

## ФИЗИЧЕСКИЕ ПОЛЯ КРУГОВЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ГИДРОАКУСТИЧЕСКИХ АНТЕНН С ЭКРАНОМ И ЦИЛИНДРИЧЕСКИМИ ПЬЕЗОКЕРАМИЧЕСКИМИ ИЗЛУЧАТЕЛЯМИ С РАДИАЛЬНОЙ ПОЛЯРИЗАЦИЕЙ

Я. И. СТАРОВОЙТ

*Государственное предприятие  
«Киевский научно-исследовательский институт гидроприборов»*

Методом связанных полей в многосвязных областях решена задача об излучении звука круговой цилиндрической гидроакустической антенной, образованной из конечного числа цилиндрических пьезокерамических преобразователей силовой или компенсированной конструкций и цилиндрического акустического экрана, расположенного во внутренней полости антенны. Решение задачи сведено к бесконечной линейной системе алгебраических уравнений, которая является исходной для получения количественных данных о физических полях круговых цилиндрических антенн с экраном и их элементов.

### ВВЕДЕНИЕ

Широкая область практического использования цилиндрических гидроакустических антенн [2,6] в корабельной гидроакустике обусловила необходимость разработки методов расчета их параметров и исследования свойств антенн. Гидроакустические антенны характеризуются тем, что они не только формируют распределение акустического поля в окружающем пространстве, но и осуществляют преобразование одного вида энергии в другой, например, электрической энергии в акустическую в режиме излучения.

Целью данной статьи является разработка методов расчета круговых цилиндрических антенн с экраном и различным конструктивным исполнением ее цилиндрических излучателей в так называемой «сквозной» постановке, когда величинам электрических напряжений на входе антенны ставятся в соответствие значения давлений в акустическом поле, формируемом антенной.

### 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим задачу об излучении звука круговой цилиндрической гидроакустической антенной (рис.1), образованной из конечного числа цилиндрических пьезокерамических преобразователей силовой или компенсированной конструкций и цилиндрического акустического экрана, расположенного во внутренней полости антенны [3]. Продольные оси преобразователей и экрана параллельны между собой. Каждый из преобразователей представляет собой протяженную герметизированную пьезокерамическую оболочку, внутренняя полость которой вакуумирована или заполнена воздухом при нормальном атмосферном давлении (силовые конструкции) или содержит жидкость (компенсированные конструкции). Пьезокерамические оболочки имеют радиальную поляризацию. К преобразователям подводится электрический сигнал вида  $\psi^{(s)} = \psi_0^{(s)} e^{-i\omega t}$ , где  $s$  – текущий номер преобразователя в антенне,  $\psi_0^{(s)}$  – амплитуда

напряжения,  $\omega$  – круговая частота возбуждения. Акустический экран выполнен в виде цилиндрической оболочки, облицованной акустически мягким материалом.

В самом общем виде (рис.1) расчетная модель рассматриваемой антенны может быть представлена при введении следующих допущений.

Будем полагать, что антенна образована из  $N+1$  элементов, где  $N$  – число излучателей, все элементы антенны являются бесконечно длинными, а свойства излучателей и экрана по их длине – однородными. Антенна размещена в жидкой среде с плотностью  $\rho$  и скоростью звука  $c$ . Внутри каждого излучателя находится среда с плотностью  $\rho_s$  и скоростью звука  $c_s$  ( $S=1, \dots, N$ ). При этом сами излучатели представляют собой тонкие пьезокерамические оболочки. Продольные оси образующих антенну излучателей расположены вдоль акустического экрана на одинаковом расстоянии  $R_0$  от его продольной оси.

Введем в рассмотрение ряд координатных систем: общую  $OXYZ$  и локальные  $O_S X_S Y_S Z_S$  прямоугольные системы и связанные с ними круговые цилиндрические системы  $(R, \varphi, Z)$  и  $(r_s, \varphi_s, Z_s)$  (Рис.1). Условие  $\frac{h_s}{r_{0s}} \ll 1$  позволяет при описании движения пьезокерамических оболочек излучателей использовать гипотезы Кирхгофа-Лява.

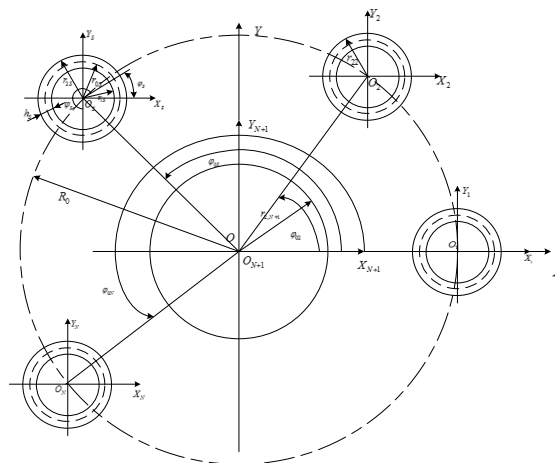


Рис.1 Нормальное сечение круговой цилиндрической антенны с экраном

В соответствии с приведенной расчетной моделью для определения физических полей круговой цилиндрической антенны с экраном необходимо осуществить совместное решение таких дифференциальных уравнений:

- уравнения Гельмгольца, описывающего движение упругих сред (газа или жидкости) внутри и вне излучателей антенны

$$\Delta \Phi^{(S)} + k_s^2 \Phi^{(S)} = 0; \quad S = 1, \dots, N+1; \quad (1)$$

- уравнения движения [11] тонких пьезокерамических оболочек излучателей с радиальной поляризацией в перемещениях

$$\begin{aligned}
 & (1 + \beta_s) \frac{\partial^2 u^{(s)}}{\partial \varphi_s^2} + \frac{\partial w^{(s)}}{\partial \varphi_s} - \beta_s \frac{\partial^3 w^{(s)}}{\partial \varphi_s^3} = \alpha_s \gamma_s \frac{\partial^2 u^{(s)}}{\partial t^2}; \\
 & -\frac{\partial u^{(s)}}{\partial \varphi_s} + \beta_s \left( \frac{\partial^3 u^{(s)}}{\partial \varphi_s^3} - \frac{\partial^4 w^{(s)}}{\partial \varphi_s^4} \right) - w^{(s)} - \frac{e_{31}^{(s)}}{C_{11}^{E(s)}} r_{0s} E_\varphi^{(s)} + \frac{\alpha_s}{h_s} q_r^{(s)} = \alpha_s \gamma_s \frac{\partial^2 w^{(s)}}{\partial t^2}, S = 1, \dots, N;
 \end{aligned} \tag{2}$$

- уравнений вынужденной электростатики для пьезокерамики  $S$ -го излучателя

$$\vec{E}^{(s)} = -\text{grad}\psi^{(s)}; \text{div}\vec{D}^{(s)} = 0, S = 1, \dots, N \tag{3}$$

В выражениях (1)–(3) приняты:  $\Delta$  – оператор Лапласа;  $\Phi^{(s)}$  – акустический потенциал  $S$ -го излучателя;  $k$  и  $k_{(s)}$  – волновые числа сред вне и внутри  $S$ -го излучателя;  $u^{(s)}$  и  $w^{(s)}$  – касательная и нормальная составляющие вектора смещений точек срединной поверхности  $S$ -го излучателя;  $\beta_s = \frac{h_s^2}{12r_{0s}} \left( 1 + \frac{e_{31}^{(s)2}}{C_{11}^{E(s)} \epsilon_{33}^{S(s)}} \right)$ ;  $\alpha_s = \frac{r_{0s}^2}{C_{11}^{E(s)}}$ ;  $q_r^{(s)}$  – внешняя нагрузка  $S$ -го излучателя;  $C_{33}^{E(s)}, \epsilon_{33}^{S(s)}, e_{33}^{(s)}$  – соответственно модуль упругости, диэлектрическая проницаемость и пьезоконстанта обложки  $S$ -го излучателя;  $\gamma_s$  – плотность материала  $S$ -той оболочки;  $\vec{E}^{(s)}$  и  $\vec{D}^{(s)}$  – векторы напряжения и индукции электрического поля  $S$ -го излучателя.

Область существования звукового поля является многосвязной. Границы областей определяются соотношениями: для внутренних областей  $0 \leq |\varphi_s| \leq \pi$ ,  $0 \leq r_s \leq r_{1s} = r_{0s} - \frac{h_s}{2}$ ,  $S = 1, \dots, N$ ; для внешних областей  $0 \leq |\varphi_s| \leq \pi$ ,  $r_s \geq r_{2s} = r_{0s} + \frac{h_s}{2}$ ,  $S = 1, \dots, N$ ;  $r_{N+1} > r_{2,N+1}$ . С учетом приведенных границ кинематические и динамические условия сопряжения звуковых полей на этих границах принимают вид:

- на поверхностях каждого излучателя выполняются условия равенства скоростей колебаний частиц сред и скоростей нормальных смещений поверхностей излучателей:

$$-\frac{\partial \Phi_1(r_s, \varphi_s)}{\partial r_s} = \frac{\partial w^{(s)}}{\partial t}, 0 \leq |\varphi_s| \leq \pi, r_s = r_{2s}, S = 1, \dots, N; \tag{4}$$

$$-\frac{\partial \Phi_2^{(s)}(r_s, \varphi_s)}{\partial r_s} = \frac{\partial w^{(s)}}{\partial t}, 0 \leq |\varphi_s| \leq \pi, r_s = r_{1s}, S = 1, \dots, N; \tag{5}$$

где  $\Phi_1(r_s, \varphi_s)$  – поле излучения антенны, выраженное в координатах  $S$ -го излучателя;

- на поверхности каждого излучателя выполняется условие равенства нормальной составляющей тензора напряжений  $\sigma_r^{(s)}$  звуковому давлению, взятому с обратным знаком:

$$\sigma_r = q_r = -(p_1 - p_2^{(S)}), \quad 0 \leq |\varphi_S| \leq \pi, \quad r_S = r_{2S}, \quad S = 1, \dots, N; \quad (6)$$

где  $p_1 = \rho \partial \Phi_1 / \partial t$  и  $p_2^{(S)} = \rho_S \partial \Phi_2^{(S)} / \partial t$  – радиационные нагрузки от динамических давлений;

- на поверхности акустически мягкого экрана выполняется равенство нулю звукового давления :

$$\Phi_1^{(N+1)} = 0 \quad 0 \leq |\varphi_{N+1}| \leq \pi, \quad r_{N+1} = r_{2,N+1}; \quad (7)$$

Электрические граничные условия с учетом динамического деформирования  $S$ -го цилиндрического излучателя напряжением  $\psi^{(S)} = \psi_0^{(S)} e^{-i\omega t}$  и уравнений (3) принимают вид:

- напряженность электрического поля в материале пьезокерамической оболочки  $S$ -го излучателя при окружной поляризации составляет:

$$E_\varphi^{(S)} = -\psi_0^{(S)} / h_S \quad S = 1, \dots, N; \quad (8)$$

- составляющие электрической индукции вдоль радиуса  $D_r^{(S)}$ , продольной оси  $D_z^{(S)}$  и окружности  $D_\varphi^{(S)}$  равны соответственно:

$$D_\varphi^{(S)} = 0; \quad D_z^{(S)} = 0; \quad D_r^{(S)} = \varepsilon_{33}^{(S)} E_\varphi^{(S)} + e_{31}^{(S)} \left( \frac{1}{r_S} \frac{\partial u^{(S)}}{\partial \varphi_S} + \frac{w^{(S)}}{r_S} \right) + e_{33}^{(S)} \left( \frac{\partial w^{(S)}}{\partial r_S} \right); \quad (9)$$

Перечисленные условия дополняются условиями излучения на бесконечности и отсутствием особенностей во внутренних полостях каждого из излучателей антенны.

## 2. ВЫВОД РАСЧЕТНЫХ СООТНОШЕНИЙ

Для решения сформулированной задачи воспользуемся методом связанных полей в многосвязных областях. Представим перемещения оболочек излучателей, описывающие механические поля излучателей, в виде разложений  $u^{(S)}$  и  $w^{(S)}$  по собственным формам колебаний оболочек в вакууме:

$$u^{(S)} = \sum_n u_n^{(S)} e^{in\varphi_S}; \quad w^{(S)} = \sum_n w_n^{(S)} e^{in\varphi_S}; \quad S = 1, \dots, N; \quad (10)$$

Акустическое поле антенны в окружающей ее среде представим в виде суперпозиции полей  $\Phi_1^{(S)}$ , созданных каждым элементом антенны. При этом все поля  $\Phi_1^{(S)}$  должны определяться с учетом взаимодействия всех элементов антенны между собой по акустическому полю, возникающего в результате многократного рассеяния волн на всех элементах антенны. Акустические поля, создаваемые излучателями и экраном во внешней среде и внутренней полости, представим разложениями по волновым цилиндрическим функциям в следующем виде:

$$\Phi_1^{(S)}(r_S, \varphi_S) = \sum_n A_n^{(S)} H_n^{(1)}(k r_S) e^{in\varphi_S}, \quad \Phi_2^{(S)}(r_S, \varphi_S) = \sum_n B_n^{(S)} J_n(k_2^{(S)} r_S) e^{in\varphi_S} \quad S = 1, \dots, N+1 \quad (11)$$

Для определения коэффициентов разложений  $u_n^{(S)}$ ,  $w_n^{(S)}$ ,  $A_n^{(S)}$  и  $B_n^{(S)}$  необходимо использовать соотношения (2), (4) – (6). Подстановка формул (10) в выражение (2) позволяет выразить  $u_n^{(S)}$  через  $w_n^{(S)}$  в следующем виде:

$$u_n^{(S)} = (i(n + \beta_S n^3) / (1 + \beta_S) n^2 - \omega^2 \alpha_S \gamma_S) w_n^{(S)} \quad (12)$$

Поле излучения круговой цилиндрической антенны с экраном в локальных координатах  $S$ -го элемента антенны может быть описано следующим выражением:

$$\Phi_1(r_S, \varphi_S) = \sum_n A_n^{(S)} H_n^{(1)}(kr_S) e^{in\varphi_S} + \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq S}}^{N+1} \sum_m A_m^{(q)} \sum_n J_n(kr_S) H_{m-n}^{(1)}(kr_{qS}) e^{i(m-n)\varphi_{qS}} e^{in\varphi_S}; \quad (13)$$

где  $r_{qS}$  и  $\varphi_{qS}$  – полярные координаты начала  $O_{S/qS}$   $s$ -той координатной системы в координатах  $q$ -той системы.

Подстановка соотношений (8), (13), (14) и (15) в выражения (2), (4) – (6) позволяет на основании свойств полноты и ортогональности систем угловых функций на интервале  $[0; 2\pi]$  получить бесконечную систему линейных алгебраических уравнений для определения неизвестных коэффициентов  $w_n^{(S)}$ ,  $A_n^{(S)}$  и  $B_n^{(S)}$  в следующем виде:

$$-B_n^{(S)} J_n(k_2 r_{1S}) + i c_2^{(S)} w_n^{(S)} = 0, \quad S = 1, \dots, N, \quad n = -\infty, 0, \infty;$$

$$i c w_n^{(S)} - \left[ A_n^{(S)} H_n^{(1)'}(kr_{2S}) + \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq S}}^{N+1} \sum_m A_m^{(q)} J_n'(kr_{2S}) H_{m-n}^{(1)}(kr_{qS}) e^{i(m-n)\varphi_{qS}} \right] = 0, \quad S = 1, \dots, N, \quad n = -\infty, 0, \infty;$$

$$A_n^{(N+1)} H_n^{(1)}(kr_{2,N+1}) + \sum_{q=1}^N \sum_m A_m^{(N+1)} J_n'(kr_{2,N+1}) H_{m-n}^{(1)}(kr_{q,N+1}) e^{i(m-n)\varphi_{q,N+1}} = 0, \quad n = -\infty, 0, \infty; \quad (14)$$

$$R_n^{(S)} w_n^{(S)} + \frac{\alpha_S}{h_S} i \omega \rho \left[ A_n^{(S)} H_n^{(1)}(kr_{1S}) + \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq S}}^{N+1} \sum_m A_m^{(q)} J_n(kr_{2S}) H_{m-n}^{(1)}(kr_{qS}) e^{i(m-n)\varphi_{qS}} \right] -$$

$$- \frac{\alpha_S}{h_S} i \omega \rho_S B_n^{(S)}(k_2 r_{1S}) J_n(k_2 r_{1S}) = - \frac{e_{31}^{(S)}}{C_{11}^{E(S)}} \frac{r_{0S} \psi_0^{(S)}}{h} \int_0^{2\pi} e^{in\varphi} d\varphi, \quad S = 1, \dots, N; \quad n = -\infty, 0, \infty.$$

$$\text{где } R_n^{(S)} = \frac{-n^2 \beta_S (n^2 - 1)^2 + \alpha_S \gamma_S \omega^2 (\beta_S n^2 + 1)(n^2 + 1) - (\alpha_S \gamma_S \omega^2)^2}{n^2 (1 + \beta_S) - \alpha_S \gamma_S \omega^2}$$

Бесконечная система алгебраических уравнений (14) является исходной для получения количественных данных о физических полях круговых цилиндрических антенн с экраном и их элементов.

## ВЫВОДЫ

При работе круговых цилиндрических антенн с экраном возникает несколько видов взаимодействий: взаимодействие излучателей антенны со средами, между собой и с экраном при формировании акустического поля в окружающем пространстве и взаимодействие физических полей в излучателях антенны при преобразовании электрической энергии в акустическую. Поэтому учет этих видов взаимодействия в

расчетной модели антенны рассматриваемого типа является обязательным для того, чтобы расчетные параметры антенны при выполнении проектных работ соответствовали экспериментально определяемым на реальных образцах таких антенн. С этой целью методом связанных полей в многосвязных областях получены аналитические выражения для определения параметров всех видов взаимодействующих между собой физических полей, принимающих участие в работе реальных круговых цилиндрических антенн с акустическим экраном.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Гринченко В. Т., Улитко А. Ф., Шульга Н. А.* Механика связанных полей в элементах конструкций. Том 5. Электроупругость – К.: Наук. думка, 1989.–280 с.
2. *Дерепа А. В., Лейко А. Г., Меленко Ю. Я.* Основы военно-технических исследований. Теория и приложения. Том 7. Комплексная система «гидроакустическое вооружение – надводный корабль». Проблемные аспекты системы «гидроакустическая станция – надводный корабль» с антеннами, размещенными в корпусе корабля. – К.: Изд. дом Дмитрия Бурого, 2014.–424 с.
3. *Дідковський В. С., Порошин С. М., Лейко О. Г., Лейко А. О., Дрозденко О. І.* Конструювання електроакустичних приладів і систем для мультимедійних акустичних технологій. – Харків, 2013. – 390 с.
4. *Иванов Е. А.* Дифракция электромагнитных волн на двух телах. – Минск: Наука и техника, 1968. – 584 с.
5. *Коржик А. В.* Дис. .. докт. техн. наук. – К., 2012.
6. *Корякин Ю. А., Смирнов С. А., Яковлев Г. В.* Корабельная гидроакустическая техника: состояние и актуальные проблемы. – СПб: Наука, 2004. – 410 с.
7. *Лейко А. Г., Нижник А. И., Старовойт Я. И.* Звуковые поля пьезокерамических излучателей с различным пьезоэффектом // *Электроника и связь.* – 2013. – № 5 – С. 50–55.
8. *Лейко А. Г., Нижник А. И., Старовойт Я. И.* Акустические свойства цилиндрических пьезокерамических излучателей силовой и компенсированной конструкции с продольным и поперечным пьезоэффектами // *Электроника и связь.* – 2013. – № 6 – С. 62–73.
9. *Лейко А. Г., Нижник А. И., Старовойт Я. И.* Электрические свойства цилиндрических пьезокерамических излучателей силовой и компенсированной конструкции с окружной поляризацией // *Электроника и связь.* – 2014. – № 3 – С. 62–72.
10. *Лейко А. Г., Шамарин Ю. Е., Ткаченко В. П.* Подводная электроакустическая аппаратура и устройства. Том 1. Подводные акустические антенны. Методы расчета звуковых полей. – К., 2000. – 320 с.
11. *Савин В. Г., Дидусенко Ю. А.* Уравнения движения тонкостенных цилиндрических пьезокерамических преобразователей с окружной поляризацией// *Тр. акуст. симпозиума КОНСОНАНС–2011.* – 2011. – С. 230–235.
12. *Смарышев М. Д.* Направленность гидроакустических антенн. – Л.: Судостроение, 1973. – 277 с.