

УДК 532.546

РАСЧЕТ НЕУСТАНОВИВШЕГОСЯ ДЕЙСТВИЯ МЕЛИОРАТИВНОГО ДРЕНАЖА С УГЛУБЛЕННЫМ УЧЕТОМ ВЛИЯНИЯ ЗОНЫ АЭРАЦИИ И ИНФИЛЬТРАЦИИ

В. Л. Поляков[†]

*Институт гидромеханики НАН Украины
ул. Желябова, 8/4, 03057, Киев, Украина*

[†]E-mail: Polyakov_IGM@list.ru

Получено 23.02.2017

Получено аналитическое решение нелинейной задачи неустановившейся фильтрации к систематическому горизонтальному дренажу с учетом влияния зоны аэрации и инфильтрации. На его основе выведено уравнение, позволяющее надежно определять расстояние между дренами при заданных требованиях к осушению грунта. На примерах проиллюстрировано поведение решения и продемонстрирована целесообразность более аккуратного учета водообмена между насыщенной и ненасыщенной зонами, что позволяет, в частности, обоснованно увеличивать междренные расстояния.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: систематический дренаж, безнапорная фильтрация, дифференциальная водоотдача, междреннее расстояние, аналитическое решение, инфильтрация

1. ВВЕДЕНИЕ

Квалифицированно запроектированный и качественно построенный дренаж обеспечивает эффективное управление водным режимом сельскохозяйственных земель в разнообразных почвенно-климатических условиях. Для отвода избыточной влаги из временно и постоянно переувлажненных почвогрунтов на больших площадях повсеместно применяются системы горизонтальных дренажей. Уложенные параллельно, на равных расстояниях и одинаковых глубинах, они способствуют своевременному и более-менее равномерному осушению значительных территорий и, в частности, снижению уровня грунтовых вод (УГВ) на них в критические периоды года. Для таких периодов характерно особенно высокое содержание влаги в грунте за счет активного снеготаяния, выпадения обильных осадков. Минимизировать капиталовложения в строительство при максимальной отдаче в ходе последующей эксплуатации дренажа позволяют методы

инженерного расчета его действия и конструктивных параметров, опирающиеся на надежную теоретическую базу. Приходится констатировать, что несмотря на обилие существующих для него расчетных методов [1–6], вследствие их невысокой точности необходимо дальнейшее совершенствование методологии теоретического обоснования дренажей. Серьезным недостатком существующей методологии является чрезмерное упрощение исходных математических моделей водно-физических процессов на фоне дренажа, что диктовалось стремлением теоретиков максимально облегчить его проектирование, а возникавшие из-за этого большие ошибки в вычислениях списывались на многообразие природных условий, несовершенство экспериментальных методов. Однако, благодаря современным компьютерным пакетам программ математического анализа в последнее время удалось существенно расширить круг решаемых аналитическими методами прикладных задач, в том числе и относящихся к гидротехническому и мелиоративному строительству. Выведенные при этом расчетные формулы и уравнения могут с помощью подобных пакетов успешно использоваться в практике дренажа. Действительно, даже подчас значительное усложнение расчетных формализмов теперь не препятствует их применению на реальных объектах дренирования.

При моделировании работы мелиоративного дренажа главные трудности связаны с неустановившимся и существенно нелинейным характером водно-физических процессов в почвогрунте. Часто мощность водоносной среды оказывается сравнимой с амплитудой колебаний УГВ в нем. Ключевую роль в формировании влажностного и уровня режимов почвогрунта играют зона аэрации и процесс влагопереноса в ней. Указанный процесс достоверно описывается моделями [7–10], которые в принципе не допускают их линеаризации. Тем не менее, с целью вывода удобных для инженеров расчетных формул регулярно прибегали к усреднению потока влаги, притекающего из ненасыщенной зоны в насыщенную, по пространству и времени [11, 12]. В данной статье разработана инженерная методика без принятия традиционных допущений, что позволило в итоге аккуратно учесть и кривизну свободной поверхности, и тесную связь вышеупомянутого нестационарного потока с положением УГВ. Дополнительно принимались во внимание интенсивное инфильтрационное питание почвенно-грунтовых вод, которое периодически имеет место на протяжении вегетационного периода и может представлять весьма серьезную опасность для сельскохозяйственных культур, а также гидродинамическое и конструктивное несовершенство дренажа, в т.ч. в следствие фильтрационных деформаций в придренной зоне [13–15].

2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Базовой в данной теоретической разработке является широко известная схема систематического горизонтального дренажа в однородном грунте (Рис. 1). Математическая задача неустановившейся фильтрации к системе дрен в условиях переменного притока влаги из зоны аэрации и стабильной инфильтрации в гидравлическом приближении включает нелинейное уравнение безнапорной фильтрации

$$k \frac{\partial}{\partial x} \left(h \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \varepsilon = \mu(h) \frac{\partial h}{\partial t} \quad (1)$$

и оператор начально-граничных условий

$$x = 0, \quad h^2 - 2\Phi \frac{\partial h^2}{\partial x} = m_d^2; \quad (2)$$

$$x = L, \quad \frac{\partial h}{\partial x} = 0; \quad (3)$$

$$t = 0, \quad h = m_0. \quad (4)$$

Здесь k — коэффициент фильтрации; h — пьезометрический напор; ε — постоянная интенсивность инфильтрации на свободную поверхность; $\mu(h)$ — функция водоотдачи (дифференциальная водоотдача); Φ — фильтрационное сопротивление за счет несовершенства дрен по степени и характеру вскрытия водоносной толщи; m_d — высота заложения дрены над водоупором; L — половина расстояния между дренами; m_0 — начальная высота УГВ.

Приближенное решение задачи (1)–(4) находится с использованием допущения о равномерном вдоль области фильтрации притоке влаги из зоны аэрации на свободную поверхность. При этом скорость указанного притока со временем монотонно убывает. В работах [16, 17] было показано, что подобное допущение вносит в задачи мелиоративного дренажа погрешности порядка одного процента. Тогда целесообразно ввести вместо правой части уравнения (1) функцию притока $G(t)$ следующим образом:

$$G(t) = \frac{1}{L} \int_0^L \mu(h) \frac{\partial h}{\partial t} dx - \varepsilon. \quad (5)$$

Фактически такая замена и означает принятие удельной скорости поступления влаги на УГВ постоянной вдоль фильтрационного течения. Еще одним доводом в пользу полученного ниже приближенного решения является то, что при любых манипуляциях с правой частью уравнения (1), если по истечению большого времени она все-таки стремится к 0, указанное решение будет приближаться к точному, а в пределе (при $t \rightarrow \infty$) совпадет с ним. Естественно, что при продолжительном расчетном периоде точность приближенных расчетов к его концу должна возрастать. Двойное интегрирование трансформированного уравнения (1) с привлечением условий (2), (3) позволяет

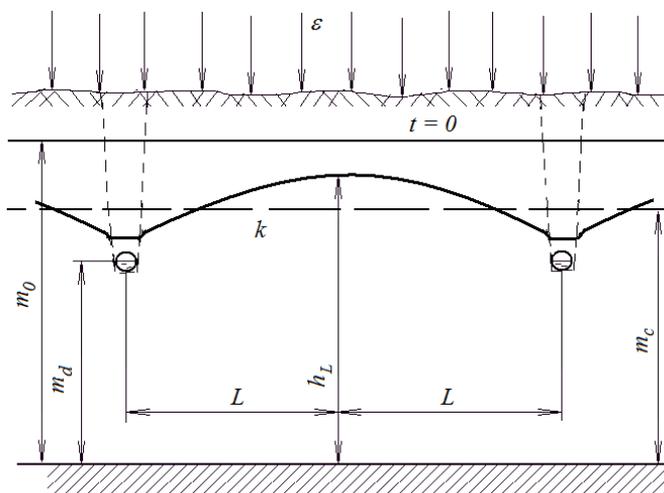


Рис. 1. Фильтрационная схема к расчету установившегося действия систематического горизонтального несовершенного дренажа

выразить искомый напор через введенную функцию, а именно,

$$h(x, t) = \sqrt{m_d^2 + \frac{G(t)}{k}(x^2 - 2Lx - 4\Phi L)}. \quad (6)$$

Чтобы определить функцию $G(t)$, предварительно установлена связь между производными по времени ее и h в таком виде:

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{x^2 - 2Lx - 4\Phi L}{2k\sqrt{m_d^2 + \bar{G}(t)(x^2 - 2Lx - 4\Phi L)}} \frac{dG}{dt}, \quad (7)$$

где $\bar{G} = G/k$. С учетом (5) и (7) составлено уравнение относительно $\bar{G}(t)$:

$$\frac{1}{2L} \int_0^L \frac{\mu(h(x, \bar{G}(t)))(x^2 - 2Lx - 4\Phi L)}{\sqrt{m_d^2 + \bar{G}(t)(x^2 - 2Lx - 4\Phi L)}} dx \frac{d\bar{G}}{dt} - \varepsilon = k\bar{G}. \quad (8)$$

Начальное условие для искомой функции вытекает из (4), (6) и будет

$$t = 0, \quad \bar{G} = -\frac{m_0^2 - m_d^2}{L^2 + 4\Phi L}. \quad (9)$$

При неглубоком залегании грунтовых вод связь дифференциальной водоотдачи μ с положением УГВ, как правило, аппроксимировалась степенной функцией, так что

$$\mu(h) = \alpha(k)(M - h)^\beta, \quad (10)$$

где α, β — эмпирические коэффициенты; M — полная мощность грунтовой толщи (от поверхности земли до водоупора), так что $M - h$ означает глубину залегания грунтовых вод. Вид расчетных зависимостей обобщается благодаря введению безразмерных переменных и параметров

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{x}{m_0}, & \bar{t} &= \frac{kt}{m_0}, & \bar{L} &= \frac{L}{m_0}, & \bar{\alpha} &= \alpha m_0^\beta, \\ \bar{M} &= \frac{M}{m_0}, & \bar{m}_d &= \frac{m_d}{m_0}, & \bar{\Phi} &= \frac{\Phi}{m_0}, & \bar{\varepsilon} &= \frac{\varepsilon}{k}. \end{aligned}$$

Тогда уравнение (8) с учетом (10) трансформируется к следующему виду

$$\begin{aligned} &\frac{\bar{\alpha}}{2\bar{L}} \int_0^{\bar{L}} \left(\bar{M} - \sqrt{\bar{m}_d^2 + \bar{G}(\bar{t})(\bar{x}^2 - 2\bar{L}\bar{x} - 4\bar{\Phi}\bar{L})} \right)^\beta \times \\ &\times \frac{\bar{x}^2 - 2\bar{L}\bar{x} - 4\bar{\Phi}\bar{L}}{\sqrt{\bar{m}_d^2 + \bar{G}(\bar{t})(\bar{x}^2 - 2\bar{L}\bar{x} - 4\bar{\Phi}\bar{L})}} d\bar{x} \frac{d\bar{G}}{d\bar{t}} = \bar{\varepsilon} + \bar{G}(\bar{t}) \end{aligned} \quad (11)$$

и решается при таком начальном условии:

$$\bar{G}_0 = \bar{G}(0) = \frac{\bar{m}_d^2 - 1}{\bar{L}^2 + 4\bar{\Phi}\bar{L}}. \quad (12)$$

Решение задачи (11), (12) представляется в форме двойного интеграла, а именно,

$$\bar{t} = \frac{\bar{\alpha}}{2\bar{L}} \int_{\bar{G}_0}^{\bar{G}} \int_0^{\bar{L}} \left(\bar{M} - \sqrt{\bar{m}_d^2 + \eta (\bar{x}^2 - 2\bar{L}\bar{x} - 4\bar{\Phi}\bar{L})} \right)^\beta \times \frac{\bar{x}^2 - 2\bar{L}\bar{x} - 4\bar{\Phi}\bar{L}}{\sqrt{\bar{m}_d^2 + \eta (\bar{x}^2 - 2\bar{L}\bar{x} - 4\bar{\Phi}\bar{L})}} d\bar{x} \frac{d\eta}{\eta + \bar{\varepsilon}}. \quad (13)$$

Итак, функцию притока и время удается связать только с помощью обратной функции $\bar{t}(\bar{G})$, что не усложняет расчеты важнейших фильтрационных характеристик. В частности, относительный односторонний погонный расход дрены \bar{q} предлагается вычислять по формуле

$$\bar{q}(\bar{G}) = \frac{q(G)}{km_0} = \left(\bar{h} \frac{\partial \bar{h}}{\partial \bar{x}} \right)_{\bar{x}=0} = -\bar{L}\bar{G}. \quad (14)$$

Понижение же УГВ посередине между дренами со временем следует рассчитывать таким образом

$$\bar{h}_L(\bar{G}) = \bar{h}(\bar{L}, \bar{G}) = \sqrt{\bar{m}_d^2 - \bar{G}(\bar{L}^2 + 4\bar{\Phi}\bar{L})}. \quad (15)$$

Фактически решение базовой задачи получено в параметрической форме, а параметром в нем является \bar{G} . Поэтому при проведении конкретных расчетов прежде всего следует задаться его значением, а затем последовательно вычислить отвечающие ему значения \bar{t} по формуле (13), \bar{q} — по (14), \bar{h} и \bar{h}_L по формуле

$$\bar{h}(\bar{x}, \bar{G}) = \sqrt{\bar{m}_d^2 + \bar{G}(\bar{x}^2 - 2\bar{L}\bar{x} - 4\bar{\Phi}\bar{L})}, \quad (16)$$

где $\bar{h} = h/m_0$.

Для практики дренажа наибольший интерес представляет обоснование с помощью полученного выше решения основного конструктивного параметра-расстояния L (междреннего расстояния $2L$) [18–20]. При этом, как правило, исходят из требования к дренажу обеспечить снижение УГВ на междренье до глубины S_0 (норма осушения) за время t_0 (время осушения) [21, 22]. Однако, очевидно, что с приближением к дрене влажность грунта в его активном слое будет постепенно снижаться. Поэтому при работе дренажа добиться одинаковых водно-физических условий на всем междреннем пространстве в принципе невозможно. Но благоприятным для произрастания сельскохозяйственных культур будет такой режим влажности, при котором влага в вышеупомянутом слое будет везде находиться в определенных (оптимальных) пределах. Поскольку режим влажности грунта хотя и неоднозначно, но все-таки тесно связан с положением УГВ, то реально опираясь на специальные экспериментальные исследования подобрать такой диапазон глубин УГВ, при котором количество влаги в пахотном, корнеобитаемом слое окажется в отмеченных пределах. И тогда возникает практическая задача подбора такой глубины УГВ на междренье, при которой несмотря на значимую разницу влажностей вблизи и на удалении от дрены содержание влаги в указанных слоях было бы достаточным для нелIMITированного по водным показателям развития культур. Если изначально норма осушения не отражает закономерных изменений влажности вдоль

фильтрационного течения, то целесообразно ее скорректировать. Тогда логично добиваться выполнения равенства

$$M - S_0 = \frac{1}{L} \int_0^L h(x, t_0) dx. \quad (17)$$

Ниже полагается, что величина S_0 уже надлежащим образом уточнена. Поэтому отпадает необходимость в использовании (17), а расстояние \bar{L} будет определяться традиционным способом на основе анализа динамики УГВ посередине между дренами с учетом заданных оптимальных показателей S_0, t_0 . Процедура установления относительного расстояния \bar{L} включает сначала выражение функции $\bar{G}(t)$ и ее начального значения \bar{G}_0 через него таким образом

$$\bar{G}(\bar{L}, \bar{S}_0) = \frac{\bar{m}_d^2 - (\bar{M} - \bar{S}_0)^2}{\bar{L}^2 + 4\bar{\Phi}\bar{L}}, \quad \bar{G}_0(\bar{L}) = \frac{\bar{m}_d^2 - 1}{\bar{L}^2 + 4\bar{\Phi}\bar{L}}, \quad (18)$$

а затем непосредственное вычисление искомого расстояния путем решения подбором преобразованного уравнения (13), а именно,

$$\begin{aligned} \bar{t}_0 = \frac{\bar{\alpha}}{2\bar{L}} \int_{\bar{G}_0(\bar{L})}^{\bar{G}(\bar{L}, \bar{S}_0)} \int_0^{\bar{L}} \left(\bar{M} - \sqrt{\bar{m}_d^2 + \eta(\bar{x}^2 - 2\bar{L}\bar{x} - 4\bar{\Phi}\bar{L})} \right)^\beta \times \\ \times \frac{\bar{x}^2 - 2\bar{L}\bar{x} - 4\bar{\Phi}\bar{L}}{\sqrt{\bar{m}_d^2 + \eta(\bar{x}^2 - 2\bar{L}\bar{x} - 4\bar{\Phi}\bar{L})}} d\bar{x} \frac{d\eta}{\eta + \bar{\varepsilon}}, \end{aligned} \quad (19)$$

где $\bar{t}_0 = kt_0/m_0$; $\bar{S}_0 = S_0/m_0$.

В инженерных расчетах неустановившегося притока к дренажу дифференциальная водоотдача μ чаще всего заменялась на коэффициент осредненной водоотдачи μ_c . Если также удастся осреднить мощность фильтрационного потока, то в таком случае оправдано вместо исходной нелинейной математической модели использовать ее линейный аналог. При этом в расчетах прежде всего динамики УГВ нередко учитывается зависимость μ_c от ее глубины, которая носит уже параметрический характер. Тогда связь \bar{G} со временем возможно описать более простым по сравнению с (13) уравнением

$$\begin{aligned} \bar{t} = -\frac{\mu_c}{2\bar{L}} \int_{\bar{G}_0}^{\bar{G}} \left[\bar{L} \sqrt{4\bar{\Phi}\bar{L}\xi^2 - \bar{m}_d^2\xi + (\lambda^2\xi + \bar{m}_d^2)} \arcsin \frac{\bar{L}\sqrt{-\xi}}{\sqrt{(\bar{L}^2 + 4\bar{\Phi}\bar{L})\xi - \bar{m}_d^2}} \right] \times \\ \times \frac{d\xi}{\xi(\xi + \bar{\varepsilon})\sqrt{-\xi}}. \end{aligned} \quad (20)$$

и тем самым избавиться от второго интеграла в (13). Впрочем подобная замена практического смысла не имеет, так как в обеих ситуациях для расчетов обратной функции $\bar{t}(\bar{G})$ приходится задействовать пакеты программ типа Mathcad. Затраты времени таким образом будут примерно одинаковыми, а точность вычислений по (13) все-таки несколько выше.

Если перепад напоров в области фильтрации намного меньше мощности фильтрационного потока, то правомочно ее осреднение. Тогда при использовании параметрической зависимости $\mu_c(h)$ базовая модель становится линейной. Ее же приближенное решение, построенное по аналогии с решением исходной нелинейной задачи, оказывается значительно проще и выражения для искомых фильтрационных характеристик содержат только элементарные функции.

Основополагающее значение имеет следующая зависимость, описывающая снижение со временем относительного напора (уровня) на междренном пространстве,

$$\bar{t} = \frac{\bar{L}^2 + 6\bar{\Phi}\bar{L}}{3\bar{m}_c} \mu_c(h) \ln \left[\frac{4\bar{\Phi}\bar{L} + 2\bar{L}\bar{x} - \bar{x}^2}{\bar{L}^2 + 4\bar{\Phi}\bar{L}} \frac{2\bar{m}_c(1 - \bar{m}_d) - \bar{\varepsilon}(\bar{L}^2 + 4\bar{\Phi}\bar{L})}{2\bar{m}_c(\bar{h} - \bar{m}_d) - \bar{\varepsilon}(4\bar{\Phi}\bar{L} + 2\bar{L}\bar{x} - \bar{x}^2)} \right], \quad (21)$$

где $\bar{m}_c = m_c/m_0$. Отсюда следует, что относительные УГВ на междренье \bar{h}_L и время связаны уравнением

$$\bar{t} = \frac{\bar{L}^2 + 6\bar{\Phi}\bar{L}}{3\bar{m}_c} \bar{\mu}_c(\bar{h}_L) \ln \frac{2\bar{m}_c(1 - \bar{m}_d) - \bar{\varepsilon}(\bar{L}^2 + 4\bar{\Phi}\bar{L})}{2\bar{m}_c(\bar{h}_L - \bar{m}_d) - \bar{\varepsilon}(\bar{L}^2 + 4\bar{\Phi}\bar{L})}. \quad (22)$$

Данное уравнение прежде всего ценно тем, что позволяет просто определять рациональное расстояние \bar{L} . В общем случае необходимо решать подбором относительно него такое уравнение.

$$\bar{t}_0 = \frac{\bar{L}^2 + 6\bar{\Phi}\bar{L}}{3\bar{m}_c} \bar{\mu}_c(\bar{M} - \bar{S}_0) \ln \frac{2\bar{m}_c(1 - \bar{m}_d) - \bar{\varepsilon}(\bar{L}^2 + 4\bar{\Phi}\bar{L})}{2\bar{m}_c(\bar{M} - \bar{S}_0 - \bar{m}_d) - \bar{\varepsilon}(\bar{L}^2 + 4\bar{\Phi}\bar{L})}. \quad (23)$$

Если инфильтрация отсутствует или пренебрежительно мала, то из (23) вытекает для размерной величины L простая формула

$$L = \sqrt{\frac{3km_c t_0}{\mu_c(M - S_0) \ln \frac{m_0 - m_d}{M - S_0 - m_d}} + 9\Phi^2 - 3\Phi}. \quad (24)$$

Следует подчеркнуть, что ранее подобные формулы выводились исходя из предположения о также равномерном притоке влаги из зоны аэрации, но с минимальной интенсивностью. Очевидно, что с наименьшей скоростью влага поступает на УГВ посередине между дренами. Тогда для аналогичных условий соответствующая формула имеет следующий вид [19, 23]

$$L = \sqrt{\frac{2km_c t_0}{\mu_c(M - S_0) \ln \frac{m_0 - m_d}{M - S_0 - m_d}} + 4\Phi^2 - 2\Phi}. \quad (25)$$

Сопоставляя формулы (24), (25), можно сделать важный вывод — только благодаря более аккуратному учету питания грунтовых вод за счет влаги из зоны аэрации оправдано увеличивать расстояние между совершенными дренами в $\sqrt{1.5}$ раза (22.5% прироста). А это означает, что существует формальное основание для ощутимой экономии затрат на строительство дренажных систем.

Для определения относительного расхода дрены \bar{q} предварительно через него выражается относительный напор на дрене

$$\bar{h}(0, \bar{t}) = \bar{m}_d + \frac{2\bar{\Phi}}{\bar{m}_c} \bar{q}. \quad (26)$$

Тогда изменение со временем \bar{q} описывается такой обратной функцией

$$\bar{t} = \mu_c \left(\bar{m}_d + \frac{2\bar{\Phi}}{\bar{m}_c} \bar{q} \right) \frac{\bar{L}^2 + 6\bar{\Phi}\bar{L}}{3\bar{m}_c} \ln \frac{2\bar{m}_c(1 - \bar{m}_d) - \bar{\varepsilon}(\bar{L}^2 + 4\bar{\Phi}\bar{L})}{(\bar{L} + 4\bar{\Phi})(\bar{q} - \bar{\varepsilon}\bar{L})}.$$

В связи с линеаризацией исходной модели особое значение приобретает корректный выбор значения m_c и зависимости $\mu_c(h)$. При неустановившемся притоке к систематическому дренажу целесообразно, чтобы m_c отражало положение дрены, а также УГВ в начале (m_0) и в конце (h_{Le}) расчетного периода на междренье. Тогда

$$m_c = \frac{m_d + m_0 + h_{Le}}{3}.$$

Если h_{Le} заранее неизвестно, то допустимо в первом приближении полагать $m_c = (m_d + m_0)/3$, а затем реализовывать итерационную процедуру по h_{Le} , m_c . Для $\mu_c(h)$ предложен ряд эмпирических формул, имеющих степенную форму, так что

$$\mu_c(h) = \alpha_c(M - h)^{\beta_c}. \quad (27)$$

Поскольку по определению параметра водоотдачи μ_c он связан с μ уравнением

$$\mu_c = \frac{1}{M - h} \int_0^{M-h} \mu(\xi) d\xi,$$

то $\alpha_c = \alpha/(1 + \beta)$, $\beta_c = 1 + \beta$. Детальные рекомендации по учету в расчетах дренажа его гидродинамического и конструктивного несовершенства изложены, например, в монографиях [24–26].

3. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ

Представленный в заключительной части работы иллюстративный материал свидетельствует о больших возможностях полученных выше решений и их следствий для анализа фильтрационной обстановки в дренируемых почвогрунтах, рационального выбора конструктивных параметров. Во всех примерах дрены полагались уложенными на водоупор, так что гидродинамической (но не конструктивной) составляющей общего фильтрационного сопротивления можно пренебрегать. Для относительных скорости инфильтрации $\bar{\varepsilon}$ и сопротивления $\bar{\Phi}$ выбраны по два значения — соответственно 0 и 0.005, 0 и 1, что позволило прояснить их вклад в динамику УГВ. Коэффициент β , контролирующий наряду с α приточность влаги из зоны аэрации в насыщенную зону, полагался равным 1 или 2, что предопределило в примерах ощутимую разницу между скоростями стекания и помогло наглядно продемонстрировать важность гидрофизических свойств почвогрунта для эффекта осушения систематическим дренажем. Предметом расчетов

стали напор (УГВ) на междренье (\bar{h}_L), дренажный расход (\bar{q}) и половина междренного расстояния (\bar{L}).

Рис. 2 содержит результаты вычислений приведенного коэффициента водоотдачи $\mu_c/\bar{\alpha}$, при котором время снижения УГВ на междренье в случаях переменной (10) и осредненной (27) водоотдачи одинаковое (кривые 2, 4). Определялась эта величина на базе формул (13), (15) и (22) как функция от положения УГВ в критическом сечении фильтрационного потока ($\bar{x} = \bar{L} = 5$). Чтобы оценить влияние дренажа на фактическую водоудерживающую способность осушаемого почвогрунта, указанные кривые дополнены рассчитанными по (27) кривыми 1, 5. Последние отвечают строго вертикальной фильтрации (горизонтальная свободная поверхность). Показательно взаимное расположение кривых 1 и 2, 3; 4 и 5. Значительное расхождение между ними указывает на необходимость корректного задания эффективного (с учетом действия дренажа) коэффициента осредненной водоотдачи. В противном случае возможны неоправданно большие ошибки в расчетах. Избежать их просто, используя функцию водоотдачи в форме (10) и включающее ее решение исходной задачи. Уместно подчеркнуть, что благодаря доступным пакетам программ, как то: Mathcad, Matlab и пр., выполнять практические расчеты на основе интегральных зависимостей в настоящее время часто так же легко, как и по известным простым формулам.

В последующих двух сериях примеров определялись снижение со временем УГВ на междренье (Рис. 3) и расхода дрены (Рис. 4) при двух значениях $\bar{\epsilon}$. Их расчеты проводились тремя различными способами. Первый и наиболее точный основывается на зависимостях (13)–(15). Вторым способом опирается на несколько упрощенную версию (13), при выводе которой функция водоотдачи $\mu(\bar{h}(\bar{x}, \bar{t}))$ трактовалась как $\mu(\bar{h}_L(\bar{t}))$. Другими словами, изменяющаяся вдоль фильтрационного течения дифференциальная водоотдача формально заменялась вырожденной функцией, которая характеризует приток влаги на УГВ только посередине между дренами. Третий способ исходит из решения линейаризованной задачи. При этом вместе дифференциальной водоотдачи задействован в соответствующих расчетных зависимостях средний по области коэффициент осредненной согласно (27) водоотдачи μ_{cc} . Таким образом процедура осреднения функции $\mu(h)$ выполнена уже по обоим независимым переменным и в результате

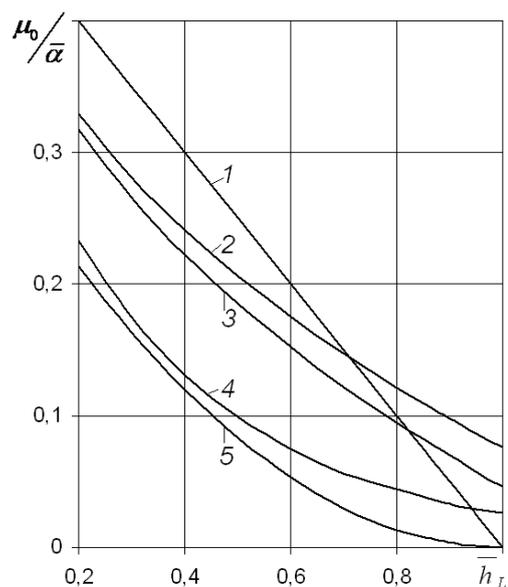


Рис. 2. Зависимость $\mu_c/\bar{\alpha}(\bar{h}_L)$:

1, 5 — без дренажа; 2–4 — дренаж;
1–3 — $\beta = 1$; 4, 5 — $\beta = 2$;
2, 4 — $\bar{\Phi} = 0$; 3 — $\bar{\Phi} = 1$

$$\mu_{cc}(\bar{h}_L) = \frac{\mu_c(\bar{m}_d) + \mu_c(\bar{M}) + \mu_c(\bar{h}_L)}{3} = \frac{\bar{\alpha}}{3} [\bar{M}^\beta + (\bar{M} - \bar{h}_L)^\beta].$$

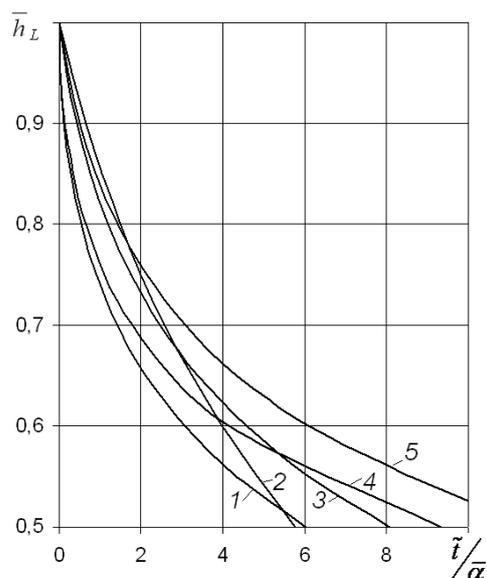


Рис. 3. Снижение относительного УГВ на междуренье со временем:

$$\begin{aligned}
 &1-3 - \bar{\varepsilon} = 0; \quad 4, 5 - \bar{\varepsilon} = 0.005; \\
 &1, 4 - \mu = \mu(\bar{h}_L); \quad 3, 5 - \mu = \mu(\bar{h}); \\
 &2 - \mu = \mu_{cc}(\bar{h}_L)
 \end{aligned}$$

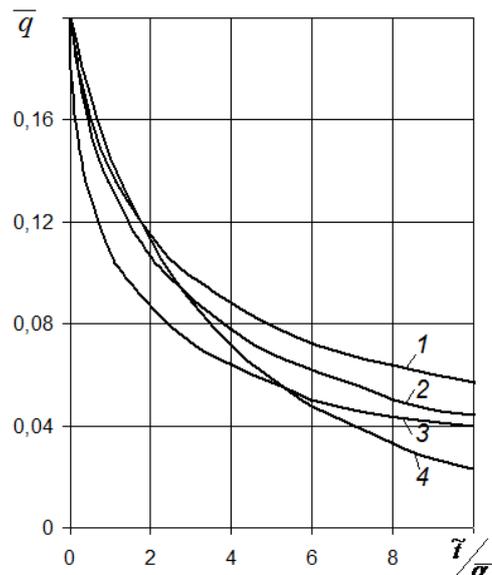


Рис. 4. Зависимость относительного погонного расхода дрены от приведенного времени:

$$\begin{aligned}
 &1 - \bar{\varepsilon} = 0.005; \quad 2-4 - \bar{\varepsilon} = 0; \\
 &1, 2 - \mu = \mu(\bar{h}); \quad 3 - \mu = \mu(\bar{h}_L); \\
 &4 - \mu = \mu_{cc}(\bar{h}_L)
 \end{aligned}$$

Семейство кривых зависимости \bar{h}_L от приведенного времени $\bar{t}/\bar{\alpha}$ изображено на Рис. 3. Более точными и в рассматриваемом случае базовыми для сравнения являются кривые 3, 5; кривые 1, 4 рассчитаны вторым способом, а кривая 2 — третьим. Отклонение приближенных кривых (1, 2, 4) от базовых (3, 5) в целом весьма большое, хотя при начальном осушении третий способ оказывается лучше второго, а дальше предпочтительнее становится второй способ. Естественно, что стабильная инфильтрация в осушаемый почвогрунт ощутимо замедляло понижение УГВ, причем разница между уровнями в ее отсутствие и при наличии быстро нарастала (кривые 1 и 4, 3 и 5).

Сходным образом ведут себя и соотносятся между собой при разных способах расчета кривые $\bar{q}(\bar{t}/\bar{\alpha})$ на Рис. 4. Вообще же погрешности при расчетах фильтрационных характеристик вследствие чрезмерно упрощенной интерпретации водоотдачи почвогрунта судя по Рис. 3, Рис. 4 могут заметно превышать (10...15)%. Кроме того, здесь следует отметить ограниченность начального значения $\bar{q}(0.2)$. Как известно [27], формально при начальном горизонтальном УГВ пуск дрены с пониженным напором обуславливает сразу неограниченно большой приток жидкости к ней, который затем резко сокращается. Построенные же приближенные решения отвечают не горизонтальной, а параболической форме начальной поверхности, которая отражает последствия первичного осушения почвогрунта. Более правильно с физической точки зрения было бы выделить и отдельно рассмотреть начальную стадию осушения, когда образуется примыкающая к дрене и расширяется со временем зона возмущения. Заканчивается указанная стадия в момент смыкания соседних зон возмущения t_* . Для его определения целесообразно воспользоваться полученным аналогичным образом в работе [17] решением, описывающим

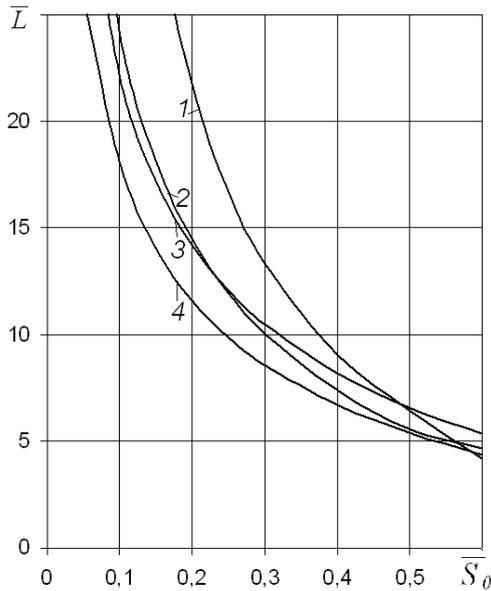


Рис. 5. Зависимость $\bar{L}(\bar{S}_0)$:
 1 – $\mu = \mu(\bar{h}_L)$; 2 – $\mu = \mu(\bar{h})$;
 3 – $\mu = \mu_{cc}(\bar{h}_L)$; 4 – $\mu = \mu_c(\bar{h}_L)$

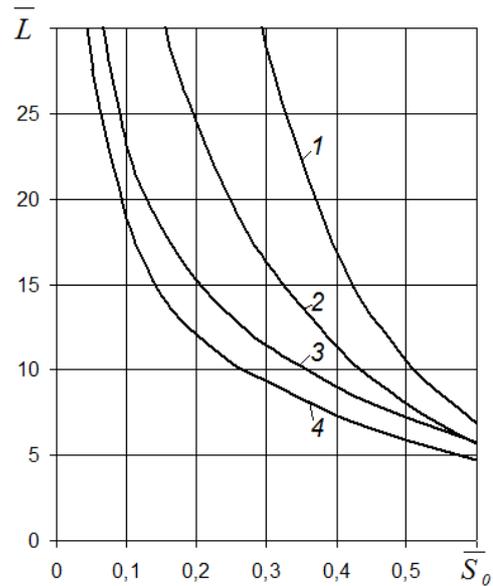


Рис. 6. Зависимость $\bar{L}(\bar{S}_0)$:
 1 – $\mu = \mu(\bar{h}_L)$; 2 – $\mu = \mu(\bar{h})$;
 3 – $\mu = \mu_{cc}(\bar{h}_L)$; 4 – $\mu = \mu_c(\bar{h}_L)$

действие одиночной дрены в неограниченном безнапорном пласте. Согласно нему

$$\bar{t}_* = -\bar{\alpha} \int_0^{\bar{L}} \frac{1}{\xi \sqrt{\xi^2 + 4\bar{\Phi}\xi}} \int_{-\xi}^0 \left[\bar{M} - \sqrt{1 - (1 - \bar{m}_d^2) \frac{y^2}{\xi^2 + 4\bar{\Phi}\xi}} \right]^\beta \times \\ \times \frac{(\xi + 2\bar{\Phi}) y^2 + (\xi^2 + 4\bar{\Phi}\xi)}{\sqrt{\xi^2 + 4\bar{\Phi}\xi} - (1 - \bar{m}_d^2) y^2} dy d\xi,$$

Однако вследствие кратковременности отмеченного периода, а также фактической неопределенности начальных условий оправдано временем t_* пренебрегать. Вообще конкретизировать начальную свободную поверхность в задачах дренажа обычно крайне проблематично, поскольку она формируется в результате предварительного осушения замерзающего грунта. Ее установление теоретическим путем потребует слишком больших усилий, что нецелесообразно ввиду быстрого ослабления влияния начальных условий на моделируемый процесс осушения почвогрунта в случае уравнений параболического типа. К таким как раз и относятся решенные выше уравнения неуставившейся фильтрации.

И в завершение вычислительной части работы было выполнено множество расчетов расстояния между совершенными дренажами ($m_d = \Phi = 0$). Результаты, полученные при $\beta = 1$ и 2 , $\varepsilon = 0$ и заданной различным образом характеристике водоотдачи, приведены на Рис. 5 и 6 в форме графиков зависимости $\bar{L}(\bar{S}_0)$. При установлении расстояния кроме трех вышеупомянутых способов расчетов практиковался и четвертый. Он имеет наименьшую достоверность, поскольку базируется на линейной модели фильтрации, причем характер изменения коэффициента везде считается одинаковым и таким

как на междренье ($\mu_c = \mu_c(\bar{h}_L)$). И тем не менее именно четвертый способ (кривые 4) благодаря своей простоте оказался наиболее популярным в инженерных приложениях. Искомая величина находилась как функция от нормы осушения или подбором из уравнений (18), (19) при заданной дифференциальной водоотдаче (кривые 1, 2), или непосредственно по формулам (24), (25) при вытекающем из (27) выражении для коэффициента водоотдачи (кривые 3, 4). Из рисунков очевидно, что упрощенный учет влияния ненасыщенной зоны на действие осушительного дренажа закономерно ведет к значительным ошибкам в вычислениях даже при сравнительно больших значениях \bar{S}_0 . Исключение составляет кривая, полученная при $\beta = 1$ третьим расчетным способом. Все остальные приближенные кривые (1, 3, 4) находятся на ощутимом удалении от в данном случае эталонных кривых 2.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Найденные выше решения существенно нелинейной нестационарной задачи систематического горизонтального дренажа и, тем более, ее линейного аналога в состоянии дать только примерную фильтрационную картину в осушаемом однородном почвогрунте вследствие, во-первых, применения гидравлического приближения общей гидродинамической теории фильтрации и, во-вторых, пространственной регуляризации водообмена между насыщенной и ненасыщенной зонами почвогрунта. Тем не менее, обоснованный ранее и успешно реализованный здесь подход к моделированию действия дренажных систем позволяет разрабатывать более надежные методы инженерного расчета дренажа, а значит, реально отказаться от традиционных приемов упрощения гидравлических моделей фильтрации на фоне дренажа, как то, линеаризации, параметризации дифференциальной водоотдачи, распространения на все междреннее пространство закономерности фильтрации и межзонного водообмена на междренье, которые часто обуславливают чрезмерно большие погрешности в фильтрационных расчетах дренажа.

Благодаря современным компьютерам и их программному обеспечению для анализа прикладных задач, новые, более сложные по форме методы могут применяться в инженерной практике столь же успешно, как прежде простые. Однако для полноценной реализации описанного выше подхода необходимо иметь в полном объеме исходную информацию, состав которой диктуется самим методом. Особое внимание при подготовке к расчетам следует обратить на параметры, характеризующие водоудерживающую способность дренируемого или увлажняемого почвогрунта (α, β). В отсутствие экспериментальных данных об этих коэффициентах и при наличии подходящих гидродинамических характеристик их оправданно находить, опираясь на численные решения соответствующих задач совместных влагопереноса и фильтрации. Такие решения для одномерных и двухмерных водно-физических процессов уже получены, а в ближайшем будущем планируется разработать базу данных для функции водоотдачи и коэффициента осредненной водоотдачи. Тем самым будет создана надежная информационная основа для применения новых, а заодно, и известных методов инженерного расчета дренажей.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Башкис К. К. К вопросу анализа расчетных методов горизонтального дренажа // Труды Лит. НИИГиМ. Вопросы осушения земель гончарным дренажем. — 1974. — Т. IX. — С. 5–24.
- [2] Ионат В. А. Расчет горизонтального дренажа в неоднородных грунтах. — Таллин : Эст. НИИЗиМ, 1962. — 347 с.
- [3] Мурашко А. И. Сельскохозяйственный дренаж в гумидной зоне. — М. : Колос, 1982. — 272 с.
- [4] Мясков А. В., Семеринов Е. С., и др. М. А. Ж. Вопросы проектирования бестраншейного дренажа. — Л. : СевНИИГиМ, 1982. — С. 67–83.
- [5] Эггельсман Р. Руководство по дренажу. — М. : Колос, 1984. — 247 с.
- [6] der Pboeg R. R. V., Kirkham M. B., Marquardt M. The Golding equation for soil drainage: Its origin, evolution and use // Soil Science Society of America Journal. — 1999. — Vol. 63. — P. 33–39.
- [7] Watson K., Whisler F. Comparison of drainage equations for the gravity drainage of stratified profiles // Soil Science Society of America Journal. — 1976. — Vol. 40, no. 5. — P. 631–635.
- [8] Поляков В. Л., Калугин Ю. И. Математическое моделирование водообмена между насыщенной и ненасыщенной зонами дренируемого грунта // Доповіді НАН України. — 2016. — № 6. — С. 38–46.
- [9] Полевые и лабораторные методы исследования физических свойств и режимов почв: методическое руководство / Под ред. Е. В. Шеина. — М. : Изд-во МГУ, 2001. — 200 с.
- [10] Genuchten M. T. V. A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils // Soil Science Society of America Journal. — 1980. — Vol. 44, no. 5. — P. 892–898.
- [11] Toward improved identifiability of soil hydraulic parameters: On the selection of a suitable parametric model / J. A. Vrugt, W. Bouten, H. V. Gupta, J. W. Hopmans // Vadoze Zone Journal. — 2003. — Vol. 2. — P. 98–113.
- [12] Ивицкий А. И., Афанасик Г. И., Михальцевич А. И. Проектирование и расчеты регулирующей сети осушительно-увлажнительных систем на торфяных почвах (рекомендации). — Минск : Ураджай, 1979. — 80 с.
- [13] Насиковский В. П., Шапран В. Я. Экспериментальное определение коэффициента водоотдачи и недостатка насыщения // Мелиорация и водное хозяйство. — 1991. — Т. 19. — С. 134–142.

- [14] Полубаринова-Кочина П. Я., Пряжинская В. Г., Эмих В. Н. Математические методы в вопросах орошения. — М. : Наука, 1969. — 414 с.
- [15] Поляков В. Л. Фильтрационные деформации в дренируемых грунтах: теория и приложения. — К. : Аграр Медиа Групп, 2014. — 382 с.
- [16] Шестаков В. М. Теоретические основы оценки подпора, водопонижения и дренажа. — М. : Изд-во МГУ, 1965. — 233 с.
- [17] Поляков В. Л. Расчет действия одиночной несовершенной горизонтальной дрены в неограниченном в плане пласте с учетом зоны аэрации // Гидротехническое строительство. — 2016. — № 5. — С. 21–31.
- [18] Поляков В. Л. Оценка фильтрационных деформаций несвязных грунтов на примере самоизливающейся скважины // Проблеми водопостачання, водовідведення та гідраліки. — 2012. — Т. 18. — С. 92–100.
- [19] Ивицкий А. И. Основы проектирования и расчетов осушительных и осушительно-увлажнительных систем. — Минск : Наука и техника, 1988. — 311 с.
- [20] Минаев И. В. О расчете расстояний между дренами // Гидротехника и мелиорация. — 1985. — № 2. — С. 41–44.
- [21] Wenyan W., Bing S., Zhilu L. Drain-spacing calculation considering influence of evaporation // Journal of Irrigation and Drainage Engineering. — 1994. — Vol. 120, no. 3. — P. 563–572.
- [22] Мелиорация и водное хозяйство. 3. Осушение. Справочник / Под ред. Б. С. Маслова. — М. : Агропромиздат, 1985. — 447 с.
- [23] Маслов Б. С., Станкевич В. С., Черненко В. Я. Осушительно-увлажнительные системы. — М. : Колос, 1981. — 280 с.
- [24] Олейник А. Я., Поляков В. Л. Дренаж переувлажненных земель. — К. : Наукова думка, 1987. — 280 с.
- [25] Олейник А. Я. Геогидродинамика дренажа. — К. : Наукова думка, 1981. — 284 с.
- [26] Дренаж с волокнистыми фильтрами для защиты территорий от подтопления / Н. Г. Пивовар, Н. Г. Бугай, В. Л. Фридрихсон и др. — К. : Институт гидромеханики НАНУ, 2000. — 332 с.
- [27] Методы фильтрационных расчетов гидромелиоративных систем / Под ред. Н. Н. Веригина. — М. : Колос, 1970. — 440 с.

REFERENCES

- [1] K. K. Bashkis, "On the analysis of methods for calculation of horizontal drainage," *Trudy Lit. NIIGiM. The issues of land draining with pottery drainage*, vol. IX, pp. 5–24, 1974.
- [2] V. A. Ionat, *Calculation of horizontal drainage in heterogeneous soils*. Tallinn: Est. NIIZiM, 1962.
- [3] A. I. Murashko, *An agricultural drainage in the humid zone*. Moscow: Kolos, 1982.
- [4] A. V. Myaskov, E. S. Semerinov, and e. a. M. A. Zhuravlev, *The design of trenchless drainage*, ch. Analysis of the results of the calculation of distances between drains by different methods, pp. 67–83. Leningrad: SevNIIGiM, 1982.
- [5] R. Eggelsman, *Guide to drainage*. Moscow: Kolos, 1984.
- [6] R. R. V. der Pboeg, M. B. Kirkham, and M. Marquardt, "The Golding equation for soil drainage: Its origin, evolution and use," *Soil Science Society of America Journal*, vol. 63, pp. 33–39, 1999.
- [7] K. Watson and F. Whisler, "Comparison of drainage equations for the gravity drainage of stratified profiles," *Soil Science Society of America Journal*, vol. 40, no. 5, pp. 631–635, 1976.
- [8] V. L. Polyakov and Y. I. Kalugin, "Mathematical modeling of water exchange between the saturated and unsaturated zones of a drained soil," *Reports of NAS of Ukraine*, no. 6, pp. 38–46, 2016.
- [9] E. V. Shein, ed., *Field and laboratory methods for studying of physical properties and soil regimes: A methodological guidance*. Moscow: MGU Publications, 2001.
- [10] M. T. V. Genuchten, "A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils," *Soil Science Society of America Journal*, vol. 44, no. 5, pp. 892–898, 1980.
- [11] J. A. Vrug, W. Bouten, H. V. Gupta, and J. W. Hopmans, "Toward improved identifiability of soil hydraulic parameters: On the selection of a suitable parametric model," *Vadoze Zone Journal*, vol. 2, pp. 98–113, 2003.
- [12] A. I. Ivickii, G. I. Afanasik, and A. I. Mihalcevich, *Designing and calculating the regulatory network of drainage and humidification systems on peat soils (recommendations)*. Minsk: Uradzhai, 1979.
- [13] V. P. Nasikovskii and V. Y. Shapran, "Experimental determination of water loss coefficient and lack of saturation," *Melioration and Water Management*, vol. 19, pp. 134–142, 1991.
- [14] P. Y. Polubarinova-Kochina, V. G. Pryazhinskaya, and V. N. Emih, *Mathematical methods in irrigation*. Moscow: Nauka, 1969.

- [15] V. L. Polyakov, *Filtration deformations in drained soils: Theory and applications*. Kiev: Agrar Media Group, 2014.
- [16] V. M. Shestakov, *Theoretical basis for assessing of backwater, dewatering and drainage*. Moscow: MGU Publications, 1965.
- [17] V. L. Polyakov, "Calculation of the effect of a single imperfect horizontal drain in an unrestricted reservoir with the allowance for aeration zone," *Hydroengineering Construction*, no. 5, pp. 21–31, 2016.
- [18] V. L. Polyakov, "Evaluation of filtration deformations of loose soils on a flowing well example," *Problems of Water Supply, Drainage and Hydraulics*.
- [19] A. I. Ivickii, *Fundamentals of design and calculation of drainage and drainage-humidifying systems*. Minsk: Nauka i Tehnika, 1988.
- [20] I. V. Minaev, "On calculation of distances between the drains," *Hydroengineering and Melioration*, no. 2, pp. 41–44, 1985.
- [21] W. Wenyan, S. Bing, and L. Zhilu, "Drain-spacing calculation considering influence of evaporation," *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, vol. 120, no. 3, pp. 563–572, 1994.
- [22] B. S. Maslov, ed., *Melioration and water management. 3. Dehumidification. Handbook*. Moscow: Agropromizdat, 1985.
- [23] B. S. Maslov, V. S. Stankevich, and V. Y. Chernenok, *Drying and moisturizing systems*. Moscow: Kolos, 1981.
- [24] A. Y. Oleinik and V. L. Polyakov, *Drainage of wetlands*. Kiev: Naukova Dumka, 1987.
- [25] A. Y. Oleinik, *Geohydrodynamics of drainage*. Kiev: Naukova Dumka, 1981.
- [26] N. G. Pivovarov, N. G. Bugai, V. L. Fridrihson, A. I. Krivonog, and V. V. Krivonog, *A drainage with fibrous filters for protection of the territories from underflooding*. Kiev: Institute of Hydromechanics of NASU, 2000.
- [27] N. N. Verigin, ed., *Methods of filtration calculations of irrigation and drainage systems*. Moscow: Kolos, 1970.

В. Л. Поляков

**Розрахунок неусталеної дії меліоративного дренажу з поглибленим
урахуванням впливу зони аерації та інфільтрації**

Отримано аналітичний розв'язок нелінійної задачі про неусталену фільтрацію до систематичного горизонтального дренажу з урахуванням впливу зони аерації та інфільтрації. На його основі виведено рівняння, яке дозволяє надійно визначати відстань між дренами при заданих вимогах до осушення ґрунту. На прикладах

проілюстровано поведінку розв'язку й продемонстровано доцільність більш точного урахування водообміну між насиченою й ненасиченою зонами, що дозволяє, зокрема, обґрунтований збільшення междренні відстані.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: систематичний дренаж, безнапірна фільтрація, диференціальна водовіддача, междренна відстань, аналітичний розв'язок, інфільтрація

V. L. Polyakov

Calculation of the unsteady effect of reclamation drainage with in-depth consideration of the effect of the zone of aeration and infiltrations

The analytical solution is obtained for a non-linear problem of a non-steady groundwater flow to systematic horizontal drain system with the allowance of the aeration zone and infiltration. On its base the equation for calculation of a reliably drain spacing at given requirements to soil drainage is derived. The solution behavior is illustrated on several examples, the expedience of more exact description of water exchange between the saturated and unsaturated zones is demonstrated that gives the possibility of increasing of drain spacing.

KEY WORDS: systematic drainage, free groundwater flow, differential water capacity, drain spacing, analytical solution, infiltration