

РЕЗОНАНСНІ КОЛИВАННЯ П'ЄЗОКЕРАМІЧНИХ ЦИЛІНДРИЧНИХ ОБОЛОНОК ІЗ РАДІАЛЬНОЮ ПОЛЯРИЗАЦІЄЮ

О. І. БЕЗВЕРХИЙ, Л. П. ЗІНЧУК, В. Л. КАРЛАШ

Інститут механіки ім. С. П. Тимошенка НАН України

вул. Нестерова, 3, 03057, Київ, Україна

E-mail: karlashv@ukr.net

Доповідь присвячена аналізу проблеми вимушених коливань п'єзокерамічних циліндричних оболонок у вигляді коротких і високих кілець з радіальною поляризацією. Паралельно проводяться розрахунки адмітансу високих кілець за простою ітераційною експериментально-обчислювальною методикою. Режимом електричного навантаження моделюються шляхом лінійних перетворень отриманих в експерименті даних. Показано, що адмітанс, імпеданс і фазові кути не залежать від умов електричного навантаження, проте миттєва потужність дуже чутлива до режиму. Цей факт пояснює, чому режим заданої сталої (за амплітудою) напруги супроводжується біля резонансу значною нелінійністю, тоді як у режимі заданого сталого (за амплітудою) струму такої нелінійності немає. Експериментальні дані добре узгоджуються з розрахунком. Встановлено, що чим більше відношення висоти до середнього діаметра кільця, тим вищий рівень крайової моди і тим сильніше розподіл головних напружень відрізняється від косинусоїди. В дуже коротких кільцях крайова мода не реєструється.

ВСТУП

Коливання п'єзокерамічних елементів конструкцій, зокрема оболонкових, характеризуються великим електромеханічним зв'язком пружних зміщень і напружень з електричним полем [1–6]. Зміщення, деформації, напруження, потужність, адмітанс та імпеданс мають як дійсні, так і уявні частини [7–16]. Для розрахунку будь-якої амплітуди необхідно враховувати втрати енергії.

Пружні (механічні) втрати пояснюються внутрішніми недосконаlostями, такими як внутрішнє тертя, рух доменних стінок і дефекти кристалічної ґратки. Діелектричні втрати зумовлені такими недосконаlostями як провідність, а також дефектами кристалічної ґратки. І, нарешті, п'єзоелектричні втрати пов'язані з недосконаlostію самого процесу перетворення енергії [1–3, 7–9, 17–21]. Зазвичай компоненти втрат енергії в більшості випадків є відносно невеликими по відношенню до дійсних частин і можуть бути представлені в аналітичних розв'язках, як уявні частини комплексних параметрів [3, 7, 13–16, 20].

Потужність п'єзоперетворювачів дуже чутлива до умов навантаження і відрізняється для заданої сталої напруги і заданого сталого струму. Коли п'єзоелектричний зразок збуджується заданою (сталою) напругою, миттєва потужність зразка збільшується на резонансній частоті в кілька разів по відношенню до частот поза резонансом. А коли зразок збуджується сталим струмом, миттєва потужність зразка при резонансній частоті так само зменшується. Таким чином, причиною нелінійності при заданій сталій напрузі, і її відсутності при заданому сталому струмові, яку спостерігали автори статей [17, 18], є високий або низький рівень миттєвої потужності.

Ця доповідь присвячена аналізу задачі про вимушені резонансні коливання п'єзокерамічних циліндричних оболонок у вигляді коротких і високих кілець. Паралельно проведені розрахунки адмітансу високих кілець за простою ітераційною експериментально-обчислювальною методикою. Показано, що адмітанс, імпеданс і фазові

кути не залежать від умов електричного навантаження, проте миттєва потужність дуже чутлива до режиму. Цей факт пояснює, чому режим заданої сталої напруги супроводжується значною нелінійністю, а в режимі заданого сталого струму такого явища немає. Недавні публікації [10–12] показують, що дослідження таких і подібних конструкцій залишається актуальним.

1. ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНА МЕТОДИКА

Поляризовані п'єзоелектричні елементи характеризуються різними пружними, діелектричними і п'єзоелектричними параметри, які описуються комплексними величинами ($b = b_1 - jb_2 = b_0(1 - jb_m)$, $b_2/b_1 = b_m = \tan \xi$) [2, 6]. Дійсні частини параметрів визначаються на основі аналітичних розв'язків простих одномірних задач для вільних або вимушених електропружних коливань, тоді як уявні частини визначаються зазвичай на максимальних / мінімальних адмітансах [1–3, 6–9]].

Резонансні і антирезонансні частоти визначаються при аналізі як ті частоти, де фазові зсуви між напругою зразка та його струмом рівні нулю [1, 2, 9]. В наших дослідях застосовувалася модифікована схема Мезона, детально описана в [7–9, 20]. При цьому резонансна частота f_r ідентифікувалася як з частота максимального адмітансу f_m , в той час як антирезонансна частота f_a вважалась рівною частоті мінімального адмітансу f_n .

Відношення струму I_{pe} через п'єзоелектричний елемент до спаду напруги U_{pe} на ньому ϵ , за означенням, повною провідністю або адмітансом п'єзоелемента

$$Y_{pe} = \frac{I_{pe}}{U_{pe}} = \frac{U_R}{RU_{pe}}. \quad (1)$$

Завдяки комутації дослідного зразка і навантажувального резистора в модернізованій схемі Мезона по чергово вимірювалися єдиним вольтметром спади напруг на п'єзоелементі U_{pe} , на вході ланки вимірювання U_{in} та на резисторі U_R в широкому діапазоні частот навколо резонансу та антирезонансу. Схема може реалізувати три різних умови навантаження: 1) постійний (за амплітудою) струм зразка, 2) постійна (за амплітудою) напруга зразка, 3) постійна (за амплітудою) вхідна напруга. Три вимірних напруги U_{pe} , U_R та U_{in} створюють своєрідний характеристичний трикутник [7–9], кути між сторонами якого можуть бути обчислені за допомогою теореми косинусів (закону косинусів)

$$\cos \alpha = \frac{U_{pe}^2 + U_R^2 - U_{in}^2}{2U_{pe}U_R}, \quad \cos \beta = \frac{U_{in}^2 + U_R^2 - U_{pe}^2}{2U_{in}U_R}, \quad \cos \gamma = \frac{U_{in}^2 + U_{pe}^2 - U_R^2}{2U_{in}U_{pe}}. \quad (2)$$

Коротке кільце з розмірами $27.85 \times 23.08 \times 9.92$ мм, виготовлене із п'єзокераміки ЦТВС-3, мало статичну ємність $C_0 = 6$ нФ і тангенс діелектричних втрат $\tan \delta = 0,0041$. Рис. 1 демонструє АЧХ для напруг U_{pe} , U_R і U_{in} (у мілівольтах), адмітансу (у мілісіменсах), кутів (у радіанах) і компонентів потужності (у мікроватах) при навантаженні резистором 11,2 Ома. Рисунок отриманий для режиму “як ϵ ”, коли вибрана на низькій частоті вхідна напруга була $U_{in} = 285$ мВ.

На графіку рис. 1, *a* напруги U_{pe} , U_{in} , U_R показані як штрихова крива, пунктирна крива та суцільна лінія відповідно. Наступний графік (рис. 1, *б*) показує адмітанс,

обчислений за формулою (1). Другий ряд графіків демонструє кути трикутника (Рис. 1,б) та компоненти потужності (Рис. 1, з). Кут α (пунктирна лінія) утворюється сторонами U_R і U_{pe} . Він характеризує зсув фаз між струмом і спадом напруги в п'єзоелементі. Кут β (штрихова крива) створюють сторони U_{in} і U_R . Він відповідає фазовому зсуву між вихідною напругою генератора та споживаним струмом. І, насамкінець, кут γ (суцільна лінія), утворений сторонами U_{in} і U_{pe} , характеризує різницю фаз між вихідною напругою генератора та спадом напруги на п'єзоелементі. Фазові зсуви між струмом п'єзоелемента і напругою, а також між вихідною напругою генератора і напругою на зразку, на резонансі рівні нулю. Фазовий зсув між вихідною напругою генератора і споживаним струмом на резонансі досягає π .

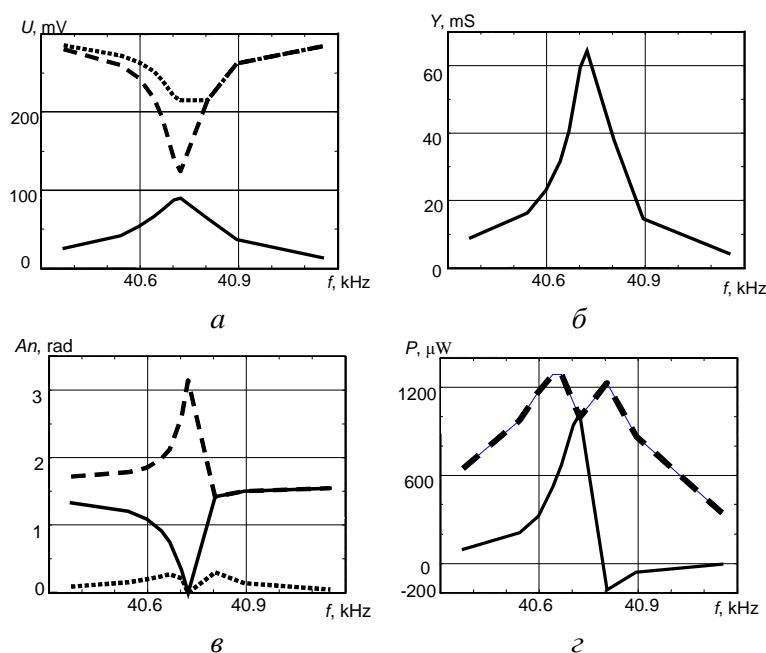


Рис.1

Останній графік показує миттєву p_1 (пунктирна крива) і реактивну p_2 (суцільна крива) потужності

$$p_1 = U_{pe} U_R / R, \quad p_2 = p_1 \sin \alpha . \quad (3)$$

Результати вимірювань є такими: максимальний адмітанс $Y_m = 65$ мС на частоті $f_m = 40,723$ кГц, а мінімальний адмітанс $Y_n = 0.037$ мС на частоті $f_n = 42,429$ кГц.

Експериментальні дані можуть бути перетворені для наближення малого сигналу з режиму "як є" до режиму постійної вхідної напруги, постійного струму зразка, постійної напруги зразка або постійної миттєвої потужності зразка з використанням формул

$$\begin{aligned} U_{in} &= U_{in00}, U_{pe} = U_{in00} U_{pe0} / U_{in0}, U_R = U_{in00} U_{R0} / U_{in0}, \\ U_R &= U_{R00}, U_{in} = U_{R00} U_{in0} / U_{R0}, U_{pe} = U_{R00} U_{pe0} / U_{R0}, \\ U_{pe} &= U_{pe00}, U_{in} = U_{pe00} U_{in0} / U_{in0}, U_R = U_{pe00} U_{R0} / U_{pe0}, \end{aligned} \quad (4)$$

$$P_0 = P_{00}, t = [P_0 / (U_{R0} U_{pe0})]^{1/2}, U_{pe} = U_{pe0} t, U_R = U_{R0} t, U_{in} = U_{in0} t.$$

Тут U_{in0} , U_{R0} , U_{pe0} , P_0 відповідають режиму "як є", а U_{in00} , U_{R00} , U_{pe00} , P_{00} – довільно вибрані нижче резонансу величини.

2. РОЗРАХУНОК ПОВНОЇ ПРОВІДНОСТІ ВИСОКОГО ЦИЛІНДРИЧНОГО КІЛЬЦЯ

Як показано в [7, 8, 19, 20], адмітанс будь-якого п'єзоелектричного резонатора є добутком реактивної провідності його міжелектродної ємності C_0 на відношення антирезонансного визначника $\Delta_a(x)$ до резонансного визначника $\Delta(x)$

$$Y = j\omega C_0 \frac{\Delta_a(x)}{\Delta(x)}. \quad (5)$$

Наступні формули були отримані для короткого циліндричного кільця і високої циліндричної оболонки з радіальною поляризацією відповідно [1]

$$Y_{sk} = j\omega C_0 \left[1 - k_{31}^2 + \frac{k_{31}^2 \omega_r^2}{\omega_r^2 - \omega^2} \right] = j\omega C_0 \frac{\Delta_a(x)}{\Delta(x)}, \quad (6)$$

$$\Delta(x) = \omega_r^2 - \omega^2, \Delta_a(x) = (1 - k_{31}^2)\Delta(x) + k_{31}^2 \omega_r^2;$$

$$Y_{hk} = j\omega C_0 \left[1 - k_p^2 + \frac{(1 + \nu)k_p^2 \omega_r^2}{2(\omega_r^2 - \omega^2)} \right] = j\omega C_0 \frac{\Delta_a(x)}{\Delta(x)}, \quad (7)$$

$$\Delta(x) = \omega_r^2 - \omega^2, \Delta_a(x) = (1 - k_p^2)\Delta(x) + (1 + \nu)k_p^2 \omega_r^2 / 2.$$

Тут j – уявна одиниця, ω і ω_r – кругова частота і резонансна кругова частота, k_{31} і k_p – поперечний коефіцієнт зв'язку і планарний коефіцієнт зв'язку, а ν – коефіцієнт Пуассона.

Решта позначень збігаються з позначеннями [2, 7–11].

Параметри s_{11} , ε_{33} і d_{31} є комплексними [1–3, 13, 14]

$$s_{11} = s_{110}(1 - js_{11m}), \varepsilon_{33} = \varepsilon_{330}(1 - j\varepsilon_{33m}), d_{31} = d_{310}(1 - jd_{31m}), \quad (8)$$

де s_{11m} , ε_{33m} і d_{31m} – відповідно тангенси механічних, діелектричних і п'єзоелектричних втрат.

У випадку «короткого» циліндричного кільця безрозмірна частота $x = \omega/\omega_r$, а дійсна частина k_{310} поперечного коефіцієнта зв'язку k_{31} визначається із співвідношення [1]

$$k_{310}^2 = \frac{\omega_a^2 - \omega_r^2}{\omega_a^2}, \quad (9)$$

яке відоме як формула Мезона [1, 2]. Тут ω_r і ω_a – резонансна кругова частота та антирезонансна кругова частота.

Максимальний адмітанс Y_m та максимальна механічна добротність Q_m представляються у вигляді

$$Y_m = \frac{\omega_m C_0 k_{310}^2}{s_{11m}}, Q_m = \frac{Y_m}{\omega_m C_0 k_{310}^2}. \quad (10)$$

У випадку «високого» циліндричного кільця безрозмірна частота також $x = \omega/\omega_r$, а планарний коефіцієнт зв'язку k_p визначаються співвідношенням [1]

$$\frac{2(1-k_p^2)}{(1+\nu)k_p^2} = \frac{f_m^2}{f_n^2 - f_m^2}. \quad (11)$$

Для спрощення обчислення адмітансу представимо ωC_0 у такій формі

$$\omega C_0 = \frac{2\pi f_0 C_0 x}{x_0} = ax, a = \frac{2\pi f_0 C_0}{x_0}, \quad (12)$$

де f_0 - резонансна частота, x_0 та x – відповідно безрозмірна резонансна частота та поточна безрозмірна частота.

Розрахунок повної провідності вівся за формулами (5)–(7) з використанням даних, одержаних в результаті ітераційних процесів, аналогічних до описаних у роботах [7, 20], а саме: $k_p^2 = 0,33$, $d_{31m} = 0,0067$, $s_{11m} = 0,0095$. Як приклад, рис. 2 ілюструє результат розрахунків для циліндричної оболонки з розмірами 18,5 x 15,7 x 22 мм із п'єзокераміки ЦТС–19. На рисунку модуль адмітансу зображено штриховою лінією, а дійсна та уявна частини показані відповідно суцільною та пунктирною лініями. Графіки праворуч уточнюють інтервал мінімального адмітансу.

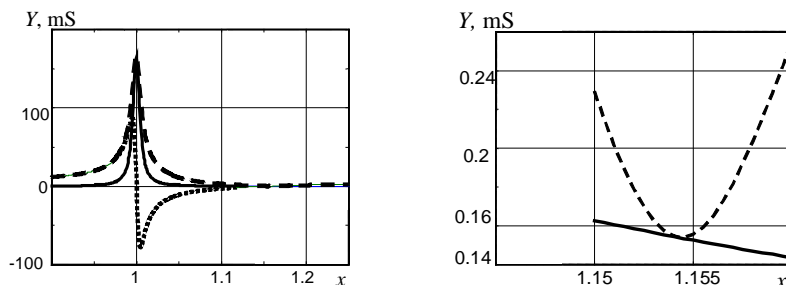


Рис. 2

Були побудовані графіки АЧХ адмітансу, імпедансу і потужності високого кільця в режимі "як є", а також після перетворення даних за формулою (4) у режими сталого струму зразка, сталої напруги зразка або сталої потужності зразка для діапазону частот 50–100 кГц. Виявилось, що адмітанс, імпеданс та фазові кути не залежать від режиму навантаження.

Рис. 3 демонструє АЧХ миттєвої потужності високого кільця. У режимах, “як є” (рис. 3, а) і сталої вхідної напруги (рис. 3, з) АЧХ відрізняються лише рівнем. „Провал” біля максимуму є наслідком виділення значної потужності на резисторі навантаження. Максимуми потужності для випадку сталого струму зразка (рис. 3, б) спостерігаються при антирезонансних частотах і збігаються з мінімумами потужності для випадку сталої напруги зразка (рис. 3, в) і навпаки.

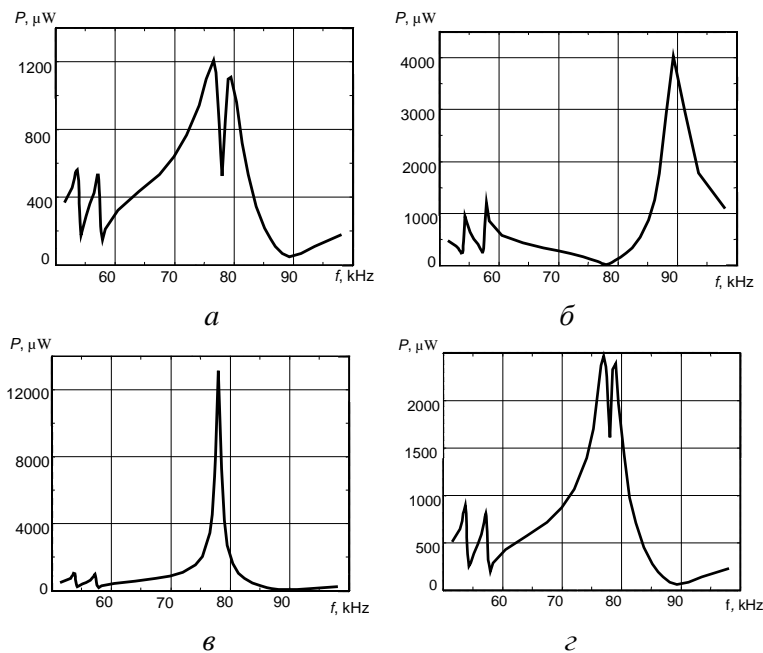


Рис. 3

Частотно-амплітудні характеристики фазових кутів виявилися ідентичними для всіх режимів: “як є”, сталого струму зразка, сталої напруги зразка і сталої вхідної напруги. Не дивлячись на те, що виміряні величини U_{in} , U_{pe} і U_R відмінні для різних режимів навантаження, їх відношення після перетворень зберігаються. Це і є причиною незалежності адмітансу, імпедансу та кутів від умов навантаження.

Напружений стан оболонки-кілець і верифікація мод коливань досліджені за допомогою методу п’єзотрансформаторного датчика [2, 6]. Графіки показали, чим більше відношення висоти до середнього діаметра зразка, тим вищий рівень крайової моди і тим дужче розподіл головних напружень відрізняється від косинусоїди.

ВИСНОВКИ

Адмітанс, імпеданс і фазові кути не залежать від умов електричного збудження. Потужність, спад напруги та струм зразка дуже чутливі до умов навантаження. Миттєва потужність досягає максимального значення на резонансах для режиму заданої напруги та на антирезонансах у режимі заданого струму. Цей факт пояснює, чому режим заданої сталої напруги супроводжується значною нелінійністю, а в режимі заданого сталого струму такої нелінійності немає.

Методом п’єзотрансформаторного датчика досліджений напружений стан кілець та верифіковані моди коливань. Чим більше відношення висоти до середнього діаметра зразка, тим вищий рівень крайової моди В дуже коротких кільцях крайова мода не реєструється.

ЛІТЕРАТУРА

1. Шульга Н. А., Болкисев А. М. Колебания пьезоэлектрических тел – К.: Наук. думка, 1990. – 228 с.

2. Шульга М. О., Карлаш В. Л. Резонансні електромеханічні коливання п'єзоелектричних пластин. – К.: Наук. думка, 2008. – 272 с.
3. Яффе Б., Кук У., Яффе Г. Пьезоэлектрическая керамика. – М.: Мир, 1974. – 288 с.
4. Глозман И. А. Пьезокерамика. – М.: Энергия. – 1972. – 288 с.
5. Катц Г. В. Магнитные и диэлектрические приборы. Ч. I. – М.–Л.: Энергия, 1964. – 416 с.
6. Карлаш В.Л. Резонансные электромеханические колебания пьезоэлектрических оболочек вращения (обзор) // Прикл. мех. – 2008. – **44**, № 4. – С. 3–34.
7. Карлаш В. Л. Методи визначення коефіцієнтів зв'язку і втрат енергії при коливаннях резонаторів із п'єзокераміки // Акуст. вісн. – 2012. – **15**, № 4. – С. 24–38.
8. Шульга М. О., Карлаш В. Л. Амплітудно-фазові характеристики радіальних коливань тонкого п'єзокерамічного диска біля резонансів // Доповіді НАН України.– 2013, №9. – С.80–86.
9. Шульга Н. А., Карлаш В.Л. Измерение амплитуд и фаз при колебаниях элементов конструкций из пьезокерамики // Прикл. мех. – 2015. – **51**, № 3. – С. 122–133.
10. Карлаш В.Л. Вынужденные колебания пьезокерамической цилиндрической оболочки с продольным вырезом // Прикл. мех. – 2015. – **51**, № 5. – С. 107–115.
11. Карлаш В.Л. Моды колебаний тонких пьезокерамических цилиндрических колец с радиальной поляризацией // Прикл. мех. – 2015. – **51**, № 6. – С. 94–103.
12. Карнаухов В.Г., Козлов В. И., Завгородний А. В., Умрыхин И. Н. Вынужденные резонансные колебания и диссипативный разогрев тел вращения из вязкоупругого пьезоэлектрического материала // Прикл. мех. – 2015. – **51**, № 6. – С. 12–22.
13. Martin G. E. Dielectric, piezoelectric and elastic losses in longitudinally polarized segmented ceramic tubes // US Navy J. Underwater Acoust. – 1965. – **15**. – P. 329–332.
14. Holland R. Representation of dielectric, elastic and piezoelectric losses by complex coefficients // IEEE Trans. Son. Ultrason. – 1967. – **SU-14**, – P.18–20.
15. Liu G., Zhang S., Jiang W., Cao W. Losses in ferroelectric materials // Material Science and Engineering .– 2015. – **R89** 1–48.
16. Mezheritsky A. V. Elastic, dielectric and piezoelectric losses in piezoceramics; how it works all together // IEEE Trans. Ultrason., Ferroelect., Freq. Contr. – 2004. – **51**, № 6. – P. 695–797.
17. Uchino K., Zhuang Yu. and Ural S. O. Loss determination methodology for a piezoelectric ceramic: new phenomenological theory and experimental proposals // J. Adv. Dielectric. – 2011. – **1**, № 1. – P. 17–31.
18. Ural S.O., Tuncdemir S., Zhuang Yu and Uchino K. Development of a high power piezoelectric Characterization system and its application for resonance/antiresonance mode characterization // Jpn. J. Appl. Phys. – 2009. – **48**. – Pap. 056509.
19. Безверхий О., Зінчук Л. , Карлаш В. Вплив режиму електричного навантаження, сталих напруги або струму на характеристики коливань п'єзокерамічних резонаторів // Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології. – 2013. – вип. 18. – С. 9–20.
20. Karlash V. L. Energy losses in piezoceramic resonators and its influence on vibrations' characteristics // Electronics and communication. – 2014. – **19**, № 2 (79). – P. 82–94.
21. Karlash V. L. Modeling of energy-loss piezoceramic resonators by electric equivalent networks with passive elements // Mathematical modeling and computing – 2014. – **1**, № 2. – P. 163–177.