

## **ФИЗИЧЕСКИЕ ПОЛЯ ПЛАНАРНЫХ ГИДРОАКУСТИЧЕСКИХ АНТЕНН, ОБРАЗОВАННЫХ ИЗ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПЬЕЗОКЕРАМИЧЕСКИХ ИЗЛУЧАТЕЛЕЙ С РАДИАЛЬНОЙ ПОЛЯРИЗАЦИЕЙ**

**А. И. НИЖНИК**

*Государственное предприятие  
«Киевский научно-исследовательский институт гидроприборов»*

Методом связанных полей в многосвязных областях решена задача излучения звука планарной антенной решеткой, образованной из цилиндрических пьезокерамических излучателей силовой и компенсированной конструкцией с радиальной поляризацией, с учетом взаимодействия электрических, механических и акустических полей в процессе преобразования электрической энергии в акустическую и взаимодействия излучателей в решетке по акустическоакустическому полю, обусловленного многократным рассеянием волн на элементах решетки. Проведена физическая и математическая постановка задачи. Получены аналитические выражения, позволяющие выполнять расчеты параметров всех физических полей, участвующих в работе антенны.

### **ВВЕДЕНИЕ**

В корабельной гидроакустике широкое применение [5, 2] нашли плоские (планарные) приемно-излучающие антенны. Развитые размеры гидроакустических антенн с плоской рабочей поверхностью, размещенных в корпусе корабля, обеспечивают возможности решения задач как обнаружения подводных объектов в области низких звуковых частот, так и гидроакустической навигации с использованием высоких частот. Исследованиям плоских гидроакустических антенн посвящено большое число работ, наиболее полный перечень которых приведен в [11, 6]. Однако практически во всех из них рассматриваются вопросы формирования и расчета только акустических полей, как без учета, так и с учетом взаимодействия элементов антенн по акустическому полю.

Гидроакустические антенны в процессе своей работы выполняют две функции – функцию преобразования одного вида энергии (электрической в режиме излучения, акустической в режиме приема) в другой вид (акустическую и электрическую, соответственно) и функцию распределения акустической энергии в окружающем антенну пространстве. Таким образом, функционирование гидроакустической антенны характеризуется наличием нескольких видов взаимодействия, а именно, взаимодействия трех физических полей в процессе преобразования энергии (электрического, механического и акустического) и взаимодействием элементов антенн по акустическому полю в процессе пространственного распределения преобразованной энергии. В изложенной постановке изучалась только работа одиночного пьезокерамического цилиндрического излучателя [7, 8, 9].

Целью данной работы является получение аналитических выражений, позволяющих описать закономерности формирования и свойства всех физических полей планарных антенных решеток, образованных из конечного числа пьезокерамических цилиндрических излучателей с радиальной поляризацией, с учетом всех видов взаимодействий полей, возникающих в процессе работы антенных решеток.

## 1. ФИЗИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть имеется планарная гидроакустическая антенная решетка, образованная из конечного числа круговых цилиндрических пьезокерамических излучателей силовой или компенсированной конструкций [3]. Продольные оси преобразователей параллельны между собой и лежат в одной плоскости. Каждый из излучателей представляет собой протяженную герметизированную пьезокерамическую оболочку, внутренняя полость которой вакуумирована или заполнена воздухом при нормальном атмосферном давлении (силовая конструкция) или в ней находится жидкость или воздух при избыточном давлении (компенсированная конструкция). Оболочки имеют радиальную поляризацию, реализованную путем образования их из жестко склеенных торцами между собой цельных пьезокерамических колец, на внутреннюю и внешнюю поверхности которых нанесены электроды. К обкладкам электродов каждого излучателя приложен гармонический электрический сигнал  $\psi^{(s)} = \psi_0^{(s)} e^{-i\omega t}$  где  $\psi$  – электрическое напряжение,  $\omega$  – частота возбуждения, а  $s$  – номер излучателя в антенной решетке.

## 2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Введем ряд допущений. Будем полагать, что излучатели антенной решетки являются бесконечно длинными, а распределение колебательных скоростей по их длине является однородным. В техническом отношении такая идеализация обоснована [6]. Обозначим средние радиусы излучателей антенной решетки с числом элементов  $M$  через  $r_{os}$ , толщины излучателей через  $h_s$ , при этом  $h_s/r_{os} \ll 1$ , а расстояния между элементами – через  $l_{qs}$ , где  $q$  и  $s$  – текущие номера элементов решетки,  $s = 1, \dots, M$ ;  $q = 1, \dots, M$  (рис. 1).

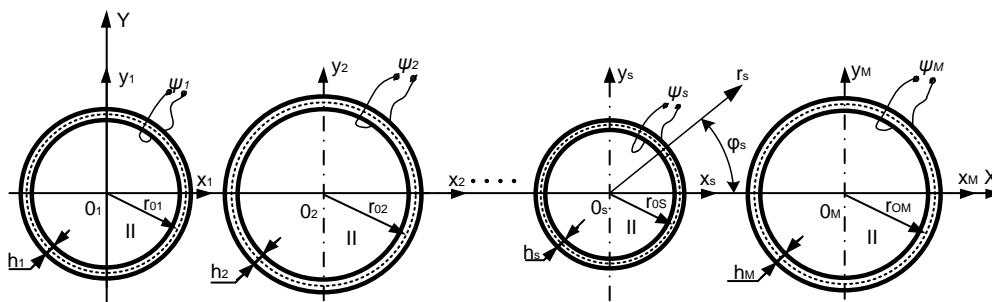


Рис. 1.

Введем ряд координатных систем: общую  $OXYZ$  и локальные  $O_s x_s y_s z_s$  прямоугольные системы и связанные с ними круговые цилиндрические системы координат  $(R, \varphi, z)$  и  $(r_s, \varphi_s, z_s)$ . Оси  $O_s z_s$  направим вдоль продольных осей соответствующих излучателей. Будем полагать, что снаружи все оболочки излучателей окружены жидкостью с плотностью  $\rho$  и скоростью звука  $c$ . Внутри каждая из оболочек заполнена средой с плотностью  $\rho_s$  и скоростью звука  $c_s$ . Считаем, что при описании движения тонких оболочек излучателей используется теория Кирхгофа-Лява.

Физические поля рассматриваемой планарной антенной решетки могут быть определены путем совместного решения следующих дифференциальных уравнений:

– уравнения Гельмгольца, описывающего движение упругих сред (газа или жидкости) внутри и вне каждого  $s$ -го излучателя решетки

$$\nabla^2 \Phi^{(s)} + (k_s)^2 \Phi^{(s)} = 0; \quad (1)$$

– уравнений движения [9] тонкой оболочки  $s$ -го излучателя с радиальной поляризацией в перемещениях

$$\begin{aligned} (1 + \beta^{(s)}) \frac{\partial^2 U^{(s)}}{\partial \varphi_s^2} + \frac{\partial W^{(s)}}{\partial \varphi_s} - \beta^{(s)} \frac{\partial^3 W^{(s)}}{\partial \varphi_s^3} &= \alpha^{(s)} \gamma^{(s)} \frac{\partial^2 U^{(s)}}{\partial t^2}, \\ -\frac{\partial U^{(s)}}{\partial \varphi_s} + \beta^{(s)} \left( \frac{\partial^3 U^{(s)}}{\partial \varphi_s^3} - \frac{\partial^4 W^{(s)}}{\partial \varphi_s^4} \right) - W^{(s)} + \frac{e_{33}^{(s)} r_{os}}{C_{11}^{E(s)}} E_r^{(0)s} + \frac{\alpha^{(s)}}{h_s} q_r^{(s)} &= \alpha^{(s)} \gamma^{(s)} \frac{\partial^2 W^{(s)}}{\partial t^2}. \end{aligned} \quad (2)$$

– уравнений вынужденной электростатики для пьезокерамики  $s$ -го излучателя

$$\vec{E}^{(s)} = -\text{grad}\psi^{(s)}; \text{div}\vec{D}^{(s)} = 0 \quad (3)$$

Здесь  $\Delta$  – оператор Лапласа;  $\Phi^{(s)}$  – потенциал колебательной скорости  $s$ -го излучателя;  $k$  и  $k_s$  – волновые числа внешней и внутренней сред;  $U^{(s)}$  и  $W^{(s)}$  – окружная и нормальная составляющие вектора смещений точек срединной поверхности;  $\beta^{(s)} = (h_s)^2 / 12r_{os}^2 \left( 1 + \left( e_{31}^{(s)} \right)^2 / C_{11}^{E(s)} \varepsilon_{33}^{s(s)} \right)$ ;  $\alpha^{(s)} = r_{os}^2 / C_{11}^{E(s)}$ ;  $q_r^{(s)}$  – внешняя нагрузка;  $C_{11}^{E(s)}$ ,  $\varepsilon_{33}^{s(s)}$ ,  $e_{31}^{(s)}$  – модуль упругости при нулевой электрической напряженности, диэлектрическая проницаемость при нулевой деформации и пьезоконстанта оболочки, соответственно;  $\gamma^{(s)}$  – плотность материала;  $\vec{E}_r^{(s)}$ ,  $\vec{D}_r^{(s)}$  – векторы напряженности и индукции электрического поля  $s$ -го излучателя с радиальной поляризацией.

Для каждого  $s$ -го излучателя границы внутренних  $\Phi_2^{(s)}$  областей определяется соотношением  $0 \leq |\varphi_s| \leq \pi$ ;  $0 \leq r_{2s} = r_{os} - h_s/2$ , внешних  $\Phi_1^{(s)}$  –  $0 \leq |\varphi_s| \leq \pi$ ;  $r_s \geq r_{1s} = r_{os} + h_s/2$ .

Тогда механические условия задачи формулируются в виде следующих кинематических и динамических условий сопряжения акустических полей на границах раздела областей:

– на поверхности каждого излучателя выполняется условия равенства скоростей колебаний частиц сред и скоростей нормальных смещений поверхностей излучателей:

$$\frac{dW^{(s)}}{dt} = -\frac{d\Phi_2^{(s)}}{dr_s}, \quad 0 \leq |\varphi_s| \leq \pi, \quad r_{os} = r_{2s}, \quad s = 1, \dots, M. \quad (4)$$

$$\frac{dW^{(s)}}{dt} = -\frac{d\Phi_1^{(s)}}{dr_s}, \quad 0 \leq |\varphi_s| \leq \pi, \quad r_{os} = r_{1s}; \quad s = 1, \dots, M; \quad (5)$$

где  $\Phi_1$  – полное поле излучения антенной решетки, в координатах  $s$ -го излучателя;

– на поверхности каждого излучателя выполняется условие равенства нормальной составляющей тензора напряжений  $\sigma_r^{(s)}$  звуковому давлению с обратным знаком:

$$\sigma_r^{(s)} = q_r^{(s)} = -(P_1 - P_2^{(s)}), \quad 0 \leq |\varphi_s| \leq \pi; \quad s = 1, \dots, M \quad (6)$$

Тут  $P_2^{(s)} = \frac{\rho^{(s)} d\Phi_2^{(s)}}{dt}$ ,  $P_1 = \frac{\rho d\Phi_1}{dt}$  – радиационные нагрузки от динамического давления.

Электрические граничные условия при динамическом деформировании цилиндрических излучателей электрическим напряжением и  $\psi^{(s)} = \psi_0^{(s)} e^{-i\omega t}$  с учетом выражения (3) примут вид [1]:

– напряженність електричного поля в матеріалі пьезокерамічної оболочкі  $s$ -го излучателя при окружній поляризації равна:

$$E_r^{(s)} = -\frac{\Psi_0^{(s)}}{h_s},$$

– составляющие електрической индукции вдоль радиуса, продольной оси и окружности имеют значения

$$D_r^{(s)} = \varepsilon_{33}^{(s)} E_r^{(s)} + e_{31}^{(s)} (dU^{(s)}/d\varphi_s + W^{(s)})/r_{os} + e_{33}^{(s)} (dW^{(s)}/dr_{os}) \quad D_\varphi^{(s)} = D_z^{(s)} = 0, \text{ соответственно.}$$

### 3. ВЫВОД РАСЧЕТНЫХ СООТНОШЕНИЙ

Решение сформулированной задачи будем искать методом связанных полей в многосвязных областях. Представим перемещения оболочек с помощью разложений  $U^{(s)}$  и  $W^{(s)}$  в ряды по собственным формам колебаний оболочек в вакууме

$$U^{(s)} = \sum_{-\infty}^{\infty} U_n^{(s)} e^{in\varphi_s}; \quad W^{(s)} = \sum_{-\infty}^{\infty} W_n^{(s)} e^{in\varphi_s}. \quad (7)$$

Полное акустическое поле  $\Phi_1$ , формируемое снаружи антенной решетки, является суперпозицией акустических полей  $\Phi_1^{(s)}$ , создаваемых каждым излучателем в ее составе.

Акустические потенциалы внутри  $\Phi_2^{(s)}$  и снаружи  $\Phi_1^{(s)}$  излучателей, удовлетворяющие уравнению Гельмгольца (1) с соответствующими волновыми числами и условию излучения на бесконечности, могут быть представлены разложениями по волновым цилиндрическим функциям и имеют вид, соответственно:

$$\Phi_2^{(s)}(r_s, \varphi_s) = \sum_{-\infty}^{\infty} B_n^{(s)} J_n(k_s r_s) e^{in\varphi_s}, \quad \Phi_1^{(s)}(r_s, \varphi_s) = \sum_{-\infty}^{\infty} A_n^{(s)} H_n^{(1)}(k r_s) e^{in\varphi_s}, \quad s = 1, \dots, M. \quad (8)$$

Входящие в соотношения (8) неизвестные коэффициенты  $A_n^{(s)}$  и  $B_n^{(s)}$  определяются из граничных условий задачи. Однако, поскольку поля  $\Phi_1^{(s)}$ , входящие в состав полного акустического поля, записаны в локальных координатах своих излучателей, их необходимо выразить в локальных координатах того излучателя, граничные условия для которого используются. Преобразование выражений типа (8) к новым координатам можно осуществить на основании теорем сложения для цилиндрических волновых функций [11].

Тогда внешнее суммарное поле в координатах  $s$ -го излучателя будет иметь вид:

$$\Phi_1(r_s, \varphi_s) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n^{(s)} H_n^{(1)}(k r_s) e^{in\varphi_s} + \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq s}}^M \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n^{(q)} \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_m(k r_s) H_{n-m}^{(1)}(k r_{qs}) e^{i(n-m)\varphi_{qs}} e^{im\varphi_s}. \quad (9)$$

Подстановка соотношений (7), (8), (9) в выражения (2),(4),(5),(6) позволяет за счет полноты и ортогональности систем угловых функций получить бесконечную систему линейных алгебраических уравнений для определения неизвестных коэффициентов  $U_n^{(s)}$ ,  $W_n^{(s)}$ ,  $A_n^{(s)}$  и  $B_n^{(s)}$ , являющуюся исходной для определения количественных данных по физическим полям планарных антенн и их элементов. Указанная система имеет вид:

$$\begin{aligned}
 ic_s W_n^{(s)} - B_n^{(s)} J_n'(k_s r_{2s}) = 0; \quad A_n^{(s)} + \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq s}}^M \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{A_m^{(q)} J_m'(k_s r_{1s})}{H_n^{(1)'}(k_s r_{1s})} H_{n-m}^{(1)}(k r_{sq}) e^{i(n-m)\varphi_{sq}} - \frac{ic_s W_n^{(s)}}{H_n^{(1)'}(k r_{1s})} = 0; \\
 R_n^{(s)} B_n^{(s)} J_n'(k_s r_{2s}) \frac{1}{ic_s} Q_{nm}^{(s)} + \frac{i\omega\alpha^{(s)}\rho}{h^{(s)}} \left[ A_n^{(s)} H_n^{(1)}(k r_{1s}) Q_{nm}^{(s)} + \right. \\
 \left. + 2\pi \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq s}}^M \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_m^{(q)} J_m(k r_{1s}) H_{n-m}^{(1)}(k r_{sq}) e^{i(n-m)\varphi_{sq}} \right] + \frac{i\omega\alpha^{(s)}\rho_s}{h^{(s)}} B_n^{(s)} J_n(k_s r_{2s}) Q_{nm}^{(s)} = \frac{r_{0s} e_{31}^{(s)} \Psi_0^{(s)}}{h_s C_{11}^{E(s)}} Q_m^{(s)}; \\
 s = 1, \dots, M; \quad n = -\infty, \infty; \quad m = -\infty, \infty.
 \end{aligned} \tag{10}$$

$$\text{где } R_n^{(s)} = \left[ \beta^{(s)} n^3 + n \right] \cdot \left[ n + \beta^{(s)} n^3 \right] / \left[ \left( 1 + \beta^{(s)} \right) n^2 - \omega^2 \alpha^{(s)} \gamma^{(s)} \right] - \left[ 1 + \beta^{(s)} n^4 - \omega^2 \alpha^{(s)} \gamma^{(s)} \right],$$

$$Q_m^{(s)} = \int_0^{2\pi} e^{-im\varphi_s} d\varphi_s = \begin{cases} 2\pi \text{ при } m = 0; \\ 0 \text{ при } m \neq 0. \end{cases}, \quad Q_{nm}^{(s)} = \int_0^{2\pi} e^{in\varphi_s} e^{-im\varphi_s} d\varphi_s = \begin{cases} 2\pi \text{ при } n = m; \\ 0 \text{ при } n \neq m. \end{cases}$$

Замена  $A_n^{(s)}$  и  $B_n^{(s)}$  новыми неизвестными  $\tilde{A}_n^{(s)}$  и  $\tilde{B}_n^{(s)}$  по формулам  $\tilde{A}_n^{(s)} = A_n^{(s)} H_n^{(1)'}(k r_{1s})$  и  $\tilde{B}_n^{(s)} = B_n^{(s)} J_n'(k_s r_{2s})$  позволяет преобразовать бесконечную систему (10) к виду квазирегулярной и применить для ее решения метод усечения или метод последовательных приближений.

Полученные в результате решения бесконечной системы (10) коэффициенты  $U_n^{(s)}$ ,  $W_n^{(s)}$ ,  $A_n^{(s)}$  и  $B_n^{(s)}$  определяют физические поля антенных решеток, при формировании которых учитываются как взаимодействие электрических, механических и акустических полей в процессе преобразования электрической энергии в акустическую в излучателях решетки, так и взаимодействие излучателей между собой, обусловленное многократным рассеянием волн на элементах решетки.

Полученные соотношения позволяют рассчитать все необходимые для выполнения проектных работ параметры физических полей планарных антенных решеток.

В части акустических: распределения амплитуд акустических давлений в ближней зоне решетки; характеристики направленности решеток и частотные зависимости излучаемой каждым элементом решетки акустической мощности; активных и реактивных составляющих импедансов излучения. Для определения их количественных значений используются соотношения (10), (7), (9).

В части механических полей: частотные зависимости и угловые распределения амплитуд и фаз радиальной и окружной колебательных скоростей и составляющих их мод колебаний для каждого излучателя решетки, позволяющие определить состояние их механической прочности. Их расчет проводится на основании соотношений (10) и (7).

В части электрических полей: являются частотные зависимости входных электрических сопротивлений излучателей, позволяющие решить задачу согласования импедансов излучателей и возбуждающих их электрических генераторов, и электрических токов, характеризующих качество преобразования электрической энергии в механическую излучателями конкретного вида и конструкции. Для их вычисления необходимы соотношения (10), (7) и выражения для  $\vec{E}_r^{(s)}$ ,  $\vec{D}_r^{(s)}$ .

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Показано, что процесс функционирования планарных гидроакустических антенных решеток характеризуется возникновением взаимодействия электрических, механических и акустических полей в каждом излучателе решетки при преобразовании электрической энергии в акустическую и взаимодействия излучателей в решетке по акустическому полю при формировании распределения его в окружающем пространстве. Методом связанных полей в многосвязных областях получены аналитические соотношения, позволяющие учесть указанные виды взаимодействия и выполнить расчеты количественных характеристик всех необходимых параметров планарных решеток при их проектировании с учетом реальных физических особенностей их работы.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Гринченко В. Т., Улитко А. Ф., Шульга Н. А. Механика связанных полей в элементах конструкций. Том 5. Электроупругость – К.: Наук. думка, 1989.–280 с.
2. Дерепя А. В., Лейко А. Г., Меленко Ю. Я. Основы военно-технических исследований. Теория и приложения. Том 7. Комплексная система «гидроакустическое вооружение – надводный корабль». Проблемные аспекты системы «гидроакустическая станция – надводный корабль» с антеннами, размещенными в корпусе корабля. – К.: Изд. дом Дмитрия Бурого, 2014.–424 с.
3. Дідковський В. С., Порошин С. М., Лейко О. Г., Лейко А. О., Дрозденко О. І. Конструювання електроакустичних приладів і систем для мультимедійних акустичних технологій. – Харків, 2013. – 390 с.
4. Иванов Е. А. Дифракция электромагнитных волн на двух телах. – Минск: Наука и техника, 1968. – 584 с.
5. Корякин Ю. А., Смирнов С. А., Яковлев Г. В. Корабельная гидроакустическая техника: состояние и актуальные проблемы. – СПб: Наука, 2004. – 410 с.
6. Лейко А. Г., Шамарин Ю. Е., Ткаченко В. П. Подводная электроакустическая аппаратура и устройства. Том 1. Подводные акустические антенны. Методы расчета звуковых полей. – К., 2000. – 320 с.
7. Лейко А. Г., Нижник А. И., Старовойт Я. И. Звуковые поля пьезокерамических излучателей с различным пьезоэффектом // Электроника и связь. – 2013. – № 5 – С. 50–55.
8. Лейко А. Г., Нижник А. И., Старовойт Я. И. Акустические свойства цилиндрических пьезокерамических излучателей силовой и компенсированной конструкции с продольным и поперечным пьезоэффектами // Электроника и связь. – 2013. – № 6 – С. 62–73.
9. Лейко А. Г., Нижник А. И., Старовойт Я. И. Электрические свойства цилиндрических пьезокерамических излучателей силовой и компенсированной конструкции с окружной поляризацией // Электроника и связь. – 2014. – № 3 – С. 62–72.
10. Савин В. Г., Дидусенко Ю. А. Уравнения движения тонкостенных цилиндрических пьезокерамических преобразователей с окружной поляризацией // Тр. акуст. симпоз КОНСОНАНС–2011. – 2011. – С. 230–235.
11. Смарышев М. Д. Направленность гидроакустических антенн. – Л.: Судостроение, 1973. – 277 с.