

Світлій пам'яті А. Т. Улітка, мого вчителя

ВТРАТИ ЕНЕРГІЇ В П'ЄЗОКЕРАМІЧНИХ РЕЗОНАТОРАХ І ЇХ ВПЛИВ НА ПОЗДОВЖНІ КОЛИВАННЯ ТОНКОГО СТЕРЖНЯ

В. Л. КАРЛАШ

*Інститут механіки ім. С. П. Тимошенка НАН України
вул. Нестерова, 3, 03057, Київ, Україна
E-mail: karlashv@ukr.net*

На прикладі відомої задачі про вимушені поздовжні коливання тонкого п'єзокерамічного стержня із поперечною поляризацією досліджуються амплітудно-частотні та фазово-частотні залежності поблизу від резонансних і антирезонансних частот. Розрахунки амплітуд ведуться для компонентів повної провідності з урахуванням пружних, діелектричних і п'єзоелектричних втрат енергії, отриманих автором за допомогою опрацьованої ним ітераційної методики. Показано, зокрема, що АЧХ повної провідності та вхідного імпедансу в інтервалі резонансних – антирезонансних частот, а також фазові зсуви між вимірними спадами напруг на вході, на п'єзоелементі та навантажувальному резисторі не залежать від умов електричного навантаження. Щоб реалізувати режим заданої сталої миттєвої потужності необхідно збільшувати вхідну напругу і спад напруги на п'єзоелементі до 30–40 % в околі резонансу, а біля антирезонансу до кількох разів. Одержані результати добре узгоджуються із експериментальними даними.

ВСТУП

Сама природа внутрішніх фізичних процесів у п'єзоелектричних тілах призводить до того, що всі їхні електропружні параметри (зміщення, напруження, провідність, імпеданс коливна швидкість, миттєва потужність тощо) мають біля резонансних частот як активні, так і реактивні компоненти. Це означає, що розрахувати будь-яку амплітуду можливо лише тоді, коли беруться до уваги втрати енергії [1–16]. Донині аналітичні розв'язки задач про електромеханічні коливання побудовані лише для простих геометричних форм, таких як стержні, пластини, диски, циліндричні й сферичні оболонки [1, 4, 15].

З проблемою втрат енергії в п'єзоелектричних резонаторах вчені зустрілися давно й намагалися розв'язати її в по-різному. Понад 60 років тому було показано, що врахування діелектричних (викликаних недосконалістю процесу перезаряджання діелектриків) і пружних (викликаних недосконалістю процесу деформування) втрат енергії недостатньо для адекватного аналітичного описання енергетичних процесів у п'єзоелектричних тілах і було запропоновано враховувати також особливі, так звані п'єзоелектричні втрати, викликані недосконалістю самого процесу перетворення енергії [6, 7]. Було також показано, що показники затухання в більшості випадків невеликі (порівняно з активними компонентами) і їх можна враховувати в аналізі через комплексні модулі [3, 7, 15]. Автори [1] опрацювали методику з визначення повного набору дійсних і уявних частин усіх 20 електропружних констант і реалізували її на спеціально виготовлених зразках у діапазоні температур від кімнатної до точки Кюрі.

Поперечно поляризовані п'єзокерамічні стержні давно вже стали „пробним каменем” у багатьох експериментальних дослідженнях насамперед тому, що їхні

коливання описуються простими математичними формулами, а перший обертоном лежить далеко по частоті від основного резонансу [1, 4–10]. Механічні та електричні величини цих структур пов'язані між собою так званім поперечним коефіцієнтом електромеханічного зв'язку (КЕМЗ) k_{31} , тому поздовжні коливання тонких п'єзокерамічних стержнів у зарубіжних публікаціях нерідко називають модою k_{31} [8–12].

Автори роботи [11] зробили огляд праць (переважно власних), присвячених визначенню втрат енергії в п'єзокераміці, й запропонували набір наближених формул, які зв'язують механічні добротності з відповідними тангенсами для п'яти типів спеціально виготовлених зразків. Незважаючи на багато наближених формул, експерименти в роботах [10–12] проведені лише з поздовжніми коливаннями прямокутних пластин. Досліджувалися залежності резонансної та антирезонансної добротностей від частоти для режимів сталих за амплітудою струму в п'єзоелементі й спаду напруги на ньому або сталої коливної швидкості на торці. Виявлена значна нелінійність АЧХ повної провідності в режимі сталої напруги поблизу від резонансу й відсутність такої нелінійності в режимі сталого струму. Детальний огляд досягнень сучасної науки в дослідженні явища втрат енергії в п'єзоелектриках, їх внутрішніх і зовнішніх причин, зробили автори огляду [11]. Особлива увага приділена ними монокристалом на базі титанату свинцю, так званім релаксором, механічна добротність яких перевищує 1000, а поздовжній коефіцієнт електромеханічного зв'язку k_{33} сягає 0.9.

Ця доповідь присвячена вимушеним поздовжнім коливанням тонкого п'єзокерамічного стержня із поперечною поляризацією. Досліджуються амплітудно-частотні та фазово-частотні залежності поблизу від резонансних і антирезонансних частот. В експерименті застосована ідея почергового вимірювання на кожній заданій частоті спадів напруг на п'єзоелементі, навантажувальному резисторі і на вході у модернізованій схемі Мезона. За цими спадами напруг визначаються повна провідність, миттєва потужність і фазові зсуви між компонентами повної провідності.

1. РОЗРАХУНОК ПОВНОЇ ПРОВІДНОСТІ І ВХІДНОГО ІМПЕДАНСУ СТЕРЖНЯ

Як показує аналіз публікацій [1, 4, 15, 16] та ін., усі відомі вирази для повної провідності п'єзоелемента Y_{pe} в діапазоні частот можна звести до єдиної формули

$$Y_{pe} = j\omega C_0 \frac{\Delta_a}{\Delta_r}. \quad (1)$$

Тут: j – уявна одиниця, ω – кругова частота, C_0 – статична ємність, Δ_a , Δ_r – антирезонансний і резонансний визначники.

Повна провідність п'єзоелектричного зразка на будь-якій частоті ω , таким чином, добутком реактивної провідності його міжелектродної ємності на цій частоті на відношення двох визначників – антирезонансного до резонансного – на тій же частоті. Щоб розрахувати повну провідність конкретного п'єзоелемента можна провести відповідні перетворення у виразах для визначників, вважаючи електропружні модулі комплексними [1–6],

$$s_{11}^E = s_{110}(1 - js_{11M}), \varepsilon_{33}^T = \varepsilon_{330}(1 - j\varepsilon_{33M}), d_{31} = d_{310}(1 - jd_{31M}). \quad (2)$$

У тонкому стержні завдовжки l , завширшки w і товщиною h [1, 4]

$$C = C_0(1 - j\varepsilon_{33M}); x = x_0(1 - 0.5js_{11M}); C_0 = \frac{\varepsilon_{330}lw}{h}; \quad (3)$$

$$d_{31}^2 = d_{310}^2(1 - 2jd_{31M}); k_{31}^2 = k_{310}^2[1 + j(s_{11M} + \varepsilon_{33M} - 2d_{31M})].$$

Процес розрахунку повної провідності та її компонентів значно спрощується і стає точнішим, якщо до формули (1) додати комплексні вирази (2), (3) і врахувати, що

$$\Delta_r(x) = \cos(x), \Delta_a(x) = (1 - k_{31}^2)\Delta_r(x) + k_{31}^2 \sin x / x. \quad (4)$$

Для зручності розрахунку в діапазоні частот ємнісну провідність запишемо через множник a і безрозмірну частоту x

$$\omega C_0 = 2\pi f_0 C_0 x / x_0 = ax, \left(a = \frac{2\pi f_0 C_0}{x_0} \right), \quad (5)$$

де: x – поточне значення безрозмірної частоти, x_0 – резонансна безрозмірна частота, f_0 – виміряна частота (в Герцах) максимуму повної провідності.

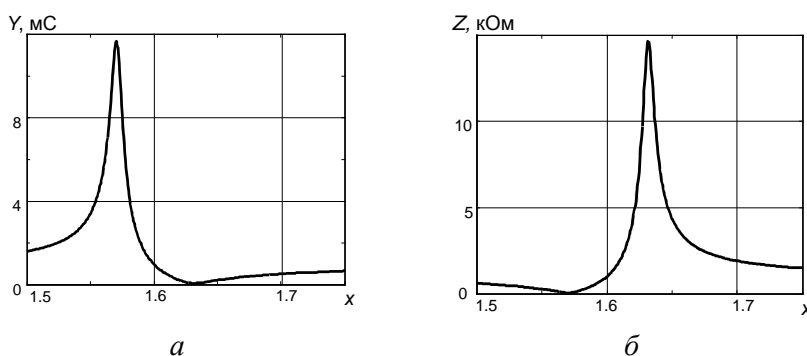


Рис.1

Для розрахунково-експериментального визначення поперечного КЕМЗ k_{31} , а також тангенсів механічних s_{11M} і п'єзоелектричних d_{31M} втрат енергії були проведені ітераційні кроки для основного поздовжнього резонансу стержня з розмірами $33,4 * 5,8 * 1,25$ мм із п'єзокераміки ЦТБС – 3, який мав $C_0 = 2,98$ нФ; $tg \delta = 0,0093$; $Y_m = 11,6$ мС; $Y_n = 0,0637$ мС ($Z_n = 15,7$ кОм); $f_m = 51,01$ кГц; $f_n = 53,04$ кГц; $f_n / f_m = 1,0398$; $a = 0,608$; $x_0 = 1,571$. Експериментальні вимірювання зроблені в схемі з комутатором при навантаженні 229 Омів. Рис. 1 ілюструє АЧХ адмітансу (а) та імпедансу (б), отримані після останньої ітерації, коли для досліджуваного стержня були отримані наступні дані: $k_{310}^2 = 0,09$; $s_{11m} = 0,006$; $\varepsilon_{33m} = 0,0093$; $d_{31m} = 0,004$. Імпеданс стержня розрахований як обернена до адмітансу величина

$$Z_{pe} = 1/Y_{pe} = \frac{\Delta_r}{j\omega C_0 \Delta_a}. \quad (6)$$

Всі позначення у формулах (1 – 6) збігаються з позначеннями робіт [2, 4, 15]. Адмітанс досягає максимуму, який залежить лише від механічних втрат, на резонансній частоті $x = 1,57$; положення максимуму імпедансу залежить від вибраної для розрахунку величини k_{31}^2 і становить в нашому випадку $x = 1,63$. Амплітуда максимуму імпедансу залежить також від усіх трьох компонентів втрат енергії.

2. ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ТА ЇХ РЕЗУЛЬТАТИ

Дослідні зразки виготовлялися із шматків тонких дисків п'єзокераміки ЦТС-19 або ЦТБС-3 шляхом шліфування. У центрі припаювалися провідники завтовшки 0,1 мм при довжині до 50 мм. П'єзокерамічний зразок приєднувався до мосту змінного струму Е8-4 і вимірювалися на частоті 1000 Гц його власна міжелектродна ємність C_0 і тангенс

діелектричних втрат $\operatorname{tg}\delta = \varepsilon_{33m}$. Почергово вимірювалися в діапазоні частот спади напруг на дослідному п'єзоелементі U_{pe} , на його резисторі навантаження U_R та на вході вимірювального кола U_{in} [2, 4, 15]. Відношення струму I_{pe} через п'єзоелемент до спаду потенціалу U_{pe} на ньому є (за означенням) повною електричною провідністю (адмітансом) п'єзоелемента Y_{pe} .

$$Y_{pe} = \frac{I_{pe}}{U_{pe}} = \frac{U_R}{RU_{pe}}. \quad (7)$$

Будувалися АЧХ повної провідності за формулою (17) і за ними визначалися максимальна Y_m і мінімальна Y_n величини повної провідності, а також резонансна Q_A і антирезонансна Q_B добротності. Коливання збуджувалися генератором ГЗ – 56/1, частота вимірювалася частотоміром ЧЗ-38, спади напруг – вольтметрами ВЗ-38 або В2 – 27А/1.

На рис. 2 наведені для порівняння з розрахунком експериментальні криві адмітансу (рис.2, а), імпедансу (рис. 2, б) і коефіцієнта передачі ПТрД (рис.2, в), отримані в околі першого поздовжнього резонансу згаданого вище стержня з розмірами 33,4 на 5,8 *1,25 мм із п'єзокераміки ЦТБС – 3. Визначені за відношенням частоти максимуму до різниці частот на рівні – 3дБ добротності відповідно дорівнюють $Q_A = 160$ ($s_{11m} = 0,00625$), $Q_B = 177$, $Q_m = 146$ ($s_{11m} = 0,00685$). П'єзотрансформаторний датчик [2] діаметром 2,2 мм було відділено в центрі електродного покриття однієї із головних поверхонь стержня після вимірювання спадів напруг. Розбіжність по s_{11m} між визначеною за АЧХ адмітансу і визначеною за АЧХ коефіцієнта передачі ПТрД величинами досягає 9,6 % і може бути пов'язана з шунтуванням ПТрД вхідним опором вольтметра.

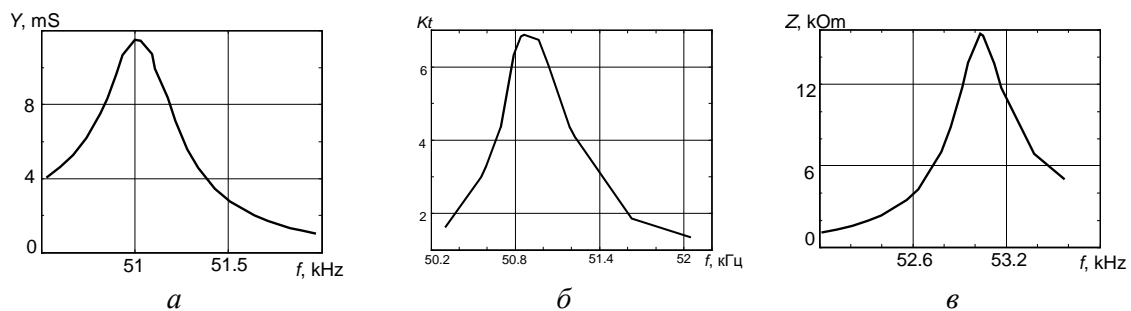


Рис. 2

Якщо для визначення добротності по відношенню частоти максимуму до різниці частот на рівні – 3дБ від максимального значення скористатися графіками рис. 1, то отримаємо такі величини: $Q_A = 150,8$, $Q_B = 175,6$ (в розрахунках на останньому ітераційному кроці було $s_{11m} = 0,006$; $Q = 166,7$). Як бачимо, і експеримент, і розрахунок дають різні величини для резонансної Q_A та антирезонансної Q_B добротностей. У нашому випадку антирезонансна добротність більша від резонансної на 10–15 %.

Значні труднощі, які виникають при підтриманні в експерименті заданого режиму електричного навантаження, стимулювали пошуки простіших підходів. Один із них полягає в наступному. Спади напруг U_{pe} , U_R і U_{in} вимірюються на вибраних частотах в режимі „як є”. Це означає, що жодних умов на них не накладається, крім одної – на початку вимірювань задається певна величина вхідної напруги, наприклад, $U_{in} = 100, 200, 300$ мВ. В процесі перестроювання частоти генератора всі три спади напруг змінюються і змінюються співвідношення між ними. Фазові зсуви визначаються за теоремою косинусів [4, 5, 15, 16]

$$\cos \alpha = \frac{U_{pe}^2 + U_R^2 - U_{in}^2}{2U_{pe}U_R}, \cos \beta = \frac{U_{in}^2 + U_R^2 - U_{pe}^2}{2U_{in}U_R}, \cos \gamma = \frac{U_{in}^2 + U_{pe}^2 - U_R^2}{2U_{in}U_{pe}}, \quad (8)$$

а миттєва потужність є добутком струму в п'єзоелементі на спад напруги на ньому

$$P_{pe} = U_{pe} I_{pe} = \frac{U_R U_{pe}}{R}. \quad (9)$$

Перейти від режиму „як є” до інших режимів електричного навантаження (в наближенні малих амплітуд) можна за допомогою простих лінійних перетворень

$$\begin{aligned} U_{in} &= U_{in00}, U_{pe} = U_{in00} U_{pe0} / U_{in0}, U_R = U_{in00} U_{R0} / U_{in0}; \\ U_R &= U_{R00}, U_{in} = U_{R00} U_{in0} / U_{R0}, U_{pe} = U_{R00} U_{pe0} / U_{R0}; \\ U_{pe} &= U_{pe00}, U_{in} = U_{pe00} U_{in0} / U_{pe0}, U_R = U_{pe00} U_{R0} / U_{pe0}; \\ P_0 &= P_{00}, t = [P_0 / (U_{R0} U_{pe0})]^{1/2}, U_{pe} = U_{pe0} t, U_R = U_{R0} t, U_{in} = U_{in0} t. \end{aligned} \quad (10)$$

Тут: U_{in00} , U_{pe00} , U_{R00} і P_{00} є задані амплітудні значення, тоді як U_{in0} , U_{pe0} , U_{R0} є вимірними в режимі „як є” даними.

Рис. 3 ілюструє ці перетворення. В першому ряду подані спади напруг U_{in} (суцільні лінії), U_{pe} (розривні криві) та U_R (пунктир). АЧХ миттєвої потужності розміщені в другому ряду. Перший стовпчик побудований для даних режиму „як є”, другий відповідає заданому струмові постійної амплітуди 1 мА, у третьому наведені результати перерахунку для заданого спаду напруги на п'єзоелементі постійної амплітуди 100 мВ, а в четвертому містяться криві для вибраної сталої миттєвої потужності 0,218 мВА.

Аналіз графіків показав, що режим електричного навантаження в умовах лінійних перетворень експериментальних даних не впливає ні на адмітанс, ні на фазові зсуви. Їх ти пічні АЧХ зображені на рис.4. Суцільними лініями зображено кут α , пунктиром кут β і розривними лініями кут γ . Кут α , утворений сторонами U_R і U_{pe} , характеризує зсув фаз між струмом і спадом напруги в п'єзоелементі. Кут β , утворений сторонами U_{in} і U_R , відповідає фазовому зсуву між вихідною напругою генератора і споживаним струмом. Кут γ , утворений сторонами U_{in} і U_{pe} , характеризує різницю фаз між вихідною напругою генератора і спадом напруги на п'єзоелементі.

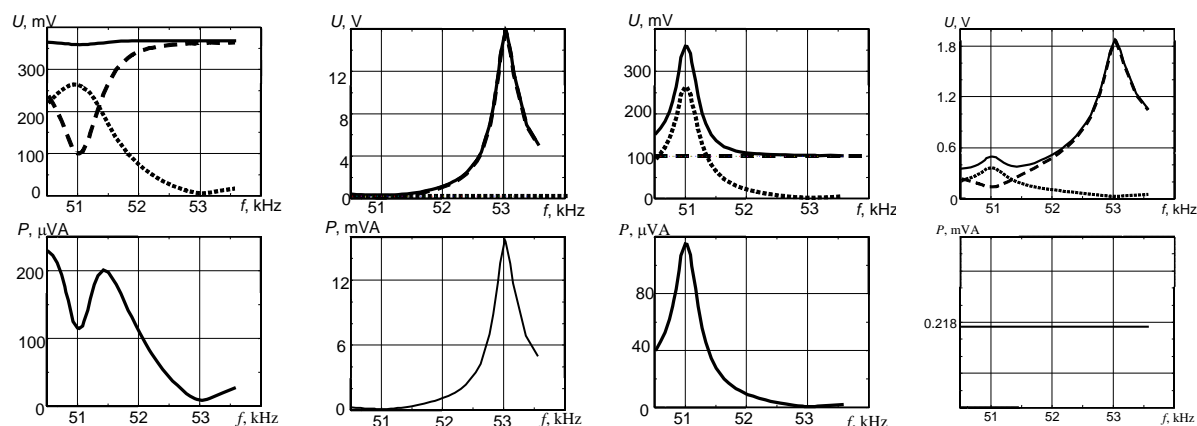


Рис. 3

При наближенні до резонансу в режимі „як ϵ ” спад напруги U_{in} трохи знижується (завдяки шунтувальній дії вимірювального кола на вихід узгоджувального подільника). Водночас має місце різке зростання напруги на резисторі навантаження U_R і зниження спаду напруги на п'єзоелементі U_{pe} . Щоб забезпечити режим заданого струму на частоті антирезонансу треба підвищуючи вхідну напругу й напругу на п'єзоелементі, тому різко зростає миттєва потужність. Навпаки, при підході до резонансу в режимі заданого струму спад напруги на п'єзоелементі і миттєва потужність знижуються.

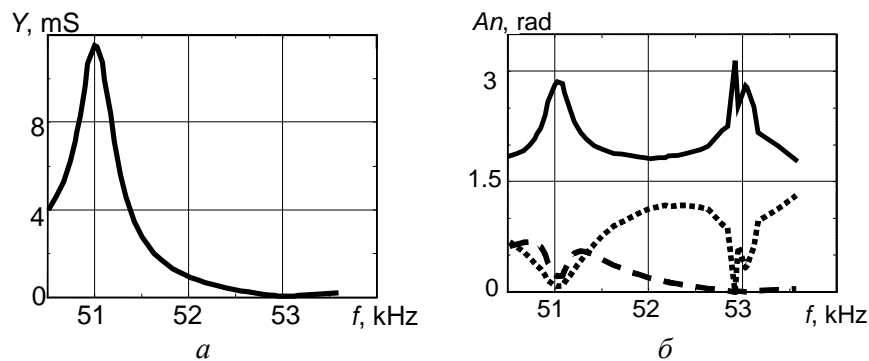


Рис. 4

Для забезпечення режиму сталого спаду напруги на п'єзоелементі також доводиться піднімати у кілька разів вхідну напругу на резонансі, а це призводить до зростання спаду напруги на резисторі навантаження та збільшення струму в колі п'єзоелемента і, як наслідок, до збільшення миттєвої потужності. На антирезонансі в цьому режимі струм знижується, бо зростає вхідний імпеданс, і відповідно знижується миттєва потужність.

Щоб реалізувати режим заданої сталої миттєвої потужності необхідно збільшувати вхідну напругу і спад напруги на п'єзоелементі до 30 – 40 % в околі резонансу, а біля антирезонансу до кількох разів.

Незалежність АЧХ повної провідності та фазових зсувів від режиму електричного навантаження пояснюється тією обставиною, що в лінійному наближенні співвідношення між спадами напруг, якими визначаються провідності і косинуси кутів, залишаються, незважаючи на зниження чи зростання останніх в кільканадцять разів. Для основної моди поздовжніх коливань стержня фазовий зсув між спадом напруги на п'єзоелементі і струмом у ньому (кут α) наближається до π радіан на резонансі та антирезонансі, а поза цими частотами він знижується до $\pi/2$.

ВИСНОВКИ

АЧХ повної провідності та вхідного імпедансу в інтервалі резонансних – антирезонансних частот, а також фазові зсуви між вимірними спадами напруг на вході, на п'єзоелементі та навантажувальному резисторі не залежать від умов електричного навантаження.

В режимі заданого (сталого за амплітудою) спаду напруги на п'єзоелементі при наближенні до резонансу миттєва потужність зростає, а поблизу від антирезонансу – знижується. Навпаки, в режимі заданого (сталого за амплітудою) струму через п'єзоелемент при наближенні до резонансу миттєва потужність знижується, а поблизу від

антирезонансу збільшується. Ця обставина може бути причиною виявленої авторами робіт [10–12] нелінійності повної провідності в умовах великої вхідної потужності, як і неможливості забезпечити режим сталого струму на антирезонансі.

ЛІТЕРАТУРА

1. Шульга Н. А., Болкисев А. М. Колебания пьезоэлектрических тел – К.: Наук. думка, 1990. – 228 с.
2. Шульга М. О., Карлаш В. Л. Резонансні електромеханічні коливання п'єзоелектричних пластин. – К.: Наук. думка, 2008. – 272 с.
3. Яффе Б., Кук У., Яффе Г. Пьезоэлектрическая керамика. – М.: Мир, 1974. – 288 с.
4. Карлаш В. Л. Методи визначення коефіцієнтів зв'язку і втрат енергії при коливаннях резонаторів із п'єзокераміки // Акуст. вісн. – 2012. – **15**, № 4. – С. 24–38.
5. Шульга М. О., Карлаш В. Л. Амплітудно-фазові характеристики радіальних коливань тонкого п'єзокерамічного диска біля резонансів // Доповіді НАН України. – 2013, № 9. – С.80–86.
6. Martin G. E. Dielectric, piezoelectric and elastic losses in longitudinally polarized segmented ceramic tubes // US Navy J. Underwater Acoustics. – 1965. – **15**. – P. 329–332.
7. Holland R. Representation of dielectric, elastic and piezoelectric losses by complex coefficients // IEEE Trans. Son. Ultrason. – 1967. – **SU-14**, – P. 18–20.
8. Liu G. et al. Losses in ferroelectric materials. // Material Science and Engineering . – 2013. – **R89**. – P. 1–48.
9. Mezheritsky A. V. Elastic, dielectric and piezoelectric losses in piezoceramics; how it works all together // IEEE Trans. Ultrason., Ferroelect., Frec. Contr. – 2004. – **51**, № 6. – P. 695–797.
10. Uchino K., Zheng J. H., Chen Y. H. et al. Loss mechanisms and high power piezoelectrics // J. Mat. Sci. – 2006. – **41**. – P. 217–228.
11. Uchino K., Zhuang Yu., Ural S. O. Loss determination methodology for a piezoelectric ceramic: new phenomenological theory and experimental proposals // J. Adv. Dielectric. – 2011. – **1**, № 1. – P. 17–31.
12. Ural S. O., Tuncdemir S., Zhuang Yu, Uchino K. Development of a high power piezoelectric Characterization system and its application for resonance/antiresonance mode characterization // Jpn. J. Appl. Phys. – 2009. – **48**, – pap. 056509.
13. Безверхий О., Зінчук Л., Карлаш В. Вплив режиму електричного навантаження, сталих напруги або струму на характеристики коливань п'єзокерамічних резонаторів // Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології. – 2013. – вип. 18. – С. 9–20.
14. Smits J. G. Iterative method for accurate determination of real and imaginary parts of materials coefficients of piezoelectric ceramics // IEEE Trans. Son. Ultrason. – 1976. – **SU-23**, №6. – P. 393–402.
15. Karlash V. L. Energy losses in piezoceramic resonators and its influence on vibrations' characteristics // Electronics and communication. – 2014. – **19**, № 2 (79). – P. 82–94.
16. Karlash V. L. Modeling of energy-loss piezoceramic resonators by electric equivalent networks with passive elements // Mathematical Modeling and Computing – 2014. – **1**, № 2. – P. 163–177.