкості Кельвіна—Гельмгольца, а також при проходженні хвилі першої моди над сходинкою відбувається генерація внутрішньої хвилі другої бароклінної моди.
- Сильна взаємодія. Для цього типу взаємодії характерний надкритичний режим (складене число Фруда більше 1), що має наслідком утворення надкритичних струменів [14], вихрових пар та болусів. При цьому відбувається інтенсивне перемішування та втрати енергії при проходженні внутрішньої хвилі повз перешкоду для цього типу взаємодії — максимальні.

2.2. Внутрішня хвиля-пониження над трикутною перешкодою

На Рис. 2 представлено порівняння результатів чисельного моделювання та результатів лабораторного експерименту з роботи [7], в якому досліджувалася трансформація внутрішньої хвилі-пониження над трикутною перешкодою (експеримент TD2). Еволюція поля густини зображена на Рис. 2а, б, змодельоване поле завихоренності на Рис. 2в. Як видно з рисунку хвиля-пониження, що в перетині X_R має амплітуду a = 7 см, починає деформуватись при підході до трикутної перешкоди. Передній фронт хвилі, що набігає стає майже паралельним до сторони перешкоди. В момент часу $T = T_0 + 6$ с хвиля проходить через гідравлічний стрибок $Fr_{max} > 1$. Далі генерується інтенсивний потік вздовж схилу, що є головною причиною утворення вихрової пари, яку чітко видно на полі завихоренності в момент часу $T = T_0 + 11$ с. Вихрова пара створює інтенсивне перемішування в пікноклині. Параметр блокування в цьому випадку B = 1.9, а максимальне складене число Фруда Fr = 1.14, що означає утворення гідравлічного стрибка. Даний тип взаємодії ми можемо класифікувати як сильну взаємодію.



Рис. 2. Трансформація внутрішньої хвилі-пониження над трикутною перешкодою експеримент TD2:

а — фото з лабораторного експерименту [7], б, в — результати чисельних розрахунків, поле густини та поле завихоренності для відповідних моментів часу з експерименту [7]



Рис. 3. Трансформація внутрішньої хвилі-пониження над перешкодою у вигляді півкола в експерименті SD2:

а — фото з лабораторного експерименту [7], б, в — результати чисельних розрахунків, поле густини та поле завихоренності для відповідних моментів часу з експерименту [7]

2.3. Внутрішня хвиля-пониження над перешкодою у вигляді півкола

На Рис. 3 відображено процес проходження хвилі-пониження над підводним хребтом у вигляді півкола (експеримент SD2). Процес зміни профілю хвилі з початковою амплітудою a = 7 см близький до трансформації над трикутним хребтом. І хоча коефіцієнт



Рис. 4. Трансформація внутрішньої хвилі-підвищення над трикутною перешкодою (експеримент TE3):

а — фото з лабораторного експерименту [7], б, в — результати чисельних розрахунків, поле густини та поле завихоренності для відповідних моментів часу з експерименту [7]

блокування саме такий як і у експерименті TD2 B = 1.9, але максимальне складене число Фруда в цій ситуації Fr = 1.23 більше аніж у попередньому випадку. Внутрішні болуси та вихрова пара, що формується у випадку взаємодії хвилі з перешкодою у вигляді півкола (див. Рис. 3 $T = T_0 + 13$ с) у (1.5...2) рази більші аніж при взаємодії з трикутною перешкодою.

2.4. Трансформація внутрішньої хвилі підвищення над трикутною перешкодою

Чисельне моделювання та фото лабораторного експерименту [7], з трансформацією внутрішньої хвилі підвищення над трикутною перешкодою (експеримент TE3) показано на Рис. 4. Еволюція поля густини зображена на Рис. 4a, б, змодельоване поле завихоренності на Рис. 4b. Хвиля-підвищення в перетині X_R має амплітуду a = 7.3 см. Параметр блокування B = 1.71, а максимальне складене число Фруда сягає значення Fr = 1.08, що має наслідком утворення надкритичного струменя, що виникає з підвітряної сторони трикутної перешкоди (Рис. 4) у момент часу $T = T_0 + 13$ с. Таким чином, в даному випадку вихрова пара формується з іншої сторони перешкоди аніж у випадку з хвилею-пониження.

2.5. Внутрішня хвиля-пониження над прямокутною перешкодою

На Рис. 5 зображена трансформація внутрішньої хвилі-пониження над прямокутною перешкодою в експерименті 0203 [12]. В цьому експерименті хвиля-пониження має амплітуду a = 6.7 см в перетині X_R , а параметр блокування в цьому випадку B = 1.92. Як видно, чисельне моделювання добре відтворює деталі лабораторного експерименту, а саме, утворення надкритичного струменя та вихрової пари.





Для того, щоб дослідити вплив довжини перешкоди на трансформацію хвилі, були проведені додаткові чисельні експерименти (0104a, b, 1703b, c), що частково відтворюють лабораторні експерименти з роботи [12]. На Рис. 6 зображено еволюцію внутрішньої хвилі з амплітудою a = 5.9 см над перешкодами різної довжини: (a) — пластина (1703c), (b) $L_{\rm ob} = 0.17$ м (1703a), (c) $L_{\rm ob} = 0.52$ м(1703b).

Як видно з Рис. 6 процес у фронтальній зоні перешкоди є подібним у всіх трьох



а — пластина (експеримент 1703с), б — $L_{\rm ob}=0.17$ м (експеримент 1703а), в — $L_{\rm ob}=0.52$ м (експеримент 1703b)

випадках. Як видно, амплітуди відбитих від перешкоди хвиль мають майже однакові значення. Основним ефектом, що спричинений різною довжиною перешкоди є різний характер трансформації хвилі, що проходить за перешкоду. Із ростом довжини перешкоди амплітуди хвиль, що пройшли, зменшуються та починають генеруватися вторинні хвилі. Ці результати якісно узгоджуються з аналітичною теорією [18] та з результатами чисельного моделювання [14, 17].

2.6. Втрати енергії при проходженні внутрішніх хвиль над перешкодами

Для того, щоб оцінити баланс енергії після того, як внутрішня хвиля проходить повз перешкоду була оцінена повна енергія хвилі, що набігала, хвилі що відбилась та хвилі, що пройшла у перетинах X_R та X_L (Рис. 1). Вважається, що втрати енергії мають місце безпосередньо в околі перешкоди. Потоки енергії хвиль, що набігала та що відбилась, оцінювались в перетині X_R , а потоки енергії хвилі, що пройшла — у перетині X_L .

Для дослідження залежності втрат енергії від параметру блокування B розглядалась різниця між енергією хвилі, що набігає на перешкоду $E_{\rm in}$ та суми енергій хвиль що пройшла $E_{\rm tr}$ та хвилі, що відбилася $E_{\rm ref}$. Таким чином дисипація енергії $\Delta E_{\rm loss}$ визначається як

$$\Delta E_{\rm loss} = \frac{E_{\rm in} - E_{\rm tr} - E_{\rm ref}}{E_{\rm in}} \cdot 100\%. \tag{4}$$

Залежність втрат енергії за рахунок перемішування, турбулентності та дисипації від параметра блокування *В* зображена на Рис. 7, для хвиль-підвищення на Рис. 7а, а для хвиль-пониження на Рис. 76. Як видно з Рис. 7 втрати енергії для обох типів внутрішніх хвиль (хвиль-підвищення та хвиль-пониження) над трикутною перешкодою відрізняються від відповідних втрат енергії із перешкодою у вигляді півкола. Дисипація енергії та відповідне перемішування, що зазнає хвиля, яка трансформується над перешкодою, у вигляді півкола є більшими аніж при трансформації над трикутною перешкодою.

3. ВИСНОВКИ



а — для хвиль-підвищення, б — для хвиль-пониження

В роботі проводилось дослідження поведінки внутрішніх усамітнених хвиль, що розповсюджуються над підводною перешкодою за допомогою чисельного моделювання. В чисельних експериментах досліджувався вплив висоти, довжини та форма перешкоди на трансформацію внутрішніх хвиль. В роботі розглянуті як хвилі пониження так і хвилі підвищення.

Чисельне моделювання продемонструвало гарну відповідність лабораторним експериментам. Показано, що параметр блокування (В — безрозмірний параметр дорівнює відношенню ЩО нижнього шару над перешкодою до амплітуди хвилі) дає можливість описати тип Трансформація взаємодії. внутрішніх хвиль великої амплітуди над трикутною перешкодою відрізняється від відповідної взаємодії із перешкодою у вигляді півкола. Внутрішні болуси, що формуються у випадку взаємодії хвилі з перешкодою у

вигляді півкола або прямокутник у (1.5...2) рази більші аніж у випадку з трикутною перешкодою. Як наслідок — дисипація енергії та відповідне перемішування у випадку трансформації над перешкодою у вигляді півкола та прямокутної перешкоди є більшим, аніж у випадку трикутної перешкоди. Максимальні втрати енергії можуть сягати 42% у випадку прямокутної перешкоди. Втрати енергії зростають зі збільшенням довжини перешкоди.

Таким чином, можна зробити висновок, що топографічні ефекти, а саме вплив форми та геометричних характеристик підводних перешкод мають суттєвий вплив на дисипацію механічної енергії.

ЛІТЕРАТУРА

- Energy transport by nonlinear internal waves / J. N. Moum, J. M. Klymak, J. D. Nash et al. // Journal of Physical Oceanography. - 2007. - Vol. 37. - P. 1968-1988.
- [2] Sakai T., Redekopp L. G. A weakly nonlinear evolution model for long internal waves in a large lake // Journal of Fluid Mechanics. 2010. Vol. 656. P. 260–297.
- [3] Multimodal structure of baroclinic tides in the South China Sea / V. Vlasenko, N. Stashchuk, C. Guo, X. Chen // Nonlinear Processes in Geophysics. – 2010. – Vol. 17. – P. 529–543.
- [4] Sabinin K. D. Internal wave packets over the Maskaren ridge // Izvestiya of Academy of Science of the USSR. Atmospheric and Oceanic Physics. - 1992. - Vol. 26. - P. 625-633.
- [5] Wessels F., Hutter K. Interaction of internal waves with a topographic sill in a twolayered fluid // Journal of Physical Oceanography. -- 1996. -- Vol. 26, no. 2. -- P. 5-20.
- [6] Vlasenko V. I., Hutter K. Generation of second mode solitary waves by the interaction of a first mode soliton with a sill // Nonlinear Processes in Geophysics. - 2001. - Vol. 8. -P. 223-239.
- [7] Chen C.-Y. An experimental study of stratified mixing caused by internal solitary waves in a two-layered fluid system over variable seabed topography // Ocean Engineering. 2007. Vol. 34. P. 1995-2008.
- [8] Hult E. L., Troy C. D., Koseff J. R. The breaking of interfacial waves at a submerged bathymetric ridge // Journal of Fluid Mechanics. 2009. Vol. 637. P. 45-71.
- [9] Взаимодействие внутренних уединенных волн большой амплитуды с препятствием / И. А. Бровченко, Н. С. Городецкая, В. С. Мадерич и др. // Прикладна гідромеханіка. — 2007. — Т. 9(81), № 1. — С. 3–7.
- [10] Kanarska Y., Maderich V. A non-hydrostatic numerical model for calculating freesurface stratified flows // Ocean Dynamics. - 2003. - Vol. 53. - P. 176-185.
- [11] Numerical simulations of the nonhydrostatic transformation of basin-scale internal gravity waves and wave-enhanced meromixis in lakes / V. Maderich, I. Brovchenko, K. Terletska, K. Hutter // Nonlinear internal waves in lakes / Ed. by K. Hutter. — Advances in Geophysical and Environmental Mechanics. — Springer, 2012. — P. 192–276.
- [12] Gorogedtska N., Nikishov V., Hutter K. Laboratory modelling on transformation of large-amplitude internal waves by topographic obstructions // Nonlinear internal waves in lakes / Ed. by K. Hutter. — Advances in Geophysical and Environmental Mechanics. — Springer, 2012. — P. 105–191.

- [13] Kao T. W., Pan R. S., Renouard D. Internal solitons on the pycnocline: generation, propagation, and shoaling and breaking over a slope // Journal of Fluid Mechanics. — 1985. — Vol. 159. — P. 19–53.
- [14] Solitary wave transformation on the underwater step: Asymptotic theory and numerical experiments / T. Talipova, K. Terletska, V. Maderich et al. // Physics of Fluids. – 2013. – Vol. 25.
- [15] Терлецкая К. В. Взаимодействие внутренних уединенных волн второй моды с подводной ступенькой // Прикладна гідромеханіка. — 2014. — Т. 16(88), № 2. — С. 70– 75.
- [16] Internal breather-like wave generation by the second mode solitary wave interaction with a step / K. Terletska, K. T. Jung, T. Talipova et al. // Physics of Fluids. – 2016. – Vol. 28.
- [17] Interaction of a large amplitude interfacial solitary wave of depression with a bottom step / V. Maderich, T. Talipova, R. Grimshaw et al. // Physics of Fluids. - 2010. --Vol. 22.
- [18] Grimshaw R., Pelinovsky E., Talipova T. Fission of a weakly nonlinear interfacial solitary wave at a step // Geophysical and Astrophysical Fluid Dynamics. - 2008. - Vol. 102, no. 2. - P. 179-194.

REFERENCES

- J. N. Moum, J. M. Klymak, J. D. Nash, A. Perlin, and W. D. Smyth, "Energy transport by nonlinear internal waves," *Journal of Physical Oceanography*, vol. 37, pp. 1968–1988, 2007.
- [2] T. Sakai and L. G. Redekopp, "A weakly nonlinear evolution model for long internal waves in a large lake," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 656, pp. 260–297, 2010.
- [3] V. Vlasenko, N. Stashchuk, C. Guo, and X. Chen, "Multimodal structure of baroclinic tides in the South China Sea," Nonlinear Processes in Geophysics, vol. 17, pp. 529–543, 2010.
- [4] K. D. Sabinin, "Internal wave packets over the Maskaren ridge," Izvestiya of Academy of Science of the USSR. Atmospheric and Oceanic Physics, vol. 26, pp. 625–633, 1992.
- [5] F. Wessels and K. Hutter, "Interaction of internal waves with a topographic sill in a two-layered fluid," Journal of Physical Oceanography, vol. 26, no. 2, pp. 5–20, 1996.
- [6] V. I. Vlasenko and K. Hutter, "Generation of second mode solitary waves by the interaction of a first mode soliton with a sill," *Nonlinear Processes in Geophysics*, vol. 8, pp. 223–239, 2001.

- [7] C.-Y. Chen, "An experimental study of stratified mixing caused by internal solitary waves in a two-layered fluid system over variable seabed topography," Ocean Engineering, vol. 34, pp. 1995–2008, 2007.
- [8] E. L. Hult, C. D. Troy, and J. R. Koseff, "The breaking of interfacial waves at a submerged bathymetric ridge," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 637, pp. 45–71, 2009.
- [9] I. A. Brovchenko, N. S. Gorodetskaia, V. S. Maderich, V. I. Nikishov, and E. V. Terletska, "Interaction of internal solitary waves of large amplitude with obstacle," *Applied Hydromechanics*, vol. 9(81), no. 1, pp. 3–7, 2007.
- [10] Y. Kanarska and V. Maderich, "A non-hydrostatic numerical model for calculating freesurface stratified flows," Ocean Dynamics, vol. 53, pp. 176–185, 2003.
- [11] V. Maderich, I. Brovchenko, K. Terletska, and K. Hutter, "Numerical simulations of the nonhydrostatic transformation of basin-scale internal gravity waves and wave-enhanced meromixis in lakes," in *Nonlinear internal waves in lakes* (K. Hutter, ed.), Advances in Geophysical and Environmental Mechanics, pp. 192–276, Springer, 2012.
- [12] N. Gorogedtska, V. Nikishov, and K. Hutter, "Laboratory modelling on transformation of large-amplitude internal waves by topographic obstructions," in *Nonlinear internal* waves in lakes (K. Hutter, ed.), Advances in Geophysical and Environmental Mechanics, pp. 105–191, Springer, 2012.
- [13] T. W. Kao, R. S. Pan, and D. Renouard, "Internal solitons on the pycnocline: generation, propagation, and shoaling and breaking over a slope," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 159, pp. 19–53, 1985.
- [14] T. Talipova, K. Terletska, V. Maderich, I. Brovchenko, E. Pelinovsky, K. T. Jung, and R. Grimshaw, "Solitary wave transformation on the underwater step: Asymptotic theory and numerical experiments," *Physics of Fluids*, vol. 25, 2013.
- [15] K. V. Terletska, "The interaction of internal solitary waves in the head-on collision," Applied Hydromechanics, vol. 16(88), no. 2, pp. 70–75, 2014.
- [16] K. Terletska, K. T. Jung, T. Talipova, V. Maderich, I. Brovchenko, and R. Grimshaw, "Internal breather-like wave generation by the second mode solitary wave interaction with a step," *Physics of Fluids*, vol. 28, 2016.
- [17] V. Maderich, T. Talipova, R. Grimshaw, K. Terletska, I. Brovchenko, E. Pelinovsky, and B. H. Choi, "Interaction of a large amplitude interfacial solitary wave of depression with a bottom step," *Physics of Fluids*, vol. 22, 2010.
- [18] R. Grimshaw, E. Pelinovsky, and T. Talipova, "Fission of a weakly nonlinear interfacial solitary wave at a step," *Geophysical and Astrophysical Fluid Dynamics*, vol. 102, no. 2, pp. 179–194, 2008.

К. В. Терлецкая

Диссипация энергии внутренних волн над подводными препятствиями

В работе представлены результаты численного моделирования взаимодействия внутренних уединенных волн с подводными препятствиями различной геометрии. Продемонстрировано хорошее соответствие модели результатам лабораторных экспериментов. Показано, что высота, длина и форма препятствия существенно влияют на процесс трансформации внутренних волн. Диссипация энергии волны, трансформирующейся над препятствием в виде полукруга или прямоугольника, будет большей чем при трансформации волны над треугольным препятствием. Потери энергии возрастают с увеличением длины препятствия. Таким образом, доказано, что учет топографических эффектов (а именно, влияния формы подводных препятствий) потенциально важен при оценивании диссипации энергии.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: уединенные внутренние волны, подводное препятствие, взаимодействие с топографией, диссипация энергии

K. V. Terletska

Energy dissipation of internal waves over underwater obstacles

The paper presents the results of numerical modeling of internal solitary waves interaction with the underwater obstacles of various shapes. A good agreement of the model and laboratory experiments is demonstrated. The height, length and shape of the obstacle are shown to significantly affect the process of internal wave transformation. Energy dissipation for the wave transforming over an obstacle in the form of a semicircle or rectangle will be greater than that for wave transformation over a triangular obstacle. The energy losses increase with length of the obstacle. Thus, it is proven that the topographical effects (namely, the influence of the shape of underwater obstacles) are potentially important for estimating of energy dissipation.

KEY WORDS: solitary internal waves, underwater obstacle, interaction with a topography, energy dissipation